

Министерство образования и науки
Донецкой Народной Республики
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Донецкий национальный университет»

На правах рукописи



Селякова Людмила Ивановна

**МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИМ СТРУКТУРАМ
БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ
ФУНДАМЕНТАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания
(по областям и уровням образования: математика)

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Научный руководитель:
доктор педагогических наук,
профессор, Скафа Е. И.

Донецк – 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
РАЗДЕЛ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИМ СТРУКТУРАМ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ ФУНДАМЕНТАЛИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ	19
1.1. Фундаментализация математического образования при подготовке учителя математики.....	19
1.2. Роль и место алгебраических структур в подготовке будущего учителя математики	26
1.3. Психолого-педагогические предпосылки обучения алгебраическим структурам будущего учителя математики в условиях фундаментализации образования.....	34
1.4. Методические требования к системе обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики	51
1.4.1. Цели обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики	51
1.4.2. Содержание обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики	61
1.4.3. Формы, методы и средства в системе обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики	68
Выводы к разделу 1.....	82
РАЗДЕЛ 2. МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИМ СТРУКТУРАМ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ	85
2.1. Методика обучения алгебраическим структурам в некоторых математических курсах	85
2.1.1. Алгебраические структуры в курсе математической	

логики.....	86
2.1.2. Алгебраические структуры в курсе алгебры.....	90
2.1.3. Алгебраические структуры в курсе теории чисел.....	100
2.2. Управление самостоятельной работой студентов в процессе обучения алгебраическим структурам.....	103
2.2.1. Самостоятельная работа студентов в университете, управление самостоятельной работой.....	103
2.2.2. Управление самостоятельной работой студентов средствами дистанционного обучения.....	108
2.2.3. Управление самостоятельной работой студентов средствами мультимедийных технологий при обучении алгебраическим структурам.....	115
2.2.4. Учебно-методическое пособие как средство управления самостоятельной работой студентов при обучении алгебраическим структурам.....	125
2.3. Профессиональная направленность вариативного курса «Алгебраические структуры» в обучении будущего учителя.....	133
2.4. Экспериментальная проверка эффективности применения методической системы и ее коррекция	140
Выводы к разделу 2	163
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	164
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	167
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Мультимедийный методический тренажер по алгебре.....	195
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Рабочая программа учебной дисциплины «Алгебраические структуры».....	196
ПРИЛОЖЕНИЕ В. Вариант контрольных работ для диагностики качества знаний студентов.....	207
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Опросный лист для диагностики мотивации профессиональной деятельности.....	209

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. На современном этапе развития общества основной целью высшего профессионального образования является подготовка квалифицированного и компетентного специалиста, способного к самообразованию и саморазвитию, ответственного, умеющего критически мыслить, анализировать и обрабатывать информацию, использовать приобретенные знания и умения для творческого решения проблем. Для достижения этой цели перед образовательными организациями Донецкой Народной Республики (ДНР) поставлены задачи совершенствования образовательной деятельности. В этой связи особенно актуальной является модернизация высшего педагогического образования. Современному обществу необходимо новое поколение педагогических кадров, способных работать в изменяющихся социальных, экономических и политических условиях настоящего времени [186]. Особое значение приобретает профессия учителя математики. Это связано с тем, что в условиях реформирования и становления образования в Донецкой Народной Республике курс математики в общеобразовательных школах претерпевает значительные изменения, связанные, прежде всего, с усилением развивающей и воспитывающей роли математики как учебного предмета. Главным заданием образовательных организаций среднего общего образования является создание благоприятных условий для раскрытия и развития математических способностей и творческого потенциала школьников. С таким сложным заданием способен справиться только высокообразованный, высокоинтеллектуальный учитель, обладающий фундаментальными знаниями. Современное образование в ДНР ориентировано на интеграцию в международное образовательное пространство, в том числе российское, а его фундаментализация – одна из важнейших национальных традиций российского образования.

На современном этапе развития высшего образования в ДНР предъявляются повышенные требования к профессиональной (особенно, предметной) подготовке

учителя, который должен владеть новейшими методиками и технологиями обучения, обладать научным мышлением, быть творцом учебного процесса в школах двадцать первого столетия. Такие требования предполагают изменения в структуре высшего педагогического образования, создают предпосылки и необходимость пересмотра и улучшения качества подготовки учителя. Образование в ДНР нацелено на то, чтобы стать частью открытого мирового образовательного пространства, поэтому учителя математики должны быть более конкурентоспособными на рынке труда. Индивидуализация обучения, дифференцированный подход, использование психолого-педагогических исследований для усовершенствования процесса обучения, поиск оптимальных условий для реализации сложного математического содержания требуют от учителя математики не только высокой компетентности в предметной области, но и достаточной подготовленности к самообразованию и проявлению творческой активности. Вопросы формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики исключительно важны и являются объектом исследования многих авторов. Компетентностный подход, ставший парадигмой высшего профессионального образования, представляет собой давно и серьезно изучаемую область.

Качество профессиональной подготовки учителя математики в значительной мере зависит от уровня овладения им фундаментальными математическими дисциплинами: алгеброй, геометрией, математическим анализом, математической логикой и другими. В алгебраической подготовке будущего учителя математики важнейшее место занимает обучение алгебраическим структурам. Зарождение, возникновение и применение алгебраических структур можно найти в каждой математической дисциплине, то есть в предметной области будущего учителя математики. Кроме того, если речь идет о подготовке будущих учителей, то изучение фундаментальных математических дисциплин должно давать не только общее математическое образование, но и отвечать на целиком определенные и конкретные вопросы школьного курса. Поэтому в числе основных идей курса любой математической

дисциплины должна найти себе место идея его связи с элементарной математикой. И здесь уже трудно переоценить роль таких алгебраических структур, как группы, кольца и поля, которые фактически обязаны своим появлением развитию понятия числа и арифметических операций и крайне необходимы при изучении теории чисел и числовых систем, имеющих прямое отношение к школьному курсу математики.

Поэтому, на наш взгляд, чрезвычайно важным является вопрос разработки теоретических и научно-методических основ построения методики обучения алгебраическим структурам, направленной на профессиональную подготовку будущего учителя математики в условиях фундаментализации математического образования.

Степень разработанности темы исследования. Проблему фундаментализации высшего профессионального образования исследовали в своих работах С.А. Баляева [13], А.В. Балахонов [11], И.В. Детушев [52], Л.С. Елгина [59], С.Я. Казанцев [78], В.Г. Кинелев [86], Т.В. Крылова [99], Н.Е. Кузнецова [102], Н.В. Ладогубец [109], И.В. Левченко [110], И.Г. Мегрикян [122], Е.А. Цапко [235], Н.А. Читалин [239] и другие. Вопросы фундаментализации проанализированы в исследованиях, посвященных математической подготовке учителя математики (публикации и диссертационные исследования Е.И. Дезы [50], С.И. Калинина [80], Н.И. Попова [164, 165, 166], Ю.В. Романова [176], Н.В. Садовникова [179, 180, 181], В.А. Тестова [220, 221] и др.). Одни авторы рассматривают феномен с точки зрения классической дидактики, деятельностного и системного подходов, предлагают построение содержания фундаментальных курсов согласно принципу генерализации знаний, предполагающему четкое выделение стержней курса и его основных идей [220]. В исследованиях других авторов фундаментализация рассматривается как требование глубокого и основательного изучения тщательно отобранного фундамента учебной дисциплины [176]. Так, например, фундаментальное образование в области элементарной математики включает в себя знания некоторой совокупности понятий и фактов высшей математики как целостной

системы в их взаимосвязях с понятиями, утверждениями и конкретными задачами элементарной математики [176]. Третья позиция заключается в том, что для математики фундаментальные знания – это стержневые, системообразующие, методологически значимые представления, восходящие к истокам понимания, к первичным сущностям [164].

Фундаментализация, являясь процессом формирования «знаниевого ядра» личности, составляет одно из основных направлений модернизации образования в России. Последователи этого направления исходят из того, что фундаментальное образование учителя математики опирается, прежде всего, на его математическую подготовку, осуществляемую в соответствии с положениями системного, деятельностного и интегративного подходов, концепцией гуманизации и гуманитаризации образования, принципами вариативности и профессиональной направленности [179]. Фундаментализация математического образования в педагогическом университете определяется как система мер, предполагающих изменение учебных планов и программ математических дисциплин (программы должны отражать «фундаментальное ядро» предметных знаний); насыщение содержания обучения новыми научными сведениями, фактами, открытиями математической науки; включение в программу математической подготовки будущих специалистов научно-исследовательской деятельности студентов; обеспечение условий для формирования у обучающихся средствами математики гибкого научного мышления, общей культуры и профессиональных компетенций; применение в организации их математической подготовки достижений методики обучения математике как научной области [80].

Одним из таких связующих звеньев фундаментального математического знания, красной нитью проходящего через все математические дисциплины, начиная со школьной математики, является теория алгебраических структур. Алгебраические структуры по существу возникают сразу же, когда начинается изучение понятия числа и арифметических действий. Проанализированные нами учебники по алгебре [6, 28, 29, 30, 31, 32, 56, 115, 116, 117, 126, 132, 137, 138, 139, 140, 141] для общеобразовательных школ и классов с углубленным изучением

математики не содержат материалы, посвященные изучению алгебраических структур, или обобщающие понятия некоторых структур, хотя идеи пропедевтического изучения алгебраических структур еще в школе высказывались многими авторами. Так, например, П.С. Александров утверждает, что овладеть понятием группы может с интересом и пользой всякий любящий математику ученик старших классов. Понятие группы не труднее понятия функции, его можно освоить на самых первых ступенях математического образования на материале элементарной математики [2]. Однако ряд исследователей отмечают, что многие студенты-первокурсники естественнонаучных и особенно математических факультетов университетов, в том числе и выпускники классов с углубленным изучением математики, испытывают серьезные трудности на начальных этапах обучения в высшей школе при изучении математических теорий высокого уровня абстракции. Следовательно, учащихся целесообразно подготовить к преодолению упомянутых трудностей в процессе изучения математики в школе. Например: провести курс обобщающего повторения в контексте одного из фундаментальных математических понятий. В качестве такого ведущего понятия можно выбрать понятие алгебраической структуры [26].

Акцентируя внимание на фундаментализации математического образования, а также его интеграции с наукой как на важных условиях достижения целей общего математического образования, можно утверждать, что обобщение различных аспектов процесса изучения алгебраических структур позволило бы повысить уровень математической подготовки учащихся; осуществить формирование их научного мировоззрения; развить творческие, исследовательские способности обучаемых [97]. Для реализации такого содержания курса математики в школе необходимо подготовить учителя, владеющего фундаментальными математическими знаниями, в том числе глубокими знаниями теории алгебраических структур.

Вопросы преподавания алгебры в педагогических образовательных организациях высшего профессионального образования изучают в

диссертационных исследованиях многие авторы: С.Н. Горлова [43], И.В. Кузнецова [101], С.А. Моисеев [123], Н.П. Рыжова [178], Н.П. Солдатенков [211], О.А. Сотникова [216], Г.Г. Хамов [231] и др. Однако, рассмотрению математических (и алгебраических) структур посвящены лишь некоторые диссертационные исследования. Так, В.А. Тестов базирует математическое образование в школе и в университете на изучении математических структур [222]. И.В. Кузнецова использует алгебраические структуры как средство для формирования методической компетентности учителя математики [101]. На современном этапе рассмотрение вопроса построения методики обучения алгебраическим структурам при подготовке будущего учителя математики в условиях фундаментализации образования остается открытым.

Таким образом, несмотря на значительное количество исследований, посвященных подготовке учителя математики, вопрос качественного и эффективного его обучения алгебраическим структурам в современных условиях фундаментализации математического образования сохраняет свою актуальность. Существуют *противоречия*:

- между повышенными требованиями к профессиональной (особенно предметной) подготовке учителя математики, предъявляемыми вызовами времени, и недостаточно высокой готовностью к педагогической деятельности;
- между потребностью современного общества в фундаментализации математического образования будущего учителя и низкими темпами этого процесса;
- между колоссальным потенциалом алгебраического материала при подготовке будущих учителей математики и недостаточно высокой эффективностью его использования.

Указанные противоречия определяют **проблему исследования**, состоящую в поиске теоретических и методических основ, педагогических технологий и средств обучения алгебраическим структурам для полноценной подготовки учителя математики в условиях фундаментализации математического образования.

Актуальность проблемы, ее недостаточное теоретическое освещение и потребности времени обусловили выбор **темы диссертационного исследования** «Методика обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики в условиях фундаментализации математического образования».

Связь работы с научными программами, планами, темами. Диссертационное исследование проводилось в соответствии с Законом Донецкой Народной Республики «Об образовании» [69], современными научными психолого-педагогическими и методическими исследованиями в области теории и методики обучения математике. В диссертации использованы результаты, полученные автором во время участия в выполнении работы над кафедральной научно-исследовательской темой Г-10/41 «Моделирование эвристико-дидактических систем» на базе ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Таким образом, тема диссертации «Методика обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики в условиях фундаментализации математического образования» является актуальной.

Цель исследования заключается в создании научно обоснованной методики обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики, направленной на их профессиональную подготовку в условиях фундаментализации математического образования.

Для достижения цели в работе были поставлены и решены следующие задачи:

1) проанализировать психолого-педагогическую и научно-методическую литературу по проблеме исследования, а также изучить состояние разработанности проблемы фундаментализации математического образования будущих учителей математики в процессе обучения системе алгебраических дисциплин, определить роль и место алгебраических структур в подготовке будущего учителя математики;

2) выделить психолого-педагогические предпосылки обучения алгебраическим структурам студентов, будущих учителей математики, и на этой

основе сформулировать методические требования к обучению алгебраическим структурам будущих учителей математики в условиях фундаментализации образования;

3) разработать все составляющие методической системы обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики, создать технологии и инструментарий для практической реализации цели исследования;

4) экспериментально проверить эффективность разработанной методики обучения и выполнить коррекцию полученных результатов.

Объект исследования: процесс обучения будущего учителя математики циклу алгебраических дисциплин в образовательных организациях высшего профессионального образования.

Предмет исследования: методическая система обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики в условиях фундаментализации математического образования.

Научная новизна исследования состоит в том, что:

– *впервые* сформулированы роль и место алгебраических структур в подготовке студентов, будущих учителей математики, в условиях фундаментализации математического образования; разработаны концептуальные основы обучения студентов алгебраическим структурам в рамках базовых дисциплин алгебраического цикла и вариативных курсов; выделены психолого-педагогические предпосылки и создана методическая система обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики в условиях фундаментализации математического образования;

– *определено понятие* вариативного курса «Алгебраические структуры» для будущих учителей математики как дисциплины, обобщающей и систематизирующей алгебраические знания, направленные на формирование у студентов гибкого научного мышления и профессиональных компетенций, обеспечивающих готовность применять профессиональные знания, умения и навыки в педагогической деятельности в школе;

– *уточнено понятие* фундаментализации математического образования будущего учителя математики, которая трактуется как направленность образования на овладение студентами универсальной, целостной, взаимосвязанной системой математических знаний, на формирование обобщенных способов научного мышления и деятельности, профессиональных компетенций и общей культуры, обеспечивающих готовность применять полученные знания, умения и навыки в деятельности учителя математики;

– *усовершенствованы* методические требования к обучению алгебраическим структурам будущих учителей математики, включая управление самостоятельной работой студентов;

– *дальнейшее развитие* получили принципы отбора и структурирования содержания учебного материала; компьютерные средства обучения, направленные на фундаментализацию математического образования; структура, содержание и подходы к разработке учебно-методического комплекса обучения алгебраическим структурам.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость исследования состоит в обогащении теории и методики обучения математике в высшей профессиональной школе в части теоретико-методологического обоснования обучения алгебраическим структурам в условиях фундаментализации математического образования за счет:

– теоретического обоснования необходимости создания основных концептуальных положений методики обучения алгебраическим структурам при подготовке будущих учителей математики;

– описания технологии работы с системой задач по алгебраическим структурам, направленной на интеграцию алгебраического знания, получаемого студентами в высшей профессиональной школе, и формирование готовности его применения в практике преподавания школьного курса алгебры;

– определения и проектирования средств управления самостоятельной работой студентов при обучении алгебраическим структурам, в том числе и мультимедийных.

Практическая значимость исследования состоит:

– во внедрении методики обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики в фундаментальные курсы алгебры, теории чисел, математической логики;

– в разработке дисциплины «Алгебраические структуры», предлагаемой в блоке вариативных профессиональных дисциплин как обобщающего курса для математической подготовки будущего учителя математики и формирования умений применять алгебраические структуры в практике преподавания школьного курса алгебры;

– в создании и внедрении учебно-методического инструментария по обучению алгебраическим структурам в условиях фундаментализации математического образования учителя, включающего:

- 1) рабочую программу вариативного курса «Алгебраические структуры»;
 - 2) учебные и методические пособия: «Линейная алгебра. Методические указания к лабораторным работам. Пособие для студентов» [167]; «Линейная алгебра. Практикум: учебное пособие для студентов» [168]; «Линейная алгебра. Практикум: учебно-методическое пособие для студентов» [83]; «Алгебра и теория чисел: методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов» [82]; «Математическая логика: методическое пособие по организации самостоятельной работы студентов» [210]; «Алгебраические структуры в системе фундаментальной подготовки будущего учителя математики: учебно-методическое пособие» [185];
 - 3) дистанционный курс «Линейная алгебра» для организации самостоятельной работы студентов;
 - 4) мультимедийные методические тренажеры по алгебре на обобщение и систематизацию знаний;
- в разработке измерителей для проверки эффективности методики обучения будущих учителей математики алгебраическим структурам.

Разработанный инструментарий может быть использован преподавателями, методистами, авторами учебников и учебных пособий.

Рекомендации, предложения, а также авторская рабочая программа вариативного курса «Алгебраические структуры», учебные пособия, мультимедийные тренажеры и дистанционный курс были внедрены в педагогическую практику ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (справка о внедрении № 296/01–27/6.1.0. от 30.11.2017 г.)

Методология и методы исследования. *Методологической основой исследования* являются: общая теория познания, психологическая теория деятельности (Л.С. Выготский, П.Я. Гальперин, А.Н. Леонтьев, Е.И. Машбиц, С.Л. Рубинштейн и др.), теория фундаментализации высшего профессионального образования (А.В. Балахонов, Е.И. Деза, Т.В. Крылова, Н.И. Попов, Ю.В. Романов, Н.В. Садовников, В.А. Тестов и др.), психолого-педагогические аспекты личностно ориентированного и дифференцированного обучения (Н.А. Алексеев, Д.А. Белухин, В.А. Болотов, Г.Д. Глейзер, В.В. Сериков, Н.М. Шахмаев и др.), психолого-педагогические положения контекстного и компетентностного подходов к обучению (И.А. Акуленко, А.Л. Андреев, А.А. Вербицкий, И.И. Драч, Э.Ф. Зеер, И.А. Зимняя, И.В. Кузнецова, А.И. Кузьминский, О.И. Матяш, Л.И. Ничуговская, Дж. Равен, Е.И. Скафа, С.А. Скворцова, В.А. Сластенин, С.Л. Троянская, А.В. Хуторской и др.), психолого-педагогические аспекты деятельностного подхода к обучению (Е.Г. Евсеева, О.Б. Епишева, А.Н. Леонтьев, О.А. Малыгина, М.А. Родионов и др.), закон ДНР «Об образовании» (2015), закон Украины «Про вищу освіту» (2010), государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования по направлениям подготовки 01.03.01 Математика, 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями), теоретико-методические основы использования информационно-коммуникационных технологий в обучении (О.Н. Гончарова, П.П. Дьячук, М.И. Жалдак, П.И. Образцов, У.В. Плясунова, Е.С. Полат, Е.И. Скафа, О.К. Филатов и др.), теория и методика статистической обработки результатов педагогического эксперимента (М.И. Грабарь, К.А. Краснянская, Д.А. Новиков, П.И. Образцов и др.).

В ходе исследования использовались *следующие методы*:

теоретические (анализ действующих государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования, учебных программ, учебников и учебных пособий, монографий, диссертаций, статей и материалов научно-методических конференций; обобщение педагогического опыта образовательных организаций высшего профессионального образования);

эмпирические (педагогическое наблюдение, беседы с преподавателями и студентами, интервьюирование и анкетирование преподавателей и студентов, анализ устных ответов, а также письменных самостоятельных и контрольных работ по элементарной математике, алгебре, математической логике, теории чисел, алгебраическим структурам студентов, будущих учителей математики, анализ существующего педагогического опыта обучения алгебраическим структурам в образовательных организациях высшего профессионального образования, касающегося темы диссертации);

экспериментальные (констатирующий, поисковый и формирующий этапы целенаправленного педагогического эксперимента; качественный и количественный анализ данных, полученных в ходе эксперимента).

Положения, выносимые на защиту.

1. Реализацию задач, связанных с подготовкой учителя математики, целесообразно осуществлять на основе формирования в ходе образовательного процесса целостной системы математических знаний, опираясь на возможности обучения алгебраическим структурам в основных и вариативных курсах. Использование авторской методики обучения алгебраическим структурам позволяет адекватно представлять процесс профессиональной подготовки учителя математики в условиях фундаментализации математического образования и эффективно управлять этим процессом, что способствует достижению основной цели профессионального педагогического образования –подготовки квалифицированного и компетентного учителя математики.

2. При обучении студентов алгебраическим структурам в курсах алгебры, математической логики, теории чисел и вариативном курсе «Алгебраические

структуры» достигаются следующие цели фундаментализации математического образования будущих учителей математики:

- формирование целостной и взаимосвязанной системы знаний;
- формирование базисных (стержневых и системообразующих) знаний, умений и навыков;
- формирование обобщенных способов мышления и деятельности;
- формирование потребности в самообразовании и готовности к нему;
- формирование готовности применять профессиональные знания, умения и навыки в различных ситуациях педагогической практики;
- развитие творческих способностей и формирование научно-исследовательского мышления.

3. Авторский дистанционный курс «Линейная алгебра», мультимедийные методические тренажеры по алгебре и учебно-методические пособия [82, 83, 167, 168, 185, 210] обеспечивают условия для самостоятельной работы будущих учителей математики при изучении алгебраических структур, а также для формирования и развития у них профессиональных компетенций – готовности применять алгебраические структуры в практике преподавания школьного курса алгебры.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность исследования обеспечивается опорой на фундаментальные психологические концепции обучения и развития студентов, объективным научным анализом теоретических и практических аспектов проблемы, результатами количественной и качественной статистической обработки данных, полученных в ходе эксперимента, внедрением в практику результатов исследования, обсуждением теоретических положений и результатов исследования на конференциях и научных семинарах. Основные теоретические и практические результаты диссертационной работы регулярно обсуждались на региональном научно-методическом семинаре «Эвристика и дидактика математики», который проводился на кафедре высшей математики и методики преподавания математики ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (2005-2017 гг.).

Основные теоретические и практические результаты исследования были успешно представлены и обсуждены в период с 2002 по 2017 гг. на:

международных научно-методических конференциях: V Международной алгебраической конференции в Украине (Одесса, ОНУ им. И.И. Мечникова, 2005 г.), «Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє» (16-18 жовтня 2007 р., Київ), «Проблеми математичної освіти» (Черкасы, ЧНУ им. Б. Хмельницького, 2009 р.), «Эвристическое обучение математике» (Донецк, ДонНУ, 2009 г.), «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики» (Киев, НПУ им. М.П. Драгоманова, 2011 г.), I, II, III Міжнародних науково-практичних інтернет-конференціях «Сучасні тенденції розвитку математики та її прикладні аспекти» (Донецьк, ДонНУЕТ, 2012, 2013, 2014 рр.), XVII Международной научно-практической интернет-конференции «Проблемы и перспективы развития науки в начале третьего тысячелетия в странах СНГ» (Переяслав-Хмельницкий, 2013 г.), 8-й Международной конференции по геометрии, топологии и преподаванию геометрии (Черкасы: ЧДТУ, 2013), «Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика» (Воронеж, ФГБОУ ВПО «ВГЛТА», 2014 г.), I Международной научной конференции «Донецкие чтения 2016. Образование, наука и вызовы современности» (Донецк, ДонНУ, 2016 г.), «Современные проблемы физико-математических наук» II международной научно-практической конференции, (Орел, ОГУ, 2016 г.);

всеукраинских научно-практических конференциях: «Алгебраїчні методи дискретної математики» (Луганск, ЛГПУ им. Тараса Шевченко, 2002 г.), «Самостійна робота студентів – найважливіший засіб підвищення якості знань» (Донецк, ДонНУ, 2003 г.).

Публикации. Результаты исследования опубликованы в 30 печатных работах общим объемом 33,8 п.л., из которых автору лично принадлежит 18,51 п.л. Из них 6 публикаций в рецензируемых научных изданиях, общим объемом 4,27 п.л., из которых автору лично принадлежат 3,82 п.л.; 18 работ в других научных изданиях, общим объемом 4,65 п.л., из которых автору лично

принадлежат 3,55 п.л., 6 учебно-методических пособий, общим объемом 24,88 п.л., из которых автору лично принадлежат 11,14 п.л.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, двух разделов, заключения, списка используемой литературы из 249 наименований, среди которых 4 на иностранном языке, 4 приложений. Работа содержит 8 таблиц и 31 иллюстрацию. Основной текст изложен на 166 страницах (без учета литературы и приложений).

РАЗДЕЛ 1

**ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ
АЛГЕБРАИЧЕСКИМ СТРУКТУРАМ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ
МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ ФУНДАМЕНТАЛИЗАЦИИ
ОБРАЗОВАНИЯ**

1.1. Фундаментализация математического образования при подготовке учителя математики

Вопросы фундаментализации высшего образования рассматривались многими авторами в научных статьях и диссертационных исследованиях. Тем не менее, понимание этого феномена у разных авторов – различно. Некоторые исследователи, обращаясь к толковому словарю, находят значение слов «фундамент» – основание, опора, база, основа, «фундаментальный» – прочный, основательный, глубокий, основной, главный [147]. Часто фундаментализация образования понимается как более углубленная теоретическая подготовка или как более широкое изучение теоретических основ по данному направлению. Эту мысль развивает А. М. Новиков: «Возникает понятие фундаментализации образования как углубления теоретической общеобразовательной, общенаучной, общепрофессиональной подготовки учащихся и студентов, в профессиональной же школе еще и расширения профиля их профессиональной подготовки в отличие от узкоспециализированной. Смысл тенденции фундаментализации образования заключается в превращении образования в подлинный фундамент материальной и духовной, теоретической и практической деятельности людей» [144, с. 64].

Фундаментализацию образования рассматривают и как процесс изучения фундаментальных наук или обеспечение обучающихся фундаментальными знаниями по преподаваемой дисциплине. Под фундаментализацией высшего образования понимают и системное, всеохватывающее обогащение учебного процесса фундаментальными знаниями и методами творческого мышления, выработанными фундаментальными науками, причем само высшее образование

должно постоянно обогащаться достижениями этих наук. Такую точку зрения принимают как отправную Н.И. Попов [166], А.В. Балахонов [12], М.В. Буланова-Топоркова [21]. При этом возникает вопрос, какие науки и какие дисциплины считать фундаментальными. К фундаментальным наукам, как правило, относят науки, чьи понятия и законы не являются следствием других наук; науки, изучающие явления природы и общества. Фундаментальными науками чаще всего называют математику и естественные науки. При таком понимании фундаментальными называют дисциплины, изучающие фундаментальные науки. Но с такой трактовкой согласны не все авторы. Э. М. Фридман отмечает: «Эквивалентом фундаментализации содержания образования не может стать придание статуса фундаментальных отдельным дисциплинам в соответствии с фундаментальностью какой-то науки. Для достижения указанной цели необходим пересмотр содержания общенаучной, общепрофессиональной и специальной подготовки студентов, основанный на фундаментализации знаний по всем дисциплинам, включая и так называемые профессионально ориентированные (специальные). При этом под *фундаментальными знаниями* следует понимать структурные единицы научного знания, которые имеют такой уровень обобщения в них явлений действительности, их «отношений», что все другие варианты этих единиц знаний являются специальными случаями при определенных ограничениях параметров исходных структурных единиц» [229, с. 178]. Мы солидарны с таким пониманием фундаментального знания и в дальнейшем при употреблении этого термина будем подразумевать именно такое его определение.

В некоторых источниках мы видим другой подход к пониманию фундаментальной науки, основанный на противопоставлении фундаментальных и прикладных наук. Первые являются теоретическими и изучают закономерности природы и общества, другие – решают задачи применения того, что познано теоретическими науками. В этом смысле можно говорить о фундаментальной и прикладной математике, о фундаментальной и прикладной физике, о фундаментальной и прикладной химии и так далее. Понятно, что подобное противопоставление скорее подчеркивает единство двух сторон науки и влечет

противопоставление двух сторон одного процесса образования – его фундаментальной и прикладной направленности. Мы согласны с мнением Н. В. Садовникова о том, что наиболее оптимальным является образование, которое базируется на единстве фундаментальности и профессиональной направленности обучения [181]. На наш взгляд, профессиональная подготовка должна осуществляться на основе фундаментальных знаний. И в этой ситуации нельзя рассуждать о том, что важнее. Формирование профессиональных компетенций невозможно без фундаментальных знаний. А фундаментальная подготовка не может быть мертвым грузом, а должна находить применение в профессиональной деятельности. В быстро меняющемся мире задача образования заключается не только в обеспечении будущего специалиста набором профессиональных умений, но и в воспитании профессионала, владеющего фундаментальными знаниями на все случаи и на все времена.

Можно научить решать квадратные уравнения? А простейшие логарифмические? А простейшие тригонометрические? А алгебраические однородные уравнения? Конечно. Но, обучая школьника решать уравнения какого-либо вида, мы не учим решать другие уравнения, не попадающие под данную классификацию. Такой подход к обучению, так называемая «методика натаскивания», имеет право на жизнь и необходима в некоторых случаях. Все зависит от целей обучения. Если же целью обучения является формирование профессионала, будущего учителя математики, то его нужно обучать не решению уравнений, в частности, а математике, одним из приложений которой является и решение уравнений, в том числе. Вместо обучения разрозненным умениям, мы должны предлагать обучаемым целостные фундаментальные знания, формирующие соответствующий подход к решению возникающих разнообразных отдельных задач. И такое понимание фундаментализации образования, по-видимому, приемлемо при подготовке любых специалистов, а не только будущих учителей математики. «В качестве основы фундаментализации провозглашается создание такой системы и структуры образования, приоритетом которых являются не прагматические, узкоспециализированные, а методологически

важные, долгоживущие и инвариантные знания, способствующие целостному восприятию научной картины окружающего мира, интеллектуальному расцвету личности и ее адаптации в быстро изменяющихся социально-экономических и технологических условиях», – пишет Н. И. Попов [164, с. 91].

Бывает, мы сталкиваемся с мнением: «Кому нужна ваша алгебра? Зачем школьному учителю математики разбираться в теории конечных групп, если он всю жизнь будет обучать решению квадратных уравнений?» Подобные взгляды, по нашему мнению, являются примитивными и недальновидными. Учитель математики должен быть и математиком и педагогом. Но одними декларациями здесь не обойтись, так как возможности при подготовке бакалавра – не безграничны. Есть ограничение во времени, мы не можем просто раздуть математические курсы и говорить о фундаментализации образования. Выход – в тщательном отборе содержания каждого курса. Об этом пишут многие авторы, исследовавшие понятие фундаментализации образования. Так, В. А. Тестов считает, что этот феномен является характеристикой содержания образования, и поэтому его понимание во многом зависит от трактовки содержания образования [220]. Фундаментализация – требование глубокого и основательного изучения тщательно отобранного фундамента учебной дисциплины, отмечает Ю. В. Романов [176]. Речь идет о таком отборе содержания учебных дисциплин, чтобы основополагающие, «стержневые знания» по каждой из них не только сформировали целостное восприятие единой науки, но и стали основой для творческого мышления и самостоятельного продуцирования знаний [176]. В. А. Тестов подчеркивает, что фундаментальность (как результат фундаментализации) образования характеризуется целостностью, взаимосвязанностью и наличием системообразующих стречней (принцип генерализации знаний) [221]. Конечно же, фундаментализация образования не является самоцелью, но одним из средств достижения целей образования. Среди этих целей – формирование гармоничной личности высококвалифицированного профессионала, обладающего целостной системой знаний, способного к научному исследованию и творческому применению этих знаний. Изучая феномен

фундаментализации образования, Н. И. Попов отмечает основные направления, которые встречаются в трактовках этого понятия [165]:

I. Интеграция образования и науки.

II. Овладение базисными (стержневыми и системообразующими) знаниями, умениями и навыками.

III. Гуманизация и гуманитаризация образования.

IV. Формирование обобщенных способов мышления и деятельности, потребности в самообразовании.

V. Готовность применять профессиональные знания, умения и навыки в различных ситуациях.

К этим направлениям мы добавили бы еще:

VI. Формирование творческих способностей и способностей к научным исследованиям.

VII. Формирование целостной и взаимосвязанной системы знаний (формирование так называемого «знаниевого ядра»).

Фактически, все эти направления отражены в выводах, которые делает В. А. Тестов, исследуя понятие фундаментализации образования. Автор считает, что «фундаментальность образования означает направленность содержания образования на методологически важные, долгоживущие и инвариантные элементы человеческой культуры, способствующие инициации, развитию и реализации творческого потенциала обучаемого, обеспечивающие качественно новый уровень его интеллектуальной и эмоционально-нравственной культуры, создающие внутреннюю потребность в саморазвитии и самообразовании на протяжении всей жизни человека, способствующие адаптации личности в быстро изменяющихся социально-экономических и технологических условиях» [221, с. 8]. При этом, очевидно, рассуждая о фундаментализации образования, подразумевают процесс, а употребляя «фундаментальность образования», имеют ввиду результат этого процесса.

Особенно интересны исследования авторов, затрагивающих вопросы фундаментализации математического образования. Например, Н. И. Попов [164,

165, 166] изучает проблемы фундаментализации математического образования в университете, а Е.И. Деза [50, 51] С.И. Калинин [80], Ю.В. Романов [176], Н.В. Садовников [179, 180, 181] В.А. Тестов [219, 220, 221, 222] исследуют проблемы фундаментализации образования при обучении будущего учителя математики. Так, Ю.В. Романов акцентирует необходимость формирования у будущих учителей математики исследовательских умений и отмечает, что принцип моделирования научных исследований позволяет не только фундаментализировать математическое образование учителей математики, но и в некоторой степени направлен на фундаментализацию их методического образования [176]. Исследователь также предостерегает от соблазна насыщения программы новыми математическими курсами или раздувания уже существующих на пути фундаментализации образования и отмечает, что повысить уровень фундаментальности образования можно через изменение методики чтения математических дисциплин, пересмотр их содержания [176].

Н.В. Садовников в своих работах пишет, что фундаментализация образования учителя математики опирается на его математическое образование, осуществляемое в соответствии с положениями системного, целостного и интегративного подходов, концепцией гуманизации и гуманитаризации образования, принципами вариативности и профессиональной направленности [181]. Кроме того, автор, ориентируясь на Федеральный государственный стандарт высшего образования, считает, что основная цель фундаментализации математического образования при подготовке учителя заключается в овладении им компетенциями, отражающими качество предметной подготовки, которые в этом случае уместно назвать предметно-профессиональными. Е.И. Деза также, исходя из положений ФГОС ВО, анализирует основные положения компетентностного подхода, рассматривает содержание подготовки учителя математики в условиях фундаментализации образования [51]. Автор подразделяет предметно-профессиональные компетенции на содержательные, технологические, личностные и приводит основные цели математической подготовки будущего учителя математики – выпускника школы, бакалавра и магистра [50]. Нам

интересны перечисленные цели еще и с точки зрения анализа основных целей обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики в условиях фундаментализации их образования. Важность изучения будущими учителями математики алгебраических структур подчеркивает В.А. Тестов [222], отмечая, что должна отводиться особая роль изучению математических структур (алгебраических, порядковых, топологических), наиболее важных для профессиональной направленности. Это важно не только с точки зрения математического образования, но и с точки зрения развития мышления. Для обеспечения математического развития, отмечает В. А. Тестов, должны быть сформированы не только алгебраические, порядковые и топологические структуры, которые представляют собой, прежде всего, системы хранения знаний, но необходимо сформировать и структуры, которые представляют собой определенные качества математического мышления и являются средствами и методами познания. Такие структуры называются схемами математического мышления [222]. С.И. Калинин, анализируя разные подходы к пониманию фундаментализации образования, дает определение фундаментализации математического образования в высшей школе. Автор определяет это понятие как систему мер, направленных на развитие таких компонентов содержания обучения студентов математическим дисциплинам, как предметные математические знания, учебные действия, адекватные этим знаниям и требованиям современного информационного общества к результатам образования, эвристические и исследовательские приемы математической деятельности, место математических разделов в системе знаний (естественнонаучных, технических, гуманитарных), их роль в изучении человеком явлений окружающего мира, этапы становления и развития отдельных областей математики [80].

Соглашаясь с большинством положений, рассматриваемых при изучении феномена фундаментализации математического образования, мы предлагаем понимать его следующим образом: *фундаментализация математического образования будущего учителя математики* – это направленность образования на овладение студентами универсальной, целостной и взаимосвязанной системой

математических знаний, на формирование обобщенных способов научного мышления и деятельности, профессиональных компетенций и общей культуры, обеспечивающих готовность применять полученные знания, умения и навыки в деятельности учителя математики.

Проведенный анализ работ отечественных и зарубежных ученых, затрагивающих в своих исследованиях вопросы фундаментализации математического образования, показывает необходимость формирования у будущих учителей математики исследовательских умений и приводит к выводу о том, что фундаментализация образования учителя математики опирается на его математическую подготовку, осуществляемую в соответствии с положениями системного, деятельностного и интегративного подходов, что уровень фундаментальности образования можно повысить через изменение методики обучения математическим курсам, пересмотр их содержания [189]. Если говорить об алгебраических дисциплинах при обучении будущих учителей математики, здесь именно то самое фундаментальное ядро составляют алгебраические структуры. Обучение студентов алгебраическим структурам обеспечивают формирование у будущих учителей математики основополагающих, стержневых и системообразующих знаний по алгебре, в частности, и по математике в целом.

1.2. Роль и место алгебраических структур в подготовке будущего учителя математики

Согласно определению, предложенному в трактате Н. Бурбаки [22], задание на множестве одного или нескольких законов композиции (внутренних или внешних) определяет в этом множестве *алгебраическую структуру*. Причем эти законы могут быть подчинены некоторым условиям или быть связаны друг с другом некоторыми отношениями. Под внутренним законом композиции при этом понимается сопоставление каждой упорядоченной паре элементов данного множества вполне определенного элемента этого же множества (т. е. на множестве задана бинарная алгебраическая операция). Если же один из элементов

взяты из данного, «основного», множества, а другой – из другого, «вспомогательного», множества, то внешний закон композиции сопоставляет каждой такой паре элементов элемент из «основного» множества. В более широком понимании алгебраической структурой называют множество с заданным на нём набором операций и отношений, удовлетворяющим некоторой системе аксиом [22].

Очевидно, современный человек сталкивается с алгебраическими структурами, практически, с самого начала осознанной жизни, когда учится складывать натуральные числа. Знакомство с алгебраическими структурами в школе начинается с изучения чисел и операций на них. Сначала возникает множество натуральных чисел с заданной на нем операцией сложения и свойствами коммутативности (переместительный закон) и ассоциативности (сочетательный закон) [36, 54, 55, 128, 129, 133, 134, 155, 156, 236, 237]. Ученик младшей школы знакомится с аддитивной коммутативной полугруппой натуральных чисел. После запоминания таблицы умножения и освоения умножения чисел «в столбик», учащийся фактически уже имеет дело с мультипликативным коммутативным моноидом натуральных чисел. Далее, необходимость обращения операций сложения и умножения влечет расширение множества натуральных чисел до множества целых чисел (возникает аддитивная группа и коммутативное кольцо с единицей), расширение множества целых чисел до множества рациональных чисел (появляется мультипликативная группа обратимых чисел и поле) [31, 32, 74, 75]. На этом изучение чисел в школе не заканчивается, а продолжается изучением поля действительных чисел. Конечно, в основном, ученики средних школ изучают именно числовые алгебраические структуры [6, 30, 32, 56, 115, 116, 117, 126, 132, 140, 141]. И, чаще всего, алгебраические операции и отношения встречаются именно на числовых множествах. Речь, конечно же, об операциях сложения и умножения чисел, об отношении линейного порядка. Однако при изучении геометрических векторов снова возникает алгебраическая операция – сложение, а вокруг нее – соответствующая алгебраическая структура [10, 79]. Изучаются свойства

операции. Трудно не заметить, что для этой операции выполняется и ассоциативность; и коммутативность; и нулевой вектор не только называется похожим на «ноль» словом, но и выполняет те же функции нейтрального элемента; и противоположный вектор к каждому из векторов – существует. Возникает аддитивная коммутативная группа векторов. Введение операции умножения вектора на действительное число превращает аддитивную группу векторов в линейное пространство. При этом декартова прямоугольная система координат позволяет вместе с линейным пространством геометрических векторов на плоскости (или в пространстве) изучать изоморфное двумерное (или трехмерное) арифметическое линейное пространство.

Школьник постоянно имеет дело с коммутативными, ассоциативными операциями с нейтральным элементом, то есть обладающими одинаковыми свойствами. Но это сходство остается незамеченным. Коммутативность и ассоциативность воспринимается как данность и не замечается вовсе. Между нулем и единицей не замечается ничего общего, вопросы обратимости чаще всего сводятся к примитивной фразе «на ноль делить нельзя», без всяких объяснений и аргументации. А сравнивать операции на разных множествах вообще не приходит в голову, ведь носители операций такие разные (числовое множество и множество векторов, например). Тот самый уровень абстракции, который уже давно достигнут человечеством и реализован в математике вообще, и в вопросах алгебры в частности, не достижим пока для большинства учащихся школ и многих студентов университетов. Почему? Почему в сознании школьника математика предстает не цельной, стройной, поражающей красотой и изяществом, наукой, а остается каким-то разрозненным набором фактов и, не понятно зачем, приобретенных навыков? Ответственность за формирование знаний учащихся в большей мере лежит на учителях. От того, как подготовлен учитель математики, насколько единым целым видится ему огромное здание математики, зависит и математическое образование школьника. И тут уже трудно переоценить важность изучения алгебраических структур студентами математических направлений подготовки вообще, и будущими учителями математики, в частности. Мы

уверены, что без полноценного алгебраического образования невозможно подготовить высококвалифицированного математика и грамотного учителя математики [186].

Чтобы понять, как решается задача алгебраической подготовки, нами рассмотрены учебные планы различных российских образовательных организаций высшего профессионального образования по разным направлениям подготовки («Математика» или «Педагогическое образование» с профилем подготовки «Математика») со сроками обучения 4 или 5 лет [148, 149, 150, 151, 170, 171, 172, 173, 225, 226]. Было проанализировано наличие в учебном плане дисциплин, связанных с алгебраической подготовкой студентов [197]. Рассматривались дисциплины всех блоков, базовой и вариативной частей.

В учебных планах по направлению «Математика» одна дисциплина «Алгебра» или две дисциплины «Алгебра» и «Линейная алгебра» относятся к базовой части профессионального блока и изучаются в общем объеме от 400 до 500 академических часов в 1, 2, 3 семестрах. Как правило, изучение теории алгебраических структур продолжается и при изучении курсов «Теория чисел» и/или «Дополнительные главы алгебры». Таким образом, можно говорить о том, что будущий математик получает полноценную алгебраическую подготовку. Так, например, в рабочей программе дисциплины «Алгебра» за 2015 год (для бакалавров по направлению 01.03.01 Математика ФГАОУ ВПО Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта) среди целей изучения дисциплины читаем: «Истинным объектом алгебраического исследования следует считать алгебраические операции над элементами множеств произвольной природы. Этому направлению посвящается важный раздел алгебры, именуемый теорией алгебраических структур. Изучение основных алгебраических структур позволяет абстрагироваться от свойств конкретных объектов и выявить общие закономерности, характерные для различных разделов алгебры. Курс алгебры предполагает изучение структур группы, кольца, тела, поля, а также их гомоморфизмов и изоморфизмов» [151, с. 34].

