Министерство образования и науки
Донецкой Народной Республики
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Донецкий национальный университет»

На правах рукописи

Прокопенко Наталья Анатольевна

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАТИВНОГО ПОДХОДА

13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания
(по областям и уровням образования: математика)

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Научный руководитель:
доктор педагогических наук,
доцент Евсеева Е. Г.

Донецк – 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Важнейшей тенденцией развития современного общества является интеграция и глобализация социальных и образовательных процессов. В условиях активных инновационных изменений, происходящих в науке и технике, от современного инженера требуются интегративные творческие умения, готовность к осуществлению многофункциональной научно-исследовательской деятельности.

Современные экономические программы, ориентированные на развитие наукоемких и высокотехнологичных отраслей промышленности, требуют соответствующего кадрового обеспечения. Согласно Приказу № 499 Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики от 4.05.2016 г. [188] в перечень направлений подготовки высшего профессионального образования (ВПО) образовательного уровня “бакалавр” в раздел “Инженерное дело, технологии и технические науки” входят направления подготовки, обеспечивающие современную промышленность инженерными кадрами.

Качественная математическая составляющая высшего инженерного образования – необходимое условие формирования профессиональной компетентности инженера, который должен владеть математическими методами моделирования, оптимизации, прогнозирования, умением анализировать и корректно интерпретировать результаты инженерных расчетов, полученные с использованием пакетов прикладных программ.

В то же время наблюдаются негативные явления в математической подготовке будущих инженеров, такие как отсутствие интереса и, как результат, низкая мотивация студентов к изучению математических дисциплин; нарушение преемственности математического образования между различными его уровнями; сокращение количества часов, отводимых на изучение математических дисциплин; несоответствие содержания обучения математике стремительному развитию науки и технологий, его оторванность от будущей профессиональной деятельности выпускника и от современной науки и практики.

Кроме того, в связи со снижением уровня математической подготовки абитуриентов, недостаточным развитием у них логического, абстрактного мышления (по разным оценкам, 30-40%) существуют когнитивные барьеры в обучении в высшей профессиональной школе. Проблема затруднений в усвоении содержания обучения является особенно типичной для дисциплин, имеющих теоретический абстрактный компонент, таких, как высшая математика. Студенты зачастую недостаточно владеют умственными операциями синтеза, анализа, абстрагирования, классификации, обобщения, сопоставления содержательных аспектов изучаемых дисциплин.

Согласно Национальной доктрине образования в Российской Федерации до 2025 г. [179], Концепции долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2020 года [140], Концепции Федеральной целевой программы развития образования на 2016-2020 годы [141] инженерное образование является приоритетным направлением развития науки и техники в России. Учитывая тенденции интеграции системы образования Донецкой Народной Республики в российское образовательное пространство, важнейшей задачей в ДНР является подготовка высококвалифицированных инженерных кадров, способных к профессиональному росту, готовых создавать и осваивать наукоемкие технологии.

В последние годы многие исследователи отмечают необходимость, применения интегративного подхода к обучению, сущность которого, по мнению А. Л. Чекина, заключается в выделении всех интегративных проявлений с последующим их использованием в качестве катализатора эффективности соответствующего образовательного процесса [288]. В таком понимании интегративный подход применительно к обучению математике будущих инженеров может послужить основой для повышения эффективности их математической подготовки, однако соответствующая методика ранее разработана не была.

Степень разработанности темы исследования. Проблемы, связанные с повышением эффективности обучения математике будущих инженеров, рассматривались многими исследователями, такими как О. Н. Гончарова [45], А. С. Гребёнкина [79], Е. Г. Евсеева [97, 107], О.Н. Ефремова [105], Е. В. Колбина [135], М. И. Конькова [142], Т. С. Максимова [161], В. Н. Мирошникова [170], М. Л. Палеева [191], Л. С. Петрова [195], К. С. Поторочина [201], А. Г. Пригодина [202], М. А. Родионов [236], Е. В. Сергеева [247], В. А. Шершнева [291], Р. А. Яфизова [298] и др. В работах ученых внимание сосредоточено на фундаментализации, дифференциации, интенсификации, компьютеризации и профессиональной направленности обучения, на разработке методических систем и технологий формирования математической компетентности будущих инженеров.

Понятие интегративного подхода к обучению в системе ВПО в последние годы рассматривается применительно к различным предметным областям такими учеными как М. А. Адамко [3], Л. Л. Багова [13], О. Г. Каверина [123], Е. С. Калинина [125, 126], И. Н. Козловская [134], Т.М. Лобышева [154], Л. И. Максимова [160], М. М. Миншин [168], Л. М. Морозова [173], В. Н. Орлова [190], Г. К. Хубетдинов [285], А. Л. Чекин [288] и др. В обучении математике учеными подчеркивается необходимость обеспечения метапредметных результатов для формирования общекультурных компетенций согласно ГОС ВПО, а также междисциплинарной интеграции.

В работах О. С. Билык [22], О. И. Булейко [27], Л. С. Васиной [33], О. Е. Кириченко [130], Е. В. Левчук [150], Г. М. Семеновой [244], В. А. Шершневой [291] и др. отмечается, что в системе высшего инженерного образования наиболее существенной является интеграция фундаментальной и специальной подготовки. В то же время не менее важными являются межпредметные связи математических и естественнонаучных дисциплин, таких как физика, теоретическая механика, физическая химия, сопротивление материалов, теоретические основы электротехники, так как в процессе их изучении закладывается фундамент для формирования профессиональной компетентности инженеров. Однако методика обучения высшей математике с учетом интеграции математической и естественнонаучной подготовки будущих инженеров разработана не достаточно.

В диссертационных исследованиях И. П. Калошиной [127], Н. В. Лушниковой [157], О. А. Сотниковой [258] указывается на целесообразность использования идеи дидактического опережения при обучении высшей математике, а именно на опережающее введение математических понятий, объектов и методов. В то же время обучение математике на основе интегративного подхода требует применения метода дидактического опережения к понятиям естественнонаучных дисциплин.

Такая методика может быть реализована в рамках деятельностной технологии обучения математике, разработанной Е.Г. Евсеевой для студентов технического университета [107]. Эта технология основана на использовании пятикомпонентной предметной модели студента (ПМС), эффективность применения которой уже доказана в обучении математике. [37, 107]. Применение же интегративного подхода требует адаптации ПМС за счет введения в её компоненты интегративных составляющих.

Развитию профессиональных компетенций в системе ВПО на основе компетентностного подхода посвящены работы таких исследователей как А. Л. Андреев [7], Л. В. Васяк [34], Ю. А. Дробышев [92-95, 273], И. В. Дробышева [92-95, 273], В. Г. Плахова [198], С. А. Севастьянова [242], Е. И. Скафа [249], С. П. Сорокоумов [257], С. А. Татьяненко [269], Е. В. Шищенко [292] и др. Однако, особенности формирования компетенций у студентов инженерных направлений подготовки в условиях применения интегративного подхода в работах перечисленных выше учёных не исследованы.

Актуальность проблемы усовершенствования математической подготовки будущих инженеров подтверждается активными исследованиями таких зарубежных ученых как Дж. Ахерн [305], К. Бергстен [301], Дж. Вильямс [317], Г. Кайзер [322], Д. Лаусон [332], К. Миллер [306], М. Риодэйн [329], В. Роз [331], Дж. Энгельбречт [301], Б. Яворски [321] и др. В их исследованиях отмечается необходимость применения наряду с интегративным компетентностного и деятельностного подходов к обучению, а также необходимость интеграции науки, техники, инженерии и математики в современном инженерном образовании. В то же время констатируется отсутствие научно-методической базы для такой осуществления интеграции.

Таким образом, имеют место противоречия между:

– возрастающими требованиями к уровню математической подготовки будущих инженеров и невозможностью достичь этого уровня в связи с негативными тенденциями в математическом образовании;

– имеющимися результатами передового опыта реализации интегративного подхода к обучению различным дисциплинам и отсутствием исследований по внедрению этого подхода в практику математической подготовки будущих инженеров;

– возможностью использования для повышения эффективности обучения математике студентов инженерных направлений подготовки деятельностной технологии, основанной на предметной модели студента, и отсутствием адаптации такой технологии к применению интегративного подхода;

– необходимость формирования в обучении математике будущих инженеров компетенций согласно ГОС ВПО и отсутствием методик, учитывающих уровни интеграции, на которых они могут быть сформированы.

Поиск путей разрешения указанных выше противоречий позволил сформулировать **проблему исследования**, которая состоит в повышении эффективности математической подготовки студентов технического университета для создания необходимых условий формирования их профессиональной компетентности.

Решение поставленной проблемы мы видим в создании методической системы обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода с применением деятельностной технологии обучения в рамках компетентностной парадигмы ВПО.

Таким образом, **актуальность исследования** обусловлена:

– повышением требований современного общества к уровню подготовки инженеров, вызванным развитием науки и техники;

– требованием усовершенствования математической составляющей высшего инженерного образования;

– возможностью внедрения интегративного подхода в обучение математике будущих инженеров.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Диссертационное исследование проводилось в соответствии с Законом Донецкой Народной Республики «Об образовании» (2015 г.) [187], Государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования (ГОС ВПО) подготовки бакалавров и специалистов инженерных направлений подготовки и специальностей, утвержденными приказами Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики (2015-2016 гг.) [47-78], современными научными исследованиями в области теории и методики обучения математике.

В диссертации использованы результаты, полученные автором во время участия в качестве исполнителя в госбюджетных научно-исследовательских работах:

– кафедры высшей математики и методики преподавания математики ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»: Г 10/41 «Моделювання евристико-дидактичних систем» (2010-2015 гг.) и Г-16/41 «Конструирование эвристико-дидактических систем» (2016-2020 гг.);

– кафедры высшей математики ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет»: М 1-13 «Разработка и внедрение профессионально ориентированных технологий обучения математике студентов высших учебных заведений» (2013-2015 гг.) и Н 3-16 «Разработка технологий профессионально ориентированного обучения математике студентов инженерных образовательных учреждений высшего профессионального образования» (2016-2018 гг.).

Таким образом, тема исследования «***Методика обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода»*** является актуальной.

Цели и задачи исследования. Целью исследования является теоретико-методологическое обоснование, разработка и реализация методики обучения математике студентов инженерных направлений подготовки на основе интегративного подхода с применением деятельностной технологии обучения в рамках компетентностной парадигмы ВПО.

Для достижения этой цели в работе были поставлены и решены следующие задачи:

1) описать основные аспекты существующих тенденций усовершенствования математической составляющей высшего профессионального образования, обосновать применение интегративного подхода к обучению математике будущих инженеров;

2) выделить психолого-педагогические предпосылки обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода, сформулировать методические требования к методической системе такого обучения;

3) разработать методическую систему обучения математике студентов инженерных направлений подготовки на основе интегративного подхода;

4) экспериментально проверить эффективность разработанной методики обучения математике.

Объектом исследования является процесс обучения высшей математике студентов инженерных направлений подготовки.

Предметом исследования является методическая система обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода.

Научная новизна состоит в том, что на основании выполненных исследований:

обосновано применение интегративного подхода к обучению математике будущих инженеров как комплекса методов, организационных форм и средств обучения, направленных на повышение качества математической подготовки будущих инженеров посредством обеспечения внутрипредметной, межпредметной и метапредметной интеграции;

разработана методическая система обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода, реализующая деятельностную технологию обучения математике при ведущей роли компетентностной парадигмы ВПО;

введены понятия: интегративные математические действия и способы действий, выполняемые над объектами естественнонаучных дисциплин, как в предметном поле математики, так и этих дисциплин; интегративные математические знания как теоретические положения по математике, необходимые для освоения интегративных математических действий; интегративные учебные ситуации как учебные ситуации, в которых при решении учебной задачи происходит реализация умений по одной дисциплине в предметном поле другой дисциплины; интегративные учебные задачи как учебные задачи, для решения которых необходима реализация умений по другим дисциплинам.

уточнены понятия: интеграция математических и естественнонаучных дисциплин в системе подготовки инженера; интеграция теории и практики обучения высшей математике будущих инженеров; метапредметная интеграция в обучении математике; интегративное практическое занятие и интегративные учебные проекты по высшей математике для будущих инженеров;

конкретизированы: интегративные математические действия, способы действий и знания, необходимые студентам инженерных направлений подготовки для решения задач по естественнонаучным дисциплинам.

Теоретическая и практическая значимость работы. Теоретическая значимость исследования состоит в том, что сделан вклад в развитие теории и методики обучения математике, теоретических аспектов интегративного, деятельностного и компетентностного подходов к обучению за счет:

– разработки теоретико-методологических основ обеспечения интеграции на трех уровнях: 1) внутрипредметном: теории и практики в обучении высшей математике студентов инженерных направлений подготовки; 2) межпредметном: высшей математики и естественнонаучных дисциплин в системе высшего инженерного образования; 3) метапредметном: формирования метапредметных понятий и способов действий в обучении высшей математике.

– разработки типологии интегративных учебных ситуаций и интегративных задач по математике (I тип – решаемые в предметном поле математики, II типа – требующие для решения создания локального предметного поля другой дисциплины);

– адаптации предметной модели студента технического университета по высшей математике к применению интегративного подхода;

– определения уровней интеграции, необходимых для формирования компетенций согласно ГОС ВПО в обучении математике.

Практическая значимость исследования состоит:

– во внедрении в учебный процесс по математике методической системы обучения будущих инженеров на основе интегративного подхода;

– в разработке интегративной предметной модели студента по высшей математике;

– в разработке системы математических задач, включающих учебные задачи по математике и интегративные задачи I и II типа;

– в разработке схем ориентирования для решения интегративных задач по математике II типа с созданием локального предметного поля естественнонаучной дисциплины;

– в разработке системы заданий для интегративных учебных проектов по высшей математике;

– в разработке учебного пособия «Математика в профессиональной подготовке инженера: векторная алгебра. Интегративный подход» [101], учебного пособия «Векторная алгебра. По деятельностной технологии «Учимся, работая», [212], электронного учебного пособия «Математика в профессиональной деятельности инженера» [163].

Разработанная методика обучения математике, авторские учебные пособия, средства диагностики и контроля были внедрены в педагогическую практику ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк (справка № 29-10/16 от 17.10.2018), ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк (справка № 3115/01-27/6.1.0 от 06.11.2018), ГОУ ВПО ЛНР «Донбасский государственный технический университет», г. Алчевск (справка № 2243-17.7/46 от 15.10.2018).

Методология и методы исследования. Методологической основой исследования являются:

– теория педагогической интеграции и междисциплинарных связей (Ю. В. Громыко [83], А. Я. Данилюк [87], В. И. Загвязинский [109], И. Н. Козловская [134], В. Н. Максимова [159], А. В.Теремов [270], В. Н. Федорова [277]);

– положения интегративного подхода к обучению в системе ВПО (Н. В. Бровка [25], О. Г. Каверина [123], Е. С. Калинина [126], Л. И. Максимова [160], Л. М. Царева [286], А.Л. Чекин [288]);

– компетентностный подход к обучению математике (М. С. Аммосова [6], Ю. А. Дробышев [92], И. В. Дробышева [95], В. Г. Плахова [198], С. П. Сорокоумов [257], С. А. Татьяненко [269], В.А. Шершнева [291], Е. В. Шищенко [292]);

– системный подход к педагогическому проектированию в области методики обучения математике (В. А. Байдак [14], С. И. Осипова [255], А. М. Пышкало [232], Т. В. Соловьева [255]);

– теория учебной деятельности (В. В. Давыдов [86], Н. Ф. Талызина [268], Д. Б. Эльконин [294]);

– деятельностный подход к обучению математике в системе высшего профессионального образования (В. А. Байдак [14], Е. Г. Евсеева [107], О. А. Малыгина [162]);

– теоретические аспекты предметного моделирования студента (Г. А. Атанов [9], Буль [28], Е. Г. Евсеева [107], М. Г. Коляда [138]);

– идеи дидактического опережения (И. П. Калошина [127], Н. В. Лушникова [157], В. А. Тестов [272]).

В ходе исследования использовались следующие методы: теоретические методы (анализ действующих стандартов высшего профессионального образования, учебных планов, учебников и учебных пособий, монографий, диссертаций, статей и материалов научно-методических конференций) для формирования теоретических основ и понятийного аппарата исследования; эмпирические методы (педагогическое наблюдение, беседы, анкетирование, анализ письменных контрольных работ, анализ существующего передового педагогического опыта); экспериментальные методы (констатирующий, поисковый и формирующий этапы целенаправленного педагогического эксперимента); качественный и количественный анализ данных, полученных в ходе эксперимента, современные статистические методы обработки результатов эксперимента.

Положения, выносимые на защиту: повышению эффективности обучения математике будущих инженеров за счет усиления учебной мотивации, повышения уровня освоения интегративных математических действий и способов действий, а также уровня усвоения интегративных знаний по математике способствуют:

1) формулирование целей обучения в терминах компетенций согласно ГОС ВПО, а также математических предметных и интегративных действий и знаний;

2) представление содержания обучения в виде интегративной предметной модели студента по математике;

3) использование в обучении специальных методов обучения (метода ориентирования при решении интегративных задач, метода дидактического опережения, метода интегративных проектов);

4) организация обучения в таких формах как интегративные практические занятия и творческие самостоятельные работы по выполнению интегративных учебных проектов;

5) использование в обучении авторского комплекса средств обучения (математических учебных и интегративных задач, учебных пособий, разработанных на принципах интегративного и деятельностного подходов, интегративной предметной модели студента по высшей математике, электронного учебного пособия «Математика в профессиональной деятельности инженера»);

6) обеспечение интеграции на трех уровнях при проектировании и организации обучения высшей математике: внутрипредметном (теории и практики), межпредметном (математики и естественнонаучных дисциплин), метапредметном (формирование метапредметных понятий и умений).

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность исследования обеспечивается опорой на фундаментальные психологические концепции обучения и развития студентов, объективным научным анализом теоретических и практических аспектов проблемы, результатами статистической обработки данных, полученных в ходе эксперимента, внедрением в практику результатов исследования, обсуждением теоретических положений и результатов исследования на конференциях и научных семинарах.

Основные результаты диссертационной работы регулярно обсуждались на областном научно-методическом семинаре «Технологии личностно ориентированного обучения математике», который проводился на кафедре высшей математики и методики преподавания математики в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», а также на научно-методических семинарах кафедры высшей математики ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет» (2007-2018 гг.).

Основные теоретические и практические результаты исследования были успешно представлены и обсуждены в период с 2007 по 2018 гг. на международных научно-методических конференциях: «Навчання математики в сучасних умовах» (Донецк, 2007) [207]; «Эвристическое обучение математике» (Донецк, 2018) [224]; «Проблеми математичної освіти» (Черкассы, 2010) [205]; «История и методология науки» (Донецк, 2016) [217]; «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики» (Киев, 2011) [209]; «Інженерна освіта у розвитку сучасного суспільства» (Донецьк, 2011) [216]; «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики» (Винница, 2012) [206]; «Современные тенденции развития математики и её прикладные аспекты» (Донецк, 2012, 2015) [210, 214]; «Деятельностная педагогика и педагогическое образование» (Воронеж, 2016, 2018) [100, 225]; «Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях» (Луганск, 2018) [149]; Всеукраинских научно-методических конференциях: «Навчання математики в технічному університеті» (Донецк, 2011, 2013) [208, 215]; «Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання» (Кривой Рог, 2011) [211]; на Республиканских научно-методических конференциях «Обучение математике в техническом университете» (Донецк, 2015, 2017) [221, 226].

Публикации. Результаты исследования опубликованы в 32 работах. Из них 10 публикаций в рецензируемых научных изданиях [204, 213, 218, 219, 220, 223, 227, 228, 229, 230]; 18 работ в других научных изданиях. [100, 149, 205-211, 214-217, 221, 222, 224-226], 2 учебно-методических [106, 212] и 1 учебное пособие [101]. Автором также разработан один электронный учебный ресурс (электронное учебное пособие) [163].

Структура работы. Диссертация состоит из введения, двух разделов, заключения, списка используемой литературы из 334 наименований, среди которых 35 на иностранном языке, 16 приложений. Работа содержит 18 таблиц и 37 иллюстраций. Основной текст изложен на 203 страницах (без учёта литературы и приложений).

РАЗДЕЛ 1
ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАТИВНОГО ПОДХОДА

1.1. Тенденции усовершенствования математической составляющей высшего инженерного образования

Стремительное развитие науки и технологий существенно влияет на требования, предъявляемые работодателями к профессиональной подготовке будущих инженеров, особенно по математическим дисциплинам. Выпускники технических университетов должны владеть методами математического моделирования, прогнозированием и применять эти методы в профессиональной деятельности.

Математические дисциплины несут в себе огромный прикладной потенциал, который позволяет выявлять существенные связи явлений и процессов в профессиональной деятельности. Математика позволяет формировать у будущих инженеров приёмы построения и анализа математических моделей инженерных задач. Она также развивает интуицию и рефлексию в процессах прогнозирования и принятия решения в условиях неопределенности.

Совершенствование математической подготовки будущих инженеров является многогранной проблемой, решение которой требует глубокого усвоения ими основ математической науки, умения видеть и использовать внутрипредметные и межпредметные связи, прикладную направленность курса высшей математики, формирования у студентов умения применять математику для решения практических задач, моделировать явления и процессы, происходящие на производстве и в природе.

В то же время, одной из тенденций развития современного образования является сокращение количества часов, отводимых на изучение математических дисциплин в техническом университете. Одновременно происходит рост требований, предъявляемых рынком труда к профессиональной компетентности будущих инженеров. С учетом этого ведется интенсивный поиск путей совершенствования обучения математике студентов инженерных направлений подготовки. Рассмотрим основные направления усовершенствования математической подготовки будущих инженеров.

Отечественные и зарубежные педагоги и математики предлагают различные варианты совершенствования методики обучения математике в средней и высшей школе. Проведенный нами анализ диссертационных работ по методике обучения математике в системе ВПО показал, что большинство из них посвящено связи обучения математике с будущей профессиональной деятельностью студентов. Вопрос профессиональной направленности обучения математике рассматривался многими исследователями, которые единодушны в том, что в таком обучении усиливается учебная мотивация, что является важным фактором повышения эффективности обучения.

Вопросам усиления профессиональной направленности обучения математике в высшей школе в последнее десятилетие посвящено большое количество диссертационных работ таких ученых как Ю. В. Абраменкова [1], М. С. Аммосова [6], М. А. Васильева [32], Л. С. Васина [33], Л. В. Васяк [34], Н. А. Галибина [37], И. М. Главатских [40], А. С. Гребёнкина [80, 81], И. Н. Гридчина [80], Т. В. Игнатьева [117], Е. И. Исмагилова [121], О. И. Кузьменко [148], И. В. Михайленко [171], М. Л. Палеева [191], К. С. Поторочина [201], И. В. Ситак [267], Л. Х. Чомаева [290] и др.

Так, И. М. Главатских рассматривает профессиональную направленность математической подготовки будущих инженеров-педагогов [40]. В работе М. С. Аммосовой рассмотрена профессиональная направленность обучения математике студентов горных факультетов ВУЗов как средство формирования их математической компетентности [6]. В диссертации А. И. Исмагиловой исследовался интегративно-модульный компонент профессиональной направленности обучения математике будущих инженеров электротехнических направлений подготовки [121].

В работе Ю. В. Абраменковой исследовалось профессионально ориентированное обучение математике студентов химических направлений подготовки и специальностей [1]. Основные пути реализации профессиональной направленности обучения математике автор видит в использовании математического моделирования как метода обучения, реализации межпредметных связей, использовании в обучении примеров практических ситуаций и задач химического содержания, пропедевтике основных химических понятий, законов, теорий, являющихся основой для математического моделирования, использование информационно-коммуникационных технологий в учебном процессе.

Л. С. Васина считает интеграцию знаний по математике и специальным дисциплинам в подготовке будущих радиотехников способом обеспечения профессиональной направленности обучения [33]. Ученый обосновывает, что повышению качества профессиональной подготовки студентов способствует целенаправленное формирование у них обобщенных прикладных математических знаний и навыков применения математических методов с учетом прогностической модели будущей профессиональной деятельности, а также систематическое использование компьютерных программ при решении профессионально-направленных задач на занятиях по математике [33].

М. А. Васильева считает, что профессионально-прикладная направленность обучения математике является средством формирования профессиональной компетентности студентов аграрного ВУЗа [32].

Л. В. Васяк в диссертационной работе рассматривает формирование профессиональной компетентности будущих инженеров в условиях интеграции математики и специальных дисциплин с помощью профессионально ориентированных задач [34]. В диссертационной работе И. М. Гридчиной рассмотрена взаимосвязь математических и специальных дисциплин в подготовке инженера [80]. М. Нассер в диссертации разработал методику реализации межпредметных связей средствами решения прикладных задач в процессе обучения математике в ВУЗе [177].

В диссертации Т. В. Игнатьевой рассмотрена методика конструирования задач-компактов прикладной направленности и их использования как средства совершенствования обучения математике [117], а в работе М. С. Хозяиновой – обучение содержательному анализу математического материала при изучении алгебры в технических ВУЗах [283]. Н. А. Галибина рассматривает профессионально-ориентированные математические задачи как средство обучения студентов, способствующее освоению способов деятельности их будущей профессиональной деятельности [37]. Н. В. Скоробогатова рассматривает наглядное моделирование профессионально ориентированных задач в обучении математике студентов инженерных направлений технических вузов [251].

Таким образом, рассмотрев работы, посвященные профессиональной направленности обучения математическим дисциплинам в техническом университете, мы пришли к выводу, что повышению эффективности математической подготовки студентов способствуют следующие факторы:

– взаимосвязь содержания математического образования с содержанием дисциплин специализации;

– интеграция математики и специальных дисциплин средствами профессионально ориентированных задач (О. И. Кузьменко [147]);

– использование в обучении метода математического моделирования;

– решение на занятиях по математике профессионально-ориентированных математических задач.

В своём исследовании будем придерживаться определения профессионально ориентированной задачи как задачи, условие и требование которой определяют собой модель некоторой ситуации, возникающей в профессиональной деятельности, а исследование этой ситуации средствами математики способствует формированию профессиональной компетентности будущего специалиста [1]. Для обеспечения профессиональной направленности обучения математическим дисциплинам необходимо разработать систему профессионально ориентированных математических задач и систематически включать такие задачи в учебную деятельность студентов как на аудиторных занятиях по математике, так и во время самостоятельной работы.

Приведем пример реализации профессиональной направленности в обучении математике бакалавров направления подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» [58], [189]. Рассмотрим задачу, которая может быть решена при изучении раздела курса высшей математики «Операционное исчисление», которое применяется в задачах электротехники, радиотехники, теории автоматического регулирования и др.

Задача 1.1. Две одинаковые электрические цепи, состоящие из самоиндукции L, сопротивления R и емкости C, соединенных последовательно, связаны взаимной индукцией M, причем имеется идеальная связь, при которой $M = L$. Начальные токи и заряды равны нулю. К одной из цепей в момент времени $t = 0$ прилагается постоянное напряжение E_0. Найти токи в обеих цепях (см. рис. 1.1).

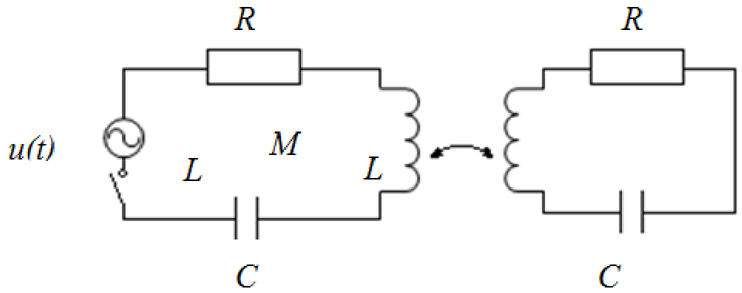


Рисунок 1.1 – Схема электрических цепей к задаче 1.1

Для решения задачи 1.1. применим операционный метод, с помощью которого линейные дифференциально-интегральные уравнения с постоянными коэффициентами сводятся к алгебраическим уравнениям.

Введём обозначения i_2 и i_1 для токов, Q_1 и Q_2 для зарядов конденсаторов и, рассматривая их как функции времени *t*, причем $Q_1=\int_0^t i_1 dt$, $Q_2=\int_0^t i_2 dt$, $i_1\big|_{t=0}=i_2\big|_{t=0}=0$. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} L\dfrac{di_1}{dt}+Ri_1+\dfrac{\int_0^t i_1 dt}{C}+L\dfrac{di_2}{dt}=E_0 \\ L\dfrac{di_2}{dt}+Ri_2+\dfrac{\int_0^t i_2 dt}{C}+L\dfrac{di_1}{dt}=0 \end{cases}, \qquad (1.1)$$

Перейдем к операторной системе, соответствующей системе (1.1):

$$\begin{cases} \left(L\,p+R+\dfrac{1}{Cp}\right)\,I_1(p)+L\,p\,I_2(p)=\dfrac{E_0}{p} \\ L\,p\,I_1(p)+\left(L\,p+R+\dfrac{1}{Cp}\right)I_2(p)=0 \end{cases}, \qquad (1.2)$$

где $I_1(p)$ и $I_2(p)$ изображения токов i_2 (t) и i_1 (t). Главный определитель системы (1.2) равен:

$$\Delta=\begin{vmatrix} Lp+R+\dfrac{1}{Cp} & Lp \\ Lp & Lp+R+\dfrac{1}{Cp} \end{vmatrix}=\left(Lp+R+\frac{1}{Cp}\right)^2-(Lp)^2=\ \frac{2LR}{p^2}\left(p^2+\frac{R}{2L}p+\frac{1}{2LC}\right)\left(p+\frac{1}{RC}\right). \qquad (1.3)$$

Так как выражение в правой части (1.3) не равно нулю, то решения системы (1.2) находим по правилу Крамера:

$$I_1(p)=\frac{\frac{E_0}{2R}}{p+\frac{1}{RC}}+\frac{\frac{E_0}{4L}}{\left(p+\frac{R}{4L}\right)^2+\frac{1}{2LC}-\frac{R^2}{16L^2}};\ I_2(p)=-\frac{\frac{E_0}{2R}}{p+\frac{1}{RC}}+\frac{\frac{E_0}{4L}}{\left(p+\frac{R}{4L}\right)^2+\frac{1}{2LC}-\frac{R^2}{16L^2}}. \qquad (1.4)$$

Для получения оригиналов для (1.4) рассмотрим 3 случая.

1) Пусть $\dfrac{1}{2LC}-\dfrac{R^2}{16L^2}=\omega^2>0$, тогда

$$I_1(p)==\frac{\frac{E_0}{2R}}{p+\frac{1}{RC}}+\frac{E_0}{4L\omega}\frac{\omega}{\left(p+\frac{R}{4L}\right)^2+\omega^2},\qquad I_2(p)==\frac{-\frac{E_0}{2R}}{p+\frac{1}{RC}}+\frac{E_0}{4L\omega}\frac{\omega}{\left(p+\frac{R}{4L}\right)^2+\omega^2}.$$

Переходя в (1.4) к оригиналам, получим

$$i_1(t)=\frac{E_0}{2R}e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{E_0}{4L\omega}e^{-\frac{R}{4L}t}\sin\omega t,\ i_2(t)=-\frac{E_0}{2R}e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{E_0}{4L\omega}e^{-\frac{R}{2L}t}\sin\omega t. \qquad (1.5)$$

2) Пусть $\frac{1}{2LC}-\frac{R^2}{16L^2}=-\omega^2<0$, тогда

$$I_1(p)=\frac{\frac{E_0}{2R}}{p+\frac{1}{RC}}+\frac{E_0}{4L\omega}\frac{\omega}{\left(p+\frac{R}{4L}\right)^2-\omega^2}, \qquad I_2(p)=\frac{-\frac{E_0}{2R}}{p+\frac{1}{RC}}+\frac{E_0}{4L\omega}\frac{\omega}{\left(p+\frac{R}{4L}\right)^2-\omega^2}.$$

Переходя в (1.4) к оригиналам, получим

$$i_1(t)=\frac{E_0}{2R}e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{E_0}{4L\omega}e^{-\frac{R}{4L}t}sh\omega t, \qquad i_2(t)=-\frac{E_0}{2R}e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{E_0}{4L\omega}e^{-\frac{R}{4L}t}sh\omega t. \quad (1.6)$$

3) Пусть $\frac{1}{2LC}-\frac{R^2}{16L^2}=0$, тогда

$$I_1(p)=\frac{\frac{E_0}{2R}}{p+\frac{1}{RC}}+\frac{E_0}{4L}\frac{1}{\left(p+\frac{R}{4L}\right)^2}, \quad I_2(p)=\frac{-\frac{E_0}{2R}}{p+\frac{1}{RC}}+\frac{E_0}{4L}\frac{1}{\left(p+\frac{R}{4L}\right)^2}.$$

Переходя в (1.4) к оригиналам, получим

$$i_1(t)=\frac{E_0}{2R}e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{E_0}{4L}e^{-\frac{R}{4L}t}t, \qquad i_2(t)=-\frac{E_0}{2R}e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{E_0}{4L}e^{-\frac{R}{4L}t}t. \quad (1.7)$$

Таким образом, найдены токи в обеих цепях (1.5)-(1.7), являющиеся решениями системы (1.1)

Для решения приведенной профессионально ориентированной задачи, кроме законов физики, позволивших сформулировать систему (1.1) и методов операционного исчисления, на основе которых получена система (1.2) и решения (1.5)-(1.7), необходимо знать также методы линейной алгебры для решения систем линейных алгебраических уравнений, с помощью которых найдено решение (1.4) системы (1.2).

Ведущие ученые неоднократно высказывались также об использовании идеи дидактического опережения. Так, известный педагог-математик В. А. Тестов [272] ориентирует на активное использование в высшей школе различных вариантов пропедевтической работы. Е. М. Вечтомов указывает на необходимость использовать выдачу студентам для предварительного ознакомления текста нескольких следующих лекций в качестве приема мотивации к обучению [35]. Авторы учебников по математике А. М. Тер-

Крикоров и М. И. Шабунин [271] предложили принцип «последовательных фаз», суть которого заключается в том, что учебный материал сначала воспринимается на интуитивном уровне, потом осваивается терминология, определения и доказательства, а дальше наступает фаза усвоения, расширение знаний и их использование.

Реализации идеи дидактического опережения при обучении высшей математике в техническом ВУЗе посвящена диссертационная работа Н. В. Лушниковой [157]. На примере курса линейной алгебры автором показано, что эффективность процесса обучения студентов высшей математике определяется системой методической работы по реализации идеи дидактического опережения. Это становится возможным благодаря использованию разнообразных методических средств: матриц внутрипредметных связей учебного материала, структурно-логических схем математических понятий, логико-смысловых моделей учебных дисциплин.

Примером реализации в обучении математике будущих инженеров идеи дидактического опережения может быть использование пирамиды понятий, методика построения которой предложена Е. Г. Евсеевой [107]. Нами разработана пирамида понятий по векторной алгебре, в которой кроме математических, отражены связанные с ними понятия естественнонаучных дисциплин (см. п. 2.1). Использовать в обучении пирамиду понятий целесообразно в начале изучения темы. Вводя новые понятия, преподаватель может показать студентам их место в пирамиде понятий, их связи с другими понятиями, логическую последовательность их изучения.

Заметим, что в последнее время активизировались исследования по внедрения компетентностного подхода в образовании. Развитию профессиональных компетенций на занятиях по математике в ВУЗах на основе компетентностного подхода в обучении посвящены работы таких исследователей как М. Б. Вакджира [30], Л. В. Васяк [34], Ю. А. Дробышев [92-95, 273], И.В. Дробышева [92-95, 273], Е. Г. Евсеева [107], А. А. Ермакова [104], О. И. Кузьменко [148], В. А. Петрук [196], Е. И. Скафа [249], С. П. Сорокоумов [257], С. А. Татьяненко [269], Е. В. Шищенко [292] и др.

Вопросы формирования профессиональных компетенций у будущих специалистов инженерных специальностей рассматриваются В. А. Петрук, которой усовершенствована методика преподавания дисциплин физико-математического цикла, а также определено понятие базовых профессиональных компетенций, формируемых в процессе изучения фундаментальных дисциплин [196]. Мы поддерживаем мнение В. А. Петрук о том, что формирование базовых профессиональных компетенций будущего специалиста с высшим техническим образованием должно рассматриваться как составляющая его фундаментальной, в частности, математической подготовки.

Ю. А. Дробышев, И. В. Дробышева выявили положения, составляющие теоретическую основу технологии дифференцированного компетентностно-ориентированного обучения студентов математике. Это принципы предметной приоритетности, сотрудничества и совместной деятельности, приоритета самостоятельной работы студентов, постоянной обратной связи и системности, регламентирующие процедуру отбора индивидуальных особенностей, учет которых составляет основу дифференцированного обучения [273]. Мы согласны с учеными в том, что при проектировании и организации обучения математике студентов необходимы диагностика и учет индивидуальных особенностей студентов, что приобретает особое значение в контексте повышения эффективности обучения математике будущих инженеров.

М. Б. Вакджира с позиций компетентностного подхода рассматривает формирование исследовательской деятельности студентов технических ВУЗов в обучении математике на основе наглядного моделирования. Автор считает, что основным механизмом обеспечения роста профессиональных и общекультурных компетенций студентов будет фундирование опыта личности в контексте поэтапного развертывания комплексов наглядных моделей в обучении математике [30]. Формирование учебно-исследовательской деятельности студентов рассматривается также в работе А. А. Ермаковой, однако, как средства базовой математической подготовки в техническом ВУЗе [104]. Мы согласны с авторами, что учебная исследовательская деятельность студентов является средством, как математической подготовки будущих инженеров, так и формирования их профессиональной компетентности и считаем необходимым организацию такой деятельности в обучении.

Многими учеными (М. С. Аммосовой [6], Т. Л. Анисовой [8], Т. Е. Болдовской [24], М. А. Васильевой [32], Л. Р. Загитовой [110], Е. В. Колбиной [135], М. М. Миншиным [168], Л. С. Петровой [195], В. Г. Плаховой [198], Е. В. Сергеевой [247], О. А. Сотниковой [258], В. А. Шершневой [291] и др.) исследовались вопросы формирования математической компетентности студентов.

Математическая компетентность является одной из важнейших в структуре профессиональной компетентности инженера. В. А. Шершнева определяет математическую компетентность как интегративное динамичное свойство личности студента, характеризующее его способность и готовность использовать методы математического моделирования в профессиональной деятельности [291]. Математическая компетентность интегрирует предусмотренные ГОС математические знания, умения и навыки, а также общекультурные и профессиональные компетенции, спроецированные на предметную область математики – их ядром является способность выпускника применять эти знания в профессиональной деятельности.

Таким образом, первоочередной задачей в обучении математике студентов инженерных направлений подготовки является формирование у них математической компетентности, которая будет достаточной для становления их профессиональной компетентности.

Так, например, при подготовке горных инженеров по специальности 21.05.04 «Горное дело» [72] следует учитывать, что в их профессиональной деятельности особое место занимают расчеты, связанные с проектированием вертикальных стволов выработок. В процессе сооружения ствола в силу влияния различных факторов опалубка приобретает форму близкую к эллипсу, отношение полуосей которого растет с диаметром и глубиной. При этом особое внимание привлекает наиболее «опасный» случай, когда толщина крепи минимальна. В связи с этим возникает задача:

Задача 1.2. На внутреннем эллипсе, изображенном на рисунке 1.2, дана точка $N(x_1, y_1)$ (координаты взяты в системе $X_1O_1Y_1$). Требуется найти на наружном эллипсе такую точку $M(x, y)$ (координаты взяты в основной системе), расстояние от которой до точки N наименьшее.

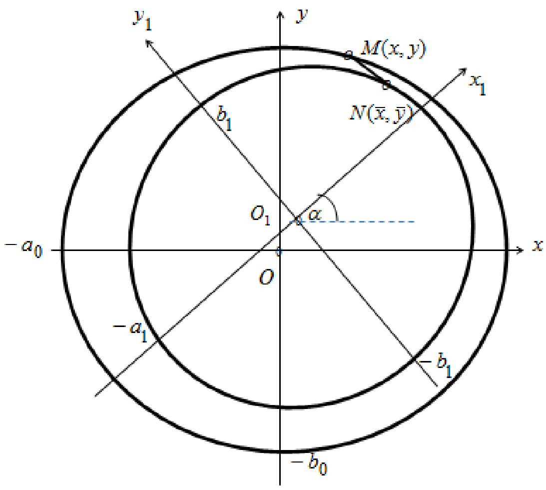


Рисунок 1.2 – Расчетная схема к задаче 1.2

Исходные данные: O – центр основной системы координат XOY, в которой уравнение наружного эллипса $\frac{x^2}{a_0^2} + \frac{y^2}{b_0^2} = 1$. O_1 – центр новой системы координат $X_1O_1Y_1$, полученной параллельным переносом основной системы XOY с последующим ее поворотом против часовой стрелки на угол α. Обозначим (x_1, y_1) координаты произвольной точки внутреннего эллипса в новой системе координат. Отсюда уравнение внутреннего эллипса в системе координат $X_1O_1Y_1$ имеет вид $\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{y_1^2}{b_1^2} = 1$.

Координаты (x_1, y_1) точек внутреннего эллипса в новой системе связаны с их координатами $(\bar{x}, \bar{y})$ в основной системе формулами

$$x_1 = (\bar{x} - x_0)\cos\alpha + (\bar{y} - y_0)\sin\alpha;$$
$$y_1 = -(\bar{x} - x_0)\sin\alpha + (\bar{y} - y_0)\cos\alpha.$$

Формулы перехода от координат системы $X_1O_1Y_1$ к координатам основной системы
$$\begin{cases} \bar{x} = x_1\cos\alpha - y_1\sin\alpha + x_0; \\ \bar{y} = x_1\sin\alpha + y_1\cos\alpha + y_0, , \end{cases}$$

где (x_0, y_0) – координаты центра новой системы координат.

Возьмем на наружном эллипсе произвольную точку $M(x, y)$, а на внутреннем эллипсе произвольную точку $N(\bar{x}, \bar{y})$. Квадрат расстояния между точками $M(x, y)$ и $N(\bar{x}, \bar{y})$ равен: $u = r^2 = (x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2.$

Задача заключается в нахождении для каждой фиксированной данной точки $N(\bar{x}, \bar{y})$ внутреннего эллипса такой точки $M(x, y)$ на наружном эллипсе, при которой расстояние между ними будет наименьшим.

Это задача на условный экстремум для функции двух переменных x, y с уравнением связи $\varphi(x, y) = \frac{x^2}{a_0^2} + \frac{y^2}{b_0^2} - 1$, решаемая методом множителей Лагранжа. Функция Лагранжа для этого случая:

$$L(x, y, \lambda) = (x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 + \lambda\left(\frac{x^2}{a_0^2} + \frac{y^2}{b_0^2} - 1\right). \tag{1.8}$$

Необходимое условие условного экстремума выражаются следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} L'_x(x, y, \lambda) = 2(x - \bar{x}) + \lambda\dfrac{2x}{a_0^2} = 0; \\ L'_y(x, y, \lambda) = 2(y - \bar{y}) + \lambda\dfrac{2y}{b_0^2} = 0; \\ L'_\lambda = \dfrac{x^2}{a_0^2} + \dfrac{y^2}{b_0^2} - 1 = 0. \end{cases} \tag{1.9}$$

Исключив из первого и второго уравнений системы (1.9) множитель Лагранжа λ , получаем

$$(x-\bar{x})y=\frac{(y-\bar{y})b_0^2}{a_0^2}x \quad \text{или} \quad y\left(\frac{a_0^2-b_0^2}{a_0^2}x-\bar{x}\right)=-\frac{b_0^2\bar{y}}{a_0^2}x.$$

Возведя это равенство в квадрат и, учитывая третье уравнение системы (1.9), после преобразований получаем алгебраическое уравнение четвертой степени для определения координаты $x=\tilde{x}$ стационарной точки функции Лагранжа

$$x^4-2k\bar{x}x^3-\left[a_0^2-k^2\left(\bar{x}^2+\frac{b_0^2}{a_0^2}\bar{y}^2\right)\right]x^2+2k\bar{x}a_0^2x-k^2\bar{x}^2a_0^2=0. \tag{1.10}$$

Здесь $k=\dfrac{a_0^2}{a_0^2-b_0^2}$. Решение уравнения (1.10) дает значения $\tilde{x}$, по которому из первого уравнения системы (1.9) определяется значение $\tilde{\lambda}$, а затем второго из уравнения – значение $\tilde{y}$. Точка $P_0=P(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{\lambda})$ является стационарной точкой функции Лагранжа (1.8).

В соответствии с достаточным условием экстремума получим:

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & \dfrac{2\tilde{x}}{a_0^2} & \dfrac{2\tilde{y}}{b_0^2} \\ \dfrac{2\tilde{x}}{a_0^2} & 2+\dfrac{\tilde{\lambda}}{a_0^2} & 0 \\ \dfrac{2\tilde{y}}{b_0^2} & 0 & 2+\dfrac{\tilde{\lambda}}{b_0^2} \end{vmatrix}=-4\left[\frac{\tilde{y}^2}{b_0^4}\left(2+\frac{\tilde{\lambda}}{a_0^2}\right)+\frac{\tilde{x}^2}{a_0^4}\left(2+\frac{\tilde{\lambda}}{b_0^2}\right)\right],$$

где $\tilde{\lambda}=-\dfrac{(\tilde{x}-\bar{x})a_0^2}{\tilde{x}}$, $\tilde{y}=\dfrac{\bar{y}b_0^2}{\tilde{\lambda}+b_0^2}$, $(\bar{x},\bar{y})$ – координаты выбранной точки на внутреннем эллипсе в основной системе координат XOY . Если координаты точки (x_1,y_1) выбирались в системе $X_1O_1Y_1$, то их нужно пересчитать на плоскости $(\bar{x},\bar{y})$ по формулам: $\begin{cases}\bar{x}=x_1\cos\alpha-y_1\sin\alpha+x_0; \\ \bar{y}=x_1\sin\alpha+y_1\cos\alpha+y_0.\end{cases}$

После нахождения точки $\widetilde{M}(\widetilde{x},\widetilde{y})$ искомое наименьшее расстояние от точки до наружного эллипса находится по формуле $r=\sqrt{(\bar{x}-\widetilde{x})^2+(\bar{y}-\widetilde{y})^2}$.

Таким образом, в состав математических компетенций, необходимых для формирования профессиональной компетентности будущих горных инженеров, входит:

– умение осуществлять поворот системы координат для приведения уравнения эллипса к каноническому виду и знание формул таких преобразований;

– умение исследовать функцию двух переменных на условный экстремум методом множителей Лагранжа и знание алгоритма этого метода;

– умение решать уравнение четвертой степени.

Кроме того, будущие горные инженеры должны усвоить такие математические понятия как расстояние между точками, эллипс, преобразование координат, функция Лагранжа, необходимое и достаточное условия экстремума, стационарные точки функции двух переменных.

На необходимость формирования математических компетенций будущих инженеров указывают также зарубежные ученые **(**К. Бергстен [307], Р. Билер [303], С. Брэнд [322], Г. Кайзер [322], Дж. Кортмейер [303], М. Нисс [327], П. Фрэджд [308], Н. Шапер [303] и др.)

В настоящее время в системе высшего инженерного образования особую важность приобретает повышение эффективности обучения математике посредством межпредметных связей (О. Е.Кириченко [130]) Вопросы использования межпредметных связей для формирования профессиональной компетентности студентов инженерных специальностей рассматривались в работах О. С. Билык [22], О. И. Булейко [27], С. Ю. Буриловой [29], Л. С. Васиной [33], И. В. Евграфовой [96], Е. С. Калининой [125, 126], О. Е. Кириченко [130], Л. Г. Кузнецовой [146], Е. В. Левчук [150], М. М. Мирзаевой [169], Н. В. Назаровой [175], М. Нассер [177], Ю. В. Пудовкиной [231], Г. М. Семеновой [244], В. А. Шершневой

[291] и др. Исследователями отмечается, что в системе высшего инженерного образования наиболее существенной является интеграция фундаментальной и специальной подготовки.

В то же время, не менее важными являются межпредметные связи математических и естественнонаучных дисциплин, таких как физика, теоретическая механика, физическая химия, сопротивление материалов, теоретические основы электротехники. Эти дисциплины закладывают фундамет для изучения специальных дисциплин, в ходе овладения которыми и формируется профессиональная компетентность инженеров.

Важнейшими средствами обучения математике являются современные компьютерно-ориентированные системы, которые способствуют подготовке студентов к профессиональной деятельности, формированию творческой личности [248]. Вопросам использования информационно-коммуникационных технологий в обучении математике студентов технических направлений подготовки в системе высшего профессионального образования последние годы посвящены работы многих исследователей, среди которых Н. В. Боброва [23], Н. А. Галибина [37], Е. О. Дробоштан [91], Ф. А. Ихсанова [122], Н, В. Кайгородцева [124], С. Ф. Катержина [129], А. Н. Потапова [200], О. А. Сенина [245], Л. Х. Чомаева [290], Р. П. Явич [295] и др.

Использование информационных технологий обучения математике в технической высшей школе системно рассмотрено в работе А. Н. Потаповой [200]. Ученый предложил подход к построению компьютерно-ориентированной методической системы обучения математическому анализу в техническом университете. В работе С. Ф. Катержиной исследовано развитие познавательной самостоятельности студентов технического ВУЗа при обучении математике с использованием Web-технологий [129]. Г. П. Явич в работе [295] рассматривает управление математической подготовкой студентов технического ВУЗа на основе телекоммуникационных технологий. Проблему использования информационных технологий обучения математике в инженерной школе рассматривают Е. О. Дробоштан [91] и О. А. Валиханова [31]. Е. О. Дробоштан рассматривает компьютерно-ориентированную методическую систему обучения высшей математике будущих судоводителей. Профессионально-ориентированная математическая подготовка инженеров-технологов на основе компьютерных средств обучения предложена Л. Х. Чомаевой [290].

В своей работе Н. А. Галибина [37] предлагает использовать в обучении студентов строительных направлений подготовки компьютерно-ориентированные средства обучения, в частности, программы Mathcad, Derive, Maple, Mathematica, GRAN1, GRAN2, GRAN3, Equation Grapher, Advanced Grapher, Graph, Microsoft Mathematics 4.0 и другие.

Мы согласны с мнением перечисленных авторов в том, что использование информационно-коммуникационных технологий приводит к интенсификации обучения, повышает учебную мотивацию студентов, позволяет придать процессу обучения математике профессиональную направленность. А также мы согласны с мнением Д. Ю. Ратушняк, что вместе с использованием прикладных программ в обучении математике необходимо использовать электронные учебные пособия (ЭУП), создающие условия для дальнейшей успешной профессиональной подготовки студентов [234].

Организацию самостоятельной работы студентов по общепрофессиональным дисциплинам технического ВУЗа с использованием электронных учебных пособий рассматривает О. А. Сенина [245]. Особенностью предложенного автором ЭУП является введение в его структуру блока многоуровневой базовой подготовки по математическим и естественнонаучным дисциплинам, обеспечивающего дифференциацию обучения и возможность освоения курса общепрофессиональных дисциплин студентами с разным уровнем базовой подготовки на примере электротехнических дисциплин. И. В. Ситак предлагает использовать в обучении [266] в обучении дифференциальным уравнениям бакалаврам информационных технологий электронный образовательный ресурс в виде веб-сайта, на котором размещены методические материалы для преподавателя и студентов.

Н. В. Боброва предлагает на основе электронного учебника осуществлять проектирование индивидуальных образовательных траекторий студентов учреждений среднего профессионального образования [23]. Эту же функцию, по нашему мнению, ЭУП могут выполнять и в системе подготовки будущих инженеров, причем преимущественно за счет организации самостоятельной работы студентов.

Демократизация общественной жизни вызывает поворот к гуманистическим позициям. В настоящее время проблема гуманизации и гуманитаризации высшего образования очень актуальна. Высокое качество образования определяется единством в образовательном процессе целей обучения, воспитания и развития, что позволяет обеспечить формирование не только профессиональных, но и личностных качеств студентов.

О необходимости использования личностно ориентированного подхода в качестве стратегического средства гуманизации процесса обучения при разработке современных технологий обучения говорится в работах Л. Б. Гиль [39], Л. М. Глушковой [41], О. Н. Ефремовой [105], А. Г. Пригодиной [202], М. А. Приходько [203], Е. И. Скафы [250], З. И. Слепкань [252], Н. В. Сычевой [265] и др. Особенно изменения в контексте личностно ориентированного подхода коснулись содержания математического образования и методов обучения математике. Гуманизация обучения математике предполагает такое обучение, в котором главными являются личность студента, его интересы, способности и духовный мир. Сущность гуманизации образования, в том числе и математического, заключается в признании личности каждого студента высшей социальной ценностью общества. Основой реализации принципа гуманизации является осуществление личностного подхода в обучении математике, направленность процесса обучения на удовлетворение потребностей студентов, развитие их способностей. Например, Л. Б. Гиль рассматривает развитие интеллектуальных умений и способности к саморазвитию студентов технического ВУЗа в процессе математической подготовки, как путь формирования профессиональной компетентности будущих инженеров [39].

Большое количество исследователей в своих работах применяет личностно ориентированный подход к обучению математике в техническом университете. Так, в работе Н. В. Сычевой отмечается, что для реализации личностно ориентированного обучения математике содержание должно быть дополнено процессуальной составляющей, выводящей обучающихся на позиции субъектов обучения и собственного развития, а также информацией, личностно значимой для каждого. Одним из таких личностно ориентированных дополнений прикладных математических задач, по мнению автора, является организация поисковой деятельности обучающихся [265]. О. Н. Ефремова в качестве такого содержательно-процессуального компонента самостоятельной работы студентов технических ВУЗов рассматривает интегративные проекты по математике [105].

В работе Л. М. Глушковой построена методическая система математической подготовки студентов технических ВУЗов на основе личностно ориентированного подхода, в которой предложено построение индивидуальных образовательных траекторий будущих инженеров [41]. М. А. Приходько рассматривает учебную мотивацию как средство управления личностно ориентированным обучением математике студентов аграрного университета [203]. А. Г. Пригодина рассматривает дидактическую адаптацию студентов первого курса к изучению научных понятий как необходимое условие личностно ориентированного обучения математике студентов инженерного ВУЗа [202].

По нашему мнению, для повышения эффективности обучения математике необходимо, чтобы оно было личностно ориентированным за счет повышения учебной мотивации, организации проектной поисковой деятельности студентов, а также применения деятельностного подхода к обучению. Именно такое обучение будет обеспечивать развитие каждого студента в учебной деятельности в соответствии с принципом гуманизма, согласно которому целью математической подготовки в техническом университете становится воспитание и формирование личности специалиста средствами математики, предполагает развитие интеллекта, творческих способностей, нравственных качеств студента, профессиональное самоопределение.

Анализ практики обучения математике и диссертационных исследований последних лет показывает, что уже невозможно решить ту или иную проблему исследования в области теории и методики обучения математике в рамках одного какого-либо методологического подхода. В подтверждение этого в своем исследовании О. Г. Старикова приходит к выводу, что в последнее десятилетие ученые отмечают перспективность полиподходности, полипарадигмальности в исследовательской стратегии, направленности на практический результат в педагогическом проектировании [260]. Эту же идею подтверждает В.А. Шершнева, предлагая использование в обучении математике контекстного, междисциплинарного, предметно-информационного и других подходов при ведущей роли компетентностной парадигмы. Такое сочетание подходов, по мнению автора, обеспечивает формирование всех компонентов профессиональной компетентности будущих инженеров [291].

На наш взгляд, необходимым для обеспечения эффективности обучения математике в системе высшего инженерного образования является построение методической системы обучения на основе интегративного подхода, который должен применяться в сочетании с компетентностным и деятельностным подходами, так как именно эти подходы позволяют студентам освоить способы действий их будущей профессиональной деятельности. Далее будут подробно рассмотрены указанные подходы к обучению математике и условия их комплексного применения.

Необходимость повышения качества математической подготовки специалистов инженерного профиля подтверждается многочисленными исследованиями зарубежных ученых (К. Бергстен, О. Каджестен, Дж. Энгельбречт [307], Р. Бехлер, С. Шрёбер, Р. Хохмут [315], Р. Бехлер, Ф. Реннинг [330], Л. Блэк, Дж. Видьямс, Б. Пепин, П. Эрнандес-Мартинес, Д. Харис [312], П. Бродбридж, С. Хендерсон [304, 313], Д. Грин, Дж. Уод, М. Харисон [310], Н. Грюнвальд, С. Климчук [311], К. Лаел, П. Ралстон, Дж. Хаеб, Дж. Чарикер [314], Дж. Ламборн, Б. Лох [323], Д. Лоусон, Л. Мусто [326], Дж. Мэтьюз, Б. Яворски [321], М. Хёрли [318] и др.). В их работах указывается на целесообразность использования профессиональных задач инженерной деятельности в обучении математике, решение которых основано на математическом моделировании инженерных объектов, а также на значение математики как инструмента профессиональной деятельности инженера. Особое внимание уделяется определению профессионально-ориентированного содержания обучения математике будущих инженеров.

Суммируя вышесказанное, можно сделать вывод, что основными направлениями совершенствования математической составляющей высшего инженерного образования являются:

– профессиональная направленность обучения;
– использование межпредметных связей высшей математики;
– создание ситуаций дидактического опережения;
– компетентностный подход к обучению математике;
– использование информационных технологий в обучении;
– использование наряду с компетентностным других подходов к обучению математике (интегративного, деятельностного, личностно ориентированного и др.).

1.2. Интегративный подход как методологическая основа обучения математике будущих инженеров

1.2.1. Педагогическая интеграция как психолого-педагогический феномен. Проблема интеграции в обучении имеет давнюю историю, которая важна для ее осмысления. Под интеграцией (от латинского слова integration – восстановление, восполнение) понимают объединение отдельных частей в единое целое или процесс, который приведет к такому результату [183].

Педагогическая энциклопедия дает определение интеграции как «стороны процесса развития, связанной с объединением в целое ранее разнородных частей и элементов и характеризуемой ростом объема и интенсивностью взаимосвязей и взаимодействия между элементами, их упорядочиванием и самоорганизацией в некое целостное образование с появлением качественно новых свойств» [194, с. 116].

В советской школе интеграция исследовалась в основном в форме межпредметных связей (В.Н. Максимова, И.Д. Зверев, В.Н. Федорова и др. [114, 159, 277]), которые реализовывались в двух видах – интеграции и координации предметных знаний. При этом *интеграция* в обучении понималась как создание единого, цельного из элементов разных учебных предметов и представляла собой суммирование основ наук. *Координация* же рассматривалась как согласование учебных программ по различным предметам, объединенным в циклы. С помощью межпредметных связей осуществлялась и интеграция, и координация, что способствовало достижению основной цели общего образования – всестороннему развитию личности школьника [114, 159].

Разработка проблемы межпредметных связей в качестве самостоятельного направления в педагогических исследованиях обосновывалась тем, что взаимосвязи близких по содержанию дисциплин не только обеспечивают повышение качества теоретических знаний, но и способствуют подготовке обучаемых к освоению способов действий своей будущей профессии.

При этом ученые по-разному трактуют сущность межпредметных связей, рассматривая их как: дидактические условия (В. П. Федорова, Д. М. Кирюшкин [277, с. 15-23]); проявление принципа систематичности (И. Д. Зверев, В. Н. Максимова [114, 159]); особый дидактический принцип (Н. А. Лошкарева [156]); отражение в содержании учебных дисциплин тех диалектических взаимосвязей, которые объективно действуют в природе и познаются современными науками (Ю. М. Колягин, О. Л. Алексеенко [136, с. 30-31]).

По мнению В. Н. Федоровой, межпредметные связи нельзя отнести к категории принципов обучения, так как они не являются одним из главных руководящих положений педагогической теории, которые характерны для всего процесса обучения в целом и распространяются на все учебные предметы [277, с. 29].

Н. В. Бровка предлагает использовать следующее определение: «Межпредметные связи есть педагогическая категория для обозначения синтезирующих, интегративных отношений между объектами, явлениями и процессами реальной действительности, нашедших свое отражение в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса и выполняющих образовательную, развивающую и воспитывающую функции в их органическом единстве» [25, с. 29]. Такой подход, по мнению автора, является наиболее перспективным, поскольку определение межпредметных связей как педагогической категории предполагает подведение понятия «межпредметные связи» под более широкое родовое понятие «межнаучные связи», является производным от общего родового понятия «связь» как философской категории, тем самым отражает диалектическую взаимосвязь единичного и общего и даст возможность рассматривать их как средство педагогической интеграции [25, с. 52-53].

Межпредметность наряду с предметностью рассматривается учеными как принцип дидактики. Причем, по мнению российских педагогов, межпредметность проявляется в теоретическом плане, а предметность – в практическом. При этом интеграция рассматривается как единство предметности и межпредметности [87, с. 61].

Межпредметная интеграция в учебном процессе технического ВУЗа исследовалась Ю. В. Пудовкиной [231] и С. Ю.Буриловой [29]. Элементной базой такой интеграции считает С. Ю. Бурилова, являются межпредметные связи, которые проявляются при формировании сложных познавательных действий у студентов.

Исследованию предметности или дисциплинарности, наряду с междисциплинарностью, посвящены и многие работы зарубежных ученых. При этом выделяется также понятие мультидисциплинарности или мультипредметности. Это происходит в том случае, когда к изучению одного объекта привлекаются различные дисциплины.

Типичный пример использования мультипредметного подхода, например, изучение скорости и времени в математике и физике (Райордэн и др., [329]). Понятие «скорость» выступает здесь как своеобразный фокус, в котором другие предметы собираются вместе. В таких мероприятиях разные предметы могут начать взаимопроникать и интегрироваться. Наука и математика становятся континуумом, и интеграция должна быть сосредоточена на «темах» ([299, 320]). «Тема» является концепцией, задачей или проблемой, обеспечивающей как фокусную, так и организационную структуру. Темы должны быть хорошо продуманы и обеспечивать «метакогнитивный бонус» – мощную сквозную идею (Акерман [299, с. 29]). «Темы» должны соответствовать трем критериям:

а) должны быть понятны обучаемым и важны для отдельных дисциплин;

б) должны быть междисциплинарными, обучение им должно улучшить усвоение понятий;

в) должны обеспечить потенциал, чтобы распознавать и понимать большие проблемы и выходить за рамки объекта каждой дисциплины.

В курсе высшей математики, читаемом студентам инженерных направлений подготовки и специальностей, такой «темой» может являться векторная алгебра и само понятие вектора, которое используется в качестве объекта во всех естественнонаучных дисциплинах.

В конце XX в. интеграция рассматривается как одна из важнейших педагогических категорий и признается принципом дидактики. Межпредметные связи способствуют систематическому взаимодействию учебных дисциплин, а не существуют отдельно от них. Интеграцию начинают рассматривать как «меру упорядоченности, организованности, целостности образования как такового» [87, с. 62], признавая тем самым межпредметность как неотъемлемую часть предметности, а их слияние – проявлением интеграции в образовании.

Взаимное проникновение различных областей познания, техники и культуры как проявление глубоких интеграционных процессов выражается в возникновении и развитии различных интегративных программ, интегративных курсов, методики интегрированных уроков, интегрированных учебных дней и т. д. За рубежом, например, такие виды интеграции реализуются в следующих проектах:

– «Плавание в биологии и технике» – комбинированная крупноблочная программа, объединяющая спорт, биологию, физику и технику, созданная на основе межпредметных тем в Институте педагогики в Кьеле (Германия);

– «Проект интегрированного курса гарвардских физиков», где «ядром» является физика, которая «интегрируется» с историей, философией, искусством и литературой;

– «Проект научного учебника Сиднейского университета», который «интегрирует» астрономию, физику, химию, биологию, геологию и ставит своей целью усвоение категорий, которые являются общими для названных предметов, но рассматриваются в каждом предмете с разных позиций [25].

О неограниченных возможностях педагогического интегрирования свидетельствует большое количество работ, касающихся интеграции различных дисциплин. Альтернативу многопредметности в школе многие педагоги видят в интеграции родственных учебных предметов. Так, в курсе геометрии средней школы изучается вычисление площадей плоских фигур и поверхностей, объемов пространственных тел с использованием формул геометрии, а в курсе алгебры и начал анализа – с использованием определённого интеграла. Проиллюстрируем это на примере.