Если обратимся к учебным планам с направлением подготовки Педагогическое образование (профиль: математика), то здесь проблема алгебраического образования будущих учителей математики решена иначе. Алгебраические курсы видим среди дисциплин вариативной части учебного плана («Алгебра» или «Алгебра и теория чисел» или «Алгебра и компьютерная алгебра»). При этом указанные курсы усиливаются такими дисциплинами, как «Числовые системы» и «Теория чисел». Они встречаются в учебном плане либо среди обязательных дисциплин вариативной части, либо среди дисциплин по выбору (реже). Кроме того, среди дисциплин по выбору всегда можно найти такие курсы, как «Избранные вопросы алгебры», «Дополнительные вопросы алгебры», «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры» или «Избранные вопросы высшей алгебры». Эти дисциплины преподают, как правило, на четвертом курсе (7 или 8 семестр) в общем объеме от 72 до 144 часов (соответственно, от 36 до 72 аудиторных часов). Специальный курс с названием «Алгебраические структуры» нам удалось найти только в учебном плане Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета за 2014 год (направление Педагогическое образование (профиль: математика), квалификация «бакалавр», 5 лет обучения) [172]. Этот курс – среди дисциплин по выбору вариативной части профессионального цикла. Он предлагается студентам в 7 семестре в общем объеме 108 часов (44 – аудиторных). Следует отметить, что в каждом конкретном случае, в каждом конкретном образовательном учреждении, проблема преподавания алгебраических структур решается по-своему. Так, например, в Соликамском государственном педагогическом институте будущим учителям математики сначала читают дисциплину «Алгебра и компьютерная алгебра» в общем объеме 432 часов. Согласно рабочей программе этой дисциплины, ее изучение начинается с изучения алгебраических операций, групп, колец и полей, то есть с изучения важнейших алгебраических структур. Кроме этого, студенты изучают курс «Дополнительные главы алгебры» в общем объеме 72 часов. А уже в 10 семестре им предлагают «Обобщающий курс алгебры» среди дисциплин по выбору, который снова содержит теорию групп, колец и полей, в

общем объеме 108 часов. Кроме этого, студенты, конечно же, изучают и «Числовые системы» в 6 семестре в объеме 144 часов [150].

Современный этап развития образования предъявляет повышенные требования к профессиональной (особенно, предметной) подготовке учителя, вооруженного новейшими методиками и технологиями обучения, творчески мыслящего творца учебного процесса. Что касается воспитательного влияния математических дисциплин, то, как правило, речь идет о двух аспектах: во-первых, специфическая для математики логическая строгость и стройность выводов призваны воспитывать у учеников общую логическую культуру мышления, способность рационально мыслить и решать не только математические, но и жизненные задачи вообще; во-вторых, предметно-содержательное оснащение математических задач при надлежащем его выборе дает широкое пространство для сообщения данных, способных значительно расширить кругозор обучаемых, поднять их общий культурный уровень. Но, кроме этого, необходимо отметить еще ряд немаловажных моментов воспитательного влияния при обучении математическим дисциплинам вообще и при изучении алгебраических структур в частности; при формировании мыслителя, гражданина и будущего учителя [188].

В Донецком национальном университете согласно учебному плану до 2014-2015 учебного года включительно для изучения студентами-математиками алгебраических структур (групп, колец, полей) отводился целый семестр. В рамках годового курса «Алгебра и теория чисел» студенты второго года обучения в течение 3 семестра изучали теорию чисел, а в 4 семестре – теорию групп, колец и полей. К этому времени обучаемые уже познакомились во 2 семестре с такой важной алгебраической структурой, как линейные пространства, в курсе «Линейная алгебра». Таким образом, вопросы алгебры изучались в течение трех семестров: 1-го, 2-го и 4-го. Суммарное количество аудиторных часов, отведенное для изучения вопросов алгебры, – 206. А ведь многие преподаватели составляли рабочую программу так, чтобы группы, кольца и поля начинать читать не в четвертом, а еще в конце третьего семестра в рамках одной дисциплины «Алгебра

и теория чисел». При переходе к новым учебным планам в 2015-2016 учебном году для обучения будущих учителей математики остался один годовой общий учебный курс «Алгебра», призванный заменить курс «Линейная алгебра» и алгебраическую часть курса «Алгебра и теория чисел». Количество аудиторных часов в новом курсе «Алгебра» – 188, что на 18 часов меньше, чем было раньше. В такой ситуации изучать алгебраические структуры в прежнем объеме уже не возможно. Остаются не рассмотренными такие важные понятия алгебры, как циклические подгруппы (конечные и бесконечные), изоморфизм и гомоморфизм групп и колец, характеристика поля, прямые суммы и прямые произведения групп, расширения полей, строение простых расширений полей. А вместе с ними остаются открытыми такие важные вопросы алгебры, как описание групп с точностью до изоморфизма (раскрывает особое значение аддитивной группы целых чисел, мультипликативной группы корней из единицы и подгрупп симметрической группы); факторизация группы и возникающее разбиение на классы эквивалентности; проблемы алгебраических и трансцендентных расширений полей и др. А ведь эти вопросы алгебры необходимы и для изучения многих дисциплин высшей математики, и для понимания многих фактов элементарной математики. Но проблема не только в сокращении часов, но и месте курса. Важнейшими примерами в теории алгебраических структур являются симметрическая группа подстановок и ее подгруппы, мультипликативная группа невырожденных матриц, циклическая группа корней из единицы, кольца многочленов и матриц над разными числовыми полями, кольцо целых чисел, кольцо классов вычетов по данному модулю, поле классов вычетов по простому модулю. Поэтому для полноценного изучения теории групп, колец и полей необходимо, чтобы студенты уже успели изучить алгебру подстановок, матриц, комплексных чисел, многочленов, теорию чисел. Это значит, что изучать полноценно теорию групп, колец и полей студенты могут не ранее, чем в 4 семестре.

Мы считаем, что при переходе к новым учебным планам задачу изучения важнейших алгебраических структур в классических университетах можно решить следующим образом.

1. По мере изучения основ алгебры в первом семестре при возникновении новых понятий стоит обсудить со студентами только определения и наиболее важные свойства групп, колец и полей. Для изучения темы «Определители» студенты предварительно изучают подстановки, операцию умножения на множестве подстановок n -ной степени. Здесь же уместно дать определение группы и доказать некоторые следствия из аксиом группы (например, единственность нейтрального элемента и единственность обратного к каждому элементу). Далее, во время изучения алгебры матриц разумно определить понятия кольца, коммутативного кольца, кольца с единицей, делителей нуля, доказать простейшие следствия из аксиом кольца. После, при изучении алгебры комплексных чисел необходимо определить понятие поля, рассмотреть примеры числовых полей, доказать отсутствие в поле делителей нуля.

2. Во втором семестре в рамках дисциплины «Алгебра» читать студентам теорию таких важных алгебраических структур, как линейные и евклидовы пространства. С одной стороны, к этому времени у студентов уже будут необходимые для этого знания по алгебре матриц, алгебре многочленов, алгебре комплексных чисел, векторной алгебре, по числовым функциям одной переменной. С другой стороны, после изучения алгебры линейных пространств студенты будут готовы к изучению понятий (таких, как, например, банахово, гильбертово пространства) других математических дисциплин.

3. Мы согласны с исследователями, которые считают, что полноценная научно-методическая подготовка будущего учителя математики может продолжаться и завершаться только в системе вариативных курсов. Так, например, Н.В. Садовников и Е.И. Деза в своих диссертационных исследованиях ссылаются на разработанные и внедренные курсы по выбору для реализации концепции фундаментальной подготовки учителя математики [181], [50]. Поэтому предлагаем теорию групп, колец и полей читать студентам в рамках дисциплины

вариативной части профессионального блока на 3 или 4 курсе. На наш взгляд, изучение алгебраических структур уместно объединить в одном курсе с изучением числовых систем.

Таким образом, учитывая весомую роль, которую играют алгебраические структуры в фундаментальной подготовке будущих учителей математики, следует построить методическую систему их обучения, речь о которой пойдет в пункте 1.4.

1.3. Психолого-педагогические предпосылки обучения алгебраическим структурам будущего учителя математики в условиях фундаментализации образования

При разработке методической системы обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики необходимо исследовать, в первую очередь, психологические и педагогические положения, на основе которых и будут построены все компоненты такой системы.

Основанием для разработки методики обучения алгебраическим структурам будущих учителей является изучение ее психолого-педагогических предпосылок. К ним относим:

- учет возрастных и психологических особенностей студенческой молодежи;
- формирование мотивации к обучению;
- разработку методики на основе деятельностного и компетентностного подходов к обучению в высшей профессиональной школе;
- формирование приемов профессионально направленной учебной деятельности.

В психологии давно известна теория, согласно которой в зависимости от функциональной организации полушарий головного мозга люди делятся на следующие группы: с доминированием левого полушария; с доминированием правого полушария; с отсутствием яркого доминирования одного из полушарий

[15]. От того, к какой из трех групп относится человек, зависит его способ мышления, а также, характер познавательных процессов: человек может обладать склонностью к абстрагированию и обобщению или образным мышлением и развитым воображением [19]. Принадлежность к той или иной группе является врожденной, но в результате развития и учения происходит усложнение механизмов полушарной асимметрии. Давно разработаны тесты, позволяющие определить, к какой из групп относится тот или иной человек. В зависимости от группы, к которой принадлежит человек, для его мозга предпочтительнее тот или иной способ обработки информации, – логико-знаковый (с доминированием левого полушария мозга) или наглядно-образный (с доминированием правого полушария мозга) [228]. Первый из способов мышления основан на способности к анализу, прогнозированию ситуаций, обобщению и формализации, способности оперировать понятиями, в том числе, абстрактными. Этот способ мышления связан с языком и речью. Второй способ мышления связан с чувственным восприятием мира. Традиционно хорошая память таких людей дает возможность «запечатлеть» без необходимости понимания или каких-либо ассоциаций [15]. Эти люди обладают развитым образным мышлением, связанным с чувственным восприятием окружающего. Человек с преобладанием правого полушария предрасположен к созерцательности и воспоминаниям, он тонко и глубоко чувствует и переживает, но медлителен и малоразговорчив. Доминирование левого полушария ассоциируется у человека с большим словарным запасом, активным его использованием, с высокой двигательной активностью, целеустремленностью, высокой способностью экстраполяции, предвидения, прогнозирования. Отмечены определенные различия и в типах мыслительных операций (умозаключений) у людей с доминированием правого или левого полушария. В процессах обучения и познания, отмечает В.М. Покровский, правое полушарие реализует процессы дедуктивного мышления (вначале осуществляются процессы синтеза, а затем анализа). Левое полушарие преимущественно обеспечивает процессы индуктивного мышления (вначале осуществляется процесс анализа, а затем синтеза) [160].

Несомненно, при обучении будущего математика необходимо развивать и логическое, и образное мышление. Так, например, при изучении алгебры никак не обойтись без логического мышления, а при изучении геометрии крайне необходимо образное мышление [208]. Мы обязательно должны учитывать это при подготовке будущих учителей математики. Психолого-педагогические особенности усвоения студентами математической информации изучал Н. И. Попов в своем диссертационном исследовании [165]. Автор считает, что одним из эффективных средств развития пространственного воображения являются информационно-коммуникационные технологии. Применение компьютерной графики не только позволяет успешно воспринимать и запоминать изучаемый материал по математической дисциплине, но и способствует, как отмечает О.Н. Гончарова, более глубокому проникновению в существо познаваемых явлений [41]. При этом работают оба полушария головного мозга, а не только левое (логическое), работающее при освоении точных фундаментальных наук. Правое полушарие, отвечающее за образно-эмоциональное восприятие информации, начинает активно работать при ее визуализации [165].

При изучении студентами алгебраических структур мы активно включаем примеры и задания, в которых студентам необходимо задействовать образное мышление. Так, при обучении линейным (или евклидовым) пространствам подобным примером может быть линейное пространство всех геометрических векторов на плоскости (в пространстве) и всевозможные подпространства таких линейных пространств.

Пример. В трехмерном евклидовом пространстве с ортонормированным базисом i, j, k действует один из следующих операторов:

симметрия относительно оси $i-j$;

поворот вокруг оси i на прямой угол;

центральная симметрия относительно начала координат;

ортогональное проектирование на плоскость (i, k) ;

симметрия относительно оси $j+k$;

симметрия относительно плоскости $(i + j, k)$.

Составить матрицу каждого из этих операторов в указанном базисе и выяснить, в какой вектор каждый из операторов переводит вектор $i - j + k$. Найти все собственные векторы каждого из операторов, описать ядро, образ и другие инвариантные подпространства этого оператора.

При изучении групп полезно для развития образного мышления использовать в заданиях и примерах группы самосовмещений фигур.

Пример. Ниже приведены подстановки x, y (или x, y, p), а также соотношения между ними. Проверить эти соотношения и, используя их, выписать все элементы группы A с образующими x, y : $x = (123456)$, $y = (13)(46)$, $x^6 = y^2 = 1$, $yx = x^{-1}y$. Выяснить геометрический смысл самосовмещений правильного шестиугольника, вершины которого пронумерованы по порядку, соответствующих каждой подстановке построенной группы.

Понятно, что представить все, что необходимо в указанных примерах, могут не все студенты. И в таких случаях необходимо уже задействовать демонстрационное средство для обеспечения наглядности. Только таким образом, когда будут использоваться возможности обоих полушарий головного мозга, мы сможем достигнуть максимального эффекта в фундаментальной подготовке будущих учителей математики.

При обучении студенческой молодежи, независимо от специализации, необходимо учитывать возрастные особенности обучаемых [240]. Возрастные особенности – комплекс физических, познавательных, интеллектуальных, мотивационных, эмоциональных свойств, присущих большинству людей одного возраста. В силу специфики исследования нас интересуют возрастные особенности студенческой молодежи (от 17 до 23 лет).

Специалисты в области возрастной психологии и физиологии отмечают, что для 17-18 лет характерна определенная зрелость в умственном, нравственном и социально-общественном плане: усиливаются сознательные мотивы поведения [21, 34, 169, 240]. Вместе с тем, способность человека к сознательной регуляции своего поведения в 17-19 лет развита еще не в полной мере [21].

Пик развития памяти и мыслительных способностей психологи относят к возрасту 18-25 лет, который принято называть возрастом поздней юности или ранней зрелости. Однако развитие внимания наиболее интенсивно происходит позже – с 26 лет, в период зрелости. Период с 18 до 25 лет характеризуется непрерывной пульсацией и ритмичностью в развитии интеллектуальных функций и интеллекта в целом, особенно заметны пульсации в мышлении и памяти. Спады в мышлении непрерывно меняются подъемами. С 26 лет и в дальнейшем изменения имеют более однородную направленность. Итак, период с 18 до 25 лет характеризуется наибольшими изменениями, определяется высокими показателями развития интеллектуальных функций. 18-25 лет – период относительно высокого развития мышления, памяти и низкого уровня развития внимания [21].

Кроме того, в период 18-25 лет превалирует логическое мышление, а в периоде зрелости – образное. Это свидетельствует о том, что развитие мышления студентов проходит на уровне логических структур. Дж. Брунер отмечал: «Быть может, самое главное, что можно сказать о памяти человека после столетия интенсивных исследований, это то, что до тех пор, пока какой-либо частный факт не согласован со структурой, он быстро забывается... Обучение общим или основным принципам способствует сохранению материала в памяти, позволяет нам восстановить отдельные подробности, когда это необходимо» [20, с. 25-26]. В связи с этим, по мнению В. А. Тестова, изучение конкретных понятий должно осуществляться таким образом, чтобы в первую очередь выявлялись наиболее их общие, фундаментальные свойства; для этого начинать ознакомление с главного, с общего, не с элементов, а со структуры [220].

Одним из значительных факторов, влияющих на интеллектуальное развитие взрослого человека, является обучение, которое, как отмечает М.В. Буланова-Топоркова, управляет процессом развития познавательной деятельности: студенты и учащиеся старших классов имеют более высокое развитие интеллекта за счет подъема работоспособности памяти, внимания и мышления [21]. Умственный потенциал как готовность к обучению в какой-то мере определяется

уровнем образования. Интересны исследования интеллектуальных и психологических качеств студентов-гуманитариев и студентов, обучающихся по естественнонаучным направлениям. Студенты естественных специальностей отличаются повышенной серьезностью и независимостью суждений. Однако им присущ низкий уровень социабельности, т.е. недостаточно развитое умение общаться с людьми. Интровертированность личности высокозначимо коррелирует с уровнем успеваемости студентов-математиков. Обнаружена еще одна характерная черта личности студентов этих специальностей – самооценочные суждения у них (особенно о своих социальных свойствах) в основном неадекватны. Себя они знают плохо и в этом плане нуждаются в помощи. Вместе с тем, отмечает Э.М. Фридман, что гуманитарии должны характеризоваться широтой познавательных интересов, эрудированностью, хорошо владеть языком, иметь богатый словарный запас, уметь правильно его использовать, точно соотносить конкретные и абстрактные понятия и иметь в целом высокоразвитое абстрактное мышление [229]. Очевидно, будущий учитель математики должен быть и математиком, и педагогом, который вместе с повышенной серьезностью и независимостью суждений должен обладать адекватными самооценочными суждениями, хорошо владеть языком, иметь богатый словарный запас, уметь правильно его использовать, точно соотносить конкретные и абстрактные понятия.

Вне зависимости от направления обучения, авторы учебного пособия [21] отмечают некоторые общие черты развития студента на различных курсах.

Первый курс решает задачи приобщения недавнего абитуриента к студенческим формам коллективной жизни. Поведение студентов отличается высокой степенью конформизма; у первокурсников отсутствует дифференцированный подход к своим ролям. Адаптация студентов к учебному процессу (по данным изучения регуляторной функции психики) заканчивается в конце 2-го – начале 3-го учебного семестра.

Второй курс – период самой напряженной учебной деятельности студентов. В жизни второкурсников интенсивно включены все формы обучения и

воспитания. Студенты получают общую подготовку, формируются их широкие культурные запросы и потребности. Процесс адаптации к данной среде в основном завершен.

Третий курс – начало специализации, укрепление интереса к научной работе как отражение дальнейшего развития и углубления профессиональных интересов студентов. Настоятельная необходимость в специализации зачастую приводит к сужению сферы разносторонних интересов личности. Отныне формы становления личности студента в основных чертах определяются фактором специализации.

Четвертый курс – первое реальное знакомство со специальностью в период прохождения педагогической практики. Для поведения студентов характерен интенсивный поиск более рациональных путей и форм специальной подготовки, происходит переоценка студентами многих ценностей жизни и культуры.

Пятый курс – перспектива скорого окончания университета – формирует четкие практические установки на будущий род деятельности. Проявляются новые, становящиеся все более актуальными ценности, связанные с материальным и семейным положением, местом работы и т.п. Студенты постепенно отходят от коллективных форм жизни университета [21].

Обучение студентов, будущих учителей математики, непосредственно должно быть согласовано с исследованиями и рекомендациями специалистов в области физиологии и возрастной психологии [35]. Учитывая вышесказанное, мы должны соотносить отбор содержания и особенности преподавания той или иной дисциплины с психологическими и физиологическими возрастными особенностями студентов. А место учебной дисциплины в учебном процессе должно определяться рядом факторов, среди которых – и факторы психолого-педагогические. Если говорить о подготовке будущих учителей-математиков, то на первом курсе нужно начинать с самого простого в математических дисциплинах, учитывая процесс адаптации. Так, в первом семестре студентам предлагается для изучения огромный по сравнению со школьным обучением поток информации. Первокурсники не имеют опыта столь интенсивного, по

сравнению со школой, обучения, еще нет привычки изучения (даже заучивания) теоретической части, нет опыта построения доказательств, тем более, самостоятельных. Еще не сформирована у студентов математическая культура, им очень сложно привыкнуть к тому, что все должно быть доказуемо.

Поэтому в первом семестре и, по возможности, на первом курсе в целом необходимо помочь студентам в этот переходный от привычного школьного обучения период. Во-первых, на лекциях по алгебре все сложные доказательства проводит преподаватель, не смотря на большое количество часов, отведенных на самостоятельную работу. Для самостоятельного доказательства мы предлагаем самые простые утверждения или утверждения, доказываемые по аналогии, а также, утверждения, доказательство которых обсуждалось на лекции или утверждения-следствия. Например, при изучении группы подстановок предлагаем самостоятельно доказать теорему о количестве всех подстановок n -ной степени, предварительно обсудив ее. Из теорем о количестве всех подстановок n -ной степени, о перемене четности подстановки после одной транспозиции и о том, что все эти подстановки могут быть расставлены в ряд с отличием в одну транспозицию, на лекции предлагается сделать вывод о количестве четных и нечетных подстановок самостоятельно. При исследовании операции умножения подстановок студенты сами предлагают доказательство существования обратной подстановки сначала на примере, потом – в общем виде, а так же, примером доказывают, что операция – не коммутативна. Такие задания для самостоятельного доказательства воспитывают математическую культуру студентов, постепенно приучают к необходимости доказательства и повышают мотивацию к учебе. Конечно, для этого необходима еще обратная связь. Нужно дать студентам возможность отчитаться в этой работе. Для этого мы обязательно включаем в модульный контроль задания на воспроизведение теории и задания, предлагавшиеся для самостоятельного доказательства. Учитывая большой объем информации, модульный контроль считаем целесообразным проводить дважды в семестре. В результате первокурсники будут иметь возможность учить теорию по частям. А в случае не очень успешных результатов, на экзамене у них будет еще

одна возможность показать свои знания. Что касается практических заданий, то для формирования умений мы предлагаем домашние индивидуальные задания, а для контроля сформированности умений – аудиторные контрольные работы. Первые индивидуальные задания первокурсникам также даются нелегко. Для помощи в выполнении существуют консультации преподавателя. Кроме того, первые оценки за домашние работы, чаще всего, бывают не очень высокими. Чтобы поддержать студентов на первом курсе и способствовать формированию качественных умений, мы предлагаем корректировать ошибки и замечания в домашней работе и получить более высокий балл.

Более сложное содержание дисциплин следует относить ко второму и третьему курсу. При этом, опираясь на общие, фундаментальные понятия, необходимо формировать структурные единицы знаний. Учитывая недостаточную еще развитость внимания студентов в этом возрасте, на занятиях полезно чередовать виды деятельности студентов, воздействуя при этом на внимание и развивая его [143]. Кроме того, важно помнить, что занимаясь подготовкой математика, мы также, готовим будущего учителя. И в рамках каждой учебной дисциплины необходимо расширять словарный запас студентов, развивать умение грамотно и логически точно изъясняться. Сложные и новые задачи, стоящие перед студентами уже на первом курсе, требуют четкой организации учебного процесса, приобретение навыков самостоятельной работы с учебной и научной литературой, умений самостоятельно распределять свое время. И задача преподавателя по каждой дисциплине – умело управлять организацией учебного процесса вообще и организацией самостоятельной работы в частности (об этом более подробно изложено в пункте 2.2).

Что касается обучения студентов именно алгебраическим структурам, то с учетом возрастных и психологических особенностей обучаемых можно отметить следующее. На первом курсе в рамках дисциплины «Алгебра» необходимо постепенно знакомить студентов с возникающими простейшими структурами на уровне определений и основных свойств этих структур. Эта линия находит продолжение и развитие и в других математических дисциплинах по мере их

изучения, так как операции и отношения возникают везде, где есть математика. Детальное же изучение алгебраических структур студентами должно происходить, на наш взгляд, уже на 3 или 4 курсе, когда, по мнению психологов, возникает укрепление интереса к научной работе как отражение дальнейшего развития и углубления профессиональных интересов студентов. В это время уже умственная, нравственная и общественная зрелость студентов проявляется в умении организовать свое обучение, быт и отдых, происходит переоценка студентами многих ценностей жизни и культуры, возникает необходимость поиска более рациональных путей и форм специальной подготовки [177]. Именно в это время требуется усиление фундаментальной составляющей подготовки уже почти сформированного профессионала. В этот период обучения студенты уже вполне адаптированы и подготовлены к тому, чтобы адекватно, на должном уровне, воспринимать теорию алгебраических структур. Кроме того, к 3-4 курсам достаточно сильна профессиональная мотивация к изучению такого важного материала, который с одной стороны необходим будущему учителю, а с другой – усиливает фундаментальную подготовку математика. Таким образом, специальный курс «Алгебраические структуры», в свою очередь, усиливает профессиональную мотивацию студентов, что крайне важно в нелегком деле подготовки будущих профессионалов.

Существуют различные трактовки понятия «мотив». Так, Н.В. Мормужева в своей статье отмечает, что мотив – это направленность студента на отдельные стороны учебной работы, связанная с внутренним отношением студента к ней и отношением к предмету его деятельности [127]. Другие исследователи, Н. В. Бордовская и А. А. Реан, перечисляют возможные определения, останавливаясь на понимании мотива как внутреннего побуждения личности к тому или иному виду активности, связанному с удовлетворением определенной потребности [17]. Существует определение мотива как психического явления, которое является побуждением к действию. Также определяют мотив как осознаваемую причину, лежащую в основе выбора действий и поступков личности [17]. Мотивы классифицируют количественно (сильный-слабый), по

отношению к содержанию деятельности (внутренние-внешние), по эмоциональной окраске (положительные-отрицательные). Отрицательных мотивов в студенческой жизни достаточно: это и боязнь порицания со стороны родителей, преподавателей, однокурсников, боязнь потерять стипендию, боязнь быть отчисленным, боязнь прослыть глупым в чужих и своих глазах, и так далее. Преподавателю нужно стараться делать упор на положительную мотивацию, предусмотреть поощрение для инициативных и трудоспособных студентов, поощрять интеллектуальную и учебную активность студентов на занятиях, отмечать интересные вопросы, замечания, соображения студентов в диалоге на занятиях в аудитории, а так же отмечать успехи студентов в самостоятельной работе. Исследования показали, что «сильные» и «слабые» студенты отличаются друг от друга не по уровню интеллекта, а по силе, качеству и типу мотивации учебной деятельности [17]. Для сильных студентов характерна сильная мотивация, в основном, внутренняя, положительная. Слабыми студентами чаще всего движут внешние мотивы, боязнь потерять стипендию, быть наказанными или отчисленными за плохую успеваемость.

Мотивация обучения – важная педагогическая задача [175]. Под мотивацией обучения вслед за Н.В. Мормужевой будем понимать средства побуждения обучаемого к продуктивной познавательной деятельности, активному освоению содержания образования [127]. Среди важных мотивов при обучении психологи отмечают мотив роста [17, 127, 240, 169]. Чем более интересную и творческую деятельность осуществляет обучаемый, тем более удовлетворяется этот мотив. Но в отличие от других потребностей в данном случае удовлетворение ведет не к насыщению потребности, а к увеличению мотивации. Следовательно, «включение» мотива роста создает устойчивую мотивацию на обучение [153]. Этот факт необходимо использовать при развивающем обучении [121]: наряду с типовыми задачами мы предлагаем студентам задания, требующие творческого подхода в применении полученных знаний, задачи на доказательство. Примеры таких заданий в преподавании алгебраических структур можно увидеть в учебно-методическом пособии [185] и статье [213].

Среди важных и сильных мотивов при обучении в профессиональных образовательных организациях многие исследователи отмечают профессиональную мотивацию [17, 153, 127]. Формирование реальных представлений о будущей профессии и о способах овладения ею необходимо осуществлять уже на 1-м курсе. Наш взгляд на возможности реализации этой педагогической задачи отражены в статье [215], а также, в пункте 1.2. По-настоящему на деятельность студентов влияют именно профессиональные и познавательные мотивы обучения (внутренние мотивы). Поэтому формирование положительных мотивов обучения, как отмечает Е. И. Скафа, является одной из важных предпосылок повышения эффективности обучения студентов в высшей школе, что в свою очередь обуславливает потребность и интерес к профессионально направленной деятельности [204]. Структура мотивов студентов, которая формируется в период обучения, становится стержнем личности будущего специалиста. Поэтому, если мы говорим о подготовке будущего учителя математики, то обучение алгебраическим структурам, проходя красной нитью через все годы обучения и через практически все математические дисциплины, влияя на профессиональные и познавательные мотивы студента, фактически формирует стержень личности будущего профессионала. Как отмечает Э. Ф. Зеер, центральной проблемой на стадии профессионального образования и профессиональной подготовки является формирование системы социально и профессионально ориентированных знаний, умений и навыков, а также развитие у обучаемых профессионально важных качеств и способностей [71]. В связи с этим автор указывает на особое значение, которое приобретает проектирование психологически обоснованного содержания профессионального обучения [71]. Наши исследования по отбору содержания при обучении алгебраическим структурам будущих учителей математики приводим в пункте 1.4.

В дидактике высшей школы выделяют методологические подходы к организации профессионально направленного обучения, среди которых личностно-ориентированный, социокультурный, деятельностный, компетентност-

ный и контекстный подходы [1, 3, 9, 14, 16, 27, 40, 57, 62, 63, 66, 111, 119, 120, 152]. Мы основываемся на профессиональной направленности обучения будущих учителей математики. С точки зрения В. А. Сластенина, профессиональная направленность обучения предусматривает осознание студентами профессиональной необходимости углубленного изучения специальных дисциплин для успешного и компетентного выполнения профессиональных функций [207]. Ю.А. Полещук определяет профессиональную направленность как относительно устойчивое образование личности, входящее в структуру общей направленности и выражает собой систему профессиональных потребностей и преобладающих мотивов, ценностных ориентаций и воплощается в профессиональных целях, установках и активности обучаемых по их достижению [162]. Н.И. Иванцев, рассуждая о профессиональной направленности, отмечает обобщенную форму отношения к профессии, которая составляется из оценок субъектом степени личной значимости, привлекательности для нее разных аспектов профессиональной деятельности [77].

А.Я. Кудрявцев профессиональную направленность рассматривает как дидактический принцип, содержание которого видит в необходимости сочетания общего и профессионального образования, ориентированного на целенаправленное обучение применению получаемой системы знаний в области приобретаемой профессии [100]. В.А. Попков и А.В. Коржуев, исследуя профессиональную направленность обучения математике и естественнонаучным дисциплинам как принцип обучения, выделяют две его составляющие: введение в содержание обучения профессионально значимого материала на основе анализа содержания фундаментальных и специальных дисциплин при условии сохранения логической целостности учебной дисциплины и ведение в содержание учебной дисциплины профессионально значимых умений или видов деятельности [163]. Нам близка эта позиция, на которую и будем ориентироваться при обучении алгебраическим структурам. Под профессионально направленной учебной деятельностью будущего учителя математики будем понимать особый вид

учебной деятельности, посредством которого осваиваются способы действий будущей профессиональной деятельности учителя математики.

Профессионально направленным обучением будущих учителей математики будем считать такое обучение, что:

- его содержание пересмотрено с целью введения профессионально значимого материала при условии сохранения логической целостности процесса обучения;

- в его результате осуществляется профессионально направленная учебная деятельность, и формируются профессионально значимые умения.

Очевидно, что при таком понимании реализация принципа профессиональной направленности является одним из необходимых условий формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики.

Опыт профессионально направленного обучения алгебраическим структурам показывает зависимость уровня развития профессиональной мотивации студентов от осознания цели обучения, базового уровня математических знаний, уровня способностей в освоении профессиональных дисциплин, общего развития личности.

Внедрение преподавателем форм и методов обучения, подкрепленных высоким методическим, научным, эмоциональным уровнем преподавания, использованием информационно-коммуникационных технологий в обучении призвано усилить профессиональную мотивацию будущих учителей математики.

Обучение алгебраическим структурам должно быть ориентировано на будущую профессиональную деятельность студента. Это может быть реализовано с помощью использования в учебном процессе профессионально направленных заданий, построения междисциплинарных связей, интеграции науки и дидактики. Целью обучения является не просто передача знаний, умений и навыков, а обучение студентов системным интегрированным знаниям и умениям применять их в профессиональной деятельности учителя.

Профессиональная деятельность учителя требует с одной стороны умений строить взаимоотношения с людьми, а с другой стороны – специальных знаний, умений и навыков в области математики. В. А. Сластенин отмечает, что педагогическая профессия требует двойной подготовки – человековедческой и специальной [207]. Для реализации профессионально направленного обучения алгебраическим структурам будущих учителей предлагаются различные методы такого обучения. Эти методы обучения алгебраическим структурам рассматриваются в пункте 1.4.

В процессе организации профессионально направленного обучения выделяют, в том числе, и компетентностный подход. С. Л. Троянская подчеркивает, что компетентностный подход – это приоритетная ориентация образования на его результаты: формирование необходимых общекультурных и профессиональных компетенций, самоопределение, социализацию, развитие индивидуальности и самоактуализацию [223]. Рассмотрим различные трактовки понятий «компетентность» и «компетенция». По мнению Г. К. Селевко, компетенция – готовность субъекта эффективно организовать внутренние и внешние ресурсы для постановки и достижения цели. Под внутренними ресурсами понимаются знания, умения, навыки, надпредметные умения, способы деятельности, психологические особенности, ценности и т.д. А компетентность – качество, приобретенное через проживание ситуаций, рефлекссию опыта [183]. О. В. Еремкина отмечает, что компетентность – интегративный личностный ресурс, обеспечивающий успешную деятельность за счет усвоенных эффективных стратегий. А компетенции – конкретные стратегии успешной деятельности, обеспечивающие решение задач, преодоление препятствий и достижение цели [91]. И. М. Зимняя описывает компетенции как некие внутренние, потенциальные, скрытые психологические новообразования [72]. А. В. Хуторским образовательная компетенция определяется как совокупность смысловых ориентаций, знаний, умений, навыков и опыта деятельности человека по отношению к определенному кругу объектов реальной действительности, необходимых для осуществления продуктивной деятельности [233]. Автор теории

педагогических систем Н. В. Кузьмина делит компетентность педагога на специально-педагогическую, методическую, социально-психологическую, дифференциально-психологическую и аутопсихологическую, которые являются составляющими профессиональной компетентности учителя [154]. Профессионально направленное обучение алгебраическим структурам с точки зрения компетентностного подхода предполагает рассмотрение формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики [131]. С.А. Скворцова, анализируя различные подходы к определению профессиональной компетентности учителя математики, предлагает следующую трактовку этого понятия [206]:

- свойство личности, проявляющееся в способности к педагогической деятельности;
- единство теоретической и практической готовности педагога к педагогической деятельности;
- способность результативно действовать, эффективно разрешать стандартные и проблемные ситуации, возникающие в педагогической деятельности.

Обучение алгебраическим структурам обладает широкими возможностями для формирования теоретической и практической готовности проведения занятий по математике, способности эффективно решать стандартные и проблемные задачи [199]. Эти возможности реализуются не только благодаря изучению материала, фактически лежащего в предметной области будущих учителей, но и при помощи предлагаемых методов и средств обучения, которые подкрепляются профессионально направленной системой задач, а также дифференцированным и индивидуальным подходом при их составлении [38, 241]. При этом используются эвристические методы обучения в их разнообразии, программные средства, обучающие мультимедийные комплексы, дистанционный курс [201, 205]. Также нами разработаны компетентностно-ориентированные цели обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики: в результате достижения указанных целей формируются большинство

общефессиональных, профессиональных и специальных компетенций учителя математики, заявленных в Основной образовательной программе высшего профессионального образования по направлению подготовки Педагогическое образование (профиль: математика). Цели обучения алгебраическим структурам описаны в пункте 1.4, так же определены компетенции, которые формируются в результате достижения указанных целей.

Компетенции будущего педагога могут быть сформированы в результате деятельности студента. Обучение через деятельность является предметом исследования деятельностного подхода в образовании. Согласно И.Я. Лернеру, при деятельностном подходе к обучению знания должны выступать инструментом практических действий [112]. Деятельностный подход предполагает обучение через выполнение различных видов деятельности с учетом всех компонентов: потребностей, мотивов, целей, действий, операций. Е.Г. Евсеева предлагает под обучением на основе деятельностного подхода понимать передачу и усвоение опыта общественно-исторической практики с целью формирования способов действий будущей профессиональной деятельности, содержание которых составляют учебные действия и знания, обеспечивающие овладение этими действиями [62]. При этом автор определяет деятельностный подход к обучению математике как направленность обучения на овладение студентами математических действий и способов деятельности, которая реализуется посредством проектирования и организации специальных видов учебной деятельности [62]. Д.Б. Эльконин выделяет следующие компоненты учебной деятельности: мотивация, учебная операция, учебные задачи, контроль, оценка [242]. Все компоненты разработаны для организации учебной деятельности студентов при обучении алгебраическим структурам. Высокая мотивация достигается применением различных методов и приемов обучения, одна из самых сильных – профессиональная мотивация как составляющая профессионально направленного обучения. Для отработки учебных операций и решения учебных задач составлены системы заданий, в том числе, профессионально направленных. Для контроля и самоконтроля на всех этапах

обучения алгебраическим структурам предлагаются образцы контрольных работ, тестовых заданий, контрольных вопросов, зачетные и экзаменационные задания, критерии их оценивания (Приложение Б). Для управления самостоятельной учебной деятельностью при обучении алгебраическим структурам созданы методические пособия, дистанционный курс, которые описаны более подробно во втором разделе. При этом должна превалировать профессионально направленная учебная деятельность с целью освоения способов действий будущей профессиональной деятельности учителя математики. Для организации эффективной учебной и профессионально направленной деятельности будущих учителей математики необходимы тщательный отбор содержания, формулирование целей, выбор подходящих методов, форм и средств обучения алгебраическим структурам.

1.4. Методические требования к системе обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики

Для организации учебного процесса, связанного с фундаментальной подготовкой будущего учителя математики, необходимо спроектировать все его структурные компоненты и составить методические требования к проектированию целей, содержания, организационных форм, отбору методов, приемов и средств обучения.

1.4.1. Цели обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики. Лидирующим компонентом системы обучения алгебраическим структурам будущего учителя математики являются цели, закладываемые в фундаментальную подготовку будущего учителя математики. В педагогике цели обучения рассматриваются как предполагаемый результат учебно-воспитательного процесса, к достижению которого стремятся как преподаватели, так и обучающиеся [240]. В первую очередь, мы должны соотнести цели обучения алгебраическим структурам с образовательными стандартами подготовки

будущих учителей математики [61]. В результате анализа образовательных стандартов основного общего и среднего (полного) общего образования по математике и ГОС ВПО Е. И. Дезой выделены содержательные компетенции (наличие специальных математических знаний), технологические (владение методами обучения математике) и личностные (владение некоторыми чертами личности). Этим автором сконструирована трехуровневая модель предметно-профессиональных компетенций будущего учителя математики (выпускник школы – бакалавр – магистр) [51]. Согласно этой модели, основными целями обучения бакалавра, будущего учителя математики, являются:

1) формирование профессионально-ориентированной системы математических знаний, умений и навыков, необходимых для последующего освоения профессиональных образовательных программ и дальнейшей практической работы по специальности, что включает в себя:

– знание классических разделов математической науки, основных идей и методов математики на уровне инвариантной составляющей математического содержания ООП ВПО соответствующего направления подготовки и наличие дополнительных математических знаний в выбранной предметной области, владение содержанием и методами элементарной математики, умением анализировать элементарную математику с точки зрения высшей, понимание логики построения школьного курса математики (БС-1);

– свободное владение математическим языком, умение корректно выражать и аргументированно обосновывать полученные знания, способность самостоятельно включать новые сведения в имеющуюся структуру знаний (БС-2);

– понимание универсального характера законов логики математических рассуждений, их применимости в различных областях человеческой деятельности, умение реализовывать основные методы математических доказательств (БС-3);

– владение системой основных математических структур и аксиоматическим методом (БС-4);

- понимание общей структуры математического знания, взаимосвязи между различными математическими дисциплинами, единства математической науки (БС-5);

- владение математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов; умение пользоваться построением математических моделей для решения задач, практических и теоретических проблем; анализировать и интерпретировать полученные результаты, прогнозировать их следствия (БС-6);

- понимание сути точности фундаментального знания, критериев качества математических исследований, принципов экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий (БС-7);

- знание истории развития математики, этапов эволюции ведущих математических идей, основных концепций современной математической науки (БС-8);

- понимание роли и места математики в системе наук, значения математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; общекультурного значения математики (БС-9);

2) формирование профессионально-ориентированной системы методов учебной, исследовательской и трудовой деятельности, необходимых для последующего освоения профессиональных образовательных программ и дальнейшей практической работы, что включает в себя:

- умение точно реализовывать в практической деятельности относящиеся к предметной подготовке методы, технологии и алгоритмы; владение классическими математическими методами и основными методами научных исследований в избранной предметной области; готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач; способность конструирования образовательного процесса в рамках базисного учебного плана общеобразовательных учреждений на основе полученного фундаментального математического образования (БТ-1);

– способность ориентироваться в информационном потоке, использовать рациональные способы получения, анализа, преобразования, систематизации и хранения математической информации, актуализировать ее в необходимых ситуациях интеллектуально-познавательной деятельности; способность к критическому отношению к информации; компьютерную грамотность и владение современными ИКТ (БТ-2);

– способность самостоятельно контролировать ход своего интеллектуального развития; готовность к непрерывному математическому самообразованию, постоянному расширению и приращению накопленных знаний на основе потребностей момента и личных предпочтений; сознательное отношение к непрерывному математическому образованию как условию успешной профессиональной деятельности; способность проектирования дальнейшего образовательного маршрута (БТ-3);

– ориентация в разных видах деятельности и структуре деятельности (целеполагание, планирование, моделирование, осуществление, анализ результатов); опыт осуществления разных видов деятельности, планирования и организации собственной деятельности и деятельности других людей; готовность использовать приемы, методики, технологии организации совместной деятельности (БТ-4);

– владение общими методами научного исследования (аналогия, сравнение, обобщение, анализ и синтез); опыт постановки, анализа и решения учебных и научных проблем; способность к редактированию текстов профессионального содержания; умение публично представить собственные и известные научные результаты (БТ-5);

3) формирование профессионально-ориентированной системы личностных качеств, необходимых для последующего освоения профессиональных образовательных программ и дальнейшей практической работы, что включает в себя:

- осознание социальной значимости своей профессии, обладание мотивацией к дальнейшему обучению и осуществлению профессиональной деятельности (БЛ-1);

- владение культурой мышления, логической и алгоритмической культурой, системным математическим мышлением (БЛ-2);

- развитие творческих способностей, креативности, исследовательских навыков, способность использовать индивидуальные креативные способности для решения исследовательских задач; готовность к непрерывной учебно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности (БЛ-3);

- опыт оценочной деятельности всех уровней; умение обоснованно оценивать свои возможности, в том числе границы собственной профессиональной компетентности (БЛ-4);

- развитие средствами математики морально-этической и волевой составляющих личности; формирование инициативности, заботы о качестве, стремления к успеху, готовности вступить в общение по познавательным, деловым, личным мотивам (БЛ-5);

- владение эстетической составляющей математического знания (БЛ-6);

- умение использовать возможности математики для повышения своего общекультурного уровня (БЛ-7).

Анализ предложенных целей подготовки бакалавра позволяет разработать основные цели обучения алгебраическим структурам будущего учителя математики, направленные на формирование компетенций, определенных в ГОС ВПО. Из основной образовательной программы высшего профессионального образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование [149] мы выбрали компетенции (общекультурные, общепрофессиональные, профессиональные и специальные) выпускника бакалавриата, формируемые в результате обучения алгебраическим структурам:

- способность анализировать основные этапы и закономерности исторического развития для формирования патриотизма и гражданской позиции (ОК-2);

- способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);
- способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-6);
- готовность сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности (ОПК-1);
- владение основами профессиональной этики и речевой культуры (ОПК-5);
- готовность реализовывать образовательные программы по предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1);
- способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых предметов (ПК-4);
- способность организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать их активность, инициативность и самостоятельность, развивать творческие способности (ПК-7);
- способность проектировать образовательные программы (ПК-8);
- готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования и науки (ПК-11);
- способность руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся (ПК-12);
- способность разрабатывать и реализовывать культурно-просветительские программы (ПК-14)
- владение основными положениями классических разделов математических дисциплин, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом (СК-1);
- владение содержанием и методами элементарной математики, умение анализировать элементарную математику с точки зрения высшей математики (СК-2);

- владение культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способностью понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания (СК-3);
- способность понимать роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики (СК-4);
- владение математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способностью пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий (СК-5);
- способность использовать рациональные способы получения, преобразования, систематизации и хранения информации, актуализировать ее в необходимых ситуациях интеллектуально-познавательной деятельности (СК-6);
- владение основными положениями истории развития математики и информатики, эволюции математических идей в контексте формирующегося информационного общества и концепциями современной математической и информатической наук (СК-7);
- готовность применять знания теоретической информатики, фундаментальной и прикладной математики для анализа и синтеза информационных систем и процессов (СК-8);
- способность использовать математический аппарат, методологию программирования и современные компьютерные технологии для решения практических задач получения, хранения, обработки и передачи информации (СК-9).

Ф.В. Шарипов выделяет три уровня целей высшего или профессионального образования. Первый уровень отражает цель разностороннего развития и

воспитания личности будущего специалиста. Второй уровень – это уровень специальности, включает цели подготовки специалистов, задачи, решаемые специалистами в профессиональной деятельности, а также знания, умения, способности, необходимые для решения таких задач. Третий – уровень, на котором цели образования устанавливаются как обобщенные знания и способы деятельности, формируемые у студентов, цели преподавания той или иной дисциплины [240]. Согласно этой градации нами разработаны соответственно личностные, технологические и содержательные цели обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики (в скобках указаны формируемые при этом компетенции).

К содержательным целям относим следующие:

- формирование представления о понятиях основных алгебраических структур, об основных идеях и подходах к их изучению, о методах анализа алгебраических структур, о важнейших примерах таких структур (ОК-3; ПК-1; ПК-4; ПК-7; ПК-8; ПК-11; ПК-12; СК-1; СК-2; СК-3; СК-4; СК-5; СК-7; СК-8; СК-9);
- формирование понимания логики развития понятия основных алгебраических структур и умения корректно изложить ее школьникам (ОК-2; ОК-3; ОПК-1; ОПК-5; ПК-1; ПК-4; ПК-7; ПК-8; ПК-11; ПК-12; СК-1; СК-2; СК-3; СК-4; СК-5; СК-7; СК-8; СК-9);
- формирование представления об истории развития понятий важнейших алгебраических структур и их влияния на развитие математической науки (ОК-2; ОПК-1; ПК-4; ПК-14; СК-1; СК-3; СК-4; СК-7);
- формирование умения анализировать элементарную математику с точки зрения теории алгебраических структур (ОК-6; ОПК-1; ПК-1; ПК-4; ПК-8; ПК-11; ПК-12; СК-1; СК-2; СК-3; СК-4);
- формирование понимания места алгебраических структур в системе математического знания, осознания неразрывного присутствия алгебраических структур в основных разделах математической науки и их взаимосвязи с этими разделами (ОК-3; ПК-11; ПК-12; СК-1; СК-3; СК-4; СК-5);

- формирование понимания связующей роли алгебраических структур в единстве математических дисциплин и в целостности математического знания (ОК-3; ПК-11; ПК-12; СК-1; СК-3; СК-4; СК-5);
- формирование понимания универсального характера свойств алгебраических операций и отношений на множествах, подходов к их изучению и применению в различных областях математики (ОК-3; ПК-1; ПК-8; ПК-11; ПК-12; СК-1; СК-2; СК-3; СК-4; СК-5; СК-9);
- формирование умений свободного владения языком алгебраических структур, корректного изложения и аргументированного обоснования полученных знаний с точки зрения языка алгебраических структур (ОК-6; ОПК-1; ПК-1; ПК-7; ПК-11; ПК-12; СК-1; СК-2; СК-5);
- формирование умений решать классические алгебраические задачи, пользоваться построением алгебраических моделей для решения задач, практических и теоретических проблем; анализировать и интерпретировать полученные результаты, прогнозировать их следствия (ОК-6; ОПК-1; ОПК-5; ПК-11; ПК-12; СК-1; СК-2; СК-3; СК-4; СК-5; СК-8);
- развитие понимания сути точности фундаментального алгебраического знания, понимания критериев проверки алгебраических исследований, понимания принципов экспериментальной и эмпирической проверки алгебраических исследований (ПК-11; ПК-12; СК-1; СК-3; СК-5);

К технологическим целям мы относим такие:

- формирование умений точно и грамотно реализовывать в практической деятельности алгебраические методы, технологии и алгоритмы (ПК-11; СК-2; СК-5);
- развитие способности грамотно конструировать алгебраическое содержание школьного курса математики (ОПК-1; ПК-1; ПК-8; ПК-12; СК-2);
- развитие способности критического отношения к информации с учетом понимания сути точности фундаментального алгебраического знания, критериев и принципов экспериментальной и эмпирической проверки алгебраических исследований (ОК-3; ПК-11; ПК-12; СК-5; СК-6; СК-9);

- развитие способности к самостоятельному получению алгебраических знаний, проектированию и своевременной коррекции собственного образовательного маршрута в области алгебры (ОК-3; ОК-6; ПК-12; ПК-14; СК-6; СК-9);
- формирование опыта осуществления разных видов деятельности (целеполагание, планирование, моделирование, осуществление, анализ результатов) при изучении алгебраических структур математики (ОПК-1; ПК-4; ПК-11; ПК-12; СК-3; СК-5);
- формирование умения использования общих методов научного исследования (аналогия, сравнение, обобщение, анализ и синтез) при изучении алгебраических структур (ОК-3; ПК-7; ПК-11; ПК-12; СК-2; СК-3; СК-5; СК-6);
- формирование опыта постановки, анализа и решения алгебраических проблем (ОК-6; ОПК-1; ПК-11; ПК-12; СК-3; СК-4; СК-5).

Наконец, выделяем следующие личностные цели:

- формирование мотивации к дальнейшему обучению и осуществлению профессиональной деятельности при обучении алгебраическим структурам (ОК-6; ОПК-1);
- формирование алгебраической, логической и алгоритмической культуры, системного математического мышления (ОК-3; ОК-6; ПК-11; ПК-12; СК-3; СК-4; СК-5);
- развитие творческих способностей, исследовательских навыков для решения исследовательских алгебраических задач (ОК-6; ПК-7; ПК-11; ПК-12; СК-5);
- развитие способности понимания и использования в профессиональной деятельности эстетической составляющей теории алгебраических структур (ОПК-1);
- формирование умения использовать возможности теории алгебраических структур для повышения своего общекультурного уровня (ОПК-1; ОПК-5; ПК-4; ПК-14).

Определенные нами цели предполагают соответствующий отбор содержания, а также выбор методов, форм и средств обучения алгебраическим структурам.

1.4.2. Содержание обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики. Предложенные цели определяют содержание конкретных математических дисциплин, в рамках которых осуществляется обучение будущих учителей математики алгебраическим структурам.

Согласно исследованиям, проведенным М.Н. Скаткиным, И.Я. Лернером и В.В. Краевским, содержание обучения определяется как система, состоящая из четырех элементов:

- системы знаний о природе, обществе, технике, человеке и способах деятельности;
- опыта осуществления известных способов деятельности, воплощающихся вместе со знаниями в навыках и умениях личности;
- опыта творческой деятельности, призванного обеспечить готовность к поиску решения новых проблем;
- опыта эмоционально-ценностного отношения к окружающему миру, обществу и людям, к объектам и средствам деятельности [218].

Обобщая различные подходы к пониманию содержания обучения, Ф.В. Шарипов определяет это понятие как систему знаний, способов деятельности (умений), качеств личности специалиста, обусловленных требованиями развивающегося общества и экономики к специалистам [240].

Если говорить об отборе содержания учебного материала при обучении алгебраическим структурам, то здесь важно предоставить студентам основополагающие и инвариантные знания, не расширяющие программу курсов, а создающие тот самый каркас, основу целостного математического знания. Размышляя с этой точки зрения о содержании курсов, в рамках которых предлагаем обучение алгебраическим структурам, мы пришли к следующим результатам.

1. На первых шагах школьного обучения существенные трудности для ученика вызывает и абстрагирование, и обобщение. При последующем обучении, в высшей школе, все понятия определяются и рассматриваются сразу в настолько общем виде, что серьезные трудности вызывает уже конкретизация. Понятно, что учитель математики должен владеть и умением обобщать, и умением конкретизировать [208]. В связи с этим, несомненно, полезным было бы такое представление материала, когда каждое абстрактное понятие обязательно иллюстрируется конкретными и знакомыми объектами, и наоборот, свойства знакомых объектов обобщаются в новое определение. Все это и развивает у студентов умения абстрагироваться, обобщать. Эти умения как нельзя лучше прививаются при изучении алгебраических структур, само возникновение которых являет собой пример обобщения и демонстрирует необходимость к абстрагированию. А с другой стороны, примеры алгебраических структур находим в каждой математической дисциплине, что позволяет постоянно иллюстрировать и конкретизировать эти понятия.

2. Все основные вопросы элементарной математики излагаются в школьном курсе неполно и находят свое завершение в разделах высшей математики, которая является естественным продолжением и обобщением элементарной. Поэтому каждая из математических дисциплин не должна излагаться изолированно от других. В сознании будущего учителя должно сформироваться представление о математике как о единой науке, а не о разрозненных ее разделах [120]. И в этом смысле теория алгебраических структур как раз и является таким связующим звеном, той красной нитью, проходящей решительно через все математические дисциплины. Какую бы математическую дисциплину мы не изучали, все действия разворачиваются в какой-либо алгебраической структуре (линейное пространство, евклидово пространство, банахово пространство, гильбертово пространство, решетка, булева алгебра, группа, кольцо, поле).

3. При подготовке учителя на первый план выдвигается не только понимание логических истоков науки, ее истории, но и ее связи с практикой и применением. Одна из первых мотиваций изучения предмета – знание области его

использования. Зарождение, возникновение и применение алгебраических структур можно найти в каждой математической дисциплине, то есть в предметной области будущего учителя математики.

4. Если речь идет о подготовке будущих учителей, то высшая математика должна давать не только общее математическое образование, но и отвечать на целиком определенные и конкретные вопросы школьного курса. Поэтому в числе основных идей любого курса высшей математики должна найти себе место идея его связи с элементарной математикой [2]. Н.Я. Виленкин, излагая основы школьного курса математики для студентов педагогических институтов, рассматривает алгебраические операции, алгебры и основные алгебраические структуры [33]. И здесь уже трудно переоценить роль таких алгебраических структур, как группы, кольца и поля, которые фактически, обязаны своим появлением развитию понятия числа и арифметических операций и которые крайне необходимы при изучении теории чисел и числовых систем, имеющих прямое отношение к школьной математике.

Содержание обучения алгебраическим структурам можно рассматривать с точки зрения содержания дисциплин, в которых изучаются те или иные алгебраические структуры: алгебры, теории чисел, вариативных курсов.

Начальные сведения об алгебраических структурах студенты получают в курсе «Алгебра». В первом семестре, после изучения раздела «Системы линейных уравнений» перед изучением раздела «Детерминанты» для определения и понимания понятия «детерминант» необходимо изучение подстановок хотя бы на минимальном уровне. Вводя операцию умножения подстановок, получаем первый в этом курсе пример алгебраической структуры – группы. Причем, группы достаточно необычной для восприятия вчерашними школьниками, группы конечной и не абелевой в отличие от бесконечных абелевых числовых групп. Конечно, важность симметрической группы подстановок студенты смогут осознать позднее и в другом курсе – при изучении теоремы Кэли и рассмотрении групп геометрических преобразований самосовмещений геометрических фигур. Пока этот пример и определение группы играют другую роль. Во-первых, изучая

определение и рассматривая примеры групп (в том числе, числовых), студенты имеют возможность осознать величайшую силу абстрагирования и обобщения, в результате которых разные множества (числовые, подстановок) и разные операции (сложение чисел, умножение чисел, умножение подстановок) в паре множество-операция рожают одну и ту же алгебраическую структуру – группу. Во-вторых, студенты получают достаточно экзотический пример конечной и не коммутативной группы. И, наконец, в-третьих, изучая эту группу, мы можем доказать некоторые простейшие свойства групп, которые «работают» во всех группах без исключения, не смотря на их внешнюю «непохожесть». Теперь студенты обоснованно могут объяснить, почему же «на ноль делить нельзя», обосновать свойства степеней и прочувствовать силу коммутативного и ассоциативного законов, которые в школе воспринимались, как должное.

Далее, после изучения раздела «Детерминанты», студенты изучают раздел «Алгебра матриц», который имеет очень большое значение, в том числе, и с точки зрения изучения алгебраических структур. На множестве квадратных матриц одинакового размера вводятся две операции, сложение и умножение, исследование которых происходит по той же схеме. Возникают новые примеры уже знакомой алгебраической структуры – аддитивная абелева группа всех $(n \times n)$ -матриц с действительными элементами и мультипликативная не абелева группа всех невырожденных $(n \times n)$ -матриц с действительными элементами. Кроме того, студенты имеют возможность понять, что проблема обратимости операции умножения для матриц решается иначе, чем для действительных чисел. Возникает новая алгебраическая структура – кольцо матриц, которое отличается по свойствам и от кольца целых и от кольца действительных чисел. При изучении этого же раздела также закладывается основа для изучения линейных пространств, – вводится операция умножения матрицы на число и изучаются свойства этой операции. После студенты приступают к изучению раздела «Алгебра комплексных чисел». Здесь уже уместно определить понятие поля и рассмотреть примеры числовых полей, не вдаваясь пока в рассмотрение понятий «расширение поля», «характеристика поля» и др. Хотя в историческом обзоре

развития понятия числа необходимо упомянуть и о расширениях, как о движущей силе этого развития. Именно при изучении данного раздела можно коснуться понятия отношений на множестве, приводя пример отношения линейного порядка меньше либо равно, которое существует на множестве действительных и не существует на множестве комплексных чисел. В результате, при изучении следующего раздела «Алгебра многочленов» студенты уже будут знакомы с понятиями «группы», «кольца», «поля». Кольцо многочленов – один из важнейших примеров колец. Изучая его, обязательно нужно сравнивать свойства коммутативности, наличия единицы, обратимости в этом кольце и в других известных уже кольцах. Необходимо заметить и подчеркнуть идентичность свойств колец целых чисел и многочленов. Тем более, эта похожесть снова всплывет при более подробном изучении кольца целых чисел в курсе теории чисел. Здесь снова возникнут понятие и свойства делимости, теория деления с остатком и алгоритм Евклида для отыскания наибольшего общего делителя. Теория деления с остатком важна еще и в том смысле, что позволяет ввести в кольцо отношение эквивалентности, что в свою очередь, дает хороший пример к понятиям факторгруппы и факторкольца при дальнейшем изучении алгебраических структур.

Наконец, изучение линейных пространств является апофеозом изучения алгебраических структур в курсе «Алгебра». К началу изучения линейных пространств студенты уже знакомы с алгеброй геометрических векторов благодаря курсу аналитической геометрии, изучили свойства функций одной переменной, непрерывных или дифференцируемых на данном отрезке, осилили алгебру матриц, комплексных чисел и многочленов. В результате, во втором семестре, когда в курсе «Алгебра» изучается линейная алгебра и линейные пространства, мы уже можем оперировать такими важными примерами линейных пространств, как пространства матриц, многочленов, комплексных чисел, геометрических векторов, функций, непрерывных или дифференцируемых на данном отрезке, причем над разными числовыми полями [215].

Линия изучения алгебраических структур обязательно продолжается на втором курсе, при изучении дисциплины «Теория чисел», важность которой для будущих учителей математики трудно переоценить. Если говорить о содержании этой дисциплины с точки зрения изучения алгебраических структур, то мы хотим выделить следующие темы, важные для основательного изучения алгебраических структур в дальнейшем:

1) теория делимости (дает основу для изучения кольца целых чисел, для разбиения этого кольца на классы вычетов по натуральному модулю, для дальнейшего построения конечных колец и полей классов вычетов по модулю);

2) числовые функции (дает знания, необходимые для работы с мультипликативной группой классов вычетов, взаимно простых с модулем, с примарными циклическими подгруппами конечной абелевой группы);

3) теория сравнений (закладывает основу для дальнейшего изучения важнейших примеров конечных групп, колец и полей, для дальнейшего изучения вопросов факторизации).

Третий этап в обучении будущих учителей математики алгебраическим структурам мы видим в рамках дисциплины вариативной части профессионального блока на 3 или 4 курсе. К этому времени студенты уже обладают необходимыми для такого обучения знаниями, уже изучены такие важные в этом смысле дисциплины, как «Алгебра», «Теория чисел», «Аналитическая геометрия», «Математическая логика», «Дискретная математика», «Математический анализ». С одной стороны, знания всех этих дисциплин востребованы для полноценного изучения вариативного курса «Алгебраические структуры». А с другой стороны, теоретические положения каждой из этих дисциплин базируются на одной или нескольких алгебраических структурах. Математические курсы должны обладать такими характеристиками: целостность, взаимосвязанность и наличие системообразующих стречней. На наш взгляд, изучение алгебраических структур уместно объединить в одном специальном курсе с изучением числовых систем. Такой курс является основой профессиональной деятельности учителя в школе, где изучение и применение

чисел составляет главную линию математики как предмета. К тому же, понимание алгебраической мотивировки расширения числовых множеств, грамотное определение операций на числовых множествах полноценное изучение свойств таких операций и оперирование ими невозможно без основательного изучения теории алгебраических структур.

Считаем целесообразным следующее содержание такого вариативного курса.

1. Алгебраические операции и алгебры. Бинарные операции и их свойства. Группы, полугруппы, моноиды, группоиды.
2. Основные понятия теории групп.
3. Гомоморфизмы групп, факторгруппы.
4. Основная теорема теории конечных абелевых групп.
5. Определение, примеры и простейшие свойства колец и полей. Подкольца и идеалы.
6. Морфизмы колец, полей. Основные теоремы об изоморфизмах колец, полей.
7. Расширения полей. Числовые кольца и поля. Наименьшее числовое поле, теорема о его включении в любое числовое поле.
8. Аксиомы Пеано. Аксиоматическое определение системы натуральных чисел. Принцип полной математической индукции. Сложение и умножение на множестве натуральных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве натуральных чисел и его свойства.
9. Алгебраическое обоснование расширения множества натуральных чисел. Принцип минимального расширения. Определение, существование и единственность кольца целых чисел. Действия на множестве целых чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве целых чисел и его свойства.
10. Алгебраическое обоснование расширения кольца целых чисел. Определение, существование и единственность поля рациональных чисел. Свойства поля рациональных чисел. Действия на множестве рациональных чисел

и их свойства. Отношение порядка на множестве рациональных чисел и его свойства.

11. Алгебраическое обоснование расширения поля рациональных чисел. Фундаментальные последовательности и их свойства. Метод Кантора построения поля действительных чисел. Сечения Дедекинда. Свойства сечений. Метод Дедекинда построения поля действительных чисел. Свойства поля действительных чисел. Действия на множестве действительных чисел их свойства. Отношение порядка на множестве действительных чисел и его свойства.

12. Алгебраическое обоснование расширения поля действительных чисел. Определение, существование и единственность поля комплексных чисел.

Процесс фундаментализации образования, прежде всего, предполагает тщательный отбор содержания преподаваемого материала с целью формирования у студентов системы стержневых и универсальных знаний. Такое содержание требует соответствующих подходов в выборе методов, форм и средств обучения, которые подробно описаны в следующем пункте.

1.4.3. *Формы, методы и средства в системе обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики.* Методы обучения в педагогической литературе определяются и классифицируются по-разному. Одни авторы понимают методы обучения как способы профессионального взаимодействия педагога и учащихся с целью решения образовательно-воспитательных задач [207]. Близкой точки зрения придерживается и А. М. Алексюк, который определяет методы обучения как упорядоченные способы взаимосвязанной деятельности учителя и учеников, направленные на решение учебно-воспитательных заданий [4]. Классификация методов сводится к трем группам: 1. Методы организации учебно-познавательной деятельности (словесные, наглядные и практические, репродуктивные и проблемно-поисковые, индуктивные и дедуктивные методы обучения). 2. Методы стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности: познавательные игры, учебные

дискуссии и др. 3. Методы контроля (устный, письменный, лабораторный и другие) и самоконтроля в процессе обучения.

Н. Ф. Голованова под методами педагогического процесса призывает понимать способы профессионального взаимодействия педагога и учащихся с целью решения образовательно-воспитательных задач и отмечает, что существует несколько десятков явлений, которые действуют как методы обучения [39].

Согласно классификации, представленной И. Я. Лернером, которая считается наиболее принятой в современной дидактике, различают следующие методы обучения: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, проблемное изложение, частично-поисковый (эвристический), исследовательский [112]. Рассмотрим каждый из них применительно к обучению алгебраическим структурам будущих учителей математики в условиях фундаментализации математического образования.

Объяснительно-иллюстративный метод используется для организации как аудиторной (чаще на лекции), так и самостоятельной работы студентов (работа с учебником, конспектом лекций). Это – метод усвоения новых знаний, в результате чего устанавливаются ассоциативные связи нового знания с уже существующим. Так, при рассмотрении на лекции понятия такой алгебраической структуры, как линейное пространство, обобщаются уже существующие знания (примеры пространств геометрических векторов, матриц, многочленов) в новое абстрактное понятие, определенное рядом аксиом. А потом для сформулированного понятия ищутся новые примеры.

Репродуктивный метод может использоваться и на лекции, и на практических (лабораторных) занятиях, и при организации самостоятельной работы студентов. Этот метод чаще всего бывает эффективным при первичном изучении объектов как действие по образцу для применения знаний. Например, при изучении кольца многочленов или кольца целых чисел излагается алгоритм Евклида для отыскания наибольшего общего делителя двух элементов кольца. Применение этого алгоритма для конкретных многочленов или чисел служит

примером репродуктивной деятельности. Воспроизведение студентом способов деятельности ведет к усвоению знаний и формированию навыков.

Следующие три метода И. Я. Лернер относит к методам проблемного обучения [112]. *Проблемное изложение* целесообразно применять при личном контакте преподавателя и студентов, хотя свое продолжение оно может находить и в самостоятельной (домашней) работе. Конечно, этот метод требует больше времени, чем репродуктивный, но в полноценном учебном процессе без него не обойтись. Согласно закономерности Смирнова-Зинченко, обучаемый может запомнить материал произвольно, если выполняет над ним активную мыслительную деятельность, и она направлена на понимание этого материала [46]. Так, например, при изучении подстановок в курсе алгебры студенты впервые сталкиваются с некоммутативной группой. Если предложить студентам решить в общем виде уравнение $AX=B$ в подстановках, где A, B – известные, а X – искомая подстановка одинаковой степени, то, с учетом отсутствия опыта у студентов, возникает проблемная ситуация. Некоторые студенты предлагают «делить» подстановки. Возникает еще одна проблемная ситуация. А когда приходят идеи умножать обе части равенства на подстановку, обратную к подстановке A , то из-за того, что операция не коммутативна, возникает новая проблемная ситуация, позволяющая подробно вспомнить аксиомы группы и закрепить эти знания.

В более сложных случаях проблемные ситуации требуют направленных эвристических подсказок, которые используются при использовании *эвристического метода* обучения. Подробно эвристические методы обучения математике описывает Е. И. Скафа, иллюстрируя их разнообразными примерами [202]. Рассмотрим эвристические методы применительно к обучению алгебраическим структурам.

Частично-поисковый метод, или эвристическая беседа, предполагает поиск, направленный преподавателем. Приведем в пример следующую задачу. Существует ли такая алгебраическая система, в которой выполняются все аксиомы линейного пространства, кроме равенства $1 \cdot a = a$?

Указание 1. Попробуйте рассмотреть какое-нибудь линейное пространство и заменить операцию умножения на «экзотическую», для которой бы не выполнялась обозначенная аксиома.

Указание 2. Вспомните определение линейного пространства. Рассмотрите какую-нибудь известную алгебраическую систему, в которой определена такая операция сложения, которая удовлетворяет первым четырем аксиомам линейного пространства. Рассмотрите любое поле и определите нулевое произведение любого элемента выбранной системы на любой элемент поля. Будет ли построенная алгебраическая система удовлетворять всем аксиомам линейного пространства? Проверьте.

Эти указания могут предлагаться преподавателем в процессе эвристической беседы, постепенно подводя студента к решению. Такие проблемные задания могут предлагаться и для самостоятельного решения без подсказок. Опыт преподавания подсказывает, что редко находятся студенты, готовые к решению такого рода задач абсолютно самостоятельно. Можно предложить в качестве эвристической подсказки «Указание 1». Если после этого студент по-прежнему не справляется с задачей, то нужно предложить в качестве подсказки «Указание 2».

Кроме метода эвристической беседы, существуют некоторые специальные эвристические методы [233], которые хорошо использовать на разных этапах обучения алгебраическим структурам.

Метод эвристического наблюдения [49]. При решении задачи, помимо непосредственной цели, студенты видят (замечают) другие особенности или свойства объектов, получают новую информацию и знания. Например, при изучении конечных групп, студентам предлагаются задачи на распознавание, то есть предлагаются конечные множества с операциями, нужно выяснить образуют ли они группы. Для проверки того, определена ли операция на конечном множестве, удобно пользоваться таблицей Кэли. После построения нескольких таблиц студенты сами замечают, что в одной строке или столбце таблицы группы элементы не повторяются. Так возникает новая задача: доказать, что в строке

(столбце) таблицы Кэли для группы не могут встречаться равные элементы. Этот факт доказывается не сложно, а студенты получают новое знание.

Метод гипотез. Студентам предлагается выдвинуть версии ответов на поставленный вопрос или проблему. При этом формируется не только умение конструировать гипотезы ответа, но и делать оценку их правильности, находить пути проверки этих гипотез. Приведем пример. При изучении алгебры матриц предлагается найти A^{100} , $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Студенты сразу предлагают найти вторую, третью степени матрицы A : $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. После этого гипотеза приходит сама собой: $A^{100} = \begin{pmatrix} 1 & 100a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Этот материал изучается в первом семестре, и в большинстве своем студенты не понимают, что это – не ответ, а гипотеза, требующая проверки (доказательства). Для правильного понимания ситуации приводим пример: " $5 \cdot 5 = 25$, $6 \cdot 6 = 36$, следовательно, $7 \cdot 7 = 47$?" После такого вопроса приходят предложения доказать версию со степенью матрицы методом математической индукции.

Метод ошибок [247]. Ошибка рассматривается как источник противоречий. Отыскание причин противоречий и способов исправления ошибок служат источником новых знаний. Приведем пример. При изучении понятия группы предлагается операция $x * y = y$. Студенты приходят к выводу, что операция определена на данном множестве и ассоциативна. Далее следует искать нейтральный элемент e из условий $\begin{cases} x * e = x \\ e * x = x \end{cases}$. Предлагается в качестве нейтрального элемента $e = x$. Чтобы осознать ошибку, студентам необходимо вспомнить аксиому существования нейтрального элемента полностью. Преподавателем снова предлагается ошибка: сравнить эту аксиому с другой,

неверной ее версией. Сравниваем два высказывания: " $\exists e \in G \quad \forall x \in G \quad \begin{cases} x * e = x, \\ e * x = x \end{cases}$ ",

и " $\forall x \in G \quad \exists e \in G \quad \begin{cases} x * e = x, \\ e * x = x \end{cases}$ ". Таким образом, обсуждается разница в двух

формулировках, находится ошибка. Задача решена, получен ответ: «Данное множество относительно рассматриваемой операции не является группой, так как не существует нейтрального элемента». Кроме непосредственной цели – решения задачи – студенты приходят к выводу, как не нужно понимать определение нейтрального элемента. Вместо того, чтобы находить подобную ошибку в работах многих студентов, мы умышленно «допускаем» или провоцируем эту ошибку вместе и учимся на ней [113].

Мозговой штурм и его разновидность – **метод синектики** [246]. Обсуждаются общие признаки проблемы, используются аналогии, выбираются альтернативы. Например, при изучении евклидовых пространств после введения понятия скалярного произведения, определения длин векторов и угла между векторами предлагается следующая *задача*. Проверить, что в линейном пространстве всех (2×2) -матриц над R можно задать скалярное произведение формулой $X, Y = \text{tr}(X \cdot Y^t)$, где $\text{tr} A$ – след матрицы A , т.е. сумма всех ее элементов, стоящих на главной диагонали, Y^t – матрица, транспонированная по отношению к матрице Y . При таком задании скалярного произведения найти углы

и длины сторон треугольника, «натянутого» на векторы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

данного евклидова пространства. Для решения задачи отыскания абстрактных длин и углов генерируются аналогии. Рассматривается сначала евклидово пространство всех геометрических векторов на плоскости. Речь идет о том, что треугольником, «натянутым» на два неколлинеарных вектора $\vec{a}, \vec{b}$, приложенных к одной точке, называется треугольник со сторонами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}$. Следует нарисовать рисунок, чтобы разобраться, между какими именно векторами следует

находить углы. Поиск аналогий дает возможность «представить» искомое и верно решить задачу. Еще пример. В первом семестре в курсе алгебры студенты изучают кольцо многочленов и делимость в этом кольце. Позже, в курсе теории чисел, при изучении делимости в кольце целых чисел, генерируются и развиваются аналогии для формулировок свойств делимости, способов отыскания наибольшего общего делителя, применения алгоритма Евклида уже для целых чисел.

Метод морфологического ящика (метод многомерных матриц) [249] основан на анализе признаков и связей, получаемых из различных комбинаций элементов. Этот метод позволяет составлять такие комбинации целенаправленно с целью их системного, глубокого и разностороннего анализа. Приведем пример. При изучении групп возникают другие алгебраические структуры (группоид, полугруппа, моноид, коммутативные или нет) в зависимости от набора аксиом. Рассматриваются соответствующие примеры. Студентам предлагается матрица взаимосвязей (таблица 1.1), которая дает 12 сочетаний свойств операций, на каждое из которых предлагается найти пример, если такой существует.

Таблица 1. 1 – Использование метода морфологического ящика

бинарная операция	коммутативная	ассоциативная	существует нейтральный элемент	обратимая
не коммутативная	-----			
не ассоциативная		-----		
не существует нейтральный элемент			-----	
не обратимая				-----

Такая тренировка приводит к лучшему пониманию указанных свойств и к изучению свойств известных операций на разных множествах и даже к конструированию собственных операций. К тому же, умение студентов искать и

приводить примеры «оживляет» изучаемый материал, делает его понимание глубоким и осознанным, является важным профессиональным качеством учителя.

Среди целей обучения алгебраическим структурам мы выделили следующее: «Развитие творческих способностей, исследовательских навыков, способность использовать индивидуальные способности для решения исследовательских алгебраических задач». Эти цели соотносятся с задачами профессиональной деятельности выпускника, заявленными в Основной образовательной программе по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование: «Постановка и решение исследовательских задач в области науки и образования; использование в профессиональной деятельности методов научного исследования» [149]. Очевидно, для достижения этих целей необходимо применение, в том числе, исследовательского метода обучения.

Исследовательский метод предполагает решение целостной исследовательской задачи. Такие задания возникают на лекции, такого рода задания представлены и в авторском методическом пособии для изучения алгебраических структур [185].

Например. *Задание.* Докажите, что аддитивная группа всех рациональных чисел неразложима в прямую сумму своих собственных подгрупп. Такое задание носит исследовательский характер. Изучая возможности разложения групп в прямую сумму (или произведение) собственных подгрупп, мы продвигаемся к изучению целых классов изоморфных групп, исследуем возможность описания группы с точностью до изоморфизма. А в задании речь идет об изучении числовой группы, что само по себе представляет профессиональный интерес для будущих учителей математики. Конечно, такое задание под силу не каждому студенту, но очень важно мотивировать всех студентов к его выполнению, а при необходимости – подбирать исследовательские задания по силам конкретных студентов.

Метод проектов также относится к методам, развивающим исследовательские навыки и творческие способности [161]. Студенты индивидуально или по группам выполняют познавательную или

исследовательскую работу. Например, при изучении группы подстановок, алгебры матриц возникают задачи, доказательство которых удобно проводить методом математической индукции. Этот метод, к сожалению, редко использовался в школе или не использовался вообще. Так что, многие первокурсники слабо знакомы или не знакомы совсем с этим методом. Студенческая группа делится на три части. Каждой подгруппе предлагается домашнее задание – изучить по одному варианту метода математической индукции (классический и с вариациями в базе и предположении индукции) и подобрать соответственно примеры. На занятии представители каждой подгруппы излагают свою часть, отвечают на вопросы, оценка выставляется всем участникам.

Метод рецензий направлен на формирование умений анализировать и критически оценивать содержание выступления товарища или содержание материала учебника [234]. Приведем пример. При изучении операций на предикатах обсуждаются понятия равносильных предикатов и предикатов-следствий. Эти понятия очень важны и в элементарной математике, их понимание необходимо для будущего учителя математики. Студенческую группу делим на две подгруппы. Каждой подгруппе предлагаем задание: подготовить примеры из элементарной математики (решение уравнений, неравенств и их систем) для иллюстрации этих двух понятий. На занятии выступают представители обеих подгрупп, а оппоненты из другой подгруппы задают вопросы, критически анализируют выступление с точки зрения математической грамотности и с точки зрения методически удачных примеров-иллюстраций. При оценивании учитывается и выступление, и анализ оппонентов.

Многие авторы рассматривают формы обучения в различных контекстах: дидактическом, социокультурном и личностном. В дидактическом контексте форма обучения характеризуется как особенность организации учебной работы учащихся на определенном содержании [39]. Лекционно-практическая система обучения в образовательных организациях высшего профессионального образования предполагает аудиторные занятия (лекции, лабораторные и

практические занятия). Дидактическая структура аудиторного занятия характеризуется такими компонентами, как актуализация знаний и способов действия, формирование новых понятий и способов действия, применением умений и навыков [39]. Эти компоненты присутствуют и в лекционном, и в практическом, и в лабораторном занятиях.

В зависимости от методов, применяемых на занятиях, можно рассматривать соответствующие формы занятий. Некоторые авторы выделяют виды лекций в зависимости от способа их проведения [66]. На наш взгляд, такая градация обусловлена используемыми методами и приемлема не только для лекционных, но и для практических занятий.

Информационная лекция, в которой используются объяснительно-иллюстративный или репродуктивный методы изложения, наиболее распространена в педагогической практике в высшей школе. Здесь происходит изложение готовой информации, готовых алгоритмов деятельности.

Проблемная лекция предполагает изложение материала с использованием методов проблемного обучения в их разнообразии. Преподаватель организует проблемные ситуации, разрешение которых является главным признаком такого занятия.

Лекция-провокация рассчитана на применение метода ошибок, стимулирует обучающихся к постоянному контролю предлагаемой информации и поиску ошибок.

Лекция-конференция, в которой могут использоваться метод проектов и метод рецензий, проводится как научно-практическое занятие с заслушиванием докладов и выступлений студентов по заранее поставленной проблеме в рамках учебной программы и под руководством преподавателя.

Лекция-диалог, при организации которой используется метод эвристической беседы, предусматривает изложение материала в форме диалога преподавателя и студентов.

Лекция-консультация так же предполагает использование метода эвристической беседы и, по-видимому, более уместна перед каким-либо контрольным мероприятием.

Наконец, *лекция-визуализация* [66] – разновидность лекции или другого занятия, определяемая средствами обучения. Такая лекция предполагает визуальную подачу учебного материала на основе применения мультимедиа или других визуализирующих средств.

На наш взгляд, предложенные виды лекций (или практических занятий) особенно эффективны в комбинированном применении, а не в чистом виде.

Для организации аудиторных занятий преподаватель разрабатывает курс лекций, контрольные вопросы к изучению тем, методические указания к проведению практических и лабораторных занятий. Такие дидактические материалы разработаны нами и для изучения алгебраических структур в курсах алгебры, теории чисел, в специальном курсе [168], [83], [185], [167].

В социокультурном контексте форма обучения рассматривается как система педагогического взаимодействия участников учебного процесса, направленная на решение определенных целей обучения [39]. И здесь выделяют индивидуальную, индивидуально-групповую и групповую формы обучения. Лекции, лабораторные и практические занятия относятся к групповым формам обучения. Наряду с перечисленными групповыми формами аудиторных занятий при обучении необходимы и индивидуальные, индивидуально-групповые формы, такие как консультации или дополнительные занятия с отдельными студентами. Консультации, как правило, проводятся после выполнения домашних заданий (изучение лекции, решение домашних индивидуальных заданий, подготовка к практическим занятиям, подготовка к контрольным мероприятиям) или для подготовки к будущим работам (выполнение творческих заданий, выступление на занятии, коллоквиум, экзамен). Консультации могут носить эпизодический характер (по мере необходимости) или быть запланированной акцией (например, еженедельно или перед экзаменом). Дополнительные занятия проводятся чаще всего по инициативе преподавателя или с отстающими студентами, или со

студентами, выполняющими творческие задания, проекты, занимающимися научной работой.

Еще одной традиционной и неотъемлемой формой обучения является домашняя учебная работа. Она предполагает изучение лекций, работу с учебником, подготовку к практическим и лабораторным занятиям, выполнению домашних индивидуальных заданий. Это – один из видов самостоятельной работы студентов. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов [82], [210], разработанные для обучения алгебраическим структурам в курсах алгебры, математической логики, в специальном курсе, необходимы для домашней работы студентов. Организации и управлению самостоятельной работой студентов при обучении алгебраическим структурам посвящен пункт 2.2 в следующем разделе работы.

Личностный контекст формы обучения характеризуется как определенная педагогическая ситуация передачи информации, обмена ею [39]. В этом случае процесс обучения строится как монолог обучающего или как диалог обучающего и обучаемых. При обучении алгебраическим структурам на лекциях, практических, лабораторных занятиях, консультациях, дополнительных занятиях целесообразно использовать и монолог, и диалог в соответствии с выбранными методами обучения.

Вместе с организационными формами и методами средства обучения также являются важным компонентом методической системы. Наиболее точно, на наш взгляд, определяются средства обучения как объекты некоторой природы, формирующие учебную среду и используемые учителем и учащимися в процессе учебной деятельности [217]. Средства обучения в современном преподавании – весьма разнообразны. При обучении алгебраическим структурам необходимы традиционные средства: учебники [68], [3], [25], [81], [96], [118], [227], [105], [106], [232], [226], [24], [90], [37], учебно-методические пособия [168], [83], [82], [210], [185], [167], конспекты лекций, справочники и др. Кроме традиционных средств, в современном обучении уместно использование различных программных средств, операционных сред, обучающих комплексов,

компьютерных учебников, дистанционных курсов [58]. В пункте 1.3 мы обращали внимание на целесообразность задействования образного мышления студентов при обучении алгебраическим структурам. И главными помощниками в этом могут быть компьютер и мультимедийная доска с соответствующими педагогическими программными средствами. Наиболее распространены в настоящее время мультимедийные презентации, при помощи которых можно организовать учебный процесс [205]. Например, лекции по теме «Алгебра матриц» полностью или частично можно проводить при использовании средств мультимедиа (рис. 1.1).

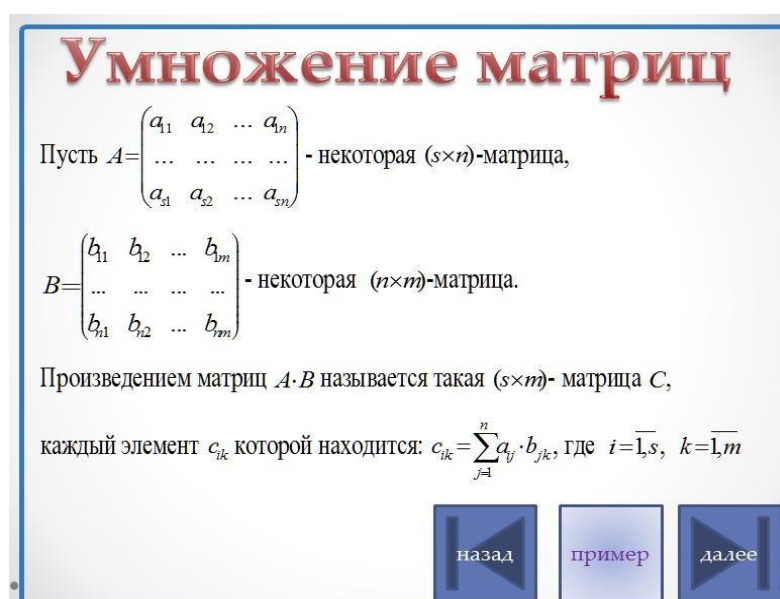


Рисунок 1.1 – Фрагмент презентации по теме «Алгебра матриц»

На практических занятиях предлагается использовать системы заданий с эвристическими подсказками и указаниями. Такие задания выполняются коллективно с использованием компьютерного тренажера (рис.1.2).

Среди средств, полезных студентам в самостоятельной работе, – мультимедийные комплексы по темам курса. С такими комплексами обучаемые могут работать самостоятельно (рис. 1.3) в компьютерном классе под руководством преподавателя или дома. Их создание может быть творческим, профессионально ориентированным заданием для студентов 3, 4 курсов в рамках работы над курсовыми и дипломными проектами.

Задания с эвристическими подсказками

1. Известно, что произведение матриц $AB=0$. Обязательно ли, что хотя бы одна из матриц A или B – нулевая? подсказка
2. Известно, что произведение матриц $AB=E$. Обязательно ли, что $BA=E$? подсказка
3. Верно ли, что если оба произведения матриц AB и BA существуют, и A – $(m \times n)$ -матрица, то B – $(n \times m)$ -матрица. подсказка
4. Пусть A и B – $(n \times n)$ – матрицы. Доказать, что $A=B$ тогда и только тогда, когда $AX = BX$ для произвольной матрицы-столбца X из n элементов. подсказка
5. Вычислить A^{72}, B^{72}, X^n , где $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. подсказка

Рисунок 1.2 – Фрагмент тренажера для практических занятий по теме
«Алгебра матриц»

Мультимедийные комплексы в виде компьютерных тренажеров, разработанные совместно со студентами старших курсов, более подробно описаны в пункте 2.2 как одно из средств управления самостоятельной работой студентов наряду с дистанционным курсом и средствами самоконтроля.

Обратная матрица

Пусть A – $(n \times n)$ -матрица. Обратной к матрице A (если такая существует) называется матрица, которую будем обозначать A^{-1} , и которая удовлетворяет равенствам: $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$.

Критерий существования обратной матрицы. Пусть A – $(n \times n)$ -матрица. Обратная к ней A^{-1} существует тогда и только тогда, когда $\det A \neq 0$ (то есть матрица A – невырождена).

Отыскание A^{-1} : Пусть A – $(n \times n)$ -матрица и $\det A \neq 0$, тогда

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot (A_{ij})^* = \frac{1}{\det A} \cdot A^*,$$

где A^* – матрица, сопряженная к матрице A . Чтобы найти A^* , находим алгебраические дополнения A_{ij} к элементам матрицы A , из них составляем матрицу, транспонируем ее и получаем матрицу A^* .

назад
пример
содержание

Рисунок 1.3 – Фрагмент тренажера по теме «Обратная матрица»

Для самоконтроля мы предлагаем студентам пройти тестирование при помощи тестовой системы «My Test», хорошо зарекомендовавшей себя и очень удобной. Среди достоинств этой тестовой системы – практичность, наглядность,

удобство в применении, в том числе при оценивании. Нами составлены и подробно описаны в пункте 2.2 тесты по отдельным темам для самоконтроля при обучении алгебраическим структурам.

Современные ИКТ дают преподавателю широкие возможности в выборе средств для управления самостоятельной работой студентов [146]. Среди таких средств можно выделить дистанционные курсы, которые могут широко применяться для обучения студентов заочной формы, для обучения студентов очной формы, пропустивших занятия по уважительной причине, для итогового повторения перед экзаменами (например, выпускными). Нами разработан дистанционный курс «Линейная алгебра» для управления самостоятельной работой студентов при изучении алгебраических структур и описанный в пункте 2.2 более подробно.

Таким образом, авторская методика обучения алгебраическим структурам направлена на улучшение качества математической подготовки и на усиление профессиональной мотивации обучаемых, позволяет внедрение для профессионально направленной подготовки будущих учителей математики в условиях фундаментализации их математического образования.

Выводы к разделу 1

В первом разделе диссертации проанализированы состояние подготовки студентов, будущих учителей математики, нормативные документы высшего профессионального образования, психолого-педагогическая и научно-методическая литература, а также изучен и обобщен опыт работы преподавателей и собственный опыт при обучении будущих учителей математики. Кроме того, изучены понятие и возможности процесса фундаментализации математического образования будущих учителей математики, рассмотрены роль и место алгебраических структур в этом процессе. Проведенный анализ приводит к выводу о необходимости усовершенствования методической системы обучения

будущих учителей математики в направлении фундаментализации образования с целью их более качественной подготовки.

Показано, что основными предпосылками, способствующими повышению качества математической подготовки и усилению профессиональной мотивации будущих учителей математики, являются: реализация деятельностного и компетентностного подходов к обучению; обеспечение профессионально направленного обучения, которое предоставляет условия для формирования качеств, необходимых в профессиональной деятельности будущих учителей математики; формирование положительных мотивов к учебной и будущей профессиональной деятельности, а также, учет возрастных и психологических особенностей студентов при обучении.

Установлено, что профессиональная мотивация является важным компонентом обучения алгебраическим структурам, усилению которой способствует применение эвристических методов обучения, средств ИКТ и профессионально направленных систем заданий в обучении.

Выявлено, что формирование готовности к будущей профессиональной деятельности при обучении алгебраическим структурам наиболее эффективно происходит в условиях фундаментализации образования, необходимость которой в современных условиях подчеркивают многие ученые. Исследование феномена фундаментализации математического образования и анализ методических требований к системе обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики дают основания согласиться с выводами С.И. Калинина относительно указанного феномена [80]. Мы солидарны с точкой зрения, согласно которой фундаментализация образования в отношении подготовки будущих учителей математики предполагает:

- 1) снижение доли репродуктивных подходов за счет увеличения доли эвристических приемов в обучении;

- 2) ознакомление студентов с современными математическими исследованиями;

3) освоение студентами научно-информационной базы и вовлечение их в реальную научно-исследовательскую работу;

4) осмысление студентами положений и фактов школьной математики с точки зрения высшей;

5) использование математической дисциплины в обучении студентов собственным фундаментальным исследованиям преподавателя.

Таким образом, первые две задачи, поставленные в исследовании, полностью выполнены.

Основные результаты исследований первого раздела заявлены на различных научных, научно-методических, методических конференциях [53, 84, 184, 194, 195, 198, 214, 224, 248] и опубликованы в научных статьях [186, 188, 189, 215].

РАЗДЕЛ 2

МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИМ СТРУКТУРАМ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

2.1. Методика обучения алгебраическим структурам в некоторых математических курсах

Изучение алгебраических структур невозможно рассматривать как задачу одной дисциплины, будь то базовый или специальный курс. Изучение алгебраических структур для будущих учителей математики составляет важную и необходимую часть профессиональной подготовки учителя и фундаментального математического образования.