Задача 1.3. Найти объём шара радиуса R.

В курсе геометрии в распоряжении учащихся есть формула, позволяющая вычислить объем V шара радиуса R:

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3. \qquad (1.11)$$

В курсе алгебры и начал анализа шар рассматривается как тело, образованное вращением полукруга вокруг одной из координатных осей. Если тело получено путём вращения криволинейной трапеции образованной линиями $y = y(x),\ \ x = a,\ \ x = b,\ \ y = 0$ вокруг оси Оx, то для вычисления объема этого тела используется формула (см. рис. 1.3)

$$V = \pi \int_a^b y^2(x)dx. \qquad (1.12)$$

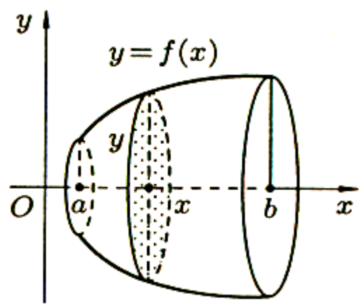


Рисунок 1.3 – Изображение тела вращения в декартовой системе координат

Шар с центом в начале координат и радиусом R описывается в декартовой системе координат неравенством (см. рис. 1.4)

$$x^2 + y^2 + z^2 \le R^2. \tag{1.13}$$

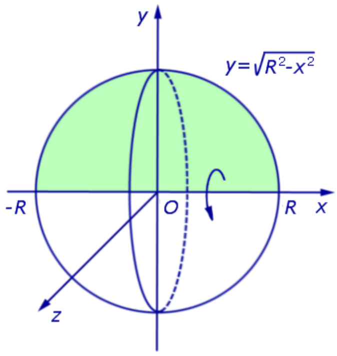


Рисунок 1.4 – Изображение шара радиуса *R* в декартовой системе координат

Проекцией этого шара на плоскость *x*O*y* является круг, описываемый неравенством, полученным из (1.13) при $z = 0$:

$$x^2 + y^2 \le R^2. \tag{1.14}$$

Разрешая (1.14) относительно переменной *y*, получаем

$$0 \le y \le \sqrt{R^2 - x^2}\,. \tag{1.15}$$

Таким образом, криволинейная трапеция, при вращении которой вокруг оси O*x* образуется шар, это полукруг, ограниченный линиями, получаемыми из (1.15) при замене знаков неравенств на знак равенства:

$$\begin{cases} y = 0; \\ y = \sqrt{R^2 - x^2}. \end{cases} \tag{1.16}$$

Пределы интегрирования $x = \pm R$ получаем, решая систему (1.16). Объем шара вычисляем по формуле (1.12):

$$V = \pi \int_{-R}^{R} (R^2 - x^2)dx = \pi \left(R^2 x - \frac{x^3}{3} \right)\Bigg|_{-R}^{R} = 2\pi \left(R^3 - \frac{R^3}{3} \right) = \frac{4\pi}{3} R^3.$$

Результат совпадает с формулой (1.11).

Поиски решения проблемы интеграции школьных курсов алгебры и геометрии в настоящее время ведутся в двух основных направлениях:

- внутрипредметная интеграция (интеграция алгебраических и геометрических методов) при решении задач;

- разработка и внедрение в обучение интегрированных курсов математики и интегрированных учебно-методических комплексов.

Разработке интегрированного курса алгебры и геометрии для обше-образовательной средней школы посвящены исследования Г.Н. Солтана [256], который разработал концепцию интеграции курсов алгебры и геометрии в базовой школе, построил модель интеграции и реализовал ее при создании учебно-методических комплексов [25].

Интеграции курсов алгебры и геометрии посвящено также исследование О. В. Янущик [297]. Автор отмечает, что одной из важных составляющих интеграции является определение её системообразующего фактора – основания для объединения. В качестве системообразующего фактора интеграции О. В. Янущик предложена содержательно-методическая линия неравенств. Это обусловлено тем, что неравенства применяются как в математике, так и в физике. Совокупность знаний, умений и навыков, относящихся к изучению способов решения неравенств, тесно связана с вычислением, алгоритмом, логикой и т. д. [297].

В нашем исследовании системообразующим фактором интеграции высшей математики и других дисциплин в системе высшего инженерного образования может выступить понятие вектора и раздел «Векторная алгебра», в котором оно изучается. Это связано с тем, что векторные величины активно используются практически во всех дисциплинах, изучаемых будущими инженерами.

Проблема интеграции алгебраического и геометрического методов в содержании обучения математике в средней школе посвящено исследование Л. С. Капкаевой [128]. Автором указаны следующие формы проявления этой интеграции: совокупность алгебраического и геометрического методов решения одной и той же задачи, упорядоченность и установление взаимосвязей между этими методами, а также организация системы, представляющей собой организованное множество алгебраических и геометрических методов и их приемов. Главная роль в этой системе отводится задачам.

Одной из инновационных форм работы в современной школе стало введение метапредметов, важнейшей особенностью которых является интегративность, так как они строятся на материале сразу нескольких учебных дисциплин. Такой подход ориентирован на реализацию идей «мыследеятельной педагогики», которая определяется Ю.В. Громыко как педагогика формирования мыслительных способностей (целеполагания, понимания, рефлексии и др.) [83]. «Метапредмет» определяется как особая форма работы с содержанием образования, а его нацеленность на формирование способностей определяет, как пишет Ю.В. Громыко, его универсальный, надпредметный характер [83].

В своем исследовании А.В. Теремов сформулировал метапредметную концепцию интеграции содержания естественнонаучного и гуманитарного образования школьников, ядром которой стали категории общефилософского, общенаучного и частнонаучного уровней, детерминирующие взаимодействие психологических, педагогических, социальных и экологических факторов становления образовательного пространства личности школьника [270].

А.В. Теремов считает, что введение в 2003 году в базисный учебный план общего среднего образования Российской Федерации понятия образовательной области, представляющей объединение нескольких учебных предметов, свидетельствовало о том, что интегративные процессы в школьном образовании начали оказывать влияние на образовательную политику государства. Образовательная область открыла возможности для сближения предметных областей и построения интегративных курсов, в которых удельный вес предметов одного или нескольких циклов становится примерно одинаковым, а их взаимопроникновение выводит содержание общего среднего образования на уровень метапредметной интеграции [270].

Л. И. Селякова рассматривает методику обучения алгебраическим структурам в условиях фундаментализации образования, при этом понятие «алгебраическая структура» выступает в роли метапредметного понятия, позволяющего фундировать содержания обучения алгебре [243]. Подобные процессы могут осуществляться и в системе ВПО технических направлений подготовки, если математические и естественнонаучные дисциплины будут рассматриваться как единая предметная область, создающая фундамент для профессиональной подготовки будущих инженеров. Ядром такой интеграции может стать формирование метапредметных понятий и способов деятельности. В качестве категорий общефилософского, общенаучного и частнонаучного уровней таких понятий могут выступать математические понятия «матрица», «вектор», «производная», «интеграл» и другие, имеющие метапредметный характер не только в рамках естественнонаучных, но и гуманитарных дисциплин.

В контексте нашего исследования заслуживает внимания точка зрения Л. П. Слободской, состоящая в том, что интеграция учебных дисциплин имеет смысл, если они удовлетворяют условиям:

1) изучаемые в рамках учебного предмета объекты либо совпадают, либо достаточно близки;

2) в интегрируемых учебных предметах используются одинаковые или близкие методы исследования;

3) дисциплины строятся на общих закономерностях, общих теоретических концепциях [253].

Именно этим условиям удовлетворяют высшая математика и естественнонаучные дисциплины, что делает не только возможной, но и целесообразной их интеграцию. Все они направлены на изучение инженерно-технических объектов с помощью одного из универсальных методов – метода математического моделирования, основываясь на физических законах и математических теоретических положениях, что позволяет рассматривать их как интегрированную фундаментальную базу подготовки инженеров в высшей профессиональной школе.

Необходимость перехода от использования межпредметных связей в учебном процессе к использованию понятия интеграции можно объяснить тем, что в силу многообразия межпредметных связей было затруднено решение основных образовательных задач.

Межпредметные связи представляют собой выраженное во всеобщей форме, осознанное отношение между элементами структуры различных предметов [114, с. 46]. Это говорит о том, что если фундаментом процесса обучения является интеграция, то средствами такой интеграции являются межпредметные связи во всем их многообразии.

Исходя из анализа научных работ в области педагогики, Л.Л. Багова определяет межпредметную интеграцию как естественную взаимосвязь наук, учебных дисциплин, предметов, отдельных разделов и тем на основе объединяющей идеи последовательного, всестороннего раскрытия изучаемых процессов и явлений [12].

Интеграцию гуманитарных и технических дисциплин как процесс формирования целостности, сопровождающийся определенными изменениями ранее разрозненных элементов, определяет О. Г. Каверина, которая рассматривает понятие «интеграция содержания гуманитарного образования» как единство содержательной и процессуальной сторон обучения и характеризует структуру содержания профессиональной коммуникации на всех уровнях ее формирования [123].

Использование интеграции в обучении математике рассматривалось во многих работах зарубежных ученых таких как Дж. Ахерн, В. Вебер, А. Сандманн, К. Черняк [305], К. Бейкер, К. Парк [300], Д. Берлин, Х.Ли [302], Дж. Вильямс, Э. Хоуз [312], Дж. Джонстон, М. Риодэйн, Г. Уолш [329], М. Джордж, П. Томаскати [309], Д. Дэвисон, К. Миллер [306], Д. Канева, Д. Свансон [317], Э. Лопез [324], Д. Мезани, Х. Мейер, К. Стинсон, С. Хакнес, Дж. Столвэз [333], Х. Мэрл, В. Мюнье [325], Г. Пирсон, М. Хани, Г. Швайнгрубер [316], В.-М. Роз [331] и др.

Различные аспекты проблемы интеграции стали объектом исследования и активно обсуждались на Международном конгрессе по математическому образованию (Гамбург, Германия, 2016 г.). Как отмечается в протоколе этого Конгресса, особое внимание ученых привлекают следующие дидактические проблемы:

– взаимосвязи преподавания математических дисциплин с их приложением к решению конкретных задач;

– формирование умений и навыков учащихся и студентов по решению реальных проблем средствами математики [328].

Большое внимание на Конгрессе было уделено путям реализации межпредметных связей математики, общеобразовательных и профессионально-ориентированных дисциплин [319]. Было подчеркнуто, что особое внимание уделяется пропедевтике обучения специальным дисциплинам при изучении математики, выявлению их внутрипредметных закономерностей, возможностям использования алгоритмических подходов, физической и математической постановке проблемы, а также решению типовых задач, анализу полученных результатов.

В материалах Конгресса подчеркивается, что междисциплинарное преподавание и обучение – это не новая педагогическая реформа. Преимущества, связанные с пониманием студентами содержания образования с разных точек зрения, стали очевидными благодаря многим исследованиям [319]. В.-М. Роз определяет междисциплинарность как качество или состояние объединения двух или более академических областей или отраслей обучения. Междисциплинарные проекты имеют тенденцию пересекать традиционные границы между академическими дисциплинами [331, стр. 317]. В частности, когда говорят о междисциплинарном преподавании и обучении математике, то интеграция науки, технологии, инженерии и математики (Science,Technology, Engineering and Mathematics (STEM)) стала синонимом для «двух или более академических областей» в рамках одного урока, курса или интегрированной программы [319].

Содействие STEM-образованию как интегрированной учебной программе теперь является центральным аспектом образовательной политики во многих странах мира с целью подготовки обучаемых для более продвинутого научно-технологического общества. Реализация этой программы на уровне школ и университетов по-прежнему остается сложной задачей и исследования такого обучения ведутся во всех странах. Например, в недавно опубликованном отчете о статус-кво STEM-образования в Европе ([317]), указывается на то, что STEM-образование в школе в основном более ориентировано на теорию, чем на практику.

Подводя итог анализу понятия «интеграция» применительно к образовательным системам следует отметить, что исследования, проводимые в России и за рубежом, подтверждают важность интеграции в сфере образования в целом и в процессе преподавания математики в частности.

В приложении А приведены различные определения понятия «интеграция» применительно к образовательным системам.

И.Н. Козловская рассматривает законы и закономерности педагогики в контексте дидактической интегрологии. В результате своего исследования ученый приходит к выводу, что значительное количество закономерностей, принципов и характеристик интегративных процессов в образовании можно дедуцировать как последствия базовых законов интеграции. Основой для их формулировки является синергетический подход к действительности и выделению атрибутивных признаков интеграции [134].

И.Н. Козловской приводятся следующие законы интеграции знаний и ее последствия.

1. Закон коррелятивности: элементы интеграции должны иметь свойства, которые обеспечивают их способность к согласованному взаимодействию.

2. Закон императивности: процесс является интегративным тогда и только тогда, когда выполняются такие условия:

1) появление качественно новых свойств в результате интеграции;

2) наличие системно-структурного характера интегрированного объекта;

3) сохранение индивидуальных признаков элементов интеграции;

4) существование нескольких стабильных состояний интегрированного объекта.

3. Закон дополнительности: интегративные процессы вызывают процессы дифференциации (и наоборот) [134].

Основные тенденции интегративных процессов в мировом образовании рассмотрены А.П. Лиферовым. Ученый, рассматривая интернационализацию и интеграцию в качестве основных тенденций развития образования на современном этапе, указывает на необходимость учета интегративных проявлений на всех этапах проектирования и организации обучения [153].

Подводя итог рассмотрению понятия «педагогическая интеграция» следует отметить, что в психолого-педагогических исследованиях выделяют следующие его характеристики:

– уровни (внутрипредметный, межпредметный, метапредметный);

– виды интеграции (бидисциплинарная, мультидисциплинарная);

– типы (общеметодологический, общенаучный, частнонаучный);

– педагогические функции (методологическая, мировоззренческая, мотивационная, культурологическая, развивающая, структурообразующая, координационная, проектировочная) [25, с. 16].

Как системное явление интеграция обладает сложной структурой, которая определяется внутренними связями между составляющими её элементами. Эти связи определяются множеством объектов, изучаемых математическими и естественнонаучными дисциплинами, общими методологическими подходами к построению в сознании студента фундаментального базиса инженерного образования.

В контексте обучения математике интеграция рассматривалась в следующих аспектах:

– интеграция алгебраического и геометрического методов в среднем математическом образовании (Л. С. Капкаева [128]);

– формирование учебных компетенций учащихся основной школы на основе интеграции математики с предметами естественнонаучного цикла (Т. В. Сергеева [246]);

– интеграция теории и практики в обучении математическому анализу (Н. В. Бровка [25]);

– интеграция содержания общеобразовательных, профессиональных, специальных и естественнонаучных дисциплин в высшем техническом профессиональном образовании (В. В. Кондратьев [139]);

–интеграция знаний по математике и специальным дисциплинам (Л. С. Васина [33]);

– интеграция естественно-математической и специальной подготовки (Е. В. Левчук [150]);

– обучение математике на основе междисциплинарной интеграции (Г. М. Семенова [244], В. Н. Шершнева [291]);

– межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом ВУЗе (О. Е. Кириченко [130]);

– интеграция фундаментальной и профессиональной подготовки в процессе изучения физико-математических дисциплин будущими врачами (Н.В. Стучинская [263]).

Однако, в описанных работах не ставилась задача разработки научно-теоретических основ и методики интеграции математики и естественнонаучных дисциплин в системе высшего инженерного образования. В. И. Алексеев рассмотрел проблемы интеграции естественнонаучных дисциплин в высшем техническом образовании. Автор считает, что для совершенствования естественнонаучной подготовки в рамках профессионального образования необходима не ранняя специализация через включение фрагментов сведений из профессиональных предметов, а перенос особенностей профессиональной деятельности в процесс обучения, т.е. формирование умений при анализе ситуаций выполнять комплекс мыслительных операций, аналоги которого, в той или иной степени, будут применять специалисты в своей профессиональной деятельности [5].

По нашему мнению, такой подход может быть применен также и в обучении математике будущих инженеров. Опираясь на трактовку межпредметной интеграции, данную А. В. Теремовым [270, с. 14], определим *интеграцию математических и естественнонаучных дисциплин в системе высшего профессионального образования как проектирование и реализацию содержания математических и естественнонаучных учебных дисциплин, способов деятельности, организационных форм и методов обучения, наиболее адекватных целостному восприятию студентами объектов, предметов, явлений и процессов их будущей профессиональной деятельности, способствующих повышению уровня их математической подготовки.*

Интеграция математических и естественнонаучных дисциплин устанавливается на межпредметном уровне и относится к мультидисциплинарному типу, так как предусматривает множественные междисциплинарные связи между учебными дисциплинами, как показано на рисунке 1.5.

На основании определения интеграции теории и практики обучения математике, данного Н. В. Бровкой [25, с. 23], в нашем исследовании будем опираться на следующее определение: *интеграция теории и практики обучения высшей математике будущих инженеров – это целенаправленное объединение, согласование и упорядочение теоретических положений и способов практической деятельности в предметной области математических дисциплин в системе высшего инженерного образования*.

По мнению Н. В. Бровки, интеграция теории и практики процесса обучения студентов математике может осуществляться в двух направлениях: от теории к практике и от практики к теории [25]. На необходимость такой интеграции указывается также в работе О.Н. Гончаровой и Е. А. Стус [46].

Математические дисциплины

1. Высшая математика
2. Высшая и прикладная математика
3. Математика
4. Высшая математика, линейная алгебра и аналитическая геометрия
5. Высшая математика, математический анализ
6. Высшая математика, дифференциальные уравнения
7. Теория вероятностей и математическая статистика
8. Теория вероятностей и случайные процессы
9. Специальные разделы математики

Естественнонаучные дисциплины

1. Физика
2. Теплотехника
3. Теоретические основы электротехники
4. Физическая химия
5. Теоретическая механика
6. Техническая механика
7. Химия
8. Экология
9. Геология и геоморфология
10. Химия с основами биогеохимии

Рисунок 1.5– Математические и естественнонаучные дисциплины в системе высшего инженерного образования

На рисунке 1.6 показаны основные типы теоретических положений и способов деятельности высшей математики, которые возможно сформировать на уровне внутрипредметной интеграции.

Основываясь на определении метапредметной интеграции, данном Ю. В. Громыко [83], определим также понятие *метапредметной интеграции в обучении математике будущих инженеров как особую форму работы с содержанием обучения математике, направленную на формирование математических понятий и умений обучаемых, имеющих универсальный, надпредметный характер.*

Рисунок 1.6 – Основные теоретические положения и способы деятельности высшей математики

Реализация метапредметной интеграции в обучении математике будущих инженеров нами видится в двух направлениях: 1) формирование математических понятий, имеющих метапредметный характер; 2) формирование метапредметных умений.

На рисунке 1.7 показаны метапредметные понятия курса высшей математики и естественнонаучные дисциплины, в которых эти понятия используются.

На рисунке 1.8 показана система умений, формируемых при обучении высшей математике, среди которых особое место занимают метапредметные умения. Это, прежде всего, общеметодологические умения, определяющие способность обучаемых к использованию общенаучных методов познания.

Не менее важными являются методические умения, позволяющие организовывать обучаемым свою учебную деятельность. Это умения выполнять действия рефлексии, самоконтроля, самооценивания, планирования своей деятельности.

Рисунок 1.7 – Метапредметная интеграция на уровне математических понятий

Е. М. Натырова в работе [178] рассматривает формирование универсальных учебных действий обучающихся в системе математической подготовки «старшая школа – ВУЗ».

Особую группу умений, позволяющих обучаемым строить поисковые стратегии при решении задач, являются эвристические умения (Е.И. Скафа [250]). Это умения использовать в своей мыслительной деятельности действия, называемые эвристиками, такие как синтез, анализ, аналогия, обобщение, классификация, подведение под понятие и многие другие. Овладение описанными действиями позволит студенту достичь больших успехов не только при изучении математических, но и других дисциплин в системе высшего инженерного образования.

Таким образом, необходима разработка теоретико-методологических основ и методики интеграции в системе высшего инженерного образования на трех уровнях:

Рисунок 1.8 – Умения, формируемые в обучении высшей математике студентов инженерных направлений подготовки

– на внутрипредметном уровне: теории и практики в обучении высшей математике студентов технических направлений подготовки;

– на межпредметном уровне: высшей математики и естественнонаучных дисциплин в системе высшего инженерного образования;

– на метапредметном уровне: формирования метапредметных понятий и способов действий в обучении высшей математике.

1.2.2. Направления реализации интегративного подхода в обучении математике будущих инженеров. Понятие интегративного подхода к обучению в системе ВПО в последние годы рассматривается применительно к различным целям и предметным областям:

– формирование профессиональной компетентности студентов направления подготовки бакалавров «филология» на основе интегративного подхода (М. А. Адамко [3]);

– интегративный подход к обучению математическому анализу будущих учителей математики (Н. В. Бровка [25]);

– развитие духовно-нравственного потенциала будущего учителя в процессе профессиональной подготовки в ВУЗе на основе интегративного подхода (Н. И. Джегутанова [90]);

– интегративный подход к формированию готовности студентов высших технических учебных заведений к профессиональной коммуникации (О. Г. Каверина [123]);

– интегративный подход к проведению занятий по математическим дисциплинам в ВУЗах МЧС России (Е. С. Калинина [126]);

– формирование профессиональной компетентности у будущих менеджеров индустрии туризма на основе интегративного подхода (Т. М. Лобышева [154]);

– формирование поликультурной компетентности будущих педагогов в ВУЗе на основе интегративного подхода (Л. И. Максимова [160]);

– формирование готовности будущих учителей начальных классов к преподаванию иностранного языка на основе интегративного подхода (Л. М. Морозова [173]);

– интегративный подход к формированию профессиональной компетентности студентов – будущих специалистов по рекламе (М. А. Николаева [180]);

– интегративный подход к информационной подготовке студентов колледжа (В. Н. Орлова [190]);

– активизация учебной деятельности студентов художественно-графических факультетов на основе интегративного подхода (И. А. Разуменко [233]);

–развитие информационно-технологической компетентности будущих инженеров лесного хозяйства на основе интегративного подхода к обучению (О. М. Самохвалова [239]);

– формирование методической компетенции бакалавра педагогики в области иностранных языков на основе интегративного подхода (А. В. Ходыкина[282]);

– графическая подготовка будущих инженеров в ВУЗе на основе интегративного подхода (Г. К. Хубетдинов [285]);

– интегративный подход к организации эстетического воспитания студентов в ВУЗе (Л. М. Царева [286]);

– подготовка учителя начальных классов к обучению математике на основе интегративного подхода (А. Л. Чекин [288]) и др.

В своих работах ученые по-разному определяют интегративный подход в образовании. Так, М. А. Адамко определяет содержательные аспекты интегративного подхода в вузовском процессе обучения через составляющие его компоненты: интегрирующая единица – художественный текст, межпредметные связи дисциплин гуманитарного цикла, интегрированный курс «Эстетические свойства слова и их анализ в русском и английском языках» [3].

По нашему мнению, в качестве содержательных аспектов интегративного подхода в обучении математике будущих инженеров могут выступить:

– интегрирующая единица – учебные задачи, носящие межпредметный, интегративный характер;

– межпредметные связи дисциплин математического и естественнонаучного цикла;

– электронное учебное пособие «Математика в профессиональной деятельности инженера».

Интегративный подход к обучению математическому анализу будущих учителей математики Н. В. Бровка определяет как обеспечение интеграции теории и практики в обучении средствами межпредметных связей, которые разделяет на междисциплинарные, внутридисциплинарные и трансдисциплинарные [25].

Интеграция теории и практики в обучении математическим дисциплинам приобретает особое значение в инженерном образовании, так как позволяет усилить профессиональную направленность обучения, способствуя повышению качества математической подготовки студентов, а значит и формированию профессиональной компетентности будущих инженеров.

Л. Л. Багова суть интегративного подхода видит в обеспечении интеграции предметов естественно-математического цикла, а средство – выделение системы категориальных знаний – обобщенных межпредметных понятий, формирующих язык каждой образовательной области [13].

В обучении математике роль категориальных знаний выполняют метапредметные понятия, которые используются не только естественнонаучными дисциплинами, но и имеют обобщенный межпредметный смысл. Таким понятием является, например, понятие «вектор». Не секрет, что векторные величины изучаются всеми естественнонаучными дисциплинами, кроме того, и в гуманитарных областях используется это понятие для обозначения многокомпонентности феномена или его направленности (например, «вектор политики» и др.).

Н. И. Джегутанова рассматривает интегративный подход в единстве его четырех направлений: межпредметной, внутрипредметной, межличностной и внутриличностной интеграции [90]. Эти же направления реализации интегративного подхода рассматривает и М. А. Николаева, определяя его как совокупность форм и методов, характеризующих процесс и результат становления профессиональной компетентности, сопровождающийся ростом системности знаний, комплексности умений студента, которые выражаются в теоретической и практической подготовленности и способствуют всестороннему развитию личности.

Считаем целесообразным кроме межпредметной и внутрипредметной интеграции рассматривать также метапредметную, направленную на формирование метапредметных понятий и умений. Что же касается личностной и межличностной интеграции, то вовлечение студентов, как в индивидуальную, так и коллективную учебную деятельность на основе деятельностного подхода позволит обеспечить её направления.

Еще одно определение интегративного подхода в обучении дает О.Г. Каверина применительно к формированию готовности студентов к профессиональной коммуникации, рассматривая его как процесс установления связей между относительно независимыми ранее предметами, процессами, явлениями [123].

Следует отметить, что термин «подход к обучению» (approach (англ.) – подход, подступ) был введен в научный обиход английским методистом А. Энтони в 1963 году для обозначения исходных положений, которыми пользуется исследователь при проектировании и организации обучения. Будучи компонентом системы обучения, подход к обучению выступает в качестве самой общей методологической основы обучения, характеризуя существующие взгляды на предмет обучения и возможности овладения им в процессе обучения, и не может трактоваться как процесс [98].

В основу интегративного подхода Е.С. Калининой положены принципы межпредметного взаимодействия математических, естественнонаучных, специальных дисциплин и информационных технологий [126]. Мы же считаем целесообразным рассматривать межпредметное взаимодействие математических и естественнонаучных дисциплин для создания фундаментального базиса инженерного образования, а информационно-коммуникационные технологии применять для разработки электронных средств обеспечения такой интеграции.

Т..М. Лобышевой интегративный подход в системе высшего профессионального образования рассматривается как: интеграция на уровне отдельных предметов (естественнонаучных, гуманитарных, общепрофессиональных, специальных); интеграция на уровне программ профессиональной подготовки; интеграция ВУЗа и производства; интеграция науки и производства [154]. Учитывая, что целью нашего исследования является разработка методики обучения математике, то из предложенных Т. М. Лобышевой приемлемым является «мультидисциплинарная интеграция на уровне отдельных предметов».

Л. И. Максимова рассматривает интегративный подход как ведущий методологический принцип, способный стать решающим фактором успешности процесса формирования поликультурной компетентности у будущих педагогов [160].

Мы согласны с Л. И. Максимовой, что интегративный подход к обучению математике, применяемый одновременно с другими подходами (компетентностным, деятельностным и др.), должен выступать как ведущий методологический принцип. Это позволит повысить качество не только математической, но и естественнонаучной подготовки будущих инженеров, создавая предпосылки для формирования их профессиональной компетентности.

Интегративный подход в обучении, по мнению Л. М. Морозовой, является специфической формой обеспечения комплексности, целостности знаний обучающихся, формирования у них системного мышления и научного мировоззрения. При этом Л. М. Морозовой определен интегративный подход в обучении как система методов, приемов осуществления интеграции знаний, обеспечивающая формирование у учащихся целостной системы знаний и целостной картины мира [173].

По нашему мнению, наряду с обеспечением целостности знаний обучающихся, не менее значимым является формирование у них системы способов деятельности, включая и метапредметные, что с успехом может быть реализовано при сочетании интегративного и деятельностного подходов.

Понятие интегративного подхода в контексте информационной подготовки студентов колледжа В. Н. Орловой определено как взаимодействие субъектов образовательного процесса, базирующееся на интеграции информатики и специальных дисциплин и направленное на личное образовательное приращение обучаемого, интегрированное на основе внутреннего и внешнего образовательных продуктов его учебной деятельности, выраженных соответственно в обученности студента колледжа информатике, профессиональной направленности применения информационно-коммуникационных технологий [190].

И. А. Разуменко в качестве организационно-педагогических условий реализации интегративного подхода при изучении графических дисциплин выделяет интеграцию общепрофессиональных, специальных и графических дисциплин, а также организацию творческой и проектной самостоятельной работы студентов, носящей междисциплинарный характер [233].

О. М. Самохвалова предлагает реализовывать интегративный подход к обучению дисциплинам информационной и предметной подготовки на уровне межпредметных связей и дидактического синтеза, включающего разработку и внедрение в учебный процесс интегративных курсов, использование интегративных форм проведения лекционных и лабораторных занятий в совокупности с активными методами обучения [239].

Интегративный подход как базисная категория методической подготовки бакалавра педагогики, по мнению А. В. Ходыкиной, представляет собой комплекс структур и механизмов, направленных на формирование языковых навыков, развитие профессионально-коммуникативных умений, а так же профессионально-личностных качеств будущих учителей иностранного языка посредством использования системы междисциплинарных связей [282].

Г. К. Хубетдинов, определяя теоретико-методологическую основу решения проблемы определения содержания графической подготовки, предлагает использовать системный, деятельностный, задачный, этапный подходы при ведущей роли интегративного подхода. При этом основу содержания графической подготовки составляют интегративные знания и умения, инвариантные для графических и инженерных задач; разработанная система задач направлена на поэтапное формирование интегративных знаний, умений в процессе графической подготовки студентов; компьютерные технологии выступают в качестве средства формирования интегративных графических знаний и умений студентов, обеспечивают повышение эффективности графической подготовки [285].

Как уже отмечалось, при разработке методики обучения математике будущих инженеров можно использовать интегративный подход в сочетании с деятельностным подходом при ведущей роли компетентностной парадигмы. Мы также считаем, что основу содержания математической подготовки должны составлять интегративные знания и умения, инвариантные для математических и инженерных задач. Однако компьютерные технологии мы предлагаем использовать как средство обеспечения интеграции математических и естественнонаучных дисциплин в системе высшего инженерного образования.

А. Л. Чекиным обосновывается понятие интегративного подхода в образовании, сущность которого заключается в выделении каждом рассматриваемом процессе или явлении образовательной сферы всех интеграционных проявлений с последующим их использованием в качестве катализатора эффективности соответствующего образовательного процесса [288].

Обобщая рассмотренные определения, под *интегративным подходом к обучению математике студентов инженерных направлений подготовки* *будем понимать базисную категорию профессиональной подготовки будущего инженера, представляющую собой комплекс методов, организационных форм и средств обучения, направленных на повышение эффективности математической подготовки будущих инженеров посредством обеспечения внутрипредметной, межпредметной и метапредметной интеграции.*

Рассмотрим подробнее особенности применения интегративного подхода к обучению математике будущих инженеров в сочетании с деятельностным и компетентностным подходами.

1.2.3. Особенности сочетания интегративного с другими подходам к обучению математике в высшей инженерной школе. Одним из подходов, применяемым к обучению математике в системах общего и профессионального образования на всех его уровнях, является деятельностный подход. К проблеме развития идей деятельностного подхода в методике обучения математике обращались такие отечественные ученые и исследователи из ближнего зарубежья как Ю. В. Абраменкова [1], А. М. Биярсланова [21], Н. А. Галибина [37], М. В. Дербуш [89], Е. Г. Евсеева [107], Н. Н. Егорова [102], О. Б. Епишева [103], О. Б. Желавский [108], А. А. Задкова [111], Т. А. Иванова [116], З. И. Исаева [120], О. А. Малыгина [162], Л. И. Новицкая [185], А. А. Папышев [192], М. А. Родионов [236], З. И. Слепкань [252], С. Н. Суханова [264], А. Р. Черняева [289] и др.

Дятельностный подход в обучении математики развивают и зарубежные ученые такие как Ф. Дюа, Соломон [332], Э. Крофт [321, 332], Д. Лаусон И. Дж. Мэтьюз, Б. Яворски, К. Робинсон [321], С. Трэфет-Томас [334] и др.

В работах многих авторов использование деятельностного подхода в обучении математике рассматривается на материале средней школы в четырех вариантах: 1) создание ситуации самостоятельного открытия и усвоения способов деятельности; 2) выделение совокупности действий, адекватных их предметному содержанию; 3) проектирование и организация учебной деятельности; 4) деятельностный подход как одна из составляющих методологии методики обучения математике. Так, О. Б. Епишева [103] рассматривает деятельностный подход как теоретическую основу проектирования методической системы обучения математике в средней школе. О. Б. Епишевой спроектирована система целей математического образования в терминах учебных действий, соответствующая система обобщенных типов учебных задач и приемов учебной деятельности, обеспечивающих достижение спроектированных целей.

Теоретико-методические основы обучения высшей математике на основе системно-деятельностного подхода в высшей технической школе разработаны О. А. Малыгиной [162]. Исследователем предлагается внедрить в учебный процесс технического университета экспериментальное обучение, в процессе которого формируются два типа знаний: математические и методологические. К методологическим относятся знания о деятельности в качестве основы получения новых знаний, знания о методах научного познания, такие как метод системного анализа, метод математического моделирования, синтеза, построения гипотезы, доказательства. По нашему мнению, в работе О. А. Малыгиной акцент делается на освоении студентами деятельности структурного анализа и математического моделирования, и недостаточно внимания уделяется освоению обобщенных способов математической деятельности, особенно с учетом её интегративной составляющей.

Проведенный нами анализ диссертационных работ по проблеме обучения математике показал, что во многих из них декларируется, что разработка методической системы обучения происходит на методологической основе деятельностного подхода, хотя ключевые требования применения этого подхода к обучению не соблюдаются.

Так, в работе Г. С. Пастушок [193], посвященной методике изучения математики на экономических факультетах ВУЗов, указывается, что методологическую и теоретическую основу исследования составили системный, комплексный и деятельностный подходы к формированию специалиста экономического профиля. В то же время, на защиту выносится структура средств создания целостной системы математических понятий, которые выполняют познавательные, тренировочные, инструктивные и справочные функции и способствуют запоминанию и воспроизведению учебного материала, а также методические рекомендации для организации диагностики и оценки знаний студентов. На наш взгляд, в работе не уделяется внимание освоению студентами способов действий, что является необходимым условием обучения на основе деятельностного подхода.

Большое количество работ посвящено внедрению элементов деятельностного подхода к обучению математике. Например, М. В. Дербуш в диссертационной работе [89] рассматривает учебные задачи как средство реализации деятельностного подхода в обучении алгебре и началам анализа. Мы согласны с М. В. Дербуш в том, что использование системы учебных задач, построенной на основе принципов целенаправленности, целостности, научности, практической значимости и организованности, является реализацией деятельностного подхода в обучении алгебре и началам анализа и вследствие этого дает возможность обучаемым овладеть учебными действиями.

Такая же цель обучения сформулирована и в диссертационной работе Е. В. Левчук [150], посвященной проблеме интеграции естественно-математической и специальной подготовки будущих экономистов-аграриев. Автором доказано, что интеграция учебных дисциплин является эффективной при условии формирования системы естественно-математических, экономических и специальных знаний на основе деятельностного подхода. Этот результат имеет особое значение в контексте нашего исследования.

Еще одной работой, в которой рассматривается реализация деятельностного и интегративного подходов в обучении математике в основной школе, является диссертация А. Р. Черняевой [289]. Ученый предлагает методику формирования пространственного мышления учащихся при обучении построению сечений многогранников на основе деятельностного подхода [289]. По нашему мнению, в работе А. Р. Черняевой рассмотрены только элементы интегративного подхода, который реализуется путем интеграции традиционных средств обучения и авторских программных средств.

В диссертации О. Б. Желавского [108] обоснованы педагогические условия и разработана модель усвоения математических понятий студентов экономических специальностей ВУЗов в условиях кредитно-модульной системы обучения. О. Б. Желавским уточнена сущность и содержание термина «математическое понятие» и выделены модульные структуры математических понятий, которые должны быть сформированы у студентов-экономистов по высшей математике [108]. Мы считаем, что структурирование математических знаний вообще и, в частности, на уровне понятий, является предпосылкой использования знаний как средств обучения при обучении математике на основе деятельностного подхода, однако особое внимание в системе высшего инженерного образования должно быть уделено формированию метапредметных понятий.

Еще одной работой, в которой используется деятельностный поход к обучению математике, в частности, процедура формирования у студентов ориентировочной основы деятельности, является диссертация Л. И. Новицкой [185]. Ученой рассмотрено формирование умений решать прикладные задачи в процессе изучения математики студентами аграрного университета. Л. И. Новицкая определила роль, место и функции прикладных задач в системе профессионального образования будущего специалиста-агрария; выделила группы прикладных задач, которые описывают производственные ситуации и соответствующие математические модели, лежащие в основе решения этих групп задач; предложила виды ориентирующих основ деятельности по их решению [185]. Считаем, что составной частью технологии обучения математике на основе деятельностного подхода должна быть система прикладных профессионально ориентированных задач, дифференцированных по сложности, которая направлена на поэтапное освоение действий. Мы также согласны с Л. И. Новицкой в том, что необходимо создавать у студентов ориентировочную основу деятельности в обучении решению задач, которая может стать средством интеграция теории и практики в обучении математике.

Методика конструирования системы задач и ее применения в обучении математике студентов технического университета рассмотрена также в работе М. В. Хохловой [284]. Мы согласны с М. В. Хохловой в том, что процесс обучения высшей математике в техническом университете будет эффективным, если будут выявлены принципы построения системы задач в курсе математики технических специальностей и условия их реализации, и затем на их основе будет разработана система задач, однако с учетом интегративного характера формируемых умений и знаний.

Основы проектирования и организации обучения математике будущих инженеров на основе деятельностного подхода рассмотрены в работах Е. Г. Евсеевой [97, 107]. Однако в разработанной ею методической системе обучения математике не были учтены особенности обучения математике на методологической основе интегративного подхода. Поэтому все составляющие этой методической системы требуют коррекции в соответствии со спецификой интегративного подхода к обучению математике в системе высшего инженерного образования.

Основой предложенной Е. Г. Евсеевой [97, 107] технологии обучения является предметная модель студента по математике. Эта модель включает в себя знания и учебные действия по математике, которые должны быть освоены студентом. С целью использования такой модели в обучении математике на основе интегративного подхода в каждом из пяти компонентов разработанной нами ПМС выделена интегративная составляющая, необходимая для освоения естественнонаучных дисциплин. Полученная модель названа нами интегративной предметной моделью студента (ИПМС) по векторной алгебре. Методика разработки и использования в обучении такой модели подробно описана нами в разделе 2.

В соответствии с разработанной теорией учебной деятельности (В. В. Давыдов [86], Д. Б. Эльконин [294] и др.) главным содержанием обучения должно быть овладение учебными действиями по решению широкого класса задач. В обучении математике задачи играют центральную роль, а в целом изучение математики строится по схеме «задачи - теория - задачи». Значительный вклад в теорию задач внесли Г. А. Балл [15], О. Б. Епишева [103], Ю. М. Колягин [137], Г. И. Саранцев [240], Л. М. Фридман [281] и др.

Постановка учебных задач обеспечивает целенаправленность учебного процесса, задает ориентиры в деятельности студентов по овладению теоретическим материалом и учебными действиями по работе с ним. Овладение студентами учебной деятельностью зависит от уровня сформированности необходимых учебных действий. Уровни овладения учебными умениями и навыками нашли отражение в работах И. М. Фридмана [281], а уровни сформированности учебных действий – в работах О. Б. Епишевой [103]. Однако в обучении на основе интегративного подхода необходимо учитывать интегративный характер формируемых умений.

В нашем исследовании будем использовать определение учебной задачи, данное в работе Е. Г. Евсеевой [107], и понимать *учебную задачу в обучении математике будущих инженеров как систему учебных заданий, направленных на формирование обобщенного способа действий по математике*. Каждая такая задача содержит тестовые задания, направленные на освоение математических учебных действий с объектами, заданными в символьном виде, числовом виде, типовых задач, направленных на освоение одного действия и на освоение способов действий. Разработанная нами система учебных задач по теме «Векторная алгебра» приведена в учебных пособиях [101, 212]. Методика использования таких задач в обучении подробно описана в разделе 2.

В работе О. Г. Кавериной [123] вводятся индикаторы реализации интегративного подхода: интегративные коммуникативные умения; интегративные коммуникативные знания; интегративные коммуникативные навыки.

В нашем исследовании, учитывая одновременное применение интегративного и деятельностного подходов, будем рассматривать следующие индикаторы реализации интегративного подхода:

– интегративные математические действия и способы действий;

– интегративные математические знания.

Под интегративными математическими действиями и способами действий будем понимать *действия и способы действий, с помощью которых выполняются определение, идентификация и преобразование математических объектов, выполнение математических операций; конструирование математических понятий, как в предметном поле математики, так и других дисциплин.* Эти действиями должны быть освоены студентами в процессе обучения математике, а затем реализованы при изучении других дисциплин в системе высшего инженерного образования.

Специфика интегративных действий в области математики заключается в наличии трёх их видов в зависимости от способа представления объектов действия: *числового, символьного или графического*. В приложении Б приведены примеры действий по векторной алгебре, выполняемых с математическими объектами, заданными в различном виде.

Под интегративными математическими знаниями будем понимать теоретические положения по математике, необходимые для освоения интегративных математических действий.

На примере решения задачи по разделу «Динамика» дисциплины «Теоретическая механика» продемонстрируем связь интегративных математических действий и знаний.

Задача 1.4. Грузовик массой m имеет максимальную скорость $v_{\max}$ и разгоняется с места до скорости v_* за время t_* . Сила сопротивления пропорциональна скорости. Определить, чему равна средняя сила тяги грузовика [131, с. 233].

Для решения задачи введем систему координат, в которой ось OX примем горизонтальной, а начало координат поместим в начальное положение грузовика. Изобразим грузовик в некоторый промежуточный момент времени. На него действует сила тяжести $\vec{G} = m\vec{g},$ сила сопротивления $\vec{R} = k\vec{v},$ пропорциональная скорости $\vec{v},$ с неизвестным пока коэффициентом пропорциональности $k,$ неизвестная сила тяги $\vec{F}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$ (см. рис. 1.9).

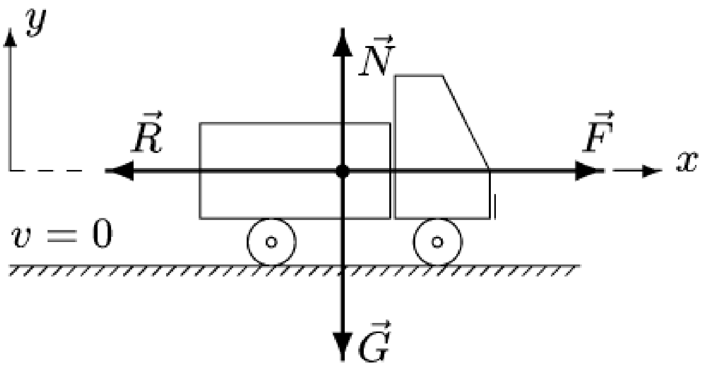


Рисунок 1.9 –Рисунок к задаче 1.4

Математическая модель движения грузовика в проекции на ось OX представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка относительно перемещения грузовика $x(t),$ рассматриваемого как функция времени:

$$mx'' = F - R, \text{ где } F = |\vec{F}|, R = |\vec{R}|. \tag{1.17}$$

Так как сила сопротивления $\vec{R} = k\vec{v}$ пропорциональна скорости $\vec{v}$, то и её модуль пропорционален модулю скорости $|\vec{v}| = v$. Имеем

$$R = |\vec{R}| = k|\vec{v}| = kv. \tag{1.18}$$

Учитывая, что правая часть уравнения (1.17) выражается через модуль скорости грузовика, выразим вторую производную в левой части этого уравнения через $|\vec{v}| = v$:

$$x'' = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}(x') = \frac{d}{dt}(v) = \frac{dv}{dt} = v'. \tag{1.19}$$

Подставив в (1.17) равенства (1.18) и (1.19) получим

$$mv' = F - kv, \text{ или } m\frac{dv}{dt} = F - kv. \tag{1.20}$$

Уравнение (1.20) является обыкновенным дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными. Разделив переменные, получаем

$$\frac{mdv}{F - kv} = dt. \tag{1.21}$$

Проинтегрировав обе части уравнения (1.21), имеем

$$-\frac{m}{k}\ln|F - kv| = t + C_1, \tag{1.22}$$

где $C_1 = const$ – постоянная интегрирования.

Так как известно, что в начальный момент времени $t = 0$ скорость грузовика $v = 0$, подставляем эти условия в равенство (1.22) и находим значение C_1:

$$-\frac{m}{k}\ln|F| = C_1. \tag{1.23}$$

Подставляя (1.23) в (1.22), получаем связь между скоростью и временем движения грузовика:

$$-\frac{m}{k}\ln\left|1 - \frac{kv}{F}\right| = t. \tag{1.24}$$

Искомую силу тяги грузовика будем считать постоянной. Так как функция скорости по условию задачи достигает своего максимума $v = v_{\max}$, то при этом значении скорости выполняется необходимое условие экстремума $\frac{dv}{dt} = 0$ и равенство (1.20) имеет вид

$$m\frac{dv}{dt} = F - kv_{max} = 0, \qquad (1.25)$$

откуда находим

$$k = F / v_{\max}. \qquad (1.26)$$

Подставляя (1.26) в (1.24) при $t = t_*$ и $v = v_*$ и разрешая полученное равенство относительно F, получаем

$$F = \frac{mv_{\max}}{t_*} \ln\left|\frac{v_{\max}}{v_{\max} - v_*}\right|. \qquad (1.27)$$

Интегративные математические способы действий и знания, необходимые для решения этой задачи представлены в таблице 1.1.

В последнее десятилетие появилось большое количество исследований, в которых интеграция является необходимым условием формирования профессиональной компетентности в системе высшего инженерного образования. Формированию профессиональных компетенций будущих специалистов сельскохозяйственного профиля в процессе интегративно-модульного обучения в ВУЗе посвящено исследование С. П. Сорокоумова. Автор выделяет интегративность, под которой понимает достижение целостности процесса подготовки будущего специалиста за счёт установления горизонтальных связей, объединяющих учебно-научный материал в дисциплину, и вертикальных связей, обеспечивающих преемственность между различными модулями обучения как один из принципов формирования их профессиональных компетенций [257].

В исследовании Е. В. Шищенко рассматривается формирование профессиональных компетенций у студентов технических специальностей на основе интеграции электротехнических дисциплин [292]. Одним из концептуальных педагогических принципов, на которых основывается обучение, автор считает принцип сквозной трансдисциплинарной интеграции знаний, основанный на генерализации теоретических положений электротехники путем создания интегрированного междисциплинарного комплекса «Общая и прикладная электротехника».

Таблица 1.1 – Интегративные действия, способы действий и знания, необходимые для решения задачи 1.4

№ п/п	Способы действий	Действия	Знания
1	2	3	4
1.	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с разделяющимися переменными	- определять тип дифференциального уравнения; - разделять переменные для ОДУ с разделяющимися переменными; - записывать общее решение и общий интеграл ОДУ 1-го порядка; - вычислять неопределённые интегралы; - решать задачу Коши для ОДУ 1-го порядка	- *определения*: а) ОДУ с разделяющимися переменными; б) общего решения ОДУ; в) решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка; - *алгоритмы*: а) решенияОДУ с разделяющимися переменными; б) решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка; в) методов вычисления неопределенных интегралов; - *формулы:* а) таблицы неопределенных интегралов; б) интегрирования по частям; в) замены переменных в неопределенном интеграле
2.	Исследование функций одной независимой переменой на экстремум	Для функции одной независимой переменой: - вычисление производных; - нахождение критических точек; - нахождения экстремумов	Для функции одной независимой переменой: - *определения*: а) производной; б) критической точки; в) экстремума; - *теоремы:* а) необходимое условие экстремума; б) достаточные условия экстремума; - *алгоритмы*: а) нахождения критических точек; б) нахождение экстремума; - *формулы:*

			а) таблицы производных; б) правил дифференцирования

Междисциплинарная парадигма как основа формирования интегративных компетенций студентов многопрофильного ВУЗа рассматривается в исследовании Н.В. Поповой [199]. Автор делает вывод, что междисциплинарная парадигма в широком контексте современного образовательного пространства полностью совместима с компетентностным и личностно ориентированным подходами к организации учебного процесса в высшей школе. Н. В. Поповой введено в научно-педагогический аппарат понятие «интегративная компетенция», которое объединяют в своем составе содержательные или процессуальные компоненты взаимодействующих дисциплин, способствует формированию общих надпредметных компетенций, которые развиваются всеми дисциплинами ООП [199].

По нашему мнению, ценным является предложенный В.А. Шершневой подход к решению проблемы оценки междисциплинарных связей по таким индикаторам математической компетентности как способность и готовность применять математические знания, умения и навыки при решении профессионально направленных и междисциплинарных задач [291]. В то же время мы считаем, что наиболее эффективной междисциплинарная интеграция в обучении математике будет в условиях деятельностного подхода, так как её осуществление в этом случае возможно как на уровне знаний, так и на уровне учебных действий и способов деятельности.

Т. В. Сергеева вводит понятие полипредметных учебных компетенций, под которыми понимает способность учащихся применять освоенные в одном предмете знания, умения, способы деятельности при изучении других предметов, то есть переносить их из одной предметной области в другую. В частности, к полипредметным учебным математическим компетенциям относится, по мнению автора, способность применять усвоенные при изучении математики знания, умения и способы деятельности при изучении дисциплин естественнонаучного цикла [246].

Мы считаем, что для компетенций, которые могут быть сформированы при обучении математике, также необходимо определить уровень интеграции, на котором они могут быть сформированы.

Учитывая сочетание нескольких подходов, проектирование и организация обучения в нашем исследовании осуществлялись на принципах, присущих как интегративному, так и деятельностному подходу. Важнейшими, на наш взгляд, являются принципы: межпредметной интеграции, интеграции теории и практики с целью обеспечения метапредметных результатов обучения, деятельностного целеполагания, профессиональной направленности обучения, дидактического опережения. Обеспечение последнего принципа выполняется за счет использования в обучении авторской системы задач, содержащей как математические учебные, так и интегративные задачи.

В соответствии с методологией интегративного, деятельностного и компетентностного подходов к обучению определим обучение математике будущих инженеров на основе интегративного подхода как целостную систему передачи опыта предыдущих поколений в предметной области математических дисциплин, направленную на овладение студентами интегративными математическими действиями и усвоение интегративных математических знаний, необходимых специалисту в будущей профессиональной деятельности, путем осуществления внутрипредметной, межпредметной и метапредметной интеграции.

1.3. Обучение математике в системе подготовки будущего инженера

В ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет» ведется подготовка бакалавров (или специалистов) по таким укрупненным группам направлений подготовки как 09.00.00 «Информатика и вычислительная техника», 10.00.00 «Информационная безопасность», 11.00.00 «Электроника, радиотехника и системы связи», 12.00.00 «Фотоника, приборостроение, оптические и биотехнические системы и технологии», 13.00.00 «Электро- и теплоэнергетика», 15.00.00 «Машиностроение», 18.00.00 «Химические технологии», 20.00.00 «Техносферная безопасность и природообустройство». 21.00.00 «Прикладная геология, горное дело, нефтегазовое дело и геодезия», 22.00.00 «Технологии материалов», 27.00.00 «Управление в технических системах».

Для всех направлений подготовки бакалавров (или специалистов) из указанных групп Министерством образования и науки Донецкой Народной Республики утверждены Государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования (ГОС ВПО), которые служат нормативом для основной образовательной программы подготовки инженера по базовым циклам и определяют совокупность требований к обязательному минимуму содержания по циклам дисциплин, а также время, выделяемое для их изучения. В приложении В приведены данные об утверждении ГОС ВПО инженерных направлений подготовки (см. табл. В.1), а также специальностей (см. табл. В.2), приказами МОН ДНР [47-78].

В ДонНТУ 8 факультетов, выпускающих бакалавров и специалистов: бакалавров по 26 направлениям подготовки (09.03.01-09.03.04, 10.03.01, 11.03.01, 11.03.02, 11.03.04, 12.03.01, 13.03.01, 11.03.02, 15.03.02, 15.03.04-15.03.06, 18.03.01, 18.03.02, 20.03.01, 21.03.02, 21.03.03, 22.03.01, 22.03.02, 23.03.02, 27.03.02-27.03.04), специалистов по 6 направлениям подготовки (18.05.01, 20.05.01, 21.05.02-21.05.04, 21.05.06).

Программа подготовки, сформулированная в ГОС ВПО, конкретизируется в учебных планах, программах учебных дисциплин, учебных и производственных практик. Основная образовательная программа подготовки инженера должна предусматривать изучение студентом представленных ниже циклов дисциплин и итоговую государственную аттестацию: гуманитарный, социальный и экономический цикл (ГСЭЦ);

математический и естественнонаучный цикл (МЕНЦ); профессиональный цикл (ПЦ).

Анализ учебных планов подготовки бакалавров инженерных направлений подготовки в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Донецкий национальный технический университет» за последние годы показал, что ядро математической части МЕНЦ составляет дисциплина «Высшая математика». Во всех учебных планах университета присутствует либо сама эта дисциплина, либо её разделы, изучаемые будущими инженерами как отдельные курсы («Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика» и др.).

В приложении Г в таблице Г.1 приведены математические, а в таблице Г.2 – естественнонаучные дисциплины, изучаемые студентами инженерных направлений подготовки ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет».

Ядро естественнонаучной части МЕНЦ составляют дисциплины, связанные с науками о природе, такими как физика, химия, теоретическая механика, электротехника, экология. Вместе с математикой они являются базисом инженерного образования, на основе которого возможно эффективное усвоение содержания дисциплин профессионального цикла, а значит и формирование профессиональной компетентности инженера.

Таким образом, уже из структуры учебных планов следует необходимость интеграции математических и естественнонаучных дисциплин и соответствующего ее научно-педагогического обоснования.

Содержание курса высшей математики, читаемого студентам технического университета, отображено в приложении Д. Из приложения следует, что в таблице Д.1 конкретизированы математические способы действий, выделены интегративные действия и способы действий, а также указаны необходимые для их освоения математические интегративные знания.

В качестве примера рассмотрим раздел «Векторная алгебра» курса высшей математики, который является одним из наиболее востребованных в курсах естественнонаучных дисциплин в техническом университете. Важность этого раздела, например, в школьном курсе физики обоснована в работе Е.В. Старцевой [261]. Необходимость изучения векторной алгебры в школе именно в аспекте осуществления межпредметных связей дисциплин естественно-математического цикла отмечалась и ранее (например, С. В. Бабаджанян [11], В. А. Гусев [85], В. Г. Михеева [172], Е. П. Нелин [176], О. И. Новгородова [184]). О векторной алгебре как основе современного математического образования учителя математики говорится в работе Л. Л. Креш и Н. В. Працевитого [144].

Знания и умения по векторной алгебре используются как в самом курсе высшей математики в разделах «Аналитическая геометрия», «Теория поля», «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных», «Кратные и криволинейные интегралы», так и при решении задач в естественнонаучных дисциплинах, таких как физика, теоретическая механика, теоретические основы электротехники и др. Исследованию роли и места этого раздела в инженерном образовании посвящены многие наши работы [204, 205, 209, 210, 213, 216, 217 и др.].

Согласно теории учебной деятельности Д. Б. Эльконина и В. В. Давыдова [294] учебная деятельность имеет внешнюю структуру, состоящую из таких основных компонентов как мотивация; учебные задачи в определенных ситуациях в различной форме заданий; учебные действия; контроль, переходящий в самоконтроль; оценка, переходящая в самооценку. При этом учебные действия, необходимые для решения учебных задач, осваиваются студентами в учебных ситуациях.

В обучении математике на основе междисциплинарной интеграции учебные ситуации также будут носить интегративный характер. Определим *интегративную учебную ситуацию (ИУС) как учебную ситуацию, в которой при решении учебной задачи происходит реализация умений по одной дисциплине в предметном поле другой дисциплины.* Следует принципиально различать два типа ИУС применительно к предметной области математики.

ИУС I типа состоит в следующем: если в обучении математике при решении некоторой математической задачи непосредственно применяются знания и умения по другой дисциплине, например, по физике – формула, правило, свойство. Ситуации этого типа реализуются в один шаг, который состоит в непосредственном применении в обучении дисциплине знаний по другой, «внешней» по отношению к ней, при этом локальное предметное поле внешней дисциплины не создается.

ИУС II типа состоит в том, что в обучении математике в рамках ее предметного поля создается «локальное предметное поле другой дисциплины», и в нем реализуются умения по математике. Ситуации II типа реализуется в два шага: на первом создается локальное предметное поле внешней дисциплины, а уже на втором шаге в этом поле применяются знания по исходной дисциплине. Например, при рассмотрении на занятии по математике задачи с физическим содержанием в предметном поле математики создается локальное предметное поле физики, в рамках которого реализуются математические умения. Локальное предметное поле внешней дисциплины характеризуется тем, что студенты осознают, что оно порождается этой дисциплиной, в достаточной степени знакомы с ней, считают ее значимой и обладают по ней необходимыми знаниями.

Реализация междисциплинарных связей является сложным трехэтапным универсальным процессом, в основе которого лежит процесс реализации умений. Реализация умений по математике, происходящее при решении задачи из предметной области X (например, X – другая дисциплина B или профессиональная деятельность P), осуществляется в три этапа: построение междисциплинарной модели задачи из области X – записи ее условий в математических терминах; исследование модели и получение опорных математических знаний и умений, необходимых для решения задачи; выполнение математических действий и интерпретация результата в предметную область X.

Принцип междисциплинарных связей применительно к предметной области математики необходимо развить до компетентностного принципа междисциплинарной интеграции: в обучении математике систематически создавать ситуации междисциплинарного применения умений I и II типов, как в предметном поле математики, так и других фундаментальных дисциплин, которые должны формировать у студента опыт применения умений выполнять математические действия в новых условиях. При этом междисциплинарные связи перестают быть статичными, они приобретают гибкость и динамичность.

В таком понимании междисциплинарная интеграция создает своеобразную виртуальную междисциплинарную лабораторию, в которой студент, многократного реализуя умения за пределами предметного поля математики, формирует способность и готовность применять их в профессиональной деятельности.

Рассмотрим примеры интегративных учебных ситуаций I типа, когда в предметном поле математики применяются умения по естественнонаучным дисциплинам. В качестве интегративной задачи I типа может выступать задача 1.5, для решения которой понятия по физике (перемещение, равнодействующая сила, работа) применяются как элементы предметных знаний по математике (формула для нахождения работы силы как скалярного произведения вектора равнодействующей силы на вектор перемещения).

Задача 1.5. Вычислите работу равнодействующей трех сил $\overline{F}_1 = (3; -2; 1)$, $\overline{F}_2 = (-5; 4; -1)$ и $\overline{F}_3 = (4; 3; 2)$ по перемещению материальной точки в пространстве из точки $A = (-2; 4; 6)$ в точку $B = (5; 2; -1)$.

При междисциплинарной интеграции II типа математические умения реализуются в предметном поле других фундаментальных дисциплин. В качестве примера такого типа интеграции приведем задачи из различных разделов физики, при решении которых используется умение вычислять скалярное произведение векторов. Например, из курса физики может быть рассмотрены такие задачи 1.6.

Задача 1.6. К потолку вагона, движущегося в горизонтальном направлении с ускорением $a = 9{,}81 м/с^2$, подвешен на нити шарик массой *m=200г.* Определите для установившегося движения: 1) силу натяжения нити *T*; 2) угол φ отклонения нити от вертикали.

Задача 1.7. Тело массой $m = 5кг$ поднимают с ускорением $a = 2 м/с^2$. Определите работу силы в течение первых пяти секунд.

Задача 1.8. Автомашина массой $m = 1{,}8$ т движется в гору, уклон которой составляет 3м на каждые 100м пути. Определите: 1) работу, совершаемую двигателем автомашины на пути 5км, если коэффициент трения равен 0,1; 2) развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолён за 5 мин.

Задача 1.9. Ветер действует на парус площадью S с силой $F = AS\rho(v_\circ - v)^2 / 2$, где A – некоторая постоянная; ρ – плотность воздуха; $v_\circ$ – скорость ветра; v – скорость лодки. Определите скорость лодки при максимальной мгновенной мощности ветра.

Задача 1.10. Тело массой m начинает двигаться под действием силы $\overline{F} = 2t\overline{i} + 3t^2\overline{j}$, где $\overline{i}$ и $\overline{j}$ – соответственно единичные векторы координатных осей *x* и *y*. Определите мощность $N(t)$, развиваемую силой в момент времени t.

Рассмотрим подробнее задачу по теме «Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц».

Задача 1.11. Атом водорода помещён во внешнее однородное магнитное поле с индукцией $\overline{B}$. Определите энергию взаимодействия магнитного момента атома водорода с полем, если электрон в этом атоме находится в d-состоянии. Решение:

1. Введём обозначения: $\overline{L}_l$ – орбитальный механический момент атома водорода; α – угол между механическим моментом атома и индукцией магнитного поля; $\overline{p}_m$ – вектор магнитного момента атома водовода.

2. Найдём модуль вектора магнитного момента атома водорода. Для этого воспользуемся формулой $\left|\overline{p}_m\right| = \mu_B \sqrt{l\left(l+1\right)}$, (1.28)

где $\mu_B = 9{,}27 \cdot 10^{-24}$ $Дж/Тл$ – магнетон Бора, а l =2 – орбитальное квантовое число, характерное для d – состояния электрона в атоме водорода.

3. Введем трёхмерную декартову систему координат так, чтобы ось Oz была направлена так же, как и вектор магнитной индукции заданного поля $\overline{B}$ (рис. 1.10)

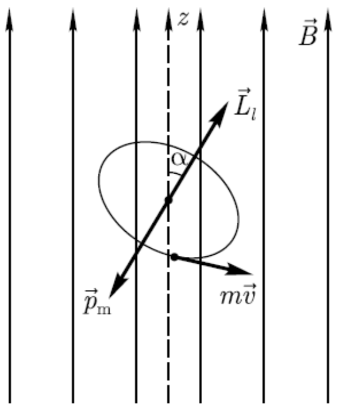


Рисунок 1.10 – Иллюстрация к задаче 1.11

4. Введём координаты вектора механического момента $\overline{L}_l = \left(L_{l\,x}; L_{l\,y}; L_{l\,z}\right)$ в выбранной системе координат.

5. Известно, что $L_{l\,z}$ – проекция механического момента на направление внешнего магнитного поля квантуется по закону

$$L_{l\,z} = m_l \cdot \hbar, \tag{1.29}$$

где $\hbar = 1{,}054571800(13) \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot c$ – постоянная Дирака (редуцированная постоянная Планка), а m_l – магнитное квантовое число, принимающее при данном значении l значения $0;\pm 1;\pm 2;...;\pm l$, т.е. при $l=2,$ получим, m_l может принимать значения $0;\pm 1;\pm 2$.