Важнейшим этапом в обучении алгебраическим структурам является пропедевтика. История развития математики и опыт преподавания математических дисциплин дает основания предполагать, что при обучении алгебраическим структурам оптимальным будет движение от частных примеров к их обобщению с тем, чтобы полученное общее знание распространять на конкретные случаи. Подготовительной работой к изучению таких абстрактных (и поэтому сложных для восприятия) понятий, как алгебраические структуры, может служить изучение примеров, обобщение которых приводит к той или иной структуре. С этой точки зрения пропедевтика начинается еще в школе, при изучении чисел и алгебраических операций на них, геометрических векторов с операциями сложения и умножения вектора на число, а также, свойств этих операций. Подготовительная работа продолжается и в высшей школе при изучении математических дисциплин. Накапливается опыт изучения, анализа и систематизации базовых примеров алгебраических структур. В копилку примеров идут и изученные в школе числовые множества с алгебраическими операциями, и векторная алгебра, и различные классы функций (непрерывные, дифференцируемые, интегрируемые на данном числовом множестве) с

операциями поточечного сложения, умножения на число, композиции. Из этой копилки потом придется брать примеры и для работы с введенными понятиями конкретных структур.

2.1.1. Алгебраические структуры в курсе математической логики.

Непустое множество с определенными на нем n -арными операциями образует универсальную алгебру. Набор аксиом, которым удовлетворяют операции, задает ту или иную алгебраическую структуру. Поэтому, можно говорить о том, что теория множеств и двузначная логика представляют собой тот фундамент, без которого невозможно построение здания алгебры. Курс математической логики должен быть построен таким образом, чтобы составлять необходимую базу для фундаментального математического образования, а также, для обучения алгебраическим структурам. Одна из тем, рассматриваемых в курсе, – «Теория множеств», на ее основе строится изложение любых математических дисциплин. В этой теме излагаются основные понятия теории множеств; рассматриваются важнейшие примеры конечных и бесконечных, в том числе числовых (дискретных и непрерывных), множеств; формируются умения доказывать включения и равенства множеств; изучается важнейшее для введения бинарной и n -арной операций определение декартова произведения множеств; вводятся операции на множестве подмножеств данного множества и изучаются свойства этих операций. Кроме необходимого фундамента для изучения алгебраических структур, студенты при изучении математической логики должны получить представление о новых для себя операциях на множествах с уже знакомыми свойствами: коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность. Здесь же впервые осуществляется знакомство с такой алгебраической структурой, как дистрибутивная решетка, возникает булева алгебра. При изучении следующей темы «Алгебра высказываний» на множестве совершенно иных объектов – высказываний – естественным образом вводятся операции с такими же свойствами, снова возникают дистрибутивная решетка и булева алгебра. Эти новые знания очередной раз должны подтолкнуть студентов к идее обобщения и

познакомить с некоторыми новыми алгебраическими структурами. Понятие порядка здесь тесно переплетается с алгебраическими операциями (объединения и пересечения – на множествах, дизъюнкции и конъюнкции – на высказываниях). В этой же теме рассматриваются важнейшие вопросы полноты системы логических операций, общезначимости формул, логического следствия. Нами подобраны соответствующие задания [210], позволяющие расширить знания о бинарных и унарных операциях, обладающих уже знакомыми свойствами. Кроме того, задания позволяют исследовать вопросы «взаимозаменяемости» операций, возможности выражать некоторые операции через другие; позволяют конструировать операции. Задания, связанные с понятием логического следствия, позволяют лично обосновать приемы, применяемые при доказательстве утверждений и осознать логическую обоснованность таких приемов. Такие задания способствуют формированию у студентов стержневых, системообразующих знаний – составляющих фундаментального образования будущего математика и учителя. Приведем примеры.

Задание. Доказать, что операция отрицания не может быть выражена через операции конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции.

Задание. Доказать, что основные логические операции нельзя выразить через операции дизъюнкции и импликации.

Задание. Определить, сколько существует унарных логических операций над высказываниями? Выписать таблицы значений.

Задание. Определить, сколько существует бинарных логических операций над высказываниями? Выписать их таблицы значений.

Задание. Доказать или опровергнуть, что если $\models \Phi$, $\models \Psi$, то $\models \Phi \Rightarrow \Psi$. Верно ли обратное утверждение?

Задание. Доказать, что если $\models \Phi \vee \Psi$ и $\models \bar{\Phi} \vee X$, то $\models \Psi \vee X$.

Задание. Доказать или опровергнуть, что $A \models B \Rightarrow C$ тогда и только тогда, когда $A, \bar{B} \models C$.

Эти задания, являясь компонентом методической системы обучения алгебраическим структурам, целесообразны и уместны для этой методики обучения будущих учителей математики, в отличие от традиционной методики преподавания математической логики.

Не менее важную роль в подготовке будущего учителя математики играет тема «Логика предикатов». Она дает возможность познакомиться с понятием предиката, значение которого в фундаментальном математическом образовании трудно переоценить. Любые уравнения, неравенства и их системы, формулировки большинства теорем, аксиом представляют собой примеры предикатов и играют ведущую роль для изложения теории алгебраических структур. Определение кванторов всеобщности и существования и правильное их понимание – еще одна задача математической логики, без решения которой невозможно грамотное изложение и адекватное восприятие теории алгебраических структур. Для аудиторной и внеаудиторной работы студентов предлагаем систему заданий, составленных таким образом, чтобы обеспечить возможности для фундаментального математического образования, создать основы для обучения алгебраическим структурам, обеспечить подготовку будущего учителя математики [210]. Приведем примеры таких заданий.

Задание. Найти множество истинности предикатов, определенных на множестве действительных чисел:

$$a) x = y \wedge x^2 + y^2 \leq 1,$$

$$б) xy = 1 \vee x^2 + y^2 = 0.$$

Решение такого рода заданий усиливает качество математической подготовки будущего учителя математики, нацеливает на осмысление элементарной математики с точки зрения высшей (по существу, речь идет о грамотном решении систем и совокупностей уравнений и неравенств, о переходе к равносильным предикатам).

Задание. Найти логическое значение высказываний:

$$a) \forall x \forall y \forall a (x \neq y \Rightarrow x^a \neq y^a), \quad x > 0, y > 0, a \geq 0;$$

$$б) \forall a \forall b \exists x (x > a \wedge x < b \Leftrightarrow a < b).$$

Такого рода задания не только готовят студентов к правильному пониманию формулировок аксиом алгебраических структур, но и воспитывают логическую грамотность будущего учителя математики.

Задание. Записать на языке предикатов и кванторов высказывания:

а) «Любое число, кратное 10, кратно 5 и кратно 2»;

б) «Во множестве всех натуральных чисел не существует наибольшего числа»;

в) «Для каждого целого числа найдется такое целое число, что их сумма равна нулю».

Кроме логической грамотности, задания такого рода необходимы будущему учителю для формирования навыков математического моделирования, «перевода на математический язык», необходимых в будущей профессиональной деятельности.

Задание. Привести к предваренной нормальной форме следующие предикаты:

$$a) \forall x P(x) \Rightarrow \exists x Q(x),$$

$$б) \forall x P(x, y) \Rightarrow \forall x Q(x).$$

Задания формируют основы математической культуры студентов, учат оперировать предикатами и кванторами, правильно читать высказывания, записанные на языке предикатов и кванторов и наоборот, «переводить» высказывания на этот формальный язык. Системы таких заданий разработаны для аудиторной работы студентов на практических занятиях и для самостоятельной домашней работы и опубликованы в учебно-методическом пособии [210].

Очевидно, математическая логика уже на первом курсе готовит студентов к изучению алгебраических структур и является составляющей фундаментального математического образования будущих учителей математики.

2.1.2. Алгебраические структуры в курсе алгебры. Любая алгебраическая структура определяется одним или несколькими законами внутренней композиции на этом множестве и, возможно, одним или несколькими законами внешней композиции элементов из данного и вспомогательного множеств [22]. То есть, для введения алгебраической структуры, прежде всего, необходима одна или несколько бинарных операций, заданных на некотором множестве (внутренний закон композиции).

Большое количество бинарных операций, ранее не знакомых, возникает в курсе «Алгебра», который студенты начинают изучать в первом семестре. Так, для изучения детерминантов возникает необходимость введения понятия «подстановка» и операции умножения на множестве подстановок одинаковой степени. Полученная симметрическая группа подстановок представляет собой пример конечной не коммутативной группы, имеющей множество приложений и играющей важнейшую роль в описании целого класса всех конечных групп с точностью до изоморфизма. Эти знания будут востребованы при изучении алгебраических структур.

Далее в курсе алгебры студенты изучают матрицы, а также, операции сложения и умножения матриц, умножения матрицы на число. Множество квадратных матриц одинакового порядка – прекрасный пример бесконечного множества с несколькими операциями, обладающими разными свойствами: коммутативная, ассоциативная и обратимая операция сложения; не коммутативная, ассоциативная операция умножения, обратимая только для класса невырожденных матриц; закон внешней композиции – операция умножения матрицы на число. Все эти примеры будут востребованы при изучении линейных пространств, групп, полугрупп, колец, а некоторые примеры имеют самостоятельную практическую ценность (как то, группа матриц поворота на угол α на плоскости).

Задание [53]. Доказать, что множество матриц вида $\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \alpha \in R,$

образует группу относительно умножения матриц.

Изучение в курсе алгебры следующей темы «Алгебра комплексных чисел» имеет огромное значение, прежде всего, в смысле построения расширения поля. Здесь необходимо объяснить студентам, что вопрос расширения имеет причины и назрел с точки зрения алгебры. Впоследствии, в специальном курсе «Алгебраические структуры», планируется к изучению подтема «Алгебраические и трансцендентные расширения полей. Строение простых расширений», фундамент для изучения которой закладывается в курсе алгебры при рассмотрении комплексных чисел. Изучение комплексных чисел знакомит студентов с понятием и примером кольца и поля, а также с важнейшим примером группы всех корней n -ной степени из единицы, которая описывает с точностью до изоморфизма все конечные циклические группы. При рассмотрении группы корней n -ной степени из единицы важно поработать с примерами простых и составных (не являющихся степенью простого) значений для числа n , что закладывает основы к изучению примарных и разложимых циклических групп. Приведем примеры заданий, позволяющие студентам не только ближе познакомиться с группой корней из единицы, но и почувствовать прикладное значение этих знаний [83].

Задание. Найти сумму всех корней n -ой степени из 1.

При решении этого задания можно применить формулы суммы первых n членов геометрической прогрессии, но для этого нужно понимать цикличность этой группы. Результаты решения этого задания можно применить для доказательства того, что сумма геометрических радиус-векторов, приложенных к центру окружности и делящих окружность на n равных частей, равна нулю.

Задание. Доказать, что все (кроме 1) корни 7-й степени из 1, являются первообразными. Верно ли это для корней 6-й степени из единицы?

Решение этого задания также является подготовительной работой с образующими конечной циклической группы, примарной и разложимой.

Задание. Вычислить:

$$a) \cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5};$$

$$b) \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} + \cos \frac{8\pi}{7} + \cos \frac{10\pi}{7} + \cos \frac{12\pi}{7}.$$

Это задание, как и следующее, связано с решением первого из примеров и имеет прикладное значение. Фактически, ранее доказанное с использованием цикличности группы корней из единицы позволяет производить вычисления в тригонометрии – разделе школьной математики.

Задание. Вычислить:

$$a) 1 + \varepsilon + \varepsilon^2 + \dots + \varepsilon^{n-1}; \quad б) 1 + 2\varepsilon + 3\varepsilon^2 + \dots + n\varepsilon^{n-1}; \quad в) \sum_{k=1}^n k^2 \varepsilon^{k-1}; \quad г) \sum_{k=1}^n k^3 \varepsilon^{k-1},$$

где ε - первообразный корень n -й степени из единицы.

Изучение темы «Алгебра многочленов» дает студентам представление о примере еще одного кольца, не являющегося полем. На этом этапе можно проводить со студентами сравнительный анализ колец. Кольцо квадратных матриц одного порядка – пример не коммутативного кольца с единицей и с делителями нуля. Кольцо многочленов над R является коммутативным, с единицей и без делителей нуля, как и кольцо целых чисел. Сравнение колец многочленов и целых чисел уместно и как задел на будущее, – изучение свойств делимости, отыскание наибольшего общего делителя, деление с остатком происходят в этих кольцах, практически, одинаково.

Второй модуль в курсе алгебры посвящен изучению линейных пространств. Для этого студенты должны иметь необходимый багаж знаний и сформированные умения по решению заданий векторной алгебры. В первом семестре в курсе аналитической геометрии изучена векторная алгебра, в курсе алгебры – множества матриц и многочленов с операциями сложения и умножения на число, поле комплексных чисел, в курсе математического анализа студенты приобрели элементарные знания о функциях одного действительного аргумента. Все эти

знания станут основой для обобщений и изучения нового алгебраического понятия «линейное пространство», дадут материал для создания системы знаний и составления новых заданий [168].

Задание. Является ли линейным пространством над полем действительных чисел:

- а) множество всех комплексных чисел;
- б) множество всех геометрических векторов плоскости, коллинеарных данному вектору; противоположно направленным данному вектору;
- в) множество всех вещественных многочленов $f(x)$:
 степени, большей или равной n , пополненное нулевым многочленом;
 степени, меньшей или равной n , пополненное нулевым многочленом;
 степени, равной n ;
 таких, что $f(1)=0$;
 таких, что $f(0)=1$;
- г) множество $(m \times n)$ -матриц: с целыми элементами; с вещественными элементами;
- д) множество непрерывных на $[a, b]$ функций?

Такого рода задания полезны не только для понимания определения новой алгебраической структуры и формирования у студентов умений распознавать линейные пространства. Решение этих заданий способствуют формированию структурных единиц объединяющего и обобщающего научного математического знания, что крайне необходимо для фундаментального образования будущих учителей математики.

На изучение линейных пространств отводится целый семестр. Здесь же достаточно подробно изучаются евклидовы пространства, билинейные и квадратичные формы в действительном линейном пространстве, линейные операторы. Впервые для студентов возникает понятие изоморфизма алгебраических структур, значение которого в развитии человеческой мысли трудно переоценить: изучая свойства одной структуры, тем самым распространяем полученное знание на все изоморфные объекты. В первой теме

модуля «Линейные пространства» исследуется понятие изоморфизма линейных пространств, устанавливается изоморфизм всех n -мерных пространств над одним и тем же полем. В следующей теме «Евклидовы пространства» изучается изоморфизм евклидовых пространств. А в теме «Линейные операторы» возникает яркий и очень важный пример изоморфизма линейных пространств: устанавливается взаимно однозначное соответствие между линейными операторами в n -мерном линейном пространстве над полем P и $(n \times n)$ -матрицами над P . Все понятия подкрепляются упражнениями и контрольными вопросами, разработанными нами в учебно-методическом пособии [168]. Решение таких заданий способствует формированию у студентов знаний, необходимых для преподавания в школе, например, геометрии.

Задание. Доказать, что при изоморфизме линейных пространств: нулевой вектор переходит в нулевой; линейно независимые системы векторов – в линейно независимые; эквивалентные системы векторов – в эквивалентные; базис переходит в базис.

Обучение школьников векторной алгебре требует от учителя глубокого понимания этого материала. Понятие изоморфизма линейных и евклидовых пространств широко используется в школьной геометрии при переходе от геометрических векторов к их координатной форме. И понимание учителем того, что при этом сохраняется базис, линейная независимость, нейтральный элемент, противоположный элемент и так далее, является необходимой составляющей подготовки учителя.

Задание. Выяснить, верно ли, что пространства C над R и C над C имеют одинаковую размерность.

Правильное решение такого задания, во-первых, дает возможность осознать, что размерность, а значит и изоморфизм, зависит не только от множества самого линейного пространства, но и от поля, над которым рассматривается пространство. Во-вторых, размерность пространства C над R проясняет геометрическую интерпретацию комплексных чисел как радиус-векторов на комплексной плоскости и объясняет изоморфизм этих пространств.

Задание. Описать все линейные операторы в одномерном пространстве.

Геометрические преобразования – еще один раздел школьной геометрии. Данная задача, как и некоторые другие из приведенных ранее примеров, дает возможность работы с некоторыми геометрическими преобразованиями. В данном случае – это растяжение, сжатие и центральная симметрия, то есть, гомотетия.

Задание. Определить, какова размерность пространства всех линейных операторов в n -мерном пространстве.

Решение этого задания как раз предполагает использование изоморфизма пространства всех линейных операторов в n -мерном пространстве и пространства всех $(n \times n)$ -матриц над одним полем. Задание линейных преобразований матрицами имеет практическую и теоретическую целесообразность. Если говорить о разделе «Геометрические преобразования» в школьной геометрии, то симметрию, гомотетию, поворот на определенный угол на плоскости и в пространстве задают умножением вектора в координатной форме на определенную матрицу. Такие линейные преобразования задаются вполне определенного вида матрицами. Такие задания имеют практическую ценность для будущих учителей, так как затрагивают изучение школьных разделов математики с точки зрения высшей алгебры. Таким является и следующий пример задания.

Задание. В трехмерном евклидовом пространстве с ортонормированным базисом e_1, e_2, e_3 действует один из следующих операторов:

- 1) симметрия относительно оси $e_2 - e_3$;
- 2) симметрия относительно оси $e_3 - e_1$;
- 3) симметрия относительно оси $e_1 - e_2$;
- 4) поворот вокруг оси e_1 на 90° ;
- 5) поворот вокруг оси e_2 на 270° ;
- 6) поворот вокруг оси $e_1 + e_2 + e_3$ на 120° ;
- 7) отражение относительно плоскости $(e_1 - e_3, e_2)$;
- 8) отражение относительно плоскости $(e_1 + e_2, e_3)$;

- 9) отражение относительно плоскости $(e_1, e_3 - e_2)$;
- 10) центральная симметрия относительно начала координат;
- 11) ортогональное проектирование на ось $e_1 + e_3$;
- 12) ортогональное проектирование на плоскость $(e_1, e_2 + e_3)$.

Составить матрицу каждого из этих операторов в данном базисе и выяснить, во что при этом переводится вектор $e_1 - e_2 + e_3$? Найти все собственные векторы оператора из задачи. Описать ядро, образ и другие инвариантные подпространства этого оператора.

Кроме описанной выше профессиональной направленности, такое задание интересно тем, что необходимо задействует образное пространственное мышление студентов. Поэтому, чаще всего, большинство студентов испытывают затруднения при решении. Чтобы дать студентам возможность для самостоятельного решения, предлагаем это задание для домашней работы, но с обязательным обсуждением на последующем практическом занятии.

В третьем семестре в курсе «Алгебра» студенты приступают к изучению таких алгебраических структур, как группы, кольца, поля. Первая из тем «Основные понятия теории групп» предполагает изучение не только аксиоматики и следствий из аксиом групп, но и определений полугрупп и моноидов. Рассматриваются понятия изоморфизмов и гомоморфизмов групп с дальнейшим описанием различных классов групп с точностью до изоморфизма. Именно здесь пригодятся знания о подстановках (описание конечных групп), о группах корней из единицы (описание конечных циклических групп), о целых числах (описание бесконечных циклических групп).

Следующая тема «Конструкции на группах. Основная теорема абелевых групп» дает возможность более подробного описания конечных абелевых групп с точностью до изоморфизма. Собственно, описание конечных абелевых групп с точностью до изоморфизма и основная теорема о гомоморфизмах групп являются целью этой темы. В третьем семестре студенты слушают курс дискретной математики, у них формируется понятие об отношениях на множестве (в

частности, об отношении эквивалентности, о разбиении множества на классы). Однако теория чисел запланирована только на четвертый семестр, поэтому рассмотрение в качестве примеров факторгруппы группы целых чисел по подгруппе чисел, кратных данному натуральному числу n , является пропедевтикой теории сравнений. Для формирования у студентов знаний и умений полезно составить контрольные вопросы по теме, домашние индивидуальные задания и дополнительные задания «на доказательство». Приведем примеры [82].

Контрольные вопросы

– Существует ли группа произвольного натурального порядка?

Предполагаем, что для ответа на этот вопрос студентам придется вспомнить изученную в первом семестре тему «Алгебра комплексных чисел». Мы обращали особое внимание на изучение мультипликативной группы корней n -ной степени из единицы. Эта группа может быть ответом на вопрос.

– Привести пример подмножества группы, которое замкнуто относительно групповой операции, но не является подгруппой.

Умение приводить примеры изучаемых понятий само по себе важно для понимания материала. В методическом пособии [82] среди требований к изучению каждой темы мы предлагаем такие: знать определения и уметь приводить примеры изучаемых понятий. А пример к данному вопросу может быть числовым множеством, что делает его важным и с точки зрения будущей профессии учителя.

– Верно ли утверждение, что каждая циклическая группа является абелевой?

При ответе на этот вопрос студент должен вспомнить определение циклической группы и применить ассоциативность операции для доказательства ее коммутативности. Такие привычные со школьной скамьи и поэтому почти незаметные свойства ассоциативности и коммутативности начинают работать.

– Обязательно ли абелева группа порядка 15 содержит элемент порядка 3?

Учителя, как правило, работают с конкретными объектами и множествами: числовые множества, функции, геометрические фигуры и тела и так далее. Хотя и эти объекты сами по себе являются результатом обобщения и абстракции, данный вопрос предлагает еще более высокий уровень обобщения и абстракции – исследование произвольной группы, обладающей некоторыми свойствами (коммутативность и конкретный порядок).

– Всегда ли гомоморфный образ группы является группой?

Такой вопрос является подготовительным для изучения, например, теоремы о гомоморфизмах групп.

Домашние индивидуальные задания

Задание. Ниже приведены подстановки x, y, p , а также соотношения между ними. Проверить эти соотношения и, используя их, выписать все элементы группы A с образующими x, y, p : $x = (168)(274), y = (24)(68),$

$$p = (17)(28)(35)(46), \quad x^3 = y^2 = p^2 = 1, \quad yx = x^{-1}y, \quad xp = px, \quad yp = py;$$

Выяснить геометрический смысл элементов группы A как самосовмещений соответствующих фигур (рис. 2.1):

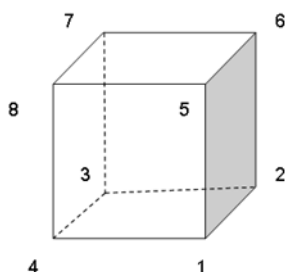


Рисунок 2.1 – Фигура для иллюстрации группы геометрических преобразований

Задание. Построить факторгруппу A/H_1 группы A по подгруппе $H_1 = 1, p$.

Задание. Выяснить, является ли группа A прямым произведением подгрупп:

а) H_1 и H_3 ; б) H_2 и H_3 ; в) H_2 и H_4 ; г) H_3 и H_4 .

$$H_1 = 1, p, \quad H_2 = 1, x, x^2, \quad H_3 = 1, x, x^2, y, xy, x^2y, \quad H_4 = 1, y, p, yp.$$

При составлении домашних заданий мы старались предложить задачи, так или иначе связанные со школьной тематикой. Кроме того, задания составляли

таким образом, чтобы одни и те же объекты изучались с точки зрения разных тем. Предыдущие задания как раз иллюстрируют вышесказанное. Алгебраический объект, подстановка, трактуется студентами как геометрическое преобразование самосовмещения некоторой фигуры. Кроме того, построенная группа подстановок используется и для построения факторгруппы, и для разложения в прямое произведение.

Дополнительные задачи

Задание. Пусть φ – гомоморфизм группы G на группу G' . Доказать, что:

- а) если G' – не коммутативна, то и G – не коммутативна;
- б) если G' – бесконечна, то и G – бесконечна.

Задание. Докажите, что аддитивная группа всех рациональных чисел не может быть разложена в прямую сумму своих собственных подгрупп.

Такие задания «на доказательство» способствуют формированию умения видеть проблему, самостоятельно ее формулировать, разрабатывать план ее решения. Это уровень умственной деятельности, на котором осуществляется более глубокое понимание явлений, процессов и начинается творческая деятельность.

В последней теме «Кольца и поля» курса алгебры рассматриваются важные вопросы, связанные с будущей профессиональной деятельностью учителя математики, так как история возникновения и развития числа с точки зрения алгебры – это история возникновения кольца целых чисел с последующими расширениями до полей рациональных, действительных и, наконец, комплексных чисел.

Кроме простейших свойств колец и полей, изучаются идеалы колец, кольца главных идеалов, конгруэнции по модулю идеала. Также большое значение имеют теорема о гомоморфизмах колец, построение факторколец по простому идеалу. Среди примеров – факторкольцо кольца целых чисел по идеалу чисел, кратных данному натуральному числу n . Исследуются свойства построенных факторколец для простых и для составных значений числа n . Эти примеры не

только имеют самостоятельную ценность, но и готовят к изучению колец и полей классов вычетов по данному модулю в теории чисел, являются неотъемлемой частью фундаментального математического образования будущего учителя. В этой же теме запланировано изучение, хотя и беглое, характеристик полей, простых полей, полей Галуа, алгебраических и трансцендентных расширений. Материал достаточно важный и нужный, так как история возникновения и развития чисел неразрывно связана с расширениями полей рациональных и действительных чисел. Но для подробного изучения этих материалов нет достаточно времени, они планируются к более подробному и осознанному изучению в рамках специального курса «Алгебраические структуры» в седьмом семестре. Преподавание этого курса является целесообразным с точки зрения фундаментализации математического образования будущих учителей как обобщающей дисциплины по всем математическим знаниям в области алгебраических структур, приобретенных в бакалавриате (более подробно этот курс описан в пункте 2.3).

2.1.3. Алгебраические структуры в курсе теории чисел. Неотъемлемой частью фундаментальной подготовки учителя математики является изучение студентами дисциплины «Теория чисел». Она дополняет подготовку студентов для полноценного изучения алгебраических структур и числовых систем. Рассматривая феномен фундаментализации образования в первом разделе, среди его характеристик мы отмечали наличие стержневых знаний. Такими знаниями в теории чисел, на наш взгляд, являются знания теории делимости, некоторых числовых функций, теории сравнений. Эти базовые знания дают множество приложений, особенно ценных для учителя математики: обоснование признаков делимости, обращение десятичной дроби в обыкновенную, запись обыкновенной дроби в виде десятичной (с отысканием длины периода в случае необходимости), аппроксимация иррациональных чисел рациональными и так далее. Возможность применения знаний в будущей профессии учителя обязательно учитывается при изложении курса. При этом для формирования необходимых умений нами

предлагаются соответствующим образом составленные задания для домашней и аудиторной работы по теории чисел [82]. Приведем примеры.

Задание. Найти при помощи алгоритма Евклида НОД (x, y) , если $x=8732$; $y=9236$.

Задание. Найти все числа, которые при делении на 19 дают остаток 2, а при делении на 17 – остаток 3.

Задание. Для данных чисел найти приближенные рациональные значения с помощью подходящих дробей с точностью 0,0001:

$$\text{а) } \frac{1-\sqrt{5}}{2}; \quad \text{б) } \frac{1+\sqrt{28}}{3}; \quad \text{в) } \frac{1+\sqrt{17}}{2}.$$

Задание. Найти целые и дробные части следующих чисел: 0; 5; 4,3; $-5,2$; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$.

Задание. Разложить на простые множители следующие числа: 48!; б) 100!.

Задание. Сколькими нулями оканчивается число 90! ?

Задание. Найти число натуральных делителей, их сумму, значение функции Эйлера для каждого из чисел: а) 720; б) 1500; в) 831; г) 1111.

Задание. Решить уравнение $[ax] = m$, где $a \neq 0$ и x – вещественное число.

Задание. Найти две последние цифры чисел 2^{200} ; 3^{300} .

Задание. Найти и обосновать признаки делимости целых чисел на 11; 99; 13.

Задание. Найти наименьшее натуральное число, которое при делении на 7, 5, 3, 11 дает, соответственно, остатки 3, 2, 1, 9.

Задание. Какие три цифры следует приписать справа к числу 523, чтобы число делилось на 7, 8, 9?

Приведенные задания имеют непосредственное отношение к профессиональной деятельности учителя: отыскание наибольшего общего делителя двух чисел, деление целых чисел с остатком, выделение целой и дробной частей числа, обоснование признаков делимости, разложение числа на простые множители, – традиционная школьная тематика. Наряду с этим теория чисел рассматривает задачи, которые для школьной аудитории могут

рассматриваться как олимпиадные задания или задания для факультативных занятий. Некоторые из них также приведены в заданиях.

С точки зрения обучения алгебраическим структурам теория чисел дает очень важные примеры групп, колец и полей: кольцо классов вычетов по данному модулю n ; поле классов вычетов при простом значении модуля; мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем. Пример кольца вычетов дает возможность посмотреть на это кольцо уже с разных сторон: факторкольцо Z/nZ – с точки зрения алгебры или же Z_n – с точки зрения теории чисел. При простом значении модуля n кольцо Z_n становится полем, причем мы получим редкий случай примера конечного поля (в основном, студенты, так или иначе, работают с бесконечными числовыми полями – Q , R , C). Такой пример незаменим при изучении понятия характеристики поля. Наконец, достаточно «экзотический» пример поля алгебраических чисел, изучение которых в качестве интересных приложений теории чисел может рассматриваться как самостоятельная работа по дисциплине.

Таким образом, при обучении алгебраическим структурам будущих учителей математики основная роль в этом направлении отводится дисциплинам базовой части – курсам алгебры, теории чисел и математической логики. В рамках этих дисциплин студенты приобретают базовые знания для изучения алгебраических структур, накапливают количественно и качественно необходимые примеры для дальнейшего обобщения и иллюстрации, формируют навыки и умения. С таким багажом знаний на четвертом курсе возникает возможность для преподавания будущим учителям дисциплины вариативной части «Алгебраические структуры». Эта дисциплина призвана обобщить, систематизировать и углубить имеющиеся у студентов знания по алгебраическим структурам и научно обосновать преподавание будущим учителям математики числовых систем. Подробнее о вариативном курсе «Алгебраические структуры» изложено в пункте 2.3 и статье [190].

2.2. Управление самостоятельной работой студентов в процессе обучения алгебраическим структурам

Во времена тотальной информатизации научного знания большое количество информации вызывает перенасыщение учебных программ в высшей школе и, как следствие, требует увеличения времени для изучения материала, тогда как формы, методы и средства преподавания часто остаются неизменными. В результате студент оказывается физически не в состоянии глубоко усвоить предмет, как следствие, не успевает выполнить все требования преподавателя даже при использовании компьютера. В то же время преподаватель не может сократить утвержденный программный материал, возникает противоречие между реальными условиями работы студента и уровнем выдвинутых перед ним требований. Поэтому самостоятельная работа является одной из важнейших форм в учебной нагрузке студента. Совершенствование и более широкое использование потенциальных резервов самостоятельной деятельности остается перспективным направлением педагогических исследований, поскольку открывает новые возможности повышения качества подготовки специалистов, способствуя формированию всесторонне развитой личности, способной не только применять полученные знания в профессиональной деятельности, но и постоянно пополнять их.

2.2.1. Самостоятельная работа студентов в университете, управление самостоятельной работой. Значение самостоятельности в учебной и профессиональной деятельности были и остаются предметом исследования на протяжении всей истории развития образования. Этот вопрос изучали такие ученые, как: А.М. Алексюк [5], В. Буряк [24], Б.П. Есипова [60], Л.С. Колгатина [89], В.А. Никишин-Потанич [136], П.И. Пидкасистый [158], В.Г. Кучеров, В.Н. Подлеснов, Ю.В. Попов, Е.Р. Андросюк [108] и др. Даже общее ознакомление с проблемой самостоятельности в учебной деятельности студентов свидетельствует о несогласованности терминологии. Некоторые исследователи

говорят о самостоятельной работе студентов, другие – о самостоятельной деятельности.

В научно-методической литературе, в зависимости от тех или иных подходов к сущности самостоятельной работы, неоднократно предпринимались попытки определения этого понятия. Так, одни ученые считают самостоятельную работу средством организации и выполнения определенной познавательной деятельности, другие рассматривают самостоятельную работу как один из видов учебных занятий, специфической особенностью которого является отсутствие преподавателя в момент учебной деятельности (это касается как практических занятий, так и внеаудиторной работы) [130]. Наиболее общим среди них является толкование самостоятельной работы как работы ума [158]. При таком подходе любые аспекты учебной деятельности можно отнести к самостоятельной работе (даже конспектирование лекции). В частности, П.И. Пидкасистый рассматривает самостоятельную работу как дидактическое средство обучения, как искусственную педагогическую конструкцию, с помощью которой организуется познавательная деятельность студентов. Достаточно распространенной является трактовка самостоятельной работы как работы без участия и контроля (или удаленного во времени контроля) преподавателя [136]. Под такое определение подпадают выполнение домашних заданий, подготовка студентов к лекциям и практическим занятиям, экзаменам, коллоквиумам, зачетам и др.

Чаще всего под самостоятельной работой понимают индивидуальную или коллективную учебную деятельность, осуществляемую без непосредственного участия преподавателя, но под его руководством и контролем (самостоятельная работа на занятии, домашняя работа и т.д.) [8].

Анализируя различные подходы к толкованию самостоятельной работы студентов, В.К. Буряк выражает сомнение в возможности дать этому понятию определение, считая, что самостоятельная работа является сложным полиструктурным явлением, а потому не может получить одномерного определения [23]. При этом автор рассматривает самостоятельную работу как форму индивидуальной работы, а самостоятельную деятельность как качество

познавательной активности: использование инициативной позиции, порождение собственных мыслей. Одновременно он выделяет такие существенные признаки самостоятельной работы:

- наличие задачи;
- отсутствие непосредственного участия преподавателя в выполнении задания;
- наличие специально отведенного времени;
- опосредованное управление преподавателем познавательной деятельностью студентов [23].

Соглашаясь с признаками, которые определены В.К. Буряком, считаем, что термин «самостоятельная деятельность» больше соответствует процессу познания, поскольку в научных исследованиях все больше внимания уделяют деятельностному подходу в обучении. При этом, под деятельностью чаще понимают процесс, а под работой – результат. Итак, самостоятельная учебная деятельность предполагает самостоятельную работу как результат индивидуальной самостоятельности (контрольная работа, реферат, курсовая работа и т.д.) [60]. При этом выполнение курсовой и дипломной работ содержит элементы творчества, поэтому более целесообразным считаем называть их курсовым и дипломным исследованиями (проектами). Обращая внимание на несогласованность терминологии, отметим, что самостоятельная работа не является самостоятельной деятельностью студентов по усвоению учебного материала, а только особой системой условий обучения, организуемой преподавателем.

Между тем, самостоятельная работа студентов является обязательной составляющей учебной деятельности. А.Т. Молибог рассматривает ее как основу высшего образования [124]. Без надлежащего уровня управления, руководства, организации самостоятельной работы студентов высшее образование не может обеспечить полноценную подготовку будущих специалистов высокого уровня.

Самостоятельная работа выполняет ряд функций:

- учебную (способствует более глубокому осмыслению уже усвоенной совокупности знаний);
- познавательную (овладение новыми знаниями, расширение границ мировоззрения);
- корректирующую (осмысление новейших теорий, концепций, категорий, подходов к определению сущности известных понятий, направлений развития науки и т.п.);
- стимулирующую (присуща такой организации самостоятельной работы, при которой студент получает удовольствие от результатов познавательной деятельности);
- воспитательную (формирующая такие качества личности студента, как воля, целеустремленность, ответственность, дисциплинированность);
- развивающую (направлена на развитие самостоятельности, творчества, исследовательских качеств студента).

Рассмотрим теперь понятия «управление» и «руководство» самостоятельной работой. Понятие «управление» связывают с возможностью давать право, власть, полномочие [48]. В «Философском словаре» под редакцией И.Т. Фролова перечислены такие этапы процесса управления: сбор и обработка информации; ее анализ, диагностика и прогнозирование, систематизация определения цели; выбор решения, направленного на достижение цели; последовательная конкретизация общего решения, а именно: планирование, программирование, изготовление конкретных решений; организация деятельности для выполнения решений; контроль за деятельностью [230]. Отсюда управление самостоятельной деятельностью студентов неразрывно связано с компетентностью преподавателя: глубоким пониманием материала, знанием психологических особенностей студентов, совершенным владением методикой преподавания дисциплины. Сюда же относятся и коммуникативные умения.

«Руководство» чаще всего рассматривают как одну из основных составляющих управления вместе с планированием, организацией, контролем. Кроме того, управление и руководство отличаются объектами и субъектами

(управлять можно системами, процессами; руководить людьми, коллективами). Считают, что управлять можно – чем-то, а руководить – кем-то [125]. Под организацией же понимают структурирование, определение составляющих системы и делегирования соответствующих заданий. Управление самостоятельной работой студентов охватывает осознание цели, организацию (создание условий, особенно, информационно-методического обеспечения), четкое планирование, непосредственное или опосредствованное руководство со стороны преподавателя, систематический контроль за поэтапным и конечным результатами, фиксацию и осознание, как преподавателем, так и студентом, оценки результатов и внесение соответствующих корректив в организацию самостоятельной работы.

В педагогической литературе выделяют разные виды управления: прямое управление (студент действует по алгоритму); соуправление (студент действует по плану, с помощью подсказок, наводящих вопросов, эвристических предписаний и т.п.); самоуправление (студент ставит перед собой цель, для достижения которой самостоятельно избирает пути ее реализации) [244]. Система управления самостоятельной работой студентов должна быть построена на основе активной учебной деятельности с возможностью влиять на механизмы ее реализации. К признакам и условиям учебной деятельности студентов в условиях управления самостоятельной работой нужно отнести: высокую мотивацию к обучению; активную роль студента как субъекта педагогического процесса; владение информационной культурой; умение работать с информационными системами. Поскольку последние аспекты не получили в образовательной практике закономерного развития, для организации самостоятельного обучения важно разработать действенную дидактическую систему организации управления учебной деятельностью студентов.

Государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования в значительной мере сориентированы на усиление объема самостоятельной работы студентов, что объясняет важность эффективной организации самостоятельной работы студентов в условиях университета. Одним

из путей решения проблемы повышения эффективности управления самостоятельной работой студентов является использование дистанционных технологий обучения [203].

2.2.2. Управление самостоятельной работой студентов средствами дистанционного обучения. В основе управления самостоятельной работой, как отмечает В.М. Кухаренко, должна быть методология, направленная на индивидуальную работу студентов со структурированным учебным материалом, который предусматривает творческое общение с отдаленными экспертами [107].

Развивающееся дистанционное обучение, как считает В.А. Ясулайтис, станет основной формой обучения в XXI столетии [245]. В сети Internet дистанционные технологии реализуются, главным образом, в виде дистанционных курсов. С дистанционным обучением в высшей школе связана новая организация учебного процесса, основой которой является принцип самостоятельного обучения. Современный образовательный процесс не состоит лишь из аудиторных занятий, он не ограничивается лишь преподавателем и учебником, как источниками знаний, а нуждается в разносторонней активной познавательной деятельности всех субъектов обучения и основывается на использовании разной информации [98]. К источникам информации добавляются базы данных, справочно-информационные, поисковые и экспертные системы, коммуникационные технологии, благодаря которым студент имеет доступ к мировым научно-образовательным ресурсам, существенно возрастает роль компьютерных программ учебного назначения [65]. В дистанционном обучении преподаватель играет роль координатора и консультанта, а интерпретатором знаний становится сам студент.

Под дистанционным обучением будем понимать комплекс образовательных услуг, которые предоставляются с помощью специализированной информационно-образовательной среды, которая базируется на средствах обмена учебной информацией на расстоянии: спутниковое телевидение, радио, компьютерная связь и др. Для создания дистанционного курса по линейной

алгебре была выбрана специальная платформа Moodle, представляющая собой специальный Web-сайт, приспособленный к дистанционному обучению.

Moodle является аббревиатурой словосочетания «Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment» (модульная объектно-ориентированная динамичная среда обучения) и представляет собой автоматизированную, основанную на компьютерных и интернет технологиях, систему управления обучением. Система Moodle ориентирована на университетское образование, однако она также успешно используется для организации как школьного, так и корпоративного обучения.

В 2006-2007 учебном году в Донецком национальном университете платформа Moodle стала использоваться в учебном процессе. Она была запущена в эксплуатацию и прошла апробацию при обучении студентов математического и экономического факультетов первого и второго курсов дневной формы обучения. С 2010-2011 учебного года нами разработан и апробирован дистанционный курс «Линейная алгебра» для самостоятельной работы студентов очной и заочной форм обучения, в том числе, при повторном изучении курса.

Дистанционный курс «Линейная алгебра» расположен на сайте <http://dl.donnu.ru/course/> в сети Интернет. В категории Курсы/Естественные науки. Математика выбираем дистанционный курс Линейная алгебра (рис. 2.2).

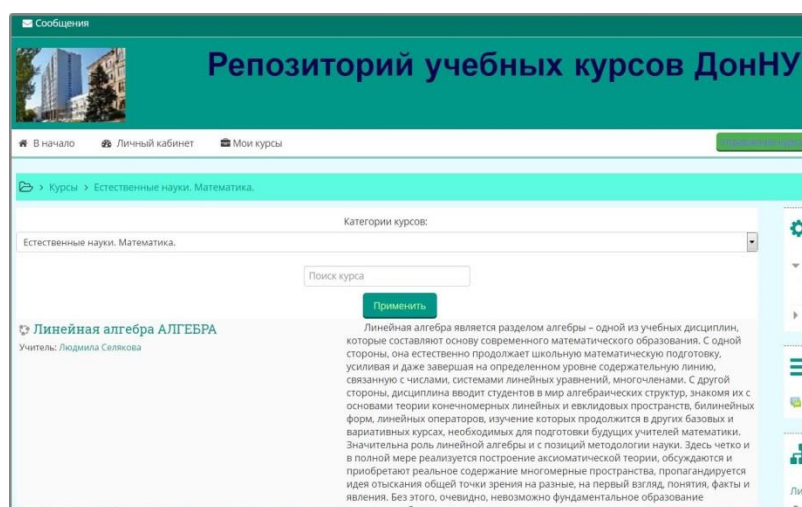


Рисунок 2.2 – Дистанционный курс «Линейная алгебра» в репозитории учебных курсов ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

После входа на сайт со своим логином и паролем пользователю (студенту, преподавателю, координатору и т.д.) становится доступным указанная страница. Помимо описания курса, навигация на странице поможет студенту сориентироваться в структуре и содержании курса (рис. 2.3).

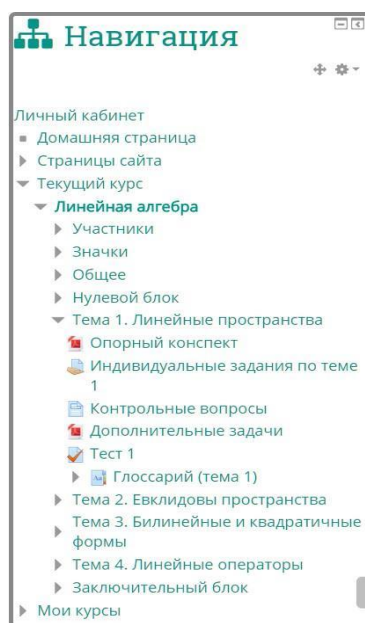


Рисунок 2.3 – Навигация по странице курса «Линейная алгебра»

В своей основе система управления обучением дает преподавателю возможность создать веб-сайт курса и управлять доступом к нему таким образом, чтобы просматривать его могли лишь студенты, которые записались на курс. Кроме контроля доступа, система Moodle предоставляет широкий набор инструментов, которые сделают учебный курс более эффективным.

Опишем структуру дистанционного курса. Дистанционный курс содержит Нулевой блок, который включает:

- описание курса (информация о курсе) – назначение курса, короткое описание учебного материала, цель, задачи, порядок обучения, и т.п.;
- программа курса – с описанием структуры курса, учебных материалов и системы оценивания;
- форум новостей – информационный форум, в котором находится информация о новостях курса, мониторинг результатов учебной деятельности слушателей (можно выбрать тему в соответствии с названием главы и задать вопрос);

- входной контроль – задания по элементарной математике для определения начального уровня математической подготовки студентов.

Дистанционный курс содержит четыре тематических блока по следующим темам:

1. Линейные пространства.
2. Евклидовы пространства.
3. Билинейные и квадратичные формы.
4. Линейные операторы.

Так как структура тематических блоков одинакова по всем темам, опишем работу с дистанционным курсом на примере темы «Линейные пространства» (рис. 2.4).