6. Также известно, что модуль вектора орбитального механического момента атома $\left|\overline{L}_l\right|$, квантуется по закону $\left|\overline{L}_l\right| = \hbar\sqrt{l\left(l+1\right)}$. (1.30)

7. Так как ось Oz была направлена так же, как и вектор магнитной индукции заданного поля $\overline{B}$ (рис. 1.10), то угол рассеивания фотона (угол между вектором $\overline{L}_l$ и его проекцией на ось Oz) равен углу α. По формуле для нахождения проекции вектора на ось, получим: $L_{l\,z} = \left|L_l\right| \cdot \boldsymbol{cos}\,\alpha$,

откуда
$$\boldsymbol{cos}\,\alpha = \frac{L_{l\,z}}{\left|L_l\right|}. \qquad (1.31)$$

Подставим в формулу (1.31) выражения (1.29) и (1.30), получим
$$\boldsymbol{cos}\,\alpha = \frac{L_{l\,z}}{\left|L_l\right|} = \frac{m_l \cdot \hbar}{\hbar\sqrt{l\left(l+1\right)}} = \frac{m_l}{\sqrt{l\left(l+1\right)}}. \qquad (1.32)$$

8. Атом, обладающий магнитным моментом, приобретает в магнитном поле дополнительную энергию U_B, которую можно вычислить по формуле
$$U_B = -\overline{p}_m \cdot \overline{B}. \qquad (1.33)$$

Используя определение скалярного произведения векторов, получим
$$U_B = -\left|\overline{p}_m\right| \cdot \left|\overline{B}\right| \cdot \boldsymbol{cos}\left(\pi - \alpha\right) = \left|\overline{p}_m\right| \cdot \left|\overline{B}\right| \cdot \boldsymbol{cos}\,\alpha \qquad (1.34)$$

9. Подставив в формулу (1.34) выражения (1.28) и (1.32), найдём энергию взаимодействия магнитного момента с внешним магнитным полем:
$$U_B = \mu_B\sqrt{l\left(l+1\right)} \cdot \left|\overline{B}\right| \cdot \frac{m_l}{\sqrt{l\left(l+1\right)}} = \mu_B \cdot \left|\overline{B}\right| \cdot m_l, \qquad (1.35)$$

где m_l может принимать значения пять значений $0;\pm 1;\pm 2$, что означает расщепление первоначального энергетического уровня на пять подуровней.

Таким образом, получено искомое значение $U_B = \mu_B \cdot \left|\overline{B}\right| \cdot m_l$.

Для создания на занятии по математике локального предметного поля физики, в котором будет решаться *задача 1.11*, необходимо актуализировать опорные знания по физике: определение физических величин (магнитного момента, магнитного квантового числа, орбитального квантового числа, d – состояния электрона в атоме водорода, вектора механического момента, вектора магнитной индукции поля; значения постоянной Дирака, магнетона Бора); формулы для нахождения характеристик физических величин (модуля магнитного момента атома водорода, модуля вектора орбитального механического момента, энергии атома).

Опорные знания по физике могут быть актуализированы как преподавателем, так и самими студентами (непосредственно на занятии или при подготовке к нему). В созданном таким образом предметном поле физики реализуются умения выполнять математические действия по векторной алгебре (находить модуль вектора, проекцию вектора на ось, вычислять скалярное произведение векторов).

Обеспечение интеграции на метапредметном уровне мы предлагаем осуществлять за счет формирования универсальных понятий, широко применяемых во всех естественнонаучных дисциплинах, например, понятия «Вектор», которое формируется при изучении раздела «Векторная алгебра» курса высшей математики, а также формирования метапредметных умений с помощью использования процедуры формирования ориентировочной основы действий при решении учебных и интегративных задач. Для этого решение математических учебных задач в пособиях [101, 212] мы сопровождаем схемами ориентирования, предложенными в работе [107]. Эти схемы позволяют актуализировать в сознании студента ориентировочную часть учебной деятельности, состоящую из общего ориентирования и ориентирования на исполнение.

Приведем пример схемы ориентирования для решения *задачи 1.11* (таблица 1.2), состоящей из общего ориентирования и ориентирования на исполнение.

Таблица 1.2 – Схема ориентирования задачи 1.11

Общее ориентирование	
Что дано в условии задачи?	1. Индукция $\overline{B}$ внешнего однородного магнитного поля. 2. *d*–состояние электрона в атоме водорода.
Что нужно найти?	Энергию взаимодействия магнитного момента атома водорода с внешним магнитным полем.
Опорные знания по физике	1. Определение магнитного момента. 2. Определение магнитного квантового числа. 3. Определение орбитального квантового числа. 4. Определение *d* – состояния электрона в атоме водорода. 5. Определение вектора механического момента. 6. Определение вектора магнитной индукции поля. 7. Формулу для нахождения модуля магнитного момента атома водорода. 8. Формулу модуля вектора орбитального механического момента. 9. Формулу энергии атома.
Опорные знания по математике	1. Определение скалярного произведения векторов. 2. Определение проекции вектора на ось.
Ориентирование на выполнение	
Действия, которые нужно выполнить	1. Ввести обозначения. 2. Найти модуль магнитного момента атома водорода. 3. Ввести трёхмерную декартову систему координат. 4. Ввести вектор механического момента. 5. Найти координату z вектора механического момента. 6. Найти модуль вектора орбитального механического момента атома. 7. Выразить косинус угла рассеивания фотона. 8. Найти энергию фотона.
Какие формулы по физике нужны для решения задачи?	1. Формула для нахождения модуля магнитного момента атома водорода. 2. Формула для нахождения модуля вектора орбитального механического момента. 3. Формула для нахождения энергии атома.
Какие формулы по математике нужны для решения задачи?	1. Формула для нахождения проекции вектора на ось. 2. Формула для нахождения скалярного произведения векторов, заданных модулями и углом между векторами.

Таким образом, использование готовых и самостоятельная разработка студентами схем ориентирования способствует формированию метапредметных умений определять опорные знания и действия, необходимые для решения задачи, составлять алгоритм решения. Схемы ориентирования мы предлагаем использовать и для интегративных задач II типа.

Кроме того, создание схем ориентирования позволяет осуществлять интеграцию теории и практики в обучении математики за счет установления соответствия между теоретическими положениями и способами действий по математике.

Нами рассмотрены многочисленные учебники и учебные пособия, использующиеся в обучении математике студентов технического университета, например [26], [42], [43], [275] и др. В результате анализа предлагаемых студентам для решения задач и примеров, иллюстрирующих теоретический материал, обнаружено небольшое количество задач, которые можно было бы отнести к интегративным задачам I типа, оперирующих понятиями из различных разделов физики. Однако задач, требующих создания локального предметного поля физики или других естественнонаучных дисциплин нами не обнаружено. Такие задачи предложены нами в учебном пособии [101], методика их использования в обучении будет описана в разделе 2.

1.4. Психолого-педагогические предпосылки обучения математике на основе интегративного подхода

В современном образовательном процессе важнейшим направлением усовершенствования обучении математике в высшей инженерной школе является создание таких психолого-педагогических условий, в которых студент может занять активную личностную позицию для осуществления учебной деятельности. Знание преподавателем психологических закономерностей развития студентов позволяет понимать, правильно оценивать и анализировать различные противоречивые результаты учебной деятельности.

При проектировании обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода следует учитывать интегративный характер профессиональной деятельности инженера и, как следствие, компетенций, которые должен быть сформированы в обучении.

Согласно ГОС ВПО (см. табл. В.1-В.2 приложения В) в результате освоения программы бакалавриата и специалитета у выпускников должны быть сформированы общекультурные (ОК), общепрофессиональные (ОПК) и профессиональные (ПК) компетенции.

Нами проведен анализ ГОС ВПО бакалавров и специалистов, перечисленных в таблицах В.1-В.2 приложения В с целью выделения компетенций, которые могут быть сформированы при обучении высшей математике. Выпускники, освоившие программы бакалавриата и специалитета, должны владеть 40 общекультурными компетенциями, которые формируются в процессе изучения высшей математики. Среди них самыми распространёнными являются компетенции, приведённые в приложении Е.

Для каждой компетенции в последнем столбце таблицы Е.1 был определен уровень интеграции, на котором она может быть освоена. Для первых 9 компетенций в таблице Е.1 – это уровень метапредметной интеграции, а для десятой – межпредметный уровень. Эти компетенции должны осваиваться студентами при изучении различных дисциплин, в том числе и математических. В разделе 2 будут подробно рассмотрены возможности их формирования у будущих инженеров в обучении математике на основе интегративного подхода.

Нами выделено 29 общепрофессиональных компетенций, которыми должны обладать выпускники, освоившие программы бакалавриата и специалитета согласно ГОС ВПО, описанных в таблицах В.1.-В.2, формируемые в процессе изучения высшей математики. Их можно разделить условно на четыре группы, в соответствии с особенностями их реализации:

1. Использование основных естественнонаучных законов, применение математического аппарата в профессиональной деятельности.

2. Приобретение и применение новых знаний, связанных с инженерной деятельностью.

3. Представление научной картины мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики.

4. Применение методов системного анализа и математического моделирования.

В таблице Ж.1 приложения Ж приводятся компетенции, связанные с использованием основных естественнонаучных законов и применением математического аппарата в профессиональной деятельности.

Из таблицы Ж.1 можно видеть, что одна из описанных компетенций может быть сформирована на уровне внутрипредметной интеграции теории и практики в обучении высшей математике, две являются метапредметными по своему характеру и 14 компетенций формируются на уровне межпредметной интеграции математики и естественнонаучных дисциплин.

В таблице Ж.2 приводятся компетенции, связанные с приобретением и применением новых знаний, связанных с инженерной деятельностью. Среди приведенных представлены компетенции, формируемые на всех трех уровнях интеграции. Так, внутрипредметная интеграции теории и практики при обучении разделу «Математическая статистика» курса высшей математики необходима при формировании компетенции «Способность обрабатывать и представлять данные экспериментальных исследований». Метапредметный характер носит компетенция «Способность приобретать с большой степенью самостоятельности новые знания с использованием современных образовательных и информационных технологий», которая также может быть сформирована при обучении высшей математике, например, при написании доклада на студенческую научно-техническую конференцию.

В таблице Ж.3 приводятся компетенции, связанные с представлением научной картины мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики, а в таблице Ж.4 приводятся компетенции, связанные с применением методов системного анализа и математического моделирования.

Все приведенные в таблицах Ж.3 и Ж.4 компетенции имеют межпредметный характер, и их формирование требует интеграции высшей математики и естественнонаучных дисциплин в системе высшего инженерного образования.

Выпускники, освоившие программы бакалавриата и специалитета, должны обладать профессиональными компетенциями, которые формируются в процессе изучения высшей математики. Профессиональные компетенции в ГОС ВПО, приведенные в таблицах В.1.-В.2 приложения В, группируются по следующим видам деятельности:

1. Аналитическая деятельность.
2. Научно-исследовательская и (или) педагогическая деятельность.
3. Научно-исследовательская деятельность.
4. Научно-исследовательская и расчетно-аналитическая деятельность.
5. Организационно-управленческая деятельность.
6. Проектная деятельность.
7. Проектно-аналитическая деятельность.
8. Проектно-конструкторская деятельность.
9. Проектно-технологическая деятельность.
10. Производственная и проектно-технологическая деятельность.
11. Расчетно-проектная и проектно-конструкторская деятельность.
12. Экспериментально-исследовательская деятельность.

Приведенные виды деятельности интегрируются в профессиональную деятельность инженера, органично дополняя и обогащая друг друга. Так, компетенция «Способностью проводить оценку экономических затрат и рисков при создании информационных систем», относящаяся к аналитической деятельности и формируемая в обучении высшей математике, предусмотрена только для направления подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика». Она требует от будущих инженеров владения вероятностностатистическими методами оценки рисков, которые формируются при изучении высшей математики, и имеет межпредметный характер.

Перечень профессиональных компетенций по всем направлениям подготовки для остальных видов деятельности приведен в приложении И. Как можно видеть из таблицы И.1, профессиональные компетенции имеют, в основном, межпредметный и метапредметный характер, поэтому необходимо применение интегративного подхода для их формирования.

Таким образом, к психолого-педагогическим предпосылкам обучения математике на основе интегративного подхода следует отнести учет интегративного характера формируемых в обучении математике компетенций, продиктованного многоплановостью, все возрастающей сложностью профессиональной деятельности инженера.

Профессиональная деятельность современного инженера – это не просто сочетание различных видов деятельности, а новый тип профессиональной деятельности, с другим содержанием, функциями, который требует нового способа ориентирования в предмете своей деятельности. Для современного инженера характерен такой способ организации познавательной деятельности, который позволяет ему на единой ориентировочной основе решать разнотипные профессиональные задачи: проектирование, конструирование, производство и эксплуатацию технических систем.

Учитывая тот факт, что применение интегративного подхода к обучению математике происходит в сочетании с деятельностным и компетентностным подходами в системе высшего инженерного образования, следует учесть психолого-педагогические предпосылки такого обучения, сформулированные в работе [107].

Одним из условий эффективности учебной деятельности студента является успешная адаптация к обучению в ВУЗе, которая включает:

1) формальную адаптацию, касающуюся познавательно-информационного приспособления студентов к новому окружению, к структуре высшей школы, к требованиям и своим обязательствам;

2) общественную адаптацию – процесс внутренней интеграции групп студентов-первокурсников и интеграция этих групп со студенческим окружением в целом;

3) дидактическую адаптацию, включающую подготовку студентов к новым формам и методам обучения в высшей школе.

Залогом успешной адаптации студентов к обучению математике, по нашему мнению, выступает разработанный нами на основе интегративного и деятельностного подхода комплекс авторских средств обучения с использованием интегративной предметной модели студента. Составляющие комплекса, описанные нами в разделе 2, дают студентам возможность последовательно и эффективно осваивать содержание обучения, предоставляя действенную помощь при возникновении трудностей.

Важнейшей предпосылкой успешности обучения математике будущих инженеров в работе [107] называется формирование устойчивой учебной мотивации. При этом учебная мотивация понимается как особый вид мотивации, который характеризуется сложной структурой, одной из форм которой является структура внутренней (на процесс и результат) и внешней (награда, избегание) мотивации. Существенны такие характеристики учебной мотивации, как ее устойчивость, связь с уровнем интеллектуального развития и характером учебной деятельности.

Пути повышения мотивации к обучению высшей математики будущих инженеров мы видим в обеспечении следующих факторов, а именно:

- привлечение студентов к деятельности на всех этапах обучения;
- профессиональная направленность обучения математике;
- адаптация студентов 1-го курса к обучению в ВУЗе;
- преемственность в обучении математике;

- использование специальных методов, форм и средств обучения для проектирования и организации обучения;

- использование компьютерных технологий обучения.

Еще одной психолого-педагогической предпосылкой обучения математике на основе деятельностного подхода в работе [107] назван учет деятельностных механизмов усвоения содержания обучения. Психологические механизмы мышления заключаются в его ориентировочной функции как деятельности, имеющей специфические задачи практической деятельности. Мышление – одна из форм ориентировки. Специфические особенности мышления состоят не в том, что оно является деятельностью по решению задач мысленно, а в том, что эта деятельность регулируется ориентировкой в понятийной форме.

Учет деятельностных механизмов усвоения содержания обучения мы предлагаем осуществлять с помощью методики создания у студентов ориентировочной основы деятельности, описанной нами в разделе 2, и использования разработанных нами схем ориентирования при решении как математических, так и интегративных задач.

Таким образом, учитывая сочетание интегративного и деятельностного подходов к обучению математике будущих инженеров, к психолого-педагогическим предпосылкам обучения на основе деятельностного подхода (обеспечение адаптации студентов к обучению; устойчивое повышение у студентов учебной мотивации; учет деятельностных механизмов усвоения содержания обучения) добавляется учет интегративного характера профессиональной деятельности инженера и формируемых в обучении математике компетенций.

Выводы к разделу 1

1. Рассмотрев работы, посвященные методологии и методике обучения математике будущих инженеров, мы пришли к выводу, что:

– в психолого-педагогической литературе не сформировалось однозначного понимания интегративного подхода к обучению математике в системе ВПО;

– в обучении математике будущих инженеров отсутствуют методики формирования целей учебной деятельности по математике в терминах учебных математических действий, обеспечивающих профессиональную деятельность инженера;

– для внедрения интегративного подхода в практику обучения необходимо использовать обеспечение интеграции на трех уровнях: внутрипредметном, межпредметном и метапредметном;

– для обеспечения эффективного усвоения студентами способов действий, необходимых в будущей профессиональной деятельности, требуется использование деятельностной технологии обучения математике;

– необходима разработка системы контроля и оценки результатов учебной деятельности студентов в обучении математике на основе интегративного подхода, направленная на оценку сформированности компетенций будущих инженеров с учетом их интегративного характера.

2. Повышению эффективности обучения математике будущих инженеров способствует применение *интегративного подхода*, представляющего собой комплекс методов, организационных форм и средств обучения, направленных на повышение качества математической подготовки будущих специалистов посредством обеспечения внутрипредметной, межпредметной и метапредметной интеграции.

Интеграция математических и естественнонаучных дисциплин в системе подготовки инженера проявляется через проектирование и реализацию содержания математических и естественнонаучных учебных дисциплин, способов деятельности, организационных форм и методов обучения, наиболее адекватных целостному восприятию студентами объектов, предметов, явлений и процессов их будущей профессиональной деятельности, способствующих повышению уровня их математической подготовки. Такой уровень интеграции реализуется путем установления межпредметных связей между математикой и естественнонаучными дисциплинами в интегративных учебных ситуациях и решения интегративных учебных задач I и II типа.

Интеграция теории и практики обучения высшей математике будущих инженеров проявляется путем целенаправленного объединения, согласования и упорядочения теоретических положений и способов практической деятельности в предметной области математических дисциплин. Интеграция теории и практики реализуется с помощью разработки схем ориентирования при решении как математических учебных, так и интегративных задач, а также в процессе использования интегративной предметной модели студента для проектирования и организации обучения.

Метапредметная интеграция в обучении математике будущих инженеров представляет собой целенаправленное объединение содержания и методов различных дисциплин, способствующее формированию математических понятий и умений обучаемых, имеющих универсальный, надпредметный характер. Реализуется такой уровень интеграции путем формирования метапредметных математических понятий, например, понятия «Вектор», разработки схем ориентирования при решении задач, а также при выполнении интегративных проектов по математике.

3. Анализ Государственных образовательных стандартов подготовки студентов инженерных направлений подготовки показал, что необходимость применения интегративного подхода к обучению математике будущих инженеров наблюдается в интегративном характере компетенций, формируемых в обучении математике.

Применение интегративного подхода к обучению математике в сочетании с деятельностным и компетентностным подходом в системе высшего инженерного образования позволит студентам более эффективно освоить способы их будущей профессиональной деятельности, способствуя формированию профессиональной компетентности.

Как показывает практика, математика в техническом университете является методологической основой всего естественнонаучного знания, и система математического образования должна быть направлена на использование математических знаний при изучении циклов общепрофессиональных и специальных дисциплин. Изучение математики интеллектуально обогащает студента, развивая в нем необходимую для будущего инженера гибкость и строгость мышления.

4. Учитывая сочетание нескольких подходов, проектирование и организация обучения осуществлялись на принципах, присущих как интегративному, так и деятельностному подходу, важнейшими из которых являются следующие принципы: межпредметной интеграции, интеграции теории и практики, обеспечения метапредметных результатов обучения, деятельностного целеполагания, профессиональной направленности обучения, дидактического опережения. Обеспечение последнего принципа выполняется за счет использования в обучении авторской системы задач, содержащей как математические учебные, так и интегративные задачи.

Важнейшим условием повышения эффективности обучения математике будущих инженеров в контексте применения интегративного подхода является обеспечение психолого-педагогических предпосылок обучения. К таким предпосылкам следует отнести: обеспечение адаптации студентов к обучению; устойчивое повышение у студентов учебной мотивации; деятельностные механизмы усвоения содержания обучения; интегративный характер профессиональной деятельности инженера и формируемые в обучении математике компетенции.

Основные результаты исследований первого раздела представлены на различных научных, научно-методических, методических конференциях [100, 205, 207, 214, 216, 217, 222] и опубликованы в научных статьях [213, 215, 218, 221, 223, 229, 230]

РАЗДЕЛ 2
МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАТИВНОГО ПОДХОДА

2.1. Проектирование методической системы обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода

2.1.1. Общие подходы к проектированию методической системы обучения математике. В научной литературе педагогическое проектирование рассматривается на двух уровнях: как одна из функций педагогической деятельности (перспективное планирование задач и способов их решения) и как отдельный вид деятельности, имеющий свою собственную структуру: диагностика объекта проектирования, концептуальное моделирование, система управления проектом, этапы реализации проекта, критерии оценки успешности выполнения проекта.

В педагогическом энциклопедическом словаре [194, с. 371] проектирование характеризуют как творческую, инновационную деятельность, поскольку она всегда направлена на создание объективно и субъективно нового продукта. Т. К. Смыковская [254, с. 6] выделяет педагогическое проектирование как прикладное научное направление педагогики и организованной практической деятельности, предназначенное для решения задач развития, преобразования, нивелирования противоречий, функционирование систем, модернизации педагогических процессов в конкретных условиях.

Система в широком смысле – это множество элементов, находящихся в отношениях и связях друг с другом, которые образуют определенную целостность, единство, как отмечает З.А. Решетова [280], разработавшая психологические основы формирования системного мышления в обучении. В любой системе можно выделить отдельные части, выполняющие некоторые функции и взаимодействующие друг с другом. Различают свойства систем, связанные с их целями и функциями, и свойства, связанные со структурой систем. К свойствам, связанным с целями и функциями систем, относят:

– синергичность – максимальный эффект деятельности системы достигается только в случае максимальной эффективности совместного функционирования ее элементов для достижения общей цели;

– эмерджентность – появление в системе свойств, не присущих элементам системы; принципиальная нетождественность свойства системы к сумме свойств составляющих ее компонентов (неаддитивность);

– целенаправленность – наличие у системы цели (целей) и приоритет целей системы перед целями ее элементов;

– организацию или самоорганизацию (альтернативность путей функционирования и развития).

В широком смысле педагогическая система, как отмечается в педагогическом энциклопедическом словаре [194, с. 362], – это объединение участников педагогического процесса, в котором выдвигается педагогическая цель и решаются педагогические задачи, а деятельность самих участников педагогического процесса является источником педагогической цели и средством ее достижения одновременно.

Понятие методической системы обучения математике было введено А.М. Пышкало [232], который исследовал структуру и закономерности функционирования методической системы обучения, уделяя особое внимание дидактике и методике начального обучения, в особенности, обучения математике. Эта система имеет следующие компоненты: цели, содержание, методы, средства и формы обучения математике. В такой системе цель обучения как ее исходный компонент заключается в том, чтобы его участники представляли себе конечный результат своего взаимодействия. Содержание обучения – это часть опыта поколений, который передается учащимся для достижения поставленной цели; методы обучения – это действия учителя и учеников, с помощью которых усваивается его содержание. Средства обучения – это материализованные предметные способы «работы» с содержанием. Формы обучения придают ему завершенность, законченность.

Проблемам проектирования методических систем обучения математике посвящены работы многих ученых: В.А. Байдака [14] (вопросы теории и методологии), Н. В. Бровки [25] (интеграция теории и пратики), Е. Г. Евсеевой [107] (обучение студентов технического университета на основе деятельностного подхода), О. Б. Епишевой [103] (обучение на основе деятельностного подхода), М. М. Ковтонюк [133] (профессиональное становление учителя математики), Т. К. Смыковской [254] (учебный процесс), Е. И. Скафы [249, 250], (методическая система эвристического обучения), В. А. Шершневой [291], (обучение на обнове полипарадигмального подхода), и др.

Известны основные функции методической системы обучения: гносеологическая, гуманистическая, проектировочная, нормативная и рефлексивная. М. М. Ковтонюк [133] выделяет дополнительно такие функции проектирования методической системы как проектировочная, моделирующая, оптимизационная, мониторинговая, исследовательская, мотивационная, систематизационная, нормировочная.

Для реализации теоретико-методологических основ обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода нами была построена методическая система такого обучения.

Опишем методические требования к компонентам методической системы, а именно: к постановке целей обучения математике будущих инженеров, описанию его содержания, подбору методов, средств и организационных форм обучения.

2.1.2. Методические требования к проектированию целей и содержания обучения. Методическими требованиями к формулированию целей обучения математике является разделение их на внутренние и внешние; определение на основе компетентностного подхода внешних целей, заключающихся в формировании у студентов общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций с выявлением уровня интеграции, на котором они могут быть сформированы; определение внутренних целей обучения на основе деятельностного и интегративного подходов терминах интегративных математических действий, способов деятельности и знаний, обеспечивающих формирование компетенций у студентов согласно ГОС ВПО, а также метапредметных результатов обучения (см. рисунок 2.1).

Рисунок 2.1 – Методические требования к формированию целей обучения математике на основе интегративного подхода

Так, для направления подготовки бакалавров 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника» одной из внешних целей обучения математике является формирование компетенции научно-исследовательской деятельности «Способность к проведению экспериментов по заданной методике, обработке и анализу полученных результатов с привлечением соответствующего математического аппарата» (шифр компетенции ПК-4 согласно ГОС ВПО [57]). Соответствующими ей внутренними целями являются:

– *освоение*:

а) математических способов действий по построению и нахождению характеристик вариационных рядов;

б) интегративного способа действий по оценке параметров генеральной совокупности и проверке статистических гипотез;

– *усвоение*:

а) математических знаний (понятий и алгоритма выборочного метода математической статистики);

б) интегративных знаний (понятий и алгоритма методов оценки параметров генеральной совокупности и проверки статистических гипотез);

– *формирование*:

а) метапредметных понятий (данные, оценка, гипотеза, критерий);

б) метапредметных умений (по проведению статистического эксперимента с целью получения экспериментальных данных, представлению результатов эксперимента в одной из шкал измерений (порядковой, шкале отношений, дихотомической)).

Таким образом, определены внутренние цели обучения высшей математике, которые должны быть детализированы для того, чтобы спроектировать учебную деятельность по их достижению.

Существуют различные подходы к определению содержания обучения. Так, Л. И. Ничуговская [182] понимает содержание обучения как научно обоснованную систему дидактически и методически оформленного учебного материала, в котором отражаются цели образовательной и профессиональной подготовки будущих специалистов и обобщаются требования к их квалификационным уровням, компетентности, другим социально важным свойствам и качествам со стороны государства, мирового сообщества и работодателей.

Р. С. Гуревич [84] рассматривает содержание образования в высшей педагогической школе в аспекте интеграционных процессов, происходящих в современной науке. При этом интеграция знаний является определяющей в формировании содержания обучения. Ученый подчеркивает, что интеграция учебных предметов – далеко не механическая деятельность. Этот процесс требует существенной переработки содержания обучения, усиление общих идей и теоретических концепций интегрируемых дисциплин [84, с. 103].

В нашем исследовании под содержанием обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода будем понимать совокупность математических учебных и интегративных способов действий, овладение которыми является целями обучения, и знаний, необходимых для освоения этих способов действий, а также метапредметных понятий и умений, которые должны быть сформированы в обучении.

Для определения содержания обучения математике будущих инженеров нами составлена интегративная предметная модель студента (ИПМС). Модель состоит из пяти компонентов, каждый из которых отображает один из аспектов содержания обучения математике. Операционный компонент ИПМС содержит описание математических учебных и интегративных действий, которые должны быть освоены студентами. Остальные компоненты описывают с разных сторон математические предметные знания: тематический компонент представляет собой перечень разделов, тем и подтем, подлежащих изучению; семантический компонент содержит предметные знания, структурированные в дискретном виде; функциональный компонент содержит перечень математических и интегративных знаний, сгруппированных по функциям, которые они выполняют в обучении; процедурный компонент представляет собой перечень алгоритмов, формул и других процедур, которые студент должен усвоить.

Для составления предметной модели студента технических направлений подготовки по математике нами проанализированы ГОС ВПО по направлениям подготовки и специальностям, приведенные в приложении В [47-78].

Методические требования к определению содержания обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода изображены на рисунке 2.2.

Рисунок 2.2 – Содержание обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода

Из рисунка 2.2 можно видеть, что связь между операционным и остальными компонентами предметной модели студента, представляющими знания будущего инженера по математике, осуществляется путем интеграции теории и практики, в то время как все компоненты имеют интегративную составляющую, объединяющую межпредметную и метапредметную часть содержания обучения.

В приложении К приведен фрагмент интегративной составляющей семантического компонента предметной модели студента по векторной алгебре. В этой модели каждый компонент состоит из отдельных высказываний, имеющих трехуровневое обозначение: два первых символа это обозначение компонента ИПМС (ТК – тематический, СК – семантический, ОК – операционный, ФК – функциональный, ПК – процедурный), далее, после точки идет номер раздела в модели, а затем – номер высказывания.

Например, курс векторной алгебры может быть разбит на десять разделов и, соответственно, тематический компонент предметной модели студента содержит 10 разделов. В модель нами включен также 11-й раздел, носящий межпредметный, интегративный характер. Тематический компонент ИПМС имеет вид:

ТК.1. Виды векторов.

ТК.2. Линейные операции с векторами, заданными геометрически.

ТК.3. Угол между векторами. Проекция вектора на вектор.

ТК.4. Координаты вектора в прямоугольной системе координат.

ТК.5. Линейные операции с векторами, которые заданы своими координатами.

ТК.6. Скалярное произведение векторов.

ТК.7. Векторное произведение векторов.

ТК.8. Смешанное произведение векторов.

ТК.9. Условия коллинеарности, перпендикулярности и компланарности векторов.

ТК.10. Геометрические и механические применения векторов.

ТК.11. Применение векторов в естественнонаучных дисциплинах.

Например, 11-й раздел семантического компонента ИПМС состоит из высказываний, представляющих собой интегративные знания по применению векторной алгебры в естественнонаучных дисциплинах.

Приведем пример отображения интегративных знаний в ИПМС:

– *фрагмент тематического компонента:*

ТК.11. Векторная алгебра в естественнонаучных дисциплинах;

– *фрагмент семантического компонента*:

СК.11.101. Вектор напряженности электростатического поля равен силе, действующей в данной точке на помещенный в нее пробный единичный положительный заряд.

СК.11.102. Направление вектора напряженности электростатического поля определяет направление силы, действующей на положительный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля. (СК.11.101)

СК.11.103. Вектор напряженности электростатического поля $\overline{E}$ вычисляется по формуле: $\overline{E} = \dfrac{\overline{F}}{Q_\circ}$,

где $\overline{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд $Q_\circ$, помещённый в данную точку поля. (СК.11.101; СК.11.102)

СК.11.104. Величина напряжённости электростатического поля точечного заряда Q на расстоянии r от заряда вычисляется по формуле:

$$\left|\overline{E}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{Q}{r^2}.$$ (СК.11.103)

– *фрагмент функционального компонента*:

ФК.3. Определения

ФК.3.53. Вектора напряженности электростатического поля (СК.101);

ФК.3.54. Направления силы, действующей на положительный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля (СК.102);

ФК.6. Формулы

ФК.6.33. Формула для нахождения вектора напряженности электростатического поля (СК.11.103);

ФК.6.34. Формула для нахождения величины напряжённости электростатического поля точечного заряда Q на расстоянии r от заряда (СК.104);

– *фрагмент процедурного компонента*:

ПК.1. Алгоритмы

ПК.23. Алгоритм нахождения характеристик напряженности электростатического поля (СК.101-СК.104);

– *фрагмент операционного компонента*:

ОК.1. Определять

ОК.1.42. Направления силы, действующей на положительный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля (СК.102);

ОК. 3. Находить

ОК.3.37. Вектор напряженности электростатического поля (СК.11.103);

ОК.3.38. Величину напряжённости электростатического поля точечного заряда Q на расстоянии r от заряда (СК.11.104).

Все высказывания модели имеют ссылки на высказывания, с которыми они связаны. Подробно методика разработки и использования в обучении ИПМС будет описана в п. 2.2.

2.1.3. Специальные методы, средства и формы организации обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода. Основными организационными формами обучения математике будущих инженеров являются лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов, проектируемые на принципах интегративного и деятельностного подходов к обучению. Предлагаем дополнить существующие организационные формы обучения в техническом университете интегративными практическими занятиями по высшей математике будущих инженеров.

В методике обучения математике в школе существует понятие «интегрированный урок», которое понимается как особый тип урока, объединяющего в себе обучение одновременно по нескольким дисциплинам при изучении одного понятия, темы или явления. Так, например С. Ш. Туронов рассматривает основы интегрированных уроков математики и трудового обучения и их роль в целостном восприятии мира учащимися начальных классов [274].

Обязательными условиями реализации интегрированных уроков являются следующие требования:

а) координация тематического планирования учителей математики и других предметов;

б) наличие необходимого уровня квалификации учителей математики и других предметов, предусматривающего не только требуемую систему знаний и умений, но и навыки творческой исследовательской работы.

В нашем исследовании под *интегративным практическим занятием по высшей математике будем понимать практическое занятие, объединяющего в себе элементы содержания одновременно нескольких учебных дисциплин при изучении одного математического понятия или темы*. Методическими требованиями к проведению таких занятий является создание учебных интегративных ситуаций I и II типа в предметном поле математики и естественнонаучных дисциплин. При такой организации практического занятия происходит реализация междисциплинарных связей, в основе которой лежит выполнение интегративных математических действий и применение интегративных математических знаний. В п. 2.2 нами будет подробно рассмотрена методика проведения таких практических занятий.

Особое внимание в методике обучения математике будущих инженеров уделяется организации самостоятельной работы студентов, в частности, профессионально ориентированным по содержанию, интегративным по методологии проектирования, творческим видам самостоятельной работы в форме интегративных учебных проектов (ИУП).

ИУП понимаются нами как комплексные учебные задания, решение которых требует построения математической модели объектов профессиональной деятельности инженера и осуществляется путем переноса способов решения математических задач в другие предметные области. Нами разработана система заданий для ИУП, реализованная в электронном учебном пособии «Математика в профессиональной деятельности инженера» [163], в котором обеспечена интеграция в обучении высшей математике на трех уровнях: внутрипредметная (за счет блоков теории и практики, связанных перекрестными интерактивными ссылками); межпредметном (при решении интегративных задач II типа, требующих реализации умений по математике в предметном поле естественнонаучных дисциплин); метапредметном (формирование метапредметных умений и приемов выполнения научно-исследовательской учебной деятельности). Подробно методика использования в обучении ИУП будет описана нами в п. 2.3.

Таким образом, интегрированные организационные формы обучения (ИОФО) математике выполняют следующие функции:

– методологическую, выраженную в том, что ИОФО способствуют отражению в обучении методологии современного естествознания, которое развивается по линии интеграции идей и методов с позиций системного подхода к познанию;

– образовательную, состоящую в том, что с помощью ИОФО формируются универсальные учебные умения, а также такие качества знаний студентов как системность, глубина, осознанность, гибкость;

– развивающую, которая определяется ролью ИОФО в развитии системного и творческого мышления, в формировании их познавательной активности, самостоятельности и профессиональной и учебной мотивации;

– воспитательную, выраженную в содействии ИОФО формированию мировоззренческих ориентиров студентов в обучении математике.

Использование наряду с традиционными методами обучения (объяснительно-иллюстративным, репродуктивным, проблемным, частично-поисковым, исследовательским по И. Я. Лернеру [152]) специальных методов обучения (метод дидактического опережения, метод ориентирования при решении интегративных задач и метод интегративных проектов) позволяет организовать обучение таким образом, чтобы студенты максимально эффективно осваивали интегративные математические действия и усваивали необходимые для этого знания.

Суть метода дидактического опережения заключается во введении в обучение математике элементов содержания естественнонаучных дисциплин. Примеры материалов, разработанных студентами в рамках самостоятельной работы, носящих интегративный характер, по применению понятий и методов таких дисциплин как физика, теоретическая механика, теория поля, теоретические основы электротехники, химия, экология и другие при изучении высшей математики рассмотрены нами в п. 2.3.

Реализацию метода дидактического опережения мы предлагаем осуществлять путем введения в обучение 1) интегративных задач I и II типов; 2) интегративных учебных проектов; 3) построения пирамиды понятий, включающей метапредметные понятия курса высшей математики и естественнонаучных дисциплин.

С точки зрения обучения на основе деятельностного подхода усвоение знаний неотрывно связано с деятельностью. Как отмечает Е. И. Машбиц [166, с. 108], только в процессе учебной деятельности студент усваивает знания. Поэтому очень важным является установление в сознании студентов иерархии математических понятий. Чтобы усваивать новые понятия, надо обладать определенными начальными знаниями. Учебный процесс в техническом университете строится таким образом, что студент, начиная изучать курс высшей математики, уже обладает достаточными знаниями, чтобы сформировать первое предметное понятие. Это знания, полученные при изучении курса элементарной математики в школе. Понятия, составляющие эти знания, называют понятиями нулевого уровня [9].

На базе понятий нулевого уровня студенты начинают изучать высшую математику, то есть на их основе формируют некоторые простые предметные понятия. Понятия, сформированные на основе понятий нулевого уровня, называют понятиями первого уровня. Освоив первый уровень, студент, уже опираясь на понятие первого и нулевого (или только первого) уровня, формирует (усваивает) более сложные понятия. Их называют понятиями второго уровня. Можно говорить о понятии третьего уровня, они опираются на понятие нулевого, первого и второго уровней, четвертого уровня и т. д.

Таким образом, можно построить иерархическую структуру математических понятий. Иерархичность понятийной структуры в сознании человека подчеркивается в работах многих исследователей. На стадии концептуализации эта иерархия понятий превращается, как указывается в работе [9], в пирамиду понятий. В пирамиде понятий переход на каждый следующий уровень означает новую ступень обобщения и углубления представлений о предметной области. Иерархическая структура в общем случае не только показывает, какие понятия используются для вывода той или иной закономерности, для обоснования того или иного положения, для формулировки того или иного понятия, но и устанавливает связи между понятиями. В работе [107] построена пирамида понятий по теме «Алгебра матриц». Используя методику её разработки, нами построена пирамида понятий по теме «Векторная алгебра», фрагмент которой приведен на рисунке 2.3. В приведенной пирамиде на нулевом уровне находятся понятия «множество» и «отрезок», которые студенты должны были усвоить в школьном курсе математики, и понятия «точка» и «направление», которые являются понятиями повседневной жизни.

На основе этих понятий на первом уровне сети формируются понятия «координаты точки», «вектор» и «длина отрезка». На базе понятий первого уровня формируются понятия второго уровня «модуль вектора» и «координаты вектора». И так продолжается, пока не будет введено понятие последнего уровня.

Метод ориентирования заключается в самостоятельном создании ориентировочной основы деятельности и требует от студентов умения определять опорные знания и действия, необходимые для решения задачи или выполнения творческого задания, и реализуется путем создания схемы ориентирования, как для математических, так и интегративных задач.

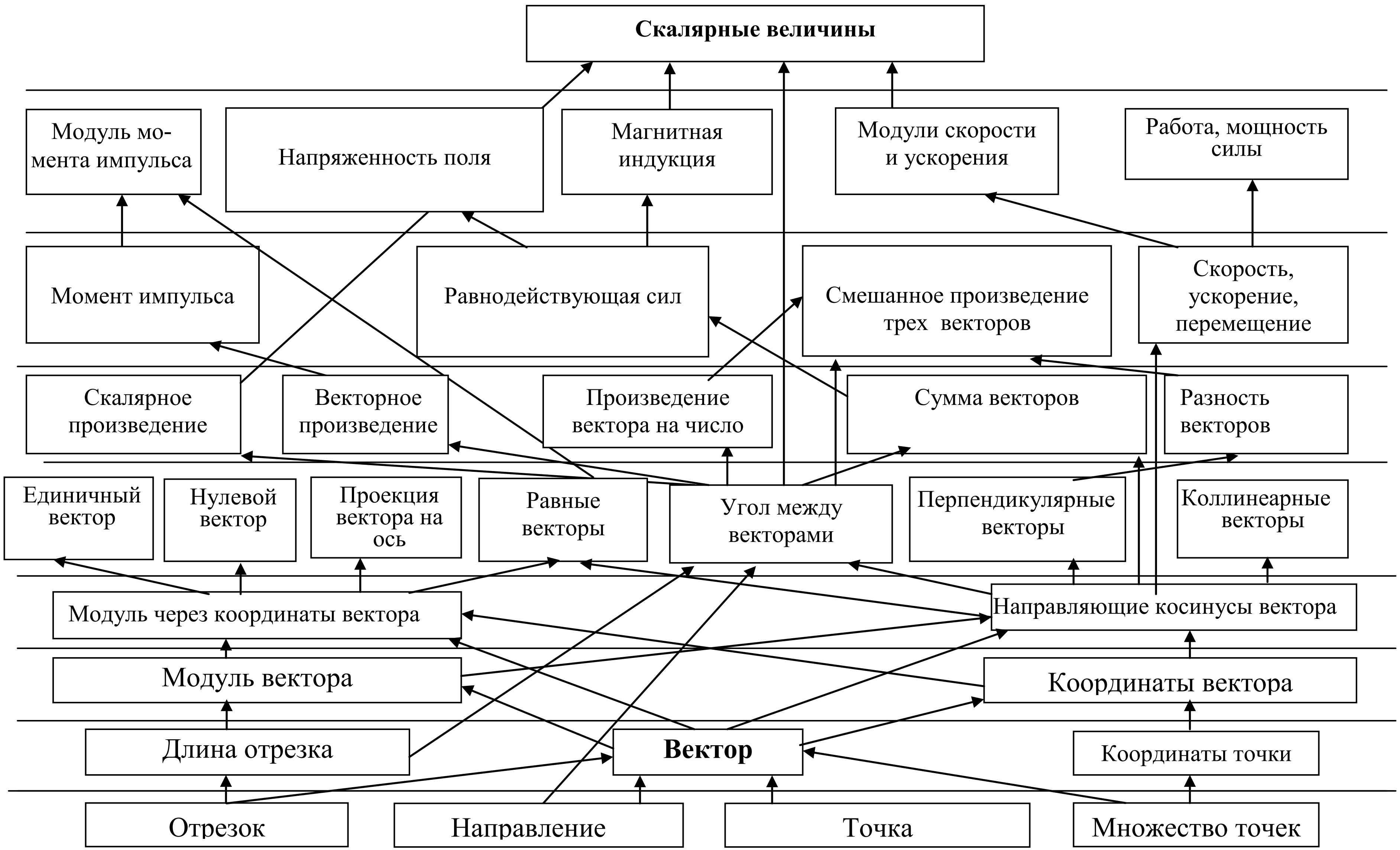


Рисунок 2.3 – Фрагмент пирамиды понятий по теме «Векторная алгебра»

В результате у студентов формируются умения выполнять не только предметные математические, но и метапредметные действия. Кроме того, установление связи между опорными знаниями и умениями способствует интеграции теории и практики в обучении математике.

Метод ориентирования заключается в использовании для решения задач, в том числе и интегративных, схем ориентировочной основы деятельности (ООД), которые предоставляются студенту для самостоятельной работы. Эти схемы дают возможность студентам, во-первых, самостоятельно сориентироваться, какое место занимает предоставленная ему для решения задача в структуре предметных действий (общее ориентирование). Во вторых, с помощью этой схемы студент осознает, какие данные необходимы для решения задачи, по каким алгоритмам и формулам необходимо её решать (ориентирование на выполнение). Первая часть схемы ООД разрабатывается на основе семантического компонента, а вторая – процедурного компонента предметной модели студента.

Каждая схема ООД состоит из двух частей. Первая часть схемы ООД составляется непосредственно на основе условия задачи. Она позволяет студенту осознать и понять общее ориентирование. При этом он может опираться на знания, данные в схеме как фрагмент семантического конспекта. Знания, необходимые непосредственно для решения задачи составляют вторую часть схемы ООД, которая дает возможность студенту сделать ориентирование на выполнение. Рассмотрим, например, такую задачу по векторной алгебре:

Задача 2.1. Найти модуль векторного произведения векторов $\bar{a}=(3;2;-1)$ и $\bar{b}=(2;-2;4)$.

Общее ориентирование заключается в выяснении того, что дано и, что нужно найти: даны координаты двух векторов, нужно найти модуль векторного произведения двух векторов. Для того чтобы найти модуль векторного произведения двух векторов необходимо найти вектор, который есть их векторным произведением.

Процедура ориентирования этой задачи изображена на рис. 2.4.

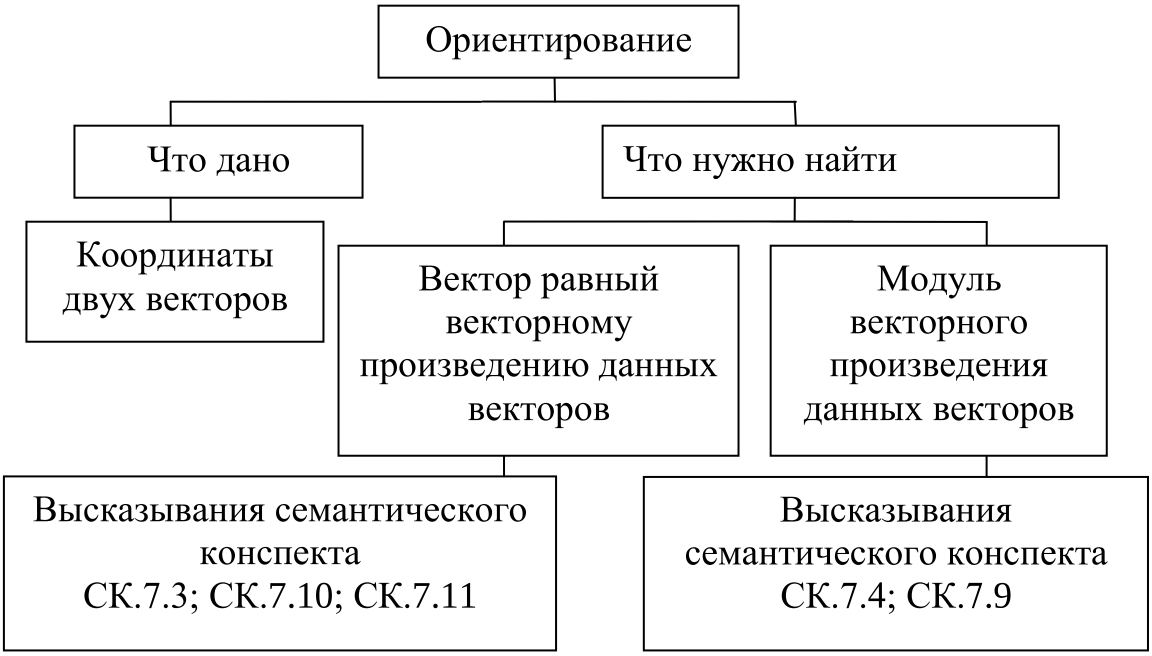


Рисунок 2.4 – Процедура ориентирования при решении задачи 2.2

Решение: 1. Выражение для вычисления векторного произведения векторов $\bar{a}=(3;2;-1)$ и $\bar{b}=(2;-2;4)$: $\bar{a}\times\bar{b}=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ 3 & 2 & -1\\ 2 & -2 & 4\end{vmatrix}$.

2. Вектор $\bar{a}\times\bar{b}$, который является векторным произведением векторов $\bar{a}=(3;2;-1)$ и $\bar{b}=(2;-2;4)$, раскладывая определитель в правой части формулы по первой строке:

$$\bar{a}\times\bar{b}=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ 3 & 2 & -1\\ 2 & -2 & 4\end{vmatrix}=(-1)^2\cdot\bar{i}\cdot\begin{vmatrix}2 & -1\\ -2 & 4\end{vmatrix}+(-1)^3\cdot\bar{j}\cdot\begin{vmatrix}3 & -1\\ 2 & 4\end{vmatrix}+(-1)^4\cdot\bar{k}\cdot\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & -2\end{vmatrix}=$$

$$=6\cdot\bar{i}-14\cdot\bar{j}-10\cdot\bar{k}=(6;-14;-10).$$

3. Модуль вектора $\bar{a}\times\bar{b}=(6;-14;-10)$ равен: $\left|\bar{a}\times\bar{b}\right|=\sqrt{36+196+100}=\sqrt{232}=2\sqrt{58}$.

Если задачу 2.1 переформулировать таким образом, чтобы векторы, для которых необходимо найти модуль векторного произведения, имели физический смысл, то полученная задача будет интегративной задачей I типа. Такими являются задача 2.2 и задача 2.3.

Задача 2.2. Найти вектор механического момента $\overline{M}$, действующий на контур с током в однородном магнитном поле, вектор магнитной индукции которого равен $\overline{B} = (b_x; b_y; b_z)$, если известен также вектор магнитного момента $\overline{p}_m = (p_{mx}; p_{my}; p_{mz})$.

Задача 2.3. Найти модуль момента силы $\vec{F} = (3; 2; -1)$ относительно точки B, под действием которой материальная точка перемещается из точки A вдоль вектора $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 4)$ (рис. 2.5).

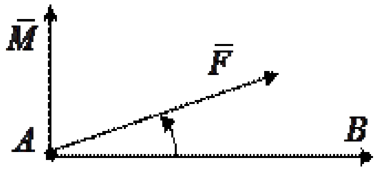


Рисунок 2.5 – Чертеж к задаче 2.3

В этом случае приведенная в задаче 2.2 схема ООД может быть применена к задаче 2.3. Пример схемы ориентирования, построенной в виде таблицы для интегративной задачи II типа, приведен в п. 1.3.

Использование метода ориентирования при обучении высшей математике даёт возможность ускорить процесс формирования умений, которые являются целями обучения, а также индивидуализировать процесс обучения. Значение этого метода заключается не только в том, что студенты учатся решать задачи по конкретной теме, но и в том, что будущие инженеры осознают ведущую роль ориентирования, и у них формируется рациональный способ действий, они усваивают научный подход к решению задач, а значит, и к осуществлению профессиональной деятельности.

Использование метода проектов в методике обучения математике в системе ВПО в последнее десятилетие активно предлагается учеными. Так, в работе О. В. Задорожной рассматривается проектирование комплекса учебных проектов в процессе обучения математическому анализу в университете [112]. Автор отмечает, что отечественные исследователи, разрабатывавшие идеи проектного обучения, рассматривали метод проектов как средство слияния теории и практики в обучении (Е. Г. Кагаров). Е. С. Булычева, А. Г. Подстригич выявили, что обучение математическим дисциплинам с использованием проектов более эффективно и способствует повышению качества математических знаний. О. В. Задорожная рассматривает комплекс учебных проектов по математическому анализу как совокупность трех компонентов, связанных между собой посредством раскрытия внутрипредметных связей, выявления глубокой соподчиненности математических объектов за счет расширения объема информации, изучения материала в единой связи, обобщения и интеграции разделов математического анализа [112].

Интегративные проекты для организации самостоятельной работы студентов технических ВУЗов по математике предлагает использовать О. Н. Ефремова [105], которая также подчеркивает их влияние на повышение эффективности обучения.

В нашем исследовании метод интегративных проектов заключается в организации творческой учебной деятельности студентов, моделирующей проектную деятельность, предусмотренную в ГОС ВПО для всех направлений подготовки. Так, для направления подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» предусмотрено в проектной деятельности формирование компетенции «Умение проводить расчеты по проекту сетей, сооружений и средств инфокоммуникаций в соответствии с техническим заданием с использованием как стандартных методов, приемов и средств автоматизации проектирования, так и самостоятельно создаваемых оригинальных программ» (ПК 9) [54].

Для обеспечения формирования указанной компетенции интегративный учебный проект должен содержать следующие элементы:

1) проектное задание;

2) математическую составляющую, которая заключается в применении теоретических положений по математике;

3) естественнонаучную составляющую, математическая модель которой составляет практическую часть проекта.

Таким образом, предложенные методы можно отнести к частично-поисковым методам и их целесообразно использовать в самостоятельной работе студентов как при подготовке к аудиторным занятиям, так и в творческих видах самостоятельной работы на этапе подготовки докладов на студенческие научно-технические конференции, конкурсных научных работ и проектов [112].

Вместе с целью, содержанием, формами и методами обучения, средства обучения является одним из главных компонентов методической системы.

Под средствами обучения понимаются объекты некоторой природы, формирующие учебную среду и использующиеся преподавателем и студентами в процессе учебной деятельности [259] и др.

Дидактическая цель средств обучения – уменьшение затрат времени, передача необходимой для обучения информации, рассмотрение объекта или явления, изучаемого частями и в целом, обеспечения деятельности студентов и преподавателей.

Функции средств обучения многогранны: воспитательные, развивающие, учебные, корректирующие и контролирующие. С помощью соответствующих средств обучения можно раскрывать содержание и объем новых понятий, демонстрировать различные подходы к доказательству теорем и решения задач, формировать умения и осуществлять управление различными видами учебной деятельности, повышать и поддерживать интерес к изучение предмета.

Включение в содержание обучения математике системы интегративных учебных действий и знаний, которые обеспечивают выполнение этих действий, позволит ввести естественнонаучный компонент в содержательную часть учебной деятельности. Учитывая, что усваивать знания можно, только применяя их, оперируя ими в ходе учебной деятельности, а механизмом осуществления учебной деятельности при обучении математике является решение задач, целесообразным является включение в средства обучения системы задач, направленной на формирование математических и интегративных действий. Кроме того, введение в учебную деятельность по математическим дисциплинам деятельность по решению задач с помощью процедуры ориентирования, позволяет сформировать у студентов полную ориентировочную основу деятельности, способствует освоению математических действий.

Разработка пятикомпонентной интегративной предметной модели студента технического университета по высшей математике позволяет пополнить средства обучения мощным инструментом. Все компоненты этой модели, а особенно ее семантический компонент, который представлен в виде семантического конспекта, являются средствами проектирования и организации обучения математике [106].

Для обеспечения интеграции математики и других дисциплин необходима разработка учебно-методических пособий нового типа, позволяющих на всех уровнях (внутрипредметном, межпредметном, метапредметном) обеспечить взаимопроникновение учебных дисциплин. Вопрос разработки таких пособий по высшей математике, в том числе и по векторной алгебре, является весьма актуальным и требует теоретического и методического обоснования. Это могут быть пособия, разработанные на основе интегративного подхода, однако в современной дидактике нет однозначного понимания того, на каких основаниях должна строиться модель такого пособия.

Применение интегративного подхода к разработке средств обучения различным предметам на разных уровнях образования предпринималось многими учёными. Так в работе С.И. Зенько и О.В. Хайновской [115] была установлена целесообразность разработки и использования учебных пособий, базирующихся на интегрированном подходе для раздела «Информационные системы на базе офисных технологий» дисциплины «Информационные системы и сети». В понимании авторов интегрированное пособие, значит электронно-печатное пособие, т. е. комбинированная форма подачи материала служит предметом интеграции.

Еще одним примером учебного пособия, разработанного на основе интегративного подхода, является пособие по теории организации и организации производства (А. П. Агаркова, Р. С. Голова, А. М. Голикова и др. [2]). Авторы называют пособие интегрированным, т.к. оно содержит учебный материал разных дисциплин на единой методологической основе.

Основанием для позиционирования учебного пособия как интегрированного А. С. Красько видит в том, что в нём должны быть представлены все виды занятий: лекционные, практические, лабораторные и курсовое проектирование [143].

Интегрированное пособие «Курс общей физики для природопользователей. Электричество» А.В. Бармасова и В.Е. Холмогорова [16] – это пособие для студентов всех форм обучение нефизических направлений подготовки: биология, геология, гидрометеорология, почвоведение и др. В понимании авторов интегрированное пособие – это пособие, в котором рассматриваются примеры применения физики в профилирующих предметах будущих биологов, геологов, почвоведов и др.

Таким образом, основанием для интеграции в учебных пособиях могут выступать организационные формы обучения (лекции, практические занятия, лабораторные занятия), виды пособия (печатные и электронные, печатные и видео), а также межпредметные и внутрипредметные связи.

В нашем исследовании под учебным пособием по математике для студентов технического университета, разработанном на основе интегративного подхода, будем понимать учебное пособие, реализующее внутрипредметную интеграцию теории и практики, межпредметную интеграцию математики и естественнонаучных дисциплин и обеспечивающее формирование метапредметных понятий и умений.

В то же время, считаем целесообразным разработку такого пособия осуществлять на основе деятельностного подхода в соответствии с принципами: первичности деятельности, профессиональной ориентированности, деятельностного целеполагания, деятельностного определения содержания обучения [107].

Описанные средства обучения отражены в учебных пособиях, разработанных на основе интегративного подхода, а также по деятельностной технологии «Учимся, работая» [101, 212].

Важной тенденцией современного образования является широкое применение информационно-коммуникационных технологий обучения (ИКТ) в учебном процессе. Информационно-коммуникационные технологии обучения понимаются как система общих педагогических, психологических и дидактических процедур взаимодействия преподавателей и студентов с использованием технических ресурсов, направленная на реализацию содержания, методов, форм и средств обучения, адекватных целям образования, индивидуальным особенностям студентов и требованиям к формированию информационно ориентированных качеств грамотного человека [250].

В процессе обучения математике в современной высшей профессиональной школе с целью повышения эффективности обучения активно применяются электронные средства учебного назначения (ЭСУН). Они заключают в себе значительно больше учебных и наглядных материалов, тем самым обогащая традиционные средства обучения. Крайне важно разработать методическую базу для использования ЭСУН в учебном процессе. В наше время задача их разработки и применения обретает особенную значимость и становится приоритетным направлением современных научных исследований.

Существует большое количество ЭСУН, используемых для формирования математической компетентности будущих инженеров.

Во-первых, это традиционные прикладные математические программные пакеты компьютерной математики, такие как DERIVE, NUMERI, Maple, Mathematica, EUREKA, MathCAD, GRAN [36, 89, 200, 290].

Например, в работе [118] описано использование среды MathCad при обучении студентов технических специальностей теории вероятностей.

Во-вторых, во избежание громоздких расчетов можно применять такие программные средства Microsoft Mathematics 4.0, DG, OSA Beta, Mathematical Solver 3.2, MF master function (MF2.0.) и SinCosTa и многие другие. Также для автоматизации математических вычислений и, прежде всего, символьных (аналитических) преобразований может быть использована система Derive a MathematicalAssistant (математический помощник Derive) [36].

В-третьих, для визуализации, создания геометрической интерпретации и исследования функциональной зависимости в различных условиях применяются программы Graph, Gran2, Gran3, Microsoft Mathematics 4.0, MF master function (MF2.0) и DG. С целью измерения и анализа изменений исследуемых величин – Gran2, Gran3 или DG. Для создания аналитической записи зависимостей в точном или приближенном виде используются программы Graph или MF master function (MF2.0.). В работе [99] описана методика визуализации математических объектов с использованием программного пакета WolframMathematica.

В-четвертых, это электронные учебники, позволяющие студентам самостоятельно осваивать курсы математических дисциплин. Это могут быть как традиционные курсы лекций, так и руководства к решению задач, например [238].

В-пятых, это компьютерные обучающие программы из системы эвристико-дидактических конструкций (ЭДК), которые разрабатываются в Донецком национальном университете под руководством Е.И. Скафы [250]. В отличие от существующих программных средств программы из системы ЭДК постепенно приближают студентов к поиску решения задачи через организацию эвристической учебной деятельности.

В-шестых, это системы компьютерного контроля результатов обучения, например, программа «MyTest», с помощью которой проводится компьютерное тестирование студентов. В работе [113] описана система независимой оценки знаний студентов, разработанная в Донском государственном техническом университете на основе портала электронного обучения СКИФ с использованием инструментального средства Moodle.

Список ЭСУН, применяемых в обучении математике студентов технических направлений подготовки, может быть продолжен. В последнее время актуальность приобретают профессионально-ориентированные средства обучения, направленные на формирование не только математической, но и профессиональной компетентности будущих инженеров. Например, Ю.В. Абраменковой предложено использовать в обучении математике студентов химических направлений подготовки разработанный ею компьютерный тренажер как средство формирования способов действий по математике и математическому моделированию в химии [1]. Н.А. Галибиной в работе [37] предложено использование интерактивного деятельностного тренажёра «Учебные задачи» по теме «Поверхности второго порядка» для проектирования и организации профессионально-ориентированной учебной деятельности студентов строительных направлений подготовки.

В то же время, электронные средства в обучении математике, которые ориентированы на формирование профессиональной компетентности будущих инженеров, посвящены лишь отдельным разделам курса высшей математики и предназначены лишь для отдельных направлений подготовки. Кроме того, они ориентированы на формирование интегративных результатов обучения. Вследствие этого актуальной является задача разработки такого ЭСУН, которое позволило бы формировать у студентов интегративные способы действий их будущей профессиональной деятельности по всему курсу высшей математики, предназначенного для студентов различных технических направлений подготовки.

Для решения поставленной задачи нами было разработано электронное учебное пособие (ЭУП) «Математика в профессиональной деятельности инженера», демонстрирующее примеры применения математики в различных областях инженерной деятельности.

В таблице 2.1 приведены разработанные нами специальные средства обучения и указаны дидактические задачи, которые они выполняют. Все предложенные средства обучения можно использовать для проектирования и организации учебной деятельности студентов и управления ею. При этом обеспечивается интеграция на трех уровнях: межпредметном (математики и естественнонаучных дисциплин), внутрипредметном (теории и практики в обучении высшей математики), а также метапредметном (формирование метапредметных понятий и умений).

Таким образом, средства обучения математике будущих инженеров дополняются авторской системой задач, содержащей математические учебные задачи и интегративные задачи I и II типов, электронным учебным пособием «Математика в профессиональной деятельности инженера», учебными пособиями, разработанными на основе интегративного подхода, а также по деятельностной технологии «Учимся, работая», интегративной предметной моделью студента технического университета по высшей математике.

Таблица 2.1 – Средства обучения математике на основе интегративного подхода

Средство обучения	Задачи, решаемые в обучении
Интегративная пятикомпонентная предметная модель студента технического университета по высшей математике	– проектирование целей (ОК) и содержания обучения (ТК, ОК, СК, ФК, ПК); – организация учебной деятельности на аудиторных занятиях (СК); – организация самостоятельной работы студентов (СК, ОК); – проектирование контроля (СК, ОК); – разработка системы учебных задач (СК); – разработка учебно-методических пособий (СК, ОК, ТК); – разработка электронных учебников (СК, ОК); – разработка дистанционных курсов (СК, ОК); – разработка учебного програмного обеспечения (ТК, ОК, СК, ФК, ПК)
Учебное пособие «Математика в профессиональной подготовке инженера: векторная алгебра. Интегративный подход»	– самостоятельное изучение студентами курса высшей математики; – усвоение студентами знаний по высшей математике и интегративных знаний; – освоение студентами математических учебных и интегративных действий; – диагностика уровня освоения математически учебных и интегративных действий; – диагностика уровня усвоения знаний по высшей математике и интегративных знаний
Учебное пособие «Векторная алгебра. По деятельностной технологии «Учимся, работая»	– самостоятельное изучение студентами курса высшей математики; – усвоение студентами знаний по математическим дисциплинам; – последовательное формирование у студентов умений выполнять математические учебые действия; – диагностика уровня освоения студентами математических учебных действий
Система математических учебных и интегративных задач	– организация учебной деятельности на аудиторных занятиях; – организация самостоятельной работы студентов; – разработка учебно-методических пособий; – разработка электронных учебников; – разработка дистанционных курсов
Электронное учебное пособие «Математика в профессиональной деятельности инженера»	– творческие самостоятельные работы по подготовке интегративных учебных проектов; – усвоение студентами знаний по высшей математике и интегративных знаний; – освоение студентами математических учебных и интегративных действий

Предложенные средства обучения математике будущих инженеров выполняют такие дидактические функции: проектирование целей и содержания обучения; организация учебной деятельности на аудиторных занятиях; организация самостоятельной работы студентов; проектирование и организация контроля; самостоятельное изучение студентами курса высшей математики.

2.2. Методика обучения высшей математике на основе межпредметных связей с естественнонаучными дисциплинами

Как показывает практика, математика в техническом университете является методологической основой всего естественнонаучного знания, и система математического образования должна быть направлена на использование математических знаний при изучении естественнонаучных дисциплин. Изучение математики интеллектуально обогащает студента, развивая в нем необходимую для будущего инженера гибкость и строгость мышления.

Междисциплинарная интеграция, которая должна рассматриваться и как цель, и как средство обучения будущих инженеров обеспечит взаимосвязь математики и естественнонаучных дисциплин на уровне знаний и видов деятельностей, если её содержательную и процессуальную основу составит работа по обучению студентов решению интегративных задач, обеспечивающих формирование профессиональной компетентности, и позволяющих сформировать как математические, так и профессионально значимые знания, умения и навыки.

2.2.1. Межпредметные связи высшей математики и курса физики. Одним из путей повышения эффективности обучения высшей математике для студентов инженерных направлений подготовки за счет реализации профессиональной направленности курса является его интеграция с курсом общей физики. Главной дидактической задачей такой интеграции является изучение на интегративной основе нового учебного материала. В нашем случае определенный физический материал изучается в рамках математических дисциплин. Межпредметные связи математики и физики рассматривались многими учеными, такими как И. В. Евграфова [96], И. В. Кирюшин [132], А. А. Пинский [197], Г. М. Семёнова [244], Е. В. Старцева [261] и многие другие.