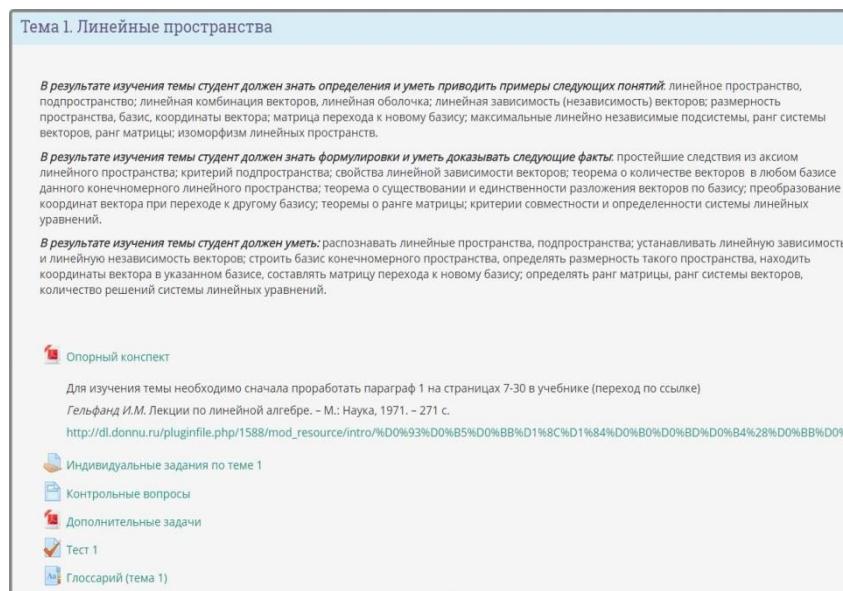


Рисунок 2.4 – Структура тематического блока «Линейные пространства»

В описании каждой темы перечислены знания и умения, которые должны быть сформированы по изучению темы, это должно сориентировать студента в работе с контентом курса. Для изучения теоретического материала темы предложена ссылка на страницы в учебнике [37]. Мы выбрали один, наиболее подходящий, на наш взгляд. Здесь же размещен краткий опорный конспект с примерами решения базовых задач. Для формирования необходимых умений по теме, каждому обучаемому предлагается пакет индивидуальных заданий по теме, для размещения которых выбран учебный элемент «Задание». Это встроенный

элемент курса, позволяющий преподавателям добавлять коммуникативные задания, собирать студенческие работы, оценивать их и предоставлять отзывы. С его помощью студенты могут отправлять любой цифровой контент (файлы), такие как документы Word, электронные таблицы, изображения, аудио- или видеофайлы. Альтернативно или дополнительно преподаватель может потребовать от студента вводить свой ответ непосредственно в текстовом редакторе. При оценивании задания преподаватель может оставлять отзывы в виде комментариев, загружать файл с исправленным ответом студента или аудио-отзыв. Решения индивидуальных заданий по каждой теме оцениваются 15 баллами максимально. Итоговая оценка заносится в Журнал оценок.

После того, как пользователь изучил теорию и попробовал свои силы в решении базовых задач, на более глубокое понимание изучаемых объектов нацеливает работа с контрольными вопросами по теме (рис. 2.5). Для размещения контрольных вопросов выбран модуль «Страница», который позволяет преподавателю создать ресурс «веб-страница» с помощью текстового редактора. Страница может отображать текст, изображения, звук, видео, веб-ссылки, на нее удобно создавать гиперссылку.

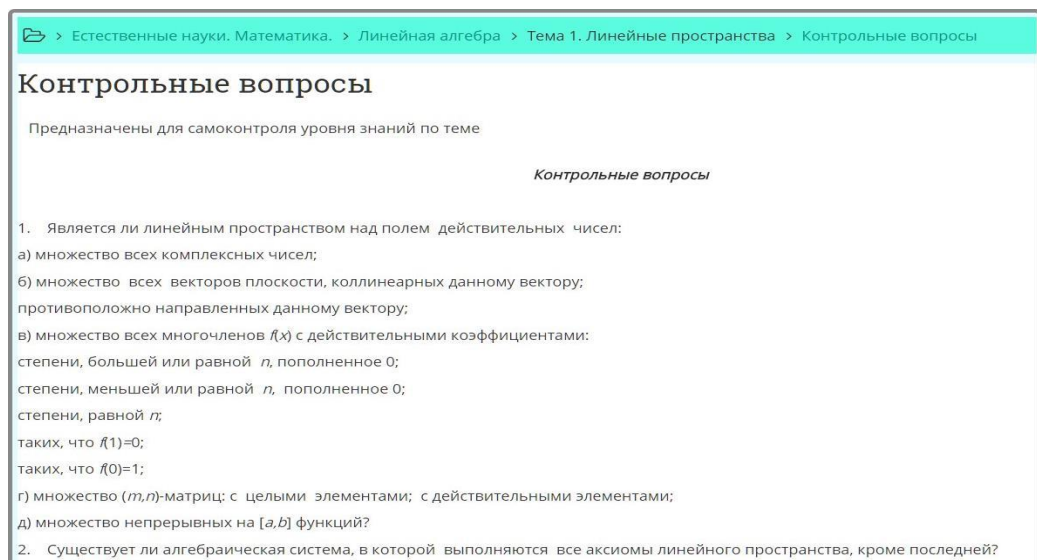


Рисунок 2.5 – Веб-страница «Контрольные вопросы»

Кроме контрольных вопросов, нами подобраны дополнительные задачи и упражнения, отражающие круг проблем по теме и направленные на отыскание нестандартных путей решения поставленных проблем.

Для текущего контроля по каждой теме предусмотрено тестирование при помощи элемента курса «Тест». По каждой теме составлен тест из десяти вопросов, каждый из которых содержит четыре варианта ответа (рис. 2.6).

Система n векторов ($n \geq 2$) является линейно зависимой тогда и только тогда, когда ...

Выберите один ответ:

- ☐ a. система содержит хотя бы два равных вектора
- ☐ b. система содержит хотя бы два пропорциональных вектора
- ☒ c. система содержит нулевой вектор ✖
- ☐ d. хотя бы один из векторов этой системы линейно выражается через остальные

Ваш ответ неправильный.

Правильный ответ: хотя бы один из векторов этой системы линейно выражается через остальные

Рисунок 2.6 – Фрагмент теста по теме «Линейные пространства»

Студент должен выбрать один вариант, правильный ответ оценивается в 1 балл. Всего за тест испытуемый может получить 10 баллов максимально. После прохождения теста пользователь может просмотреть отчет о правильных и ошибочных ответах, времени тестирования и полученной оценке (рис. 2.7).

Прошло времени 3 мин. 10 сек.

Оценка 9,00 из 10,00 (90%)

Вопрос 1

Верно

Баллов: 1,00 из 1,00

Отметить вопрос

Редактировать вопрос

Базисом линейной оболочки $L(a, b, c)$, где $a=(1,2)$, $b=(3,4)$, $c=(2,4)$, являются векторы...

Выберите один ответ:

- ☐ a. a, c
- ☐ b. a
- ☒ c. a, b ✔
- ☐ d. a, b, c

Рисунок 2.7 – Отчет о прохождении теста по теме «Линейные пространства»

Преподаватель ограничивает время прохождения теста и возможность повторного тестирования одним пользователем. Тестирование оценивается автоматически, результат заносится в журнал оценок (рис.2.8).

В результате обучения по каждой из четырех тем студент может получить не более 25 баллов (15 баллов – за выполнение индивидуальных заданий, 10 баллов – тестирование), всего по всем четырем темам успеваемость пользователя оценивается в 100 баллов максимально.

Разработанный дистанционный курс по линейной алгебре предназначен для управления самостоятельной работой студентов на очной и, особенно, заочной формах обучения, в том числе, и при повторном изучении курса, а также, для подготовки к выпускным экзаменам.

2.2.3. Управление самостоятельной работой студентов средствами мультимедийных технологий при обучении алгебраическим структурам.

Современные информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) помогают сделать более научными и доступными к восприятию абстрактные математические объекты и методы, индивидуализировать процесс обучения, усилить разработку и внедрение разнообразных приемов обучения математическим дисциплинам [159]. Широкие дидактические возможности, которые открываются при внедрении мультимедийных средств в высшей школе, должны активно использоваться, особенно при обучении будущих учителей [227]. Это следует из того, что работа студентов-математиков с различными компьютерными программами, тренажерами, коррекционными материалами служит примером для их будущей профессиональной деятельности [64]. Кроме того, привлечение студентов старших курсов к созданию мультимедийных средств обучения открывает новые возможности для творческой деятельности будущего учителя математики [76].

Мультимедиа средства полезно использовать на различных этапах учебного процесса по алгебраическим дисциплинам. Это связано с тем, что информационно-коммуникационные технологии позволяют создать визуальное представление об основных понятиях алгебраических структур, познакомиться с историей открытия многих алгебраических теорий, увидеть связь теоретического материала с практическим его применением, сформировать навыки решения базовых заданий и др. [93].

Презентации Microsoft PowerPoint – достаточно просты в использовании и удобны в применении и для индивидуального, и для группового обучения. Кроме того, это программное обеспечение позволяет использовать его для создания

различных исторических справок, демонстрации лекционного материала, отработки учебных навыков при помощи тренажеров, организации эвристической деятельности с применением программ «Задача-метод», «Задача-софизм» и так далее. Приведем пример таких средств обучения алгебраическим структурам, созданных при участии студентов 4 года обучения в рамках курсовых и дипломных проектов. При изучении кольца матриц на первом курсе для индивидуального обучения в аудитории или дома можно использовать презентацию, содержащую теоретический материал, вопросы к нему с подсказками, примеры решения задач, задачи для самостоятельного решения, историческую страничку и список литературы (рис. 2.10).



Рисунок 2.10 – Содержание мультимедийного тренажера по теме: «Кольцо матриц»

Главной целью такой самостоятельной работы является мотивированное самостоятельное изучение и усвоение материала без посторонней помощи. Воплощение в учебный процесс опережающих принципов работы предоставляет возможность студентам достичь довольно осмысленной подготовки к будущему лекционному или практическому занятию, самостоятельно обработать основные теоретические положения. Таким образом, самостоятельная работа опережающего характера делает студента не обычным наблюдателем, а активным

участником обучения. Получение знаний происходит благодаря активной деятельности обучаемого, в результате чего он воспринимает знание как собственное достояние. Кроме того, студенты имеют возможность познакомиться с историей вопроса, что может пробудить интерес и должно усиливать мотивацию к обучению (рис. 2.11).

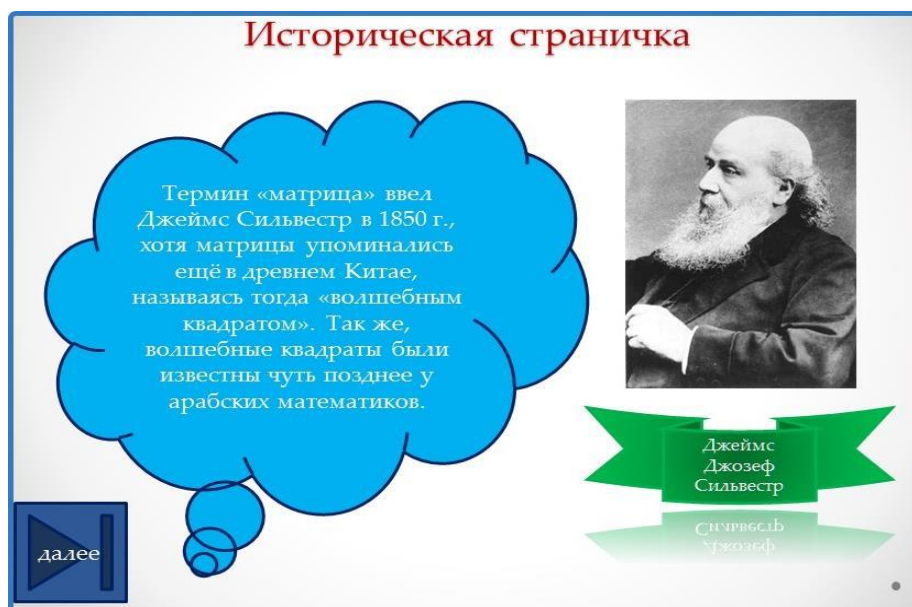


Рисунок 2.11 – Историческая страничка по теме: «Кольцо матриц»

Очень удобны возможности гиперссылок в таких документах: от содержания можно перейти к нужному разделу, от теоретического материала – к примеру, от теоретического вопроса – к подсказке (рис. 2.12), от задания для самостоятельного решения – к ее ответу (рис. 2.13).

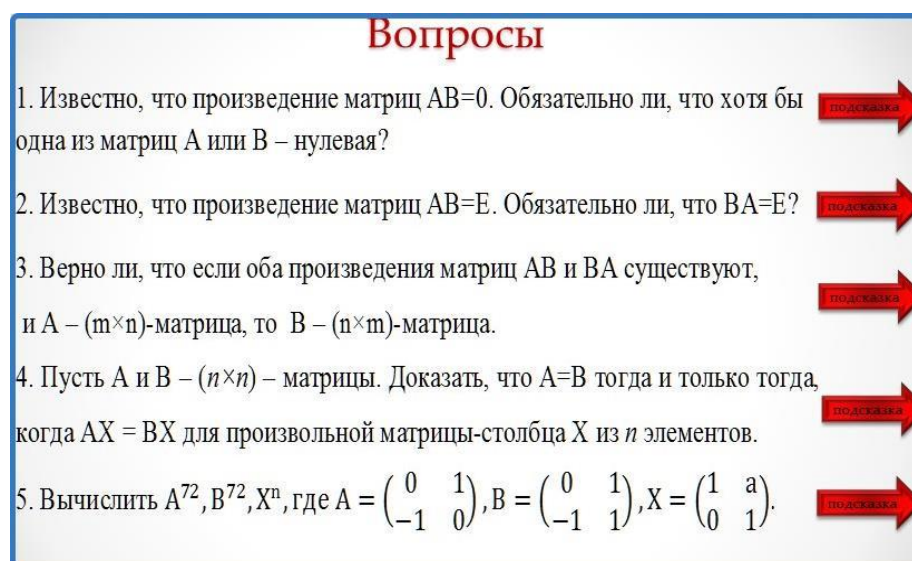


Рисунок 2.12 – Теоретические вопросы для самопроверки с подсказками

по теме: «Кольцо матриц»

Задания для самопроверки

1. Вычислите произведение матриц: а) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ответ →
 б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ответ →
2. Найдите элементы a_{21} , a_{32} , a_{31} обратной матрицы A^{-1} к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. ответ →
3. Найдите x^3 , если $x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$. ответ →
4. Как изменится матрица $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, если ее умножить справа (слева) на матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$? ответ →
5. Решите уравнение: $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$. ответ →

Рисунок 2.13 – Задания для самопроверки с ответами по теме:

«Кольцо матриц»

Особую роль в фундаментальной подготовке будущего учителя играют *обобщение и систематизация изученного материала*. При изучении алгебраических структур в фундаментальном курсе алгебры формирование этих мыслительных операций важно с двух точек зрения. Во-первых, студенты продолжают в дальнейшем изучать алгебраические дисциплины и обобщенные знания разделов алгебры востребовано. Во-вторых, повторяя и обобщая ранее изученный материал, будущий учитель, осмысленно может применять его в педагогической практике в школе.

Используя современные информационно-коммуникационные технологии, мы предлагаем в рамках самостоятельной работы студентов осуществлять обобщение и систематизацию знаний через использование мультимедийных методических тренажеров по различным темам курса «Алгебра» (рис. 2.14). Один из таких тренажеров по теме «Алгебра комплексных чисел» размещен в Приложении А. Подобные тренажеры выдаются студентам после изучения темы для домашней проработки материала, а также на первых занятиях вариативного курса «Алгебраические структуры» в качестве актуализации знаний.

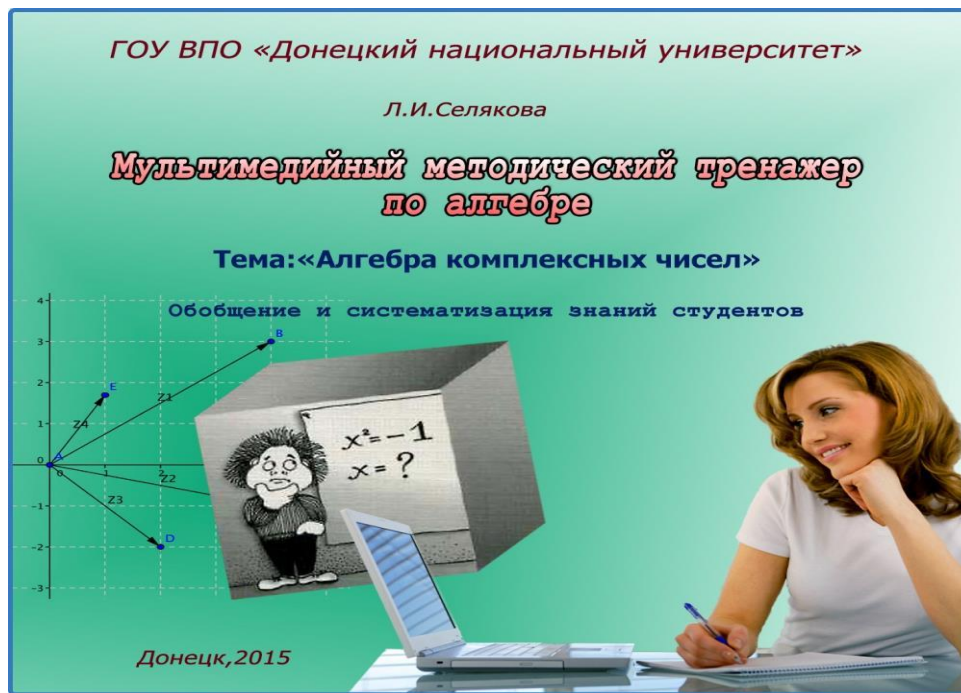


Рисунок 2.14 – Обложка мультимедийного методического тренажера по теме «Комплексные числа»

Структура тренажера по каждой теме имеет следующий вид:

- историческая справка по теме;
- опорный конспект;
- самопроверка по теории (с вариантами ответов);
- примеры решения базовых заданий по теме;
- тренировочные задания на основе «нежесткого» управления их решением:
 - тест-коррекция;
 - задача-метод;
 - задача-софизм;
- задания для самостоятельного решения.

Студенты, получая мультимедийный методический тренажер, самостоятельно выбирают те его разделы, которые необходимо повторить или проработать заново. Отвечают на вопросы по теории (рис. 2.15), имея возможность проверить правильность ответа. Отрабатывают навыки решения базовых заданий по теме, рассматривая пошаговое решение каждой из них.

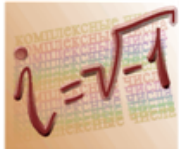
1. Пусть $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$. Обязательно ли $z_1 = \overline{z_2}$? Ответ
2. Можно ли утверждать, что $2 + 5i < 10 + 6i$? Ответ
3. Какой геометрический смысл имеет умножение комплексных чисел на фиксированное действительное число? Ответ
4. Справедлива ли формула Муавра при показателе степени отрицательном целом, при рациональном? Ответ
5. Сформулировать условие равенства комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Ответ
6. Каков геометрический смысл модуля комплексного числа? Ответ
7. Доказать, что если $|z| = 1$, то $z^{-1} = \overline{z}$. Ответ
8. Когда достигается равенство в формулах $|z_1| - |z_2| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$? Ответ

Рисунок 2.15 – Самопроверка по теме «Комплексные числа»
с вариантами ответов

Особый интерес представляют тренировочные задания. В тренажерах они предлагаются в виде трех программ актуализации знаний студентов, созданных в виде разветвленных программ-презентаций (тест-коррекция, задача-метод, задача-софизм).

Приведем пример таких задач для организации самостоятельной работы студентов по теме «Алгебра комплексных чисел» (рис. 2.16).

ПРОГРАММА «ЗАДАЧА-СОФИЗМ»



Тема «Комплексные числа»

На экране предложено пошаговое решение задачи. На каком-то шаге допущена ошибка. Нужно, изучив представленное решение, найти номер шага, на котором допущена ошибка. При правильном выборе ошибочного шага программа предоставит возможность увидеть ее коррекцию и перейти к следующему заданию.

Начать работу

Выход

Рисунок 2.16 – Задача-софизм по теме «Комплексные числа»

При работе с программой «Задача-софизм» студенту предлагается пошаговое решение задания с допущенной ошибкой на определенном шаге (рис. 2.17). Цель задания – выявить ошибку в решении, проанализировать ее, исправить и сравнить с верным способом решения задания, предложенным в ответе.

Задача 3. Используя тригонометрическую форму записи, выполнить действия: $(1 + i)(1 + i\sqrt{3})$

Шаг 1 Представим первое комплексное число в тригонометрической форме: $1 + i = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$

Шаг 2 Представим второе комплексное число в тригонометрической форме: $1 + i\sqrt{3} = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$

Шаг 3 $(1 + i)(1 + i\sqrt{3}) = [\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})][2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})] =$
 $= 2\sqrt{2}[\cos(-\frac{\pi}{12}) + i \sin(-\frac{\pi}{12})]$

Рисунок 2.17 – Пошаговое решение задачи 3 в программе «Задача-софизм»

В процессе поиска ошибки, обучаемый получает индивидуальную коррекцию (рис. 2.18). После отыскания студентом ошибки, в ответе представляется полное правильное решение задачи.

Ошибка найдена правильно.
 При умножении комплексных чисел в тригонометрической форме их аргументы складываются.

ОТВЕТ

▶

Рисунок 2.18 – Коррекция к третьему шагу решения задачи 3 в программе «Задача-софизм»

Программа «Задача-метод» предлагает студенту выбрать оптимальный метод для решения каждого конкретного задания (рис. 2.19).



Рисунок 2.19 – Задача-метод по теме «Комплексные числа»

В случае неверного выбора метода (способа) решения задания студенту указывается на это и предлагается подумать еще. Для каждого метода (способа решения задания) можно посмотреть объяснение, почему он не применим или почему его использование нерационально в данной ситуации (рис. 2.20).

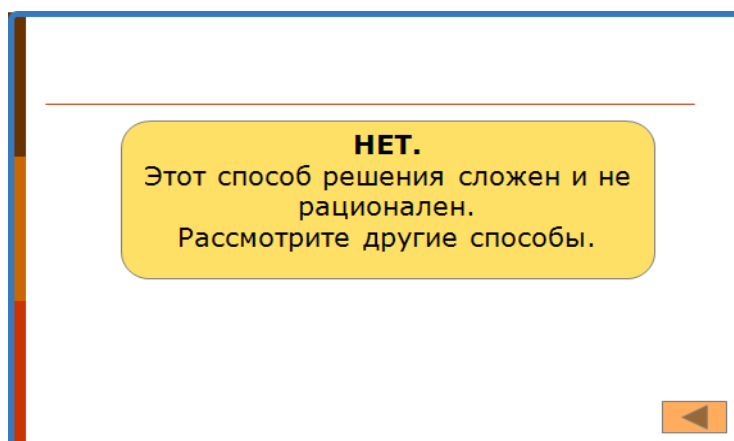


Рисунок 2.20 – Коррекция неправильно выбранного студентом способа решения задания

Подобные задания помогают студентам научиться находить правильные подходы к выбору рационального метода (способа) решения задания, обобщить представления о теме в целом.

Задания для самостоятельной работы, представленные в тренажерах, позволяют студентам не только обобщать и систематизировать материал по

определенной теме, но и проявлять творческий подход, углублять и расширять свои знания, а также в дальнейшем предлагать подобные задания в качестве творческих проектов учащимся во внеклассной работе по алгебре.

Кроме того, разработанные и внедренные мультимедийные методические тренажеры – это труд не только автора, но и студентов-старшекурсников, которые под руководством преподавателя создавали данные тренажеры, тем самым повторяли учебный алгебраический материал и углубляли свои знания по теме, а также приобретали опыт педагогической деятельности по обучению алгебраическим дисциплинам и использованию ИКТ в общеобразовательной школе.

Любая самостоятельная работа, как и другая учебная деятельность, требует *обязательного контроля*. Контроль знаний, как одно из средств управления процессом обучения и организации обратной связи, является и одним из компонентов самостоятельной работы студентов. Контроль, результатом которого является оценивание сформированных умений студента, должен быть систематическим, обучающим, диагностическим, воспитательным (стимулирующим), развивающим, управляемым, оценивающим, всесторонним, объективным, непредубежденным, открытым, гласным [243]. Основными методами проверки успешности студентов в дидактическом процессе и определение эффективности этого процесса являются наблюдение, устный опрос, контроль с использованием средств мультимедиа, письменные работы, тесты и т.д. Мультимедийные технологии дают широкие возможности реализации самоконтроля. В педагогической практике все чаще используют тесты. Они являются одним из эффективных современных средств качественных измерений учебных достижений студентов. По мнению некоторых авторов, главным преимуществом тестов, в сравнении с другими средствами диагностики, является их способность качественно измерять учебные достижения, то есть объективно и надежно [114], [238]. Перечислим другие преимущества тестов:

- технологичность процедуры тестирования;
- психологическая комфортность для значительной части обучающихся;

- способность выявить не только то, что усвоено, но и то, что не усвоено;
- возможность применять компьютерные технологии для проведения тестирования, проверки правильности выполнения задач, обработки его результатов;
- экономия времени на обеспечение обратной связи.

Предлагаем осуществление контроля на основе использования ИКТ. Для этого мы выбрали тестовую систему «My Test». Приведем пример ее использования для самоконтроля при обучении студентов понятию «группа». При выполнении 12 тестовых заданий для каждого из них предлагаются варианты ответов. Например, к заданию: «Какого вида матрицы составляют мультипликативную группу?» предлагается 4 вида ответа (рис 2.21).

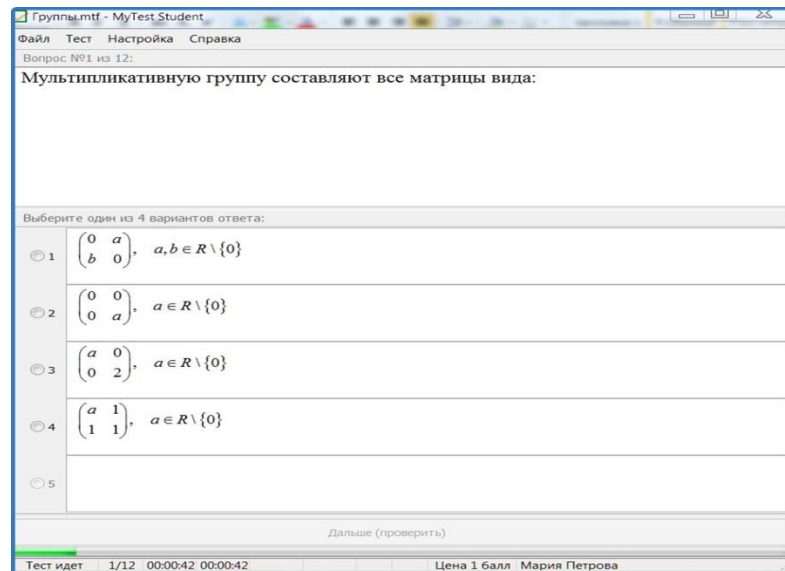


Рисунок 2.21 – Тестирование в системе «My Test»

Для тестирования необходима авторизация (тестирование происходит не анонимно), и во время прохождения теста включен таймер (если преподаватель ограничивает время тестирования, это очень важно). Удобство этой тестовой системы заключается еще и в том, что студент сразу по прохождении теста узнает свою оценку, а преподаватель может регулировать параметры каждой оценки в процентном соотношении количества верных ответов к количеству всех вопросов (рис. 2.22).

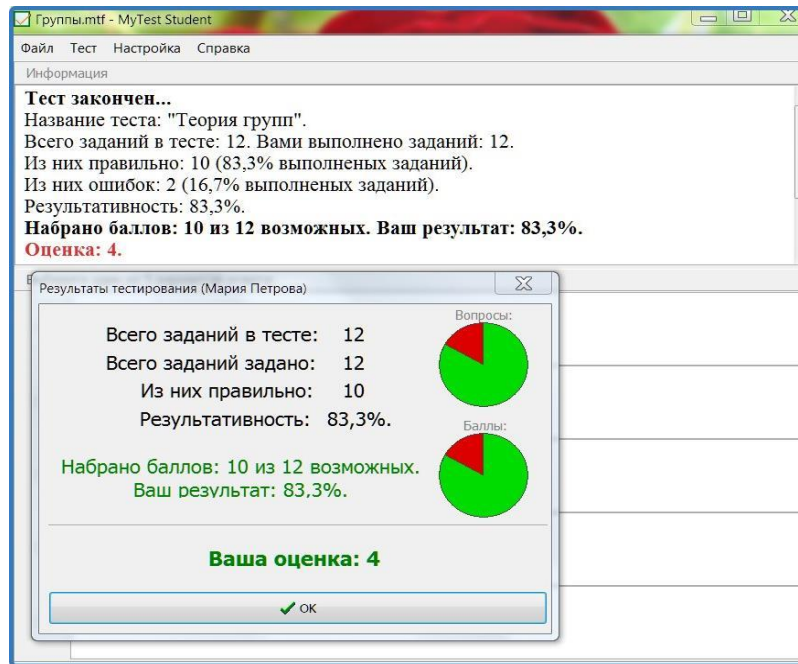


Рисунок 2.22 – Результаты теста по теории групп

Таким образом, использование презентаций, внедрение мультимедийных тренажеров и компьютерных тестов по алгебраическим дисциплинам позволяет организовать самостоятельную работу будущего учителя математики, мотивированной и соответствующей качественному усвоению материала по алгебраическим структурам.

2.2.4. Учебно-методическое пособие как средство управления самостоятельной работой студентов при обучении алгебраическим структурам. Самостоятельная работа, как отмечает В.Я. Забранский, заключается в подготовке к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, лабораторным, семинарским) и в выполнении соответствующих заданий; в выполнении домашних заданий и заданий для самоконтроля; в проработке отдельных тем, которые не рассматривались во время аудиторных занятий; в подготовке к учебным и педагогическим практикам и в выполнении заданий, предусмотренных практиками; в выполнении письменных, контрольных, расчетно-графических и курсовых работ, рефератов; в подготовке к зачетам и экзаменам; в подготовке к итоговой государственной аттестации, в том числе, в выполнении выпускной квалификационной (магистерской) работы; в работе с

литературой; в работе в студенческих научных обществах и кружках; в участии в научных и научно-практических конференциях и семинарах, в других видах деятельности, которые организуются и осуществляются учебным заведением, кафедрой, органами студенческого самоуправления [67]. Преподаватель должен подготовить учебно-методические материалы для организации самостоятельной работы, построить систему мотивации студентов, определить цель и задачу самостоятельной работы, установить сроки промежуточных отчетов о выполненной работе, организовать консультации, организовать проверку промежуточных результатов, самоконтроль, коррекцию, взаимопроверки, обсуждение и оценивание результатов самостоятельной работы.

Одним из условий эффективного управления учебной деятельностью является разработка методического обеспечения самостоятельной работы, которая может осуществляться на основе:

- оптимального соотношения аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы студентов и выполнения задач учебного плана;
- рационального отбора учебного материала с учетом его объема, сложности, уровня информативности;
- внедрения системы задач по дисциплине разных уровней сложности;
- индивидуализации учебных задач на основе выделения типологических групп студентов;
- дифференциации меры и характера помощи преподавателя.

При этом методическое обеспечение самостоятельной работы должно содействовать:

- формированию у студентов умений ориентироваться в потоке научной информации при решении новых познавательных задач;
- формированию у студентов правильного представления о необходимом уровне владения учебным материалом;
- развитию способностей к творческой и научной деятельности студентов;
- формированию рациональных приемов учебной работы со студентами;

- активизации имеющихся и развития потенциальных возможностей студентов.

Исходя из этого, мы предлагаем такую структуру учебно-методического пособия «Алгебраические структуры в системе фундаментальной подготовки будущего учителя» по каждой теме:

- методический блок (перечень понятий и фактов, необходимых для изучения темы);
- информационный блок (опорный конспект и примеры решения базовых заданий);
- практический блок (индивидуальные задания);
- блок самоконтроля (контрольные вопросы и дополнительные задачи).

При этом пособие охватывает шесть тем:

Тема 1. Группы и их простейшие свойства.

Тема 2. Подгруппы, нормальные подгруппы.

Тема 3. Гомоморфизмы групп, факторгруппы.

Тема 4. Прямые произведения и прямые суммы групп.

Тема 5. Кольца и поля.

Тема 6. Идеалы колец, гомоморфизмы, факторкольца.

В начале пособия перечислены вопросы для аттестации, которые ориентируют студентов при подготовке к итоговому контролю.

Приступая к самостоятельной работе над темой, студент изучает материалы лекций. Эта работа начинается в аудитории, на лекции, когда студент слушает объяснения преподавателя и составляет конспект. Для дальнейшей работы законспектированный материал должен быть изучен. Для того, чтобы студент имел возможность понимать стратегию изучения темы, в учебно-методическом пособии предлагается перечень понятий, фактов, формулировок теорем и умений, необходимых при изучении темы (методический блок). Приведем пример методического блока по теме «Группы и их простейшие свойства».

В результате изучения темы студент должен знать определения и уметь приводить примеры следующих понятий: алгебраическая операция, группоид, полугруппа, моноид, группа, абелева группа, порядок группы, конечная и бесконечная группы, изоморфизм и автоморфизм групп, система образующих группы, симметрическая группа.

В результате изучения темы студент должен знать формулировки и уметь доказывать следующие факты: следствия из аксиом группы (простейшие свойства группы), свойства изоморфизмов групп, теорема Кэли.

В результате изучения темы студент должен уметь: распознавать группы, абелевы группы, моноиды, полугруппы, группоиды, изоморфизмы и автоморфизмы групп; строить группы по системе образующих; строить группу подстановок, изоморфную данной; определять изоморфные и не изоморфные группы.

Этот перечень также даст возможность оценить полноту конспекта и, в случае необходимости, обратиться к учебной литературе, список которой предложен в конце пособия. Следующий этап самостоятельной работы – решение базовых задач по теме. Эта работа начинается в аудитории, на практических (лабораторных) занятиях. Для актуализации знаний при самостоятельном решении заданий, в пособии составлен краткий опорный конспект по каждой теме и предложены примеры решения задач (информационный блок). Опорный конспект не подменяет конспекта лекций или работу с учебником, а лишь освежает в памяти определения понятий и формулировки теорем, необходимых для решения базовых задач. Далее – пример фрагмента информационного блока по теме «Подгруппы, нормальные подгруппы».

Определение 5. Если H – подгруппа группы A , то множества xH и Hx ($x \in A$) называются, соответственно, *левым и правым смежными классами* группы A по подгруппе H , а элемент x – *представителем этих классов*.

Пример 7. Разложить группу A_4 в объединение правых и в объединение левых смежных классов по подгруппе $H=\{1,(12)(34),(13)(24),(14)(23)\}$ и по подгруппе $K=\{1,(123),(132)\}$. Выяснить, нормальны ли эти подгруппы?

Знакопеременная группа A_4 содержит все четные подстановки четвертой степени: 1 (тождественная подстановка), (123), (132), (124), (142), (134), (143), (234), (243), (12)(34), (13)(24); (14)(23). Левые смежные классы по подгруппе H имеют вид xH , например, $(123) \cdot H = \{(123), (134), (243), (142)\}$. Еще одним левым смежным классом является подгруппа H . Осталось еще 4 подстановки, которые составляют третий левый смежный класс $\{(123), (143), (243), (124)\}$. Правые смежные классы Hx можно найти аналогично или, используя то, что элементы правого смежного класса являются обратными к элементам некоторого левого смежного класса. В нашем случае разбиение группы A_4 на правые смежные классы по группе H совпадает с разбиением на левые смежные классы, поэтому $H \triangleleft A$. Выпишем левые смежные классы группы A_4 по подгруппе K : $\{1, (123), (132)\}$, $\{(12)(34), (243), (143)\}$, $\{(13)(24), (142), (234)\}$, $\{(14)(23), (134), (124)\}$. В этом случае правые смежные классы (составлены из обратных подстановок) не совпадают с левыми. Следовательно подгруппа K нормальной не является.

Практический блок включает индивидуальные задания для домашней работы в двенадцати вариантах. Этот блок содержит задания реконструктивно-вариативного уровня, которые можно выполнять по образцу. После актуализации необходимых знаний и изучения примеров решения задач, студент может приступить к решению своего индивидуального задания, фрагмент которого по теме «Гомоморфизмы групп, факторгруппы» приведен далее.

Задача 13. Проверить, что отображения $\alpha(x)=x^2$, $\beta(x)=x^3$, $\gamma(x)=x^5$ являются гомоморфизмами группы Z_n^* из задачи 6 в себя. Найти ядро каждого из этих гомоморфизмов. Какие из них являются изоморфизмами? Построить факторгруппу $Z_n^*/Ker\alpha$ и составить её таблицу Кэли.

После решения задач индивидуального задания для подготовки к промежуточному контролю предлагаются контрольные вопросы для

самоконтроля усвоения темы и дополнительные задачи «на доказательство», требующие высокого уровня овладения знаниями и творческого подхода к решению задач. Ниже приводятся примеры контрольных вопросов и дополнительных задач по теме «Прямые суммы и прямые произведения групп» (блок самоконтроля).

Контрольные вопросы для самопроверки

31. Является ли абелевой группой прямая сумма абелевых групп?
32. Может ли прямое произведение неабелевых групп быть абелевой группой?
33. Верно ли, что $Z_2 + Z_2 \cong Z_2 \oplus Z_2$?
34. Обязательно ли абелева группа порядка 15 имеет элемент порядка 3?
35. Верно ли, что циклическая группа четвертого порядка не раскладывается в прямую сумму собственных подгрупп?
36. Верно ли, что все абелевы группы пятнадцатого порядка изоморфны между собой?

Дополнительные задачи и упражнения

72. Разложить:
- а) аддитивную группу Z_{12} в прямую сумму неразложимых подгрупп;
 - б) мультипликативную группу Z_{12}^* в прямое произведение неразложимых подгрупп.

Однозначны ли эти разложения?

Задачи повышенной сложности

73. Докажите, что аддитивная группа всех рациональных чисел не разложима в прямую сумму своих собственных подгрупп.

Блок самоконтроля содержит задания разных уровней: контрольные вопросы, дополнительные задачи и упражнения и задачи повышенной сложности. практический блок содержит задачи базового уровня. Таким образом, мы охватываем задания разных уровней сложности и обеспечиваем самостоятельную работу, соответствующую разным уровням умственной деятельности.

Наиболее целесообразной в связи с задачами высшей школы, на наш взгляд, является классификация, предложенная П.И. Пидкасистым [158]. Она выделяет самостоятельные работы по образцу, реконструктивно-вариативные, эвристические (частично-поисковые) и творчески-исследовательские.

Самостоятельные работы *по образцу* включают решение типовых задач, выполнение упражнений по образцу. Они позволяют усвоить материал, но не развивают творческую активность. Это первый тип умственной деятельности, которая основывается на распознавании объекта, предмета, явления, которые изучаются. На этом уровне происходит усвоение учебной информации. Мы предполагаем, что работа с учебником, опорным конспектом и примерами решения задач в методическом пособии относится к самостоятельной работе по образцу.

Реконструктивно-вариативные самостоятельные работы предусматривают необходимость воспроизведения не только функциональной характеристики знаний, но и структуры знаний, привлечение известных знаний для решения задач, проблем, ситуаций. Это второй уровень умственной деятельности, на котором происходит воспроизведение и понимание явлений, которые изучаются. В качестве работы этого уровня предлагается выполнение индивидуальных заданий, содержащие как задачи, решаемые по образцу, так и задачи реконструктивно-вариативного уровня.

Пример. Пусть $T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Выяснить, является ли кольцом относительно операций $A \oplus B = A + B - T$ и $A \circ B = AB$ множество всех (2×2) -матриц над R следующего вида:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} x & x \\ 1-x & 1-x \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1-x & 0 \\ x & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ x & x \end{pmatrix}.$$

По этому образцу удобно решать такую, например, задачу из индивидуального задания:

Задача. Выяснить, является ли кольцом относительно операций $A*B=ABH$ и $A \circ B=ABT$ множество всех матриц вида $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, где $x \in R$.

Для задачи из индивидуального задания на распознавание кольца в случае конечного множества уже возникают нюансы. Решение будет успешным, если подумать об особенностях проверки конечного множества на замкнутость операций и свойств этих операций.

Задача. Доказать, что следующее множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ над Z_2 образует кольцо относительно обычных операций сложения и умножения матриц по модулю 2; выяснить, есть ли в этом кольце делители нуля, коммутативно ли оно, образует ли оно поле?

Эвристические самостоятельные работы, связанные с решением отдельных вопросов, проблем, очерченных на лекциях, семинарских, лабораторных, практических занятиях – это третий тип умственной деятельности, которая предусматривает формирование умений видеть проблему, самостоятельно ее формулировать, разрабатывать план ее решения. Это уровень умственной деятельности, на котором осуществляется более глубокое понимание явлений и процессов, начинается творческая деятельность. Именно контрольные вопросы и дополнительные задачи в методическом пособии предназначены для самостоятельной работы, которая носит эвристический характер. Решение этих задач связано с поиском и даже отысканием «нестандартных» путей мышления. Приведем примеры заданий такого уровня.

Верно ли, что если $ab=0$, то $ba=0$ в произвольном кольце?

Привести пример подмножества в кольце, замкнутого относительно деления и умножения и не являющегося подкольцом.

Изоморфны ли кольцо всех целых чисел и кольцо всех четных чисел?

Выполняется ли для колец аналог теоремы Лагранжа?

Творчески-исследовательские самостоятельные работы – самые сложные для студентов. Но и для таких видов работ в пособии есть задачи. Это – так называемые задачи «на доказательство», они есть в списке дополнительных задач повышенной сложности, их решение требует творческого подхода и не обязательно для студентов, хотя и желательно. Приведем примеры.

При каких значениях m кольцо Z_m является прямой суммой идеалов, каждый из которых – поле?

Доказать, что все идемпотенты коммутативного кольца сами образуют кольцо относительно операций $e \oplus f = e + f - ef$ и ef .

Построить поле $Q(\sqrt{2})$ и доказать, что отображение $a+b\sqrt{2} \rightarrow a-b\sqrt{2}$ является его автоморфизмом. Существуют ли другие автоморфизмы этого поля?

Таким образом, учебно-методическое пособие при обучении алгебраическим структурам позволяет организовать самостоятельную работу всех уровней: по образцу, реконструктивно-вариативную, эвристическую и творчески-исследовательскую, что способствует качественному усвоению материала. Специально подобранные в пособии профессионально направленные задания нацелены на подготовку будущих учителей математики. Разработанное учебно-методическое пособие может использоваться для организации и управления самостоятельной работой студентов при изучении курса «Алгебраические структуры».

2.3 Профессиональная направленность вариативного курса «Алгебраические структуры» в обучении будущего учителя

На наш взгляд, профессионально направленное обучение должно осуществляться на основе фундаментальных знаний, формирующих, в том числе, и профессиональные компетенции. Конечно же, фундаментализация образования – не самоцель, а одно из средств достижения целей образования [189]. Среди этих целей – формирование гармоничной личности высококвалифицированного профессионала,

обладающего целостной системой знаний, способного к научному исследованию и творческому применению этих знаний. Ядро математической подготовки учителя математики составляют дисциплины базовой части, такие как алгебра, математический анализ, аналитическая геометрия, математическая логика, дискретная математика, теория вероятностей и другие. Однако, полноценная научно-методическая подготовка будущего учителя математики может продолжаться и завершаться только в системе курсов вариативной части.

При обучении алгебраическим структурам начальные сведения и основные примеры для обобщения студенты получают при изучении базовых дисциплин на первом и втором курсах. Разработанный и внедренный вариативный курс «Алгебраические структуры» призван обобщить и дополнить полученные по алгебраическим структурам знания, завершить содержательную линию, связанную с алгебраическими структурами и подвести к полноценному изучению числовых систем. Для организации самостоятельной работы студентов может использоваться учебно-методическое пособие «Алгебраические структуры в системе фундаментальной подготовки будущего учителя» [185].

Дисциплина «Алгебраические структуры» связана со многими разделами математической науки и ее приложений и носит междисциплинарный, интегративный характер. Обобщающая, систематизирующая и интегративная роль вариативного курса определяет его основные цели и содержание (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Содержание вариативного курса «Алгебраические структуры»

<i>Тема</i>	Краткое содержание темы
Тема 1. Основные понятия теории групп	Алгебраические операции и алгебры, бинарные операции и их свойства, группы, полугруппы, моноиды. Изоморфизмы, теорема Кэли. Подгруппы, системы образующих. Циклические подгруппы (конечные и бесконечные) и их описание с точностью до изоморфизма. Гомоморфизмы групп.

Продолжение Таблицы 2.1

<i>Тема</i>	Краткое содержание темы
Тема 2. Конструкции на группах. Основная теорема абелевых групп	Смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы, факторизация. Теорема о гомоморфизмах групп. Прямые суммы и прямые произведения групп. Разложение циклических групп в прямую сумму. Разложение групп в прямую сумму p-групп. Разложение p-групп в прямую сумму примарных циклических подгрупп.
Тема 3. Кольца и поля: основные понятия	Кольца и поля, простейшие свойства. Идеалы колец, кольца главных идеалов, конгруэнции по модулю идеала. Теорема о гомоморфизмах колец. Прямые суммы колец. Факторизация по простому идеалу. Характеристика полей, простые поля. Поля Галуа. Алгебраические и трансцендентные расширения. Строение простых расширений
Тема 4. Аксиомы Пеано. Определения системы натуральных чисел, кольца целых чисел	Аксиомы Пеано. Аксиоматическое определение системы натуральных чисел. Принцип полной математической индукции. Сложение и умножение на множестве натуральных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве натуральных чисел и его свойства. Алгебраическая мотивировка расширения множества натуральных чисел. Принцип минимального расширения. Определение, существование и единственность кольца целых чисел. Действия на множестве целых чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве целых чисел и его свойства.
Тема 5. Определения поля рациональных чисел, поля действительных чисел, поля комплексных чисел	Алгебраическая мотивировка расширения кольца целых чисел. Определение, существование и единственность поля рациональных чисел. Свойства поля рациональных чисел. Действия на множестве рациональных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве рациональных чисел и его свойства. Алгебраическая мотивировка расширения поля рациональных чисел. Фундаментальные последовательности и их свойства. Метод Кантора построения поля действительных чисел.