В качестве источников интеграции выступают общие объекты исследования (объектный тип интеграции) или определенные комплексные проблемы, для решения которых необходима интеграция содержания общего и профессионального образования (проблемный тип интеграции) [19, с.119]. При объектном типе интеграции создается возможность изучения некоторого физического объекта или явления с позиций, как физики, так и математики, чем достигается гармоничное единство интересов профессиональной и фундаментальной подготовки.

В понятийном аппарате нашего исследования объектный тип интеграции реализуется в интегративных учебных ситуациях 1-го типа, когда использование физических понятий не требует создания локального предметного поля физики для решения задачи. Например, рассматривая в разделе «Классическая механика» тему «Кинематика материальной точки», физические понятия мгновенной скорости и ускорения можно ввести с опорой на математическое понятие производной. Таким образом, понятие производной является интегративным понятием, а способы действий дифференциального исчисления функции одной независимой переменной – интегративными способами действий, которые формируются в обучении высшей математике.

Проблемный тип интеграции отталкиваются от физической проблемы (задачи), для решения которой необходимо использование специфических математических понятий и методов [19, с.119]. Такие задачи, рассматриваемые в курсе высшей математики, являются интегративными задачами I или II типа, в зависимости от того, создается или нет для их решения локальное предметное поле физики.

Так, если перед студентами поставлена физическая задача нахождения пройденного пути по известной зависимости скорости от времени, то для ее решения они должны усвоить понятие определенного интеграла и овладеть методами интегрирования.

В обучении математике следует использовать оба типа интеграции: и объектный, и проблемный, по мнению И. В. Кирюшина [132]. Какой из них применять в том или ином случае зависит от изучаемой математической темы и фактических возможностей в подборе соответствующих учебных физических объектов (явлений) или проблем.

В контексте нашего исследования необходимым является использование интегративных учебных ситуаций I и II типа. Это позволяет создать условия, обеспечивающие моделирование профессиональной деятельности специалиста. Важно учитывать, что только когда математическое понятие становится некоторой частью мысленной физической модели, оно делается легко доступным для понимания будущими инженерами. При этом обучаемые видят, как математика естественным образом рождается из окружающей физической действительности, что не только повышает мотивацию к учебе, но и обеспечивает развитие теоретического и продуктивного (творческого) мышления, а также преодоление формализма в знаниях.

При разработке методики обучения высшей математике на основе интеграции с физикой следует учитывать, что физика как естественная, эмпирическая наука отличается от математики – науки формальной, абстрактной. В отличие от математики, в которой изучаются математические структуры и используются исключительно теоретические, абстрактные методы исследования, в физике изучаются объекты и явления физического мира, физическая форма движения материи, а естественные науки, такие как физика, химия, биология и др. основаны на эмпирическом методе.

Межпредметная интеграция математики и физики должна осуществляться с учетом принципов, сформулированных И. В. Кирюшиным:

– приоритета собственного предмета изучения математики и физики;

– главенства математики, означающего, что изложение всякого физического содержания курса неизменно подчиняется целям математического;

– множественности физических проблем и объектов, фигурирующих при изучении того или иного математического понятия;

– обобщающего повторения, отражающего необходимость обращаться к аналогичному физическому содержанию несколько раз: при изучении целого ряда математических тем. Это важно для успешного усвоения новых математических понятий и установления связей между ними;

– асинхронности, означающего, что изучение определенных вопросов физики в курсе математики на базе интегративного материала и подобных же вопросов в курсе физики отделено друг от друга во времени;

– развивающего повторения, связанного с предыдущим принципом асинхронности;

– неполноты, указывающего на невозможность интегрировать в содержание курса математики все понятийное пространство физики или большую его часть;

– систематичности, требующего излагать на уровне дидактического синтеза большинство математических понятий и методов;

– комплементарности, определяющего актуализацию межпредметных связей в тех случаях, когда дидактический синтез не осуществляется [132].

Интегративное практическое занятие по той или иной математической теме должно опираться на определенный физический материал: объект, явление или проблему. При отборе физического материала следует руководствоваться следующими выявленными правилами [132]: 1) в содержании дисциплины должна отражаться логика возникновения математических понятий, их иерархия, рассматриваемая с учетом общей логики развития математики; 2) необходимо использовать физическое содержание, охватывающее наиболее важные физические понятия; 3) необходимо обеспечивать наглядность физического материала с целью раскрытия смысла математического понятия; 4) при составлении интегративных задач необходимо избегать использования трудных для освоения физических понятий или объектов, требующих для описания сложного математического аппарата, не связанного с изучаемой темой; 5) физический материал не должен вызывать представлений о сложности, недоступности для понимания. Лучше, если он будет относиться к разделам из школьного курса физики.

Укажем ряд физических объектов и явлений, отталкиваясь от которых можно при изучении соответствующих тем из начальных разделов лекционного курса высшей математики создавать интегративные учебные ситуации. При этом достаточно широко представлен принцип обобщающего повторения (использование одних и тех же объектов и проблем при изучении целого ряда математических понятий), а введение этих понятий зачастую происходит с использованием метода дидактического опережения.

В Приложении Л приведены физические понятия или способы действий, которые можно использовать для разработки интегративных задач при изучении различных тем курса высшей математики.

Рассмотрим методику формирования понятий векторной алгебры, в том числе метапредметного понятия «вектор», на основе межпредметной интеграции с физикой. Векторные величины в физике – это физические величины, которые характеризуются неотрицательным скаляром (модулем вектора) и направлением в пространстве. Векторная величина обладает размерностью, которая равна размерности его модуля (см. табл. 2.2).

Таблица 2.2 – Примеры векторных величин в физике

Название векторной величины	Обозначение векторной величины	Размерность векторной величины
радиус-вектор точки	$\bar{r}$	$(м)$
перемещение	$\bar{s}$	$(м)$
скорость	$\bar{v}$	$\left(\frac{м}{с}\right)$
угловая скорость	$\bar{\omega}$	$\left(\frac{м}{с}\right)$
ускорение	$\bar{a}$	$\left(\frac{м}{с^2}\right)$
тангенциальное ускорение	$\bar{a}_\tau$	$\left(\frac{м}{с^2}\right)$
угловое ускорение	$\bar{\beta}$	$\left(\frac{м}{с^2}\right)$
нормальное ускорение	$\bar{a}_n$	$\left(\frac{м}{с^2}\right)$
импульс	$\bar{p}$	$\left(кг\cdot\frac{м}{с}\right)$
сила	$\bar{F}$	$(Н)$
давление	$\bar{P}$	$(Па)$
напряжённость электрического поля	$\bar{E}$	$\left(\frac{Н}{Кл}\right)$
магнитная индукция	$\bar{B}$	$(Тл)$

В качестве примера, иллюстрирующего понятии «сила», студентам может быть предложена задача 2.4.

Задача 2.4. Блок массы m, размещенный на поверхности без трения, наклонённой под некоторым углом θ к горизонтали. Блок, очевидно, будет двигаться вниз по наклонной поверхности. Силами, действующими на блок, являются его вес $\bar{F}_g = m\bar{g}$, где $\bar{g}$ – ускорение свободного падения и нормальная сила $\bar{N}$, оказываемая поверхностью на объект. Эти две силы, а также проекции силы $\overline{F}_g = m\overline{g}$ на оси, параллельную и перпендикулярную к поверхности, показаны на рисунке 2.6.

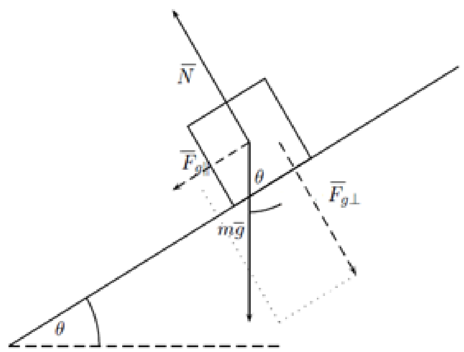


Рисунок 2.6 – Иллюстрация к понятию «вектор силы» в задаче 2.4

Понятие «вектор давления» студентам может быть проиллюстрировано на примере задачи 2.5.

Задача 2.5. Дан резервуар с наклонной правой стенкой, заполненный жидкостью с удельным весом γ. Ширина стенки в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа (см. рис. 2.7), равна b. Стенка условно показана развернутой относительно оси *AB* и заштрихована на рисунке. Нужно построить график изменения избыточного гидростатического давления на стенку *AB*.

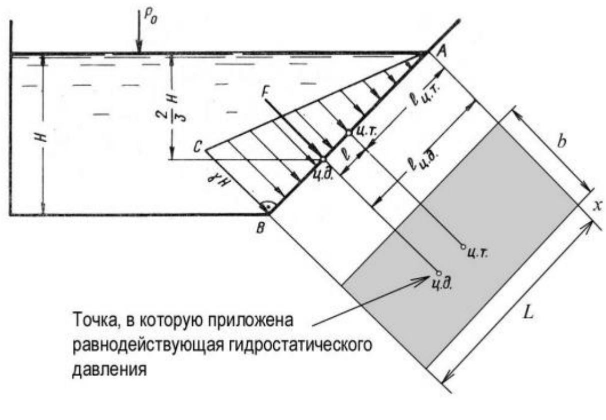


Рисунок 2.7 – Иллюстрация к понятию «вектор давления» в задаче 2.5

Иллюстрация к понятию «вектор магнитной индукции», может быть предложена студентам, например для четырёх одинаковых токов, которые проходят по длинным прямым параллельным проводникам, проходящим через вершины квадрата перпендикулярно его, причем по трем проводникам проходят токи в одном направлении, а по четвертому – в противоположном. На рисунке 2.8 изображены векторы магнитной индукции В$_i$ (i= 1, 2, 3, 4) этих токов.

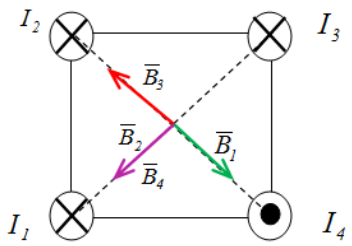


Рисунок 2.8 – Иллюстрация к понятию «вектор магнитной индукции»

При изучении операций с векторами, а именно сложения векторов по правилу треугольника, студентам может быть предложена следующая задача.

Задача 2.6. Тело находится в пункте A и после этого переместилось в пункт B, то перемещением тела будет вектор $\bar{s} = \overline{AB}$. Перемещение не зависит от формы траектории, оно определяется лишь начальной и конечной точками движения. На рисунке 2.9 изображено перемещение тела $\bar{s}$ и для сравнения показана траектория движения тела.

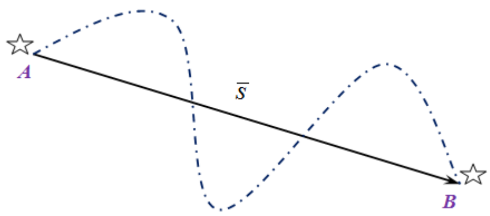


Рисунок 2.9 – Иллюстрация вектора перемещения в задаче 2.6

Если же тело совершило перемещение $\bar{s}_1$ из пункта A в пункт B, а затем перемещение $\bar{s}_2$ из пункта B в пункт C, то общее перемещение тела из пункта A в пункт C – $\bar{s}$, есть результат двух последовательно совершённых перемещений $\bar{s}_1$ и $\bar{s}_2$, и поэтому естественно считать, что оно является их суммой: $\bar{s} = \bar{s}_1 + \bar{s}_2$. Это приводит нас к тому, что для сложения данных векторов необходимо применять правило треугольника (рис. 2.10).

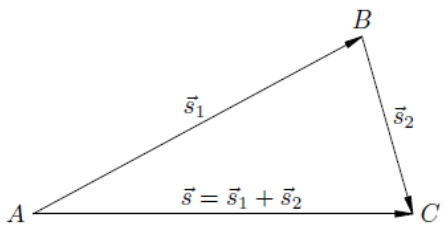


Рисунок 2.10 – Сложение перемещений по правилу треугольника

Другая картина возникает при нахождении равнодействующей сил приложенных к телу, что студентам может быть показано в такой задаче.

Задача 2.7. В точке O находится небольшое тело, к которому приложены две силы: $\overline{F}_1$ и $\overline{F}_2$. Найти равнодействующую этих сил.

Интегративным знанием тут является тот факт, что совместное действие этих сил равноценно действию одной силы $\overline{F}$, которая является диагональю параллелограмма, построенного на векторах $\overline{F}_1$ и $\overline{F}_2$ (см. рис. 2.11).

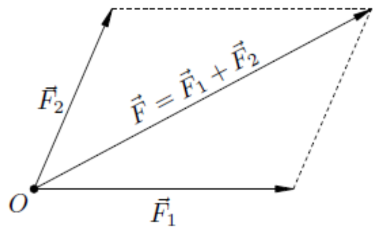


Рисунок 2.11 – Сложение сил, приложенных к телу в задаче 2.7

Это значит, что движение тела не изменится, если силы $\overline{F}_1$ и $\overline{F}_2$ заменить силой $\overline{F}$. Эта сила является равнодействующей двух сил $\overline{F}_1$ и $\overline{F}_2$. Она является результатом их совместного действия, и поэтому считается их суммой: $\overline{F} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$. То есть для сложения этих векторов необходимо правило параллелограмма.

Разность векторов в физике встречается очень часто, особенно в механике. Например, ускорение тела при равноускоренном движении:

$$\overline{a} = \frac{\overline{v} - \overline{v}_0}{t}. \qquad (2.1)$$

В формуле (2.1) $\bar{v}_0$ – начальная скорость тела, $\bar{v}$ – конечная скорость, t – время, за которое произошло изменение скорости тела. Разность $\Delta\bar{v} = \bar{v} - \bar{v}_0$ называется изменением скорости. Для иллюстрации этого может быть рассмотрена задача.

Задача 2.8. Машина движется по окружности со скоростью $\bar{v}$. Найти модуль изменения скорости за четверть периода (см. рис. 2.12 а).

Модуль изменения скорости – это модуль вектора $\Delta\bar{v} = \bar{v} - \bar{v}_0$, где $\bar{v}_1$ – это скорость тела в некоторой точке A на окружности, а $\bar{v}_2$ – это скорость в точке B, находящейся через четверть окружности от точки A (см. рис. 2.12 б)).

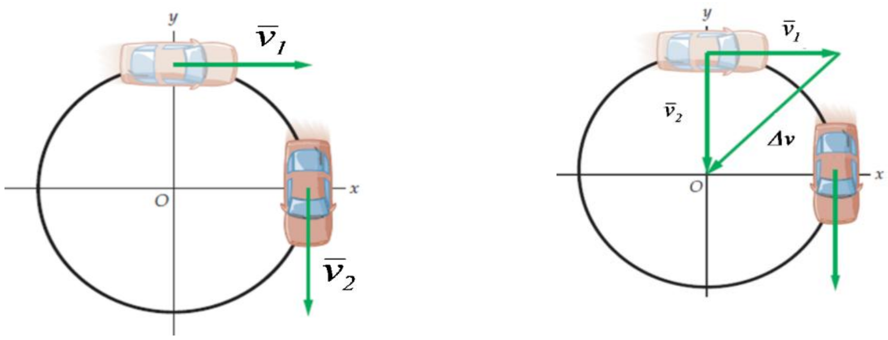
Во многих темах физики встречается операция умножение вектора на скаляр (см. формулы (2.2)-(2.5)). Например, при равномерном прямолинейном движении тела с постоянной скоростью $\bar{v}$ перемещение тела за время t находится по формуле:

$$\bar{s} = \bar{v} \cdot t. \qquad (2.2)$$

Размерность перемещения $|\bar{s}| : \left[\frac{м}{с} \cdot с = м\right]$

Импульс тела массой m определяется как произведение массы на скорость:

$$\bar{p} = m \cdot \bar{v}. \qquad (2.3)$$



а) б)

Рисунок 2.12 – Иллюстрация вычитания векторов в задаче 2.8

Импульс не обладает своей единицей размерности. Размерность импульса $|\bar{p}|:\left[кг\cdot\frac{м}{с}\right]$

Второй закон Ньютона механики (равнодействующая сила, приложенная к телу массой m равна произведению массы тела на ускорение, которое приобрело тело), записанный в векторной форме, имеет вид

$$\bar{F}=m\cdot\bar{a}\,. \tag{2.4}$$

Скаляр, умножаемый на вектор, не обязательно будет положительным. Например, если в электрическое поле поместить заряд q , то сила, действующая со стороны этого поля на заряд, равна произведению заряда на вектор напряжённости поля.

$$\bar{F}=q\cdot\bar{E}\,. \tag{2.5}$$

При этом заряд может быть как положительным, так и отрицательным.

Студентам для усвоения операции умножения вектора на скаляр могут быть предложены задачи.

Задача 2.9. Две материальные точки одинаковой массы движутся со скоростями 8 м/с и 6 м/с во взаимно перпендикулярных направлениях. Вычислите модуль скорости V центра масс системы этих точек.

Для решения задачи 2.9 необходимо знать не только закон сохранения импульса, но и иметь представление о линейной комбинации векторов: $\bar{p}=m_1\bar{V_1}+m_2\bar{V_2}$, т.к. $\bar{p}=\bar{p}_1+\bar{p}_2$, а $\bar{p}_1=m_1\bar{V_1}$ и $\bar{p}_2=m_2\bar{V_2}$.

Задача 2.10. Тело массой $m=2$ кг движется прямолинейно по закону $\bar{r}=\left(A-Bt+Ct^2-Dt^3\right)\bar{i}$ ($C=2\,м/с^2$, $D=0{,}4\,м/с^3$). Определите силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

В этой задаче после нахождения ускорения тела в конце первой секунды применяется второй закон Ньютона, поэтому она является интегративной задачей II типа. Для её решения во время интегративного практического занятия необходимо актуализировать дополнительно опорные знания по физике.

В физике при решении многих задач также используется понятие угла между векторами. Рассмотрим задачу.

Задача 2.11. Скорость течения реки $|\bar{v}_p|$ = 3 км/ч, а скорость движения лодки относительно воды $|\bar{v}_1|$ = 6 км/ч. Определите, под каким углом относительно берега должна двигаться лодка, чтобы проплыть поперек реки.

Для решения поставленной задачи нужно уметь не только находить угол между векторами, но и правильно его представлять на рисунке 2.13.

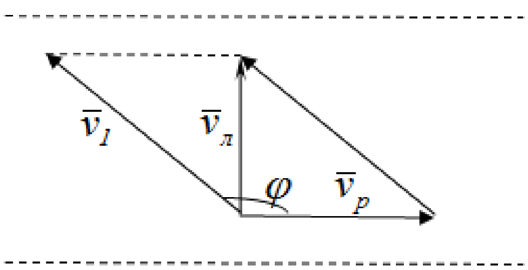


Рисунок 2.13 – Иллюстрация к задаче 2.11

В следующей задаче необходимо угол α между векторами силы $\bar{F}$ и перемещения $\bar{s}$ для нахождения работы силы A.

Задача 2.12. Под действием постоянной силы величиной *5 Н* тело совершает перемещение величиной 2 м. Вычислите работу этой силы, если угол между векторами силы и перемещения равен 60° (рис. 2.14).

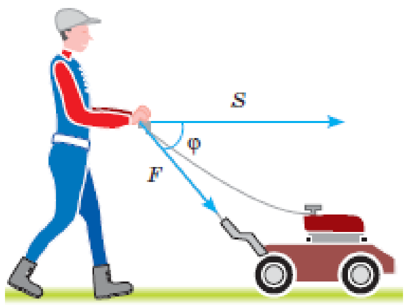


Рисунок 2.14 – Иллюстрация понятия «угол между векторами»

Работа в задаче 2.12 вычисляется по формуле

$$A = \left|\overline{F}\right| \cdot \left|\overline{s}\right| \cdot \cos\alpha . \qquad (2.6)$$

Формула (2.6) входит в содержание раздела «Векторная алгебра» курса высшей математики, поэтому не требует привлечения дополнительных опорных знаний по физике, поэтому задача 2.12 является интегративной задачей I типа.

В механике особенно часто применяются понятие проекции вектора на ось. Рассмотрим, например, движение математического маятника. Математический маятник – это материальная точка массы m, подвешенная на длинной невесомой нерастяжимой нити. Для маятника второй закон Ньютона без учёта сопротивления воздуха будет иметь вид:

$$m\overline{a} = m\overline{g} + \overline{T} , \qquad (2.7)$$

где $\overline{T}$ – сила упругости нити.

Записав второй закон Ньютона в векторной форме (2.7), перейдём к его проектированию на координатные оси (см. рис. 2.15). Получим:

– на ось OX : $$m\left|\overline{a}\right| \cdot cos\,\alpha = \left|\overline{T}\right| \cdot sin\,\alpha ; \qquad (2.8)$$

– на ось OY : $$m\left|\overline{a}\right| \cdot sin\,\alpha = m\left|\overline{g}\right| + \left|\overline{T}\right| \cdot cos\,\alpha . \qquad (2.9)$$

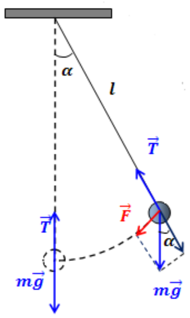


Рисунок 2.15 – Иллюстрация понятия «проекция вектора на ось» для математического маятника

Исходя из системы (2.8)-(2.9), можно найти модуль ускорения и модуль силы упругости нити.

Для формирования у студентов понятия «проекция вектора на ось» можно на практическом занятии рассмотреть задачи о движении тела, брошенного под углом α к горизонту. Это сложное криволинейное движение, которое можно представить в виде суммы двух независимых движений: равномерного прямолинейного движения вдоль оси OX и свободного падения вдоль оси OY (см. рис. 2.16). Если начальная скорость движения тела $\bar{v}_0$, то получим:

вдоль оси OX : $$x = |\bar{v}_0| \cos\alpha \cdot t \;; \qquad (2.10)$$

вдоль оси OY : $$y = |\bar{v}_0| \sin\alpha \cdot t - \frac{|\bar{g}| \cdot t^2}{2}. \qquad (2.11)$$

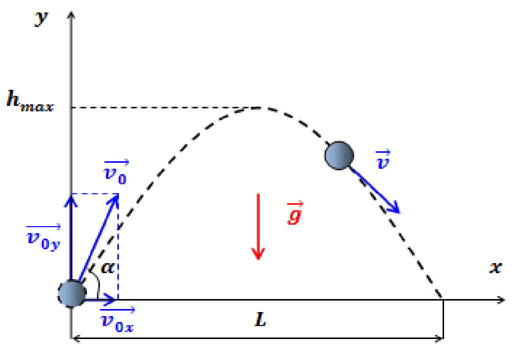


Рисунок 2.16 – Иллюстрация понятия «проекция вектора на ось» для задачи на бросание тела под углом к горизонту

Очень важным применением трёх рассмотренных операций над векторами является разложение вектора по базису декартовой прямоугольной системы координат.

Задача 2.13. Тело брошено горизонтально со скоростью $\bar{v}_0$. Найти скорость тела спустя время t. Под каким углом к горизонту будет направлена эта скорость через время t?

Решая задачу 2.13, имеем: $\bar{v} = v_x \cdot \bar{i} + v_y \cdot \bar{j}$, где $v_x = |\bar{v}_0|$ и $v_y \cdot = -|\bar{g}| \cdot t$. (см. рис. 2.17)

Еще одним важным понятием векторной алгебры, которое используется в физике и теоретической механике, является скалярное произведение векторов. В математике скалярное произведение векторов – это скаляр, а в физике – это скаляр, имеющий размерность.

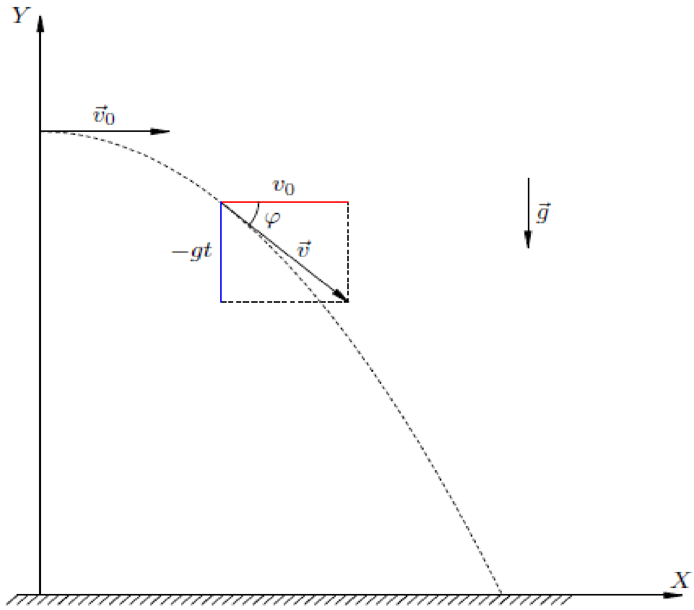


Рисунок 2.17 – Иллюстрация к понятию «разложение вектора по базису»

Размерность скалярного произведения равна произведению размерностей векторов-сомножителей. Это важное свойство скалярного произведения, которое необходимо учитывать при построении интегративных задач. Рассмотрим задачу.

Задача 2.14. На тело, находящееся на горизонтальной поверхности, действует сила $\overline{F}$ под углом α к горизонту, под действием которой тело совершило перемещение $\overline{s}$. Найти работу силы по перемещению тела (рис. 2.18).

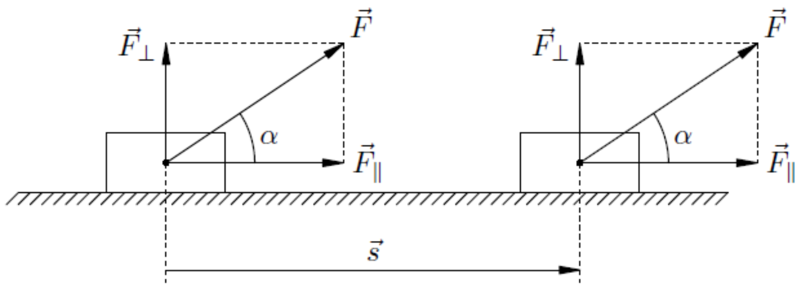


Рисунок 2.18 – Иллюстрация к задаче 2.14

Работа силы $\overline{F}$ по перемещению тела равна скалярному произведению вектора силы на вектор перемещения и вычисляется по формуле

$$A = \overline{F} \cdot \overline{s} . \qquad (2.12)$$

При этом размерность полученного скаляра будет равна

$$[A]=[\overline{F}]\cdot[\overline{s}]=[H\cdot м]=\left[\frac{кг\cdot м}{c^2}\cdot м\right]=\left[\frac{кг\cdot м^2}{c^2}\right]=[Дж].$$

В качестве интегративной задачи I типа могут быть студентам предложены такие задачи.

*Задача 2.15***.** На тело, находящееся на горизонтальной поверхности, действует сила $\overline{F}$ под углом α к горизонту, и под действием этой силы тело стало двигаться со скоростью $\overline{v}$. Найти мощность приложенной силы.

Мощность силы N равняется скалярному произведению вектора силы $\overline{F}$ на вектор скорости $\overline{v}$.

$$N=\overline{F}\cdot\overline{v}. \tag{2.13}$$

Скалярное произведение векторов также используется в теме «Магнитное поле». Известно, что при изучении магнитного поля вводят понятие магнитного потока. Потоком вектора магнитной индукции или магнитным потоком ($d\Phi$) сквозь площадку ($d\overline{S}$) называется скалярная физическая величина, равная скалярному произведению вектора магнитной индукции $\overline{B}$ и вектора $d\overline{S}=\overline{n}\,dS$, где $\overline{n}$ – единичный вектор нормали к площадке (см. рис. 2.19).

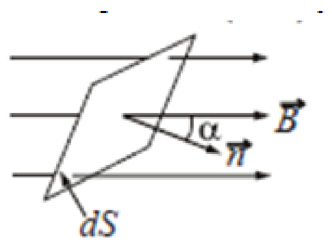


Рисунок 2.19 – Иллюстрация определению потока вектора магнитной индукции

При создании в учебной деятельности по математике интегративных ситуаций II типа может быть использована задача 2.16.

Задача 2.16. Дано векторное поле $\overline{F}(M)=(2x+y)\cdot\overline{i}$ и плоскость $\Pi:\ 2x+y+2z-2=0$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду *V*. Пусть σ - основание пирамиды, принадлежащее плоскости *П*, L – контур, ограничивающий основание σ, $\overline{n}$ - вектор внешней нормали к σ. Требуется найти поток векторного поля $\overrightarrow{F}(M)$ через поверхность σ в направлении $\overline{n}$.

В физике широко применяется и другой вид произведение двух векторов. Это произведение является вектором, а не скаляром. По определению векторное произведение двух векторов – это вектор, перпендикулярный (нормальный) к плоскости, образованной векторами-сомножителями, абсолютная величина которого равна площади параллелограмма, построенного на векторах-сомножителях, а также образующего с ними правую тройку векторов по правилу правого винта.

Векторное произведение векторов используется в физике при изучении темы «Кинематика материальной точки». Приведём примеры физических величин, для вычисления которых применяется векторное произведение.

Линейная скорость $\overline{v}$ точки, вращающейся вокруг неподвижной оси с угловой скоростью $\overline{\varpi}$, есть векторное произведение вектора $\overline{\varpi}$ и радиус-вектора $\overline{r}$ этой точки (см. рис. 2.20)

$$\overline{v} = \overline{\varpi} \times \overline{r}. \tag{2.14}$$

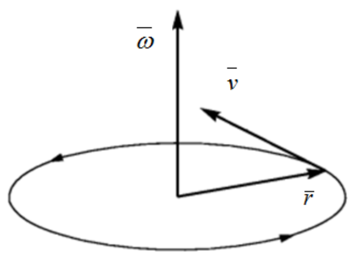


Рисунок 2.20 – Иллюстрация к определению понятия «линейная скорости точки, вращающейся вокруг неподвижной оси

Интегративная задача, для решения которой используется формула (2.14), приведена ниже.

Задача 2.17. Угол поворота твердого тела вокруг постоянной оси зависит от времени по закону $\overline{\varphi} = \left(6t^3 - 2t\right)\overline{k}$. Вычислите модуль угловой скорости $\overline{\omega}$ и модуль углового ускорения $\overline{\beta}$ для момента $t = 2\,c$ после начала вращения.

Вектор тангенциального ускорения материальной точки при её движении по окружности $\overline{a}_\tau$ также находится с помощью векторного произведения: $\overline{a}_\tau$ равен векторному произведению углового ускорения точки $\overline{\beta}$ и её радиус вектора $\overline{r}$. Вектор тангенциального ускорения материальной точки при её движении по окружности вычисляется по формуле:

$$\overline{a}_\tau = \overline{\beta} \times \overline{r} \,. \tag{2.15}$$

В физике применяется и двойное векторное произведение. Например, вектор нормального ускорения материальной точки при её движении по окружности $\overline{a}_n$ равен векторному произведению угловой скорости точки $\overline{\omega}$ на векторное произведение угловой скорости точки $\overline{\omega}$ и её радиус-вектора $\overline{r}$.

Вектор нормального ускорения материальной точки при её движении по окружности вычисляется по формуле:

$$\overline{a}_n = \overline{\omega} \times \left(\overline{\omega} \times \overline{r}\right). \tag{2.16}$$

Векторное произведение векторов также используется в физике при изучении темы «Динамика материальной точки». Приведём примеры физических величин темы «Динамика материальной точки», для вычисления которых применяется векторное произведение.

Моментом силы $\overline{M}$ относительно точки называется физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора точки приложения силы $\overline{r}$ на вектор силы $\overline{F}$.

Момент силы $\overline{M}$ в задачах 2.18-2.19 относительно точки вычисляется по формуле:

$$\overline{M} = \overline{r} \times \overline{F} \,. \tag{2.17}$$

Задача 2.18. К материальной точке, радиус-вектор которой относительно начала координат *O* равен $\bar{r} = 3\bar{i} + 4\bar{j}$, приложена сила $\bar{F} = 3\bar{i} - 4\bar{j}$. Вычислите момент $\bar{M}$ и плечо l силы $\bar{F}$ относительно точки *O*.

Задача 2.19. Радиус – вектор материальной точки относительно начала координат *O* равен $\bar{r} = 3\bar{i} - 4\bar{j}$. Импульс этой материальной точки равен $\bar{p} = -2\bar{i} - 1{,}5\bar{j}$. Вычислите момент импульса материальной точки относительно точки *O*.

В теме «Магнитное поле» также есть физические величины, для вычисления которых применяется векторное произведение.

Вектор механического момента $\bar{M}$, действующий на контур с током I в однородном магнитном поле, индукция которого $\bar{B}$, вычисляется по формуле:

$$\bar{M} = \bar{p}_m \times \bar{B}. \tag{2.18}$$

Сила Лоренца – это сила, действующая на заряд Q, движущийся в магнитном поле с индукцией $\bar{B}$ со скоростью $\bar{v}$, одинаково направлена с вектором равным векторному произведению вектора скорости и вектора магнитной индукции поля. Сила Лоренца вычисляется по формуле:

$$\bar{F} = Q \cdot \bar{v} \times \bar{B}. \tag{2.19}$$

Задачи, в которых используются формулы (2.18) и (2.19), можно использовать в обучении при создании интегративных учебных ситуаций II типа, так как эти формулы не входят в содержание курса высшей математики и должны быть введены путем создания локального предметного поля физики. Примером интегративной задачи II типа является задача 2.20.

Задача 2.20. Прямоугольная рамка со сторонами $a = 5$ *см* и $b = 6$ *см*, состоящая из *20* витков, помещена во внешнее однородное магнитное поле с индукцией *0,2 Тл*. Нормаль к рамке $\bar{n}$ составляет с направлением магнитного поля $\overline{B}$ угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Определите вращающий момент сил, действующих на рамку, если по ней течёт ток *2A* (см. рис. 2.21).

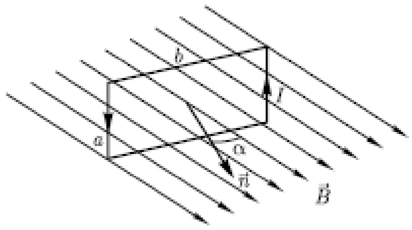


Рисунок 2.21 – Иллюстрация к задаче 2.19

Элементы предложенного подхода к обучению математике в части создания в учебной деятельности интегративных ситуаций I и II типа за счет использования интегративных задач, например, с использованием математических понятий производной и определенного интеграла, встречаются в некоторых учебных пособиях по математическому анализу для студентов физических и инженерно-технических специальностей [18, 174, 181, 279]. Из задач, ведущих к понятию производной, в них рассматривают вычисление мгновенной скорости прямолинейного движения [18, 174, 181, 279], силы тока [181], линейной плотности вещества [18, 174] и теплоемкости [18], а из приводящих к понятию определенного интеграла – нахождение пройденного пути [18, 174], работы переменной силы [18] и массы неоднородной нити [18, 174, 181, 279]. В учебнике [181] такие постановочные задачи были собраны в отдельной вводной главе, что, на наш взгляд, является реализацией метода дидактического опережения. В то же время, удачный опыт авторов [18, 174] по введению понятий производной и определенного интеграла не использовался ими для введения других понятий, и потому не оказал влияние на профессиональную направленность этих учебных пособий.

Предложенный нами подход реализован в учебном пособии «Математика в профессиональной подготовке инженера: векторная алгебра. Интегративный подход» [101]. В этом пособии приведены задачи, при решении которых студенты усваивают интегративные знания по векторной алгебре и осваивают интегративные действия. В учебном пособии [101] представлены интегративные задачи I и II типа, которые вводятся в учебную деятельность с помощью метода дидактического опережения с использованием физических понятий из следующих разделов курса физики: 1) кинематика материальной точки; 2) динамика материальной точки; 3) динамика поступательно движущегося твёрдого тела; 4) тяготение; 5) элементы теории поля; 6) электростатика; 7) постоянный ток; 8) магнетизм.

2.2.2. Реализация межпредметных связей высшей математики с дисциплиной «Теоретические основы электротехники». В конце изучения раздела «Векторная алгебра» может быть проведено интегративное практическое занятие, посвященное обобщению знаний, а также формированию метапредметного понятия «Вектор». В качестве дисциплины для интеграции может быть выбрана такая естественнонаучная дисциплина как «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ).

Курс ТОЭ в техническом университете фактически включает две части – теорию цепей и теорию электромагнитного поля [20]. В теории цепей векторная алгебра используется в символьном (комплексном) методе расчета и анализа цепей синусоидального тока, а также в методе векторных диаграмм (без применения комплексных величин). В теории электромагнитного поля векторная алгебра используется уже в расчетах. Особенно часто приходится обращаться к векторной алгебре в расчетах полей переменного тока.

В ходе практического занятия студенты на первом этапе знакомятся с векторными величинами, которые используются в курсе ТОЭ. Ими являются ток $\bar{I}$ и напряжение $\bar{U}$, с которыми выполняются линейные операции. Так, в законе Ома для резистора используется операция умножения вектора на число:

$$\overline{U} = r \cdot \bar{I}\,, \tag{2.20}$$

где r – сопротивление, являющееся скалярной величиной.

Вследствие того, что при умножении вектора на число получается вектор, коллинеарный данному, получается, что векторы $\bar{I}$ и $\overline{U}$ – коллинеарны.

При последовательном соединении нескольких резисторов используется свойство дистрибутивности суммы векторов по отношению к векторному множителю. Так, например, для трёх резисторов, сопротивления которых соответственно равны $r_1,\ r_2,\ r_3$, имеем:

$$(r_1 + r_2 + r_3)\cdot \bar{I} = r_1 \cdot \bar{I} + r_2 \cdot \bar{I} + r_3 \cdot \bar{I} = \overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3\,, \tag{2.21}$$

где $\overline{U}_1, \overline{U}_2, \overline{U}_3$ напряжение в резисторах.

При использовании метода наложения, когда в одном резисторе протекает несколько составляющих тока, имеем:

$$r \cdot \left(\overline{I}' + \overline{I}''\right) = r \cdot \overline{I}' + r \cdot \overline{I}''\,, \tag{2.22}$$

где $\overline{I}', \overline{I}''$ - составляющие тока.

При этом используется свойство дистрибутивности суммы векторов по отношению к числовому множителю.

При определении напряжения как разности потенциалов, которые есть синусоидальными и могут быть представлены векторами или в комплексной форме, имеем:

$$\overline{U}_{AB} = \overline{\varphi}_A - \overline{\varphi}_B\,, \tag{2.23}$$

где $\overline{U}_{AB}$ – вектор напряжения, направлен от точки B к точке A; $\overline{\varphi}_A$, $\overline{\varphi}_B$ – потенциалы, являющиеся радиус-векторами начала и конца вектора напряжения.

На указанных свойствах векторных величин может быть основана интегративная учебная ситуация I типа. Например, можно рассмотреть топографическую диаграмму потенциалов на комплексной плоскости. На рис. 2.22. вектор $\overline{U}_{AB}$ найден вычитанием векторов $\overline{\varphi}_B$ и $\overline{\varphi}_A$ по правилу треугольника. Формула (2.23) – это выражение вектора $\overline{U}_{AB}$ через радиус-векторы его начала $\overline{\varphi}_B$ и конца $\overline{\varphi}_A$, что можно видеть на диаграмме.

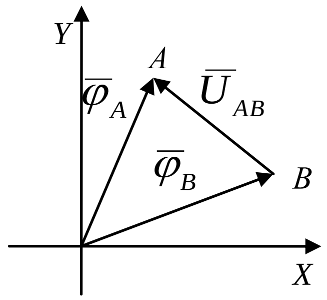


Рисунок 2.22 –Топографическая диаграмма потенциалов

Для составления напряжений при последовательном соединении элементов резистора, индуктивности, емкости (*r, L, C*) приходится иметь дело с суммой противоположно направленных векторов: $\overline{U}_L$ и $\overline{U}_C$. Если $|\overline{U}_L| = |\overline{U}_C|$, то $\overline{U}_L = -\overline{U}_C$, то есть наблюдается режим резонанса напряжений.

Аналогичная ситуация наблюдается при изучении резонанса токов, когда элементы *r, L, C* соединены параллельно и добавляются противоположно направленные токи $\bar{I}_L$ и $\bar{I}_C$: $\bar{I}_L = -\bar{I}_C$.

Таким образом, линейные операции с векторами, могут выполняться в интегративных задачах I типа с векторами из предметной области дисциплины ТОЭ.

Для создания интегративной учебной ситуации II типа студентам может быть предложена задача [235], для решения которой используется не только векторная алгебра, а необходимы также понятия и законы электротехники.

Задача 2.21. Вдоль тонкого проводника, который является кругом радиуса a = 1,2 см и образует виток, через который течёт ток $I = 5\ A$. Необходимо определить магнитную индукцию на оси витка. Рассмотрим решение задачи 2.21 с точки зрения выполнения интегративных действий.

1. Расположим виток в плоскости XOY декартовой системы координат так, чтобы начало координат совпадало с центром окружности, образующей

виток, а направление оси OZ – с положительным направлением нормали к плоскости витка, как это показано на рис. 2.23.

2. Вычислим магнитную индукцию на оси витка, то есть в произвольной точке $M(0;0;z)$ оси OZ. Магнитная индукция на оси кругового тока вычисляется по формуле:

$$B = \int_0^{2\pi} dB_z \ , \tag{2.24}$$

где $dB_z = \left|d\overline{B}\right| \cdot \cos\gamma$ – проекция вектора $d\overline{B}$ на ось OZ; $d\overline{B}$- часть $\overline{B}$ для каждого малого элемента круга, $\overline{B}$ – вектор магнитной индукции, γ – угол между вектором $d\overline{B}$ и осью OZ.

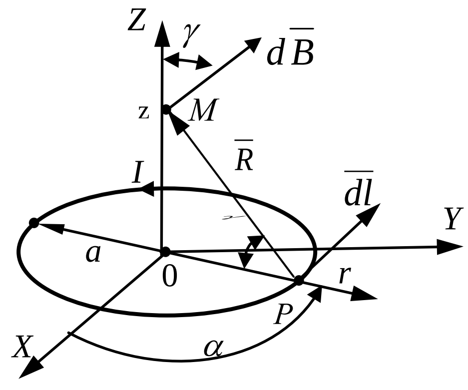


Рисунок 2.23 – Виток проводника в декартовой системе координат

Расчет магнитной индукции выполним с помощью закона Био-Савара-Лапласа $d\overline{B} = \dfrac{\mu_0 I \cdot \overline{dl} \times \overline{R_0}}{4\pi \cdot \overline{R}^2}$, де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м* – магнитная постоянная, $\overline{dl}$ – элемент окружности и $\overline{R_0}$ – орт вектора $\overline{R}$, где $\overline{R} = \overline{PM}$, P – точка окружности.

Модуль вектора $d\overline{B}$ равен $\left|d\overline{B}\right| = \dfrac{\mu_0 I \cdot \left|\overline{dl} \times \overline{R_0}\right|}{4\pi \cdot \overline{R}^2}$. Учитывая, что $\overrightarrow{dl} \perp \overrightarrow{R_0}$, $\left|\overline{R_0}\right| = 1$, $\left|\overline{dl}\right| = dl$, имеем по определению модуля векторного произведения векторов: $\left|\overrightarrow{dl} \times \overrightarrow{R_0}\right| = \left|\overrightarrow{dl}\right| \cdot \left|\overrightarrow{R_0}\right| \cdot \sin 90^\circ = dl$. Из треугольника MOP получаем

$$\cos\gamma = \frac{OP}{PM} = \frac{a}{\left|\overline{R}\right|} = \frac{a}{\sqrt{z^2 + a^2}}.$$

Далее имеем:

$$\left|d\overline{B}\right| = \frac{\mu_0 I \cdot \left|\overline{dl} \times \overline{R_0}\right|}{4\pi \cdot \overline{R}^2} = \frac{\mu_0 I \cdot dl}{4\pi \cdot \left|\overline{R}\right|^2} = \frac{\mu_0 I \cdot a \cdot d\alpha}{4\pi \cdot \left(z^2 + a^2\right)}. \qquad (2.25)$$

Магнитная индукция на оси кругового тока по формуле (2.24) с учетом (2.25) равна:

$$B = \int_0^{2\pi} dB_z = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{a \cdot d\alpha}{z^2 + a^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{z^2 + a^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \alpha\Big|_0^{2\pi} = \frac{\mu_0 I \cdot a^2}{2\sqrt{(z^2 + a^2)^3}}.$$

В плоскости круга, где $z = 0$, числовое значение индукции равно:

$$B = \frac{\mu_0 I \cdot a^2}{2 \cdot a^3} = \frac{\mu_0 I}{2a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2}} = 26{,}2 \cdot 10^{-5}\,\text{Тл}.$$

Для решения задачи 2.21 необходимы умения по векторной алгебре:

– определять проекцию вектора на ось;

– по заданному модулю вектора и его направляющими косинусами находить координаты вектора;

– по заданному вектору определять его орт;

– по заданным модулям двух векторов и углу между ними находить модуль векторного произведения этих векторов;

– определять являются ли векторы коллинеарными.

По дисциплине ТОЭ должны быть актуализированы следующие умения:

– находить вектор магнитной индукцию с использованием закона Био-Савара-Лапласа;

– вычислять магнитную индукцию кругового витка.

Последнее умение требует от студентов вычисления определенного интеграла. Учитывая, что векторная алгебра изучается в начале первого учебного семестра, а методы интегрирования – во втором семестре, то следует использовать опыт вычисления определенного интеграла, полученный студентами в школьном курсе математики.

Таким образом, введение в обучение математике интегративных задач, построенных на использовании понятий дисциплины «Теоретические основы электротехники», будет способствовать формированию математической компетентности будущих инженеров за счет освоения интегративных способов действий, на котором основано математическое моделирование объектов профессиональной деятельности инженеров.

2.2.3. Межпредметная интеграция курсов высшей математики и теоретической механики. Для изучения дисциплины «Теоретическая механика» будущему инженеру необходимо иметь соответствующую математическую подготовку, а в результате изучения студент должен овладеть методами использования основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

Для овладения вышеуказанными методами необходимо уметь: дифференцировать функции одного переменного, строить графики этих функций, быть знакомым с понятиями о естественном трехграннике, кривизне кривой и радиусе кривизны, знать основы теории кривых 2-го порядка; находить интегралы (неопределенные и определенные) от простейших функций, вычислять частные производные и полный дифференциал функций нескольких переменных, а также уметь интегрировать дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными и линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка (однородные и неоднородные) с постоянными коэффициентами.

В итоге, понимание сущности и значения основных законов и положений дисциплины «Теоретическая механика» позволяет студентам применять интегративные знания и способы действий, полученные ими при изучении таких разделов курса высшей математики как линейная алгебра и аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисления функции одной и нескольких переменных, дифференциальные уравнения и векторный анализ. А для выполнения практических расчетов необходимо, чтобы студенты владели навыками математического исследования прикладных вопросов, умели выбирать математические модели, методы исследования этих моделей и алгоритм решения.

В процессе изучения теоретической механики и других естественнонаучных дисциплин большинство студентов используют только малую долю знаний, полученных при изучении высшей математики.

Для эффективного формирования компетенции применения аналитических и численных методов и алгоритмов математики при решении технических задач необходимо при обучении высшей математике формировать математические понятии не только с точки зрения их логического развития, а в большей мере с точки зрения их приложения в естественнонаучных дисциплинах.

Выработка практических навыков решения задач теоретической механики невозможна без применения математических методов, без изучения методов и алгоритмов построения математических моделей движения или состояния рассматриваемых механических систем, а также методов исследования этих математических моделей.

При выполнении практических работ по разделу «Статика» теоретической механики применяются элементы векторной алгебры: понятие вектора, линейные операции над векторами, координаты вектора, скалярное произведение векторов и его свойства, проекция вектора на ось. Принципы графического представления пространственных образов, заложенные аналитической геометрией, помогают схематизировать реальные конструкции и их связи, выделять из общей конструкции сложного механизма модели и расчетные схемы, то есть помогают строить математические модели. При составлении уравнений равновесия или уравнений статики для различных расчетных схем используются знания по линейной алгебре, далее отыскиваются различные способы решения системы линейных однородных уравнений, то есть применяются навыки составления и исследования замкнутых систем уравнений для математических моделей.

Второй раздел теоретической механики предполагает развитие у студентов умений связывать с законами механики, повседневно наблюдаемые в реальной жизни движения материальных точек и тел. Поэтому кинематический анализ движения звеньев машин и механизмов невозможен без знаний раздела курса высшей математики «Функции одной переменной», как понятие и смысл производной, заложенные в основных понятиях скорости и ускорения материальных точек и твердых тел.

При определении траектории движения материальных точек необходимы знания по линейной алгебре, студенты должны уметь по уравнениям линий второго порядка строить графики окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Также студенты должны уметь определять радиус и центр кривизны кривой – траектории движения материальной точки. В качестве примера применения описанных знаний и умений обратимся к курсовой работе по теме «Определение скорости и ускорения точки по заданным уравнениям ее движения» из «Сборника заданий для курсовых работ по теоретической механике» [241, с. 64].

Задача 2.22. По заданным уравнениям траектории движения точки *M* установить вид её траектории и для момента времени $t = t_1$ (с) найти положение точки на траектории, её скорость, полное, касательное и нормальное ускорения, а также радиус кривизны траектории.

При решении этого задания уравнения движения точки заданы в виде $x = x(t),\ y = y(t)$, например,

$$\begin{cases} x = 4t, \\ y = 16t^2 - 1. \end{cases} \tag{2.26}$$

Уравнения движения (2.26) можно рассматривать как параметрические уравнения движения точки. Чтобы получить уравнения движения в координатной форме, надо исключить время *t* из уравнений (2.26). Получим:

$$y = x^2 - 1. \qquad (2.27)$$

График траектории движения изображен на рисунке 2.24. Для его построения студент должен знать свойства квадратичной функции и уметь строить параболу.

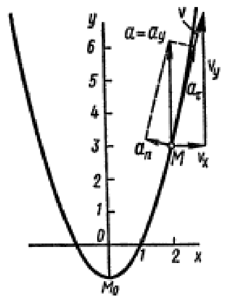


Рисунок 2.24 – График траектории движения точки из задачи 2.22

Вектор скорости точки $\bar{v}$ может быть представлен в виде разложения по векторам декартового базиса в плоскости XOY

$$\bar{v} = v_x \cdot \bar{i} + v_y \cdot \bar{j}. \qquad (2.28)$$

Для вектора ускорения разложение имеет вид

$$\bar{a} = a_x \cdot \bar{i} + a_y \cdot \bar{j}. \qquad (2.29)$$

В формулах (2.28), (2.29) $\bar{i}$, $\bar{j}$ – вектора декартового базиса, v_x, v_y, a_x, a_y – проекции скорости и ускорения на координатные оси (см. рис. 2.24).

Для нахождения проекций векторов скорости и ускорения используется понятие производной первого и второго порядков. Причем в физике и теоретической механике обозначение производной по времени имеет отличие от принятого в высшей математике. Об этом обязательно должны быть проинформированы студенты. Различные обозначения и вычисления для задачи 2.22 для уравнений движения (2.26) приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Вычисление проекций векторов скорости и ускорения в задаче 2.22

№ п/п	Понятие	Обозначение в математике	Обозначение в физике	Вычисление для задачи 2.21	Единицы измерения
1.	Проекция вектора скорости на ось OX	$v_x = \dfrac{dx}{dt}$	$v_x = \dot{x}(t)$	$v_x = (4t)' = 4$	$\left(\dfrac{м}{с}\right)$
2.	Проекция вектора скорости на ось OY	$v_y = \dfrac{dy}{dt}$	$v_y = \dot{y}(t)$	$v_y = (16t^2 - 1)' = 32t$	$\left(\dfrac{м}{с}\right)$
3.	Проекция вектора ускорения на ось OX	$a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$	$a_x = \dot{v}_x(t)$	$a_x = (4)' = 0$	$\left(\dfrac{м}{с^2}\right)$
4.	Проекция вектора ускорения на ось OY	$a_y = \dfrac{dv_y}{dt}$	$a_y = \dot{v}_y(t)$	$a_y = (32t)' = 32$	$\left(\dfrac{м}{с^2}\right)$

Разложение векторов скорости и ускорения по векторам декартового базиса согласно (2.28), (2.29) будет иметь вид

$$\bar{v} = 4 \cdot \bar{i} + 32t \cdot \bar{j}, \quad \bar{a} = 0 \cdot \bar{i} + 32 \cdot \bar{j}. \tag{2.30}$$

При этом модули векторов (2.30) равны

$$|\bar{v}| = \sqrt{4^2 + (32t)^2}, \quad |\bar{a}| = \sqrt{0 + 32^2} = 32.$$

Для момента времени t = 0,5 (с) получаем

$$|\bar{v}| = \sqrt{4^2 + (32t)^2}, = \sqrt{16 + 256} = \sqrt{272} \approx 16{,}49 \quad \left(\frac{м}{с}\right) \quad , \quad |\bar{a}| = \sqrt{0 + 32^2} = 32$$

$\left(\dfrac{м}{с^2}\right)$.

Рассмотренная часть задачи 2.22 может быть использована при изучении раздела «Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной» курса высшей математики, темы «Производные старших порядков» в качестве интегративной задачи I типа. Это обосновывается тем, что для решения задачи 2.22 вполне достаточно владения знаниями по высшей математике, поэтому студент может справиться с ним, еще до изучения теоретической механики.

Для нахождения касательного и нормального ускорения потребуется введение рассмотренных нами ранее формул из курса общей физики (2.15) и (2.16), которые не изучаются в курсе высшей математики. Поэтому часть задачи 2.22, связанная с нахождением этих понятий, может выступать в роли интегративной задачи II типа.

Такие задачи могут быть рассмотрены как на лекции, так и на интегративном практическом занятии. После того, как задача подробно решена в аудитории, она может быть предложена для самостоятельного решения студентам в качестве домашнего или индивидуального задания.

Основной раздел «Динамика» курса теоретической механики посвящен изучению механического движения материальной точки и неразрывно связан с элементами теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Понятие и основные свойства определенного интеграла из темы высшей математики «Геометрические и механические приложения определённого интеграла» лежат в основе одной из важнейших характеристик теоретической механики – это геометрические характеристики плоских сечений. К геометрическим характеристикам плоских сечений относятся такие характеристики как полярный момент инерции, полярный момент сопротивления, осевой момент инерции и осевой момент сопротивления, без них не обходится ни один расчет на прочность деталей машин и механизмов.

Например, при исследовании движения твердых тел в задании Д9 «Применение теоремы об изменении кинетического момента к определению угловой скорости твердого тела» из сборника [241] используются осевые моменты инерции различных однородных пластинок. Как указывают Х. Н. Ягафарова и А. И. Ямалтдинов, «последовательное стремление к математизации выступает характерной чертой естествознания на протяжении всей его истории [296]. Диалектика математического и физического при этом не сводится к объединению готовой математической формы с определенным физическим содержанием. А соизмеримость их и согласование предполагают обоюдную взаимообусловленность и дополнительность, их плодотворный синтез и взаимопревращение, переход друг в друга, в котором физическое содержание научной мысли обретает себя в математической форме, а само содержание математического мышления опредмечивается в естественнонаучной картине мира как конкретном виде согласованного единства и соразмерной целостности мышления» [296, с. 213].

Таким образом, межпредметные связи высшей математики и теоретической механики позволяют обогатить содержание обучения математическим дисциплинам интегративными знаниями и способами действий, что способствует формированию фундаментального базиса естественнонаучного образования в высшей инженерной школе.

Возможности межпредметной интеграции математических и естественнонаучных дисциплин не ограничиваются только рассмотренными дисциплинами. Большое количество приложений математики существует в таких дисциплинах как химия, экология, физическая химия, кристаллография, изучаемых студентами некоторых инженерных направлений подготовки. Рассмотрены они будут в п. 2.3.

2.3. Методические приёмы организации учебного процесса по высшей математике в условиях применения интегративного подхода

2.3.1. Проектирование и организация обучения высшей математике с помощью интегративной предметной модели студента. Одним из отличительных свойств предметных знаний является их способность структурироваться, и очень важной задачей является установление структуры учебного материала. Потому усвоить определенную порцию учебных знаний – значит не просто уметь выполнять с их помощью определенные действия, но и определять их место в структуре данного раздела учебного материала. Поэтому первоочередной задачей при построении предметной модели должно быть установление общей структуры предметных знаний. На эту структуру можно смотреть под разными углами зрения, получая при этом определенные компоненты предметной модели студента. В работе [230] нами описана технология проектирования целей и содержания обучения раздела векторная алгебра в системе инженерного образования на основе предметной модели студента. В работе [223] описаны принципы построения пятикомпонентной предметной модели студента по высшей математике, состоящей из пяти компонентов: семантического, процедурного, операционного, тематического и функционального.

Поскольку предметная модель студента по высшей математике – это знание о конечном состоянии студента после изучения курса высшей математики, то оно представляет собой знания в дискретном виде. Среди них есть метазнания (знание о знании), семантические знания (сугубо предметные знания), декларативные знания (определение математических объектов и понятий, а также отношения между ними), процедурные знания (знания о правилах преобразования математических объектов) [106].

Методика построения предметной модели заключается в следующем. На первом этапе выделяется тематический компонент предметной модели, то есть перечень тем и разделов, подлежащих изучению. Этот компонент был рассмотрен подробнее в работе [222], где обосновано, какие темы должны включаться в содержание раздела «Векторная алгебра» для будущих инженеров.

Второй шаг составления предметной модели студента заключается в выделении семантического компонента, который является непосредственно предметными знаниями, структурированными в виде отдельных высказываний, выражающих одну законченную мысль и которые расположены в последовательности их изучения. Как правило, семантическая модель представляется в виде так называемого семантического конспекта.

Семантический конспект – это полный набор лаконично представленных мнений предметной области. Структура семантического конспекта соответствует тематическому компоненту.

На третьем шаге выделяется операционный компонент предметной модели студента, то есть умения, формирование которых является целями обучения определенного раздела дисциплины [220]. Знания, необходимые для формирования каждого предметного умения, указываются в скобках в конце умения в виде номеров высказываний семантического конспекта.

Построенная предметная модель студента может использоваться для организации учебной деятельности на лекциях, практических занятиях, во время самостоятельной работы студента, а также организации контроля. Так на лекциях можно использовать семантический компонент как опорный конспект, с которым студенты работают накануне, а на самой лекции преподаватель наполняет его доказательствами, примерами и пояснениями. На практических занятиях мы предлагаем использовать семантический и процедурный компоненты, с помощью которых студент должен формировать ориентировочную основу действия. Для организации самостоятельной работы студентов уместно использование семантического, процедурного и операционного компонентов. Организацию контроля мы предлагаем осуществлять на основе тематического, функционального и операционного компонентов предметной модели.

Рассмотрим подробнее методику составления семантического компонента предметной модели студента. Семантические знания по учебным дисциплинам содержатся в учебниках, пособиях и другой учебной литературе. И каждый вид такой литературы в определенном смысле является моделью этого предмета. Наиболее расширенной моделью являются учебники. Для того чтобы на основе учебника построить некоторую формализованную семантическую (содержательную) предметную модель, необходимо из него выделить предметные факты и определенным образом их сгруппировать.

Полный набор семантических фактов, расположенных в порядке изучения материала, является семантической предметной моделью студента. Он получил название семантического конспекта. Таким образом, семантический конспект – это полный набор лаконично сформулированных суждений предметной области. Для отдельных разделов высшей математики, а именно линейной алгебры, аналитической геометрии и теории множеств, семантический конспект уже разработан и используется для организации обучения [37; 107].

Во время составления семантического конспекта мы руководствовались такими принципами [9, с.64]:

1. Принцип дискретности. Фактические знания должны быть представлены в виде отдельных высказываний.

2. Принцип завершённости. Общая совокупность высказываний должна отображать все фактические знания по предмету в полном объёме.

3. Принцип лаконичности. Высказывания должны содержать минимальное количество слов, выражая законченную мысль.

4. Принцип первичности определений. Понятия впервые вводятся через определение. Никакое новое понятие не может появиться в высказывании, которое не является определением.

5. Принцип единственности. Никакое высказывание не должно содержать более, чем одно новое понятие.

6. Принцип недвусмысленности. Каждое высказывание должно быть семантическим фактом и выражать одну единственную мысль.

7. Принцип последовательности. Высказывания расположены в порядке, соответствующем логике преподавания курса, который изучается.

8. Принцип самодостаточности. Любые высказывания должны подаваться в полной формулировке, которая не зависит от других высказываний.

9. Грамматический принцип. Структура высказываний должна подчиняться логике построения литературного языка.

Прежде, чем начать составлять семантический конспект, необходимо уточнить учебную программу дисциплины, актуализировать в памяти все понятия и основные положения курса. Последующая работа должна быть направлена на составление семантических фактов. Для этого необходимо проработать большое количество учебников и другой специальной литературы. Во время составления семантического конспекта по векторной алгебре были использованы учебники [4, 17, 26, 88, 119, 275].

Удобно иметь однородную структуру конспекта. Главным вопросом является выделение разделов или рубрик, из которых будет состоять конспект. Делается это по содержанию, тематически, и одновременно рекомендуется следить, чтобы разделы были самостоятельными, однако не очень большими. Подразделы или части, которые объединяют разделы, допустимы, но их нумерация нежелательна. В этом случае можно ограничиться, как было отмечено, двусмысленной нумерацией – номер раздела, точка, номер семантического факта в разделе.

Относительно структуры, предметные факты могут быть самыми разнообразными, в той или иной мере сложными или составными. Однако основу составляют элементарные факты, которые, выступая в различных соотношениях, и образуют факты сложные. Предметное значение возникает только тогда, когда эти элементарные факты объединяются вместе. Простой по составу факт, который имеет предметный смысл, получил название семантический факт [9, с. 59]. Семантический факт – это всегда законченная и единственная мысль, которая передаётся одним предложением или высказыванием. Семантические факты исполняют роль единиц знаний предметной области.

Семантические факты могут передавать разное содержание. Предметом семантических фактов являются понятия, явления, процессы, законы, теоремы, выводы, причины, следствия, свойства, признаки и тому подобное.

Например, факт из векторной алгебры «Вектором называется направленный отрезок» может быть разбит на три более простых факта: 1) существует некоторый отрезок; 2) отрезок имеет направление; 3) вектор задаётся отрезком.

Приведенные факты уже не раскладываются на более простые факты и потому являются элементарными. Хотя они и содержат предметные термины, но предметного смысла или семантики не имеют.

Специфическим семантическим фактом, свойственным математическим дисциплинам, является факт, который содержит различные понятия в символьном виде. Такими фактами, в первую очередь, являются формулы и обозначения, которые составляют большую часть предметных знаний по математике. Например, факт: «Сумма векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ в символьном виде обозначается $\overline{a}+\overline{b}$ », вводит обозначение операции сложения векторов, а семантический факт «Коммутативное свойство суммы векторов в символьном виде $\overline{a}+\overline{b}=\overline{b}+\overline{a}$ » задает символьный вид свойства операции сложения векторов.

Все высказывания семантического конспекта пронумерованы. Каждое высказывание имеет номер, который состоит из двух частей, разделенных точкой. Первая часть – это номер раздела, к которому принадлежит данное высказывание, вторая часть – его номер в данном разделе. Кроме того, некоторые номера стоят также после высказывания. Это номера других высказываний, от которых данное зависит, которыми оно определяется, из каких выходит. Связи между высказываниями могут быть очень простыми, например, ссылки на термины, которые употребляются в данном высказывании, и более сложными, более глубокими, например, связь причины и следствия. Эти связи задают структуру предметных знаний, определяют развитие учебного предмета, формальную логическую схему рассуждений, и студенты должны самостоятельно наполнить ее конкретным содержанием. Это обстоятельство способствует повышению эффективности обучения с использованием семантического конспекта.

Составление семантического конспекта – это очень трудоемкая и кропотливая работа. Она требует от преподавателя глубокого знания учебной дисциплины, умения анализировать, синтезировать и обобщать учебный материал. При этом следует формулировать факты наиболее рациональным образом. Например, в учебнике [4, с. 9] равенство векторов определяется таким образом:

«Вектор $\overline{AB}$ *равен вектору* $\overline{CD}$*, если выполняется одно из условий:*

1. $A = B$ *и* $C = D$.