Продолжение Таблицы 2.1

<i>Тема</i>	Краткое содержание темы
	Сечения Дедекинда. Свойства сечений. Метод Дедекинда построения поля действительных чисел. Свойства поля действительных чисел. Действия на множестве действительных чисел их свойства. Отношение порядка на множестве действительных чисел и его свойства. Алгебраическая мотивировка расширения поля действительных чисел. Определение, существование и единственность поля комплексных чисел.

При помощи изучения наиболее общих математических понятий – алгебраических структур – строится целостная картина математической науки, происходит осмысление будущими учителями математики имеющихся в ней внутренних связей. Так, например, при изучении темы «Основные понятия теории групп» обобщаются многочисленные примеры, появившиеся при изучении почти всех базовых математических дисциплин. В следующей теме получает свое развитие идея изучения классов изоморфных структур, описания таких классов, а также начинается изучение факторизации. Студенты получают возможность один и тот же объект, например, множество всех классов вычетов по натуральному модулю, трактовать и с позиции теории чисел, и с позиции дискретной математики (как множество классов эквивалентности), и с позиции алгебраических структур (как факторгруппу аддитивной группы целых чисел по подгруппе всех чисел, кратных данному модулю). При этом должно возникать понимание идеи целостности математического знания, что очень важно для самих будущих учителей математики и для формирования их готовности донести эту идею до учащихся. Тема «Кольца и поля: основные понятия», как и предыдущие темы, призвана не только обобщить многочисленные примеры разных разделов математической науки, но и подготовить к изучению на высоком научном уровне возникновение и развитие числовых систем. Числовые группы, кольца, поля, проблема математически точного определения числовых множеств, введения на этих множествах алгебраических операций,

возможность введения отношения линейного порядка, строгое доказательство известных из школьной математики свойств отношения и операций, построение расширений числовых алгебраических структур – все эти вопросы имеют очевидную профессиональную направленность для будущего учителя математики и представляют содержание последних двух тем вариативного курса. Изучение этих важнейших для будущей профессиональной деятельности вопросов становится возможным только теперь, в обобщающем и систематизирующем курсе, после того, как студентами изучены комплексные числа, теория множеств с операциями на них, отношения на множествах, основы построения аксиоматических теорий, основные алгебраические структуры и конструкции на них, расширения полей и их строение.

Анализ предложенных ранее целей обучения алгебраическим структурам позволяет уточнить формулировки и разработать основные цели данной дисциплины как профессионально направленной для подготовки учителя математики. К целям дисциплины мы отнесли следующие:

- формирование у студентов представления о месте алгебраических структур в системе математических знаний;
- формирование представления о понятиях основных алгебраических структур и числовых систем, об основных идеях и подходах к их изучению, о методах анализа алгебраических структур, о важнейших примерах таких структур, об истории возникновения и развития алгебраических структур и числовых систем;
- формирование понимания логики возникновения и развития основных алгебраических структур и числовых систем и умения корректно изложить ее школьникам;
- формирование готовности грамотно конструировать алгебраическое содержание школьного курса математики;
- формирование понимания места алгебраических структур и числовых систем в системе математического знания, осознания неразрывного присутствия алгебраических структур в основных разделах математической науки и их взаимосвязи с этими разделами;

- формирование понимания связующей роли алгебраических структур в единстве математических дисциплин и целостности математического знания;
- формирование понимания универсального характера свойств алгебраических операций и отношений на множествах, подходов к их изучению и применению в различных областях математики;
- формирование умений точно и грамотно реализовывать в практической деятельности алгебраические методы, технологии и алгоритмы;
- формирование алгебраической, логической и алгоритмической культуры, системного математического мышления;
- развитие творческих способностей, исследовательских навыков для решения исследовательских алгебраических задач;
- формирование мотивации к осуществлению профессиональной деятельности при обучении алгебраическим структурам и числовым системам;
- формирование готовности студентов к применению полученных знаний и навыков для решения учебных и профессиональных задач, к профессиональной научной, научно-исследовательской и педагогической деятельности.

Достижению указанных целей способствует и система заданий разного уровня, составленных для обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики. Эти задания отражают систематизирующую и обобщающую роль курса и представлены в специально разработанном учебно-методическом пособии [185]. Задания охватывают алгебраические структуры, построенные на множествах, элементы которых изучались в разных разделах математики, в том числе, школьной (числовые функции, классы вычетов, геометрические преобразования, многочлены, числа и так далее). Приведем примеры.

Задание. При помощи таблиц Кэли доказать, что множество числовых функций

$$\left\{ e(x) = x, \quad f(x) = 1 - x, \quad g(x) = \frac{x}{2x-1}, \quad h(x) = \frac{x-1}{2x-1} \right\}, \text{ заданных на } R \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}, \text{ составляет}$$

группу относительно композиции (суперпозиции) функций. Построить группу подстановок, изоморфную данной.

Задание. Найти все разложения мультипликативной группы Z_{36}^* в прямое произведение неразложимых циклических подгрупп.

Задание. Пусть A – аддитивная группа с образующими $\frac{1}{2}x$ и $\frac{1}{3}$. Построить факторгруппу группы A по подгруппе всех многочленов из A с целыми коэффициентами.

Задание. Определить, является ли группой: числовое множество

$$R^- = \{x | x \in R, x < 0\} \text{ относительно каждой из операций } x \circ y = \frac{x}{y}, x \oplus y = \frac{x+y}{xy}, x * y = -xy.$$

Найти нейтральные элементы (левые, правые, двусторонние). Если множество не образует группу, то указать условия из определения группы, которые не выполняются.

Решая такие задания, студент имеет возможность изучения свойств необычных операций на привычных (например, числовых) множествах: та или иная алгебраическая структура определяется не только множеством, но и свойствами операций, которые могут отличаться от привычных. Материал, на котором строится алгебраическая структура, связывает различные разделы математики, включая элементарную.

Предложены задания разного уровня сложности, что способствует формированию гибкого научного мышления будущих учителей математики и обеспечивает многоуровневую самостоятельную работу: по образцу, реконструктивно-вариативную, эвристическую и творчески-исследовательскую (о чем более подробно описано в пункте 2.2.4).

В результате изучения профессионально направленного вариативного курса «Алгебраические структуры» предполагается формирование большинства компетенций в соответствии с ГОС ВПО по данному направлению подготовки, что отражено в рабочей программе учебной дисциплины «Алгебраические структуры» (Приложение Б).

Таким образом, изучение алгебраических структур уместно объединить в одном вариативном курсе с изучением числовых систем. Такой курс является обобщающим,

систематизирующим и профессионально направленным для будущего учителя математики в школе, где изучение и применение чисел составляет главную линию математики как предмета. К тому же, понимание алгебраической мотивировки расширения числовых множеств, грамотное определение операций на числовых множествах, полноценное изучение свойств таких операций и оперирование ими невозможно без основательного изучения теории алгебраических структур [190].

2.4 Экспериментальная проверка эффективности применения методической системы и ее коррекция

Педагогический эксперимент, являясь важнейшей частью исследования, сопровождает его от начала и до завершения. Первый констатирующий этап направлен на выявление проблемы и отыскание направлений ее решения. Второй поисковый этап нацелен на поиск методик, позволяющих решить проблему, на коррекцию этих методик и проверку их эффективности. Третий формирующий этап эксперимента констатирует эффективность внедрения методик и необходим для фиксации достижений исследований. Таким образом, эксперимент обеспечивает научную и доказательную базу для подтверждения гипотезы исследования.

Целью педагогического эксперимента является проверка эффективности построенной методической системы обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики, направленной на их профессиональную подготовку, в контексте фундаментализации образования.

Для достижения цели эксперимента были сформулированы следующие задачи педагогического эксперимента.

1. Выявить состояние готовности студентов, будущих учителей математики, к профессиональной деятельности и уровень мотивации к такой деятельности.

2. Изучить феномен фундаментализации математического образования и его влияние на профессиональную подготовку будущих учителей математики.

3. Исследовать возможности обучения алгебраическим структурам и построить методическую систему обучения алгебраическим структурам для фундаментализации математического образования и профессиональной подготовки будущих учителей математики.

4. Апробировать и при необходимости скорректировать разработанную методику обучения алгебраическим структурам.

5. Экспериментально обосновать эффективность построенной методической системы.

Педагогический эксперимент проводился в Донецком национальном университете с 2005 по 2017 годы. В нем участвовали студенты, преподаватели, в том числе и других университетов, выпускники, учителя школ. Охарактеризуем каждый этап эксперимента (таблица 2.2).

Таблица 2.2 – Общая характеристика педагогического эксперимента

Общая характеристика педагогического эксперимента	
Задачи этапа	Цели и методы
I. Констатирующий этап (2005–2010 гг.)	
1. Изучить современное состояние алгебраической подготовки будущего учителя математики, подходы к обучению алгебраическим структурам в университете.	Цель – определить основные подходы к обучению алгебраическим структурам, выявить уровень алгебраической подготовки будущего учителя математики и его мотивированности к профессиональной деятельности. Методы – тестирование и анкетирование студентов, будущих учителей математики; беседы и анкетирование.
2. Определить уровень готовности будущих учителей математики к профессиональной деятельности и их отношение к использованию средств ИКТ в учебном процессе.	
3. Выявить уровень мотивации будущих учителей математики к профессиональной деятельности.	

Продолжение Таблицы 2.2

<i>Задачи этапа</i>	<i>Цели и методы</i>
4. Экспериментально проверить начальный уровень математической подготовки студентов экспериментальной и контрольной групп.	преподавателей; изучение педагогического опыта; изучение учебно-методической литературы
II. Поисковый этап (2010–2016 гг.)	
1. Изучить феномен фундаментализации образования и его возможности при подготовке будущего учителя математики.	<i>Цель</i> – разработка, апробация и проверка эффективности построенной методической системы
2. Изучить дидактический и методический потенциал алгебраических структур в профессиональной подготовке будущего учителя математики.	обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики в контексте фундаментализации образования.
3. Разработать и апробировать материалы для практических занятий и самостоятельной работы студентов по алгебраическим структурам для подготовки будущих учителей математики.	<i>Методы</i> – изучение и анализ научной, учебно-методической литературы; экспериментальное преподавание с использованием дистанционного курса,
4. Разработать и апробировать дистанционный курс по алгебре для самостоятельной работы студентов, будущих учителей математики.	разработанных учебно-методических пособий; анализ результатов преподавания; коррекция методической системы;
5. Создать и апробировать мультимедийный комплекс по алгебре	анкетирование, тестирование студентов,

Продолжение Таблицы 2.2

<i>Задачи этапа</i>	<i>Цели и методы</i>
для обучения студентов, будущих учителей математики. 6. Разработать и внедрить обобщающий и систематизирующий вариационный курс «Алгебраические структуры», ориентированный на формирование профессиональной компетентности учителя математики. 7. Проверить эффективность построенной методической системы.	проведение контрольных работ, их анализ. Обработка результатов методами непараметрической статистики.
III формирующий этап (2016–2017 гг.)	
1. Подтверждение гипотезы исследования о влиянии построенной методической системы обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики на формирование их готовности к будущей профессиональной деятельности.	<i>Цель</i> – осмысление и обобщение полученных результатов научно-исследовательской деятельности. <i>Методы</i> – беседы с преподавателями и студентами; формулирование выводов и определение направлений дальнейшего исследования.

На первом констатирующем этапе (2005–2010 гг.) изучалась научная литература по проблеме исследования, степень ее разработанности, труды отечественных и зарубежных авторов, формировалось понимание и обоснование проблемы для поиска путей ее решения. Проводились беседы со студентами и преподавателями, изучался передовой педагогический опыт, неоднократно

посещались лекционные и практические занятия по алгебре и другим дисциплинам, проводимые для студентов, будущих учителей математики. С целью получения начальных данных, анализировались нормативные документы министерства образования и науки ДНР, учебники по алгебре, методическое обеспечение обучения алгебре будущих учителей математики. Для определения уровня алгебраической подготовки будущих учителей математики и их готовности к будущей профессиональной деятельности проведены опросы, беседы студентов, преподавателей алгебры в университетах, выпускников, учителей математики в школах. Анкетирование преподавателей алгебры в университетах проводилось в 2005-2007 гг. и содержало следующие вопросы.

1. Необходима ли дисциплина «Алгебра» для обучения будущих учителей математики?
2. Достаточна ли программа по алгебре для обучения будущих учителей математики?
3. Довольны ли Вы уровнем алгебраической подготовки студентов, изучивших курс алгебры?
4. Есть ли необходимость обучать будущих учителей математики алгебраическим структурам?
5. Все ли необходимые для профессиональной деятельности учителя математики алгебраические структуры полноценно изучаются в курсе алгебры?
6. Достаточна ли теоретическая алгебраическая подготовка студентов, будущих учителей математики, для решения творческих, исследовательских задач?
7. Осознают ли студенты необходимость получения знаний по алгебраическим структурам для профессиональной деятельности учителя математики?
8. Учитываете ли Вы будущую профессию студентов при обучении алгебре?
9. Есть ли необходимость в вариативном курсе по алгебре, дополняющем и обобщающем алгебраическую подготовку будущих учителей математики?

10. Есть ли необходимость в вариативном курсе, дополняющем и обобщающем подготовку будущих учителей математики по алгебраическим структурам?

Результаты такого анкетирования приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Результаты анкетирования преподавателей алгебры
в университетах

<i>Вопрос</i>	<i>ответ «да»</i>	<i>ответ «нет»</i>	<i>ответ «не знаю»</i>
1	100% (27 чел.)	0	0
2	55,6% (15 чел.)	37,0% (10 чел.)	7,4% (2 чел.)
3	51,9% (15 чел.)	48,1% (13 чел.)	0
4	63,0% (17 чел.)	37,0% (10 чел.)	0
5	33,3% (9 чел.)	63,0% (17 чел.)	3,7% (1 чел.)
6	26,0% (7 чел.)	70,3% (19 чел.)	3,7% (1 чел.)
7	3,7% (1 чел.)	92,6% (25 чел.)	3,7% (1 чел.)
8	48,1% (13 чел.)	51,9% (15 чел.)	0
9	74,1% (20 чел.)	18,5% (5 чел.)	7,4% (2 чел.)
10	63,0% (17 чел.)	33,3% (9 чел.)	3,7% (1 чел.)

В анкетировании участвовали 27 преподавателей алгебры из разных университетов. Все отметили необходимость алгебраической подготовки будущих учителей математики, большинство подтвердили важность обучения таких студентов алгебраическим структурам и введения вариативного курса по алгебре и алгебраическим структурам. Вместе с тем, не все опрошенные преподаватели учитывали будущую профессию студентов при обучении, но при этом в большинстве считали, что студенты не осознают необходимость знаний по алгебраическим структурам. Не смотря на то, что в большей части преподаватели считали достаточной программу по алгебре и довольны алгебраической подготовкой студентов, они осознавали, что этой подготовки не хватает для решения будущими учителями творческих и исследовательских задач. Многие

отмечали, что нет возможности расширить курс алгебры, а за имеющееся время не всегда возможно полноценно обучать студентов всем необходимым алгебраическим структурам, для этого и запаса знаний студентов не всегда хватает (например, по теории чисел). По-видимому, по этой причине большинство преподавателей поддержало идею вариативного курса по алгебре и алгебраическим структурам. Из анкетирования и бесед с преподавателями можно сделать вывод о том, что с необходимой для будущих учителей математики алгебраической подготовкой дела обстоят не так хорошо, как нужно. Не хватает аудиторного времени, знаний студентов, зачастую, методического обеспечения для обучения. При обучении не всегда учитываются профессиональные интересы будущих специалистов. Конечно, это имеет свое объяснение. Преподаватели в работе пользуются замечательными учебниками и сборниками задач [105], [106], [37], [104], [95], [94], которые, несомненно, относятся к лучшим и наиболее используемым по алгебре. Но эти учебники не адаптированы для обучения будущих учителей математики. В предисловиях к учебникам читаем, что они предназначены для студентов математических специальностей, или для механиков (но в меньшем объеме материала) университетов и педагогических институтов. То есть авторы не разделяют слушателей по специальностям. Это уже дело преподавателя – адаптировать читаемую дисциплину и профессионально сориентировать ее. Кроме того, многие преподаватели признают, что почти все усилия идут на формирование базовых математических учебных умений, а не исследовательских. Формирование последних осуществляется большей частью не систематически. Специально демонстрировать студентам применение исследовательских и эвристических приемов на лекционных и практических занятиях по алгебре не хватает времени, если это и происходит, то не систематически. Целесообразное использование систем профессионально направленных заданий в процессе обучения алгебре поможет формированию приемов исследовательской деятельности студентов. Но, как показывают результаты бесед с преподавателями, многие считают, что без надлежащего методического обеспечения они практически не подготовлены к профессионально

направленному обучению алгебре. Проведенные беседы и анкетирование привели к заключению о принятии следующих мер:

- создание методического обеспечения обучения алгебраическим структурам, содержащего *профессионально направленные, эвристические и исследовательские задания*;
- разработка *вариативного курса по алгебраическим структурам*, дополняющего и обобщающего алгебраическую подготовку будущих учителей математики.

В ходе констатирующего этапа эксперимента нами были опрошены студенты четвертого курса бакалавриата, уже прошедшие педагогическую практику и завершающие подготовку дипломных работ. Студентам, будущим учителям математики, предлагалось оценить следующие позиции по шкале от 1 до 5 (анонимно).

1. Оцените, насколько для Вас применимы знания, полученные при изучении фундаментальных математических курсов, в школьной математике.

2. Оцените Вашу готовность к преподаванию математики в школе с точки зрения математической подготовки.

3. Оцените Вашу готовность к преподаванию математики в школе с точки зрения методической подготовки.

4. Оцените Вашу способность самостоятельно готовиться к занятиям и искать новые знания.

5. Оцените Вашу способность к саморазвитию и самосовершенствованию в будущей профессиональной деятельности.

6. Оцените Вашу способность к анализу математической информации.

7. Оцените Вашу способность быстро решать поставленные задачи.

В опросе участвовали 154 студента. Результаты этого опроса приведены в таблице 2.4. Нужно отметить, что при ответах на вопросы с 3 по 7 студенты довольно высоко оценивают свои способности: в 1-2 балла себя не оценил никто, а наивысшим баллом оценили себя многие, особенно это касается оценок методической готовности к преподаванию в школе. При этом готовность к

преподаванию с точки зрения математической подготовки студентами оценивается не так щедро: только 3 человека (менее 2%) поставили высший балл, и нашлись студенты, которые оценили свою готовность в 1-2 балла (20 человек – более 13%). Если даже студенты со своими достаточно оптимистическими оценками таким образом оценивают готовность к профессиональной деятельности с точки зрения математической подготовки, то напрашивается вывод о необходимости фундаментализации математического образования.

Таблица 2.4 – Результаты опроса будущих учителей математики

<i>номер вопроса</i>	<i>1 балл</i>	<i>2 балла</i>	<i>3 балла</i>	<i>4 балла</i>	<i>5 баллов</i>
1	3,3% (5 чел.)	9,7% (15 чел.)	35,0% (54 чел.)	40,3% (62 чел.)	11,7% (18 чел.)
2	2,6% (4 чел.)	10,5% (16 чел.)	25,3% (39 чел.)	59,7% (92 чел.)	1,9% (3 чел.)
3	0	0	0,6% (1 чел.)	39,0% (60 чел.)	60,4% (93 чел.)
4	0	0	1,3% (2 чел.)	58,4% (90 чел.)	40,3% (62 чел.)
5	0	0	20,1% (31 чел.)	59,1% (91 чел.)	20,8% (32 чел.)
6	0	0	20,8% (32 чел.)	40,3% (62 чел.)	38,9% (60 чел.)
7	0	0	12,3% (19 чел.)	68,2% (105 чел.)	19,5% (30 чел.)

Тем же студентам было предложено по шкале от 1 до 5 оценить с точки зрения применимости в будущей педагогической деятельности в школе следующие дисциплины:

1) алгебра;

- 2) аналитическая геометрия;
- 3) дискретная математика;
- 4) дифференциальная геометрия;
- 5) дифференциальные уравнения;
- 6) комплексный анализ;
- 7) математический анализ;
- 8) математическая логика;
- 9) теория вероятностей;
- 10) теория чисел;
- 11) топология.

Показательным, на наш взгляд, является то, что в этом рейтинге алгебра оказалась на первом месте (94,8% – 5 баллов и 5,2% – 4 балла). На втором месте – математический анализ (79,9% – 5 баллов и 20,1% – 4 балла). Для остальных дисциплин – студенты не так солидарны в оценках. Из этого опроса следует, что будущие учителя осознают применимость алгебры в профессиональной деятельности и, тем более, обучение алгебре обязано быть профессионально направленным.

Проведенная работа привела нас к выводам о *необходимости фундаментализации математического образования* будущих учителей математики и *создания такой методической системы обучения алгебраическим структурам, которая бы отвечала требованиям профессиональной направленности и фундаментализации образования.*

Целью любого педагогического эксперимента является эмпирическое подтверждение или опровержение гипотезы исследования, то есть обоснование того, что предлагаемое педагогическое воздействие (в нашем случае – построенная методическая система) более эффективно. Для этого выделяется экспериментальная группа (ЭГ), которая сравнивается с контрольной группой (КГ). Различие эффектов педагогических воздействий будет обосновано, если две эти группы, первоначально совпадающие по своим характеристикам, различаются после реализации педагогических воздействий [145].

Для проведения педагогического эксперимента было необходимо проверить начальный уровень математической подготовки студентов экспериментальной и контрольной групп. Для этого в разные годы (с 2005 по 2010) студентам первого курса предлагалась письменная контрольная работа по элементарной математике, время выполнения – 2 академических часа.

1. Дана функция $f(x) = -2x^2 - 2x + 4$:
 - а) решить уравнение $f(x) = 0$;
 - б) разложить на множители выражение $f(x)$;
 - в) найти область определения функции $y = \sqrt{f(x)}$.
2. Упростить выражение $5\cos^2 x - 4 + 4\sin^2 x$.
3. Изобразить график функции $y = 2^{x+1}$.
4. Найти точку пересечения прямых, заданных уравнениями $3x + y = 8$ и $5x - 3y = 4$.
5. Найти координаты середины отрезка АВ, если $A(2; -1; 5)$, $B(-2; 3; -3)$.
6. Упростить $\frac{6a^4 - 6b^4}{a^2 + b^2} - \sqrt{36c^2}$, вычислить при $a = 2, b = 1, c = -3$.
7. Найти $\cos x$, если $\sin x = \frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.
8. Решить уравнение $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$
9. Найти координаты вектора $\bar{c} = 2\bar{a} - \bar{b}$, если $\bar{a} = (1; -3)$, $\bar{b} = (1; -5)$.
10. Вычислить $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$, $n \in N$.

Эту контрольную работу (нулевой срез знаний) выполняли 287 человек (143 человека – в контрольной группе и 144 человека – в экспериментальной группах). Результаты этой контрольной работы приведены в таблице 2.7. Здесь к высокому уровню начальной математической подготовки отнесены работы студентов, получивших по результатам контрольной от 80% и более баллов из возможных, к среднему уровню – работы с оценкой от 50%, но меньше 80%, к низкому уровню отнесены работы, оцененные менее чем в 50% из максимально возможного количества баллов.

Таблица 2.5 – Результаты нулевого среза знаний по математике в контрольной и экспериментальной группах

Начальный уровень математической подготовки		Низкий		Средний		Высокий	
Количество студентов в экспериментальной группе	всего 144	86	59,72 %	45	31,25 %	13	9,03%
Количество студентов в контрольной группе	всего 143	79	54,86 %	48	33,33 %	16	11,11 %

Сравнение полученных в результате диагностического среза количественных показателей (рис. 2.23) позволяет констатировать, что в начале эксперимента начальный уровень математической подготовки у студентов контрольных и экспериментальных групп были практически одинаковыми.

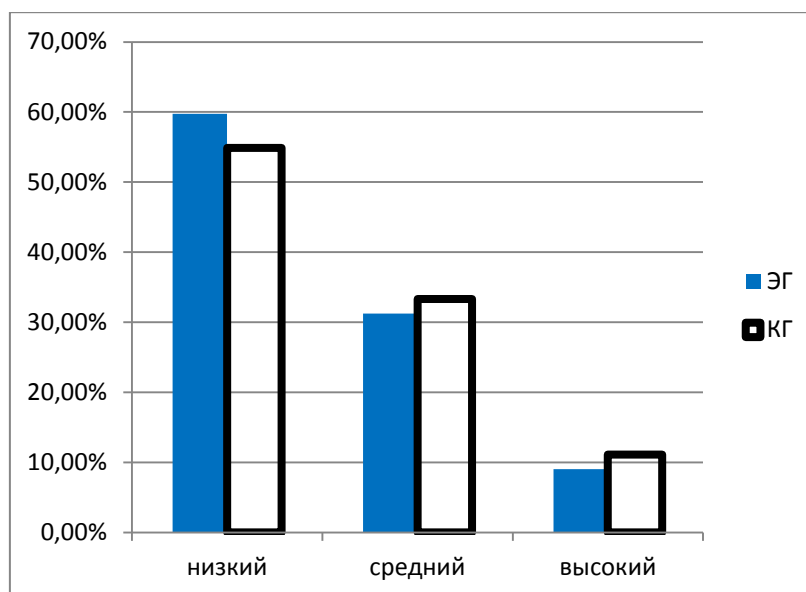


Рисунок 2.23 – Показатели начального уровня математической подготовки экспериментальной и контрольной групп до начала эксперимента

Второй, поисковый этап продолжался с 2010 по 2016 годы. Выводы, сделанные ранее в ходе констатирующего этапа эксперимента, определили круг исследований и работы для второго этапа. Нами изучен феномен фундаментализации образования и его возможности при подготовке будущего

учителя математики, а так же роль и место алгебраических структур в фундаментальной подготовке будущего учителя математики. Результаты этих исследований отражены в пунктах 1.1, 1.2 и в научных статьях [188], [189]. Для реализации фундаментализации математического образования будущих учителей математики необходимо учитывать психолого-педагогические предпосылки обучения алгебраическим структурам. Результаты исследования указанных психолого-педагогических предпосылок отражены в пункте 1.3.

Многолетний опыт преподавания алгебры, математической логики и теории чисел будущим учителям математики позволил разработать и внедрить в учебный процесс учебно-методические пособия, составленные с учетом профессиональной направленности обучения и для развития исследовательских навыков студентов, нацеленные на фундаментализацию математического образования [168], [83], [82], [210], [185], [167].

Развивающиеся и широко вошедшие в жизнь и обучение интернет-технологии с одной стороны и необходимость организации самостоятельного обучения студентов – с другой стали предпосылкой для создания дистанционного курса по алгебре, который был внедрен в образовательный процесс в 2011 году. Результаты научной работы по созданию и внедрению дистанционного курса «Линейная алгебра» отражены в пункте 2.2.2, научных статьях и тезисах научных конференций [191], [193], [196].

Идея разработки вариационного курса, систематизирующего и обобщающего знания по алгебраическим структурам, формировалась и под влиянием исследователей ([181], [50], [135], [42], [87]), использующих вариативные курсы в достижении научных целей, и в результате наблюдений первого этапа эксперимента. Собственные исследования и опыт обучения будущих учителей математики привели к созданию такого вариационного курса на втором этапе эксперимента. Описание специального курса «Алгебраические структуры» можно найти в пункте 2.3 и статье [190]. Преподавание курса «Алгебраические структуры» осуществлялось согласно построенной методической системе с применением разработанного учебно-методического

пособия [185] и других средств, описанных в первом разделе. При изучении этого специального курса студенты показали высокие качественные результаты на экзамене, которые представлены в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Результаты экзамена по курсу «Алгебраические структуры»
в экспериментальной группе

<i>Количество баллов (максимально – 100)</i>	<i>0-59 баллов</i>	<i>60-74 баллов</i>	<i>75-79 баллов</i>	<i>80-89 баллов</i>	<i>90-100 баллов</i>
<i>количество студентов (всего – 144)</i>	0	22 чел. 15,28%	56чел. 38,89%	42 чел. 29,16%	24 чел. 16,67%

Введение в процесс обучения построенной методической системы требовало постоянного мониторинга и коррекции с нашей стороны. Так как обучение алгебраическим структурам проводилось в рамках дисциплин «Алгебра», «Математическая логика», «Теория чисел» и вариативного курса «Алгебраические структуры», то контроль и коррекция осуществлялись именно при обучении этим дисциплинам. Мы составили контрольные работы по алгебре, математической логике и теории чисел (приложение В) для проведения 1, 2 и 3 срезов знаний соответственно. При этом вариативный курс «Алгебраические структуры» слушали студенты только экспериментальной группы. Результаты срезов знаний представлены в таблице 2.7 и на диаграммах (рис. 2.24, 2.25, 2.26). Хронологически для каждого студента срезы проводились в таком же порядке, как указано в диаграммах и таблице.

В каждой из групп улучшаются результаты с течением времени. Но, в то же время, показатели высокого уровня успеваемости в экспериментальной группе больше, чем в контрольной группе, а показатели низкого уровня – меньше, причем от среза к срезу этот разрыв увеличивается (рис. 2.24, 2.25, 2.26).

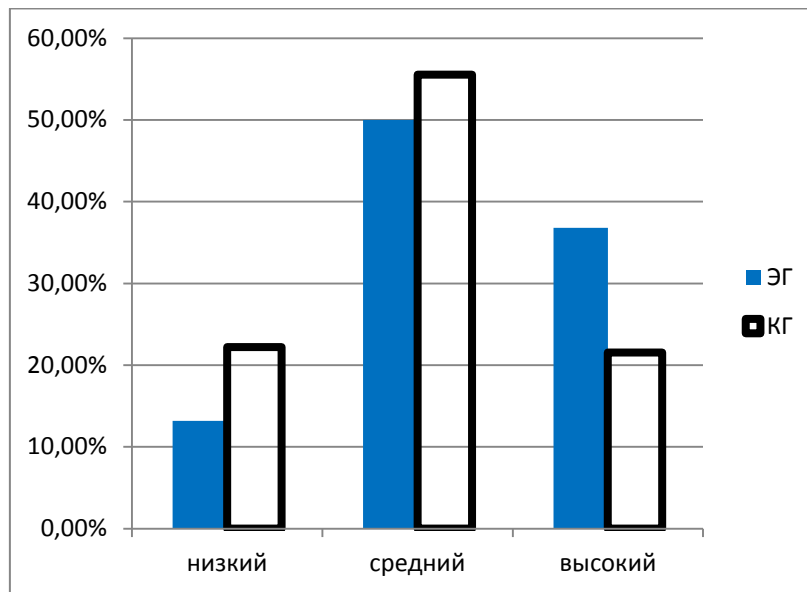


Рисунок 2.24 – Результаты 1 среза по алгебре

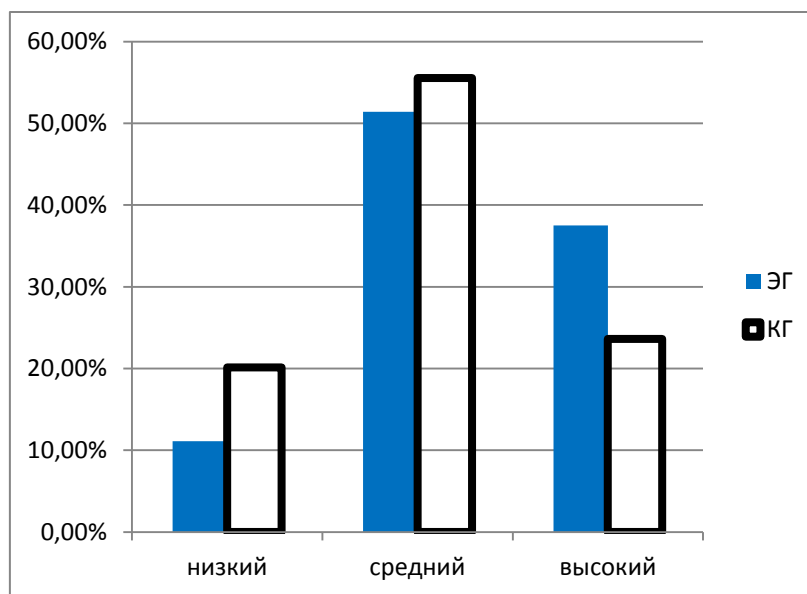


Рисунок 2.25 – Результаты 2 среза по математической логике

Количественные показатели высоких результатов срезов (уровень качества знаний) в экспериментальной и контрольной группах, начиная с нулевой контрольной работы, показаны на графике (рис. 2.27).

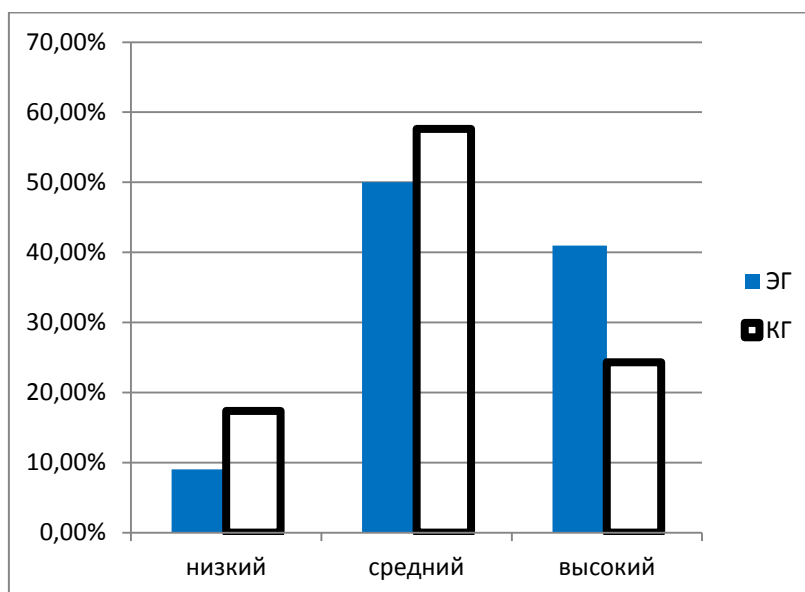


Рисунок 2.26 – Результаты 3 среза по теории чисел

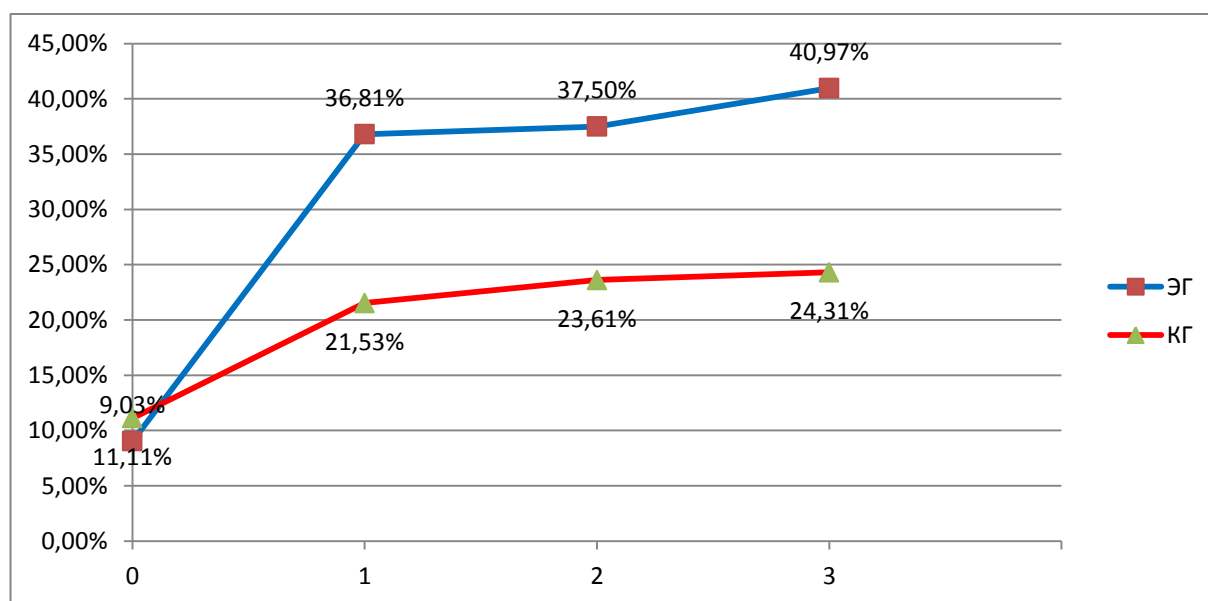


Рисунок – 2.27. Динамика уровня качества знаний в контрольной и экспериментальной группах

На графике представлена зависимость количества (в процентах) работ, выполненных на высоком уровне, от среза знаний хронологически (0 – нулевой, 1 – первый, 2 – второй, 3 – третий срезы). Построенный график дает представление о существенных изменениях в качестве знаний студентов экспериментальной и контрольной групп и свидетельствует о том, что работа по экспериментальной методике содействует более глубокому и качественному усвоению материала

студентами, будущими учителями математики.

В седьмом семестре (4 курс) студенты экспериментальной группы слушали вариационный курс «Алгебраические структуры», в то время, как студентам контрольной группы преподавали другой специальный курс. После изучения вариационного курса, в восьмом семестре, для студентов экспериментальной и контрольной групп была проведена итоговая контрольная работа. Задания контрольной работы – профессионально направлены, обобщают опыт изучения алгебраических структур в бакалавриате и подразумевают применение этого опыта в школьной математике.

1. Что такое множество? Перечислите известные числовые множества. *(Булева алгебра множества подмножеств относительно операций пересечения и объединения)*

2. Какие арифметические действия всегда определены в этих множествах? Перечислите. *(Алгебраические структуры на числовых множествах)*

3. Обратима ли операция сложения на множестве натуральных чисел? На множестве действительных чисел? *(Алгебраические структуры на числовых множествах)*

4. Справедлив ли переместительный и сочетательный законы для вычитания на множестве действительных чисел? *(Алгебраические структуры на числовых множествах)*

5. Укажите, какими общими свойствами обладает операция сложения на множестве целых чисел, множестве векторов на плоскости и множестве многочленов. *(Аддитивные группы целых чисел, геометрических векторов на плоскости, всех многочленов от одной переменной над $\mathbb{R}$)*

6. Почему «нельзя» делить на ноль? Обоснуйте для учащихся школы. *(Алгебраические структуры на числовых множествах)*

7. Обоснуйте для учащихся школы свойства действий со степенями:
 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $m, n \in \mathbb{N}$. Какие свойства операции умножения

необходимы для обоснования? (*Мультипликативная группа всех ненулевых действительных чисел*)

8. Решите в общем виде уравнение $a \cdot x = b$, $a, b \in R$ относительно переменной x . Рассмотрите все случаи, обоснуйте переходы от одного уравнения к другому. Какие свойства операции умножения необходимы для обоснования? (*Мультипликативная группа всех ненулевых действительных чисел*)

9. Обоснуйте для учащихся школы признаки делимости на 2 и на 3. (*Делимость в кольце целых чисел*)

10. К Маше должны прийти друзья. Девочка хочет угостить их конфетами, распределяя все имеющиеся конфеты между друзьями поровну. Если придут 3 друга, то Маше останется одна конфета. Если в гостях будет 5 человек, то останется 2 конфеты. Если придут 7 человек, то останется 3 конфеты. Если же друзей в гостях будет 11, то хозяйке останется 9 конфет. Найдите наименьшее из возможного количество имеющихся у Маши конфет. (*Делимость в кольце целых чисел*)

11. Одноклассники готовятся к празднику и организуют сладкий стол. В классе учатся не более 30 человек. Дети отправились в магазин, чтобы купить по пирожному стоимостью 99 рублей на каждого ученика в классе. В продаже были бисквитные рулеты по 170 рублей за рулет. Если, рассчитывая на ту же сумму денег, которую нужно уплатить за все пирожные, купить рулеты, то останется 24 рубля. Сколько детей учится в классе? (*Делимость в кольце целых чисел*)

12. Староста группы представил в деканат сведения о студентах: «В группе учатся 45 лиц, в том числе 25 юношей. 30 студентов группы учатся на «хорошо» и «отлично», в том числе 16 юношей. Спортом занимаются 28 студентов, в том числе 18 юношей и 17 студентов, которые учатся на «хорошо» и «отлично». 15 юношей учатся на «хорошо» и «отлично» и в то же время успевают заниматься спортом». Докажите, что староста ошибся. (*Булева алгебра множества подмножеств относительно операций пересечения и объединения*)

13. Вычислите: $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5}$. (Поле комплексных чисел)

14. Сократите дробь: $\frac{2x^4 + x^3 - x^2 - x - 1}{x^5 - 2x^3 + 2x^2 + x - 2}$. (Кольцо многочленов одной переменной)

15. Найдите общий знаменатель наименьшей степени и сложите дроби: $\frac{2x-5}{5x^3+3x^2+x-21} + \frac{3-x}{3x^3+2x^2+x-12}$. (Кольцо многочленов одной переменной)

Результаты этой контрольной работы (4-й, итоговый, срез) в экспериментальной и контрольной группах представлены на диаграмме (рис. 2.28) и в таблице 2.7.

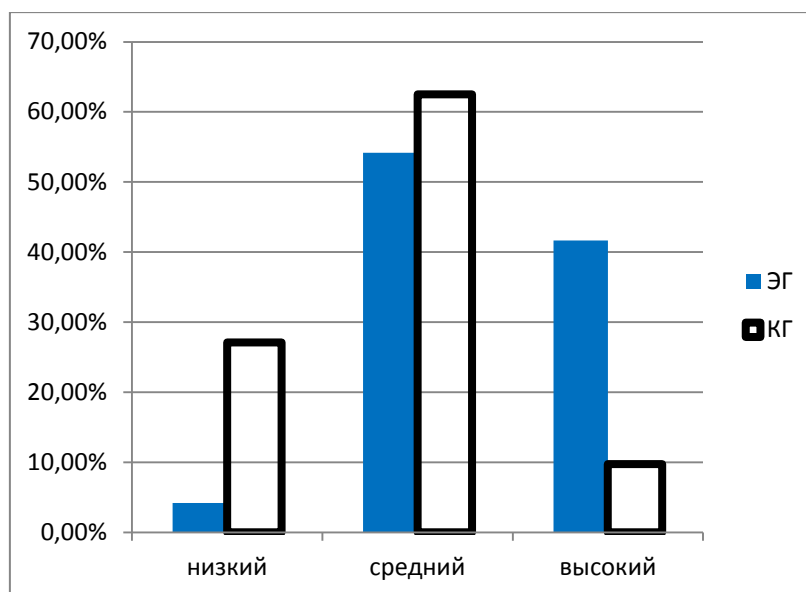


Рисунок – 2.28. Результаты итогового среза

По результатам итогового среза мы видим существенную разницу в показателях контрольной и экспериментальной групп, хотя были предложены профессионально направленные задания. Результаты выполнения пяти письменных контрольных работ (0-й, 1-й, 2-й, 3-й, 4-й срезы), приведенных в таблице 2.7, используем для проверки нулевой гипотезы H_0 об отсутствии влияния предложенной методической системы на уровень фундаментальных математических знаний студентов по алгебраическим структурам.

Таблица 2.7 – Сравнение результатов срезов по элементарной математике, алгебре, математической логике и теории чисел

Диагностические срезы	Результат выполнения контрольной работы	Низкий	Средний	Высокий
0-й срез (элемент. математика)	Экспериментальная группа	$O_{11}=86$ 59,72%	$O_{12}=45$ 31,25%	$O_{13}=13$ 9,03%
	Контрольная группа	$O_{21}=79$ 54,86%	$O_{22}=48$ 33,33%	$O_{23}=16$ 11,11%
1-й срез (алгебра)	Экспериментальная группа	$O_{11}=19$ 13,19%	$O_{12}=72$ 50,00%	$O_{13}=53$ 36,81%
	Контрольная группа	$O_{21}=32$ 22,22%	$O_{22}=80$ 55,56%	$O_{23}=31$ 21,53%
2-й срез (мат. логика)	Экспериментальная группа	$O_{11}=16$ 11,11%	$O_{12}=74$ 51,39%	$O_{13}=54$ 37,50%
	Контрольная группа	$O_{21}=29$ 20,14%	$O_{22}=80$ 55,56%	$O_{23}=34$ 23,61%
3-й срез (теор. чисел)	Экспериментальная группа	$O_{11}=13$ 9,03%	$O_{12}=72$ 50,00%	$O_{13}=59$ 40,97%
	Контрольная группа	$O_{21}=25$ 17,36%	$O_{22}=83$ 57,64%	$O_{23}=35$ 24,31%
4-й срез (итоговый)	Экспериментальная группа	$O_{11}=6$ 4,17%	$O_{12}=78$ 54,17%	$O_{13}=60$ 41,67%
	Контрольная группа	$O_{21}=39$ 27,08%	$O_{22}=90$ 62,50%	$O_{23}=14$ 9,72%

Значения статистического критерия T вычисляем по формуле:

$$T = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{(n_2 \cdot O_{2i} - n_1 \cdot O_{1i})^2}{O_{2i} + O_{1i}}$$

где n_1, n_2 – количество студентов в контрольной и экспериментальной группах соответственно, O_{1i}, O_{2i} – количество студентов в контрольной и экспериментальной группах, попавших в категорию i ($i = 1, 2, 3$) [155].