2. $A \neq B$ *; точки* C *и* D *принадлежат прямой* AB *, причём* $\left|\overline{CD}\right| = \left|\overline{AB}\right|$ *и точка* D *лежит с той же стороны от точки* C*, с которой* B *от точки* A.

3. A, B, C, D *– четыре разные точки, никакие три из которых не принадлежат одной прямой; прямые* AB *и* CD *параллельны, и прямая* AC *параллельна прямой* BD*».*

Такое определение практически не воспринимается студентами. Проще было бы задать равенство векторов, например, с помощью такого семантического факта: «Вектором, равным вектору $\overline{a}$, называется вектор, который может быть получен параллельным переносом вектора $\overline{a}$ ».

После того, как выделена структура конспекта, можно начать формулировать высказывание, руководствуясь данными выше принципами.

Когда все высказывания сформулированы, они группируются в единое целое, то есть семантический конспект. Последующая работа заключается в том, чтобы отредактировать каждое высказывание в соответствии с выраженным в нем мнением и грамматикой его написания; удалить из текста те высказывания, которые повторяются или противоречат друг другу;

разбить высказывание на два отдельных, если в нем есть две ремы; где необходимо поменять высказывание местами, следуя логике изложения учебного курса; исключить случаи использования еще не введенных определениями понятий; исключить случаи использования больше одного нового понятия в одном высказывании; присвоить каждому высказыванию номер, который определяет раздел и место высказывания внутри раздела.

Конечным этапом работы является определение внутренних связей между высказываниями. Раньше уже отмечалось, что после высказывания указываются номера других высказываний, связанных с данным. Самый простой, но более необходимый вид связи – это напоминание понятий. Прежде всего, каждое понятие, упомянутое в высказывании, должно быть восстановлено в памяти. Без таких связей невозможно обойтись, ведь для правильного толкования высказывания необходимо, чтобы было известно значение всех его слов.

Существуют и более глубокие связи между высказываниями, например, целого и части, общего и конкретного, причины и следствия.

Например, связь общего и конкретного иллюстрируется следующими высказываниями:

СК.4.10. Координатой вектора по координатной оси прямоугольной системы координат является число, полученное вычитанием от координаты конца вектора по этой оси координаты начала вектора по этой оси. (СК.1.4),(СК.1.6), (СК.4.1)

СК.4.11. Координата вектора $\overline{AB}$, где $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$, по оси OX в символьном виде записывается $x_{\overline{AB}} : x_{\overline{AB}} = x_2 - x_1$. (СК.4.10.)

Связи существуют не только между высказываниями одного раздела, но и высказываниями, которые расположены в разных разделах семантического конспекта. Так, вышеприведённое высказывание СК.4.10, которое принадлежит разделу «СК.4. Координаты вектора в прямоугольной системе координат», связанно с высказываниями (СК.1.4.), (СК.1.6) из раздела «СК.1. Виды векторов».

По мнению преподавателей и студентов, которые применяют во время обучения семантический конспект, он оказался эффективным средством в самостоятельной работе для закрепления материала, в процессе подготовки к практическим и лабораторным занятиям. Конспект помогает выяснить структуру материала, данного на лекции, выделить и запомнить существенные моменты. Некоторые разделы курса, которые не вызывают особенную сложность, могут предлагаться для самостоятельного изучения, где соответствующие разделы конспекта служат своеобразным планом для этого. Студенты отмечают ценность конспекта во время подготовки к экзамену, когда из-за большого количества информации существует опасность не выделить и не усвоить главное. Регулярно в течение семестра, обращаясь к семантическому конспекту (а это не требует значительных затрат времени), студент к сессии помнит все высказывания, то есть мысли, которые составляют суть курса, у него готовый каркас, и он быстро наполняет его знаниями, которые не вошли в семантический конспект.

При подготовке к лекциям по векторной алгебре студенты могут предварительно ознакомиться с конспектом, а во время самой лекции использовать его в качестве опорного конспекта.

Семантический конспект чрезвычайно полезен и для преподавателя. Во-первых, преподаватель может активно применять конспект в процессе обучения; во-вторых, работа над конспектом дает преподавателю новые представления об учебном предмете.

Преподаватель же имеет возможность не тратить время на «задиктовывание» основных положений лекции, а уделить больше внимания рассмотрению задач, иллюстрирующих применение векторной алгебры в других дисциплинах. На практических занятиях семантический конспект может быть использован для актуализации опорных знаний при решении задач, а также на различных этапах занятия для актуализации знаний, закрепления знаний, формирования умений, контроля сформированности умений и навыков.

2.3.2. Приёмы формирования обобщенных способов действий по высшей математике у будущих инженеров. Одним из важнейших компонентов в структуре учебной деятельности является учебная мотивация.

Вопросы развития учебной мотивации в обучении математике на основе интегративного подхода рассматривались, например, И. В. Гоголевой, которая предложила развитие положительной мотивации учебной деятельности у студентов-экономистов ВУЗа осуществлять на основе междисциплинарной интеграции курса математики. Автор считает, что педагогические условия развития учебной мотивации заключаются в обеспечении учебного процесса специально разработанным учебно-методическим комплексом по курсу математики на основе междисциплинарной интеграции, а также построении учебно-исследовательской деятельности студентов на основе курса математики [44].

Создание мотивации к изучению каждой конкретной темы курса высшей математики, по нашему мнению, возможно только при условии наличия у студентов устойчивого интереса к изучаемому материалу, а также профессиональной направленности обучения.

Такой подход реализован нами в пособии [101]. В первой части пособия представлена информация, мотивирующая студентов к изучению векторной алгебры и на наглядных примерах демонстрирующая смысл понятий «вектор перемещения», «вектор скорости», «вектор ускорения» и др., использующиеся в физике. Например, информация, представленная указателем на рис. 2.27, определяет как расстояние, так и направление для каждого города. По сути, указатель определяет вектор перемещения для каждого из этих указанных на нем городов.

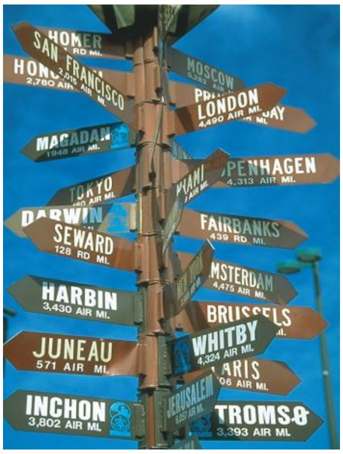


Рисунок 2.27 – Иллюстрация к понятию «вектор перемещения»

На рис. 2.28, гуси движутся в одном направлении с одной и той же скоростью. В результате скорости всех птиц – это равные векторы, хотя их расположение в пространстве разное.

Рисунок 2.28 – Иллюстрация к понятию «вектор скорости»

Скорости велосипедистов на рис. 2.29 меняются как по величине, так и по направлению. Оба эти типа изменения скорости связаны с понятием «вектор ускорения».

Рисунок 2.29 – Иллюстрация к понятию «вектор ускорения»

Примеры, приведенные в первой части пособия предназначены для того, чтобы заинтересовать студента, показать практическую связь понятий векторной алгебры и физики с обыденными явлениями. Примеры, наполненные профессионально значимым содержанием, студентам предлагаются уже в процессе изучения темы.

Усвоение содержания обучения разделу «Векторная алгебра» происходит в процессе решения учебных задач, под которыми мы понимаем систему учебных заданий, направленных на освоение студентами обобщенного способа действий по математике [107].

Для этого мы предлагаем вводить в обучение учебные задачи, которые целесообразно использовать для организации учебной деятельности на практических занятиях по высшей математике. По векторной алгебре эти задачи направлены на освоение таких способов действий:

1. Определять характеристики векторов.
2. Выполнять линейные операции с векторами.
3. Находить произведения векторов.
4. Применять свойства произведений векторов.
5. Определять взаимное расположение векторов.
6. Применять вектора в геометрии.
7. Применять вектора в физике.

Каждая учебная задача состоит из заданий следующих типов:

– для освоения теоретических действий (*тестовые задания закрытого типа, оперирующие с объектами, заданными в символьном виде*);

– на формирование понятий (*тестовые задания на соответствие*);

– на освоение практических действий (*тестовые задания закрытого типа, оперирующие с объектами, заданными в числовом виде*);

– на освоение способов действий по математике (*типовые задачи с разработанными схемами ориентирования*;

– для самостоятельного решения (*типовые задачи, для решения которых можно воспользоваться схемами ориентирования решённых задач*).

Пример учебной задачи на формирование обобщенного способа действий «Находить произведения векторов» приведен в Приложении М. Здесь учебная задача сопровождается технологической картой, позволяющей для каждого умения, составляющего обобщенный способ действий указать номера заданий, в которых эти умения формируются.

Рассмотрим пример использования учебных задач как средства обучения на интегративном практическом занятии «*Применение векторов в геометрии и физике*». На первом этапе актуализации знаний целесообразно использовать задания для освоения теоретических действий.

Задание 2.1. Определите, чему равна проекция вектора $\bar{a}$ на вектор $\bar{b}$.

А	Б	В	Г
$\bar{a}\cdot\bar{b}$	$\dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{\lvert\bar{b}\rvert}$	$\bar{a}\times\bar{b}$	$\dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{\lvert\bar{a}\rvert}$

Задание 2.2. Определите, чему равна площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

А	Б	В	Г
$\lvert\bar{a}\times\bar{b}\rvert$	$\dfrac{\lvert\bar{a}\times\bar{b}\rvert}{\lvert\bar{b}\rvert}$	$\bar{a}\times\bar{b}$	$\dfrac{1}{2}\cdot\lvert\bar{a}\times\bar{b}\rvert$

Задание 2.3. Определите, какая из физических величин является скалярной величиной.

А	**Б**	**В**	**Г**
мощность силы	перемещение	скорость	импульс

Задание 2.4. Определите, какому свойству удовлетворяет ускорение $\bar{a}$ материальной точки, для которой $\bar{a}_\tau$ – тангенциальное ускорение, а $\bar{a}_n$ – центростремительное ускорение.

А	**Б**	**В**	**Г**
$\bar{a}=\bar{a}_\tau-\bar{a}_n$	$\bar{a}=\bar{a}_\tau+\bar{a}_n$	$\bar{a}=2\cdot\bar{a}_\tau+\bar{a}_n$	$\bar{a}=\bar{a}_\tau+2\cdot\bar{a}_n$

На втором этапе формирования умений необходимо использовать задания на освоение практических действий.

Задание 2.5. Определите, чему равна площадь параллелограмма $ABCD$, построенного на векторах $\overline{AB} = (0;2;-3)$ и $\overline{AC} = (1;-1;4)$.

А	Б	В	Г
$\sqrt{37}$	$\sqrt{38}$	$2\sqrt{3}$	5

Задание 2.6. Определите, чему равен объём пирамиды $SABC$, построенной на векторах $\overline{AB} = (1;2;-1)$, $\overline{AC} = (1;-1;2)$ и $\overline{AS} = (-1;-1;4)$.

А	Б	В	Г
1	2	3	4

Задание 2.7. Определите, чему равна величина вектора углового ускорения тела через 1 секунду после начала движения, если угол его поворота вокруг постоянной оси зависит от времени по закону $\overline{\varphi} = (6t^3 - 2t)\,\overline{k}$.

А	**Б**	**В**	**Г**
16	26	36	46

Задание 2.8. Определите, чему равна мощность силы $\overline{F} = 2\overline{i} + 2\overline{j} - \overline{k}$, под действием которой тело приобретает скорость $\overline{v} = -3\overline{i} + 4\overline{j}$.

А	**Б**	**В**	**Г**
1Вт	*2 Вт*	*3 Вт*	*4 Вт*

Как можно видеть в приведенных заданиях формируются как математические действия (задания 2.1-2.3, 2.5, 2.6), так и интегративные действия из области естественнонаучных дисциплин (задание 2.4, 2.7, 2.8).

На третьем этапе закрепления знаний студентам можно предложить тестовые задания на соответствие, направленные на формирование понятий.

Задание 2.9. Установите соответствие между условиями, которым удовлетворяют произведения ненулевых векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ (1-4), и значениями, которые может принимать угол α между этими векторами (А-Д):

1.	$\bar{a}\cdot\bar{b}=0$	А:	$\alpha=\dfrac{\pi}{2}$
2.	$\bar{a}\cdot\bar{b}>0$	Б:	$\alpha=0$ или $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$
3.	$\bar{a}\cdot\bar{b}<0$	В:	$\alpha=0$ или $\alpha=\pi$
4.	$\bar{a}\times\bar{b}=\bar{0}$	Г:	$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$
		Д:	$\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$

Задание 2.10. Установите соответствие между понятиями (1-4) и формулами, по которым они находятся (А-Д), если l – плечо, $\bar{r}$ – радиус-вектор материальной точки, $\bar{p}$ – импульс материальной точки, $\bar{v}$ – скорость материальной точки:

1. $\overline{M}$ момент силы $\overline{F}$ относительно точки с радиус-вектором $\bar{r}$ вычисляется по формуле:
2. $|\overline{M}|$ модуль момента силы $\overline{F}$ относительно точки O вычисляется по формуле:
3. $\overline{L}$ момент импульса материальной точки с радиус-вектором $\bar{r}$ относительно точки O вычисляется по формуле:
4. $|\overline{L}|$ модуль момента импульса относительно точки O вычисляется по формуле:

А: $|\overline{F}|\cdot l$

Б: $\bar{r}\times\bar{p}$

В: $m\cdot|\bar{v}|\cdot l$

Г: $N=\overline{F}\cdot\bar{v}$

Д: $\bar{r}\times\overline{F}$

Задание 2.11. Вектор $\bar{a}=(1;-1;0)$ образует с осью l угол 135°. Вычислить проекцию вектора $3\bar{a}$ на ось l.

Задание 2.12. Материальная точка массы $m = 2\ кг$ начинает двигаться под действием силы $\overline{F} = -4\overline{i} - 3\overline{j}$. Вычислите модуль скорости материальной точки через 5 секунд после начала движения.

Задание 2.11 является математической задачей, направленной на освоение способа действий «Находить проекцию вектора на ось по заданным координатам вектора и углу между вектором и осью». Решение таких задач сопровождается в пособии схемами ориентирования, в которых определены условие и требование задачи, а также опорные знания и умения по математике, необходимые для решения задачи. Задание 2.12 является задачей по физике, которая в обучении математике реализует ситуацию междисциплинарной интеграции I типа, когда не создается локальное предметное поле по физике, знания по физике используются при решении задачи математической задачи.

В соответствии с методом ориентирования, который позволяет осуществлять интеграцию теории и практики в обучении математике, решение типовых задач, которые впервые предлагаются студентам, целесообразно сопровождать схемами ориентирования. В таблице 2.4 приведена схема ориентирования задачи из задания 2.12, в которой выделены опорные знания по математике и по физике, необходимые для решения задачи. Решение задания 2.12 целесообразно выполнять по действиям, выделенным в схеме ориентирования:

1. Выпишем координаты вектора силы $\overline{F}$, действующей на материальную точку: $F_x = -4$ и $F_y = -3$.

2. Найдём координаты вектора ускорения $\overline{a}$ материальной точки:

$$a_x = \frac{F_x}{m},\ a_y = \frac{F_y}{m}.$$

Получим $a_x = -\dfrac{4}{m}$, $a_y = -\dfrac{3}{m}$.

Таблица 2.4 – Схема ориентирования задания 2.12

Общее ориентирование	
Что дано?	Массы материальной точки $m = 2$ *кг*. Сила, действующая на материальную точку $\overline{F} = -4\overline{i} - 3\overline{j}$.
Что надо найти?	Величину или модуль скорости материальной точки в момент времени $t = 5$ с.
Опорные знания по математике	Понятия: вектор, координаты вектора, модуль вектора, первообразная, определенный интеграл.
Опорные знания по физике	2-й закон Ньютона, понятия: вектор скорости, вектор ускорения, вектор силы, величина скорости.
Ориентирование на выполнение	
Какие обозначения необходимо ввести.	t – время; $\overline{v}$ – вектор скорости материальной точки; v_x, v_y – координаты вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки; $\lvert\overline{v}\rvert$ - величина вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки $\overline{a}$ – вектор ускорения материальной точки; a_x, a_y – координаты вектора ускорения $\overline{a}$ материальной точки; F_x , F_y – координаты вектора силы $\overline{F}$, действующей на материальную точку.
Действия, которые нужно выполнить.	1. Записать координаты вектора силы $\overline{F}$, действующей на материальную точку. 2. Найти координаты вектора ускорения $\overline{a}$ материальной точки. 3. Найти координаты вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки. 4.Найти величину вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки в момент времени $t = 5$ с.
Какие физические формулы и законы необходимы для решения?	1. 2-й закон Ньютона в координатной форме для материальной точки массы m : $F_x = ma_x$, $F_y = ma_y$, где $\overline{a} = (a_x; a_y)$ - вектор ускорения материальной точки, $\overline{F} = (F_x; F_y)$ - вектор силы, действующей на материальную точку. 2. Формула нахождения координат вектора скорости по координатам вектора ускорения: $v_x = \int_0^t a_x dt$; $v_y = \int_0^t a_y dt$, где $\overline{v} = (v_x; v_y)$ - вектор скорости материальной точки, t – время.
Какие формулы по математике необходимы для решения?	1. Формула нахождения модуля вектора, заданного координатами: $\lvert\overline{v}\rvert = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$, вектор $\overline{v} = (v_x; v_y)$. 2. Формула Ньютона-Лейбница вычисления определённого интеграла: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, где $F'(x) = f(x)$. 3. Формула неопределенного интеграла от дифференциала аргумента: $\int dx = x + C$, где $C = const$.

3. Найдём координаты вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки:

$$v_x = \int_0^t a_x dt, \; v_y = \int_0^t a_y dt.$$

Получим $v_x = \int_0^t \frac{-4}{m} dt = \frac{-4}{m} t$, $v_y = \int_0^t \frac{-3}{m} dt = -\frac{3}{m} t$.

4. Найдём модуль вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки: $|\overline{v}| = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

Получим $|\overline{v}| = \sqrt{\left(-\frac{4}{m}t\right)^2 + \left(-\frac{3}{m}t\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{m^2}t^2 + \frac{9}{m^2}t^2} = \sqrt{\frac{25}{m^2}t^2} = \frac{5}{m}t$.

5. Вычислим величину вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки в момент времени $t = 5$ с. Подставляя в полученное выражение $m = 2$ *кг*, получаем $|\overline{v}|\,\Big|_{t=5} = \frac{5}{2} \cdot 5 = 12{,}5 \frac{м}{с}$. **Ответ:** $|\overline{v}|\,\Big|_{t=5} = 12{,}5 \frac{м}{с}$.

На этапе контроля сформированности умений и навыков студентам предлагаются задачи для самостоятельного решения.

Задание 2.13. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{a} = 4\overline{i} - 3\overline{j} + 7\overline{k}$, $\overline{b} = 10\overline{i} + 5\overline{j} + 3\overline{k}$ и $\overline{c} = 9\overline{i} + 5\overline{j} - \overline{k}$.

Задание 2.14. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(2;3;3)$, $B(6;1;3)$ и $C(4;3;2)$. Средствами векторной алгебры найти: 1) длину медианы AM; 2) площадь треугольника ABC; 3) длину высоты AH.

Задание 2.15. Под действием постоянной силы $\overline{F} = \overline{i} - 4\overline{j}$ небольшое тело совершает перемещение из точки с радиус-вектором $\overline{r_1} = 2\overline{i} + 3\overline{j}$ в точку с радиус-вектором $\overline{r_2} = 3\overline{i} - 2\overline{j}$. Вычислите работу этой силы.

Такая же методика предлагается и для формирования интегративных действий и способов действий при решении интегративных задач II типа, которые направлены на применение умений по векторной алгебре для решения задач по естественнонаучным дисциплинам. Эти задачи также предлагается решать со схемами ориентирования, что способствует формированию универсальных метапредметных умений у студентов. Это умения выделять требование и вопрос задачи, объекты, которые заданы и те, которые надо найти. Кроме того, это умения выделять так называемый спектр знаний и умений задачи [107] как по математике, так и по естественнонаучным дисциплинам.

Предлагаемое студентам пособие [101], в котором реализована описанная методика, будет полезным для преподавателей и на занятиях по математике как демонстрация применения векторной алгебры в физике и на занятиях по физике – для демонстрации применения физики в математике, а также студентам, уже изучившим курс высшей математики и приступившим к изучению физики, для повторения важного для них раздела. В последнем случае, студент самостоятельно работает с пособием, изучая семантический конспект, решая учебные задачи, направленные на формирование тех умений, которые ему необходимо использовать при решении задач по физике.

2.3.3. Использование интегративных учебных проектов в обучении математике будущих инженеров. Как уже отмечалось, особое внимание в методике обучения математике будущих инженеров уделяется организации самостоятельной работы студентов, в частности, творческим видам самостоятельной работы в форме интегративных учебных проектов (ИУП). ИУП понимаются нами как комплексные учебные задания, решение которых требует построения математической модели объектов профессиональной деятельности инженера и осуществляется путем переноса способов решения математических задач в другие предметные области. Система заданий для ИУП, реализована нами в электронном учебном пособии «Математика в профессиональной деятельности инженера» [163].

Рассмотрим подробнее методику использования в обучении интегративных учебных проектов, предложенную в пособии.

Подбор материалов для создания ИУП осуществлялся из сборников материалов студенческих научно-технических конференций «Математическая культура инженера», например [164, 165], проводимых в Донецком национальном техническом университете, а также теоретического материала по курсу «Высшая математика», читаемого студентам ДонНТУ [275].

Для разработки электронного учебного пособия был выбран язык гипертекстовой разметки HTML. Для создания страниц на данном языке существует большое количество программ и редакторов. Основным плюсом является то, что код, написанный на этом языке, без труда открывается стандартным, установленном на большинстве компьютеров, браузером. Страница, написанная на этом языке, привычна и знакома любому пользователю, простота навигации делает язык еще более привлекательным для использования.

Главным инструментом решения задачи написания электронного учебного пособия на выбранном языке HTML являются программы для Web-дизайна. При выборе программы мы руководствовались следующими требованиями: поддержка русского языка, удобный интерфейс и визуальный режим работы. В большей мере данным требованиям отвечает редактор Artisteer.

Учебное пособие включает в себя следующие разделы: введение, практическое применение и теоретический материал. Раздел «Практическое применение» содержит профессионально ориентированные задачи, демонстрирующие применение математических методов и моделей в таких областях знаний как физика, химия, геодезия, компьютерная инженерия, теоретическая механика, электротехника, радиотехника, шахтное дело, экология, производство. Именно эти задачи для студентов представляют собой результаты выполнения интегративных проектов и могут послужить основой для разработки заданий для новых ИУП.

Раздел «Теоретический материал» разбит на модули: «Линейная и векторная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Введение в анализ функций одной переменной», «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление», «Функции нескольких переменных», «Дифференциальные уравнения», «Ряды», «Уравнения математической физики», «Теория вероятностей», «Математическая статистика», «Теория функций комплексной переменной», «Операционное исчисление».

Разделы «Практическое применение» и «Теоретический материал» связаны между собой гиперссылками в соответствии с принципом ветвления. Для каждой задачи из раздела «Практическое применение» есть гиперссылка на необходимую для её решения теорию. Таким образом, сразу можно видеть связь теории с практикой, что способствует повышению мотивации к изучению курса «Высшая математика» за счет обеспечения внутрипредметной интеграции между теорией и практикой.

Стартовая страница электронного учебного пособия «Математика в профессиональной деятельности инженера» приведена на рисунке 2.30.

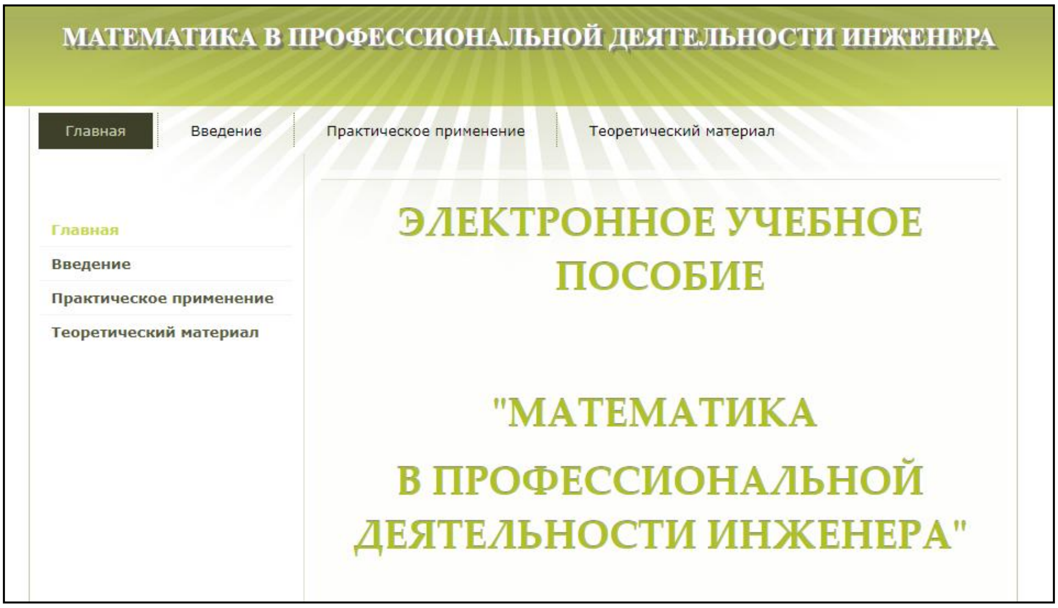


Рисунок 2.30 – Стартовая страница электронного учебного пособия «Математика в профессиональной деятельности инженера»

В верхней части стартовой страницы расположено меню (рис. 2.31). При наведении указателя мыши на пункты меню отображается раскрывающееся меню.

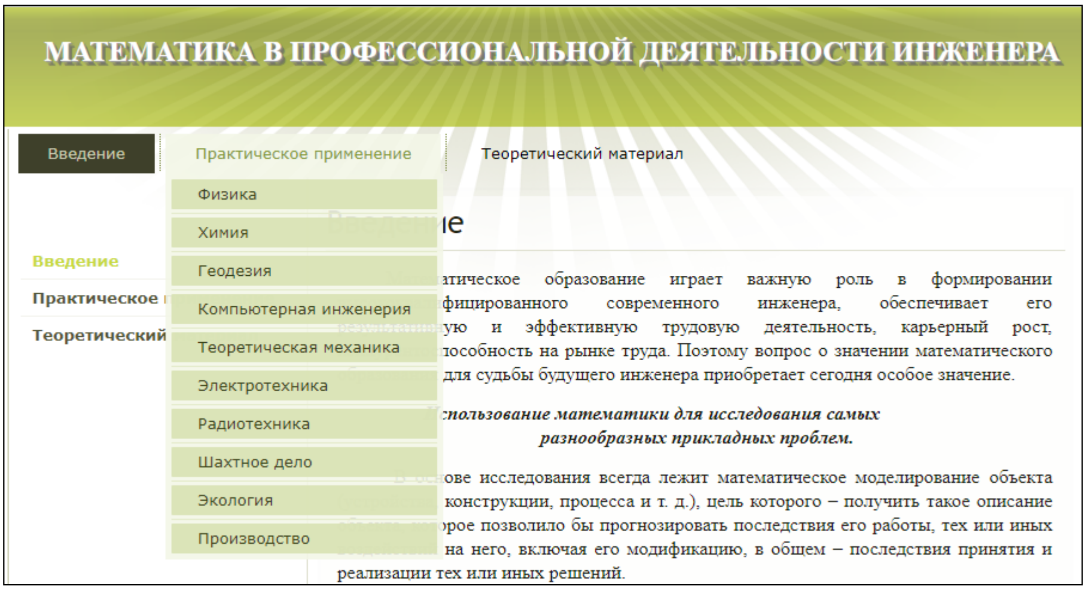


Рисунок 2.31 – Раскрывающееся меню

Структура каждого раздела однотипна. Рассмотрим в качестве примера раздел «Химия». На странице с этим разделом показан перечень интегративных проектов по химии (см. рис. 2.32).

Рисунок 2.32 – Раздел «Химия»

Покажем внешний вид одного из ИУП (см. рис. 2.33). Каждый ИУП имеет в своей структуре следующие компоненты: введение, постановка задачи, результаты, вывод, литература и гиперссылку на необходимый теоретический материал.

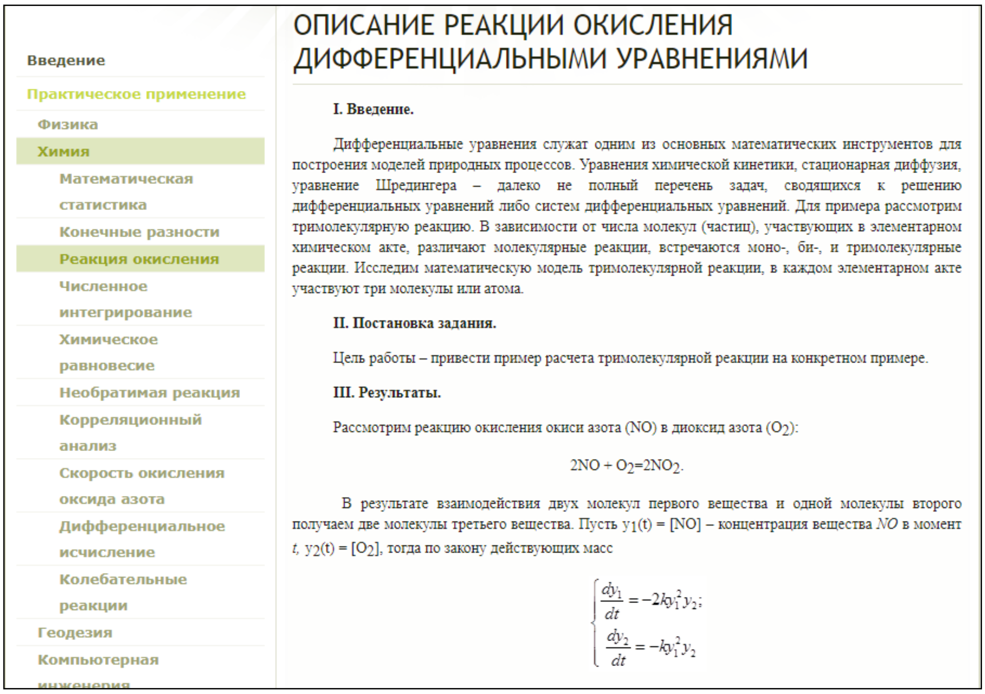


Рисунок 2.33 – Пример интегративного учебного проекта на тему «Описание реакции окисления дифференциальными уравнениями»

Студент имеет возможность при работе с задачей обратиться к разделу «Теория». На рисунке 2.34 приведен фрагмент страницы с гиперссылкой для перехода к необходимому для решения задачи теоретическому материалу.

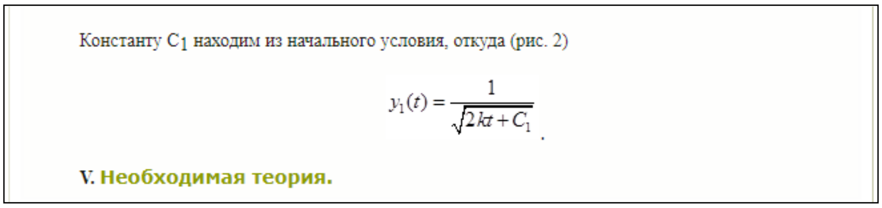


Рисунок 2.34 – Фрагмент страницы с гиперссылкой на теоретический материал

При нажатии на гиперссылку открывается страница с теоретическим материалом, в данной задаче это тема «Дифференциальные уравнения» (рис. 2.35).

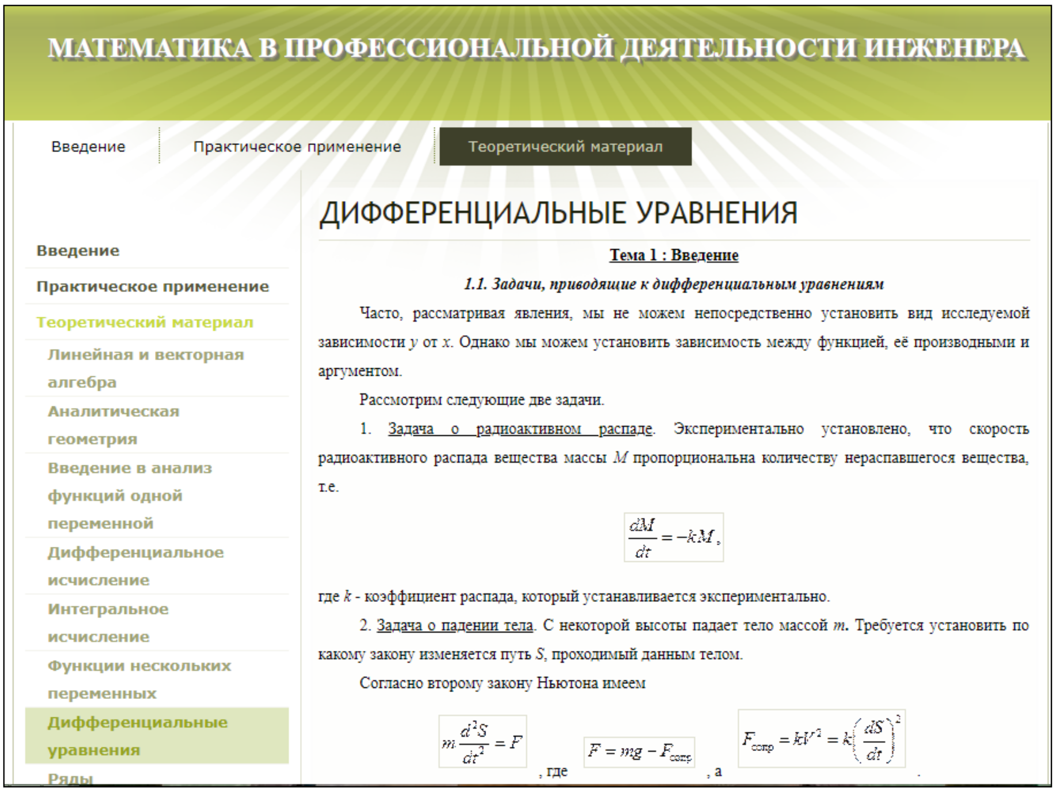


Рисунок 2.35 – Фрагмент страницы «Дифференциальные уравнения»

Теоретическая часть играет важную роль при подготовке и выполнении ИУП, ее можно легко структурировать для более продуктивного обучения, к тому же при необходимости материал можно менять, добавлять иллюстрации и графики. В практическом применении также можно добавлять другие задачи без особого труда. Именно этот критерий был решающим при выборе программы, с помощью которой было создано учебное пособие «Математика в профессиональной деятельности инженера».

Важно, что элементы навигации позволяют обучающемуся самостоятельно выбирать порядок изучения материала и расширить свои знания в других научных областях.

Разработанное ЭУП структурировано так, чтобы обучающийся чувствовал себя комфортно и легко, не переключаясь с программы на программу или не переходя от книги к книге, поэтому вся необходимая информация собрана в одном месте, что позволит улучшить качество усвоения материала при изучении, как высшей математики, так и других дисциплин в системе высшего инженерного образования.

В первую очередь студенту предлагается ознакомиться с различными задачами, которые содержатся в блоке «Практическое применение». Если возникли затруднения при работе с задачей, студент имеет возможность получить необходимый для ее решения теоретический материал.

Кроме этого, в каждой тематической рубрике раздела «Практическое применение» содержатся также задания для новых проектов, которые могут быть выполнены студентами и добавлены в общую базу задач пособия. Примеры таких заданий по дисциплине «Химия», выполнение которых связано с разделом курса высшей математики «Линейная алгебра», приведено в Приложении Н. Все приведенные задачи являются интегративными задачами II типа, требующими реализации умений по математике в предметном поле естественнонаучных дисциплин.

Для выполнения новых проектов студентам предлагается выполнить следующие действия:

1. Определить литературу, которой необходимо воспользоваться для выполнения проекта.

2. Обосновать актуальность поставленной в проектном задании задачи.

3. Сделать постановку задачи.

4. Составить схему ориентирования, необходимую для решения задачи.

5. Выполнить решение в соответствии со схемой ориентирования, путем построения математической модели объектов профессиональной деятельности инженера и переноса способов решения математических задач в другие предметные области.

6. Интерпретировать результаты.

7. Получить решение с помощью средств компьютерной математики.

8. Сделать выводы.

Задания уже выполненных проектов могут быть использованы как во время аудиторной, так и самостоятельной работы студентов. На лекциях преподаватель может демонстрировать профессионально-ориентированные задачи как базового, так и повышенного уровня сложности. Благодаря тому, что между прикладными задачами и теоретическим материалом установлена связь, преподаватель может мотивировать студентов к изучению той или иной темы.

На практических занятиях можно давать студентам профессионально-ориентированные задачи по новой теме для самостоятельного решения, развивая тем самым у будущих инженеров техническое мышление и самостоятельность.

При выполнении домашнего задания студент может при необходимости повторить теоретический материал, разобрать более детально примеры решения задач. Обучающийся может также готовиться к последующим лекциям, разбирая теоретический материал, опережая программу. Студент может ознакомиться с задачами из различных сфер деятельности инженера и посмотреть, какие теоретические сведения необходимы для их решения.

Таким образом, при выполнении интегративных учебных проектов обеспечивается формирование интегративных результатов обучения математике за счет обеспечения интеграции в обучении высшей математике на трех уровнях: внутрипредметном (за счет блоков теории и практики, связанных перекрестными интерактивными ссылками); межпредметном (при решении интегративных задач II типа, требующих реализации умений по математике в предметном поле естественнонаучных дисциплин);

метапредметном (формирование метапредметных умений и приемов выполнения научно-исследовательской учебной деятельности).

2.4. Оценка эффективности методической системы обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода

2.4.1. Методика проведения экспериментального обучения. Педагогический эксперимент был проведен в условиях реального учебного процесса с целью внедрения полученных результатов в педагогическую практику. Эксперимент проводился на базе ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет» (ДонНТУ, г. Донецк), ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (ДонНУ, г. Донецк) и ГОУ ВПО ЛНР «Донбасский государственный технический университет» (ДГТУ, г. Алчевск).

Для определения экспериментальных (ЭГ) и контрольных групп (КГ) в начале каждого учебного года проводились нулевые контрольные работы по математике, варианты которых приведены в Приложении П. По результатам выделены группы с близкими по значениям уровнями математической подготовки. Всего было охвачено 16 групп. Общее количество студентов, участвовавших в эксперименте, составляет 324 человека.

Студенты педагогических направлений подготовки ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» участвовали в эксперименте как будущие преподаватели математики в профильной и профессиональной школе с целью апробации разработанной методики.

Эксперимент проводился в процессе обучения математическим дисциплинам среди студентов направлений подготовки, приведённых в таблице 2.5. Все студенты инженерных направлений подготовки находились в одинаковых условиях, поскольку не имели предшествующего опыта изучения высшей математики.

Таблица 2.5 – Направления подготовки, для которых проводился педагогический эксперимент

№ п/п	*Направление подготовки*		
	Код	*Название*	*Название ГОУВПО*
1.	09.03.01	Информатика и вычислительная техника	ДонНТУ, ДГТУ
2.	09.03.02	Информационные системы и технологии	ДонНТУ
3.	10.03.01	Информационная безопасность	ДонНТУ
4.	11.03.04	Электроника и наноэлектроника	ДонНТУ
5.	12.03.01	Приборостроение	ДонНТУ
6.	13.03.03	Энергетическое машиностроение	ДГТУ
7.	15.03.02	Технологические машины и оборудование	ДонНТУ, ДГТУ
8.	18.03.01	Химическая технология	ДонНТУ
9.	18.03.02	Энерго и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии	ДонНТУ
10.	21.03.02	Землеустройство и кадастры	ДонНТУ
11.	21.03.03	Геодезия и дистанционное зондирование	ДонНТУ
12.	21.05.04	Горное дело	ДонНТУ, ДГТУ
13.	21.05.06	Нефтегазовые техника и технологии. Технология бурения нефтяных и газовых скважин	ДонНТУ
14.	22.03.02	Металлургия	ДонНТУ, ДГТУ
15.	27.03.04	Управление в технических системах	ДонНТУ
16.	44.04.01	Педагогическое образование. Профиль «Математическое образование»	ДонНУ
17.	44.03.05	Педагогическое образование (с двумя профилями). Профиль «Математика и информатика»	ДонНУ

В процессе проведения педагогического эксперимента достоверности полученных результатов способствовали следующие факторы: наблюдения проводились по заранее разработанной программе в условиях реального учебного процесса; выборочная совокупность состояла из студентов одного и того же направления подготовки; в контрольных и экспериментальных группах изучался сходный по содержанию учебный материал; контрольные срезы в экспериментальных и контрольных группах проводились одновременно; преподаватели, которые работали в экспериментальных группах, были предварительно ознакомлены с разработанной нами методической системой обучения высшей математике; были сформированы критерии определения усвоения содержания обучения; все измерения проводились по единым анкетам, вопросникам, тестам и контрольным работам.

Экспериментальное исследование обучения высшей математике состояло из трех этапов: констатирующего, поискового и формирующего. В течение констатирующего этапа эксперимента (2007-2010 гг.) было проведено определение уровней усвоения будущими инженерами содержания дисциплины «Высшая математика», степень удовлетворенности преподавателей естественнонаучных дисциплин уровнем подготовки по высшей математике студентов, которые продолжают обучение на втором и третьем курсах. Изучалась литература по вопросам педагогической интеграции, методики обучения высшей математике, обосновывалась проблема исследования.

Для выяснения состояния проблемы исследования было проведено анкетирование 32 преподавателей математических дисциплин. Анкетирование преподавателей и беседы с ними показали, что почти все они не используют методы и средства обучения, разработанные на основе интегративного подхода. Некоторые преподаватели используют задачи из предметной области естественнонаучных дисциплин, а некоторые, осознавая необходимость учета при обучении высшей математике межпредметных связей, указывают на отсутствие соответствующего методического обеспечения. Большинство преподавателей обращают внимание на необходимость самостоятельной деятельности студентов при изучении математических дисциплин в техническом университете, но указывают на нехватку времени для контроля результатов такой деятельности. В то же время, преподаватели отмечают, что у студентов не сформированы умения самооценки, самоконтроля и самоорганизации, и указывают на необходимость формирования таких умений.

В ходе анкетирования и бесед с преподавателями естественнонаучных дисциплин (13 преподавателей) мы пришли к выводу, что математическая подготовка студентов I-го и II-го курсов является слабой. Студенты не владеют в достаточной мере умениями, необходимыми для успешного усвоения содержания таких дисциплин как «Физика», «Химия», «Экология», «Теоретическая механика», «Теоретические основы электротехники» и др. Преподаватели отмечают, что студенты третьего и четвертого курсов испытывают значительные трудности при изучении этих дисциплин в результате низкого уровня освоенности базовых математических действий, выполняют эти действия, не осознавая, по образцу.

Анкетирование и беседы со студентами показали наличие значительных трудностей в процессе изучения теоретического материала, вынесенного для самостоятельного рассмотрения, в процессе поиска способа решения задач, в работе с учебниками, в самостоятельной работе во время аудиторных занятий. Наши наблюдения показывают, что большинство студентов испытывают затруднения в самостоятельном решении задач на практическом занятии; многие из них не осознают цели занятия в терминах действий; включение в содержание практических занятий задач из естественнонаучных дисциплин вызывает у студентов непонимание в связи с недостаточным сознанием межпредметных связей высшей математики и других дисциплин.

На этом этапе эксперимента нами сделан вывод о неопределенности интегративных учебных действий в предметной области математики. Овладение студентами этими действиями осложняется из-за того, что они описаны в общей формулировке и при этом остается неопределенным их состав, не описаны действия, необходимые для изучения естественнонаучных дисциплин. Отсутствует учебно-методическое обеспечение по самостоятельному освоению студентами интегративных математических учебных действий. Выпускники школ не готовы к самостоятельной учебной деятельности в условиях системы обучения, которая предусматривает смещение акцентов именно на самостоятельную работу студентов. Учитывая это, были сформулированы проблема исследования, его цели и задачи.

Теоретическое исследование проблемы межпредметных связей высшей математики и её интеграции с другими дисциплинами, психолого-педагогических предпосылок обучения математике на основе интегративного подхода, современных технологий обучения позволило нам обосновать необходимость обучения на основе интегративного и деятельностного подходов и сформулировать проблему исследования: повышение эффективности обучения математике в системе высшего инженерного образования на основе интегративного подхода. Это может быть сделано путем разработки методической системы обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода.

На поисковом этапе эксперимента (2011-2014 гг.) анализировалась педагогическая и методическая литература по проблеме исследования, выяснялось состояние её разработанности в педагогической и методической науке, проводились занятия по высшей математике.

На этом этапе мы направили свою деятельность на решение следующих задач: 1) обосновать необходимость и теоретические основы внедрения интегративного подхода в практику обучения математике в техническом университете; 2) спроектировать интегративную предметную модель технического университета по высшей математике.

На поисковом этапе разработан весь инструментарий для проведения педагогического эксперимента. На научных и методических семинарах кафедры высшей математики, на базе которых проводился эксперимент, обсуждались вопросы внедрения разработанной методической системы.

В соответствии с целью и задачами исследования нами были выделены критерии для сравнительного анализа результатов обучения высшей математике будущих инженеров на основе интегративного подхода:

1) мотивационный критерий: уровень мотивации к изучению высшей математике и развитости представлений будущих инженеров о возможности применения математических методов при изучении естественнонаучных дисциплин (высокий, низкий, средний).

2) интегративно-деятельностный критерий: уровни освоенности интегративных математических учебных действий и профессионально ориентированных действий по математическому моделированию в профессиональной области (высокий, средний, низкий); уровень сформированности умений (высокий, средний, низкий);

3) интегративно-знаниевый критерий: уровни усвоения интегративных математических предметных знаний (высокий, средний, низкий).

На основе сформулированных критериев были выбраны следующие измерители: анкеты, опросники, контрольные работы.

Использовался непараметрический метод математической статистики (критерий Стьюдента проверки статистических гипотез) для обработки результатов эксперимента.

На этом этапе произошло уточнение понятийного аппарата, выяснение и коррекция компонентов интегративной предметной модели студента технического университета по математике. Была начата апробация материалов учебного пособия «Математика в профессиональной подготовке инженера: векторная алгебра. Интегративный подход» [101], было издано учебное пособие для самостоятельной работы студентов: «Векторная алгебра. Учимся, работая» [212], начата разработка электронного учебного пособия «Математика в профессиональной деятельности инженера» [163].

Проверка достоверности выводов, к которым мы пришли в процессе поискового этапа, и проверка эффективности созданной методической системы происходила в течение третьего, формирующего этапа эксперимента (его обобщения, 2015-2018 гг.). Этот этап был направлен на внедрение и коррекцию разработанной методической системы обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода.

На формирующем этапе эксперимента в экспериментальных группах обучение осуществлялось по предлагаемой методике. В обучении использовались: интегративные практические занятия; интегративная предметная модель студента; системы учебных задач, направленных на освоение математических учебных действий; система интегративных задач I и II типа, используемых для создания интегративных учебных ситуаций; схемы ориентирования, направленные на создание полной ориентировочной основы деятельности студентов; методика установления иерархии предметных понятий и формирование понятий; система заданий для интегративных учебных проектов и методика их использования для организации самостоятельной работы студентов; учебные и учебно-методические пособия [101; 106; 212]; электронное учебное пособие, разработанное на основе интегративного подхода [163].

2.4.2. Проверка уровня сформированности мотивации будущих инженеров к изучению высшей математики. Изучение уровня мотивации студентов к изучению высшей математики проводилось в начале изучения курса высшей математики (начало первого учебного семестра), в конце его изучения (конец 3-го учебного семестра) и в конце курса подготовки бакалавров (в период дипломирования). С этой целью мы разработали опросник (Приложение Р) по методике Е. А. Лодатко [155, с. 305].

Для оценки участниками тестирования суждений, составляющих содержание теста, предусмотрено применение десятибалльной шкалы показателей (9 соответствует наивысшему по значимости показателю, который свидетельствует о том, что предложенная точка зрения полностью разделяется, 0 – самый низкий показатель, который свидетельствует о том, что предложенная точка зрения не разделяется даже частично, другие показатели свидетельствуют о частичном согласии с предложенной точкой зрения).

Для количественной оценки уровней сформированности мотивации к изучению высшей математики и развитости представлений будущих инженеров о возможности применения математических методов в будущей профессиональной деятельности предлагается методика, согласно которой за выходные, «эталонные» берутся показатели, полученные в результате обработки тестов экспертами и расчета для них уровней сформированности мотивации к обучению математике и развитости представлений о возможности применения математических методов в профессиональной деятельности. В состав экспертной группы входили профессиональные математики, специалисты-инженеры, преподаватели специальных дисциплин в системе инженерного образования.

Предварительно, на основании экспертных оценок специалистов для каждого вопроса теста рассчитывается его вероятный «вес» m_{ij}:

$$m_{ij} = \frac{1}{k}\sum_{k} m_{ij}(k), \tag{2.31}$$

где i – номер блока, j – номер вопроса в блоке, k – количество экспертов, $m_{ij}(k)$ – оценка k-м экспертом «вес» j -го вопроса в i -м блоке.

Так как величина m_{ij} , рассчитывается как средняя дискретной случайной величины, то она фактически совпадает с математическим ожиданием для той же выборки. Таким образом, для каждого блока определяется совокупность экспертных весов $\{ m_{i1}, m_{i2}, m_{i3}, \ldots, m_{i10} \}$, от которых в дальнейшем будут определяться отклонения Δ_{ij} в ответах t_{ij} тестов участников:

$$\Delta_{ij} = \left| m_{ij} - t_{ij} \right| \tag{2.32}$$

Величина r_i рассчитана по формуле $r_i = \left(1 - \frac{\sum_{j=1}^{10} \Delta_{ij}}{\sum_{j=1}^{10} m_{ij}} \right) \cdot 100\%$, (2.33)

может интерпретироваться как достигнутый уровень r_i сформированности i-ой мотивационной составляющей для каждого участника тестирования.

Уровни сформированности мотивационной составляющей: высокий А (r_i >70%), средний В (40%< r_i <70%) и низкий С (r_i <40%), как это обычно практикуется в педагогической диагностике. Тогда по результатам тестирования можно каждого из участников (студентов соответствующей группы) отнести к той или иной категории (А, В или С) в зависимости от полученных показателей сформированности у них каждой составляющей.

Общим уровнем или индивидуальным рейтинговым показателем может считаться некоторый средневзвешенный показатель R_M, который можно получить исходя из соотношения:

$$R_M = \frac{\sum_{i=1}^{5} r_i \cdot i}{\sum_i i}, \tag{2.34}$$

где i – номер блока, r_i – уровень сформированности мотивации к изучению высшей математики в i -м блоке.

Согласно описанной методике нами было получено распределение по уровням значений средней арифметической рейтинговых показателей студентов в контрольных и экспериментальных группах, динамика изменения которой представлена на рис. 2.36.

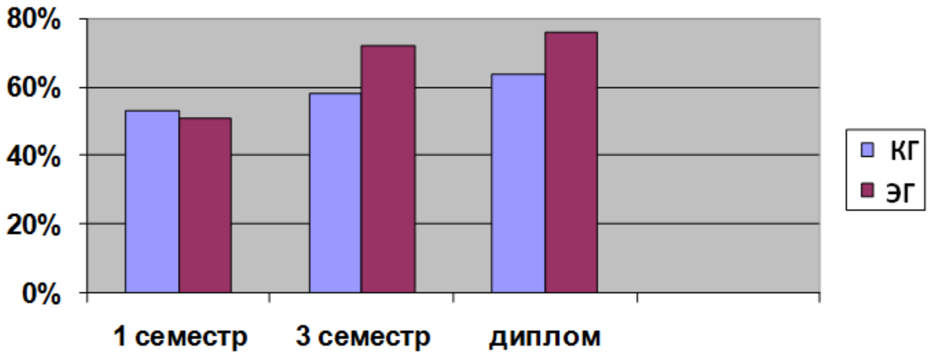


Рисунок 2.36 – Динамика изменений доли студентов по уровням рейтинговых показателей сформированности мотивации к изучению высшей математики

Таким образом, мы видим, что обучение высшей математике, построенное на основе интегративного подхода, ведет к более значительному росту уровня сформированности мотивации к изучению высшей математики и развитости представлений будущих инженеров о возможности применения математических методов при изучении естественнонаучных дисциплин.

2.4.3. Проверка уровня освоения студентами интегративных математических учебных действий и знаний. Для проверки качества освоения студентами интегративных математических учебных действий нами было сделано следующее: описаны учебные действия в предметной области математики (операционный компонент предметной модели студента); описаны интегративные учебные действия (интегративная составляющая операционного компонента предметной модели студента); введён уровень освоения интегративных учебных действий: низкий, средний и высокий; введен интегральный показатель освоения действий – уровень сформированности умений: очень низкий, низкий, средний, высокий, очень высокий; разработаны контрольные работы для измерения уровня освоения интегративных математических учебных действий, уровня сформированности умений, уровня освоения интегративных учебных действий и способов действий.

Для оценки уровня освоения интегративных математических учебных действий нами проводились контрольные работы, особенностью которых является то, что для каждой задачи были выделены интегративные действия, необходимые для её решения. Выполняя контрольную работу, студенты должны были отмечать в специальной ведомости, какая поддержка им требовалась при выполнении. Низкий уровень освоения учебного действия (Н) означает выполнение действия, опираясь на материальные носители информации (таблицы, формулы); средний (С) – выполнение действия, опираясь на постоянный умственный контроль без помощи материальных носителей информации; высокий уровень освоения действия (В) – выполнение студентом действия автоматизировано, на уровне навыка.

Контрольная работа проводилась нами в экспериментальных и контрольных группах перед началом обучения и в конце каждого учебного семестра. Каждая контрольная работа включала в себя задачи, для решения которых необходимо было выполнить 20 интегративных математических учебных действий. Пример контрольной работы, проводившейся в конце первого учебного семестра в контрольных и экспериментальных группах Приложении У.

Для оценки изменения показателей во времени нами использовалась абсолютная мера изменений – коэффициент структурных сдвигов, который представляет собой среднее линейное отклонение доли студентов, имеющих определенный уровень:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\Delta d|}{n}, \qquad (2.35)$$

где Δd – прирост доли студентов в группе, имеющих определенное значение уровня, который вычисляется по формуле:

$$\Delta d = d_{i1} - d_{i0}, \qquad (2.36)$$

где d_{i1}, d_{i0} – доли студентов в группе, имеющих определённое значение уровня за два периода; n – количество составляющих, в нашем случае – 3 (высокий, средний, низкий).

Динамика изменений доли студентов, имеющих высокий, средний и низкий уровни освоения интегративных математических учебных действий изображена на рис. 2.37.

Таким образом, наше исследование показало, что в экспериментальных группах больший процент действий осваивается студентами на высоком уровне, чем в контрольных группах. В то же время, увеличивается и процент действий, которые осваиваются на среднем уровне, что повышает возможность их использования в естественнонаучных дисциплинах.

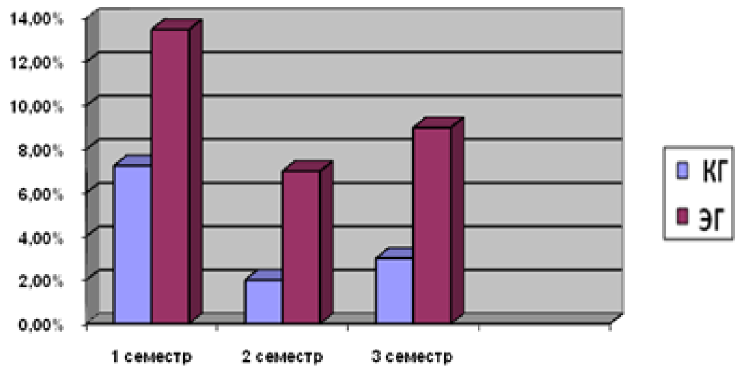


Рисунок 2.37 – Динамика изменений коэффициента структурных сдвигов σ уровня освоения интегративных математических учебных действий

Для возможности статистического анализа эффективности методической системы обучения математике на основе интегративного подхода и однородности показателей статистического анализа кроме уровня освоения действий при проведении описанных контрольных работ нами был получен интегрированный показатель – уровень сформированности умений.

Учитывая, что для мотивационного критерия нами было введено три уровня: высокий (41-50 баллов), средний (21-40 баллов) и низкий (0-20 баллов), то для однородности показателей статистического анализа введем три уровня сформированности умений из расчета, что за всю контрольную работу студент мог заработать 50 баллов.

Уровень сформированности умений измерялся нами в контрольных и экспериментальных группах перед началом обучения и в конце каждого учебного семестра. По результатам каждой контрольной работы определялась в контрольных и экспериментальных группах средняя арифметическая уровней сформированности умений для каждой группы.

Оценка уровня усвоения математических предметных знаний нами проводились по тем же контрольным работам, что и оценка освоения математических действий, но в этом случае для каждой задачи были выделены знания, необходимые для ее решения. Выполняя контрольную работу, студенты должны были записывать те знания, которые используют для решения каждого задания. При этом фактически, студенты составляли ориентировочную основу деятельности по решению каждой задачи. Если составленная ориентировочная основа деятельности была полной, и при этом студент не нуждался в материализованной поддержке в виде конспекта лекций, то считалось, что знания студентом усвоены на высоком уровне (В). Если студент нуждался в материализованной поддержке, но при этом он смог составить полную ориентировочную основу деятельности, то знания усвоены студентом на среднем уровне (С). В том случае, если студент не смог составить полную ориентировочную основу деятельности, несмотря на поддержку, то это означало, что студент усвоил математические предметные знания на низком уровне (Н).

Пример контрольной работы, проводившейся в конце первого учебного семестра в контрольных и экспериментальных группах приведен в Приложении Т, спектр знаний задач контрольной работы – в Приложении Ф, спектр действий – в приложении У.

Динамика изменений доли студентов, имеющих высокий, средний и низкий уровни усвоения математических предметных знаний изображена на рис. 2.38.

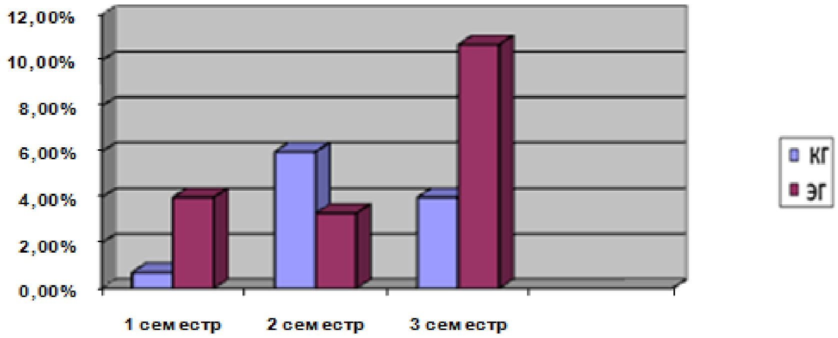


Рис. 2.38. Динамика изменения коэффициента структурных сдвигов уровня усвоения математических предметных знаний

Из данных, полученных в ходе исследования интегративно-знаниевого критерия, получается, что во втором семестре уровень усвоения математических предметных знаний растет быстрее в контрольных группах, чем в экспериментальных, процент студентов с высоким уровнем выше в экспериментальных группах.

2.4.4. Статистический анализ эффективности методической системы обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода. В предыдущих подпунктах нами были получены данные о процентном составе студентов в контрольных и экспериментальных группах по трем уровням (высокому, среднему и низкому) критериев эффективности обучения математике на основе интегративного подхода (мотивационного, интегративно-деятельностного и интегративно-знаниевого). В приложении Х приведена комплексная контрольная работа, применявшаяся для оценивания уровня усвоения интегративных действий и знаний в конце курса обучения.

В таблице 2.6 приведены средние арифметические показателей процентного состава студентов по уровням критериев эффективности обучения математике на основе интегративного подхода в контрольных и экспериментальных группах в начале и в конце обучения высшей математике.

Таблица 2.6 – Средние арифметические процентного состава студентов по уровням критериев эффективности обучения математике на основе интегративного подхода

Уровни критериев эффективности обучения	Средняя арифметическая доли студентов, %			
	Начало эксперимента		Завершение эксперимента	
	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ
Высокий	12,6	12,9	21,3	30,2
Средний	55,3	54,3	56,8	63,1
Низкий	32,1	32,8	21,9	6,7
Всего в эксперименте	Количество студентов, чел.			
	159	165	153	163

Динамика изменений средних арифметических показателей процентного состава студентов по уровням критериев эффективности обучения математике на основе интегративного подхода в контрольных и экспериментальных группах в начале и в конце обучения высшей математике приведена на рис. 2.39.

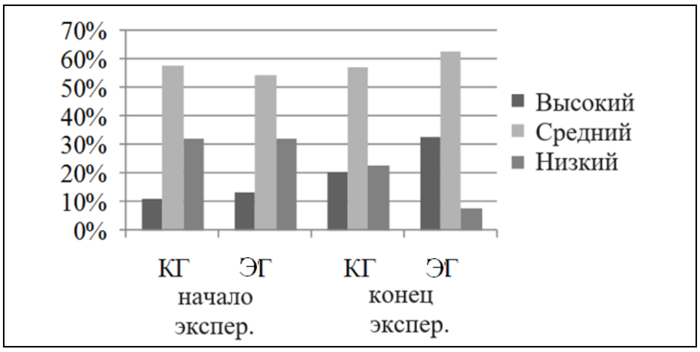


Рисунок 2.39 – Динамика изменений средних арифметических показателей процентного состава студентов по уровням критериев эффективности

Кроме того, нами были получены средние в долях от единицы по группам значений уровней критериев эффективности обучения математике на основе интегративного подхода в контрольных и экспериментальных группах в начале и в конце эксперимента, которые приведены в таблице 2.7.

В общем, можно указать на увеличение абсолютных значений уровней по критериям эффективности обучения математике на основе интегративного подхода в экспериментальных группах по сравнению с контрольными. Но наиболее достоверный вывод можно сделать, используя методы непараметрической статистики.

Таблица 2.7 – Средние арифметические по группам значения уровней в долях от единицы по критериям эффективности обучения математике на основе интегративного подхода

Уровень	Предэкспериментальный срез (начало эксперимента)				Срез после завершения эксперимента			
	Критерии эффективности обучения математике на основе иного подхода							
	Мотива-ционный	Интегр.-деятель-ностный	Интегр.-знание-вый	Среднее значение	Мотива-ционный	Интегр.-деятель-ностный	Интегр.-знание-вый	Среднее значе-ние
	Контрольные группы							
В	0,70	0,87	0,84	0,80	0,82	0,97	0,92	0,90
С	0,57	0,69	0,57	0,61	0,56	0,76	0,75	0,68
Н	0,25	0,45	0,33	0,35	0,39	0,53	0,47	0,46
	Экспериментальные группы							
В	0,70	0,88	0,83	0,81	0,84	0,99	0,99	0,94
С	0,55	0,68	0,58	0,60	0,69	0,72	0,78	0,73
Н	0,28	0,45	0,32	0,35	0,41	0,55	0,53	0,50

Приведем статистические характеристики, по которым будем делать сравнения методической системы обучения математике на основе интегративного подхода и традиционной системы обучения математике [43]:

1) средняя выборочная, которая вычисляется по формуле:

$$M = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \,, \tag{2.37}$$

где x_i – значения признака, n – количество значений признака в выборке;

2) выборочная дисперсия:

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - M)^2 . \qquad (2.38)$$

3) выборочное среднее квадратическое отклонение:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - M)^2} . \qquad (2.39)$$

4) среднестандартная ошибка, которая вычисляется по формуле:

$$m = \frac{s}{\sqrt{N}}, \qquad (2.40)$$

где N – количество элементов выборочной совокупности.

Нами была выдвинута гипотеза H_0 о том, что средние арифметические двух выборок относятся к одной генеральной совокупности (нулевая гипотеза $H_0 : M_{ЭГ} = M_{КГ}$). Противоположное утверждение H_1 состояло в том, что средние арифметические двух выборок принадлежат разным генеральным совокупностям (альтернативная гипотеза $H_1 :\ M_{ЭГ} \neq M_{КГ}$).

Определим, подтверждается ли нулевая гипотеза, т.е. есть ли между показателями $M_{КГ}$ и $M_{ЭГ}$ существенная разница. Для этого воспользуемся критерием Стьюдента, статистика которого вычисляется по формуле:

$$t = \frac{M_{ЭГ} - M_{КГ}}{\sqrt{m^2_{ЭГ} + m^2_{КГ}}} \qquad (2.41)$$

где $M_{КГ}$ и $M_{ЭГ}$ – средние арифметические значения контрольных и экспериментальных групп; $m_{КГ}$ и $m_{ЭГ}$ – величины средних (стандартных, или средних квадратических) ошибок.

Вычислим приведенные характеристики в начале и в конце эксперимента для контрольных и экспериментальных групп формулам (2.37)-

(2.41) при n=3. Полученные на сновании данных (таблица 2.7) результаты расчетов сведены в таблицы 2.8.-2.9.

Таблица 2.8 – Данные расчетов в начале эксперимента

Показатель	Значение	
Средние выборочные	$M_{КГ=}$0,587	$M_{ЭГ=}$0,587
Выборочные дисперсии	$s^2_{КГ}$ =0,0340	$s^2_{ЭГ}$ =0,0354
Выборочные средние квадратические отклонения	$s_{КГ}$ = 0,1844	$s_{ЭГ}$ = 0,1881
Выборочные средние линейные отклонения	$m_{КГ} = \frac{0{,}1844}{\sqrt{153}} = \frac{0{,}1844}{12{,}37} = 0{,}0149$	$m_{ЭГ} = \frac{0{,}1881}{\sqrt{163}} = \frac{0{,}1881}{12{,}77} = 0{,}0147$
Статистика критерия Стьюдента	$t = \frac{0{,}587 - 0{,}587}{\sqrt{m^2_{КГ} + m^2_{ЕГ}}} = \frac{0}{\sqrt{m^2_{КГ} + m^2_{ЕГ}}} = 0.$	

Таблица 2.9 – Данные расчетов в конце эксперимента

Показатель	Значение	
Средние выборочные	$M_{КГ=}$0,68	$M_{ЭГ=}$0,72
Выборочные дисперсии	$s^2_{КГ}$ =0,0323	$s^2_{ЭГ}$ =0,0309
Выборочные средние квадратические отклонения	$s_{КГ}$ = 0,1796	$s_{ЭГ}$ = 0,1758
Выборочные средние линейные отклонения	$m_{КГ} = \frac{0{,}1796}{\sqrt{153}} = \frac{0{,}1796}{12{,}37} = 0{,}0145$	$m_{ЭГ} = \frac{0{,}1758}{\sqrt{163}} = \frac{0{,}1758}{12{,}77} = 0{,}0138$
Статистика критерия Стьюдента	$t = \frac{0{,}72 - 0{,}68}{\sqrt{(0{,}0145)^2 + (0{,}0138)^2}} = \frac{0{,}04}{\sqrt{0{,}00021 + 0{,}00019}} = \frac{0{,}04}{\sqrt{0{,}0004}} = 2$	

Как можно видеть, в начале эксперимента статистика критерия Стьюдента $t = 0$, то есть между $M_{КГ}$ и $M_{ЭГ}$ нет существенной разницы. Это подтверждает тот факт, что средние значения двух выборочных совокупностей принадлежат одной генеральной совокупности.

Значение t даёт возможность не только определить вероятность разности средних $M_{КГ}$ и $M_{ЭГ}$, но и определить уровень значимости этой вероятности. В таблице [43, с. 250] приведен фрагмент таблицы вероятностей распределения Стьюдента.

Если вероятность того, что разность между средними арифметическими выборок случайна, составляет больше пяти процентов, то разность считается статистически не значимой. Из таблицы [43, с. 250] видно, что чем больше уровень достоверности, тем больше величина t.

Выберем уровень значимости $\alpha = 0{,}05$ и определим число ступеней свободы: $k = n_1 + n_2 - 2 = 153 + 163 - 2 = 314$, де n_1 – количество студентов в контрольных группах, n_2 – количество студентов в экспериментальных группах в конце эксперимента.

Согласно критерию Стьюдента нулевая гипотеза H_0 не принимается, если полученное значение статистики t будет больше чем $t_{\alpha/2}$, полученное из таблицы [43, с. 250] для уровня значимости $\alpha/2 = 0{,}025$.

По таблице [43, с. 250] для $\alpha = 0{,}05$ и числа степеней свободы $k = 314$ мы получим $t_{\alpha/2} = 1{,}96$, что меньше, чем полученное для выборочных данных значение $t = 2$.

Так как $t_{\alpha/2} = 1{,}96 < t = 2$, то нулевую гипотезу H_0 отвергаем и принимаем альтернативную гипотезу H_1. Это значит, что разность $M_{ЭГ} - M_{КГ}$, которая равна 0,04, значима на 5-ти процентном уровне. Т.е. можно сделать статистически обоснованный вывод, что на завершающем этапе исследования значения уровней оценивания по критериям эффективности обучения математике на основе интегративного подхода в экспериментальных группах значительно выше, чем в контрольных группах при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

Анализ результатов педагогического эксперимента с использованием статистического критерия Стьюдента показал, что на начальном этапе исследования эффективности обучения математике на основе интегративного подхода будущих инженеров в экспериментальных и контрольных группах расчетное значение критерия $(t = 0)$ было меньше табличного значения. Это подтверждает по критерию Стьюдента нулевую гипотезу про то, что обе выборки принадлежат одной генеральной совокупности, вследствие чего существенной разницы между контрольными и экспериментальными группами не существует.

Результаты экспериментального исследования в контрольных и экспериментальных группах показали, что на завершающем этапе обучения математике на основе интегративного подхода значение критерия Стьюдента t = 2 оказалось больше чем табличное значения $t_{\alpha/2}$= 1,96. Поэтому нулевая гипотеза нами была отброшена и сделан вывод, что средние значения двух выборок существенно отличаются, и выборки относятся к разным генеральным совокупностям. Так как в экспериментальных группах значения уровней оценивания по критериям эффективности обучения математике на основе интегративного подхода значительно выше, чем в контрольных группах, то можно сделать окончательный вывод, что построенная методическая система обучения математике на основе интегративного подхода будущих инженеров более эффективна, чем традиционная.

Выводы к разделу 2

1. Разработка методики обучения математике будущих инженеров должна осуществляться в соответствии с системным подходом к

педагогическому проектированию, согласно которому элементы процесса обучения должны быть объединены в методическую систему обучения математике, имеющей следующие компоненты: цели, содержание, методы, средства и организационные формы обучения математике.

2. Методическими требованиями к проектированию и организации обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода являются: 1) формулирование целей обучения в терминах компетенций согласно ГОС ВПО, а также математических предметных и интегративных действий и знаний; 2) представление содержания обучения в виде интегративной предметной модели студента по математике; 3) использование в обучении специальных методов обучения (метода ориентирования при решении интегративных задач, метода дидактического опережения, метода интегративных проектов); 4) организация интегративных форм обучения, таких как интегративные практические занятия, творческие самостоятельные работы по выполнению интегративных учебных проектов; 5) использование в обучении авторского комплекса средств обучения (математических учебных и интегративных задач, учебных пособий, разработанных на принципах интегративного и деятельностного подходов, интегративной предметной модели студента по высшей математике, электронного учебного пособия «Математика в профессиональной деятельности инженера»); 6) при проектировании и организации обучения высшей математике обеспечение интеграции на трех уровнях: внутрипредметном (теории и практики), межпредметном (математики и естественнонаучных дисциплин), метапредметном (формирование метапредметных понятий и умений).

3. Сравнительный анализ результатов обучения математике на основе интегративного подхода и традиционной системы обучения математике в техническом университете должен проводиться в соответствии с критериями и их показателями: 1) мотивационным критерием (показатель – уровень уровней сформированности мотивации к изучению высшей математики и

развитости представлений будущих инженеров о возможности применения математических методов в будущей профессиональной деятельности); 2) интегративно-деятельностным критерием: (показатель - уровень освоения математических учебных действий; уровень сформированности умений выполнять интегративные действия и способы действий); 3) интегративно-знаниевый критерий: (показатель - уровень усвоения математических интегративных знаний). Все показатель измеряются по идентичной шкале, включающей три уровня (высокий, средний, низкий).

4. Оценка эффективности разработанной методики в ходе педагогического эксперимента с использованием статистического t-критерия Стьюдента показала, что на начальном этапе исследования, на уровне значимости $\alpha =$ 0,05 существенной разницы между контрольными и экспериментальными группами не наблюдалось.

На завершающем этапе экспериментального обучения наблюдалось существенное отличие в значения показателей критериев эффективности (в экспериментальных группах значения уровней значительно выше, чем в контрольных), что с вероятностью 0,95 свидетельствовало о том, что построенная методика обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода является более эффективной, чем традиционная.

Основные результаты второго раздела опубликованы в работах [149, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 213, 215, 216, 217, 219, 220, 222, 223, 224 225, 226, 227, 228, 229, 230].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации рассмотрены научно-методические основы обучения высшей математике будущих инженеров на основе интегративного подхода, разработана методическая система такого обучения с использованием интегративной предметной модели студента, специальных методов и организационных форм обучения, создан авторский комплекс средств обучения и методика его применения в обучении, экспериментально подтверждена эффективность разработанной методической системы. Полученные результаты показали выполнение поставленных задач, достижение цели исследования и позволили заключить следующее.

1. Анализ научно-педагогических аспектов проблемы повышения эффективности обучения математике студентов инженерных направлений подготовки дал основания заключить, что в настоящее время актуализированы такие пути её решения как использование межпредметных связей высшей математики с естественнонаучными дисциплинами, интеграция теории и практики в обучении, формирование у студентов метапредметных умений и понятий.

Повышению эффективности обучения математике будущих инженеров благоприятствуют проектирование и организация обучения студентов на основе интегративного подхода, который позволяет повысить качество математической подготовки посредством обеспечения внутрипредметной, межпредметной и метапредметной интеграции.

2. Эффективным обучение математике на основе интегративного подхода становится в случае, если интегративный подход применяется в сочетании с деятельностным и компетентностным подходами. В связи с этим традиционные принципы обучения математике в системе ВПО дополняются принципами: межпредметной интеграции, интеграции теории и практики, обеспечения метапредметных результатов обучения, компетентностного

определения целей обучения, деятельностного целеполагания, деятельностного определения и усвоения содержания обучения, профессиональной направленности обучения.

Психолого-педагогические предпосылки обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода составляют учет интегративного характера профессиональной деятельности инженера и формируемых в обучении математике компетенций, учет деятельностных механизмов усвоения содержания обучения, обеспечение адаптации студентов к обучению и формирование у студентов устойчивой учебной мотивации.

3. Для повышения эффективности обучения математике будущих инженеров необходимым является формулирование целей обучения согласно ГОС ВПО в виде компетенций, а также учебных действий, необходимых для их освоения. При этом содержание обучения должно быть представлено в виде интегративной предметной модели студента по математике, с выделением интегративных математических действий и способов действий, а также знаний, необходимых для освоения этих действий.

Повышению уровня освоения студентами интегративных математических действий и способов действий, а также уровня усвоения интегративных знаний по математике способствует использование в обучении метода ориентирования при решении интегративных задач, метода дидактического опережения, метода проектов, а также организация обучения в таких формах как интегративные практические занятия, творческие самостоятельные работы по выполнению интегративных учебных проектов.

Одним из главных условий повышения эффективности обучения математике является использование авторского комплекса средств обучения, разработанных на принципах интегративного и деятельностного подходов (математических учебных и интегративных задач, учебных пособий, направленных на освоение интегративных математических действий, способов действий и знаний, интегративной предметной модели студента по высшей математике).

Важную роль в обучении математике играет использование электронного учебного пособия, предназначенного для демонстрации роли математики в профессиональной деятельности инженера. При организации самостоятельной работы студентов оно позволяет осуществлять интеграцию в обучении математике на всех уровнях за счет выполнения интегративных учебных проектов, повышая у студентов мотивацию к изучению высшей математики.

4. Экспериментальная проверка полученных в исследовании результатов показала, что созданная методическая система обучения математике студентов на основе интегративного подхода способствует усилению учебной мотивации студентов, более эффективному освоению интегративных действий и способов действий и усвоению интегративных знаний, создает условия для формирования профессиональной компетентности будущих инженеров.

Дальнейшего научного исследования требуют вопросы, связанные с разработкой методики подготовки преподавателей математики с ориентацией на обучение студентов технических университетов на основе интегративного подхода, а также адаптация разработанной методики к обучению естественнонаучным дисциплинам в системе высшего инженерного образования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абраменкова Ю. В. Профессионально ориентированное обучение математике будущего учителя химии : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Юлия Владимировна Абраменкова ; [Место защиты: Донецкий нац. ун-т]. – Донецк, 2017. – 28 с.

2. Агарков А. П. Теория организации. Организация производства : интегрир. учеб. пособие : для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки «Менеджмент» / [А. П. Агарков и др.] ; под общ. ред. А. П. Агаркова. – Москва : Дашков и К°, 2012. – 270 с.

3. Адамко М. А. Формирование профессиональной компетенции студентов направления подготовки бакалавров «филология» на основе интегративного подхода : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Мария Александровна Адамко ; [Место защиты: Тольяттин. гос. ун-т]. – Тольятти, 2013. – 184 с.

4. Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / П. С. Александров. – Москва : Лань, 2009. – 512 с.

5. Алексеев В. И. Проблемы интеграции естественнонаучных дисциплин в высшем техническом образовании : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Владимир Иванович Алексеев ; [Место защиты : Дальневост. гос. ун-т.] – Владивосток, 2006. – 236 с.

6. Аммосова М. С. Профессиональная направленность обучения математике студентов горных факультетов университетов как средство формирования их математической компетентности : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Марита Саввична Аммосова ; [Место защиты : Сибирский федер. ун-т.] – Красноярск, 2009. – 23 с.

7. Андреев А. Л. Компетентностная парадигма в образовании : опыт философско методологического анализа / А. Л. Андреев // Педагогика. – 2005. – № 4. – С. 19-27.

8. Анисова Т. Л. Методика формирования математических

компетенций бакалавров технического ВУЗа на основе адаптивной системы обучения : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Татьяна Леонидовна Анисова ; [Место защиты : Москов. городск. пед. ун-т.]. – Москва, 2013. – 200 с.

9. Атанов Г. А. Обучение и искусственный интеллект, или основы современной дидактики высшей школы / Г. А. Атанов, И. Н. Пустынникова.– Донецк : Изд-во ДОУ, 2002. – 504 с.

10. Ахлибинский Б. А. Категориальный аспект понятия интеграции научного знания / Б. А. Ахлибинский ; под ред. А. А. Королькова. – Ленинград : Изд-во ЛГУ, 1984. – 286 с.

11. Бабаджанян С. В. Система изучения векторов на факультативных занятиях как пример осуществления межпредметных связей дисциплин естественно-математического цикла : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / С. В. Бабаджанян. – Москва, 1970. – 21 с.

12. Багова Л. Л. Межпредметная интеграция в образовательном процессе и ее проблемы на этапах становления педагогической науки / Л. Л. Багова // Вестник Майкопского государственного технологического университета. – Майкоп, 2014. – № 1. – С. 57-61.

13. Багова Л. Л. Формирование системы категориальных знаний у учащихся начальной школы в процессе интегрированного обучения : На примере предметов естественно-математического цикла : дис. … канд. пед. наук : 13.00.01 / Ляна Левовна Багова ; [Место защиты : Адыгейск. госуд. ун-т.]. – Майкоп, 2003. – 161 с.

14. Байдак В. А. Теория и методика обучения математике: наука, учебная дисциплина : монография / В. А. Байдак. – 2-е изд., стереотип. – Москва : ФЛИНТА, 2011. – 265 с.

15. Балл Г. А. Теория учебных задач. Психолого-педагогический аспект / Г. А. Балл. – Москва : Педагогика, 1990. – 184 с.

16. Бармасов А. В. Курс общей физики для природопользователей. Электричество / А. В. Бармасов, В. Е. Холмогоров. – Санкт-Петербург : БХВ-

Петербург, 2010. – 438 с.

17. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д. В. Беклемишев. – 10-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2005. – 304 с.

18. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа для втузов / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. – 6-е изд. – Москва : Лань, 2009. – 736 с.

19. Берулава М. Н. Интеграция содержания образования / М. Н. Берулава; Рос. акад. образования. – Москва : Педагогика, 1993. – 170 с.

20. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учеб. для бакалавров / Л. А. Бессонов. – 11-е изд., пер. и доп. – Москва : Юрайт, 2013. – 701 с.

21. Биярсланова А. М. Преодоление затруднений младших школьников при обучении математике: На основе деятельностного подхода : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Асият Магомедовна Биярсланова ; [Место защиты : Дагестанск. госуд. пед. ун-т]. – Махачкала, 2006. – 196 с.

22. Білик О. С. Педагогічні умови интеграции методів навчання фахових дисциплин майбутніх будівельників у вищих технічних навчальних закладах : автореф. дис. ... канд. наук : 13.00.04 /Оксана Сергіївна Білик ; [Місце захисту : Вінниц. держ. пед. ун-т ім. М. Коцюбинського]. – Вінниця, 2009. – 21 с.

23. Боброва Н. В. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий студентов учреждений среднего профессионального образования на основе электронного учебника : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Наталья Владимировна Боброва ; [Место защиты: Калуж. гос. ун-т им. К. Э. Циолковского]. – Калуга, 2011. – 215 с.

24. Болдовская Т. Е. Методика формирования математической компетентности студента инженерного ВУЗа: цели и перспективы [Электронный ресурс] / Т. Е. Болдовская, Т. А. Полякова,

Е. А. Рождественская // Концепт : науч.-метод. электрон. журн. – 2016. – № 3 (март). – С. 76–80. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://e-koncept.ru/2016/16054.htm, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: март 12, 2018.

25. Бровка Н. В. Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов / Н. В. Бровка. – Минск : Изд-во БГУ, 2009. – 243 с.

26. Бугров Я. С. Высшая математика : в 3 т. / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – Москва : Дрофа, 2004. –.

Т. 1. – 288 с.

Т. 2. – 512 с.

Т. 3. – 512 с.

27. Булейко О. І. Інтеграція знань майбутніх будівельників засобами інформаційних технологій у процесі фахової підготовки : автореф. дис. …канд. пед. наук : 13.00.04 / Ольга Іванівна Булейко ; [Місце захисту : Вінниц. держ. пед. ун-т ім. М. Коцюбинського]. – Вінниця, 2009. – 20 с.

28. Буль Е. Е. Обзор моделей студента для компьютерных систем обучения / Е. Е. Буль // Educational Technology &Society – 2003. – 6 (4) – С. 245-250.

29. Бурилова С. Ю. Межпредметная интеграция в учебном процессе технического ВУЗа : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Светлана Юрьевна Бурилова ; [Место защиты: Новосиб. гос. пед. ун-т]. – Новосибирск, 2001. – 247 с.

30. Ваκджира М. Б. Формирование исследовательской деятельности студентов технических ВУЗов в обучении математике на основе наглядного моделирования : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Мергия Балча Вакджира ; [Место защиты: Ярослав. гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского]. – Ярославль, 2014. – 23 с.

31. Валиханова О. А. Формирование информационно-математической компетентности студентов инженерных вузов в обучении математике с использованием комплекса прикладных задач : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Александровна Валиханова ; [Место защиты: Сибирск. федер. ун-т]. – Красноярск, 2008. – 183 с.

32. Васильева М. А. Профессионально-прикладная направленность обучения математике как средство формирования математической компетентности : на примере аграрного ВУЗа : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Марина Александровна Васильева ; [Место защиты: Морд. гос. пед. ин-т им. М. Е. Евсевьева]. – Саранск, 2014. – 23 с.

33. Васіна Л. С. Дидактичні умови інтеграції знань з математики та спеціальних дисциплін у підготовці майбутніх радіотехників : дис... канд. пед. наук: 13.00.04 / Людмила Степанівна Васіна ; [Місце зазахисту: Ін-т педагогіки і психології проф. освіти АПН України]. – Київ, 2006. – 274 с.

34. Васяк Л. В. Формирование профессиональной компетентности будущих инженеров в условиях интеграции математики и спецдисциплин средствами профессионально ориентированных задач : дис. …канд. пед. наук: 13.00.02 / Любовь Владимировна Васяк ; [Место защиты: Забайк. гос. гум.-пед. ун-т им. Н. Г. Чернышевского]. – Чита, 2007. – 170 с.

35. Вечтомов Е. М. Философия математики : монография / Е. М. Вечтомов. – Киров : Радуга-ПРЕСС, 2013. – 316 с.

36. Вінник М. О. Формування науково-дослідницької компетентності майбутніх інженерів-програмістів в умовах освітнього середовища вищого навчального закладу : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.04 / Максим Олександрович Вінник ; [Місце зазахисту: Херсонський держ. ун-т]. – Херсон, 2016. – 20 с.

37. Галибина Н. А. Методика обучения математике студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода :

автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Надежда Анатольевна Галибина ; [Место защиты: Донецкий нац. ун-т]. – Донецк, 2016. – 28 с.

38. Герасимчук В. С. Курс классической математики в примерах и задачах : учеб. пособие : в 2 ч. / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. И. Кравцов. – Донецк, 2002. –.

Ч. 1. – 2002. – 528 с.

Ч. 2. – 2004. – 458 с.

39. Гиль Л. Б. Развитие интеллектуальных умений и способности к саморазвитию студентов технического ВУЗа в процессе математической подготовки : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Людмила Болеславовна Гиль ; [Место защиты: Томск. гос. пед. ун-т]. – Томск, 2010. – 196 с.

40. Главатських І. М. Професійна спрямованість математичної підготовки майбутніх інженерів-педагогів : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ірина Михайлівна Главатських ; [Місце зазахисту: Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова]. – Київ, 2010. – 24 с.

41. Глушкова Л. М. Методическая система математической подготовки студентов технических ВУЗов на основе личностно ориентированного подхода : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Лариса Михайловна Глушкова ; [Место защиты: Нижегор. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского]. – Нижний Новгород, 2009. – 222 с.

42. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В.Е. Гмурман. – 9-е изд., стер. – Москва : Высш. шк., 2004. – 404 с.

43. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – 9-е изд., стер. – Москва : Высш. шк., 2004.– 479 с.

44. Гоголева И. В. Развитие положительной мотивации учебной деятельности у студентов-экономистов ВУЗа : На основе междисциплинарной интеграция курса математики : дис. ... канд. пед. наук :

13.00.01 / Ирина Васильевна Гоголева ; [Место защиты: Якутский госуд. ун-т им. М.К. Аммосова]. – Якутск, 2005. – 247 с.

45. Гончарова О. Н. О развитии пространственного мышления студентов физико-математических, машиностроительных и архитектурных факультетов / О. Н. Гончарова, Е. А. Стус, В. Д. Стус // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ / редкол. : Е. И. Скафа (научн. ред.) и др. ; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2018. – Вып. 47. – С. 29-35.

46. Гончарова О. Н. Связь теории с практикой в преподавании математики / О. Н. Гончарова, Е. А. Стус // Дидактика математики: проблемы и исследования : междун. сб. науч. работ / редкол. : Е. И. Скафа (научн. ред.) и др. ; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2016. – Вып. 44. – С. 12-17.

47. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 05.03.03 Картография и геоинформатика (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 278 от 04.04. 2016 г. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/647-gos-05-03-03-kartografiya-i-geoinformatika, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

48. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 31 от 21.01.2016 г. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1348-

gos-09-03-01-informatika-i-vychislitelnaya-tekhnika, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

49. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 30 от 21.01.2016 г. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1350-gos-09-03-02-informatsionnye-sistemy-i-tekhnologii, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

50. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 32 от 21.01.2016 г. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1352-gos-09-03-03-prikladnaya-informatika, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

51. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 09.03.04Программная инженерия (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 33 от 21.01.2016 г. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1354-gos-09-03-04-programmnaya-inzheneriya, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

52. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 10.03.01 Информационная безопасность (квалификация (степень) "бакалавр") [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 287 от 04.04.2016 г. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/804-gos-10-03-01-informatsionnaya-bezopasnost, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

53. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 11.03.01 Радиотехника (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 34 от 21.01. 2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1356-gos-11-03-01-radiotekhnika, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

54. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 35 от 21.01.2016 г. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1358-gos-11-03-02-infokommunikatsionnye-tekhnologii-i-sistemy-svyazi, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

55. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства

образования и науки Донецкой Народной Республики № 36 от 21.01.2016 г. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1376-gos-11-03-04-elektronika-i-nanoelektronika, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

56. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 12.03.01 Приборостроение (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 995 от 28.09.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1893-gos-12-03-01-priborostroenie, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

57. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 37 от 21.01.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1381-gos-13-03-01-teploenergetika-i-teplotekhnika, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

58. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 38 от 21.01. 2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1385-gos-13-03-02-elektroenergetika-i-

elektrotekhnika, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

59. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 397 от 19.04.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/806-gos-15-03-02-tekhnologicheskie-mashiny-i-oborudovanie, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

60. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 398 от 19.04.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/808-gos-15-03-04-avtomatizatsiya-tekhnologicheskikh-protsessov-i-proizvodstv, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

61. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 396 от 19.04.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/810-gos-15-03-05-konstruktorsko-tekhnologicheskoe-obespechenie-

mashinostroitelnykh-proizvodstv, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

62. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 387 от 19.04.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat /send/14-bakalavriat/812-gos-15-03-06-mekhatronika-i-robototekhnika, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

63. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 18.03.01 Химическая технология (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 991 от 28.09.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/ 14-bakalavriat/1596-gos-18-03-01-khimicheskaya-tekhnologiya, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

64. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 18.03.02 Энерго и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 986 от 28.09.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1620-gos-18-03-02-energo-resursosberegayushchie-protsessy-v-khimicheskoj-tekhnologii-neftekhimii-i-biotekhnologii, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

65. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 18.05.01 Химическая технология энергонасыщенных материалов и изделий (квалификация «инженер») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 463 от 20.04.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat /send/15-spetsialitet/39-gos-18-05-01-khimicheskaya-tekhnologiya-energonasyshchennykh-materialov-i-izdelij-kvalifikatsiya-inzhener, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

66. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 40 от 21.01.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1405-gos-20-03-01-tekhnosfernaya-bezopasnost, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

67. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 20.05.01 Пожарная безопасность (квалификация «специалист») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 947 от 25.12.2015 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/15-spetsialitet/1457-gos-20-05-01-pozharnaya-bezopasnost, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

68. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 21.03.02 Землеустройство и кадастры (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства

образования и науки Донецкой Народной Республики № 42 от 21.01.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1409-gos-21-03-02-zemleustrojstvo-i-kadastry, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

69. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 970 от 29.12.2015 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1411-gos-21-03-03-geodeziya-i-distantsionnoe-zondirovanie, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

70. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 21.05.02 Прикладная геология (квалификация «Горный инженер-геолог») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 949 от 25.12.2015 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/15-spetsialitet/1461-gos-21-05-02-prikladnaya-geologiya, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

71. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 21.05.03 Технология геологической разведки (квалификация «Горный инженер-геофизик», «Горный инженер-буровик») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 950 от 25.12.2015 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/15-spetsialitet/1463-gos-21-05-03-tekhnologiya-

geologicheskoj- razvedki, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

72. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 21.05.04 Горное дело: Подземная разработка пластовых месторождений (квалификация «Горный инженер (специалист)») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 951 от 25.12.2015 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/15-spetsialitet/1466-gos-21-05-04-gornoe-delo, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

73. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 21.05.06 Нефтегазовые техника и технологии Технология бурения нефтяных и газовых скважин (квалификация: «Горный инженер (специалист)») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 942 от 25.12.2015 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/15-spetsialitet/1468-gos-21-05-06-neftegazovye-tekhnika-i-tekhnologii, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

74. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 22.03.01 Материаловедение и технологии материалов (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 971 от 29.12.2015 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1413-gos-22-03-01-materialovedenie-i-tekhnologii-materialov, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

75. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 22.03.02 Металлургия (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 44 от 21.01.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1415-gos-22-03-02-metallurgiya, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

76. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 27.03.02 Управление качеством (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 984 от 28.09.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1582-gos-27-03-02-upravlenie-kachestvom, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

77. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 27.03.03 Системный анализ и управление (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 302 от 04.04.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1425-gos-27-03-03-sistemnyj-analiz-i-upravlenie, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

78. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 27.03.04 Управление в технических системах (квалификация «академический бакалавр», «прикладной бакалавр») [Электронный ресурс] : приказ

Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 1005 от 28.09.2016 г. – Режим доступа : http://mondnr.ru/dokumenty/standarty-vpo/bakalavriat/send/14-bakalavriat/1785-gos-27-03-04-upravlenie-v-tekhnicheskikh-sistemakh, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: февраль 12, 2017.

79. Гребёнкина А. С. Изложение курса «Теория вероятностей и математическая статистика» в контексте професиональной деятельности специалиста по гражданской обороне / А. С. Гребёнкина // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ / редкол. : Е. И. Скафа (науч. ред.) и др. ; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2018. – Вып. 47. – С. 36-41.

80. Гребёнкина А. С. К вопросу профессиональной направленности курса «Высшая математика» в техническом университете / А.С. Гребёнкина // Педагогический опыт: теория, методика, практика. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. – № 1(6) – С. 84-87.

81. Гребёнкина А.С. Реализация принципов профессионально ориентированного обучения в изложении курса «Теория вероятностей и математическая статистика» / А.С. Гребёнкина // Вестник Академии гражданской защиты. – Донецк: ГОУВПО «Академия гражданской защиты» МЧС ДНР, 2018. – № 1(13) – с. 18-23.

82. Гридчина И. Н. Взаимосвязь математических и специальных дисциплин в подготовке инженера : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Ирина Николаевна Гридчина ; [Место защиты: Елецкий гос. пед. ун-т им. И. А. Бунина]. – Елец, 2010. – 157 с.

83. Громыко Ю. В. Мыследеятельностная педагогика в сфере развивающего образования : теорет.-практ. рук. по освоению образцов пед. искусства / Ю. В. Громыко. – Минск : Технопринт, 2000. – 373 с.

84. Гуревич Р. С. Интеграция научных знаний в подготовке будущего учителя технологий / Р. С. Гуревич // Науковий часопис НПУ імені

М. П. Драгоманова. Серія 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи : зб. наук. пр. – Київ, 2015. – № 51. – С. 97-103.

85. Гусев В. А. Векторы в школьном курсе геометри / В. А. Гусев, Ю. М. Колягин, Г. Л. Луканкин. – Москва : Просвещение, 1976. – 48 с.

86. Давыдов В. В. Концепция учебной деятельности школьников / В. В. Давыдов, А. К. Маркова // Вопросы психологии. – 1981. – № 6. – С. 13-26.

87. Данилюк А. Я. Теория интеграции образования / А. Я. Данилюк. – Ростов на Дону : Изд-во Рост. пед. ин-та, 2000. – 440 с.

88. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для студ. втузов : в 2 ч. / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – 6-е изд. – Москва : Высш. шк., 2003. –.

Ч. 1. – 304 с.

Ч. 2. – 416 с.

89. Дербуш М. В. Учебные задачи как средство реализации деятельностного подхода в обучении алгебре и началам анализа : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Марина Викторовна Дербуш ; [Место защиты: Омский гос. пед. ун-т]. – Омск, 2002. – 149 с.

90. Джегутанова Н. И. Развитие духовно-нравственного потенциала будущего учителя в процессе профессиональной подготовки в ВУЗе на основе интегративного подхода : дис. … канд. пед. наук : 13.00.08 / Наталья Ивановна Джегутанова ; [Место защиты: Моск. гор. пед. ун-т]. – Ставрополь, 2010. – 243 с.

91. Дробоштан О. О. Комп'ютерно орієнтована методична система навчання вищої математики майбутніх судноводіїв : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Олена Олегівна Дробоштан ; [Місце захисту: Херсон. держ. ун-т]. – Херсон, 2016. – 21 с.

92. Дробышев Ю. А. Дифференцированное компетентностно-ориентированное обучение студентов математике: условия, этапы проектирования и осуществления / И.В. Дробышева, Ю.А Дробышев //

Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 2-2. – С. 321.

93. Дробышев Ю. А. Содержательный компонент подготовки бакалавров экономики к различным видам профессиональной деятельности при обучении математике / И.В. Дробышева, Ю.А Дробышев // Научные труды Калужского государственного университета имени К.Э. Циолковского – Калуга : Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, 2016. – С. 187-191.

94. Дробышев Ю. А. Средства повышения эффективности обучения математике в условиях реализации компетентностного подхода / И. В. Дробышева, Ю. А Дробышев // Ученые записки Орловского государственного университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – 2018. – № 1 (78). – С. 239-242.

95. Дробышева И. В. Процессуальный компонент технологии дифференцированного компетентностно-ориентированного обучения студентов математике / И. В. Дробышева, Ю. А Дробышев // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2018. – № 3 (11). – С. 84-92.

96. Евграфова И. В. Межпредметные связи курсов общей физики и высшей математики в технических ВУЗах : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ирина Владимировна Евграфова. – Санкт-Петербург, 2010. – 160 с.

97. Евсеева Е. Г. Методика обучения математике студентов высшей технической школы на основе деятельностного подхода / Е. Г. Евсеева // Современные проблемы физико-математических наук : материалы II Междунар. науч.-практ. конф., 24-27 нояб. 2016 г. / под. общ. ред. Т. Н. Можаровой. – Орел : ОГУ, 2016. – С. 288-292.

98. Евсеева Е. Г. Современные подходы к обучению математике в высшей профессиональной школе: проблема комплексного использования / Е. Г. Евсеева // Вестник Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина. Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец : ЕГУ им. И. А. Бунина, 2016. – Вып. 37. – С. 103-110.

99. Евсеева Е. Г. Формирование образного мышления студентов технического университета при обучении математике / Е. Г. Евсеева, Б. В. Забельский // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ / редкол. : Е. И. Скафа (научн. ред.) и др. – Донецк, 2017. – Вып. 46. – С. 38-47.

100. Евсеева Е. Г. Методическая система обучения математике будущих инженеров на основе интегративного и деятельностного подходов / Е. Г. Евсеева, Н. А. Прокопенко // Деятельностная педагогика и педагогическое образование : сб. тез. участников VI Междунар. конф. ДППО, Воронеж, 12-16 окт. 2018 г. / под ред. А. В. Боровских. – Воронеж : Воронеж. гос. пед. ун-т, 2018. – С. 44-46.

101. Евсеева Е. Г. Математика в профессиональной подготовке инженера: векторная алгебра. Интегративный подход : учеб. пособие / Е. Г. Евсеева, Н. А. Прокопенко ; под общ. ред. Е. Г. Евсеевой. – Донецк : ДонНТУ, 2018. – 211 с.

102. Егорова Н. Н. Формирование культуры мышления учащихся 5-6 классов при обучении математике в контексте деятельностного подхода : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Наталья Николаевна Егорова [Место защиты: Нижегор. гос. пед. ун-т]. – Нижний Новгород, 2003. – 207 с.

103. Епишева О. Б. Деятельностный подход как теоретическая основа проектирования методической системы обучения математике : автореф. дис. … докт. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Борисовна Епишева [Место защиты: Московский гос. открытый пед. ун-т]. – Москва, 1999. – 54 с.

104. Ермакова А. А. Формирование учебно-исследовательской деятельности студентов как средства базовой математической подготовки в техническом ВУЗе : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Анастасия Александровна Ермакова ; [Место защиты: Астрахан. гос. ун-т]. – Астрахань, 2010. – 200 с.

105. Ефремова О. Н. Интегративные проекты по математике как

содержательно-процессуальный компонент самостоятельной работы студентов технических ВУЗов : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Оксана Николаевна Ефремова ; [Место защиты: Волгогр. гос. соц.-пед. ун-т]. – Волгоград, 2017. – 28 с.

106. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента технічного університету з вищої математики. Векторна алгебра : навч.-метод. посібник для самост. роботи студ. / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко. – Донецьк : ДонНТУ, 2009. – 95 с.

107. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 455 с.

108. Желавський О. Б. Формування математичних понять у студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів в умовах кредитно-модульної системи навчання : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.09 / Олег Борисович Желавський ; [Місце захисту: Криворізьк. держ. пед. ун-т]. – Кривий Ріг, 2008. – 20 с.

109. Загвязинский В. И. Теория обучения : современная интерпретация : учеб. пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений / В. И. Загвязинский. – Москва : Академия, 2001. – 192 с.

110. Загитова Л. Р. Математическая подготовка будущих инженеров в ВУЗах нефтяного профиля на основе компетентностного подхода : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Лилия Расимовна Загитова ; [Место защиты: Ин-т педагогики и психологии профессионального образования РАО]. – Казань, 2013. – 23 с.

111. Задкова О. А. Обучение геометрии студентов первого курса педвуза в контексте деятельностного подхода : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Алексеевна Задкова ; [Место защиты: Морд. гос. пед. ин-т им. М.Е. Евсевьева]. – Саранск, 2005. – 20 с.

112. Задорожная О. В. Проектирование комплекса учебных проектов в

процессе обучения математическому анализу в университете : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Владимировна Задорожная ; [Место защиты: Нижегор. гос. ун-т им. Н.И. Лобачевского]. – Б.м., 2011. – 237 с.

113. Захарова О. А. Анализ результатов внедрения системы независимой оценки знаний студентов в опорном ВУЗе / О. А. Захарова // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – Донецк, 2017. – Вып. 44. – С. 36-43.

114. Зверев И. Д. Межпредметные связи в современной школе / И. Д. Зверев, В.Н. Максимова. – Москва : Педагогика, 1981. – 159 с.

115. Зенько С. И. Интегрированные учебные пособия как средства повышения качества подготовки студентов специальности «Математика. Информатика» в БГПУ / С. И. Зенько, О. В. Хайновская // Информатизация образования – 2012: педагогические основы разработки и использования электронных образовательных ресурсов : материалы Междунар. науч. конф., Минск, 24–27 окт. 2012 г. / редкол. : В. В. Казаченок (отв. ред.) [и др.]. – Минск : БГУ, 2012. – С. 132-136.

116. Иванова Т. А. Теоретические основы гуманитаризации общего математического образования: автореф. дис. … докт. пед. наук : 13.00.02 / Тамара Алексеевна Иванова ; [Место защиты: Нижегор. гос. пед. ун-т]. – Нижний Новгород, 1998. – 41с.

117. Игнатьева Т. В. Конструирование задач-компактов прикладной направленности и их использование в качестве средства совершенствования обучения математике в технических ВУЗах : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Татьяна Викторовна Игнатьева ; [Место защиты: Нижегор. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского]. – Нижний Новгород, 2009. – 158 с.

118. Ие О. Н. Использование среды MATHCAD при обучении студентов технических специальностей теории вероятностей / О. Н. Ие // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – Донецк, 2017. – Вып. 45. – С. 44-49.

119. Ильин В. А. Аналитическая геометрия : учеб. для ВУЗов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – 7-е изд., стер. – Москва : Физматлит, 2004. – 224 с.

120. Исаева З. И. Деятельностный подход в процессе изучения уравнений в основной школе : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Зарема Имрановна Исаева ; [Место защиты: Москов. пед. гос. ун-т]. – Москва, 2001. – 159 с.

121. Исмагилова Е. И. Интегративно-модульный компонент профессиональной направленности обучения математике будущих инженеров радиоэлектротехнических специальностей : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Елена Ивановна Исмагилова ; [Место защиты: Ярослав. гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского]. – Ярославль, 2009. – 193 с.

122. Ихсанова Ф. А. Методика формирования творческой самостоятельности студентов технических ВУЗов в обучении математике с использованием системы Mathematica : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02/ Фания Ахуновна Ихсанова ; [Место защиты: Казанск. (Приволжс.) федер. ун-т]. – Елабуга, 2015. – 27 с.

123. Каверіна О.Г. Інтегративний підхід до формування готовності студентів вищих технічних навчальних закладів до професійної комунікації : автореф. дис. … докт. пед. наук : 13.00.04 / Ольга Геннадіївна Каверіна ; [Місце захисту: АПН України, Ін-т пед. освіти і освіти дорослих]. – Київ, 2010. – 48 с.

124. Кайгородцева Н. В. Определение содержания и технологии геометро-графической подготовки будущих инженеров на основе интеграции информационных сред : автореф. дис. ... докт. пед. наук : 13.00.02 / Наталья Викторовна Кайгородцева ; [Место защиты: Ярослав. гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского]. – Омск, 2015.– 39 с.

125. Калинина Е.С. Межпредметная интеграция при обучении высшей математике в ВУЗах МЧС России / Е. С. Калинина // Фундаментальные и

прикладные исследования: проблемы и результаты : сб. материалов XXXII Междунар. науч.-практ. конф., 24 февр. - 24 марта 2017 г. / под общ. ред. С. С. Чернова. – Новосибирск, 2017. – С. 18-23.

126. Калинина Е. С. Интегративный подход к проведению занятий по математическим дисциплинам в ВУЗах МЧС России / Е. С. Калинина // Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России. – Санкт-Петербург, 2017. – № 2. – С. 87-193.

127. Калошина И. П. Управление творческой деятельностью в учебном процессе : монография / И. П. Калошина. – Москва : ЮНИТИ, 2015. – 303 с.

128. Капкаева Л. С. Интеграция алгебраического и геометрического методов в среднем математическом образовании : автореф. дис. ... докт. пед. наук : 13.00 02 / Лидия Семеновна Капкаева ; [Место защиты: Мордов. гос. пед. ин-т им. М. Е. Евсевьего]. – Саранск, 2004. – 42 с.

129. Катержина С. Ф. Развитие познавательной самостоятельности студентов технического ВУЗа при обучении математике с использованием Web-технологий : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Светлана Федоровна Катержина ; [Место защиты: Ярослав. гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского]. – Ярославль, 2010. – 23 с.

130. Кириченко О. Е. Межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом ВУЗе связи как средство профессиональной подготовки студентов : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Евгеньевна Кириченко ; [Место защиты: Орловс. гос. ун-т]. – Орел, 2003. – 17 с.

131. Кирсанов М. Н. Решебник. Теоретическая механика / М. Н. Кирсанов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 384 с.

132. Кирюшин И. В. Теоретическая интеграция математики и физики в курсе математического анализа / И. В. Кирюшин // Весці БДПУ. Серыя 3. – 2010. – № 2. – С. 34–39.

133. Ковтонюк М. М. Теоретичні і методичні засади фундаменталізації загальнопрофесійної підготовки майбутнього учителя математики : автореф. дис ... докт. пед. наук : 13.00.04 / Мар'яна Михайлівна Ковтонюк ; [Місце захисту : Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського]. – Вінниця, 2014. – 40 с.

134. Козловская И. Н. Законы и закономерности педагогики в контексте дидактической интегрологии / И. Н. Козловская // Педагогическое образование и наука. – 2008. – № 12. – С. 84-91.

135. Колбина Е. В. Методика формирования математической компетентности студентов технических ВУЗов в проблемно-прикладном контексте обучения : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Елена Владимировна Колбина ; [Место защиты: Алтайский гос. пед. ун-т]. – Барнаул, 2016. – 24 с.

136. Колягин Ю. М. Интеграция школьного обучения / Ю. М. Колягин, О. Л. Алексеенко // Начальная школа. – 2001. – № 9. – С. 28-31.

137. Колягин Ю. М. Учись решать задачи : пособие для учащихся VII-VIII кл. / Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян. – Москва : Просвещение, 1980. – 96 с.

138. Коляда М. Г. Формування інформаційної культури майбутніх економістів у процесі професійної підготовки: автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.04 / Михайло Георгійович Коляда ; [Місце захисту : Луганський державний університет імені Тараса Шевченко]. – Луганськ, 2004. – 24 с.

139. Кондратьев В. В. Фундаментализация профессионального образования специалиста на основе непрерывной математической подготовки в условиях технологического университета : дис. ... докт. пед. наук : 13.00.08 / Владимир Владимирович Кондратьев ; [Место защиты: Казанский гос. технолог. ун-т]. – Казань, 2000. – 421 с.

140. Концепция долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2020 года [Электронный рессурс] :

Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 17 ноября 2008 г. № 1662-р. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://www.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc&base=LAW&n=308069&fld=134&dst=100007,0&rnd=0.8418135197936041#06733641960048555, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир. : авг. 17, 2018.

141. Концепция Федеральной целевой программы развития образования на 2016-2020 годы [Электронный рессурс] : Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 29 декабря 2014 г. № 2765-р. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://static.government.ru/media/files/mlorxfXbbCk.pdf, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир. : сент. 18, 2018.

142. Конькова М. И. Обучение основам дифференциального исчисления студентов технических направлений подготовки с опорой на образные представления : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Мария Ивановна Конькова ; [Место защиты: Нижегород гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского]. – Арзамас, 2013. – 183 с.

143. Красько А. С. Преподавание инженерной дисциплины по дистантной технологии : научное издание / А. С. Красько // Дистанционные образовательные технологии. – Томск : ТУСУР, 2004. – С. 136-141.

144. Креш Л. Л. Векторна алгебра основа сучасної математичної освіти вчителя математики / Л. Л. Креш, М. В. Працьовитий // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт / Донецький нац. ун-т. – Донецьк, 2009. – Вип. 31 – С. 34-37.

145. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: в 3 т. : [учеб. для физ.-мат. и инж.-физ. специальностей ВУЗов] / Л. Д. Кудрявцев. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Дрофа, 2003. –.

Т. 1. – 2003. – 704 с.

Т. 2. – 2004. – 720 с.

Т. 3. – 2006. – 351 с.

146. Кузнецова Л. Г. Формирование межпредметных связей информатики и математики в методической системе обучения студентов непрофильных ВУЗов : автореф. дис. … докт. пед. наук : 13.00.02 / Лариса Геннадьевна Кузнецова ; [Место защиты: Российская академия образования. Институт содержания и методов обучения]. – Москва, 2007. – 40 с.

147. Кузьменко О. И. К вопросу о понятии профессионально-ориентированной математической задачи в теории обучения математике [Электронный ресурс] : / Ольга Ивановна Кузьменко // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2011. No 11 (54). С. 106-109. – Электрон. текст. дан. – Режим доступа: http://scjournal.ru/articles/issn_1993-5552_2011_11_35.pdf, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: сен. 15, 2017.

148. Кузьменко О. И. Математические задачи как средство формирования профессиональной компетентности студентов агрономических специальностей высших учебных заведений : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Ивановна Кузьменко ; [Место защиты: Омский госуд. пед. ун-т]. – Омск, 2010. – 22 с.

149. Лактионова Д. А. Использование электронного учебного пособия «Математика в профессиональной деятельности инженера» в обучении математике студентов технического университета / Д. А. Лактионова, Н. А. Прокопенко // Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях : материалы Междунар. заоч. науч.-практ. конф. (4-10 июня, 2018 г.). – Луганск, 2018. – С. 105-114.

150. Левчук О. В. Интеграція природничо-математической та спеціальной подготовки будущих экономистов у вищих аграрних учебных закладах : автореф. дис. ... канд. наук : 13.00.04 / Олена Володимирівна

Левчук ; [Місце захисту : Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського]. – Вінниця, 2008. – 21 с.

151. Леонтьев А. Н. Лекции по общей психологии / А. Н. Леонтьев. – Москва : Смысл, 2000. – 508 с.

152. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – Москва : Педагогика, 1981. – 185с.

153. Лиферов А. П. Основные тенденции интеграционных процессов в мировом образовании : дис. ... докт. пед. наук : 13.00.01 / Анатолий Петрович Лиферов ; [Место защиты: Рязанский госуд. пед. ун-т им. С. А. Есенина]. – Рязань, 1997. – 336 с.

154. Лобышева Т. М. Формирование профессиональной компетентности у будущих менеджеров индустрии туризма на основе интегративного подхода : дис. … канд. пед. наук : 13.00.08 / Татьяна Михайловна Лобышева ; [Место защиты: Чуваш. гос. пед. ун-т им. И.Я. Яковлева]. – Чебоксары, 2013. – 215 с.

155. Лодатко Є. О. Математична культура вчителя початкових класів : монографія / Є. О. Лодатко; за заг. ред. проф. С. Т. Золотухіної. – Рівне-Слов’янськ : Маторін Б. І., 2011. – 324 с.

156. Лошкарева Н. А. Межпредметные связи как средство совершенствования учебно-воспитательного процесса : учеб. пособие для ФПК дир. шк. : в 4 вып. Вып. 1. / Н. А. Лошкарева ; Моск. гос. пед. ин-т. – Москва : Изд-во МГПИ им. В. И. Ленина, 1981. – 102 с.

157. Лушникова Н. В. Реализация идеи дидактического опережения при обучении высшей математике : На примере курса линейной алгебры : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Надежда Викторовна Лушникова ; [Место защиты: Арзамас. гос. пед. ин-т им. А. П. Гайдара]. – Арзамас, 2006. – 162 с.

158. Макарова Е. Е. Содержание и структура интегративного подхода в высшем профессиональном образовании / Е. Е. Макарова // Интеграция образования. – 2008. – № 3 (52). – С. 8-11.

159. Максимова В. Н. Сущность и функции межпредметных связей в целостном процессе обучения: автореф. дис. … докт. пед. наук : 13.00.02 / Валерия Николаевна Максимова ; [Место защиты: Ленинградский гос. ун-т им. А. С. Пушкина]. – Ленинград, 1981. – 36 с.

160. Максимова Л. И. Формирование поликультурной компетентности будущих педагогов в ВУЗе на основе интегративного подхода : дис. … канд. пед. наук : 13.00.08 / Людмила Ивановна Максимова ; [Место защиты: Калуж. гос. пед. ун-т им. К.Э. Циолковского]. – Калуга, 2012. – 223 с.

161. Максимова Т. С. Дидактические аспекты формирования самообразовательных умений студентов технических специальностей при изучении линейной алгебры / Т. С. Максимова // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ / редкол. : Е. И. Скафа (научн. ред.) и др. ; Донецкий нац. ун-т. –Донецк, 2017.– Вып. 45. – С. 50-54.

162. Малыгина О. А. Обучение высшей математике на основе системно-деятельностного подхода : учеб. пособие / О. А. Малыгина. – Москва : Изд-во ЛКИ, 2008. – 256 с.

163. Математика в профессиональной деятельности инженера [Электронный ресурс] : учеб. пособ. для студентов инженер. направления подгот. / Е. Г. Евсеева, Д. Ю. Лактионова, Н. А. Прокопенко. – 700 Mb. – Донецк, ДонНУ, 2018. – 1 электрон. опт. диск (CD–ROM) ; 12 см. – Систем. требов. MSWinXP, MSOffice 2003.

164. Математическая культура инженера : сб. докл. Респ. студен. науч.-техн. конф. (26 апр. 2017 г.). – Донецк : ДонНТУ, 2017. – 543 с.

165. Математическая культура инженера : сб. докл. Респ. студен. науч.-техн. конф., 24 апр. 2018 г., Донецк. – Донецк : ДонНТУ, 2018. – 377 с.

166. Машбиц Е. И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е. И. Машбиц. – Киев : Вища шк., 1987. – 224 с.

167. Мешкова Л. М. Формирование основы профессиональной подготовки студентов технического ВУЗа при изучении естественнонаучных

дисциплин : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Людмила Михайловна Мешкова ; [Место защиты: Рос. гос. социал. ун-т]. – Москва, 2011. – 211 с.

168. Миншин М. М. Формирование профессионально-прикладной математической компетентности будущих инженеров: на примере подготовки инженеров по программному обеспечению вычислительной техники и автоматизированных систем : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Миневали Мавлетович Миншин ; [Место защиты: Тольяттин. гос. ун-т]. – Тольятти, 2011. – 286 с.

169. Мирзаева М. М. Педагогические условия подготовки бакалавра образования к межпредметной интеграции : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Марьям Мирзаевна Мирзаева ; [Место защиты: Дагестан. гос. пед. ун-т]. – Махачкала, 2014. – 23 с.

170. Мирошникова В. Н. Организация самостоятельной работы в ВУЗах ГПС МЧС России с использованием индивидуальных заданий по дисциплинам математического цикла : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Валентина Николаевна Мирошникова ; [Место защиты: Санкт-Петербургский ун-т Госуд. противопожар. службы МЧС России]. – Санкт-Петербург, 2013. – 27 с.

171. Михайленко І. В. Методика навчання диференційних рівнянь майбутніх інженерів-механіків : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ірина Володимирівна Михайленко ; [Місце захисту : Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди]. – Харків, 2016. – 291 с.

172. Михеева В. Г. Формирование понятия векторного пространства в курсе геометрии 6-7 класов : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / В. Г. Михеева –Москва, 1980.– 18 с.

173. Морозова Л. М. Формирование готовности будущих учителей начальных классов к преподаванию иностранного языка на основе интегративного подхода : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.08 / Лилия

Михайловна Морозова ; [Место защиты : Чувашский государственный педагогический университет им. И.Я. Яковлева]. – Чебоксары, 2006.– 237с.

174. Мышкис А. Д. Лекции по высшей математике / А. Д. Мышкис. – 5-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург : Лань, 2007. – 688 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература).

175. Назарова Н. В. Межпредметная интеграция в формировании конкурентоспособности студентов ВУЗа / Н. В. Назарова // Современные проблемы науки и образования. – 2016. – № 5. – С. 174.

176. Нелин Е. П. Методические особенности изучения векторов в курсе планиметрии при их введении на координатной основе : автореф. дис. … канд. пед.ких наук : 13.00.02 / Евгений Петрович Нелин ; [Место защиты : Научно-исследовательский институт содержания и методов обучения АПН СССР]. – Москва, 2008. – 25 с.

177. Нассер М. Методика реализации межпредметных связей посредством решения прикладных задач в процессе обучения математике в ВУЗе : автореф. дис. … канд. пед.ких наук : 13.00.02 / Минур Нассер ; [Место защиты : Московс. госуд. ун-т им. М. В. Ломоносова]. – Москва, 2008. – 25 с.

178. Натырова Е. М. Формирование универсальных учебных действий обучающихся в системе математической подготовки «старшая школа – ВУЗ» : автореф. дис. ... канд. пед. : 13.00.02 / Екатерина Михайловна Натырова ; [Место защиты: Елецкий государственный университет им. И. А.Бунина]. – Елец, 2016. – 22 с.

179. Национальная доктрина образования в Российской Федерации [Электронный ресурс]: утверждена Постановлением Правительства Российской Федерации от 4 окт. 2000 г. № 751 // Российская газета. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : http://www.rg.ru/2000/10/11/doktrina-dok.html, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: апр. 12, 2018.

180. Николаева М. А. Интегративный подход к профессиональной

подготовке будущих специалистов по рекламе : практико-ориентированная монография / М.А. Николаева; Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург : УрГПУ, 2014. – 249 с.

181. Никольский С. М. Курс математического анализа : учебник / С. М. Никольский. – 6-е изд., стереотип. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 592 с.

182. Ничуговская Л. И. Конкурентоспособность будущих выпускников ВУЗов в контексте философии профессионального образования / Л. И. Ничуговская // Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology. – 2013. – Vol. 7. – P. 145-149.

183. Новая философская энциклопедия: в 4 т./ Ин-т философии Российской акад. наук; Гл. ред. В. С. Степин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Мысль, 2010. –

Т. 1: А – Д. – 741 с.

Т. 2: Е – М. – 634 с.

Т. 3: Н – С. – 692 с.

Т. 4: Т – Я. – 734 с.

184. Новгородова О. И. Методика изучения понятия «Вектор» и его свойств в основной школе : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Ивановна Новгородова ; [Место защиты : Моск. пед. гос. ун-т]. – Москва, 2006. – 131 с.

185. Новицька Л. І. Формування вмінь розв’язувати прикладні задачі в процесі вивчення математики студентами аграрного університету : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Людмила Іванівна Новицька ; [Місце захисту: Національний педагогічний ун-т ім. М.П.Драгоманова]. – Київ, 2008. – 23 с.

186. О национальной доктрине образования в Российской Федерации [Электронный ресурс] : Постановление Правительства РФ от 04.10.2000 N 751. – Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW

_97368/63ea2bffdb5dc66597b6b37d6c25b3fbcab7f469/ – Заглавие с экрана. – Дата обращения 17.05.2018.

187. Об образовании [Электронный ресурс] : Закон Донецкой Народной Республики : принят постановлением Народного Совета ДНР 19 июня 2015 г. № 1-233П-НС. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : https://dnrsovet.su/zakon-dnr-ob-obrazovanii, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: апр. 12, 2018.

188. Об утверждении Перечней направлений подготовки и специальностей высшего профессионального образования и Сопоставлений направлений подготовки и специальностей высшего профессионального образования образовательных уровней бакалавр, магистр, специалист и приложения[Электронный ресурс] : Приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 499 от 04.05.2016 г. – Режим доступа: http://old.mondnr.ru/?p=78563/.– Заглавие с экрана. – Дата обращения 12.04.2018.

189. Образовательная программа высшего образования. Направление подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Российской федерации № 955 от 03.09.2015 г.– Электрон. текстовые дан. – Режим доступа : https://gstou.ru/files/OP_VO/B-26.pdf, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: апр. 12, 2018.

190. Орлова В. Н. Интегративный подход к информационной подготовке студентов колледжа : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Валентина Николаевна Орлова. – Нижний Новгород, 2006. – 178 с.

191. Палеева М. Л. Методика формирования геометро-графических стратегий в обучении математике студентов технического университета : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Марина Леонидовна Палеева ; [Место защиты: Сиб. федер. ун-т]. – Иркутск, 2010. – 231 с.

192. Папышев А. А. Теоретико-методологические основы обучения

учащихся решению математических задач в контексте деятельностного подхода : дис. … докт. пед. наук : 13.00.02 / Алпыс Абдешович Папышев ; [Место защиты: Мордовский государственный педагогический институт]. – Алматы, 2012. – 383 с.

193. Пастушок Г. С. Методика вивчення математики на економічних факультетах вищих закладів освіти : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Галина Сергіївна Пастушок ; [Місце захисту: Національний педагогічний ун-т ім. М.П.Драгоманова]. – Київ, 2000. – 24 с.

194. Педагогический энциклопедический словарь / гл. ред. Б. М. Бим-Бад ; редкол. : М. М. Безруких [и др.]. – Москва : Большая Рос. Энцикл., 2002. – 528 с.

195. Петрова Л. С. Методика обучения уравнениям математической физики будущих бакалавров-теплоэнергетиков, способствующая формированию математических субкомпетенций : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Лилия Сергеевна Петрова ; [Место защиты: Омск. гос. пед. ун-т]. – Омск, 2013. – 21 с.

196. Петрук В. А. Професійно спрямовані інтерактивні форми навчання вищої математики в технічних ВНЗ / В. А. Петрук, О. П. Прозор // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – Київ, 2015. – Вип. 50. – С. 338-344.

197. Пинский А. А. Межпредметные связи физики и математики / А. А. Пинский , С. Т. Тхамафокова // Межпредметные связи естественно-математических дисциплин : пособие для учителей : сб. статей / под ред. В. Н. Фёдоровой. – Москва, 1980. – С. 54-82.

198. Плахова В. Г. Формирование математической компетенции у студентов технического ВУЗа : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Валентина Геннадьевна Плахова ; [Место защиты: Морд. гос. пед. ин-т им. М.Е. Евсевьева]. – Пенза, 2009. – 168 с.

199. Попова Н. В. Междисциплинарная парадигма как основа формирования интегративных компетенций студентов многопрофильного ВУЗа: на примере дисциплины Иностранный язык : дис. … докт.. пед. наук : 13.00.08 / Нина Васильевна Попова ; [Место защиты: С.-Петерб. гос. политехн. ун-т]. – Санкт-Петербург, 2011. – 585 с.

200. Потапова О. М. Комп’ютерно орієнтована методична система навчання математичного аналізу студентів технічних спеціальностей вищіх навчальних закладів : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Олександра Миколаївна Потапова ; [Місце захисту: Черкас. нац. ун-т ім. Богдана Хмельницького]. – Черкаси, 2016. – 353 с.

201. Поторочина К. С. Развитие познавательной самостоятельности студентов технических ВУЗов в процессе обучения высшей математике : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ксения Сергеевна Поторочина ; [Место защиты: Урал. гос. пед. ун-т]. – Екатеринбург, 2009. – 228 с.

202. Пригодина А. Г. Дидактическая адаптация студентов первого курса инженерного ВУЗа к изучению научных понятий : на примере математики : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Анна Геннадьевна Пригодина. – Краснодар, 2013. – 22 с.

203. Приходько М. А. Учебная мотивация как средство управления личностно ориентированным обучением математике студентов аграрного университета : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Маргарита Анатольевна Приходько ; [Место защиты: Омск. гос. пед. ун-т]. – Омск, 2008. – 22 с.

204. Прокопенко Н. А. Визначення знань і вмінь з векторної алгебри, необхідних для розв’язання задач з теоретичних основ електротехніки / Н. А. Прокопенко // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі : зб. наук. пр. – Київ : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2011. – № 8. – С. 96-102.

205. Прокопенко Н. А. Визначення цілей і змісту навчання векторної алгебри студентів технічного університету / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Проблеми математичної освіти (ПМО 2010) : материалы междунар. науч.-метод. конф. (24-26 нояб. 2010 г.). – Черкаси : ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – С. 202-203.

206. Прокопенко Н. А. Діяльнісна технологія розробки навчального посібника з векторної алгебри / О. Г. Евсеєва, Н. А. Прокопенко // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики : зб. наук. пр. за матеріалами Міжнар. наук.-практ. конф. (26-27 квіт. 2012 р.). – Вінниця : ВДПУ, 2012. – С. 307-309.

207. Прокопенко Н. А. Операционная предметная модель обучаемого по векторной алгебре / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Навчання математики в сучасних умовах : матеріали 2 міжнар. наук.-метод. конф., присвяч. 80-ти річчю заснування кафедри вищої математики ДонНТУ (Донецьк, 23–25 трав. 2007 р.). – Донецьк : ДонНТУ, 2007. – С. 33-34.

208. Прокопенко Н. А. Разработка учебного пособия по векторной алгебре для студентов ВТУЗов на основе деятельностного подхода / Н. А. Прокопенко // Збірник науково-методичних робіт. – Донецьк : ДонНТУ, 2013. – Вип. 8 – С. 276-287.

209. Прокопенко Н. А. Розв’язання задач з теоретичних основ електротехніки засобами векторної алгебри у системі інженерної освіти / Н. А. Прокопенко // Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики – 2011 : тез. доп. Міжнар. наук.-практ. конф. (11-13 трав. 2011 р.). – Київ : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2011. – С. 86-87.

210. Прокопенко Н. А. Розв’язання задач з теорії поля засобами векторної алгебри в курсі вищої математики у ВТНЗ / Н. А. Прокопенко // Сучасні тенденції розвитку математики та її прикладні аспекти – 2012 : матеріали I Міжнар. наук.-практ. інтернет-конф. (17 трав. 2012 р). – Донецьк : ДонНУЕТ, 2012. – С. 333-335.

211. Прокопенко Н. А. Семантична компонента предметної моделі студента з векторної алгебри / Н. А. Прокопенко // Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики, фізики, інформатики у середніх та вищих навчальних закладах : зб. наук. пр. за матеріалами Всеукр. наук.-метод. конф. молодих науковців (17-18 лют. 2011 р.). – Кривий Ріг : КДПУ, 2011. – С. 188-192.

212. Прокопенко Н. А. Векторная алгебра. По деятельностной технологии «Учимся, работая» : учеб. пособие для студентов / Н. А. Прокопенко. – Донецк : ДонНТУ, 2014. – 102 с.

213. Прокопенко Н. А. Визначення знань та вмінь з векторної алгебри, необхідних для розв'язання задач з аналітичної геометрії у просторі, на основі предметної моделі студента технічного університету / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». – Черкаси : ЧНУ, 2010. – Вип. 191, Ч. V. – С. 27-36.