Для нулевого среза:

$$T = \frac{1}{144 \cdot 143} \cdot \left(\frac{(143 \cdot 86 - 144 \cdot 79)^2}{86 + 79} + \frac{(143 \cdot 45 - 144 \cdot 48)^2}{45 + 48} + \frac{(143 \cdot 13 - 144 \cdot 16)^2}{13 + 16} \right) = 0,70061.$$

Для первого среза:

$$T = \frac{1}{144 \cdot 143} \cdot \left(\frac{(143 \cdot 19 - 144 \cdot 32)^2}{19 + 32} + \frac{(143 \cdot 72 - 144 \cdot 80)^2}{72 + 80} + \frac{(143 \cdot 53 - 144 \cdot 31)^2}{53 + 31} \right) = 9,4933.$$

Для второго среза:

$$T = \frac{1}{144 \cdot 143} \cdot \left(\frac{(143 \cdot 16 - 144 \cdot 29)^2}{16 + 29} + \frac{(143 \cdot 74 - 144 \cdot 80)^2}{74 + 80} + \frac{(143 \cdot 54 - 144 \cdot 34)^2}{54 + 34} \right) = 8,5314.$$

Для третьего среза:

$$T = \frac{1}{144 \cdot 143} \cdot \left(\frac{(143 \cdot 13 - 144 \cdot 25)^2}{13 + 25} + \frac{(143 \cdot 83 - 144 \cdot 78)^2}{83 + 78} + \frac{(143 \cdot 59 - 144 \cdot 35)^2}{59 + 35} \right) = 10,6944.$$

Для четвертого среза:

$$T = \frac{1}{144 \cdot 143} \cdot \left(\frac{(143 \cdot 6 - 144 \cdot 39)^2}{6 + 39} + \frac{(143 \cdot 78 - 144 \cdot 90)^2}{78 + 90} + \frac{(143 \cdot 60 - 144 \cdot 14)^2}{60 + 14} \right) = 53,6489.$$

По статистической таблице для критических значений статистик, имеющих χ^2 -распределение, определяем значение при уровне надежности $p = 0,95$ и числе степеней свободы $\nu = 3 - 1 = 2$, равное $T_{кр.} = 5,99$ [145].

Сравнивая расчетные значения статистического критерия с табличным значением ($9,4933 > 5,99$, $8,5314 > 5,99$, $10,6944 > 5,99$ и $53,6489 > 5,99$), получаем, что для 1-го, 2-го, 3-го и 4-го срезов гипотеза H_0 отвергается в пользу альтернативной гипотезы H_1 , что дало основание для вывода о влиянии методической системы обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики в условиях фундаментализации математического образования на уровень их математических знаний. При этом для 0-го среза гипотеза H_0 была верна ($0,70061 < 5,99$), то есть влияния новой методики на уровень математических знаний студентов по алгебраическим структурам не было.

Третий, формирующий, этап проходил в течение двух лет, с 2016 по 2017 годы. Он был посвящен осмыслению и обобщению полученных результатов научно-исследовательской деятельности. Для этого проводились беседы с преподавателями и студентами, анализировались результаты второго этапа. Для сравнения мотивации к профессиональной деятельности у студентов по

окончании педагогического эксперимента в обеих группах, экспериментальной и контрольной, была применена методика К. Замфир в модификации А.А. Реана [182]. Методика может применяться для диагностики мотивации к профессиональной деятельности, в том числе мотивации к профессионально-педагогической деятельности. В основу положена концепция о внутренней и внешней мотивации. Напомним, что о внутренней мотивации (ВМ) следует говорить, когда для личности имеет значение деятельность сама по себе. Если же в основе мотивации профессиональной деятельности лежит стремление к удовлетворению иных потребностей, внешних по отношению к содержанию самой деятельности, то в данном случае принято говорить о внешней мотивации. Внешние мотивы дифференцируются на внешние положительные (ВПМ) и внешние отрицательные (ВОМ). Внешние положительные мотивы, несомненно, более эффективны и более желательны со всех точек зрения, чем внешние отрицательные мотивы. К наилучшим, оптимальным, мотивационным комплексам следует относить следующие два типа сочетаний: $ВМ > ВПМ > ВОМ$ и $ВМ = ВПМ > ВОМ$. Наихудшим мотивационным комплексом является тип $ВОМ > ВПМ > ВМ$. Любые другие сочетания являются промежуточными с точки зрения их эффективности [182]. Опросный лист для диагностики мотивации профессиональной деятельности размещен в приложении Г. Анализ опроса студентов экспериментальной и контрольной групп показал следующие результаты.

В *экспериментальной группе* оптимальным мотивационным комплексом ($ВМ \geq ВПМ > ВОМ$) обладают 81,94% студентов (118 человек). Согласно расчетам, значение каждого из показателей $ВМ$, $ВПМ$, $ВОМ$ может быть числом от 1 до 5 включительно. Мы изучали качественные характеристики мотивационного комплекса. Оказалось, что значение показателя внешних отрицательных мотивов не превосходит 2,5 у более половины респондентов (58,33% – 84 чел.). При этом $ВОМ \geq 4$ (негативный мотивационный комплекс) встречается всего лишь у

11,11% (16 чел.) студентов. К тому же, $ВП < 4$ не встречается вообще, а $ВП \geq 4,5$ встречается у 88,19% студентов (127 чел.).

В *контрольной группе* оптимальным мотивационным комплексом обладают 51,75% студентов (74 человек). В этой группе значение показателя внешних отрицательных мотивов не превосходит 2,5 у менее половины респондентов (33,57% – 48 чел.). При этом $ВОМ \geq 4$ (негативный мотивационный комплекс) встречается почти у трети студентов – 32,87% (47 чел.). К тому же, иногда встречаются единичные значения $ВП=3$, хотя значения $ВП \geq 4,5$ встречается у значительной части студентов – 83,22% (119 чел.).

Чем ближе к оптимальному мотивационный комплекс, чем более активность педагога мотивирована самим содержанием педагогической деятельности, стремлением достичь в ней определенных позитивных результатов, тем ниже эмоциональная нестабильность. И наоборот, чем более деятельность педагога обусловлена мотивами избегания, порицания, которые начинают превалировать над мотивами, связанными с ценностью самой педагогической деятельности, тем выше уровень эмоциональной нестабильности [182]. Анализ опроса студентов позволил сделать вывод о том, что в экспериментальной группе по сравнению с контрольной оптимальным мотивационным комплексом обладает большее количество студентов, что очень важно для будущего учителя математики.

Результаты срезов показали, что в экспериментальных группах уровень математической подготовки студентов существенно повысился после обучения их алгебраическим структурам по разработанной методике, в отличие от контрольных групп, где обучение проводилось по традиционной методике. Повышение уровня математических знаний и уровня сформированности мотивации к профессиональной деятельности у студентов экспериментальной группы в сравнении со студентами контрольной группы свидетельствуют об эффективности предложенной методики.

Выводы к разделу 2

Во втором разделе построена методическая система обучения алгебраическим структурам студентов, будущих учителей математики. Методическая система ориентирована на фундаментализацию математического образования и является профессионально направленной. Внедрение разработанной методической системы должно осуществляться в рамках дисциплин «Алгебра», «Математическая логика», «Теория чисел» и вариационного курса «Алгебраические структуры».

Формирование приемов профессионально направленной учебной деятельности студентов в процессе обучения алгебраическим структурам осуществляется постепенно в течение нескольких лет обучения в бакалавриате на практических, лабораторных, лекционных занятиях и в результате управляемой преподавателем самостоятельной работы. Традиционные формы организации самостоятельной работы дополняются применением мультимедийных обучающих комплексов, внедрением дистанционного курса.

Применение информационно-коммуникационных технологий в виде мультимедийных методических тренажеров обеспечивают мотивацию, управление и коррекцию учебно-познавательной деятельности студентов и развивает умение использовать программные средства в будущей профессиональной деятельности.

Эффективность построенной методической системы обоснована экспериментальной проверкой.

Основные результаты второй главы опубликованы в работах [82, 83, 84, 85, 167, 168, 185, 187, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 200, 210, 212, 213, 214, 215, 224, 248].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации рассмотрены научно-методические основы подготовки студентов, будущих учителей математики: изучен феномен фундаментализации математического образования, исследованы психолого-педагогические предпосылки и методические требования к обучению студентов алгебраическим структурам; разработана методическая система обучения алгебраическим структурам будущих учителей в условиях фундаментализации математического образования, созданы и внедрены в учебный процесс дистанционный курс «Линейная алгебра», мультимедийные методические тренажеры по алгебре на обобщение и систематизацию знаний, учебно-методическое пособие «Алгебраические структуры в системе фундаментальной подготовки будущего учителя» для управления самостоятельной работой студентов.

Результаты исследования позволяют сделать выводы, подтверждающие положения, выносимые на защиту, а также определить перспективы дальнейшей работы.

1. В процессе анализа современного состояния и тенденций развития педагогического образования установлена необходимость решения проблемы эффективного обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики. Задача фундаментализации их математического образования как направленности на получение универсальной, целостной, взаимосвязанной системы математических знаний должна решаться во всех математических курсах при подготовке будущего педагога. Профессиональная деятельность учителя математики требует высокого качества его математической подготовки в университете, основой которого является, в том числе, и обучение алгебраическим структурам.

Обучение алгебраическим структурам в условиях фундаментализации математического образования будущего учителя математики играет структурообразующую, обобщающую и систематизирующую роль. К его особенностям следует отнести пропедевтичность (является основой для изучения

других понятий и дисциплин), преемственность (развертывание алгебраических структур происходит постепенно, обобщая знания, полученные в школе и в университете), интегративность (алгебраические структуры представляют собой объекты, проходящие через все математические курсы, объединяющие систему математических дисциплин), фундаментальность (алгебраические структуры являются базисными компонентами, основой математического знания). Обучение алгебраическим структурам в курсах алгебры, математической логики, теории чисел и новом обобщающем вариативном курсе «Алгебраические структуры» должно быть построено на основе вышеперечисленных характеристик и являться одним из средств эффективной подготовки учителя в условиях фундаментализации математического образования.

Первая задача исследования полностью выполнена.

2. Предпосылками создания методики обучения алгебраическим структурам будущих учителей являются основные психолого-педагогические положения о возрастных и психологических особенностях студенческой молодежи, мотивации к обучению, теории деятельностного и компетентностного подходов к обучению в высшей школе, профессионально направленной учебной деятельности. Данные теории определяют направления построения методики обучения алгебраическим структурам, ориентированной на формирование целостной и взаимосвязанной системы математических знаний, гибкого научного мышления, готовности применять знания по алгебраическим структурам в деятельности учителя математики.

Таким образом, вторая задача исследования решена.

3. Построенная авторская методическая система обучения алгебраическим структурам позволяет создать специфическую образовательную среду, развивающую и благоприятную для разных категорий студентов. Использование учебно-методического инструментария в виде учебно-методических пособий, дистанционного курса, мультимедийных тренажеров, а также лекций-визуализаций, эвристических методов способствует тому, что будущие учителя математики готовятся к реализации информационно-коммуникационных

технологий, к использованию образовательных ресурсов сети Интернет в будущей педагогической деятельности, к саморазвитию и к совершенствованию профессиональных качеств. Полученные результаты подтверждают выполнение третьей задачи исследования.

4. Экспериментальная проверка полученных в исследовании результатов показала, что авторская методика обучения алгебраическим структурам будущего учителя в условиях фундаментализации математического образования способствует повышению не только качества математической подготовки, но и уровня сформированности профессиональной мотивации педагога-математика.

Опытно-экспериментальная работа по реализации авторской методики, сравнительный анализ результатов педагогического эксперимента подтвердили целесообразность ее применения в условиях фундаментализации математического образования будущего учителя, что отвечает четвертой задаче исследования.

Полученные результаты, представленные в диссертации, дают основания для выводов о том, что цели исследования достигнуты, поставленные задачи решены, результаты исследования обладают научной новизной, теоретической и практической значимостью.

Разработанный в диссертации инструментарий может быть использован преподавателями, методистами, авторами учебников и учебных пособий.

Дальнейшего научного исследования требуют вопросы, связанные с распространением разработанной методики обучения на другие математические дисциплины, преподаваемые будущим учителям математики, а также вопросы создания теоретико-методических основ и разработки методической системы обучения будущих учителей информатики в условиях фундаментализации математического образования.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Акуленко, І. А. Компетентнісно орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект) : монографія / І. А. Акуленко. – Черкаси. : видавець Чабаненко Ю., 2013. – 460 с.
2. Александров, П. С. Введение в теорию групп / П. С. Александров. – Санкт-Петербург: Ленанд, 2015. – 128 с.
3. Алексеев, Н. А. Личностно-ориентированное обучение: вопросы теории и практики: монография / Н. А. Алексеев. – Тюмень: Изд-во Тюменского государственного университета, 1996. – 216 с.
4. Алексюк, А. М. Загальні методи навчання в школі / А. М. Алексюк. – К. : Рад. шк., 1981. – 203 с.
5. Алексюк, А. М. Педагогіка вищої освіти України : підручник для вузів / А. М. Алексюк. – К. : Либідь, 1998. – 220 с.
6. Алимов, Ш.А. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др. – 17-е изд. — М. : Просвещение, 2010. – 255 с.
7. Анастаси, А. Психологическое тестирование / А. Анастаси, С. Урбина. – СПб : Питер, 2007. – 688 с.
8. Андреева, В. М. Методика организации самостоятельной работы студентов в процессе изучения общественных наук / В. М. Андреева // Вестник Луганского университета. – Вып. 6. – Л. : Изд-во ЛГУ, 1989. – С. 24-28.
9. Андреев, А. Л. Перспективы образования: компетенции, интеллектуальные среды, трансдисциплинарность / А. Л. Андреев // Высшее образование в России, 2014. – №3. – С. 30-41.
10. Атанасян, Л. С. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.. – 20-е изд. – М. : Просвещение, 2010. – 384 с.

11. Балахонов, А. В. Фундаментализация высшего медицинского образования на основе системного естественнонаучного знания : дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.08 / А. В. Балахонов. – СПб, 2007. - 472 с.
12. Балахонов, А. В. Фундаментализация образования: сравнительный семантический анализ / А. В. Балахонов // Вестник Ленинградского государственного университета им. А.С. Пушкина. – 2010. – Вып. № 4. – том 3. – С. 81-93.
13. Баляева, С. А. Теоретические основы фундаментализации общенаучной подготовки в системе высшего технического образования : дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.01 / С. А. Баляева. – М., 1999. - 458 с.
14. Белухин, Д. А. Часть 2 : Основы личностно ориентированной педагогики : курс лекций / Д. А. Белухин. – Москва : Институт практической психологии ; Воронеж : Издательство НПО «МОДЭК», 1997. – 304 с.
15. Блум, Ф. Мозг, разум и поведение : пер. с англ. / Ф. Блум, А. Лейзерсон, Л. Хофстедтер. – М. : Мир, 1988. – 248 с.
16. Болотов, В. А. Компетентностная модель : от идеи к образовательной программе / В. А. Болотов, В. В. Сериков // Педагогика. – 2003.– № 10.–С.8–14.
17. Бордовская, Н. В. Педагогика : учебное пособие / Н. В. Бордовская, А. А. Реан — СПб. : Питер, 2006. — 304 с.
18. Босс, В. Лекции по математике. Том 8. Теория групп : учебное пособие / В. Босс. – М. : "КомКнига", 2007. – 216 с.
19. Брагина, Н. Н. Функциональные асимметрии человека / Н. Н. Брагина, Т. А. Доброхотова. – М. : Медицина, 1981. – 288 с.
20. Брунер, Дж. Процесс обучения / Дж. Брунер. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1962. – 82 с.
21. Буланова-Топоркова, М. В. Педагогика и психология высшей школы. Учебное пособие / М. В. Буланова-Топоркова и др. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2002. – 544 с.

22. Бурбаки, Н. Элементы математики. Кн. 1: Алгебра. Алгебраические структуры. Линейная и полилинейная алгебра / Н. Бурбаки; пер. с фр. Д. А. Райкова. – М. : ГИФМЛ, 1962. – 516 с.
23. Буряк, В. К. Самостійна робота як системоутворюючий елемент навчальної діяльності студентів / В. К. Буряк // Вища школа. – 2008. – № 5. – С. 12-24.
24. Ван дер Варден, Б. Л. Алгебра. / Б. Л. Ван дер Варден – М. : Издательство: Книга по Требованию, 2012. – 646 с.
25. Варпаховский, Ф. Л. Алгебра: Группы, кольца, поля. Векторные и евклидовы пространства. Линейные отображения / Ф. Л. Варпаховский, А. С. Солодовников, И. В. Стеллецкий. – М. : Просвещение, 1978. – 144 с.
26. Васильева, И. В. Обобщение знаний о числовых множествах на основе понятия «алгебраическая структура» в классах с углубленным изучением математики : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / И. В. Васильева. – Краснодар, 2002. – 156 с.
27. Вербицкий, А. А. Компетентностный подход и теория контекстного обучения / А. А. Вербицкий. – М. : ИЦ ПКПС, 2004. – 84 с.
28. Виленкин, Н. Я. Алгебра и математический анализ для 11 класса: Учеб пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики / Н. Я. Виленкин, и др.. 4-е изд. – М. : Просвещение, 1995. – 228 с.
29. Виленкин, Н. Я. Алгебра и математический анализ для 10 класса: Учеб пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики / Н. Я. Виленкин, и др.. – 3-е изд., дораб. – М. : Просвещение, 1992. – 335 с.
30. Виленкин, Н. Я. Алгебра. 9 класс. С углубленным изучением математики. / Н. Я. Виленкин, Г. С. Сурвилло и др. – 7-е изд. – М. : Просвещение, 2006. – 368 с.
31. Виленкин, Н. Я. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд. – 25-е изд., стер. – М. : Мнемозина, 2009. – 288 с.

32. Виленкин, Н. Я. Математика: Учеб. для 5 кл. общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд. – 17-е изд., перераб. – М. : Мнемозина, 2005. – 280 с.
33. Виленкин, Н. Я. Современные основы школьного курса математики: пособие для студентов пед. ин-тов / Н. Я. Виленкин, и др. – М. : Просвещение, 1980. – 240 с.
34. Выготский, Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский. – М.: АСТ, Астрель, Люкс, 2005. – 671 с.
35. Гальперин, П. Я. Психология как объективная наука / Под ред. А.И. Подольского. – Воронеж: Издательство НПО «МОДЭК», 2003. – 480 с.
36. Гейдман, Б. П. Математика: Учебник для 4 класса начальной школы / Б. П. Гейдман, И. Э. Мишарина, Е. А. Зверева. – 4-е изд. – М. : ООО «ТИД «Русское слово – РС» : Изд-во МЦНМО, 2010. – 120 с.
37. Гельфанд, И. М. Лекции по линейной алгебре / М. И. Гельфанд. – М. : Добросвет, МЦНМО, 1998. – 320 с.
38. Глейзер, Г. Д. Проблемы индивидуализации и дифференциации обучения в вечерней школе / Г. Д. Глейзерер. – М. : НИИ ООВ, 1981. – 91с.
39. Голованова, Н. Ф. Общая педагогика: учеб. пособие для вузов / Н. Ф. Голованова. – СПб. : Речь, 2005. – 315 с.
40. Головань, М. С. Математичні компетентності чи математична компетентність? / М. С. Головань // Математика в сучасній школі. – 2013. – №4. – С. 23–27.
41. Гончарова, О. М. Методика використання навчально-методичних матеріалів, заснованих на технології мультимедіа / О. М. Гончарова // Збірник наукових праць. Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі. – Кривий Ріг. – 2006. – С.196-199.
42. Горбаткина, И. М. Формирование готовности студентов педагогических вузов к профессиональной деятельности в условиях вариативного образования: дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / И. М. Горбаткина. – М., 2003. – 167 с.

43. Горлова, С. Н. Формирование методических умений будущего учителя математики в процессе изучения курса алгебры педвуза : автореф. дисс. канд. пед. наук : 13.00.02 / С. Н. Горлова. – Омск, 2003. – 22 с.
44. Горячев, М. Д. Психология и педагогика: Учебное пособие / М. Д. Горячев, А. В. Долгополова, О. И. Ферапонтова, Л. Я. Хисматуллина, О. В. Черкасова. – Самара : Издательство «Самарский университет», 2003. – 187 с.
45. Грабарь, М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М. И. Грабарь, К.А. Краснянская. – М. : «Педагогика», 1977. – 136 с.
46. Груденов, Я. И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике / Я. И. Груденов. – М. : Педагогика, 1987. – 159 с.
47. Груденов, Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики / Я. И. Груденов. – М. : Просвещение, 1990. – 224 с.
48. Даль, В. И. Большой иллюстрированный толковый словарь русского языка. Современное написание / В. И. Даль. – М. : Астрель: АСТ: Транзиткнига, 2006. — 348 с.
49. Де Боно, Э. Латеральное мышление / Э. Де Боно. – СПб. : Питер Паблишинг, 1997. – 320 с.
50. Деза, Е. И. Индивидуальные траектории фундаментальной подготовки учителя математики в условиях вариативного образования: дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Е. И. Деза. – М., 2012. – 367 с.
51. Деза, Е. И. Уровневая модель предметно-профессиональных компетенций учителя математики / Е. И. Деза // Педагогическое образование и наука: Научно-методический журнал. – М. : Международная академия наук педагогического образования (МАНПО). – 2012. – № 3. – С.30-37.
52. Детушев, И. В. Фундаментализация математической подготовки в образовании студентов экономических факультетов вузов / И. В. Детушев // Проблемы и перспективы развития образования в России. – Вып. № 25. –. 2014. –. С. 37-40.

53. Дзундза, А. І. Комуникативна культура як прояв професійної культури сучасного викладача / А. І. Дзундза, І. А. Моїсеєнко, К. Б. Селяков, Л. І. Селякова // Матеріали XVII Міжнародної научно-практичної інтернет-конференції «Проблеми і перспективи розвитку науки в началі третього тисячеліття в країнах СНГ»: збірник наукових робіт. – Частина 2. – Переяслав-Хмельницький, 2013. – С.146-148.
54. Дорофєєв, Г. В. Математика. 1 клас. Учебник для загальноосвітніх закладів. В 2 ч. Ч. 2 / Г. В. Дорофєєв, Т. Н. Міракова. – М. : Просвіщення, 2011. – 96 с.
55. Дорофєєв, Г. В. Математика. 1 клас. Учебник для загальноосвітніх закладів. В 2 ч. Ч. 1 / Г. В. Дорофєєв, Т. Н. Міракова. – М. : Просвіщення, 2011. – 128 с.
56. Дорофєєв, Г. В. Математика. Алгебра. Функції. Аналіз даних. 9 клас: учеб. для загальноосвіт. закладів / Г. В. Дорофєєв, і др. – М. : Дрофа, 2000. – 352 с.
57. Драч, І. І. Компетентнісний підхід як засіб модернізації змісту вищої освіти / І. І. Драч // Проблеми освіти: [наук. зб.]. – К. : Інститут інновац. технологій і змісту освіти МОН України. – 2008. – Вип. 57. – С. 44–48.
58. Дьячук, П. П. Индивидуализация математической подготовки студентов на основе интерактивного управления учебной деятельностью: монография / П. П. Дьячук, Л. В. Шкерина. – Красноярск : Редакционно-издательский отд. КГПУ, 2012. – 368 с.
59. Ёлгина, Л. С. Фундаментализация образования в контексте устойчивого развития общества: сущность, концептуальные основания : дисс. ... канд. философ. наук : 09.00.11 / Л. С. Ёлгина. – Улан-Удэ, 2000. - 155 с.
60. Есипова, Б. П. Самостоятельная работа учащихся на уроках / Б. П. Есипова. – М. : Учпедгиз, 1961. – 239 с.
61. Євсєєва, О. Г. Визначення цілей і змісту навчання векторної алгебри студентів технічного університету / О. Г. Євсєєва, Н. А. Прокопенко // «Проблеми

математичної освіти» (ПМО 2010) : матеріали Міжнар. наук.-метод. конф. / Черкаський нац. ун-т ім. Б. Хмельницького. – Черкаси, 2010.– С. 202–204.

62. Євсєєва, О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсєєва; науковий редактор д.пед.н., проф. О. І. Скафа. – Донецьк: ДВНЗ “ДонНТУ”, 2012. – 455 с.

63. Епишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: Кн. для учителя / О. Б. Епишева. – М. : Просвещение, 2002. – 223 с.

64. Жалдак, М. І. Система підготовки вчителя до використання інформаційно-комунікаційних технологій в навчальному процесі : [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://lib.iitta.gov.ua/>. – Назва з екрану. – (Дата звернення: 24.12.2014 р.).

65. Жалдак, М. І. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання – становлення і розвиток / М. І. Жалдак // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. Серія 2: комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : Зб. наук. праць – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова., 2010. – №9(16) – С. 3–9.

66. Жукова, Г. С. Технологии профессионально-ориентированного обучения: учеб. пособие / Г. С. Жукова, Н. И. Никитина, Е. В. Комарова. – М. : Издательство РГСУ, 2012. – 165 с.

67. Забранський, В. Я. Організаційні засади самостійної роботи майбутніх учителів математики у процесі методичної підготовки / В. Я. Забранський // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – 2006. – Вип. 25. – С. 81-87.

68. Завало, С. Т. Курс алгебры / С. Т. Завало – К. : Вища шк. Головное изд-во, 1985. – 503 с.

69. Закон ДНР об образовании [Электронный ресурс] // Официальный сайт Донецкого Народного Совета Донецкой Народной Республики. – Режим доступа : <http://dnrsovet.su/zakon-dnr-ob-obrazovanii>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 20.01.2016 г.).

70. Закон України «Про вищу освіту» від 17 січня 2002 р. №2984-III (В редакції Закону України №5290-VI від 16.10.2012 р.) [Електронний ресурс] // Інформаційно-аналітичний портал про вищу освіту в Україні та за кордоном. – Режим доступу : <http://vnz.org.ua/zakonodavstvo/111-zakon-ukrayiny-pro-vyschu-osvitu>. – Назва з екрану. – (Дата звернення: 24.12.2012).

71. Зеер, Э. Ф. Психология профессионального образования: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / Э. Ф. Зеер. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Издательский центр «Академия», 2013. – 416 с.

72. Зимняя И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования / И. А. Зимняя // Эксперимент и инновации в школе. – 2009. – №2. – С. 7-14.

73. Зимняя, И. А. Педагогическая психология / И. А. Зимняя. – М. : Логос, 2004. – 384 с.

74. Зубарева, И. И. Математика. 5 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович. – 9-е изд., стер. – М. : Мнемозина, 2009. – 270 с.

75. Зубарева, И. И. Математика. 6 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович. – 8-е изд., стер. – М. : Мнемозина, 2009. – 264 с.

76. Иванова, В. В. Формування готовності майбутнього вчителя математики до творчої професійної діяльності : дис... канд. пед. наук : 13.00.04 / В. В. Иванова. – Кривий Ріг, 2006. – 239 с.

77. Иванцев, Н. І. Динаміка ціннісних орієнтацій студентської молоді протягом професійної підготовки: дис. ... канд. псих. наук: 19.00.07 / Н. І. Иванцев. – Київ, 2001. – 179 с.

78. Казанцев, С.Я. Дидактические основы и закономерности фундаментализации обучения студентов в современной высшей школе: дисс. ... д-ра пед. наук: 13.00.01 / С. Я. Казанцев. - Казань, 2000. – 295 с.

79. Калинин, Л. Ю. Геометрия. 10-11 классы / Л. Ю. Калинин, Д. А. Терёшин. – Новое изд., испр. и доп. – М. : МЦНМО, 2011. – 640 с.

80. Калинин, С. И. Методическая система обучения студентов педвуза дифференциальному и интегральному исчислению функций в контексте фундаментализации образования : дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / С. И. Калинин. – Киров, 2010. - 318 с.

81. Каргаполов, М. И. Основы теории групп / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. – СПб. : Издательство «Лань», 2009. – 288 с.

82. Кизименко, А. М. Алгебра и теория чисел: методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов / А. М. Кизименко, Л. И. Селякова, А. К. Слипенко. – Донецк : ДонНУ, 2011. – 71 с.

83. Кизименко, А. М. Линейная алгебра. Практикум: учебно-методическое пособие для студентов / А. М. Кизименко, А. К. Слипенко, Л. И. Сорока, В. И. Хаджинов. – Донецк : ДонНУ, 2004. – 100 с.

84. Кизименко, А. М. О некоторых проблемах в обучении алгебре / А. М. Кизименко, Л. И. Сорока // Всеукраїнська конференція. Алгебраїчні методи дискретної математики (теорія та методологія) в Луганському державному педагогічному університеті ім. Тараса Шевченка, Луганськ 23-27 вересня 2002 р. – Луганськ: Альма матер, 2002. – С. 102.

85. Кизименко, А. М. Об особенностях преподавания курса «Алгебра и геометрия» студентам специальности «Информатика» / А. М. Кизименко, Л. И. Сорока // Эвристическое обучение математики. Материалы третьей международной научно-методической конференции (1-3 октября 2009 г.). – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2009. – С. 238-239.

86. Кинелев, В. Г. Фундаментализация университетского образования / В. Г. Кинелев // Высш.образ. в России. – 1994. – № 4 – С. 6-13.

87. Клейменова, Е. В. Педагогические условия реализации вариативного обучения студентов высшего учебного заведения: дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Е. В. Клейменова. – Липецк, 2009. – 196 с.

88. Ключко, В. І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі: дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / В. І. Ключко. – Вінниця, 1998. – 396 с.

89. Колгатіна, Л. С. Управління самостійною роботою студентів в умовах нових інформаційних технологій : збірник наукових праць / Л. С. Колгатіна. – Харків : ХДПУ, 2001. – Вип. 19. – Ч. 2. – С. 132-135.

90. Колмогоров, А. Н. Математическая логика. Изд. 3-е, стереотипное / А. Н. Колмогоров, А. Г. Драгалін. – М. : КомКнига, 2006. – 240 с.

91. Компетентностный подход в обучении: учебно-методическое пособие / авт.-сост. О.В. Еремкина, Н.Б. Федорова, Д.В. Морин, М.А. Борисова ; Ряз. гос. ун-т им. С.А. Есенина. – Рязань, 2010. – 48 с.

92. Концепция образовательной деятельности Донецкого национального университета: сборник нормативных актов ДонНУ. Выпуск 1 / Составители: В.Н.Тимохин, Е.И.Скафа, О.Л.Бессонова, А.Н.Стебунова ; под редакцией профессора С.В.Беспаловой. – Донецк : ДонНУ, 2015. – 32 с.

93. Корольський, В. В. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики : навчальний посібник / В. В. Корольський, Т. Г. Крамаренко, С. О. Семеріков, С. В. Шокалюк ; наук. ред. М. І. Жалдак. – Кривий Ріг : Кн. вид-во Киреєвського, 2009. – 316 с.

94. Кострикин, А. И. Введение в алгебру. В 3 ч. Ч. 3: Основные структуры алгебры : учеб. пособие / А. И. Кострикин. – М. : Издательство МЦНМО, 2009. – 271 с.

95. Кострикин, А. И. Введение в алгебру. В 3 ч. Ч. 2: Линейная алгебра : учеб. пособие / А. И. Кострикин. – М. : Издательство МЦНМО, 2012. – 367 с.

96. Кострикин, А. И. Введение в алгебру. В 3 ч. Ч. 1: Основы алгебры : учеб. пособие / А. И. Кострикин. – М. : Издательство МЦНМО, 2012. – 272 с.

97. Кочетова И.В. Теория и методика формирования системы знаний об алгебраических структурах у учащихся общеобразовательных учреждений в процессе углубленного изучения математики : дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / И. В. Кочетова. – Саранск, 2008. – 180 с.

98. Крамаренко, Т. Г. Про формування методичних компетентностей майбутніх вчителів математики у галузі дистанційного навчання / Т. Г. Крамаренко, Т. В. Колчук // Наук. часопис НПУ імені М. П. Драгоманова.

Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук.праць / Редрада. – К. : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. – № 8 (15). – С. 115–119.

99. Крилова, Т. В. Дидактичні засади фундаменталізації математичної освіти студентів нематематичних спеціальностей університетів / Т. В. Крилова, О. М. Гулєша, О. Ю. Орлова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 35. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2011. – С.27-35.

100. Кудрявцев, А. Я. К проблеме принципов обучения / А. Я. Кудрявцев // Советская педагогика. – 1981. – № 8. – С. 100–106.

101. Кузнецова, И. В., Развитие методической компетентности будущего учителя математики в процессе обучения математическим структурам в сетевых сообществах: дисс. ... докт. пед. наук : 13.00.02 / И. В. Кузнецова. – Архангельск, 2015. – 483 с.

102. Кузнецова, Н. Е. Фундаментализация как фактор повышения качества университетского педагогического образования / Н. Е. Кузнецова // Акад. чтения. 2001. – Вып. 2. – С. 37–42.

103. Кузьмінський, А. І. Педагогіка вищої школи: Навч.посіб. для студ. вищ. навч. закладів / А. І. Кузьмінський. – К. : Знання – Прес, 2015. – 485 с.

104. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. – СПб. : Издательство Лань, 2008. – 432 с.

105. Курош, А. Г. Лекции по общей алгебре / А. Г. Курош. – СПб. : Издательство «Лань», 2007. – 560 с.

106. Курош, А. Г. Теория групп / А. Г. Курош. – СПб. : Издательство «Лань», 2017. – 648 с.

107. Кухаренко, В. М. Дистанційне навчання: Умови застосування: навч. посіб. / за ред. В. М. Кухаренка. – 2-ге вид. – Харків : НТУ «ХПІ», 2001. – 282 с.

108. Кучеров, В. Г. Самостоятельная работа студентов в техническом вузе: научно-методические основы и практика: учебное пособие / В. Г. Кучеров, В. Н. Подлеснов, Ю. В. Попов, Е. Р. Андросюк. – Волгоград : ВолгГТУ : РПК "Политехник", 1998. — 117 с.

109. Ладогубець, Н. В. Фундаментальна підготовка бакалавра в технічному вузі: експертно – часова оцінка якості : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04. / Н. В. Ладогубець. – К., 2003. – 21 с.
110. Левченко, И. В. Развитие системы методической подготовки учителей информатики в условиях фундаментализации образования: дисс. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / И. В. Левченко - Москва, 2009. – 527 с.
111. Леонтьев, А. Н. Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – М. : Смысл, Академия, 2005. – 352 с.
112. Лернер, И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – М. : Педагогика, 1981. – 186 с.
113. Майкова, Н. С. Провоцирующие задачи как средство предупреждения ошибок учащихся при обучении геометрии (на материале курса геометрии 7–9 классов) : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Н. С. Майкова. – М. – 2009. – 20 с.
114. Майоров, А. Н. Теория и практика создания тестов для системы образования / А. Н. Майоров – М. : Интеллект-Центр, 2001. – 296 с.
115. Макарычев, Ю. Н. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. – 18-е изд. – М. : Просвещение, 2009. – 240 с.
116. Макарычев, Ю. Н. Алгебра. 8 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, И. Е. Феоктистов. – 10-е изд., испр. – М. : Мнемозина, 2010. – 384 с.
117. Макарычев, Ю. Н. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. – 16-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 271 с.
118. Мальцев, А. И. Алгебраические системы / А. И. Мальцев. – Издательство: Книга по Требованию, 2012. – 390 с.
119. Малыгина, О. А. Обучение высшей математике на основе системно-деятельностного подхода: учеб. пособие / О. А. Малыгина. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 256 с.

120. Матяш, О. І. Особистісно-орієнтована система підготовки вчителя математики як передумова компетентнісного підходу / О. І. Матяш // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». – К: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. – С. 186–188.

121. Машбиць, Ю. І. Теоретико-методологічні проблеми розвивального навчання / Ю. І. Машбиць // Вестник Харьковського національного університету ім. В.Н. Каразіна. – Психологія. – № 807. – 2008. – С. 211-219.

122. Мегрикян, И. Г. Математическая составляющая как компонент процесса фундаментализации университетского образования / И. Г. Мегрикян // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 3: Педагогика и психология. – Вып. № 7. – 2008. – С. 27-30.

123. Моисеев, С. А. Система организации самостоятельной работы студентов при изучении алгебры и теории чисел в педагогическом институте : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / С. А. Моисеев. – М., 1992. – 16 с.

124. Молибог, А. Т. Вопросы организации педагогического труда в высшей школе / А. Т. Молибог. – М. : Высшая школа, 1971. – 296 с.

125. Молчанов, Л. Управління самостійною роботою студентів / Л. Молчанов, Я. Опріщенко // Технікуми, коледжі. – 2007. – №1 (16). – С. 44-46.

126. Мордкович, А. Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев. – М. : Мнемозина, 2009. – 191 с.

127. Мормужева, Н. В. Мотивация обучения студентов профессиональных учреждений // Педагогика: традиции и инновации: материалы IV Междунар. науч. конф. (г. Челябинск, декабрь 2013 г.). – Челябинск: Два комсомольца, 2013. – С. 160-163.

128. Моро, М. И. Математика. 2 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений с прил. на электрон. носителе. В 2 ч. Ч. 1 / М. И. Моро, М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова и др. – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2012. – 96 с.

129. Моро, М. И. Математика. 2 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений с прил. на электрон. носителе. В 2 ч. Ч. 2 / М. И. Моро, М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова и др. – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2012. – 112 с.

130. Мороз, О. Т. Навчальний процес у вищій педагогічній школі: Навч. посібник / За ред. О. Т. Мороза. – К. : НПП ім. М.П. Драгоманова, 2001. – 128с.

131. Моторіна, В. Г. Формування професійної компетентності майбутнього вчителя математики профільної школи / В. Г. Моторіна // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики : мат. Міжн. наук.-метод. конф., квітень 2012, м.Вінниця. – Вінниця : Планер, 2012. – С. 40–43.

132. Муравин, К. С. Алгебра 9 кл. : Учеб. для общеобразоват. учеб. заведений / К. С. Муравин, и др. – М. : Дрофа, 2000. – 240 с.

133. Муравьева, Г. Л. Математика: учеб. пособие для 3-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения: в 2 ч. / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. – Минск: Нац. ин-т образования, 2013. – Ч.1. –136 с.

134. Муравьева, Г. Л. Математика: учеб. пособие для 3-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения: в 2 ч. / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. – Минск : Нац. ин-т образования, 2013. – Ч.2. –144 с.

135. Мясникова, С. В. Усиление профессионально-педагогической направленности курса теории функций комплексного переменного в подготовке будущего учителя математики: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / С. В. Мясникова. – Москва, 2001. – 271 с.

136. Никишин-Потанич, В. А. Проблема самостоятельной работы студентов в педагогике высшей школы / В. А. Никишин-Потанич // Совершенствование форм и методов самостоятельной работы студентов. – Симферополь: Изд-во СГПИ, 1985. – 218 с.

137. Никольский, С. М. Алгебра и начала анализа: учеб. для 10 кл. общеобразоват. учреждений / С. М. Никольский, и др. – М. : Просвещение, 2001. – 383 с.

138. Никольский, С. М. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни /

С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – 8-е изд. – М. : Просвещение, 2009. – 430 с.

139. Никольский, С. М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – 8-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 464 с.

140. Никольский, С. М. Алгебра: учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – 3-е изд. – М. : Просвещение, АО «Московские учебники», 2006. – 287 с.

141. Никольский, С. М. Алгебра: учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – 3-е изд. – М.: Просвещение, АО «Московские учебники», 2006. – 255 с.

142. Никольский, С. М. Алгебра: учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2005. – 285 с.

143. Нічуговська, Л. І. Психолого-педагогічні передумови активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів ВНЗ / Л. І. Нічуговська // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол. : О. І. Скафа та ін. ; Донецький нац. ун-т ; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України. – Донецьк, 2006. – Вип. 26. – С. 9–13.

144. Новиков, А. М. Российское образование в новой эпохе / А. М. Новиков // Парадоксы наследия, векторы развития. — М. : Эгвес, 2000. – 64 с.

145. Новиков, Д. А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи) / Д. А. Новиков. – М. : МЗ-Пресс, 2004. – 67 с.

146. Образцов, П. И. Психолого-педагогические аспекты разработки и применения в вузе информационных технологий обучения / П. И. Образцов. – Орел: ОрелГТУ, 2000. – 145 с.

147. Ожегов, С. И. Толковый словарь русского языка: 80 000 слов и фразеологических выражений / С. И. Ожегов, Н. Ю. Шведова // Российская академия наук. Институт русского языка им. В. В. Виноградова. – 4-е изд., дополненное. – М.: ИТИ Технологии, 2006. – 944 с.

148. Основная образовательная программа высшего образования 050201.65 Математика : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.altspu.ru/uploads/gos/050201.65-MI.pdf>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 09.11.2015 г.).

149. Основная образовательная программа высшего образования 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Профиль подготовки: Математика и информатика : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.donnu.ru/umu/oop/math>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 09.02.2017 г.).

150. Основная образовательная программа : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://fgosvo.ru/uploadfiles/pv/1/5/20120723161324.pdf>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 11.11.2015 г.).

151. Основная образовательная программа высшего образования 01.03.01. Математика : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.mmcs.sfedu.ru/_old/docmanupload/doc_download/138-----010101----q-q. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 09.11.2015 г.).

152. Павлова, Л. В. Компетентностные задачи как средство совершенствования профессиональной подготовки будущего учителя математики : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Л. В. Павлова. – Псков, 2010. – 245 с.

153. Педагогическая психология: Учеб. для студ. высш. учеб. заведений / Под ред. Н.В. Ключевой. – М.: П24 Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2003. - 400 с.

154. Педагогическая система: теория, история, развитие. Коллективная монография / Под ред. В.П. Бедерхановой, А.А. Остапенко. – М. : Народное образование, 2014. – 128 с.

155. Петерсон, Л. Г. Математика. 1 класс. Часть 2. – Изд. 4-е, перераб. / Л. Г. Петерсон. – М. : Ювента, 2016. – 64 с.
156. Петерсон, Л. Г. Математика. 1 класс. Часть 1. – Изд. 4-е, перераб. / Л. Г. Петерсон. – М. : Ювента, 2016. – 64 с.
157. Пиаже, Ж. и др. Преподавание математики : пособие для учителей / Пиаже Ж., Бет. Э., Дьедонне Ж., Лихнерович А., Шоке Г., Гаттеньо К.; пер. с фр. А. И. Фетисова. – М. : Учпедгиз, 1960. – 161 с.
158. Пидкасистый, П. И. Организация деятельности ученика на уроке / П. И. Пидкасистый, В. И. Коротяев. – М. : Знание, 1985. – 80 с.
159. Плясунова, У. В. Использование компьютерных математических систем в обучении математике студентов специальности "Информатика" педагогических вузов : Дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / У. В. Плясунова. – Ярославль, 2004. – 148 с.
160. Покровский, В. М. Физиология человека. В 2-х томах. Том 1 / В. М. Покровский, Г. Ф. Коротько. – М. : «Медицина», 1997. – 448 с.
161. Полат, Е. С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров; Под ред. Е. С. Полат. – М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 272 с.
162. Полещук, Ю. А. Профессиональная направленность личности: теория и практика: пособие / Ю. А. Полещук. – Минск : БГПУ, 2006. – 92 с.
163. Попков, В. А. Дидактика высшей школы: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Попков, А. В. Коржуев. – М. : Издательский центр «Академия», 2001. – 136 с.
164. Попов, Н. И. Модель фундаментализации профессиональной подготовки математиков в условиях университетского образования / Н. И. Попов // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Акмеология образования. Психология развития. – Саратов, 2013. – Вып. № 1. – том 2. – С. 87-91.

165. Попов, Н. И. Технологии предметного обучения будущих математиков в университете: дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Н. И. Попов. – Москва, 2016. – 305 с.

166. Попов, Н. И. Фундаментализация университетского математического образования / Н. И. Попов. – Йошкар-Ола, 2012. – 136 с.

167. Потемкин, Л. В. Линейная алгебра. Методические указания к лабораторным работам. Пособие для студентов / Л. В. Потемкин, А. М. Кизименко, А. К. Слипенко, Л. И. Сорока. – Донецк : ДонГУ, 1997. – 50 с.

168. Потемкин, Л. В. Линейная алгебра. Практикум: пособие для студентов / Л. В. Потемкин, А. М. Кизименко, А. К. Слипенко, Л. И. Сорока. – Донецк : ДонГУ, 2000. – Часть 2. – 52с.

169. Психология и педагогика высшей школы: краткий курс лекций для аспирантов, магистров, слушателей системы повышения квалификации и преподавателей / Сост.: И. В. Рыжкова, Н. А. Щербакова. – Саратов : ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ», 2013. – 41с.

170. Рабочий учебный план 01.01.01. Математика : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://www.kantiana.ru/entrant/programms/b/01.03.01.doc>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 08.11.2015 г.).

171. Рабочий учебный план подготовки бакалавров 05.01.00. Педагогическое образование : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.ospu.ru/userfiles/ufiles/OOP/uchebnyy_plan_m.xls. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 11.11.2015 г.).