214. Прокопенко Н. А. Деятельностный подход как методологическая основа интеграции высшей математики и фундаментальных дисциплин в системе высшего инженерного образования / О. Г. Евсеева, Н. А. Прокопенко // Современные тенденции развития математики и её прикладные аспекты-2015 : материалы IV Междунар. науч.-практ. интернет-конф. (25 мая 2015 г). – Донецк : ДонНУЭТ, 2015. – С. 134-137.

215. Прокопенко Н. А. Знання і вміння з векторної алгебри, необхідні для розв'язання задач з аналітичної геометрії у просторі / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Збірник науково-методичних робіт. – Донецьк : ДонНТУ, 2011. – Вип. 7. – С. 103-109.

216. Прокопенко Н. А. Знання та вміння з векторної алгебри, необхідні для розв'язання задач з теоретичних основ електротехніки / О. Г. Євсеєва, О. В. Корощенко, Н. А. Прокопенко // Інженерна освіта у розвитку сучасного суспільства : матеріали міжнар. наук.-практ. конф. (30 трав. – 01 черв. 2011 р.) – Донецьк, ДонНТУ, 2011. – С. 111-118.

217. Прокопенко Н. А. Интеграция высшей математики и физики в системе высшего инженерного образования / Н. А. Прокопенко // История и методология науки : материалы Междунар. науч.-метод. конф., посвящ. 100-летию со дня рождения А. И. Бородина (31 марта 2016 г.). – Донецк : ДонНУ, 2016. – С. 125-128.

218. Прокопенко Н. А. Интеграция высшей математики и фундаментальных дисциплин как базис для формирования профессиональной компетентности будущих инженеров / Е. Г. Евсеева, Н. А. Прокопенко // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ / редкол. : Е. И. Скафа (научн. ред.) и др. ; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2015. – Вып. 42. – С. 38-45.

219. Прокопенко Н. А. Интегрированное учебное пособие как средство обучения математике студентов технического университета на основе интегративного и деятельностного подходов / Н. А. Прокопенко // Дидактика математики : проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ / редкол. : Е. И. Скафа (научн. ред.) и др. ; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2017. – Вып. 45. – С. 55-65.

220. Прокопенко Н. А. Операційна компонента предметної моделі студента технічного університету з векторної алгебри / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк, 2010. – Вип. 33. – С. 28 -33.

221. Прокопенко Н. А. Педагогическая интеграция и её место в повышении качества обучения математике студентов инженерных специальностей / Н. А. Прокопенко // Сборник научно-методических работ. – Донецк : ДонНТУ, 2015. – Вып. 9. – С. 162-174.

222. Прокопенко Н. А. Побудова операційного й тематичного компонентів предметної моделі студента ВТНЗ з векторної алгебри / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Теорія та методика навчання математики,

фізики, інформатики : зб. наук. пр. – Кривий Ріг : НМетАУ, 2011. – Вип. IX. – – С. 32-38.

223. Прокопенко Н. А. Предметна модель студента технічного університету з векторної алгебри / Н. А. Прокопенко // Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». – Черкаси : ЧНУ, 2011. – Вип. 201, Ч. 1. – С. 89-95.

224. Прокопенко Н. А. Проверка эффективности методической системы обучения высшей математике будущих инженеров на основе интеграции математических и естественнонаучных дисциплин / Н. А. Прокопенко // Эвристическое обучение математике : материалы IV Междунар. науч.-метод. конф. (Донецк, 19-20 апр. 2018 г). – Донецк : ДонНУ, 2018. – С. 196-198.

225. Прокопенко Н. А. Разработка интегрированного дистанционного курса «Векторы в фундаментальной подготовке инженера» на принципах деятельностного подхода / Н. А. Прокопенко // Деятельностная педагогика и педагогическое образование : сб. тез. IV Междунар. конф. «ДППО-2016» (Воронеж, 9-13 сент. 2016 г). / под ред. А. В. Боровских. – Воронеж : ВГПУ, 2016. – С. 84-86.

226. Прокопенко Н. А. Разработка интегрированного учебного пособия для студентов технического университета по векторной алгебре на основе деятельностного обучения / Н.А. Прокопенко // Сборник научно-методических работ. – Донецк : ДонНТУ, 2017. – Вып. 10. – С. 190-200.

227. Прокопенко Н. А. Розробка навчального посібника з векторної алгебри для студентів технічних напрямів підготовки за діяльнісною технологією / Н. А. Прокопенко // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Педагогіка, психологія і соціологія». – Донецьк, 2012. – Вип. 11(202). – С. 269-275.

228. Прокопенко Н. А. Семантичний конспект з векторної алгебри / Н. А. Прокопенко // Збірник наукових праць Бердянського державного

педагогічного університету. Педагогічні науки. – Бердянськ : БДПУ, 2010. – № 1. – С. 80-86.

229. Прокопенко Н. А. Схеми орієнтовної основи дій у навчанні вищої математики / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі : зб. наук. пр. – Київ : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2010. – № 6. – С. 54-60.

230. Прокопенко Н. А. Цілі та зміст навчання векторної алгебри у системі інженерної освіти / Н. А. Прокопенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт / редкол. : О. І. Скафа (наук. ред.) та ін. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009. – Вип. 32. – С. 95-100.

231. Пудовкина Ю. В. Межпредметные связи как средство повышения эффективности процесса обучения математике студентов аграрного университета : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Юлия Владимировна Пудовкина ; [Место защиты: Омск. гос. пед. ун-т]. – Омск, 2004. – 223 с.

232. Пышкало А. М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе : авторский доклад по монографии «Методика обучения элементам геометрии в начальных классах», представленной на соис. … докт. пед. наук / А. М. Пышкало. – Москва : Акад. пед. наук СССР, 1975. – 60 с.

233. Разуменко И. А. Активизация учебной деятельности студентов художественно-графических факультетов на основе интегративного подхода : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ирина Анатольевна Разуменко ; [Место защиты: Моск. гос. гуманитар. ун-т им. М.А. Шолохова]. – Новосибирск, 2009. – 221 с.

234. Ратушняк Д. Ю. Подготовка студентов медицинского колледжа к использованию информационных технологий в будущей профессиональной деятельности : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.08 / Денис Юрьевич

Ратушняк ; [Место защиты: Ярослав. гос. пед. ун-т им. К.Д. Ушинского].– Ярославль, 2016. – 25 с.

235. Рибалко М. П. Теоретичні основи електротехніки: лінійні електричні кола : підручник / М. П. Рибалко, В. О. Есауленко, В. І. Костенко. – Донецьк : Новий світ, 2003. – 513 с.

236. Родионов М. А. Деятельностно-процессуальный подход к обучению школьников поиску пути решения задач (методологические предпосылки и примеры реализации) : учеб.-метод. пособие для студентов и учителей / М. А. Родионов. – Пенза : ПГПУ, 2007. – 32 с.

237. Розанова С. А. Математическая культура студентов технических университетов : монография / С. А. Розанова. – Москва : Физматлит, 2003. – 176 с.

238. Руководство к решению задач по различным разделам интегрального исчисления. Электронный учебник по дисциплине «Высшая математика [Электронный рессурс] / Т. В. Родина, И. А. Суслина, Е. Б. Ревуненкова, Д. А. Зубок. – СПб. : ГУИТМО, 2012. – Электрон. текстовые дан. Режим доступа: http://de.ifmo.ru/bk_netra/start.php?bn=21, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: май 3, 2018.

239. Самохвалова О. М. Развитие информационно-технологической компетентности будущих инженеров лесного хозяйства на основе интегративного подхода к обучению дисциплинам информационной и предметной подготовки : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Михайловна Самохвалова ; [Место защиты: Омск. гос. пед. ун-т]. – Омск, 2008. – 200 с.

240. Саранцев Г. И. Методология методики обучения математике / Г. И. Саранцев. – Саранск : Красный Октябрь, 2001. – 140 с.

241. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : учеб. пособие для студентов втузов / А. А. Яблонский и др. – 10-е изд. – Москва : Интеграл-Пресс, 2003. – 384 с.

242. Севастьянова С. А. Формирование профессиональных математических компетенций у студентов экономических ВУЗов : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Светлана Александровна Севастьянова ; [Место защиты: Самарский государственный педагогический университет]. – Самара, 2006. – 197 с.

243. Селякова Л. И. Методика обучения алгебраическим структурам будущих учителей математики в условиях фундаментализации образования : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Людмила Ивановна Селякова ; [Место защиты: Донецкий. нац. ун-т]. – Донецк, 2018. – 212 с.

244. Семёнова Г. М. Формирование исследовательской компетентности будущих радиофизиков в обучении математике на основе междисциплинарной интеграции : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Галина Михайловна Семёнова ; [Место защиты: Ярослав. гос. пед. ун-т им. К.Д. Ушинского]. – Ярославль, 2011. – 169 с.

245. Сенина О. А. Организация самостоятельной работы студентов по общепрофессиональным дисциплинам технического ВУЗа с использованием электронных учебных пособий : на примере электротехнических дисциплин : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Ольга Анатольевна Сенина ; [Место защиты: Тольяттин. гос. ун-т] . – Астрахань, 2011. – 201 с.

246. Сергеева Т. В. Формирование учебных компетенций учащихся основной школы на основе интеграции математики с предметами естественнонаучного цикла : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Татьяна Вдладислпвовна Сергеева ; [Место защиты: Ярослав. гос. пед. ун-т им. К.Д. Ушинского]. – Ярославль, 2011. – 208 с.

247. Сергеева Е. В. Развитие математической компетентности студентов ВУЗов в процессе профессиональной подготовки по техническим профилям : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Елена Владимировна Сергеева [Место защиты: Магнитогор. гос. техн. ун-т им. Г.И. Носова]. – Екатеринбург, 2017. – 23 с.

248. Скафа, О. І. Наукові засади методичного забезпечення кредитно-модульної системи навчання у вищій школі : монографія / О. І. Скафа, Н. М. Лосєва, О. В. Мазнєв. – Донецьк : ДонНУ, 2009. – 379 с.

249. Скафа Е. И. К вопросу о формировании профессиональной готовности будущего учителя в условиях реформирования образования Донецкой Народной Республики / Е. И. Скафа, Н. А. Бабенко // Дидактика математики : проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ / редкол. : Е. И. Скафа (отв. ред.) и др. ; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2018. – Вып. 47. – С. 70-79.

250. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике : теория, методика, технология : монография / Е. И. Скафа. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

251. Скоробогатова Н. В. Наглядное моделирование профессионально ориентированных задач в обучении математике студентов инженерных направлений технических вузов : автореф. дис.…канд. пед. наук : 13.00.02 / Наталья Владимировна Скоробогатова; [Место защиты : Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского]. – Ярославль, 2006. – 24 с.

252. Слєпкань З. І. Наукові засади організації педагогічного процесу у вищій школі / З. І. Слєпкань. – Київ : Вища шк., 2005. – 239 с.

253. Слободская Л. П. Интегрированные курсы : анализ, сущность, структура / Л. П. Слободская // Образование и повышение квалификации работников образования : сб. науч. тр. / ред. : Л. Г. Радкевич, А. В. Устинова. – Минск, 1998. – Вып. 13 : в 2 ч, Ч. 2. – С. 107-118.

254. Смыковская Т. К. Теоретико-методические основы проектирования методической системы учителя математики и информатики : автореф. дис. … докт. пед. наук : 13.00.02 / Татьяна Константиновна Смыковская ; [Место защиты: Волградс. гос. пед. ун-т]. – Москва, 2000. – 34 с.

255. Соловьева Т. В. Методическая система обучения и её развитие в личностно ориентированном образовании / С. И. Осипова, Т. В. Соловьева // Сибирский педагогический журнал. – 2010. – № 11. – С. 46-57.

256. Солтан Г. М. Теоретические основы интеграции курсов алгебры и геометрии базовой школы : монография / Г. М. Солтан. – Минск : БГПУ им. М. Танка, 2000. – 89 с.

257. Сорокоумов С. П. Формирование профессиональных компетенций будущих специалистов сельскохозяйственного профиля в процессе интегративно-модульного обучения в ВУЗе : дис. ... докт. пед. наук : 13.00.08 / Сергей Петрович Сорокоумов ; [Место защиты: Рос. гос. пед. ун-т им. А.И. Герцена]. – Санкт-Петрбург, 2012. – 484 с.

258. Сотникова О. А. Организация деятельности студентов по раскрытию содержательных связей в курсе алгебры педагогического ВУЗа: дис. ... докт. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Александровна Сотникова ; [Место защиты : Поморск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова]. – Архангельск, 2008. – 366 с.

259. Средства обучения математике : сб. статей / сост. А. М. Пышкало. – Москва : Просвещение, 1980. – 208 с.

260. Старикова О. Г. Современные образовательные стратегии высшей школы : полипарадигмальный подход : дис. … докт. пед. наук : 13.00.08 / Ольга Георгиевна Старикова ; [Место защиты: Краснодар. гос. ун-т культуры и искусств]. – Краснодар, 2011. – 434 с.

261. Старцева Е. В. Реализация межпредметных связей физики и математики в средней школе : На примере факультативного курса «Вектор в физике и математике»: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Екатерина Владиславовна Старцева ; [Место защиты: Москов. пед. гос. ун-т]. – Москва, 2000. – 20 с.

262. Стельмах Я. Г. Формирование профессиональной математической компетентности студентов – будущих инженеров : дис. ...

канд. пед. наук : 13.00.08 / Янина Геннадьевна Стельмах ; [Место защиты: Поволж. гос. соц.-гуманитар. акад.]. – Самара, 2011. – 233 с.

263. Стучинська Н. В. Інтеграція фундаментальної та фахової підготовки майбутніх лікарів у процесі вивчення фізико-математических дисциплин : автореф. дис ... докт. наук : 13.00.02 / Наталія Василівна Стучинська ; [Місце захисту : Нац.пед.ун-т ім. М. П. Драгоманова]. – Київ, 2008.– 40 с.

264. Суханова С. Н. Изучение тригонометрии на основе деятельностного подхода и технологии дистантного обучения как способ развития математических способностей : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Светлана Николаевна Суханова ; [Место защиты : Кузбасс. гос. пед. академия]. – Новокузнецк, 2002. – 179 с.

265. Сычева Н. В. Методика изучения дифференциальных уравнений средствами поисковой деятельности студентами технических направлений подготовки : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Надежда Васильевна Сычева ; [Место защиты : Брянс. гос. ун-т им. Акад. И. Г. Петровского]. – Брянск, 2013. – 201 с.

266. Сітак І. В. Дифференціальні рівняння. [Електронний ресурс] / І. В. Сітак / [Веб-сайт]. – Електронні дані. – Рубіжне : ІХТ СНУ ім. В. Даля, 2014. – Режим доступу: http://difur.in.ua/ – Назва з екрану.

267. Сітак І. В. Методика навчання диференційних рівнянь майбутніх бакалаврів з інформаційних технологій : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ірина Вікторівна Сітак ; [Місце захисту : Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова]. – Київ, 2018. – 291 с.

268. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н. Ф. Талызина. – Москва : Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 344 с.

269. Татьяненко С. А. Формирование профессиональной компетентности будущего инженера в процессе обучения математике в техническом ВУЗе : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Светлана

Александровна Татьяненко ; [Место защиты : Тобольский гос. пед. ин-т им. Д. И. Менделеева]. – Тобольск, 2003. – 240 с.

270. Теремов А. В. Интегративные тенденции в естественнонаучном и гуманитарном образовании школьников : дис. … докт. пед. наук : 13.00.01 / Александр Валентинович Теремов [Место защиты: Московский. пед. гос. ун-т]. – Москва, 2007. – 477 с.

271. Тер-Крикоров А. М. Курс математического анализа : [учеб. пособие для вузов] / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. – 2-е изд. – Москва : Физматлит : Лаб. Базовых Знаний, 2003. – 672 с.

272. Тестов В. А. Стратегия обучения математике / В. А. Тестов. – Москва : Технол. шк. бизнеса, 1999. – 304 с.

273. Технология дифференцированного компетентностно-ориентированного обучения студентов математике : Монография / И.В. Дробышева, Ю.А. Дробышев, Н.В. Никаноркина, Н.В. Кузина, С.Ю. Дробышева. – Москва, ООО "ТРП", 2016. – 156 с.

274. Туронов С. Ш. Основы интегрированных уроков математики и трудового обучения и их роль в целостном восприятии мира учащимися начальных классов : дис. … канд. пед. наук : 13.00.01 / Султонмурод Шарофович Туронов ; [Место защиты: Акад. образования Таджикистана]. – Душанбе, 2010. –181 с.

275. Улитин Г. М. Курс лекций по высшей математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов всех специальностей : в 2 ч. / Г. М. Улитин, А. Н. Гончаров ; ГВУЗ «ДонНТУ». – 3-е изд. – (1715Кб). – Донецк : ДонНТУ, 2013. – 1 файл. – Систем. требования: ZIP-архиватор, Microsoft Word.

276. Усатова В. М. Формирование готовности к функционально-математическому моделированию при обучении математике студентов технического ВУЗа : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Валентина

Михайловна Усатова ; [Место защиты: Балт. гос. акад. рыбопромыслового флота]. – Калининград, 2011. – 145 с.

277. Федорова В. Н. Межпредметные связи. На материале естественнонаучных дисциплин средней школы / В. Н. Федорова, Д. М. Кирюшкин. – Москва : Педагогика, 1972. – 152 с.

278. Федорова О.Н. Методическая система профессионально ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Оксана Николаевна Федорова ; [Место защиты: Ярослав. гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского]. – Ярославль, 2016. – 265 с.

279. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учеб. пособие для студентов физ. и мех.-мат. специальностей ВУЗов : в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. – 8-е изд. – Москва : Физматлит ; Санкт-Петербург : Невский диалект, 2001. –.

Т. 1. – 2001. – 680 с.

Т. 2. – 2001. – 864 с.

Т. 3. – 2002. – 728 с.

280. Формирование системного мышления в обучении / З. А. Решетова, Е. Н. Логинова, С. А. Баляева и др. ; под ред. З. А. Решетовой – Москва : ЮНИТИ : Единство, 2002. – 344 с.

281. Фридман Л. М. Как научиться решать задачи : кн. для учащихся ст. классов сред. шк. / Л. М. Фридман, Е. Н. Турецкий. – 3-е изд., дораб. – Москва : Просвещение, 1989. – 192 с.

282. Ходыкина А. В. Формирование методической компетенции бакалавра педагогики в области иностранных языков на основе интегративного подхода : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Анна Вячеславовна Ходыкина ; [Место защиты: Моск. гос. гуманитар. ун-т им. М.А. Шолохова]. – Москва, 2011. – 186 с.

283. Хозяинова М. С. Обучение содержательному анализу математического материала при изучении алгебры в техническом вузе: дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Мария Семеновна Хозяинова [Место защиты: Сыктывкарский гос. ун-т им. Питирима Сорокина]. – Сыктывкар 2017. – 158 с.

284. Хохлова М. В. Методика конструирования системы задач и ее применение в обучении математике студентов технических ВУЗов : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Марина Владиславовна Хохлова [Место защиты: Вятский гос. пед. ун-т]. – Киров, 2004. – 19 с.

285. Хубетдинов Г. К. Графическая подготовка будущих инженеров в ВУЗе на основе интегративного подхода : дис. … канд. пед. наук : 13.00.08 / Галим Камилович Хубетдинов ; [Место защиты: Юж.-Уральс. гос. ун-т]. – Челябинск, 2009. – 172 с.

286. Царева Л. М. Интегративный подход к организации эстетического воспитания студентов в ВУЗе : дис. … канд. пед. наук : 13.00.01 / Лилия Михайловна Царева ; [Место защиты: Рязан. гос. пед. ун-т им. С.А. Есенина]. – Рязань, 2010. – 181 с.

287. Чапаев Н. К. Теоретико-методологические основы педагогической интеграции : автореф. дис. ... докт. пед. наук : 13.00.01 / Николай Кузьмич Чапаев [Место защиты: Уральский. гос. проф.-пед. ун-т]. – Екатеринбург, 1998. – 41с.

288. Чекин А. Л. Профессиональная подготовка учителя начальных классов к обучению математике на основе интегративного подхода : дис. ... докт. пед. наук : 13.00.02 / Александр Леонидович Чекин [Место защиты: Московский. пед. гос. ун-т]. – Москва, 2005. – 346 с.

289. Черняева А. Р. Реализация деятельностного подхода в процессе формирования пространственного мышления учащихся при обучении построению сечений многогранников : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Анна Райнольдовна Черняева; [Место защиты: Омский. гос. пед. ун-т]. – Омск, 2004. – 22 с.

290. Чомаева Л. Х. Профессионально ориентированная математическая подготовка инженеров-технологов на основе компьютерных средств обучения : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Лаура Хасановна Чомаева ; [Место защиты: Сев.-Кавказ. гос. техн. ун-т]. – Ставрополь, 2010. – 223 с.

291. Шершнева В. А. Формирование математической компетентности студентов инженерного ВУЗа на основе полипарадигмального подхода: дис. … докт. пед. наук : 13.00.02 / Виктория Анатольевна Шершнева [Место защиты : Сибирский федер. ун-т]. – Красноярск, 2011. – 402 с.

292. Шищенко Е. В. Формирование профессиональных компетенций у студентов технических специальностей на основе интеграции электротехнических дисциплин : На примере железнодорожного техникума : дис. … канд. пед. наук : 13.00.08 / Елена Вячеславовна Шищенко [Место защиты : Самарский госуд. техн. ун-т]. – Самара, 2005. – 243 с.

293. Электронные издания. Основные виды и выходные сведения [Электронный рессурс] : ГОСТ 7.83-2001. – Введ. впервые. – Минск : Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2002. – (Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу). – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа: http://lib.kemsu.ru/userfiles/file/gost/gost_7_83-2001.pdf, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: май 22, 2018.

294. Эльконин Д. Б. Избранные психологические труды / Д. Б. Эльконин ; под ред. В. В. Давыдова, В. П. Зинченко. – Москва : Педагогика, 1989. – 560 с.

295. Явич Р. П. Управление математической подготовкой студентов технического ВУЗа на основе телекоммуникационных технологий : автореф. дис. …канд. пед. наук: 13.00.02 / Роман Павлович Явич ; [Место защиты : Уральский госуд. пед. ун-т]. – Екатеринбург, 2008. – 23 с.

296. Ягафарова Х. Н. Применение математических методов при формировании общеинженерных компетенций у студентов технических ВУЗов [Электронный ресурс] / Х. Н. Ягафарова, А. И. Ямалтдинов //

Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». – 2015. – № 2. – С. 477-490. – Электронные текстовые дан. – Режим доступа : http://www.ogbus.ru, свободный. – Загл. с экрана. – Описание основано на версии, датир.: май 22, 2018.

297. Янущик О. В. Интеграция курсов алгебры и геометрии посредством содержательно-методической линии неравенств в классах с углубленным изучением математики : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Владимировна Янущик ; [Место защиты : Омский госуд. пед. ун-т]. – Омск, 2002. – 201 с.

298. Яфизова Р. А. Активизация образовательного потенциала междисциплинарной интеграции в техническом колледже : на примере дисциплин "Математика" и "Информатика" : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Регина Ахнафовна Яфизова ; [Место защиты: Башкир. гос. пед. ун-т им. М. Акмуллы]. – Уфа, 2013. – 189 с.

299. Ackerman, D. B. (1989). Intellectual and practical criteria for successful curriculum integration (pp. 25–37). Interdisciplinary curriculum: Design and Implementation.

300. Becker, K. & Park, K. (2011). Effects of integrative approaches among science, technology, engineering, and mathematics (STEM) subjects on students' learning : A preliminary meta-analysis. Journal of STEM Education: Innovations & Research, 12(5), 23–37.

301. Bergsten, C., Engelbrecht, J., & Kågesten, O. (2015). Conceptual or procedural mathematics forengineering students–views of two qualified engineers from two countries // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46(7), 979–990.

302. Berlin, D. F., & Lee, H. (2005). Integrating science and mathematics education: Historical analysis. School Science and Mathematics, 105(1), 15–24.

303. Biehler, R., Kortemeyer, J., & Schaper, N. (2015). Conceptualizing and studying students' processes of solving typical problems in introductory

engineering courses requiring mathematical competences. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proceedings of CERME9 (pp. 2060–2066). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education.

304. Broadbridge, P. & Henderson, S. (2008). Mathematics education for 21st century engineering students. Final Report. Australian Mathematical Sciences Institute. Available: http://www.amsi.org.au/.

305. Czerniak, C. M., Weber, W. B., Sandmann, A., & Ahern, J. (1999). A literature review of science and mathematics integration. School Science and Mathematics, 99(8), 421–430.

306. Davison, D. M., Miller, K. W., & Methany, D. L. (1995). What does integration of science and mathematics really mean? School Science and Mathematics, 95(5), 226–230.

307. Engelbrecht, J., Bergsten, C., & Kågesten, O. (2015). Conceptual and procedural approaches tomathematics in the engineering curriculum: views of qualified engineers from two countries. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46(7), 979–990.

308. Frejd, P., & Bergsten, C. (2016). Mathematical modelling as a professional task. EducationalStudies in Mathematics, 91, 11–35.

309. George M., Thomaskutty P. G. (2015) Interdisciplinary Programs Involving Mathematics. [Электронный рессурс] – Available: http://math.arizona.edu/~atp-mena/conference/proceedings/Mary_George_Interdisciplinary.doc.

310. Green, D., Harrison, M. & Ward, J. (2003). Mathematics for engineers - the helm Project. Conference on Strategies for Student Achievement in Engineering. UK. Available: http://www.hull.ac.uk/engprogress/prog3papers/progress3_HELM_final.pdf

311. Gruenwald, N. & Klymchuk, S. (2002). Using Counter Examples To Enhance Students' Conceptual Understanding Engineering Undergraduate Mathematics: A Paralel Study. Proceedings of the Second International Conference

on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level – ICTM-2. Crete, Greece. Wiley, ISBN: 0-471-46322-9.

312. Harris, D., Black, L., Hernandez-Martinez, P., Pepin, B., Williams, J., & with the TransMathsTeam. (2015). Mathematics and its value for engineering students: What are the implications for teaching? International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46(3), 321–336.

313. Henderson, S. & Broadbridge, P. (2009). Engineering Mathematics Education in Australia. MSOR Connections 9(1): 12 – 17.

314. Hieb, J. L., Lyle, K. B., Ralston, P. A., & Chariker, J. (2015). Predicting performance in a first engineering calculus course: Implications for interventions. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46(1), 40–55.

315. Hochmuth, R., Biehler, R., & Schreiber, S. (2014). Considering mathematical practices in engineering contexts focusing on signal analysis. In T. Fukawa-Connelly, G. Karakok,K. Keene & M. Zandieh. Proceedings of RUME17 (pp. 693–699). Denver, Colorado.

316. Honey, M., Pearson, G., & Schweingruber, H. (Eds.) (2014). STEM integration in K-12 education: Status, prospects, and an agenda for research. National Academies Press.

317. Howes, A., Kaneva, D., Swanson, D., & Williams, J. (2013). Re-envisioning STEM education: Curriculum, assessment and integrated, interdisciplinary studies. A report for the Royal Society. https://royalsociety.org/*/media/education/policy/vision/reports/ev-2-vision-research-report-20140624.pdf. Accessed 16 May 2016.

318. Hurley, M. M. (2001). Reviewing integrated science and mathematics: The search for evidence and definitions from new perspectives. School Science and Mathematics, 101(5), 259–268.

319. InterdisciplinaryMathematicsEducation: State of the Art. ICME-13 Topical Surveys / edited by G. Kaiser // Procedings of 13th International Congress

on Mathematical Education (July 24-31, 2016 in Hamburg, Germany). – SpringerInternational Publishing, 2016. – 36 p.

320. Jacobs, H. H. (1989). Interdisciplinary curriculum: Design and implementation. Alexandria, VA:Association for Supervision and Curriculum Development.

321. Jaworski, B., Robinson, C., Matthews, J., & Croft, A. C. (2012). An activity theory analysis ofteaching goals versus student epistemological positions. International Journal of Technology in Mathematics Education, 19(4), 147–152.

322. Kaiser, G., & Brand, S. (2015). Modelling competencies: Past development and further perspectives. In G. A. Stillman, W. Blum & M. Salett Biembengut (Eds.), Mathematical modelling in education research and practice, pp. 129–149. Springer International Publishing.

323. Loch, B., & Lamborn, J. (2016). How to make mathematics relevant to first-year engineering students: Perceptions of students on student-produced resources. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 47(1), 29–44.

324. Lopez, A. (2007). Mathematics Education for 21st Century Engineering Students: Literature Review. Australian Mathematical Sciences Institute. Available: http://www.amsi.org.au/carrick.php.

325. Munier, V., & Merle, H. (2009). Interdisciplinary Mathematics-Physics Approaches to Teaching the Concept of Angle in Elementary School. International Journal of Science Education, 31 (14), 1857–1895.

326. Mustoe, L. & Lowson, D (Editors) (2002). Mathematics for the European Engineer A Curriculum for the Twenty –First Century. SEFI Mathematics Working Group. SEFI HQ, Brussells, Belgium.

327. Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In A. Gagatsis & S. Papastravidis (Eds.), 3rd mediterranean conference on mathematics education (pp. 115–124). Athens, Greece: Hellenic Mathematical Society andCyprus Mathematical Society.

328. Research on Teachingand Learning Mathematicsat the Tertiary Level: State-of-the-art and Looking Ahead. ICME-13 Topical Surveys / edited by G. Kaiser // Procedings of 13th International Congress on Mathematical Education (July 24-31, 2016 in Hamburg, Germany). – SpringerInternational Publishing, 2016.– 32 p.

329. Ríordáin, M. N., Johnston, J., & Walshe, G. (2016). Making mathematics and science integration happen: key aspects of practice. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 47(2), 233–255.

330. Rønning, F. (2016). Innovative education in mathematics for engineers: Some ideas, possibilities and challenges. In R. Göller, R. Biehler, R. Hochmuth, & H.-G. Rück (Eds.), Didactics of mathematics in higher education as a scientific discipline—conference proceedings. Kassel: Universitätsbibliothek Kassel.

331. Roth, W.-M. (2014). Interdisciplinary approaches in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of mathematics education (pp. 647–650). Berlin, Heidelberg: Springer.

332. Solomon, Y., Croft, T., Duah, F., & Lawson, D. (2014). Reshaping understandings of teaching-learning relationships in undergraduate mathematics: An activity theory analysis of the role and impact of student internships. Learning, Culture and Social Interaction, 3(4), 323–333.

333. Stinson, K., Harkness, S. S., Meyer, H., & Stallworth, J. (2009). Mathematics and science Integration: Models and characterizations. School Science and Mathematics, 109(3), 153–161.

334. Treffert-Thomas, S. (2015). Conceptualising a university teaching practice in an activity theoryperspective. Nordic Studies in Mathematics Education, 20(2), 53–77.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А

ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЯ «ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ИНТЕГРАЦИЯ»

Таблица А.1 –Дефиниции термина «интеграция» в образовании

№ п/п	Определение	Источник
1.	Интеграция – сторона процесса развития, связанная с объединением в целое ранее разнородных частей и элементов и характеризуемая ростом объема и интенсивностью взаимосвязей и взаимодействия между элементами, их упорядочиванием и самоорганизацией в некое целостное образование с появление качественно новых свойств	Педагогический энциклопедический словарь [194, с. 116].
2.	Интеграция есть процесс и результат создания неразрывно связанного, единого, целого	И. Д. Зверев., В.Н. Максимова [114]
3.	Интеграция в образовании – объединение, органическое слияние образовательных учреждении, систем, содержания образовательных программ разных предметов или предметных областей	В. И. Загвязинский [109]
4.	Межпредметная интеграция – это естественная взаимосвязь наук, учебных дисциплин, предметов, отдельных разделов и тем на основе объединяющей идеи последовательного, всестороннего раскрытия изучаемых процессов и явлений	Л.Л.Багова [12, с. 9]
5.	Интеграция – феноменальное изначальное единство предметности и межпредметности	А.Я. Данилюк [87, с. 61].
6.	Интеграция образования – это осуществление учеником под руководством учителя последовательного перевода сообщений с одного учебного языка на другой, в процессе которого происходит усвоение знаний, формирование понятий, рождение личностных и культурных смыслов	А.Я. Данилюк [87, с. 232].
7.	Интеграция гуманитарных и технических дисциплин – это процесс формирования целостности, сопровождающийся определенными изменениями ранее разрозненных элементов. Понятие «интеграция содержания гуманитарного образования» отражает единство содержательной и процессуальной сторон обучения	О.Г. Каверина [123]
8.	Интеграция теории и практики обучения – это целенаправленное объединение в целое, согласование и упорядочение теоретических положений и способов практической деятельности в обучении студентов математике	Н. В. Бровка [25, с. 23]

Продолжение таблицы А.1

9.	В педагогическом аспекте под интеграцией следует понимать проектирование и реализацию в работе образовательного учреждения содержания отдельных учебных предметов и целых образовательных областей, способов деятельности,организационных форм и методов обучения наиболее адекватных целостному восприятию учащимися объектов, предметов, явлений и процессов действительности, способствующих гармоничному развитию их личности	А.В. Теремов[270, с. 14]
10.	Метапредметная интеграция – особая форма работы с содержанием образования, направленная на формирование способностей обучаемых, имеющих универсальный, надпредметный характер	Ю.В. Громыко [49].

Приложение Б

ПРИМЕРЫ ДЕЙСТВИЙ ПО ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЕ, ПОДЛЕЖАЩИХ ОСВОЕНИЮ БУДУЩИМИ ИНЖЕНЕРАМИ

Таблица Б.1 – Действия по векторной алгебре, подлежащие освоению студентами инженерных направлений подготовки

№ п/п	Виды действий в зависимости от способа задания объекта	Примеры действий
1	2	3
1.	Действия, оперирующие с объектами, представленными в числовом виде	–исследовать взаимное расположение векторов; –определять, является ли вектор радиус-вектором точки; –вычислять характеристики векторов (модуль, направляющие косинусы, координаты вектора и т. д.); –применять свойства операций над векторами; –применять свойство направляющих косинусов произвольного вектора; –применять свойство скалярного квадрата вектора; –применять свойства произведений векторов; –применять условие коллинеарных векторов; –применять условие перпендикулярности векторов; –применять условие компланарности векторов; –находить сумму и разность векторов, заданных координатами; –находить произведение вектора на произвольное число; – находить скалярное и векторное произведение двух векторов;

Продолжение таблицы Б.1

1	2	3
2.	Действия, оперирующие с объектами, представленными в символьном виде	– находить смешанное произведение трех векторов; – обозначать вектор; – обозначать модуль вектора; – обозначать принадлежность вектора прямой; – обозначать коллинеарные и перпендикулярные вектора; – обозначать радиус-вектор точки; – обозначать равные и противоположные вектора; – обозначать орт вектора и орты координатных осей; – обозначать сумму векторов, разность векторов и умножение вектора на число; – обозначать угол между ненулевыми векторами; – обозначать проекцию ненулевого вектора на ось вектора; – обозначать координаты вектора в прямоугольной системе координат; – обозначать произведения векторов; – записать формулу нахождения проекции ненулевого вектора на другой ненулевой вектор; – записать формулу нахождения модуля вектора, заданного координатами; – записать формулу нахождения направляющих косинусов вектора; – записать формулу нахождения координат вектора; – записать формулы нахождения координат суммы и разности двух векторов; – записать формулу нахождения координат произведения вектора на произвольное число; – записать формулу нахождения орта вектора; – записать формулы нахождения скалярного, векторного и смешанного произведения векторов;

Продолжение таблицы Б.1

1	2	3
		– записать формулу нахождения модуля векторного произведения векторов; – записать формулы нахождения роботы силы и момента силы; – записать формулу нахождения косинуса угла между векторами; – записать формулы нахождения площади треугольника, площади параллелограмма и их высот; – записать формулы нахождения объема параллелепипеда, объёма пирамиды и их высот; – получать условия взаимного расположения векторов; – применять свойства операций с векторами для преобразования векторных выражений; – – переходить от одного способа задания векторов к другому;
3.	Действия, оперирующие с объектами, представленными в графическом виде	– определять, является ли отрезок вектором; – определять начало и конец вектора; – определять направление вектора; – определять принадлежит ли вектор данной оси или прямой; – определять является ли ось осью данного вектора; – исследовать взаимное расположение векторов; – определять, является ли вектор радиус-вектором точки; – определять, является ли векторы равными; – определять угол между вектором и осью; – определять угол между любыми двумя ненулевыми векторами. – определять проекцию вектора на ось другого вектора; – находить сумму и разность векторов по правилу треугольника и параллелограмма; – находить произведение вектора на число; – обозначать направление вектора.

Приложение В

ДАННЫЕ ОБ УТВЕРЖДЕНИИ ГОС ВПО ДЛЯ ИНЖЕНЕРНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ И СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Таблица В.1 – Данные об утверждении ГОС ВПО бакалавров инженерных направлений подготовки приказами МОН ДНР

Шифр направления подготовки	Название направления подготовки	Номер приказа и дата утверждения ГОС ВПО МОН ДНР
1	2	3
09.03.01	"Информатика и вычислительная техника"	№31 от 21.01.2016 г.
09.03.02	"Информационные системы и технологии"	№30 от 21.01.2016 г.
09.03.03	"Прикладная информатика"	№32 от 21.01.2016 г.
09.03.04	"Программная инженерия"	№33 от 21.01.2016 г.
10.03.01	"Информационная безопасность"	№ 287 от 04.04.2016 г.
11.03.01	"Радиотехника"	№34 от 21.01.2016 г.
11.03.02	"Инфокоммуникационные технологии и системы связи"	№35 от 21.01.2016 г.
11.03.04	"Электроника и наноэлектроника"	№36 от 21.01.2016 г.
12.03.01	«Приборостроение»	№995 от 28.09.2016 г.
13.03.01	"Теплоэнергетика и теплотехника"	№37 от 21.01.2016 г.
13.03.02	Электроэнергетика и электротехника	№38 от 21.01.2016 г.
15.03.02	"Технологические машины и оборудование"	№ 397 от 19.04.2016 г.
15.03.04	"Автоматизация технологических процессов и производств"	№ 398 от 19.04.2016 г.
15.03.05	"Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств"	№ 396 от 9.04.2016 г.
15.03.06	"Мехатроника и робототехника"	№ 387 от 19.04.2016 г.
18.03.01	«Химическая технология»	№991 от 28.09.2016 г.
18.03.02	«Энерго- ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии»	№986 от 28.09.2016 г.
20.03.01	Техносферная безопасность	№40 от 21.01.2016 г.

Продолжение таблицы В.1

1	2	3
21.03.02	"Землеустройство и кадастры"	№42 от 21.01.2016 г.
21.03.03	"Геодезия и дистанционное зондирование"	№970 от 29.12.2015 г.
22.03.01	"Материаловедение и технологии материалов"	№971 от 29.12.2015 г.
22.03.02	"Металлургия"	№44 от 21.01.2016 г.
23.03.02	Наземные транспортно-технологические комплексы.	№897 от 15.12.2015 г.
27.03.02	«Управление качеством»	№984 от 28.09.2016 г
27.03.03	"Системный анализ и управление"	№302 от 04.04.2016 г.
27.03.04	«Управление в технических системах»	№1005 от 28.09.2016 г.

Таблица В.2 – Данные об утверждении ГОС ВПО специалистов инженерных направлений подготовки приказами МОН ДНР

Шифр направления подготовки	Название направления подготовки	Номер приказа и дата утверждения ГОС ВПО МОН ДНР
18.05.01	“Химическая технология энергонасыщенных материалов и изделий” (квалификация “инженер”)	№463 от 20.04.2016 г.
20.05.01	"Пожарная безопасность" (квалификация «специалист»)	№947 от 25.12.2015 г.
21.05.02	«Прикладная геология» (квалификация «Горный инженер-геолог»)	№949 от 25.12.2015 г.
21.05.03	"Технология геологической разведки" (квалификация: «Горный инженер-геофизик», «Горный инженер-буровик»)	№950 от 25.12.2015 г.
21.05.04	«Горное дело» (квалификация «Горный инженер (специалист)»)	№951 от 25.12.2015 г.
21.05.06	"Нефтегазовые техника и технологии" (квалификация «Горный инженер (специалист)»)	№942 от 25.12.2015 г.

Приложение Г

ПЕРЕЧЕНЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН, ИЗУЧАЕМЫХ СТУДЕНТАМИ ИНЖЕНЕРНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Таблица Г.1 – Распределение математических дисциплин по семестрам и направлениям подготовки бакалавров

№ по порядку	Факу-льтет	Шифр группы	Математика	Высшая и прикладная математика	Высшая математика	Дискрет. математика	Линейная алгебра, аналит. геометрия	Математический анализ	Диф. уравнения	ТВ и МС	ТВ и вероятн. Процессы и мат. статистика	Вычислительная математ.	Численные методы
1.	ФИММ	ГПМБ	1,2,3										
2.		ИТМБ	1,2,3										
3.		КИТБ	1,2,3										
4.		КСМСБ			1,2					3			
5.		МРСБ	1,2,3										
6.		МСМПБ	1,2,3										
7.	КИТА	АУПБ			1,2,3								
8.		ПСБ			1,2,3							4	
9.		РЭСб			1,2,3								
10.		СУАб			1,2,3								
11.		ТЗИб			1,2,3								
12.		ТКСб				2		1,2,3		3			4
13.		ЭНб	1,2,3							3		4	
14.	КНТ	АСУб			1,2,3	1				3			
15.		ИНФб				1,2	1,2	1,2	3	3			
16.		ИСб				3	1	1,2	3		3		
17.		КМДб				1,2	2	1,2,3					
18.		КСб			1	1							
19.		МИДб				3	1	1,2	3	3			
20.		КИб					1	1,2		3			
21.		ПМКб					1,2	1,2,3	3	3			
22.		ПОб			1,2	1				3			
23.		ПОИСб					1	1,2		3			
24.		САПРб			3		1,2		3	3			

Продолжение таблицы Г.1

25.	ФМЕТ	МТОб			1,2								
26.		МЦМб		1,2									
27.		МЧб		1,2									
28.		ОМДб		1,2									
29.		ПМб			1,2								
30.		ПТТб		1,2									
31.		ТПб			1,2								
32.		ТЭСб			1,2,3								
33.		ЭлМб		1,2									
34.	ЭТФ	СПУб			1,2,3								
35.		СУРКб	1,2,3										
36.		ЭАПУб			1,2,3								
37.		ЭПГб			1,2,3								
38.		ЭСб			1,2,3								
39.		ЭСИСб			1,2,3								

Таблица Г.2 – Распределение естественнонаучных дисциплин по семестрам и направлениям подготовки бакалавров

№ по попядку	Факуль-тет	Шифр группы	**физика**	**Кристаллография**	**Теплотехника**	**Электротехника**	**Физическая химия.**	**Теоретич. механика**	**Технич. Механика**	**Химия**	**Экология**
1.			2					2,3		2	2
2.		ИТМБ	1,2					2,3		2	4
3.		КИТБ	1,2					2,3		2	2
4.		КСМСБ	1,2								2
5.		МРСБ	2					2,3		2	2
6.		МСМПБ	1,2					2,3		2	2
7.	КИТА	АУПБ	1,2							2	
8.		ПСБ	1,2							2	
9.		РЭСб	1,2								1
10.		СУАб	1,2								1
11.		ТЗИб	1,2								
12.		ТКСб	1,2								
13.		ЭНб	1,2								
14.	КНТ	АСУб	1,2			2					1
15.		ИНФб	3								
16.		ИСб	1,2								1
17.		КСб	1,2			2					1
18.		МИДб	1,2			2					1

Продолжение таблицы Г.1

19.		КИб	1								
20.		ПОб	1,2			2					1
21.		ПОИСб	1,2			2					1
22.		САПРб	1,2			2					1
23.	ФМЕТ	МТОб	2,3	3			2			1	4
24.		МЦМб	2,3		3	4	3	2		1	1
25.		МЧб	2,3		3	4	3	2		1	1
26.		ОМДб	2,3		3	4	3	2		1	1
27.		ПМб	2,3	3			2			1	4
28.		ПТТб	2,3		3	4	3	2		1	1
29.		ТПб	1,2					2			
30.		ТЭСб	1,2					2,3	3,4		
31.		ЭлМб	2,3		3	4	3	2		1	1
32.	ЭТФ	СПУб	1,2								
33.		СУРКб	1,2					2,3		2	2
34.		ЭАПУб	1,2								
35.		ЭПГб	1,2								
36.		ЭСб	1,2								
37.		ЭСИСб	1,2								

Приложение Д

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Таблица Д.1 – Содержание курса высшей математики с выделением интегративных действий и знаний

№ п/п	Математические учебные действия и способы действий	Интегративные математические учебные действия	Математические знания	Интегративные знания
1	2	3	4	5
Раздел 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия				
Тема 1. 1. Линейная алгебра				
1.	Вычислять определители произвольных порядков	Использовать определители для решения интегративных задач	Определение определителей и их основные свойства. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца	Алгоритм вычисления определителя разложением по элементам строки или столбца с использованием свойств определителей
2.	Выполнять операции с матрицами (линейные, умножение, нахождение обратной матрицы)	Составлять матрицы, описывающие объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение матриц, виды матриц. Свойства произведения матриц. Определение обратной матрицы Теорема о существовании обратной матрицы	Алгоритм нахождения обратной матрицы
3.	Находить ранг матрицы		Определение ранга матрицы Теоремы о ранге матрицы	Алгоритм нахождения ранга матрицы
4.	Решать систему линейных уравнений (методом Крамера, Гаусса, матричным)	Составлять системы линейных уравнений, описывающих объекты и процессы естественно-научных дисциплин	Определение несовместимой, совместной (определённой и неопределённой) системы линейных уравнений	Формулы Крамера. Формула матричного решения системы линейных уравнений. Алгоритм метода Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
Тема 2. Векторная алгебра				
1.	Переходить от одного способа задания векторов к другим	Составлять векторы, описывающие характеристики объектов и процессов естественнонаучных дисциплин	Определение вектора. Виды векторов. Способы задания векторов	Алгоритм перехода от одного способа задания векторов к другим
2.	Выполнять линейные операции с векторами, заданными координатами	Выполнять линейные операции с векторами и их свойства для решения интегративных задач	Определение и свойства линейных операций над векторами	Правила выполнения линейных операций с векторами, формулы для нахождения суммы, разности векторов, произведения вектора на число
3.	Находить произведения векторов, использовать их свойства для решения практических задач	Решать профессионально направленные задачи, связанные с естественно-научным толкованием произведений векторов	Определение скалярного, векторного, смешанного произведений векторов. Свойства скалярного и смешанного произведения векторов	Выражение скалярного, векторного, смешанного произведений через координаты множителей. Геометрическое и механическое истолкование векторного и смешанного произведения векторов
Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве				
1.	Решать стандартные задачи на прямую R_2 и R_3 с использованием стандартных уравнений и векторной алгебры	Решать интегративные задачи с использованием стандартных уравнений прямой в R_2 и R_3 и векторной алгебры	Определение прямой. Стандартные уравнения прямой в R_2 и R_3. Определение направляющего вектора прямой	Формула угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Формула расстояния от точки до прямой

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
2.	Решать стандартные задачи на плоскость в R_3 с использованием стандартных уравнений и векторной алгебры. Решать задачи на взаимное расположение прямых, плоскостей, прямой и плоскости	Решать интегративные задачи с использованием стандартных уравнений плоскости и векторной алгебры	Определение плоскости. Стандартные уравнения плоскости в R_3. Определение вектора нормали плоскости	Формула угла между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Формула расстояния от точки до плоскости. Формулы взаимного расположения прямой и плоскости в R_3
3.	Решать стандартные задачи на круг, сферу	Решать интегративные задачи с использованием уравнений окружности и сферы	Определение окружности и сферы Канонические уравнения окружности и сферы	Алгоритм составления канонических уравнений окружности и сферы в интегративных задачах
4.	Составлять простые уравнения кривых второго порядка по стандартной информации, упрощать уравнения указанных кривых в простых случаях	Составлять уравнения кривых второго порядка, описывающие объекты и явления естественно-научных дисциплин	Канонические уравнения (основные геометрические толкования) эллипса, гиперболы, параболы	Формулы нахождения координат фокусов, эксцентриситета, директрисы эллипса, гиперболы и параболы. Формулы асимптот гиперболы
5.	Строить поверхности второго порядка методом параллельных сечений, из трех видов информации о поверхности – каноническое уравнение, вид, название – по одному воспроизведение других	Составлять уравнения поверхностей второго порядка, описывающие объекты и явления естественнонаучных дисциплин	Определение поверхности второго порядка	Алгоритм составления канонических уравнений поверхностей второго порядка (эллипсоида, гиперболоидов, конуса, цилиндров)
6.	Изображать линии, заданные параметрическими уравнениями в стандартных случаях	Составлять параметрические уравнения линий, описывающих объекты и явления естественно-научных дисциплин	Параметрическое задание функции.	Алгоритм составления уравнений кривых в параметрической форме в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
7.	Изображать кривые второго порядка по каноническим уравнениям, решать задачи с такими кривыми, приводить уравнения кривых второго порядка к каноническому виду в простейших случаях	Составлять канонические уравнения кривых второго порядка по простой информации, описывающей объекты и явления естественно-научных дисциплин	Определение кривой второго порядка. Формулы преобразования координат на плоскости (перенос и поворот)	Алгоритм преобразования координат на плоскости (перенос и поворот) в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин
8.	Изображать линии в полярных координатах по их уравнениям в стандартных случаях, преобразовывать уравнения линий из полярных в декартовы и наоборот	Составлять уравнения линий в полярных координатах, описывающие объекты и явления естественно-научных дисциплин	Описание полярной системы координат. Формула перехода от декартовых координат к полярным и наоборот. Уравнение циклоиды	Алгоритм перехода от декартовых координат к полярным и наоборот в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин.
Тема 4. Линейные операторы				
1.	Записывать линейные операторы с помощью матриц	Составлять линейные операторы, описывающие объекты естественно-научных дисциплин	Определение линейного оператора, матрицы линейного преобразования. Формула выражения линейного преобразования через матрицы	Алгоритм выражения линейного преобразования через матрицы в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин
2.	Находить матрицы произведения линейных преобразований и обратного преобразования	Составлять матрицы произведения линейных преобразований и обратного преобразования в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин	Определение невырожденного преобразования, матрицы преобразования. Формула произведения преобразований и обратного преобразования	Алгоритм произведения преобразований и обратного преобразования в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
3.	Находить собственные числа и собственные векторы линейных преобразований	Использовать собственные числа и собственные векторы линейного оператора для исследования объектов и явлений естественно-научных дисциплин	Определение характеристического уравнения и характеристического многочлена. Определение собственных чисел и собственных векторов	Формула нахождения собственных чисел и собственных векторов линейных преобразований
4.	Находить матрицы линейных преобразований при переходе к новому базису	Осуществлять переход к новому базису в интегративных задачах из области естествен-нонаучных дисциплин	Определение матрицы перехода к новому базису. Формулы нахождения матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису.	Алгоритм нахождения матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин
5.	Записывать квадратичные формы с помощью матриц	Составлять квадратичные формы, описывающие объекты и их связи естественнонаучных дисциплин	Определение квадратичных форм. Определение матрицы квадратичной формы. Формула записи квадратичных форм в матричном виде	Алгоритм записи квадратичных форм в матричном виде в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин
6.	Приводить квадратичные формы к каноническому виду и применять такое приведение к упрощению уравнений линий второго порядка	Применять приведение квадратичных форм к каноническому виду к упрощению уравнений линий второго порядка в интегративных задачах из области естествен-нонаучных дисциплин	Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах	Алгоритм приведения квадратичных форм к каноническому виду для упрощения уравнений линий второго порядка в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
7.	Распознавать линейные пространства среди других в простых случаях	Описывать линейными пространствами объекты и процессы естественно-научных дисциплин	Определение линейного пространства, изоморфных соответствий. Аксиомы линейного пространства	Алгоритм описания линейными пространствами объектов и процессов естественнонаучных дисциплин
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной				
Тема М. Теория пределов				
1.	Строить графики элементарных функций	Составлять функции описывающие объекты, процессы и явления естественнонаучных дисциплин	Определение функции, области определения и области значений. Свойства функций. Правила преобразования графиков элементарных функций	Определение функции, области определения и области значений и свойств функций в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин
2.	Находить пределы последовательностей и функций	Использовать пределы для исследования функций, описывающих поведение технических объектов естественнонаучных дисциплин	Определение предела последовательности. Определение предела функции в бесконечности и в точке. Теоремы о пределах функций и последовательностей	Алгоритм нахождения предел суммы, произведения, предел функции, заключённой между двумя другими в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин
3.	Находить пределы последовательностей и функций, в том числе с помощью стандартных пределов	Использовать приемы раскрытия неопределенностей при исследовании функций, описывающих поведение технических объектов естественно-научных дисциплин	Виды неопределённостей $\{\frac{0}{0}\}$, $\{1^{\infty}\}$. Теорема о первом и втором стандартном пределах	Алгоритм раскрытия неопределенностей в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин
4.	Сравнивать бесконечно малые величины.		Определение бесконечно малых и бесконечно больших величин	Теоремы о свойствах бесконечно малых (БМ) последовательностей или функций

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
5.	Находить предел с заменой функций эквивалентными им бесконечно малыми		Определение эквивалентных бесконечно малых функций	Теорема о связи между пределами эквивалентных бесконечно малых
6.	Исследовать функцию на непрерывность. Выяснять характер разрыва функций		Определение непрерывности функции. Определение односторонних пределов функции. Определение точек разрыва	Теоремы о свойствах непрерывных функций
Тема 2.2. Дифференцирование функции одной переменной				
1.	Находить производную по определению для явно заданных функций		Определение производной функций, заданных явно. Свойства производной функций	Формулы производных основных элементарных функций
2.	Находить производную первого порядка по таблице производных и их свойствам в случае явно, неявно, параметрически заданных функций	Решать интегративные задачи с применением диффернцирования функций, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение функций, заданных неявно и параметрически. Теорема о дифференцировании сложной функции. Алгоритм логарифмического дифференцирования	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, для нахождения которых необходимо вычисление производной первого порядка по таблице производных и их свойствам в случае явно, неявно, параметрически заданных функций
3.	Находить производные высших порядков явно, неявно, параметрически заданных функций	Решать интегративные задачи с применением геометрического, механического и физического толкования производной	Определение производной n-го порядка. Определение касательной и нормали к графику функции. Формула Лейбница.	Определение ускорения и теплоемкости тела. Алгоритм нахождения объектов естественнонаучных дисциплин с применением производных старших порядков

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
4.	Находить дифференциал (в том числе и по определению)	Применять дифференциал к приближенным вычислениям и оценкам погрешностей функций, описывающих естественнонаучные объекты и процессы	Определение дифференциала функции. Свойства дифференциала. Определение дифференцированной функции. Свойство инвариантности формы (первого) дифференциала	Алгоритм применения дифференциала к приближенным вычислениям и оценкам погрешностей функций, описывающих естественно-научные объекты и процессы
5.	Оценивать функции с помощью теорем Ролля и Лагранжа	Применять теоремы Ролля и Лагранжа к оценке функций, описывающих естественно-научные объекты и процессы	Правила нахождения производной функции Теоремы о дифференцируемых функциях (Ролля, Лагранжа)	Алгоритм применения теоремы Ролля и Лагранжа к оценке функций, описывающих естественнонаучные объекты и процессы
6.	Находить пределы функций с помощью правила Лопиталя	Применять правило Лопиталя для нахождения пределов в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин	Теорема Лопиталя	Алгоритм применения теоремы Лопиталя к вычислению пределов функций, описывающих естественнонаучные объекты и процессы
7.	Разложение элементарных функций по формуле Тейлора	Нахождение разложения по формуле Тейлора функций, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение многочлена Тейлора для функции $f(x)$. Формула Тейлора для многочлена	Алгоритм нахождение разложения по формуле Тейлора функций, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин
Тема 2.3. Применение производной к исследованию функций и построения их графиков				
1.	Исследовать функцию на монотонность, экстремум, выпуклость, проводить полное исследование функций с построением их графиков	Решать интегративные задачи естественнонаучных дисциплин на наибольшее и наименьшее значение функций на отрезке, экстремум.	Определение монотонной функции, точки локального экстремума функции, точки перегиба графика функции. Теоремы об условиях монотонности, экстремума, выпуклости и вогнутости функций	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, которые описываются функциями

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
2.	Находить уравнение асимптот графика функции	Решать интегративные задачи естественно-научных дисциплин на нахождение асимптот графика функции	Определение асимптот графика функции. Типы асимптот. Формулы для нахождения асимптот функций	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, которые описываются функциями, имеющими асисмптоты
3.	Находить кривизну плоской кривой	Решать интегративные задачи естественно-научных дисциплин на нахождение кривизны плоской кривой	Определение кривизны плоской кривой. Формулы для нахождения кривизны плоской кривой	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, которые описываются функциями, задающими плоские кривые
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной независимой переменной				
Тема 3.1. Неопределенный интеграл				
1.	Вычислять неопределенные интегралы по таблице, применять свойства неопределенных интегралов для их вычисления	Решать интегративные задачи с применением интегрирования функций, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение первообразной функции. Определение неопределенного интеграла функции. Теорема об общем виде всех первообразных данной функции, свойства неопределенного интеграла	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, для нахождения которых необходимо вычисление неопределенные интегралы по таблице и их свойствам
2.	Находить неопределенный интеграл заменой переменных и методом интегрирования по частям	Решать интегративные задачи с применением интегрирования функций, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение дифференциала функции. Формула интегрирования заменой переменной и по частям	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, для нахождения которых необходимо вычисление неопределенных интегралов методами замены переменных и интегрирования по частям

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
3.	Интегрировать некоторые выражения с тригонометрическими и иррациональными функциями, с помощью тригонометрических подстановок	Решать интегративные задачи с применением интегрирования иррациональных функций, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Первая и вторая подстановки Эйлера. Определение биномиального дифференциала	Приемы интегрирования некоторых выражений с тригонометрическими и иррациональными функциями, с помощью тригонометрических подстановок в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
Тема 3.2. Определенный интеграл и его применение				
1.	Вычислять определенный интеграл от непрерывной функции	Решать интегративные задачи с применением определенного интеграла от функций, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение определенного интеграла, свойства определенного интеграла. Теорема о существовании первообразной для непрерывной функции, формула Ньютона-Лейбница	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, для нахождения которых необходимо вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница их свойствам
2.	Вычислять определенные интегралы заменой переменных и по частям	Решать интегративные задачи с применением интегрирования функций, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение интеграла с переменным верхним пределом. Формула замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла.	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, для нахождения которых необходимо вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница методами замены переменных и интегрирования по частям
3.	Применять свойства определенного интеграла для его оценки и вычислений	Находить среднее на множестве значений функций, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Свойства определенного интеграла, теорема о среднем значении. Алгоритм нахождения среднего значения функции	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, для нахождения которых необходимо находить среднее на множестве значений функций

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
4.	Геометрические приложения определенного интеграла	Вычислять площади фигур, длины дуги, объемы некоторых тел, площади поверхности вращения для функций, описывающих объекты и процессы естественно-научных дисциплин	Обозначение квадрированной плоской фигуры, объема тела, тела вращения, длины дуги, спрямляемой кривой Формулы вычисления площадей фигур, длин дуг, объемов тел с помощью определенного интеграла в декартовых и полярных координатах	Приемы вычисления площади фигур, длины дуги, объемы некоторых тел, площади поверхности вращения для функций, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
5.	Применять определенный интеграл для нахождения физических величин	Вычислять работу переменной силы, силы давления жидкости на пластинку, или иных характеристик объектов естественнонаучных дисциплин	Определение физических величин, которые можно вычислить	Формулы для вычисления работы переменной силы, силы давления жидкости на пластинку, или других физических величин
6.	Вычислять интегралы, зависящие от параметра	Вычислять интегралы, зависящие от параметра, в интегративных задачах из области естественно-научных дисциплин	Определение интегралов, зависящих от параметра и их свойства. Определение равномерной сходимости. Теорема Лейбница для интегралов, зависящих от параметра. Необходимые и достаточные условия равномерной сходимости	Приемы вычисления интегралов, зависящих от параметра в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин (гамма - функция (Эйлеров Интеграл 2-го рода))

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
7.	Исследовать на сходимость несобственные интегралы первого и второго рода по определению и признакам	Вычислять несобственные интегралы первого и второго рода в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин	Определение несобственных интегралов первого и второго рода. Признаки сходимости несобственных интегралов. Признаки Дирихле и Абеля. Особые методы вычисления несобственных интегралов	Вычислять несобственные интегралы в интегративных задачах из области естественнонаучных дисциплин (в частности, интеграл Эйлера-Пуассона)
Тема 3.3. Численное интегрирование				
1.	Приближенно вычислять определенный интеграл по формулам прямоугольников и трапеций и определять величины погрешности	Приближенно вычислять определенные интегралы в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин	Определение относительной и абсолютной погрешностей Формулы прямоугольников и трапеций для приближенного вычисления определенного интеграла	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, для нахождения которых необходимо приближенное вычисление определенных интегралов
Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (ФНП)				
Тема 4.1. Дифференцирование функций нескольких переменных				
1.	Находить и строить область определения функций двух переменных	Составлять функции двух переменных, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Понятие функции двух переменных, ее графика. Линии уровня функции $z=f(x,y)$. Алгоритм решения неравенств с несколькими переменными	Алгоритм нахождения и построения области определения функций двух переменных при решении интегративных задач естественнонаучных дисциплин
2.	Находить пределы ФНП	Находить пределы ФНП, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение предела функции двух переменных. Теоремы о пределах ФНП	Приемы нахождения пределов ФНП, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
3.	Находить частные, полные, по направлению производные ФНП	Дифференцировать ФНП при решении интегративных задач естественнонаучных дисциплин	Определение дифференцируемой ФНП. Определение производной по направлению функции двух переменных. Формула производной сложной функции, полной производной, производной по направлению	Практическое толкование производных ФНП в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
4.	Находить градиент ФНП	Исследовать с помощью градиента ФНП, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение градиента. Свойства и практическое толкование градиента.Формула градиента ФНП	Практическое толкование градиентов при решении интегративных задач естественнонаучных дисциплин
5.	Находить производные неявных ФНП	Дифференцировать ФНП, заданные неявно, при решении интегративных задач естественнонаучных дисциплин	Определение неявной ФНП. Формула производной функции нескольких перемнных, заданной неявно	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, описываемые с помощью ФНП, заданных неявно
6.	Находить дифференциал ФНП	Применять дифференциал к приближенным вычислениям и оценкам погрешностей вычислений ФНП, описывающих естественнонаучные объекты и процессы	Определение дифференциала ФНП Формула дифференциала ФНП. Теорема об инвариантности формы первого дифференциала	Алгоритм применения дифференциала к приближенным вычислениям и оценкам погрешностей ФНП, описывающих естественнонаучные объекты и процессы

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
7.	Находить производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных	Для функций двух переменных, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, находить производные и дифференциалы высших порядков	Определение производных и дифференциалов функции двух переменных. Правила дифференцирования функции одной переменной. Теорема Шварца	Алгоритм нахождения производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных, , описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин
8.	Применять полный дифференциал ФНП в приближенных вычислениях	Вычислять приближенные значения ФНП, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение полного дифференциала ФНП. Формула применения дифференциала к приближенным вычислениям и оценке погрешности	Алгоритм вычисления приближенных значений ФНП, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин
9.	Раскладывать функции двух переменных по формуле Тейлора	Нахождение разложения по формуле Тейлора функций двух переменных, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение приращения функции двух переменных. Формула Тейлора для функции двух переменных	Алгоритм нахождение разложения по формуле Тейлора функций двух переменных, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин
Тема 4.2. Исследование ФНП с помощью производных				
1.	Исследовать ФНП на локальный экстремум	Решать интегративные задачи естественнонаучных дисциплин на наибольшее и наименьшее значение функций в замкнутой области, локальный экстремум	Определение точки экстремума функцию нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума ФНП	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, которые описываются ФНП