172. Рабочий учебный план подготовки бакалавров 05.01.00. Педагогическое образование : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://pspu.ru/upload/pages/24397/nagruzka_01_050100_62-121.plm.xml.xls. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 14.11.2015 г.).

173. Рабочий учебный план подготовки бакалавров 01.01.01. Математика : [Электронный ресурс]. – Режим доступа :

http://vggu.ru/sites/default/files/public/05010004_62_ped.obr_.mi.xls. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 14.11.2015 г.).

174. Равен, Д. Педагогическое тестирование: проблемы, заблуждения, перспективы / Д. Равен. – М. : Когито-Центр, 2001. – 142 с.

175. Родионов, М. А. Психология мотивации учебной деятельности: учебное пособие / М. А. Родионов, Ю. А. Макаров. – Пенза: ПГПУ им. В.Г. Белинского, 2004. – 186 с.

176. Романов, Ю.В. Фундаментализация математического образования в подготовке учителя математики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.rusnauka.com/8_NMIW_2012/Pedagogica/2_104296.doc.htm . – Заглавие с экрана. – (Дата обращения: 20.07.2015 г.).

177. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – Издательство: Питер, 2002. – 720 с.

178. Рыжова, Н. П. Взаимосвязь специальной и методической подготовки при изучении алгебры и теории чисел в педагогическом институте : дисс. ... канд. пед. наук / Н. П. Рыжова. – Самара, 1994. – 170 с.

179. Садовников, Н. В. О фундаментализации образования [Электронный ресурс] / Н. В. Садовников // Известия ВУЗов. Поволжский регион. Общественные науки. 2007. №2. – Режим доступа : <http://cyberleninka.ru/article/n/o-fundamentalizatsii-obrazovaniya> – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 29.07.2016 г.).

180. Садовников, Н. В. Фундаментализация современного вузовского образования [Электронный ресурс] // Научная цифровая библиотека PORTALUS.RU, 01 ноября 2007. – Режим доступа : http://portalus.ru/modules/shkola/rus_readme.php?subaction=showfull&id=1193918975&archive=1194448667&start_from=&ucat=&. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 13.11.2017 г.).

181. Садовников, Н.В. Теоретико-методологические основы методической подготовки учителя математики в педвузе в условиях фундаментализации

образования : дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Н. В. Садовников. – Саранск, 2007. – 360 с.

182. Сборник психологических тестов. Часть III : пособие / Сост. Е. Е. Миронова – Мн.: Женский институт ЭНВИЛА, 2006. – 120 с.

183. Селевко, Г. К. Компетентности и их классификация / Г. К. Селевко // Народное образование. – 2004. – № 4. – С. 138-144.

184. Селяков, К.Б. Проблемы формирования эстетической культуры студентов в процессе математического образования / К. Б. Селяков, Л. И. Селякова, В. А. Цапов // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика: Сборник научных трудов по материалам международной заочной научно-практической конференции. - № 4 часть 1 (9-1). – Воронеж: ФГБОУ ВПО «ВГЛТА», 2014. – С. 28-31.

185. Селякова, Л. И. Алгебраические структуры в системе фундаментальной подготовки будущего учителя: учебно-методическое пособие / Л. И. Селякова. – Донецк : ДонНУ, 2016. – 69 с.

186. Селякова, Л. И. Анализ подготовки учащихся школ города Донецка к государственной аттестации по математике / Л. И. Селякова, Л. И. Панова // Сборник научно-методических работ. – Вып. 9. – Донецк: ДонНТУ, 2015. – С.191-197.

187. Селякова, Л. И. Пропедевтика обучения алгебраическим структурам в курсе «Математическая логика» для фундаментальной подготовки будущих учителей математики / Л.И. Селякова // Актуальные проблемы математического образования в школе и вузе: материалы IX международной научно-практической конференции, г. Барнаул, 17-18 октября 2017 года. – Барнаул: АлтГПУ, 2017. – С. 104-110.

188. Селякова, Л. И. Роль и место алгебраических структур при подготовке будущего учителя математики / Л. И. Селякова // Дидактика математики: проблемы и исследования: международный сборник научных работ. – Вып. 42. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2015. – С.199-200.

189. Селякова, Л. И. Фундаментализация математического образования при подготовке учителя математики / Л. И. Селякова // Научная сокровищница образования Донеччины: научно-методический журнал. – № 2. – Донецк: Изд-во ДонРИДПО, 2016. – С.30-35.

190. Селякова, Л. И. Фундаментальная подготовка будущего учителя математики при изучении курса «Алгебраические структуры» / Л. И. Селякова // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып. 38: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2017. –С.126-136.

191. Селякова, Л. І. Дистанційне навчання лінійної алгебри як засіб управління самостійною роботою студентів / Л. І. Селякова // Вісник Черкаського університету: серія педагогічні науки. - №36(249). – Черкаси, 2012. – С.100-108.

192. Селякова, Л. І. Про деякі форми організації самостійної роботи студентів / Л. І. Селякова // Сучасні тенденції розвитку математики та її прикладні аспекти – 2012. I Міжнародна науково-практична інтернет-конференція, 17 травня 2012 р. – Донецьк: ДонНУЕТ, 2012. – С. 341-343.

193. Селякова, Л. І. Про особливості дистанційного курсу з лінійної алгебри для студентів-математиків / Л. І. Селякова, А. О. Ворона // Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З. І. Слєпкань. Тези доповідей. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. – С. 306-307.

194. Селякова, Л. І. Про особливості викладання курсу «Лінійна алгебра» студентам прискореної форми навчання спеціальності «Математика» / Л. І. Селякова // Сучасні тенденції розвитку математики та її прикладні аспекти – 2013. II Міжнародна науково-практична інтернет-конференція, 21 травня 2013 р. – Донецьк : ДонНУЕТ, 2013. – С. 196-197.

195. Селякова, Л. И. О профессионально ориентированной направленности курса математической логики при подготовке будущих учителей математики и информатики / Л. И. Селякова // Донецкие чтения 2016. Образование, наука и

вызовы современности: Материалы I Международной научной конференции (Донецк, 16-18 мая 2016 г.). – Том 6. – Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2016. – С. 262-263.

196. Селякова, Л. И. О разработке учебно-методического комплекса по линейной алгебре для дистанционного обучения / Л. И. Селякова, А. С. Толсторебров // Сучасні тенденції розвитку математики та її прикладні аспекти – 2014. III Міжнародна науково-практична інтернет-конференція, 20 травня 2014 р. – Донецьк: ДонНУЕТ, 2014. – С. 231-233.

197. Селякова, Л. И. О роли курса алгебры при подготовке будущего учителя математики / Л.И. Селякова // Современные проблемы физико-математических наук. Материалы II международной научно-практической конференции, 24-27 ноября 2016 г. – Орел: ОГУ, 2016. – С.335-340.

198. Селякова, Л. И. Об особенностях преподавания курса «Алгебра и геометрия» студентам направления подготовки 6.040302 «Информатика» / Л. И. Селякова // Тезисы докладов 8-й Международной конференции по геометрии, топологии и преподаванию геометрии: 9-15 сентября 2013 года. – Черкасы: ЧДТУ, 2013. – С. 58-59.

199. Семенець, С. П. Наукові засади розвивального навчання в системі методичної підготовки майбутніх учителів математики : монографія / С. П. Семенець. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2010. – 500 с.

200. Скафа, Е. И. Алгебраические структуры в фундаментальных курсах алгебры и теории чисел / Е. И. Скафа, Л. И. Селякова // Дидактика математики: проблемы и исследования: международный сборник научных работ. редкол.: Е. И. Скафа (научн. ред.) и др.; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2017. – Вып. 45. – С.12-20.

201. Скафа, Е. И. Средства формирования методической компетентности будущего учителя в системе эвристического обучения математике / Е. И. Скафа // Mathematics and Informatics / journal of education research. – vol.56. – number 3, Sofia, 2013. – С. 211–223.

202. Скафа, Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология : монография / Е. И. Скафа – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.
203. Скафа, О. І. Дистанційне управління самостійною роботою студентів за курсом „Методика викладання математики” / О. І. Скафа, Ю. Г. Тимко, Т. П. Сулім // Вісник Черкаського університету. Серія педагогічні науки. – Випуск 162. – Черкаси: Вид-во ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С.146-156.
204. Скафа, О. І. Наукові засади методичного забезпечення кредитно-модульної системи навчання у вищій школі : монографія / О. І. Скафа, Н. М. Лосєва, О. В. Мазнєв. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009.- 380 с.
205. Скафа, О. І. Презентація як елемент комп'ютерно орієнтованого уроку математики / О. І. Скафа, О. В. Павліна // Математика в сучасній школі. – 2012. – № 5. – С. 35–39.
206. Скворцова, С. А. Формирование профессиональной компетентности у будущего учителя математики [Электронный ресурс] / С. А. Скворцова // Портал сучасних педагогічних ресурсів. – Режим доступа: http://intellect-invest.org.ua/rus/pedagog_editions_e-magazine_pedagogical_science_vypuski_n4_2010_st_4. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 14.11.2015 г.).
207. Слостенин, В. А. Педагогика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Слостенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; Под ред. В. А. Слостенина. – М. : Издательский центр "Академия", 2002. – 576 с.
208. Слєпкань, З. І. Методика навчання математики : підручн. для студ. матем. спец. вищих педагогічних навчальних закладів / З. І. Слєпкань. – 2-е вид. перероб. та доп. – К. : Вища школа, 2006. – 582 с.
209. Слєпкань, З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З. І. Слєпкань. – Т, 2006. – 239 с.
210. Слипенко, А. К. Математическая логика: методическое пособие по организации самостоятельной работы студентов / А. К. Слипенко, Л. И. Селякова. – Донецк : ДонНУ, 2012. – 76 с.

211. Солдатенков, Р. М. Методические особенности обучения высшей алгебре в системе многоуровневого высшего педагогического образования : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Р. М. Солдатенков. – Москва, 2010. – 24 с.

212. Сорока, Л. І. Прийоми організації самостійної роботи студентів на прикладі курсу «Лінійна алгебра» / Л. І. Сорока // Тези Міжнародної науково-практичної конференції «Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє» (16-18 жовтня 2007 р., Київ). – К. : НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2007. – С.270-271.

213. Сорока, Л. І. Про деякі форми організації самостійної роботи студентів у процесі навчання лінійної алгебри / Л. І. Сорока // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 28. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. – С.62-68.

214. Сорока, Л. І. Про деякі шляхи оптимізації навчального процесу на прикладі викладання лінійної алгебри / Л. І. Сорока // Матеріали Міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2009) – Черкаси: Вид. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С.207-212.

215. Сорока, Л. І. Формування професійних компетенцій у майбутніх учителів математики на практичних заняттях з лінійної алгебри / Л. І. Сорока // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – №4. – Бердянськ: БДПУ, 2007. – С.207-212.

216. Сотникова, О. А. Организация деятельности студентов по раскрытию содержательных связей в курсе алгебры педагогического вуза : автореф. дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / О. А. Сотникова. – М., 2009. – 44 с.

217. Средства обучения математике : сб. статей / Сост. А. М. Пышкало. – М. : Просвещение, 1980. – 208 с.

218. Теоретические основы содержания общего среднего образования. / под ред. В. В. Краевского, И. Я. Лернера. – М. : Педагогика, 1983. – 352 с.

219. Тестов В.А. Качество и фундаментальность высшего образования [Электронный ресурс] / В. А. Тестов // Высшее образование в России. – 2008. –

№10. – С. 89-92. – Режим доступа: <http://cyberleninka.ru/article/n/kachestvo-i-fundamentalnost-vysshego-obrazovaniya> – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 26.10.2016 г.).

220. Тестов, В. А. Различные подходы к понятию фундаментальности образования: [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.edit.muh.ru/content/mag/trudy/05_2008/08.pdf. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения: 20.07.2015 г.).

221. Тестов, В. А. Фундаментальность образования: современные подходы [Электронный ресурс] // Москва: Научная цифровая библиотека PORTALUS.RU. – Режим доступа : http://www.portalus.ru/modules/shkola/rus_readme.php?subaction=showfull&id=1194351187&archive=1194448667&start_from=&ucat=&. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 28.06.2016 г.).

222. Тестов, В. А. Математические структуры как научно-методическая основа построения математических курсов в системе непрерывного обучения: школа – вуз : дисс. ... д-ра. пед. наук : 13.00.02 / В. А. Тестов. – Вологда, 1998. – 404 с.

223. Троянская, С. Л. Основы компетентностного подхода в высшем образовании: учебное пособие / С. Л. Троянская. – Ижевск : Издательский центр «Удмуртский университет», 2016. – 176 с.

224. Усенко, В. М. Дидактичний генезис змісту математичної освіти та автодидактика / В. М. Усенко, Л. І. Сорока // Матеріали науково-методичної конференції Донецького національного університету «Самостійна робота студентів – найважливіший засіб підвищення якості знань». – Донецьк: ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2003. – С.217-218.

225. Учебный план подготовки бакалавров : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://www.hse.ru/ba/math/learn_plans/. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 14.11.2015 г.).

226. Учебный план подготовки бакалавров : [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://mmft.psu.ru/plans/010800_62_mmm.pdf. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения 10.11.2015 г.).

227. Филатов, О. К. Информатизация современных технологий обучения в высшей школе / О. К. Филатов. – Ростов-на-Дону : «Мираж», 1997. – 211 с.

228. Фокин, В. Ф. Руководство по функциональной межполушарной асимметрии / В. Ф. Фокин, И. Н. Боголепова, Б. Гутник, В. И. Кобрин, В. В. Шульговский. – М. : Научный мир, 2009. – 836 с.

229. Фридман, Э. М. Психолого-дидактический справочник преподавателя высшей школы / Э. М. Фридман и др. – М. : Педагогика, 2000. – 354 с.

230. Фролов, И. Т. Философский словарь / Под ред. И. Т. Флорова. – М. : Республика, 2001. – 719 с.

231. Хамов, Г. Г. Методическая система обучения алгебре и теории чисел в педвузе с точки зрения профессионально-педагогического подхода : дисс. ... д-ра. пед. наук : 13.00.02 / Г. Г. Хамов. – Мурманск, 1994. – 295 с.

232. Холл, М. Теория групп / М. Холл. – М. : Издательство иностранной литературы, 1962. — 460 с.

233. Хуторской, А. В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования / А. В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58-64.

234. Хуторской, А. В. Эвристическое обучение: теория, методология, практика. Научное издание / А. В. Хуторской. – М. : Международная педагогическая академия, 1998. – 266 с.

235. Цапко, Е. А. Концепция фундаментализации и ее статус в парадигме образовательного феномена технического университета : автореф. дисс. ... канд. философ. наук : 09.00.11 / Е. А. Цапко. – Томск, 1998. - 27 с.

236. Чекин, А. Л. Математика. : 2 кл. :учебник : в 2 ч. / А. Л. Чекин; под ред. Р. Г. Чураковой. – М. : Академкнига, 2011. – Ч. 1: 160 с.

237. Чекин, А. Л. Математика. : 2 кл. :учебник : в 2 ч. / А. Л. Чекин; под ред. Р. Г. Чураковой. – М. : Академкнига, 2011. – Ч. 2: 160 с.

238. Чельшкова, М. Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов / М. Б. Чельшкова. – М. : Логос, 2002. — 12 с.
239. Читалин, Н. А. Многоуровневая фундаментализация содержания профессионального образования: дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.01 / Н. А. Читалин. – Казань, 2006. - 362 с.
240. Шарипов, Ф. В. Педагогика и психология высшей школы: учеб. пособие / Ф. В. Шарипов. – М. : Логос, 2012. – 448 с.
241. Шахмаев, Н. М. Дифференциация обучения в средней общеобразовательной школе / Н. М. Шахмаев // Дидактика средней школы. Под ред. М. А. Данилова и М. Н. Скаткина. – М. : Просвещение, 2005. – 301 с.
242. Эльконин, Д. Б. Концепция формирования умственных действий и ее критика Ю. А. Самариним/ Д. Б. Эльконин // Вопросы психологии. – 1959.– №6.– С. 25-34.
243. Ягодзінський, А. Й. Оцінка знань студентів та якості підготовки фахівців (методичні та методологічні аспекти): навч. посіб. / А. Й. Ягодзінський, А. О. Муромцева, Л. В. Іванова [та ін.]; за ред. А. Й. Ягодзінського. – К. : ІЗМН, 1997. – 216 с.
244. Яресько, К. В. Управління навчально-творчою діяльністю школярів в умовах інформатизації освіти: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / К. В. Яресько. – Х., 1999. – 211 с.
245. Ясулайтіс, В. А. Дистанційне навчання : метод. рекомендації / В. А. Ясулайтіс. – К. : МАУП, 2005. – 69 с.
246. Goodinough, F. L. Exceptional children / F. L. Goodenough, L. M. Rynkiewicz. – New York : Appleton-Century-Crofts, 1956. – XI, 428 p.
247. Osborn, A. F. How to become more creative / A. F. Osborn – New York, 1964.
248. Soroka, L. The semiretractions of the near-rings / L. Soroka, V. Usenko // 5th International Algebraic Conference in Ukraine (Odessa, July 20-27, 2005). – Odessa : Odessa I.I. Mechnikov National University, 2005. – P. 202-203.

249. Zwicky, F. The morphological approach to discovery, invention, research and construction / F. Zwicky, A.G. Wilson. – Berlin, 1967.

251.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

МУЛЬТИМЕДИЙНЫЙ МЕТОДИЧЕСКИЙ ТРЕНАЖЕР ПО АЛГЕБРЕ

Тема: «Алгебра комплексных чисел»

Обобщение и систематизация знаний студентов

Представлен на CD-диске

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ»

Направления подготовки:	44.03.05 Педагогическое образование
Профиль подготовки:	Математика и информатика
Образовательный уровень выпускника:	бакалавр
Форма обучения:	очная, заочная

1. Область применения и место дисциплины в учебном процессе:

Учебная дисциплина «Алгебраические структуры» относится к циклу «Профессиональный блок. Вариативная часть». Основывается на базе дисциплин: алгебра, теория чисел, математическая логика. Является основой для подготовки выпускных квалификационных работ, прохождения государственной итоговой аттестации, подготовки научных исследований и будущей профессиональной деятельности.

2. Структура дисциплины (модуля)

Характеристика учебной дисциплины					
Образовательный уровень:	бакалавр				
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование				
Профиль	Математика и информатика				
Количество содержательных модулей (тем)	2				
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Вариативная часть профессионального блока				
Формы контроля	1 модульный контроль, 1 экзамен				
Показатели	очная форма обучения на базе		заочная форма обучения на базе		
	ОСО	СПО (сокращ.)	ОСО	СПО (сокращ.)	ВПО (сокращ.)
Количество зачетных единиц (кредитов)	4		4		
Год подготовки	4		4		
Семестр	7				
Количество часов	144		144		
- лекционных	42		8		
- практических, семинарских	28		4		
- лабораторных					
- самостоятельной работы	74		132		
в т.ч. индивидуальное задание					
Недельное количество часов,	10,3				
в т.ч. аудиторных	5				

ОСО – общее среднее образование
 СПО – среднее профессиональное образование
 ВПО – высшее профессиональное образование

3. Описание дисциплины

Цели и задачи

Цели - формирование у студентов представления о месте алгебраических структур в системе математических знаний;

формирование представления о понятиях основных алгебраических структур и числовых систем, об основных идеях и подходах к их изучению, о методах анализа алгебраических структур, о важнейших примерах таких структур, об истории возникновения и развития алгебраических структур и числовых систем;

формирование понимания логики возникновения и развития основных алгебраических структур и числовых систем и умения корректно изложить ее школьникам;

развитие способности грамотно конструировать алгебраическое содержание школьного курса математики;

формирование понимания места алгебраических структур и числовых систем в системе математического знания, осознания неразрывного присутствия алгебраических структур в основных разделах математической науки и их взаимосвязи с этими разделами;

формирование понимания связующей роли алгебраических структур в единстве математических дисциплин и в целостности математического знания;

формирование понимания универсального характера свойств алгебраических операций и отношений на множествах, подходов к их изучению и применению в различных областях математики;

формирование умений точно и грамотно реализовывать в практической деятельности алгебраические методы, технологии и алгоритмы;

подготовка студентов, владеющих алгебраической, логической и алгоритмической культурой, системным математическим мышлением;

развитие творческих способностей, исследовательских навыков для решения исследовательских алгебраических задач;

формирование мотивации к осуществлению профессиональной деятельности при обучении алгебраическим структурам и числовым системам;

подготовка студентов к применению полученных знаний и навыков для решения учебных и профессиональных задач, к профессиональной научной, научно-исследовательской и педагогической деятельности.

Задачи – обучить применять:

в практической деятельности алгебраические методы, технологии и алгоритмы;

полученные знания для решения задач, практических и теоретических проблем;

анализировать и интерпретировать полученные результаты, прогнозировать их следствия;

основные методы алгебры к построению и исследованию математических моделей реальных процессов, к решению задач элементарной математики;

язык алгебраических структур для изложения математических понятий и фактов;

общие свойства алгебраических структур к классификации и в изучении общих и специальных математических курсов;

общие свойства алгебраических структур к изучению конкретных математических проблем.

Требования к результатам освоения дисциплины: процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО по данному направлению подготовки (специальности):

а) общекультурных (ОК):

способность использовать естественнонаучные и математические знания для

ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);

способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-6);

б) общепрофессиональных (ОПК):

готовность сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности (ОПК-1);

готовность к профессиональной деятельности в соответствии с нормативно-правовыми документами сферы образования (ОПК-4);

в) профессиональных (ПК):

педагогическая деятельность:

готовность реализовывать образовательные программы по предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1);

научно-исследовательская деятельность:

готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования и науки (ПК-11);

специальных:

владением основными положениями классических разделов математических дисциплин, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом (СК-1);

владением содержанием и методами элементарной математики, умение анализировать элементарную математику с точки зрения высшей математики (СК-2);

владением культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способностью понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания (СК-3);

способностью понимать роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики (СК-4);

владением математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способностью пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий (СК-5);

владением основными положениями истории развития математики и информатики, эволюции математических идей в контексте формирующегося информационного общества и концепциями современной математической и информатической наук (СК-7);

умением анализировать и проводить квалифицированную экспертную оценку качества электронных образовательных ресурсов по информатике, математике и интегрированным (математика и информатика) профильным курсам, а также программно-технологического обеспечения для их внедрения в учебно-образовательный процесс (СК-13).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

Знать: основы теории групп, колец, полей и алгебраических конструкций на них; аксиоматическое определение множества натуральных чисел и введение алгебраических операций и отношений на этом множестве;

обоснование свойств введенных алгебраических операций и отношений;

алгебраическое обоснование расширения и построения числовых систем.

Уметь:

идентифицировать группы, подгруппы, моноиды, полугруппы, группоиды, кольца, идеалы, области целостности, поля, устанавливать гомоморфизмы и изоморфизмы групп и колец;

строить фактор-группы, фактор-кольца;

раскладывать группы в прямые суммы (произведения) подгрупп, описывать конечные абелевы группы с точностью до изоморфизма;

находить характеристику и строить расширение поля;
доказывать основные теоремы курса, формулировать результат, видеть следствия полученного результата.

Владеть:

навыками доказывать утверждение, формулировать результат, видеть следствия полученного результата;

готовностью использовать фундаментальные знания в области алгебраических структур и числовых систем в будущей профессиональной деятельности.

4. Содержание дисциплины и формы организации учебного процесса

В рамках изучения дисциплины предусмотрены следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студентов.

Лекционные занятия предполагают овладение теоретическими основами дисциплины, практические – для овладения методами решения примеров и задач.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение домашних заданий, подготовку к практическим занятиям, изучение учебно-методической литературы, составление конспектов, подготовку презентаций и докладов.

Текущий контроль осуществляется путем написания контрольных работ по решению практических заданий, модульных контрольных работ по проверке знаний теоретических положений (определений, теорем и их доказательств).

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы проведения занятий, внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов преподавания. При проведении лекции-визуализации для обсуждения материала широко используются мультимедийные презентации, анимации. Также проводятся лекции проблемные, бинарные и с заранее запланированными ошибками.

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
	Содержательный модуль 1
Тема 1. Основные понятия теории групп	Алгебраические операции и алгебры, бинарные операции и их свойства, группы, полугруппы, моноиды. Изоморфизмы, теорема Келли. Подгруппы, системы образующих. Циклические подгруппы (конечные и бесконечные) и их описание с точностью до изоморфизма. Гомоморфизмы групп.
Тема 2. Конструкции на группах. Основная теорема абелевых групп	Смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы, факторизация. Теорема о гомоморфизмах групп. Прямые суммы и прямые произведения групп. Разложение циклических групп в прямую сумму. Разложение групп в прямую сумму p -групп. Разложение p -групп в прямую сумму примарных циклических подгрупп.
Тема 3. Кольца и поля: основные понятия	Кольца и поля, простейшие свойства. Идеалы колец, кольца главных идеалов, конгруэнции по модулю идеала. Теорема о гомоморфизмах колец. Прямые суммы колец. Факторизация по простому идеалу. Характеристика полей, простые поля. Поля Галуа. Алгебраические и трансцендентные расширения. Строение простых расширений

	<i>Содержательный модуль 2</i>
<i>Тема 4. Аксиомы Пеано. Определения системы натуральных чисел, кольца целых чисел</i>	Аксиомы Пеано. Аксиоматическое определение системы натуральных чисел. Принцип полной математической индукции. Сложение и умножение на множестве натуральных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве натуральных чисел и его свойства. Алгебраическая мотивировка расширения множества натуральных чисел. Принцип минимального расширения. Определение, существование и единственность кольца целых чисел. Действия на множестве целых чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве целых чисел и его свойства.
<i>Тема 5. Определения поля рациональных чисел, поля действительных чисел, поля комплексных чисел</i>	Алгебраическая мотивировка расширения кольца целых чисел. Определение, существование и единственность поля рациональных чисел. Свойства поля рациональных чисел. Действия на множестве рациональных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве рациональных чисел и его свойства. Алгебраическая мотивировка расширения поля рациональных чисел. Фундаментальные последовательности и их свойства. Метод Кантора построения поля действительных чисел. Сечения Дедекинда. Свойства сечений. Метод Дедекинда построения поля действительных чисел. Свойства поля действительных чисел. Действия на множестве действительных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве действительных чисел и его свойства. Алгебраическая мотивировка расширения поля действительных чисел. Определение, существование и единственность поля комплексных чисел.

Тематический план

[illegible]

Содержательный модуль 2																						
Названия содержательных модулей и тем	Количество часов																					
	Очная форма						Заочная форма															
							на базе общего среднего образования						на базе среднего профессионального образования						на базе высшего профессионального образования			
	всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.		
лекции		практические	лабораторные	самостоятельна я работа	индивидуальная работа	лекции		практические	лабораторные	самостоятельна я работа	индивидуальная работа	лекции		практические	лабораторные	самостоятельна я работа	индивидуальная работа	лекции		практические	самостоятельна я работа	индивидуальная работа
Тема 4. Аксиомы Пеано. Определения системы натуральных чисел, кольца целых чисел	30	10	5		15		30	1	0,5		28,5											
Тема 5. Определения поля рациональных чисел, поля действительных чисел, поля комплексных чисел	30	10	5		15		30	2	0,5		27,5											
Итого по содержательному модулю 2	60	20	10		30		60	3	1		56											
Всего часов	144	42	28		74		144	8	4		132											

5. Методические рекомендации для проведения лабораторных, практических и семинарских занятий содержатся в учебно-методическом комплексе дисциплины.

6. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов содержатся в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. Контрольные вопросы к промежуточной аттестации

1. Алгебраические операции и алгебры, бинарные операции и их свойства, группы, полугруппы, моноиды (определения и примеры).

2. Изоморфизмы, теорема Келли. Подгруппы, системы образующих (определения и примеры).

3. Циклические подгруппы (конечные и бесконечные) и их описание с точностью до изоморфизма. Гомоморфизмы групп.

4. Смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы, фактор-группы. Теорема о гомоморфизмах групп.

5. Прямые суммы и прямые произведения групп. Разложение циклических групп в прямую сумму подгрупп.

6. Разложение групп в прямую сумму p -групп. Разложение p -групп в прямую сумму примарных циклических подгрупп.

7. Кольца и поля (определения и примеры), простейшие свойства. Идеалы колец, кольца главных идеалов, конгруэнции по модулю идеала. Теорема о гомоморфизмах колец. Прямые суммы колец. Факторизация по простому идеалу.

8. Характеристика полей, простые поля. Поля Галуа. Алгебраические и трансцендентные расширения. Строение простых расширений.

9. Аксиомы Пеано. Аксиоматическое определение системы натуральных чисел.

10. Принцип полной математической индукции.

11. Сложение и умножение на множестве натуральных чисел и их свойства.

12. Отношение порядка на множестве натуральных чисел и его свойства.

13. Алгебраическое обоснование расширения множества натуральных чисел. Принцип минимального расширения. Определение, существование и единственность кольца целых чисел.

14. Действия на множестве целых чисел и их свойства.

15. Отношение порядка на множестве целых чисел и его свойства.

16. Алгебраическое обоснование расширения кольца целых чисел. Определение, существование и единственность поля рациональных чисел. Свойства поля рациональных чисел.

17. Действия на множестве рациональных чисел и их свойства.

18. Отношение порядка на множестве рациональных чисел и его свойства.

19. Алгебраическое обоснование расширения поля рациональных чисел. Фундаментальные последовательности и их свойства. Метод Кантора построения поля действительных чисел.

20. Сечения Дедекинда. Свойства сечений. Метод Дедекинда построения поля действительных чисел. Свойства поля действительных чисел.

21. Действия на множестве действительных чисел их свойства.

22. Отношение порядка на множестве действительных чисел и его свойства.

23. Алгебраическое обоснование расширения поля действительных чисел. Определение, существование и единственность поля комплексных чисел.

8. Образец экзаменационного билета

1. Принцип полной математической индукции. Примеры.
2. Алгебраическое обоснование расширения кольца целых чисел. Определение, существование и единственность поля рациональных чисел. Свойства поля рациональных чисел.
3. Выяснить образуют ли кольцо относительно сложения и умножения матриц все матрицы вида $\begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix}$, где a, b – действительные числа.
4. Проверить, что отображение $\varphi(x) = x^2$ является гомоморфизмом мультипликативной группы Z_7^* в себя. Найти ядро этого гомоморфизма и построить таблицу Кэли для $Z_7^* / \text{Ker} \varphi$.
5. Центром группы называют множество всех ее элементов, перестановочных с каждым элементом группы. Доказать, что центр группы является ее нормальной подгруппа.

9. Образец тестового задания

1. Мультипликативную группу составляют все следующие матрицы ($a, b \in R^*$)
 А) $\begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix}$; Б) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$; В) $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; Г) $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Подгруппой группы $(Z_{40}^*, \bullet)$ есть...
 А) $\bar{1}$; Б) Z_2 ; В) Z_3 ; Г) $\bar{0}$.
3. Порядок группы $(Z_{40}^*, \bullet)$ равняется...
 А) 5; Б) 16; В) 40; Г) другой ответ.
4. Подгруппа скалярных матриц $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$, $a \neq 0$, группы всех действительных невырожденных 2×2 - матриц является
 А) не абелевой; Б) конечной; В) нормальной; Г) циклической.
5. Фактор – группа $(Z, +) / 2Z$ изоморфна группе...
 А) 1; Б) Z_2 ; В) $2Z$; Г) другой ответ.
6. Порядок фактор – группы $U_4 / \langle i \rangle$, где U_4 – группа всех корней 4 степени из единицы, равен:
 А) 1; Б) 2; В) 4; Г) другой ответ.
7. Не является гомоморфизмом на аддитивной группе диагональных 2×2 - матриц $A = (a_{ij})$ функция φ такая, что $\varphi(A)$ равняется...
 А) $\begin{pmatrix} a_{11} - a_{22} & 0 \\ 0 & a_{22} - a_{11} \end{pmatrix}$; Б) $\begin{pmatrix} a_{22} - 2 & 0 \\ 0 & a_{11} - 2 \end{pmatrix}$; В) $\begin{pmatrix} 3a_{11} & 0 \\ 0 & 3a_{22} \end{pmatrix}$; Г) $\begin{pmatrix} -a_{11} & 0 \\ 0 & -a_{22} \end{pmatrix}$.
8. Гомоморфным образом двенадцати элементной группы не может быть группа порядка...
 А) 12; Б) 8; В) 6; Г) 4.
9. Ядром гомоморфизма $x \rightarrow 1$ на группе $(Q^*, \cdot)$ является
 А) $\{1\}$; Б) $\{1; -1\}$; В) Q^* ; Г) другой ответ.
10. Группа $(Z_{12}, +)$ раскладывается в прямую сумму следующих циклических подгрупп:
 А) $\langle 4 \rangle \cup \langle 6 \rangle$; Б) $\langle 2 \rangle \cup \langle 10 \rangle$; В) $\langle 3 \rangle \cup \langle 4 \rangle$; Г) $\langle 5 \rangle \cup \langle 7 \rangle$.
11. Количество элементов в группе $Z_3 + Z_3 + Z_3$ равняется...
 А) 3; Б) 6; В) 9; Г) 27.

12. Циклической группой является

А) $Z_3 \oplus Z_3 \oplus Z_5$; Б) $Z_9 \oplus Z_5$; В) $Z_3 \oplus Z_3$; Г) $Z_9 \oplus Z_5 \oplus Z_5$.

13. Пусть C_i циклическая группа i – го порядка. Изоморфны ли группы $C_{10} \oplus C_4$ и $C_2 \oplus C_{20}$?

А) да; Б) нет; В) установить невозможно; Г) ответ зависит от природы группы C_i .

14. Пусть C_i циклическая группа порядка i . Наивысший порядок элементов прямой суммы $C_2 \oplus C_2 \oplus C_2 \oplus C_3$ равен...

А) 2; Б) 3; В) 6; Г) 24.

15. Количество неизоморфных абелевых групп порядка 20 равняется...

А) 1; Б) 2; В) 5; Г) 10.

10. Критерии оценивания

В течение семестра обучающийся может заработать баллы за следующие виды деятельности: домашние работы, контрольные работы по практике, модульные контрольные работы по теории и практике (в общей сложности максимум 100 баллов). Экзаменационная работа оценивается после защиты максимум в 100 баллов. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно шкале, принятой в ДонНУ. Более подробные критерии разрабатываются исходя из контингента и доводятся до ведома студентов в первый месяц обучения.

Шкала соответствия баллов национальной шкале (в ДонНУ на 1 сентября 2016 г.)

Сумма баллов за все виды учебной деятельности	Оценка ECTS	Оценка по национальной шкале
		для экзамена
90-100	A	5 (отлично)
80-89	B	4 (хорошо)
75-79	C	
70-74	D	
60-69	E	3 (удовлетворительно)
35-59	FX	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи
0-34	F	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов

11. Материально-техническое обеспечение учебного процесса. Лекционные и практические занятия проводятся в аудитории, оснащенной мультимедийной техникой и доской.

12. Рекомендованная литература

Основная

1. Александров, П. С. Введение в теорию групп / П. С. Александров ; [редкол.: Б. М. Болотовский и др.]. - М. : Бюро Квантум, 2008. - 160 с.

2. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика" / А. Г. Курош. - 17-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 431 с.

3. Курош, А. Г. Теория групп / А. Г. Курош. - 4-е изд. - СПб. и др. : Лань, 2005. – 648 с.

4. Фаддеев, Д. К. Лекции по алгебре : Учеб. пособие для вузов / Д. К. Фаддеев. - 2-е изд. - СПб. : Лань, 2002. - 416 с.

Дополнительная

1. Бурбаки, Н. Алгебра : Модули, кольца, формы / Н. Бурбаки ; пер. с фр. Г. В. Дорофеева ; под ред. Ю. И. Манина. - Москва : Наука, 1966. - 555 с.
2. Бурбаки, Н. Элементы математики [Текст]. Кн. 2 : Алгебра. Многочлены и поля. Упорядоченные группы / Н. Бурбаки ; пер. с фр. В. Е. Говорова. - Москва : Наука, 1965. - 300 с.
3. Ван дер Варден, Б. Л. Алгебра. / Б. Л. Ван дер Варден – Издательство: Книга по Требованию, 2012. – 646 с.
4. Каргаполов, М. И. Группы : избр. тр. / М. И. Каргаполов ; отв. ред. Ю. Л. Ершов; АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т математики. - Новосибирск : Наука : Сиб. отд-ние, 1991. - 204 с.
5. Каргаполов, М. И. Основы теории групп / Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. - 4-е изд. - М. : Наука : Физматлит, 1996. - 288 с.
6. Ляпин, Е. С. Упражнения по теории групп / Е. С. Ляпин и др. ; под ред. Е. С. Ляпина. - Москва : Наука, 1967. - 264 с.
7. Нечаев, В. И. Числовые системы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В. И. Нечаев. - Москва : Просвещение, 1975. - 200 с.
8. Хамермеш, М. Теория групп и ее применение к физическим проблемам : Учеб. пособие / М. Хамермеш ; Пер. с англ. Ю. А. Данилова. - 2-е изд. - М. : УРСС, 2002. - 587 с.
9. Феферман, С. Числовые системы. Основания алгебры и анализа : пер. с англ. Ан. А. Мальцева / С. Феферман. - М. : Наука. Физматлит, 1971.
10. Шмидт, О. Ю. Абстрактная теория групп / О. Ю. Шмидт. - 3-е изд. - Москва : [Либроком, 2009]. - 180 с.

13. Информационные ресурсы

- <http://elibrary.ru/defaultx.asp> – научная электронная библиотека «Elibrary»;
- <http://www.mailcleanerplus.com/profit/elbib/obrlib.php> – электронная библиотека;
- www.lib.mexmat.ru/books/41 – электронная библиотека механико-математического факультета МГУ;
- www.edu.ru/db/portal/spe/index.htm – федеральный портал российского образования.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

Контрольная работа по алгебре

(первый срез)

1. Найти матрицу, обратную к матрице B , если такая существует. Решить уравнение $BX = H$, где $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $H = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -5 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 5 & -5 \end{pmatrix}$.

2. Решить уравнения:

а) $x^2 - 2x + 10 = 0$; б) $(1-i)x^2 - 10ix - 17 + 19i = 0$.

3. При помощи алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель многочленов: $f(x) = 2x^3 + 10x^2 - 4x - 48$;
 $g(x) = 3x^3 + 18x^2 - 3x - 90$.

4. Найти базис линейной оболочки векторов: $a = (1, 1, 2, 2)$, $b = (0, 1, 2, 2)$, $c = (2, 2, 1, 1)$, $d = (-1, 0, 1, 1)$. Проверить, принадлежит ли вектор $f = (1, 1, 1, 1)$ этой линейной оболочке, и если да – найти его координаты в этом базисе.

5. Говорят, что треугольник натянут на векторы x и y , если векторы x , y , $x-y$ служат его сторонами. Найти площадь треугольника, натянутого на векторы $(1, 1, 1, 1)$ и $(2, 2, 4, -4)$. Выяснить, остроуголен, прямоуголен или тупоуголен этот треугольник.

Контрольная работа по математической логике*(второй срез)*

1. Доказать, что $x \mid \sqrt{2x-1} \leq x \subset x \mid x^2 - 2x + 1 \geq 0$.
2. а) Составить таблицу истинности для формулы алгебры высказываний:
 $\Phi = (A \Rightarrow C) \vee (\bar{A} \Leftrightarrow B)$;
 б) при помощи эквивалентных преобразований привести формулу Φ к ДНФ;
 в) выяснить, является ли формула Φ тавтологией, тождественно ложной, выполнимой, опровержимой. Почему?
3. Найти множество истинности предиката $(x > 0) \wedge (x < 2)$, определенного на множестве действительных чисел.
4. Определить, истинно или ложно данное высказывание: $\forall x \forall y (x^2 + |y| \geq 0)$, где $x \in R, y \in R$. Вывод обосновать.
5. Записать на языке предикатов следующие высказывания, введя для простых предикатов соответствующие обозначения: «Каждая функция f , дифференцируемая в точке x_0 , непрерывна в точке x_0 ».

Контрольная работа по теории чисел*(третий срез)*

1. При помощи алгоритма Евклида найти НОД(4562, 7236). Найти наименьшее общее кратное этих чисел.
2. Решить в целых числах уравнение $15x - 33y = 72$.
3. Разложить в цепную дробь число $-\sqrt{3}$ и найти его приближение рациональным с точностью до 0,0001.
4. Решить систему сравнений
$$\begin{cases} 4x \equiv 1 \pmod{5} \\ 3x \equiv 7 \pmod{14} \\ x \equiv 1 \pmod{12} \end{cases}$$
5. Докажите, что если $2^n - 1$ является простым числом, то и n – простое число.

ПРИЛОЖЕНИЕ Г
ОПРОСНЫЙ ЛИСТ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ МОТИВАЦИИ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Мотивация профессиональной деятельности К. Замфир
в модификации А. Реана

Методика может применяться для диагностики мотивации профессиональной деятельности, в том числе мотивации профессионально-педагогической деятельности. В основу положена концепция о внутренней и внешней мотивации. Напомним, что о внутренней мотивации следует говорить, когда для личности имеет значение деятельность сама по себе. Если же в основе мотивации профессиональной деятельности лежит стремление к удовлетворению иных потребностей, внешних по отношению к содержанию самой деятельности (мотивы социального престижа, зарплаты и т.д.), то в данном случае принято говорить о внешней мотивации. Сами внешние мотивы дифференцируются на внешние положительные и внешние отрицательные. Внешние положительные мотивы, несомненно, более эффективны и более желательны со всех точек зрения, чем внешние отрицательные мотивы.

Инструкция

Прочитайте нижеперечисленные мотивы профессиональной деятельности и дайте оценку их значимости для Вас по пятибалльной шкале.

Лист ответов

	1	2	3	4	5
МОТИВ	<i>в очень незначи- тельной мере</i>	<i>в незначи- тельной мере</i>	<i>в не большой, но и не малой мере</i>	<i>в большой мере</i>	<i>в очень большой мере</i>
<i>1. Денежный заработок</i>					
<i>2. Стремление к продвижению по службе</i>					
<i>3. Стремление избежать критики со стороны руководителя или коллег</i>					
<i>4. Стремление избежать возможных наказаний или неприятностей</i>					
<i>5. Потребность в достижении социального престижа и уважения со стороны других</i>					
<i>6. Удовлетворение от самого процесса и результата работы</i>					
<i>7. Возможность наиболее полной самореализации именно в данной деятельности</i>					

Обработка результатов

После заполнения листа ответов подсчитываются показатели внутренней мотивации (ВМ), внешней положительной (ВПМ) и внешней отрицательной мотивации (ВОМ) в соответствии со следующими ключами:

$$ВМ = (6+7)/2$$

$$ВПМ = (1+2+5)/3 \quad ВОМ = (3+4)/2$$

Показателем выраженности каждого типа мотивации будет число, заключенное в пределах от 1 до 5 (возможно, дробное).

Интерпретация данных

На основании полученных результатов определяется мотивационный комплекс личности — соотношение между собой трех видов мотивации: ВМ, ВПМ и ВОМ.

К наилучшим, оптимальным, мотивационным комплексам следует относить следующие два типа сочетаний:

$$ВМ > ВПМ > ВОМ \text{ и } ВМ = ВПМ > ВОМ.$$

Наихудшим мотивационным комплексом является тип $ВОМ > ВПМ > ВМ$.

Любые другие сочетания являются промежуточными с точки зрения их эффективности.

При интерпретации следует учитывать не только мотивационное соотношение, но и показатели отдельных видов мотивации.

Например, нельзя два нижеприведенных мотивационных комплекса считать абсолютно одинаковыми:

ВМ	ВПМ	ВОМ
1	2	5
2	3	4

Оба они относятся к одному и тому же неоптимальному типу:

$ВОМ > ВПМ > ВМ$. Однако видно, что в первом случае мотивационный комплекс личности значительно негативнее, чем во втором. Во втором случае по сравнению с первым имеет место снижение показателя внешней отрицательной мотивации и

повышение показателей внешней положительной и внутренней мотивации.

По нашим данным, удовлетворенность профессией имеет значимые корреляционные связи с оптимальностью мотивационного комплекса педагога (положительная значимая связь, $r = +0,409$). Иначе говоря, удовлетворенность педагога избранной профессией тем выше, чем оптимальнее у него мотивационный комплекс: высокий вес внутренней и внешней положительной мотивации и низкий — внешней отрицательной. Кроме того, нами установлена и отрицательная корреляционная зависимость между оптимальностью мотивационного комплекса и уровнем эмоциональной нестабильности личности педагога (связь значимая, $r = -0,585$). Чем оптимальнее мотивационный комплекс, чем более активность педагога мотивирована самим содержанием педагогической деятельности, стремлением достичь в ней определенных позитивных результатов, тем ниже эмоциональная нестабильность. И наоборот, чем более деятельность педагога обусловлена мотивами избегания, порицания, желанием не попасть впросак (которые начинают превалировать над мотивами, связанными с ценностью самой педагогической деятельности, а также над внешней положительной мотивацией), тем выше уровень эмоциональной нестабильности.