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
4.	Исследовать ФНП на условный экстремум с проверкой достаточных условий	Решать интегративные задачи естественно-научных дисциплин на условный экстремум	Определение условного экстремума, необходимые и достаточные условия существования экстремума с ограничениями (условного экстремума)	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, которые описываются ФНП
5.	Находить параметры линейной и квадратичной зависимостей методом наименьших квадратов и экспериментальными данными	Составление зависимостей методом наименьших квадратов и экспериментальными данными естественнонаучных дисциплин	Определение нормальной системы метода наименьших квадратов	Алгоритм нахождения параметров линейной и квадратичной зависимостей с помощью метода наименьших квадратов в интегративных задачах
6.	Находить наибольшее и наименьшее значение функций в замкнутых областях	Решать практические задачи на наибольшее и наименьшее значения естественнонаучных дисциплин	Определение абсолютного экстремума	Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции нескольких переменных в замкнутых областях
7.	Находить производные вектор-функции скалярных аргументов	Описывать объекты и процессы естественнонаучных дисциплин вектор-функциями скалярного аргумента. Дифференцировать вектор-функции скалярного аргумента при решении интегративных задач	Определение вектор-функции скалярного аргумента и ее производной. Определение годографа векторной функции. Формула производной вектор-функции скалярного аргумента	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, описываемые вектор-функциями скалярного аргумента. Алгоритм нахождения производной вектор-функции скалярного аргумента при решении интегративных задач

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
8.	Находить первую и вторую производные вектор-функции скалярного аргумента по длине дуги	Дифференцировать по длине дуги вектор-функции скалярного аргумента при решении интегративных задач	Определение производной по длине дуги. Формулы первой и второй производных вектора по длине дуги	Алгоритм нахождения первой и второй производных по длине дуги вектор-функции скалярного аргумента при решении интегративных задач
9.	Находить кривизну пространственной кривой	Описывать пространственные кривые естественнонаучных дисциплин вектор-функциями скалярного аргумента. Находить кривизну пространственной кривой при решении интегративных задач	Определение кривизны пространственной кривой. Формула кривизны пространственной кривой	Алгоритм нахождения кривизны пространственной кривой при решении интегративных задач
10.	Находить кручение кривой	Находить кручение пространственной кривой при решении интегративных задач	Определение кручения пространственной кривой. Формула кручения	Алгоритм нахождения кручения пространственной кривой при решении интегративных задач
Раздел 5. Обыкновенные дифференциальные уравнения				
Тема 5.1. Дифференциальные уравнения (ДУ) первого порядка				
1.	Находить решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) первого порядка с разделяющимися переменными	Составлять дифференциальные уравнения первого порядка, описывающие процессы естественнонаучных дисциплин	Определение дифференциального уравнения (ОДУ) первого порядка и его решения. Определение задачи Коши (задачи с начальными условиями). Определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными	Алгоритм решения ОДУ первого порядка с разделяющимися переменными в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
2.	Находить решения однородных ОДУ первого порядка	Составлять однородные ОДУ первого порядка, описывающие процессы естественнонаучных дисциплин	Определение однородного ОДУ первого порядка. Общий вид ДУ, которые приводятся к однородным ДУ	Метод решения однородных ДУ первого порядка. Алгоритм сведения ДУ к однородным в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
3.	Находить решение линейных ОДУ, уравнений Бернулли, ОДУ в полных дифференциалах	Описывать процессы естественнонаучных дисциплин линейными ОДУ, уравнениями Бернулли, ОДУ в полных дифференциалах, находить общиеи частные решения ОДУ в интегративных задачах	Общий вид уравнения Бернулли, определение уравнения в полных дифференциалах, интегрирующего множителя	Алгоритмы метод сведения уравнения Бернулли к линейным ОДУ 1-го порядка, метода решения ОДУ в полных дифференциалах при решении интегративных задач естественнонаучных дисциплин
Тема 5.2. Дифференциальные уравнения второго порядка и высших порядков				
1.	Находить решения ОДУ второго и высших порядков. Находить решения ДУ в простейших случаях снижения порядка	Составлять дифференциальные уравнения второго порядка, описывающие процессы естественнонаучных дисциплин. Находить решения ОДУ второго и высших порядков в интегративных задачах	Общий и вид уравнения второго порядка. Общий вид уравнений высших порядков. Общее решение ОДУ n-го порядка. Теорема о существовании единстве решения.	Алгоритмы понижения порядка в ОДУ высших порядков, описывающих процессы естественнонаучных дисциплин

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
2.	Находить общее решение линейных однородных ОДУ. Находить общее решение линейных однородных ОДУ с постоянными коэффициентами с помощью характеристических уравнений	Описывать процессы естественнонаучных дисциплин линейными однородными ОДУ, находить общие и частные решения линейных ОДУ с помощью характеристических уравнений в интегративных задачах	Определение линейных ДУ n-го порядка. Общий вид линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Определение характеристического уравнения, линейно зависимых и независимых функций. Определение определителя Вронского. Теорема о решении линейного однородного ДУ второго порядка.	Алгоритм решения линейного однородного ДУ второго порядка в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
3.	Находить общее и частное решения линейных неоднородных ДУ. Находить общее и частное решения линейных неоднородных ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами с помощью характеристических уравнений и метода неопределенных коэффициентов	Описывать процессы естественнонаучных дисциплин линейными неоднородными ОДУ, находить общие и частные решения линейных ОДУ с помощью характеристических уравнений и метода неопределенных коэффициентов в интегративных задачах	Общий вид линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Определение общего решения линейного неоднородного ДУ n-го порядка. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного ДУ второго порядка.	Алгоритм решения линейного неоднородного ДУ второго порядка в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
4.	Решать линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка в случае постоянных коэффициентов со специальной правой частью	Составлять линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка в случае постоянных коэффициентов со специальной правой частью, описывающих процессы естественнонаучных дисциплин	Теорема о структуре общего решения линейных неоднородных ДУ второго порядка со специальной правой частью	Формулы решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка в случае постоянных коэффициентов и специальной правой части
5.	Находить частное решение линейных неоднородных ОДУ второго порядка с помощью метода вариации постоянных	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин решать линейные неоднородные ОДУ второго порядка с помощью метода вариации постоянных	Методы решения систем линейных уравнений	Алгоритм решения линейных неоднородных ОДУ второго порядка методом вариации постоянных в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
6.	Находить общее и частное решения систем линейныхОДУ	Описывать процессы естественнонаучных дисциплин системами линейных ОДУ. В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин решать системы линейныхОДУ	Определение системы линейных ОДУ. Определение нормальной системы ОДУ. Общий вид системы линейных ОДУ. Общий вид системы линейных ОДУ с устойчивыми коэффициентами	Теорема о существовании и единстве решения. Формула матричного записи нормальной системы ОДУ. Алгоритм сведения системы линейных уравнений к одному линейному ОДУ соответствующего порядка

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
7.	Решать уравнение колебаний материальной точки с одной степенью свободы	Применять ДУ при составлении математических моделей интегративных задач геометрического, физического, механического содержания	Вид уравнения колебаний материальной точки с одной степенью свободы	Формула решений уравнения колебаний материальной точки с одной степенью свободы в случаях затухающих свободных и вынужденных колебаний
Тема 5.3. Приближенное решение дифференциальных уравнений				
1.	Приближенно решать ОДУ методами итераций, Эйлера, Рунге-Кута и оценки соответствующей погрешности	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин приближенно решать ОДУ методами итераций, Эйлера, Рунге-Кута	Определение погрешности обрыва, погрешности округления, разностного уравнения. Формула приближенного решения ДУ методами итераций, Эйлера, Рунге-Кутта	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, для нахождения которых необходимо приближенное решение ОДУ.
Раздел 6. Числовые и функциональные ряды				
Тема 6.1. Числовые ряды				
1.	Находить сумму ряда. Исследовать на сходимость ряды по значению суммы ряда	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин описывать процессы и объекты с помощью числовых рядов	Теоремы о линейных операциях над рядами. Критерии сходимости ряда и его остатка. Необходимое условие сходимости ряда	Алгоритм исследования на сходимость ряды по значению суммы ряда в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
2.	Исследовать на сходимость числовые ряды с положительными членами.	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин описывать процессы и объекты с помощью числовых рядов с положительными членами	Определение сходимости произвольного ряда. Определение знакопеременных рядов (ряд Лейбница). Теоремы сравнения, признак Даламбера, Коши, интегральный признак	Алгоритм исследования на сходимость числовых рядов с положительными членами при решении интегративных задач

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
3.	Исследовать на сходимость ряды с членами произвольного знака	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин описывать процессы и объекты с помощью числовых рядов с членами произвольного знака	Условия сходимости обобщенного гармонического ряда. Теорема Лейбница для знакопеременных рядов	Алгоритм исследования на сходимость числовых рядов с членами произвольного знака при решении интегративных задач
Тема 6.2. Функциональные ряды				
1.	Исследовать на равномерную сходимость функциональные ряды и определять область их сходимости	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин описывать процессы и объекты с помощью функциональных рядов и определять область их сходимости	Определение функционального ряда и его свойства. Определение сходящегося, абсолютно сходящегося, равномерно сходящегося функционального ряда.	Критерий Коши равномерной сходимости функциональных рядов. Признак Вейерштрасса. Теорема о применении равномерной сходимости функциональных рядов. Свойства сходящихся рядов
2.	Исследовать на сходимость степенные ряды и находить их радиус сходимости	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин описывать процеессы и объекты с помощью функциональных рядов степенных рядов и находить их радиус сходимости	Определение степенного ряда и его свойства. Определение сходящегося, равномерно сходящегося степенного ряда. Радиус сходимости степенных рядов	Теорема Абеля Теоремы о почленном интегрировании и почленном дифференцировании степенного ряда
3.	Разложить функцию в ряд Тейлора или Маклорена	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин описывать процессы и объекты с помощью рядов ряд Тейлора или Маклорена	Определение ряда Тейлора функции f(x) и его коэффициентов. Частный случай ряда Тейлора – ряд Маклорена	Условия разложения функции в ряд Тейлора или Маклорена. Стандартные разложения элементарных функций в степенные ряды. Формула Эйлера

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
4.	Применять степенные ряды для приближения функций многочленами, интегрирования функций, нахождения значений и пределов функций, решения дифференциальных уравнений	Приближение функций многочленами, интегрирование функций, нахождение значений и пределов функций, решение дифференциальных уравнений, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение точности приближенного вычисления значения функции. Формула Эйлера, стандартные разложения функций в ряды Тейлора и Маклорена	Функции и дифференциальные уравнения, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин
5.	Раскладывать функции в ряд Фурье	Описывать с помощью рядов Фурье характеристики объектов и процессов естественнонаучных дисциплин	Определение тригонометрического ряда и ряда Фурье функции f(x) и коэффициентов Фурье. Определение ортогональной системы функций. Определение четной и нечетной функций	Теорема о ортогональности тригонометрической системы функций. Формулы коэффициентов тригонометрических рядов Фурье для функций с периодом 2π и $2l$, комплексная форма указанных рядов и их коэффициентов
6.	Исследовать на сходимость тригонометрические ряды Фурье по соответствующим признакам	Применять тригонометрические ряды Фурье для нахождения сумм числовых рядов, решение дифференциальных уравнений естественнонаучных дисциплин	Признаки сходимости тригонометрического ряда Фурье. Свойства преобразования Фурье	Формула коэффициентов рядов Фурье по ортонормированным системам (общий случай). Формула интеграла Фурье

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы				
Тема 7.1. Вычисление кратных интегралов				
1.	Сведение двойных интегралов к повторным. Вычисление двойных интегралов в случае прямоугольной и криволинейной областей	Находить объекты естественнонаучных дисциплин с помощью двойных интегралов	Определение двойного интеграла и его свойства	Формулы вычисления двойного интеграла для объектов естественнонаучных дисциплин, которые можно вычислить с помощью двойных интегралов
2.	Выполнять замену переменных в кратных интегралах	Находить объекты естественнонаучных дисциплин с помощью двойных интегралов, выполняя замену переменных	Определение Якобиана. Формула замены переменных в двойном интеграле	Формула замены переменных в двойном интеграле для объектов естественнонаучных дисциплин, которые можно вычислить с помощью двойных интегралов, выполняя замену переменных
3.	Вычислять тройные интегралы в стандартных случаях	Находить объекты естественнонаучных дисциплин с помощью тройных интегралов	Определение тройного интеграла. Описание декартовых, цилиндрических и сферических координат	Формулы связи между декартовыми координатами и цилиндрическими, между декартовыми координатами и сферическими
Тема 7.2. Вычисление криволинейных интегралов				
1.	Вычислять криволинейные интегралы в стандартных случаях	Находить объекты естественнонаучных дисциплин с помощью криволинейных интегралов	Определение криволинейного интеграла 1-го и 2-го рода	Формулы вычисления криволинейных интегралов по длине дуги и по координатам. Условия независимости криволинейного интеграла от пути
2.	Использовать формулу Грина для исследования криволинейного интеграла, находить функции по ее полному дифференциалу	Находить объекты естественнонаучных дисциплин с помощью криволинейных интегралов по формуле Грина	Понятие частных производных функций нескольких переменных. Определение полного дифференциала функции нескольких переменных	Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
Тема 7.3. Применение кратных и криволинейных интегралов				
1.	Применять кратные и криволинейные интегралы к вычислению физических величин	Находить объемы тел, в частности, цилиндрических тел, площадей плоских пластин, площадей поверхностей вращения, статических моментов, моментов инерции, координат центра масс плоской пластины и тел, работы силового поля	Определение массы, статических моментов, центра тяжести, момента инерции, работы силового поля	Формулы площади плоской фигуры, объема тела, площади поверхности, массы, статических моментов, центра тяжести, момента инерции, координат центра масс плоской пластины
Раздел 8. Векторное поле				
Тема 8.1. Дифференциальные и интегральные характеристики векторных полей				
1.	Вычислять поверхностные интегралы 1-го и 2-го типов.	Применять поверхностные интегралы для нахождения объема тела в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин	Определение поверхностных интегралов 1-го и 2-го типов. Свойства поверхностных интегралов	Формулы призведения поверхностных интегралов 1-го типа к обычному двойному интегралу. Простейшие частные случаи поверхностных интегралов 2-го типа. Общий случай
2.	Составлять уравнения векторных полей и векторных линий	Находить векторные поля и векторные линии, описывающие объекты и процессы естественно-научных дисциплин	Определение векторного поля и векторных линий. Определение потенциаль-ного векторного поля и его свойства	Формула градиента функции нескольких переменных
3.	Применять теоремы Стокса и Остро-градского для нахождения интеграль-ных (поток, цирку-ляция) и дифференциальных (дивергенция, ротор) ха-рактеристик векторного поля	Находить характеристики векторных полей и векторных линий, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Определение и свойства дивергенции. Определение циркуляции и ротора векторного поля. Свойства ротора	Формула Остроградского для вычисления дивергенции векторного поля. Формула Стокса

Продолжение таблицы Д.1

Тема 8.2. Применение векторных полей				
1.	Практическое толкование интегральных и дифференциальных характеристик векторного поля	Находить вектор потока тепла, плотности источников векторного потенциала	Определение вектора потока тепла, плотности источников векторного потенциала	Физическое толкование ротора. Теорема о циркуляции потенциального поля
2.	Выделять соленоидальные и потенциальные поля среди других	Выделять соленоидальные и потенциальные поля, описывающие объекты и процессы естественнонаучных дисциплин	Свойства простейших векторных полей	Закон сохранения интенсивности соленоидального поля (Теорема о потоке соленоидного поля через различные сечения векторной трубки)
3.	Выполнять дифференциальные операции второго порядка с помощью операторов Гамильтона и Лапласа	Для векторных полей, описывающих объекты и процессы естественнонаучных дисциплин Выполнять дифференциальные операции второго порядка	Свойства операторов Гамильтона и Лапласа дифференциальных операций второго порядка (попарные комбинации символов grad, rot, div)	Алгоритм дифференцирования с помощью операторов Гамильтона и Лапласа для векторных полей, описывающих объекты и процессы естественно-научных дисциплин
Раздел 9. Дифференциальные уравнения в частных производных.				
Тема 9.1. Сведение к каноническому виду и точное решения уравнений в частных производных				
1.	Сводить общую форму уравнения в частных производных второго порядка к канонической форме в случаях уравнений гиперболического, эллиптического, параболического типов	Составлять уравнения в частных производных второго порядка, описывающие процессы и явления естественнонаучных дисциплин	Определения дифференциального уравнения в частных производныхи его решения, основных типов уравнений математической физики	Алгоритм перехода от общей формы уравнений в частных производных второго порядка к канонической форме в случаях уравнений гиперболического, эллиптического, параболического типов

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
Тема 9.2. Метод сеток решения уравнений в частных производных				
1.	Решать волновое уравнение методами Даламбера и Фурье	Описывать волновым уравнением процессы естественнонаучных дисциплин	Общий вид уравнения колебаний струны (волновое). Определение собственных значений и собственных функций. Формулы решений волнового уравнения методами Даламбера и Фурье	Алгоритмы решений волнового уравнения методами Даламбера и Фурье
2.	Решать уравнения теплопроводности (диффузии) методом Фурье	Описывать уравнением теплопроводности (диффузии)процессы естественнонаучных дисциплин	Уравнение теплопроводности	Метод Фурье (случай бесконечного стержня)
3.	Применять функции Бесселя при решении уравнений в частных производных	Описывать волновым уравнением уравнений в частных производных процессы естественнонаучных дисциплин, для решения которых применяются функции Бесселя	Общий вид функций Бесселя, уравнение Бесселя Аналитическое выражение функций Бесселя, как решения уравнения Бесселя	Алгоритм применени функций Бесселя при решении уравнений в частных производных в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
4.	Решать уравнения Лапласа	Описывать уравнением Лапласа процессы естественнонаучных дисциплин	Определение гармонической функции, оператора Лапласа	Уравнение Лапласа
5.	Находить приближенное решение уравнения теплопроводности (диффузии) методом сеток	Описывать уравнения теплопроводности процессы естественнонаучных дисциплин	Описание метода сеток. Формула решения уравнения теплопроводности методом сеток	Алгоритм решения уравнения теплопроводности методом сеток в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
Раздел 10. Функции комплексной переменной				
Тема 10.1. Дифференцирование и интегрирование функций комплексной переменной (ФКП)				
1.	Выполнять действия с комплексными числами	Описывать с помощью комплексных чисел объекты естественно-научных дисциплин	Определение комплексного числа, его модуля, аргумента, сопряжённого комплексного числа. Действия над комплексными числами	Изображение плоскости комплексной переменной в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
2.	Выполнять переход от одной формы записи комплексного числа к другим	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин выполнять переход от одной формы записи комплексного числа к другим	Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа	Формула Эйлера. Формула Муавра. Формула арифметического корня из комплексного числа
3.	Использовать свойства основных элементарных ФКП. Находить действительную и мнимую части ФКП	Использовать ФКП для описания характеристик объектов естественно-научных дисциплин	Понятие функции комплексной переменной (ФКП). Свойства основных элементарных ФКП	Формулы для рациональной, показательной, логарифмической, тригонометрической комплексной функции
4.	Находить производные ФКП	дифференцировать ФКП в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин	Определение пределов, непрерывности и производной ФКП	Формула производной комплексной функции действительной переменной. Условия Даламбера-Эйлера
5.	Проверять и применять условия Коши-Римана (нахождение ФКП по действительной или мнимой ее части)	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить ФКП по действительной или мнимой ее части	Определение частных производных функции двух переменных .Условия Коши-Римана	Алгоритм нахождения ФКП по действительной или мнимой ее части в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
6.	Решать задачи на геометрическое толкование модуля и аргумента производной	Решать интегративные задачи на геометрическое толкование модуля и аргумента производной	Определение аналитических и гармонических функций. Общий вид уравнения Лапласа. Теорема о связи аналитических функций с гармоническими	Геометрическое толкование модуля и аргумента производной ФКП в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
7.	Находить интегралы от ФКП	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин интегрировать ФКП	Определение криволинейного интеграла	Формула вычисления интеграла от ФКП. Условия независимости интеграла от пути интегрирования
8.	Применять интегральные формулы Коши для ФКП и ее производных	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин применять интегральные формулы Коши для ФКП и ее производных	Определение интеграла Коши	Центральная теорема Коши. Интегральные формулы Коши для ФКП и ее производных
Тема 10.2. Конформные отображения				
1.	Находить функции, отображающие одно указанное множество на другое и образы заданных множеств при отображениях с помощью ФКП в стандартных случаях	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить функции, отображающие одно указанное множество на другое	Определение конформного отображения	Теорема о отображении с помощью линейной, дробно-линейной, степенной, экспоненциальной функций

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
Тема 10.3. Ряды Тейлора, Лорана, вычеты				
1.	Разложения ФКП в их ряды Тейлора и Лорана	Представлять ФКП, описывающие характеристики объектов естественнонаучных дисциплин с помощью рядов Тейлора и Лорана	Определение степенного ряда в комплексной области и его области сходимости. Действия над сходящимися степенными рядами. Общий вид ряда Лорана	Формула ряда Тейлора для ФКП. Теоремы о разложение ФКП в ряд Тейлора и Лорана. Формулы коэффициентов ряда Лорана
2.	Исследовать степенные ряды для ФКП на сходимость	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин исследовать степенные ряды для ФКП на сходимость	Свойства степенного ряда внутри его области сходимости	Алгоритм исследования степенных рядов для ФКП на сходимость в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
3.	Классифицировать нули и изолированные особые точки ФКП	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин классифи-цировать нули и изоли-рованные особые точки ФКП	Определение трех типов изолированных особых точек. Теорема Пикара (важное свойство аналитических функций)	Алгоритм определения нулей и изолированных особых точек ФКП в интегративных задачах естественнонаучных дисциплин
4.	Находить вычеты относительно указанных точек.	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин применять вычеты	Определение вычетов ряда	Формула вычисления вычетов. Основная теорема о вычетах
5.	Находить интегралы от ФКП с помощью вычетов	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин интегриро-вать ФКП с помощью вычетов	Определение несобственных интегралов	Правила вычисления несобственных интегралов

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
Раздел 11. Операционное исчисление				
Тема 11.1. Свойства оригинала и изображения по Лапласу. Нахождение изображения по оригиналу и наоборот				
1.	Находить изображения по определению и по таблице изображений	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин	Определение оригинала и изображения по Лапласу	Теорема о существовании изображения по Лапласу. Свойства изображения
2.	Находить оригиналы по их изображениям	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить оригиналы по их изображениям	Определение стандартных оригиналов. Формулы изображений одиночной функции, экспоненты, тригонометрических, гиперболических, степенной функции	Алгоритмы нахождения оригиналов по их изображениям
3.	Находить изображения производных и интегралов по изображениям функций	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить изображения производ-ных и интегралов по изображениям функций	Формула изображения производных различных порядков. Формула изображения интеграла	Алгоритм нахождения изображения производных различных порядков.
4.	Находить изображения сверток функций	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить изображения сверток функций	Определение свертки функций. Теорема об изображении свертки оригиналов	Алгоритм нахождения изображения сверток функций
5.	Применять теорему об изображении свертки для нахождения оригиналов	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин применять теорему об изображении свертки для нахождения оригиналов	Теорема об изображении свертки для нахождения оригиналов	Алгоритм применения теоремы об изображении свертки для нахождения оригиналов

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
6.	Применять теоремы о дифференцировании и интегрировании изображений	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин применять теоремы о дифференцировании и интегрировании изображений	Обратное преобразование Лапласа. Теорема о дифференцировании и интегрировании изображений	Алгоритм применения теоремы о дифференцировании и интегрировании изображений
Тема 11.2. Применение операционного исчисления				
1.	Решать дифференциальные, интегральные, интегро-дифференциальные уравнения и системы таких уравнений операционным способом	Находить операционным способом частичные и общие решения дифференциальных, интегральных, интегро-дифференциальных уравнений и систем таких уравнений, описывающих процессы и объекты естественно-научных дисциплин	Определение Z-преобразования, его свойства. Идея операционного исчисления	Алгоритм применения Z-преобразований
Раздел 12. Теория вероятностей				
Тема 1М. Алгебра событий				
1.	Находить вероятность события по классической формуле вероятности	Описывать с помощью случайных событий процессы и объекты естественнонаучных дисциплин	Определение события. Классификация событий. Действия над событиями. Понятие классической, статистической и геометрической вероятностей. Основные свойства вероятности	Формулы классической, статистической и геометрической вероятностей события

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
2.	Находить вероятность события, пользуясь теоремами сложения и умножения вероятностей	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин применять теоремы сложения и умножения вероятностей	Определение несовместных событий. Определение независимых событий. Понятие условной вероятности.	Теоремы сложения и умножения вероятностей
3.	Находить вероятность события, пользуясь формулой полной вероятности, формулой Байеса	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин применять формулу полной вероятности, формулу Байеса	Определение полной группы событий	Теорема о полной вероятности. Формула Байеса
4.	Находить вероятность события по формуле Бернулли	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин применять формулу Бернулли	Определение повторных независимых испытаний. Описание схемы Бернулли	Формула Бернулли
5.	Находить вероятность события по формуле Пуассона	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин применять формулу Пуассона	Понятие редких событий	Формула Пуассона
6.	Находить вероятность события по формуле локальную и интегральную теоремы Лапласа	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин применять локальную и интегральную теоремы Лапласа	Свойства функции Лапласа $\Phi(t)$ и функции $\varphi(t)$	Локальная и интегральная теоремы Лапласа
Тема 12.2. Одномерные случайные величины (ОСВ)				
1.	Составлять законы распределения одномерных случайных величин (ОСВ) в простых случаях	Описывать с помощью одномерных случайных величин процессы и объекты естественнонаучных дисциплин	Определение одномерных случайных величин (ОСВ), функции распределения ОСВ и ее свойств, дискретной ОСВ	Таблица закона распределения дискретной ОСВ. Алгоритм построения многоугольника распределения дискретной ОСВ

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
2.	Находить функции распределения и плотности распределения ОСВ по определению. Пользоваться свойствами этих функций	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить функции распределения и плотности распределения ОСВ по определению	Определение непрерывной ОСВ. Определение плотности распределения непрерывной ОСВ. Свойства плотности распределения ОСВ	Геометрическое толкование основного свойства плотности распределения. Формула связи функции распределения непрерывной ОСВ и ее плотности распределения
3.	Находить вероятности попадания ОСВ в интервалы	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить вероятности попадания ОСВ в интервалы	Определение функции распределения и плотности распределения	Формула Ньютона - Лейбница для вычисления определенного интеграла
4.	Находить числовые характеристики одномерных дискретных и непрерывных случайных величин	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить числовые характеристики одномерных дискретных и непрерывных случайных величин	Определение моментов случайных величин, их свойства	Формулы вычисления дисперсии, формулы связи между различными моментами случайной величины
Тема 12.3. Случайный вектор (СВ)				
1.	Составлять законы распределения случайных двумерных величин в простых случаях	Описывать с помощью двухмерных случайных величин процессы и объекты естественно-научных дисциплин	Определение случайного вектора. Определение функции распределения СВ (случай двухмерной случайной величины). Определение дискретного СВ	Таблица закона распределения двухмерного дискретного СР. Обязательные условия для вероятностей из закона распределения

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
2.	Находить функции распределения и плотности распределения двумерных непрерывных случайных величин. Использовать их свойства	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить функции распределения и плотности распределения двумерных непрерывных случайных величин	Определение непрерывного СВ. Свойства функции распределения и плотности распределения двумерного СВ	Формулы вычисления двойных интегралов и интегралов с переменным пределом
3.	Находить числовые характеристики двухмерной непрерывной случайной величины	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить числовые характеристики двухмерной непрерывной случайной величины	Определение моментов СВ, независимости случайных величин. Определение условного распределения, условного математического ожидания	Формулы для условных плотностей распределения в непрерывном случае
4.	Находить числовые характеристики случайной функции	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить числовые характеристики случайной функции	Понятие функции случайной величины (дискретный и непрерывный случаи)	Формула для нахождения плотности случайной функции
5.	Использовать свойства числовых характеристик случайной функции стационарной случайной величины	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин использовать свойства числовых характеристик случайной функции	Определение ковариации, коэффициента корреляции двухмерной случайной величины. Свойства коэффициента корреляции	Формула ковариации и коэффициента корреляции двухмерной случайной величины
6.	Находить вероятности состояния цепи Маркова по предыдущему состоянию и матрице перехода	Описание процессов естественнонаучных дисциплин с помощью цепи Маркова	Определение состояния цепи Маркова	Теорема о вероятности состояния цепи Маркова по предыдущему состоянию и матрице перехода

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
Тема 12.4. Стандартные распределения случайных величин				
1.	Находить числовые характеристики, вероятности приобрести случайными величинами фиксированных дискретных значений в случаях стандартных законов распределения	Использовать стандартные распределения случайных величин для описания процессов и объектов естественно-научных дисциплин	Определение параметра распределения. Формулы для нахождения математического чаяния, дисперсии, среднего квадратического отклонения и др.	Формулы числовых характеристик случайных величин в случаях стандартных распределений (биномиальный, равномерный, Пуассона)
2.	Находить числовые характеристики, вероятности принятия случайной величиной значений из определенного интервала в случаях стандартных законов распределения	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить числовые характерис-тики в случаях стандартных законов распределения	Формулы для нахождения математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения и др.	Формулы числовых характеристик и вероятностей случайных величин принимать значения из заданных интервалов в случаях стандартных распределений (равномерное, экспоненциальное, нормальное)
Глава 13. Математическая статистика				
Тема 13.1. Нахождения точечных и интервальных характеристик выборочных и генеральных совокупностей				
1.	Строить статистическое распределение выборки (дискретный и непрерывный) и его эмпирическую функцию распределения. Графически изображать вариационные ряды	Строить вариационные ряды по статистическим данным, которые отражают характеристики объектов естественнонаучных дисциплин	Определение вариационного ряда (дискретный и непрерывный). Определение эмпирической функции распределения	Формула для шага выборки. Алгоритм построения статистического распределения. Формула вычисления выборочной дисперсии.

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
2.	Находить точечные оценки параметров совокупности (выборочной, генеральной)	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить точечные оценки параметров совокупности (выборочной, генеральной)	Определение параметра распределения. Определение точечной оценки параметра несмещенной, эффективной и состоятельной оценки неизвестного параметра	Теоремы об оценках (смещённость, несмещённость) математического ожидания и дисперсии по результатам выборки
3.	Находить интервальные оценки параметров генеральной совокупности по выборочным данным в случае нормально распределенной генеральной совокупности	Строить нормальную кривую по экспериментальным данным естественнонаучных дисциплин	Определение надежности, точности оценки и надежного интервала	Надежные интервалы для оценки параметров нормального распределения
Тема 13.2. Проверка статистических гипотез				
1.	Проверять гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона	Выдвигать статистические гипотезы относительно закона распределения признаков, полученных по статистическим данным, которые отражают характеристики объектов естественнонаучных дисциплин	Понятие статистической гипотезы. Определение статистического критерия его мощности уровня значимости, ошибки первого и второго рода. Описание критерия Пирсона	Формула выравнивающих частот при построении нормальной кривой по экспериментальным данным
2.	Проверять гипотезу о равенстве исправленной выборочной и генеральной дисперсий, равенстве двух средних генеральных для нормально распределенных совокупностей	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин проверять гипотезу для нормально распределенных совокупностей	Определение критической области, степени свободы. Таблица распределения χ^2-распределения	Формула доверительного интервала для математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормально распределенной генеральной совокупности

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
Тема 13.3. Линейная корреляция				
1.	Составлять уравнения линейной и квадратичной корреляционными таблицами (одномерный случай)	Определять, есть ли корреляционная зависимость между характеристиками объектов естественнонаучных дисциплин	Определение корреляционной зависимости между случайными величинами, коэффициента линейной корреляционной зависимости	Формула уравнения линейной и квадратичной корреляционной зависимостей
2.	Определять показатели линейной корреляционной зависимости	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин определять показатели линейной корреляционной зависимости	Свойства коэффициента линейной корреляционной зависимости	Формула уравнения линейной корреляционной зависимости в двумерном случае
Глава 14. Тензорное исчисление				
1.	Переходить от одной системы координат в пространстве к другой	Описывать объекты и процессы естественнонаучных дисциплин в различных системах координат	Формула преобразования координат в пространстве. Формула преобразования координат в пространстве	Объекты и процессы естественнонаучных дисциплин, которые можно описывать в различных системах координат
2.	Превращать компонент тензора при переходе к другой системе	Описывать объекты естественнонаучных дисциплин с помощью тензоров	Определение тензора. Разновидности тензоров.	Формула компонент напряженного состояния среды в точке
3.	Выполнять операции сложения тензоров	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин выполнять операции сложения тензоров	Свойства операции сложения над тензорами	Теорема о сложении тензоров

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5
4.	Представлять тензоры в виде симметричного и антисимметричного тензоров	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин представлять тензоры в виде симметричного и антисимметричного	Свойства операций умножения и свертывания тензоров	Теорема о представлении тензора в виде суммы симметричного и антисимметричного
5.	Выполнять операции умножения и свертывания тензоров	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин выполнять операции умножения и свертывания тензоров	Определение операций умножения и свертывания тензоров	Теорема свёртки тензоров
6.	Находить главные векторы тензора, сводить его к главным осям	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить главные векторы тензора, сводить его к главным осям	Определение главных векторов тензора	Формула нахождения главных векторов тензора. Формула сведения тензора к главным осям
7.	Находить инварианты тензора	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин находить инварианты тензора	Определение инвариантов тензора второго ранга	Формулы преобразования характеристического уравнения тензора с помощью инвариантов
8.	Раскладывать тензоры на шаровой тензор и девиатор	В интегративных задачах естественнонаучных дисциплин Раскладывать тензоры напряжений на шаровой тензор и девиатор	Определение тензора деформаций, тензора напряжений	Формула подачи тензора в виде суммы шарового и девиатора

Приложение Е

ПЕРЕЧЕНЬ ОБЩЕКУЛЬТУРНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ ПРИ ОБУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Таблица Е.1 – Общекультурные компетенции, формируемые в процессе изучения высшей математики, согласно ГОС ВПО специалистов инженерных направлений подготовки

№ п/п	Описание компетенции	Шифр компетенции по ГОС ВПО	Шифр направления подготовки	Уровень интеграции
1	2	3	4	5
1.	Владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения	ОК-1	15.03.06, 18.03.01	Метапредм.
2.	Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	ОК-1	20.05.01, 21.05.02, 21.05.03	Метапредм.
3.	Готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала	ОК-3	21.05.02, 21.05.03	Метапредм.
4.	Способность работать в команде, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОК-4	22.03.02, 27.03.03	Метапредм.
5.	Способность к коммуникации в устной и письменной формах на государственном и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия	ОК-5	09.03.01-09.03.03, 11.03.01, 11.03.02, 11.03.04, 12.03.01, 18.03.01, 21.03.02, 21.03.03	Метапредм.

Продолжение таблицы Е.1

1	2	3	4	5
6.	Способность к самоорганизации и самообразованию	ОК-5	22.03.02, 27.03.03	Мета-предм.
7.	Способность работать в коллективе, толерантно воспринимать социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОК-6	09.03.01-09.03.03, 11.03.01, 11.03.02, 11.03.04, 12.03.01, 18.03.01, 21.03.02	Мета-предм.
8.	Стремление к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства	ОК-6	15.03.02, 15.03.04, 15.03.05, 15.03.06	Мета-предм.
9.	Способность к самоорганизации и самообразованию	ОК-7	09.03.01, 09.03.02, 09.03.03, 11.03.01, 11.03.02, 11.03.04, 12.03.01, 18.03.01, 21.03.02, 21.03.03, 13.03.02, 23.03.02, 21.05.03, 21.05.02	Мета-предм.
10.	Готовность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ОК-10	15.03.02, 15.03.04, 15.03.05, 15.03.06	Меж-предм.

Приложение Ж

ПЕРЕЧЕНЬ ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНХ КОМПЕТЕНЦИЙ, СВЯЗАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОСНОВНЫХ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ЗАКОНОВ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ИНЖЕНЕРОВ

Таблица Ж.1 – Общепрофессиональные компетенции по использованию основных естественнонаучных законов и применению математического аппарата в профессиональной деятельности

№ п/п	Описание компетенции	Шифр компе-тенции по ГОС ВПО	Шифр напра-вления подго-товки	Уро-вень интегр ации
1	2	3	4	5
1.	Основательная подготовка по математике для использования математического аппарата при решении прикладных и научных задач в области компьютерной инженерии	ОПК-1	09.03.01	Внутри -предм.
2.	Способность использовать основные естественнонаучные законы, применять математический аппарат в профессиональ-ной деятельности, выявлять сущность проблем, возникающих в ходе профес-сиональной деятельности	ОПК-1	10.03.01	Меж-предм.
3.	Способность и готовность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности	ОПК-1	18.03.01	Меж-предм.
4.	Способность применять базовые знания математических и естественнонаучных дисциплин, дисциплин общепрофес-сионального цикла в объеме, необходимом для использования в профессиональной деятельности основных законов соответствующих наук, разработанных в них подходов, методов и результатов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ОПК-1	22.03.01	Меж-предм.

Продолжение таблицы Ж.1

1	2	3	4	5
5.	Способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ОПК-2	09.03.02	Меж-предм.
6.	Способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат	ОПК-2	11.03.01 11.03.04	Меж-предм.
7.	Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением инфокоммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-2	11.03.02	Мета-предм.
8.	Способность демонстрировать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин, готовностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности; применять для их разрешения основные законы естествознания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ОПК-2	13.03.01	Меж-предм.
9.	Способность демонстрировать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин и готовностью использовать основные законы в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ОПК-2	13.03.02	Меж-предм.
10.	Способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ОПК-2	18.03.02 21.03.03	Меж-предм.
11.	Способность применять аналитические, вычислительные и системно-аналитические методы для решения прикладных задач в области управления объектами техники, технологии, организационными системами, работать с традиционными носителями информации, базами знаний	ОПК-2	27.03.03	Меж-предм.

Продолжение таблицы Ж.1

1	2	3	4	5
12.	Способность решать задачи анализа и расчета характеристик электрических цепей	ОПК-3	11.03.01, 11.03.04	Меж-предм.
13.	Способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат	ОПК-3	12.03.01	Меж-предм.
14.	Готовность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и способностью привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат	ОПК-3	13.03.02	Меж-предм.
15.	Способности и готовность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением математического аппарата для осуществления профессиональной деятельности, информационно-коммуникационных технологий, с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-3	27.03.02	Меж-предм.
16.	Способность использовать законы и методы математики, естественных, гуманитарных и экономических наук при решении профессиональных задач	ОПК-4	23.03.02	Меж-предм.
17.	Способность организовать свой труд на научной основе, самостоятельно оценивать результаты своей деятельности, владением навыками самостоятельной работы, в том числе в сфере проведения научных исследований	ОПК-4	21.05.03	Мета-предм.

Таблица Ж.2 – Общепрофессиональные компетенции по приобретению и применению новых знаний, связанных с инженерной деятельностью

№ п/п	Описание компетенции	Шифр компетенции по ГОС ВПО	Шифр направления подготовки	Уровень интеграции
1.	Способность приобретать с большой степенью самостоятельности новые знания с использованием современных образовательных и информационных технологий	ОПК-1	15.03.02, 15.03.04, 15.03.05, 15.03.06	Мета-предм.
2.	Готовность использовать фундаментальные общеинженерные знания	ОПК-1	22.03.02	Меж-предм.
3.	Способность проводить количественный и качественный анализ параметров и контроль физического, химического, экологического состояния природных и технических механизированных, в том числе автоматизированных, систем и социальных систем	ОПК-1	21.05.06	Меж-предм.
4.	Знание современных методов построения и анализа алгоритмов, основ численных методов и умение их использовать на практике	ОПК-4	09.03.01	Меж-предм.
5.	Способность обрабатывать и представлять данные экспериментальных исследований	ОПК-5	12.03.01	Внутри предм.
6.	Способность собирать, обрабатывать, анализировать и систематизировать научно-техническую информацию по тематике исследования	ОПК-6	12.03.01	Мета-предм.
7.	Понимание основных концепций, принципов, теорий и фактов, связанных с инженерной деятельностью	ОПК-6	15.03.02, 15.03.04, 15.03.05, 15.03.06	Меж-предм.

Таблица Ж.3 – Общепрофессиональные компетенции по представлению научной картины мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики

№ п/п	Описание компетенции	Шифр компетенции по ГОС ВПО	Шифр направления подготовки	Уровень интеграции
1.	Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	ОПК-1	11.03.01, 11.03.04, 12.03.01	Меж-предм.
2.	Способность использовать основные естественнонаучные законы для понимания окружающего мира и явлений природы	ОПК-3	18.03.02	Меж-предм.
3.	Способность представлять современную научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики	ОПК-3	27.03.03	Меж-предм.

Таблица Ж.4 – Общепрофессиональные компетенции по представлению научной картины мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики

№ п/п	Описание компетенции	Шифр компетенции по ГОС ВПО	Шифр направления подготовки	Уровень интеграции
1.	Готовность применять методы математики, физики, химии, системного анализа, теории управления, теории знаний, теории и технологии программирования, а также методов гуманитарных, экономических и социальных наук	ОПК-1	27.03.03	Меж-предм.
2.	Способность анализировать социально-экономические задачи и процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	ОПК-2	09.03.03	Меж-предм.

Приложение И

ПЕРЕЧЕНЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ВИДАМ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, КОТОРЫЕ ФОРМИРУЮТСЯ У ВЫПУСКНИКОВ, ОСВОИВШИХ ПРОГРАММЫ БАКАЛАВРИАТА И СПЕЦИАЛИТЕТА, В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Таблица И.1 – Профессиональные компетенции по видам профессиональной деятельности

№ п/п	Описание компетенции	Шифр компетенции по ГОС ВПО	Шифр направления подготовки	Уровень интеграции
1	2	3	4	5
1. Аналитическая деятельность				
1.	Способность проводить оценку экономических затрат и рисков при создании информационных систем	ПК-13	09.03.03	Межпредм.
2. Научно-исследовательская и (или) педагогическая деятельность				
2.	Готовность к проведению измерений и наблюдений, составлению описания проводимых исследований, подготовке данных для составления обзоров, отчетов и научных публикаций	ПК-5	13.03.01	Метапредм.
3.	Способность к проведению экспериментов по заданной методике, обработке и анализу полученных результатов с привлечением соответствующего математического аппарата	ПК-4	13.03.01	Межпредм.
3. Научно-исследовательская деятельность				
4.	Способность принимать участие в научно-исследовательских разработках по профилю подготовки: систематизировать информацию по теме исследований, принимать участие в экспериментах, обрабатывать полученные данные	ПК-20	20.03.01	Метапредм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
5.	Способность решать задачи профессиональной деятельности в составе научно-исследовательского коллектива	ПК-21	20.03.01	Мета-предм.
6.	Базовые знания научно-методических основ и стандартов в области компьютерной инженерии, проводить эксперимент по проверке корректности решений, рассчитывать экономическую эффективность	ПК-15	09.03.01	Меж-предм.
7.	Способность использовать математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований	ПК-25	09.03.02	Внутри-предм.
8.	Способность применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	ПК-15	09.03.03	Меж-предм.
9.	Способность выполнять математическое моделирование объектов и процессов по типовым методикам, в том числе с использованием стандартных пакетов прикладных программ	ПК-1	11.03.01	Меж-предм.
10.	Способность реализовывать программы экспериментальных исследований, включая выбор технических средств и обработку результатов	ПК-2	11.03.01	Мета-предм.
11.	Готовность участвовать в составлении аналитических обзоров и научно-технических отчетов по результатам выполненной работы, в подготовке публикаций результатов исследований в виде презентаций, статей и докладов	ПК-3	11.03.01	Мета-предм.
12.	Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования	ПК-1	11.03.04	Меж-предм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
13.	Готовность анализировать и систематизировать результаты исследований, представлять материалы в виде научных отчетов, публикаций, презентаций	ПК-3	11.03.04	Мета-предм.
14.	Способность к анализу поставленной задачи исследований в области приборостроения	ПК-1	12.03.01	Меж-предм.
15.	Готовность к математическому моделированию процессов и объектов приборостроения и их исследованию на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и самостоятельно разработанных программных продуктов	ПК-2	12.03.01	Меж-предм.
16.	Готовность планировать экспериментальные исследования	ПК-33	13.03.02	Мета-предм.
17.	Готовность понимать существо задач анализа и синтеза объектов в технической среде	ПК-34	13.03.02	Мета-предм.
18.	Способность к систематическому изучению научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по соответствующему профилю подготовки	ПК-1	15.03.02	Мета-предм.
19.	Умение моделировать технические объекты и технологические процессы с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования, готовностью проводить эксперименты по заданным методикам с обработкой и анализом результатов	ПК-2	15.03.02	Меж-предм.
20.	Способность аккумулировать научно-техническую информацию, отечественный и зарубежный опыт в области автоматизации технологических процесссов и производств, автоматизированного управления, компьютерных систем управления	ПК-18	15.03.04	Мета-предм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
21.	Способность выполнять работы по диагностике состояния динамики объектов машиностроительных производств с использованием необходимых методов и средств анализа	ПК-12	15.03.05	Меж-предм.
22.	Способность проводить эксперименты по заданным методикам, обрабатывать и анализировать результаты, описывать выполнение научных исследований, готовить данные для составления научных обзоров и публикаций	ПК-13	15.03.05	Мета-предм.
23.	Готовность обосновать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнение экспериментов по проверке их корректности и эффективности	ПК-6	15.03.06	Мета-предм.
24.	Способность планировать и проводить физические и химические эксперименты, проводить обработку их результатов и оценивать погрешности, выдвигать гипотезы и устанавливать границы их применения, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ПК-15	18.03.01	Мета-предм., меж-предм.
25.	Способность проведения и анализа результатов исследований в землеустройстве и кадастрах	ПК-5	21.03.02	Меж-предм.
26.	Способность к анализу и синтезу	ПК-1	22.03.02	Мета-предм.
27.	Готовность использовать физико-математический аппарат для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности	ПК-3	22.03.02	Меж-предм.
28.	Способность в составе коллектива исполнителей участвовать в выполнении теоретических и экспериментальных научных исследований по поиску и проверке новых идей совершенствования наземных транспортно-технологических машин	ПК-1	23.03.02	Мета-предм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
29.	Способность принимать научно-обоснованные решения на основе математики, физики, химии, информатики, экологии, методов системного анализа и теории управления, теории знаний, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности	ПК-1	27.03.03	Меж-предм.
30.	Способность формировать презентации, научно-технические отчеты по результатам работы, оформлять результаты исследований в виде статей и докладов на научно-технических конференциях	ПК-2	27.03.03	Мета-предм.
31.	Способность осуществлять сбор и анализ научно-технической информации, обобщать отечественный и зарубежный опыт в области средств автоматизации и управления, проводить анализ патентной литературы	ПК-11	27.03.04	Мета-предм.
32.	Способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления	ПК-13	27.03.04	Меж-предм.
33.	Способность к систематическому изучению научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по вопросам обеспечения пожарной безопасности	ПК-36	20.05.01	Мета-предм.
34.	Умение проводить эксперименты по заданным методикам с обработкой и анализом результатов	ПК-39	20.05.01	Мета-предм.
35.	Способность планировать и выполнять аналитические, имитационные и экспериментальные исследования, критически оценивать результаты исследований и делать выводы	ПК-14	21.05.02	Мета-предм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
36.	Способность проводить математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований	ПК-15	21.05.02	Меж-предм.
37.	Способность подготавливать данные для составления обзоров, отчетов и научных публикаций	ПК-16	21.05.02	Мета-предм.
38.	Наличие высокой теоретической и математической подготовки, а также подготовки по теоретическим, методическим и алгоритмическим основам создания новейших технологических процессов геологической разведки, позволяющим реализовывать научные достижения, использовать современный аппарат математического моделирования при решении прикладных научных задач	ПК-13	21.05.03	Меж-предм.
39.	Способность применять методы физического и численного моделирования процессов и состояния природных и технических систем, сплошных и разделённых сред, геологической среды, массива горных пород	ПК-10	21.05.06	Меж-предм.
4. Научно-исследовательская и расчетно-аналитическая деятельность				
40.	Способность применять основные методы исследования, анализа, диагностики и моделирования свойств металлических, неметаллических, композиционных и порошковых материалов в научно-исследовательской и производственной деятельности	ПК-2	22.03.01	Меж-предм.
41.	Способность использовать на практике современные представления наук о структуре и свойствах веществ и материалов для анализа процессов структурообразования и прогнозирования свойств металлических, неметаллических, композиционных, материалов и функциональных покрытий	ПК-3	22.03.01	Меж-предм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
42.	Способность применять навыки использования методов моделирования, оценки, прогнозирования и оптимизации технологических процессов и свойств металлических, неметаллических, порошковых материалов, стандартизации и сертификации материалов и процессов	ПК-4	22.03.01	Меж-предм.
5. Организационно-управленческая деятельность				
43.	Способность к решению конкретных задач в области организации и нормирования труда	ПК-23	13.03.02	Меж-предм.
44.	Способность к обучению в магистратуре, получению знаний по одному из профилей в области научных исследований и педагогической деятельности	ПК-26	13.03.02	Мета-предм.
45.	Умение подготавливать исходные данные для выбора и обоснования научно-технических и организационных решений на основе экономических расчетов	ПК-23	15.03.02	Меж-предм.
46.	Способность организовывать работы по обслуживанию и реинжинирингу бизнес-процессов предприятия в соответствии с требованиями высокоэффективных технологий, анализу и оценке производственных и непроизводственных затрат на обеспечение требуемого качества продукции, автоматизации производства, результатов деятельности производственных подразделений, разработке планов их функционирования; по составлению графиков, заказов, заявок, инструкций, схем, пояснительных записок и другой технической документации, а также установленной отчетности по утвержденным формам в заданные сроки	ПК-13	15.03.04	Меж-предм.

Продолжение таблицы И.1

	2	3	4	5
47.	Способность в составе коллектива исполнителей участвовать в разработке документации для технического контроля при исследовании, проектировании, производстве и эксплуатации наземных транспортно-технологических машин и их технологического оборудования	ПК-11	23.03.02	Меж-предм.
6. Проектная деятельность				
48.	Способность выполнять технико-экономическое обоснование проектных решений	ПК-5	09.03.03	Меж-предм.
49.	Готовность к изучению научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике проекта	ПК-7	11.03.02	Мета-предм.
50.	Умение проводить расчеты по проекту сетей, сооружений и средств инфокоммуникаций в соответствии с техническим заданием с использованием как стандартных методов, приемов и средств автоматизации проектирования, так и самостоятельно создаваемых оригинальных программ	ПК-9	11.03.02	Меж-предм.
51.	Умение проводить технико-экономическое обоснование проектных расчетов с использованием современных подходов и методов	ПК-11	11.03.02	Меж-предм.
7. Проектно-аналитическая деятельность				
52.	Способностью выполнять технико-экономический анализ проектов	ПК-6	22.03.02	Меж-предм.
53.	Готовностью проводить расчёты и делать выводы при решении инженерных задач	ПК-9	22.03.02	Меж-предм.
8. Проектно-конструкторская деятельность				
54.	Знание теоретических основ построения современных компьютеров и умение их использовать при решении профессиональных задач	ПК-13	09.03.01	Меж-предм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
55.	Способность проводить расчет экономической эффективности	ПК-9	09.03.02	Меж-предм.
56.	Способность проводить предварительное технико-экономическое обоснование проектов радиотехнических устройств и систем	ПК-4	11.03.01	Меж-предм.
57.	Способность осуществлять сбор и анализ исходных данных для расчета и проектирования деталей, узлов и устройств радиотехнических систем	ПК-5	11.03.01	Мета-предм.
58.	Готовность выполнять расчет и проектирование деталей, узлов и устройств радиотехнических систем в соответствии с техническим заданием с использованием средств автоматизации проектирования	ПК-6	11.03.01	Меж-предм.
59.	Способность проводить предварительное технико-экономическое обоснование проектов	ПК-4	11.03.04	Меж-предм.
60.	Готовность выполнять расчет и проектирование электронных приборов, схем и устройств различного функционального назначения в соответствии с техническим заданием с использованием средств автоматизации проектирования	ПК-5	11.03.04	Меж-предм.
61.	Умение проводить предварительное технико-экономическое обоснование проектных решений	ПК-9	15.03.02	Меж-предм.
62.	Умение применять методы контроля качества изделий и объектов в сфере профессиональной деятельности, проводить анализ причин нарушений технологических процессов и разрабатывать мероприятия по их предупреждению	ПК-11	15.03.02	Меж-предм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
63.	Способность выбирать основные и вспомогательные материалы для изготовления изделий, способы реализации основных технологических процессов, аналитические и численные методы при разработке их математических моделей, методы стандартных испытаний по определению физико-механических свойств и технологических показателей материалов и готовых изделий, стандартные методы их проектирования, прогрессивные методы эксплуатации изделий	ПК-2	15.03.04	Меж-предм.
64.	Способность применять способы рационального использования сырьевых, энергетических и других видов ресурсов в машиностроительных производствах, выбирать основные и вспомогательные материалы для изготовления их изделий, способы реализации основных технологических процессов, аналитические и численные методы при разработке их математических моделей, а также современные методы разработки малоотходных, энергосберегающих и экологически чистых машиностроительных технологий	ПК-1	15.03.05	Меж-предм.
65.	Способность разрабатывать технические задания по проектам на основе профессиональной подготовки и системно-аналитических исследований сложных объектов управления различной природы	ПК-3	27.03.03	Меж-предм.
66.	Способность применять методы системного анализа, технологии синтеза и управления для решения прикладных проектно-конструкторских задач	ПК-4	27.03.03	Меж-предм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
67.	Готовность участвовать в подготовке технико-экономического обоснования проектов создания систем и средств автоматизации и управления	ПК-1	27.03.04	Меж-предм.
68.	Способность осуществлять сбор и анализ исходных данных для расчета и проектирования систем и средств автоматизации и управления	ПК-2	27.03.04	Меж-предм.
69.	Способность производить расчеты и проектирование отдельных блоков и устройств систем автоматизации и управления и выбирать стандартные средства автоматики, измерительной и вычислительной техники для проектирования систем автоматизации и управления в соответствии с техническим заданием	ПК-3	27.03.04	Меж-предм.
9. Проектно-технологическая деятельность				
70.	Способность разрабатывать средства реализации информационных технологий (методические, информационные, математические, алгоритмические, технические и программные)	ПК-12	09.03.02	Меж-предм.
71.	Способность к проведению предварительного технико-экономического анализа и обоснования проектных решений по обеспечению информационной безопасности	ПК-5	10.03.01	Меж-предм.
72.	Способность проектировать элементы систем управления, применять современные инструментальные средства и технологии программирования на основе профессиональной подготовки, обеспечивающие решение задач системного анализа и управления	ПК-8	27.03.03	Меж-предм.
10. Производственная и проектно-технологическая деятельность				
73.	Способность владеть основами проектирования технологических процессов и технологической документации, навыками расчета и конструирования деталей	ПК-10	22.03.01	Меж-предм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
74.	Способность выполнять работы по автоматизации технологических процессов и производств, их обеспечению средствами автоматизации и управления, готовностью использовать современные методы и средства автоматизации, контроля, защиты, диагностики, испытаний и управления процессами, в том числе, на предприятиях горно-металлургического комплекса и родственных	ПК-8	15.03.04	Меж-предм.
75.	Готовность составлять математические модели типовых профессиональных задач, находить способы их решений и интерпретировать профессиональный (физический) смысл полученного математического результата	ПК-2	18.03.01	Меж-предм.
76.	Готовность применять экспериментальные, аналитические и численные методы решения поставленных задач, использовать современные информационные технологии, проводить обработку информации с использованием прикладных программных средств деловой сферы деятельности; использовать сетевые компьютерные технологии и базы данных в своей предметной области, пакеты прикладных программ для расчета технологических параметров оборудования	ПК-3	18.03.01	Меж-предм.
77.	Способность анализировать состояние и динамику объектов деятельности с использованием необходимых методов и средств анализа	ПК-1	27.03.02	Меж-предм.
78.	Способность применять проблемно-ориентированные методы анализа, синтеза и оптимизации процессов обеспечения качества, метрологического обеспечения и технического контроля, использовать современные (статистические) методы управления качеством, измерений, контроля и испытаний	ПК-4	27.03.02	Меж-предм.

Продолжение таблицы И.1

1	2	3	4	5
79.	Готовность использовать теоретические знания при выполнении производственных, технологических и инженерных исследований в соответствии со специализацией	ПК-1	21.05.02	Меж-предм.
80.	Умение определять пространственно-геометрическое положение объектов, осуществлять необходимые геодезические и маркшейдерские измерения, обрабатывать и интерпретировать их результаты	ПК-7	21.05.04	Меж-предм.
11. Расчетно-проектная и проектно-конструкторская деятельность				
81.	Способностью участвовать в проведении предварительного технико-экономического обоснования проектных разработок энергообъектов и их элементов по стандартным методикам в соответствии со стандартами, техническими условиями и другими нормативными документами	ПК-3	13.03.01	Мета-предм.
12. Экспериментально-исследовательская деятельность				
82.	Способность применять методы анализа изучаемых явлений, процессов и проектных решений	ПК-12	10.03.01	Мета-предм.
83.	Способность проводить эксперименты по заданной методике, обработку результатов, оценку погрешности и достоверности их результатов	ПК-14	10.03.01	Мета-предм.
84.	Готовность изучать научно-техническую информацию, отечественный и зарубежный опыт по тематике исследования	ПК-16	11.03.02	Мета-предм.

Приложение К

ФРАГМЕНТ ИНТЕГРАТИВНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СЕМАНТИЧЕСКОГО КОМПОНЕНТА ПРЕДМЕТНОЙ МОДЕЛИ СТУДЕНТА ПО ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЕ

СК.11. Применение векторов в физике

СК.11.1. Среди физических величин встречаются скалярные и векторные величины.

СК.11.2. Скалярная величина, или скаляр – это физическая величина, для задания которой (в подходящих единицах измерения) достаточно одного числа.

СК.11.3. Скалярные величины бывают с размерностью и без неё (безразмерные).

Например: *безразмерные скалярные величины*: коэффициент трения μ, коэффициент полезного действия η, показатель преломления среды n; *скалярные величины с размерностью*: масса тела m *(кг)*, температура воздуха T ($^\circ C$), время t (c), напряжение в сети U (B), длина l *(м)*, площадь S ($м^2$), объём V ($м^3$), работа A($Дж$), энергия E($Дж$), мощность N (Вт).

СК.11.4. Векторная величина в физике обладает размерностью.

СК.11.5. Размерность вектора – это размерность его модуля.

Например: *Векторные величины*: перемещение $\bar{s}$ ($м$), скорость $\bar{v}$ $\left(\frac{м}{c}\right)$, ускорение $\bar{a}$ $\left(\frac{м}{c^2}\right)$, импульс $\bar{p}$ $\left(кг\cdot\frac{м}{c}\right)$, сила $\bar{F}$ (H), давление $\bar{P}$ $(Па)$.

Кинематика материальной точки

СК.11.6. Траектория движения материальной точки – это линия, по которой движется точка.

СК.11.7. Путь – это длина траектории. (СК.11.6)

СК.11.8. Вектор перемещения $\bar{s}$ материальной точки – это вектор, соединяющий начальное положение материальной точки с её положением в данный момент времени.

СК.11.9. Радиус-вектор $\bar{r}$ материальной точки – это вектор, соединяющий начало отсчета с положением материальной точки в произвольный момент времени.

СК.11.10. Закон движения – зависимость радиус-вектора материальной точки от времени.

СК.11.11. Вектор скорости $\bar{v}$ материальной точки – это вектор, который определяет как быстроту движения, так и его направление в данный момент времени.

СК.11.12. Вектор скорости $\bar{v}$ материальной точки в каждый момент времени определяется производной по времени t радиус-вектора материальной точки:

$$\bar{v} = \frac{d\,\bar{r}}{d\,t}. \text{ (СК.11.9)}$$

СК.11.13. Величина вектора скорости – модуль вектора скорости. (СК.11.12)

СК.11.14. Вектор ускорения $\bar{a}$ материальной точки – физическая величина, определяющая быстроту изменения скорости тела. (СК.11.12)

СК.11.15. Вектор ускорения $\bar{a}$ материальной точки в каждый момент времени t определяется производной по времени вектора скорости $\bar{v}$ этой точки: $$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt}.\text{(СК.11.12)}$$

СК.11.16. Величина вектора ускорения – модуль вектора ускорения. (СК.11.15)

СК.11.17. Тангенциальное (касательное) ускорение $\bar{a}_\tau$ материальной точки – вектор, который в данный момент времени направлен вдоль касательной к траектории движения, и модуль которого равен производной по времени от модуля вектора скорости. (СК.11.12)

СК.11.18. Тангенциальное (касательное) ускорение $\bar{a}_\tau$ материальной точки вычисляется по формуле: $\bar{a}_\tau = \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|}\cdot\frac{d|\bar{v}|}{dt}$. (СК.11.17)

СК.11.19. Величина тангенциального ускорения вычисляется по формуле:

$$|\bar{a}_\tau| = \frac{d|\bar{v}|}{dt}.\text{(СК.11.18)}$$

СК.11.20. Центростремительное (нормальное) ускорение $\bar{a}_n$ материальной точки возникает (не равно нулю) всегда при движении точки не только по окружности, но и по любой траектории с ненулевой кривизной. (СК.11.6)

СК.11.21. Вектор нормального ускорения $\bar{a}_n$ материальной точки всегда направлен к мгновенной оси вращения, а модуль равен $|\bar{a}_n| = \frac{v^2}{r}$, где v – скорость материальной точки, а r – радиус окружности, по которой движется материальная точка в данный момент времени. (СК.11.12)

СК.11.22. Центростремительное (нормальное) ускорение вычисляется по формуле: $$\bar{a}_n = |\bar{v}|\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{\bar{v}}{|\bar{v}|}\right).\text{(СК.11.21)}$$

СК.11.23. Величина нормального ускорения вычисляется по формуле:

$$|\bar{a}_n| = \sqrt{|\bar{a}|^2 - |\bar{a}_\tau|^2}\ .\text{(СК.11.22)}$$

СК.11.24.Вектор ускорения материальной точки в каждый момент времени равен сумме векторов тангенциального и центростремительного ускорений. (СК.11.17, СК.11.20)

СК.11.25. Вектор ускорения $\bar{a}$ в символьном виде: $\bar{a} = \bar{a}_\tau + \bar{a}_n$.

СК.11.26. Радиус кривизны траектории ρ , по которой движется материальная точка в данный момент времени, равен отношению скалярного квадрата скорости к модулю нормального ускорения. (СК.11.7, СК.11.23)

СК.11.27. Радиус кривизны траектории вычисляется по формуле:

$$\rho = \frac{\bar{v}^2}{\left|\bar{a}_n\right|}.\text{(СК.11.26)}$$

СК.11.28. Вектор элементарного угла поворота $d\bar{\varphi}$ – вектор, модуль которого равен самому углу поворота $d\varphi$ за промежуток времени dt, направленный вдоль оси вращения по правилу правого буравчика: если рукоятку буравчика вращать в сторону увеличения угла φ, то поступательное движение буравчика даст направление вектора $d\bar{\varphi}$.

Например: на рисунке К.1 показано направление угловой скорости.

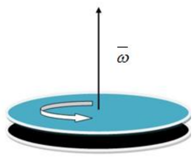


Рис. К.1

СК.11.29. Вектор угловой скорости $\bar{\omega}$ – вектор, модуль которого равен уг-лу поворота точки вокруг центра вращения за единицу времени, а направле-ние совпадает с направлением вектора элементарного угла поворота. (СК.11.28)

СК.11.30. Угловая скорость вычисляется по формуле: $\bar{\omega} = \frac{d\bar{\varphi}}{dt}$.(СК.11.29)

СК.11.31. Вектор углового ускорения $\bar{\beta}$ – первая производная от угловой скорости $\bar{\omega}$ по времени *t*. (СК.11.30)

СК.11.32. Угловое ускорение $\bar{\beta}$ вычисляется по формуле: $\bar{\beta} = \frac{d\bar{\omega}}{dt}$. (СК.11.31)

СК.11.33. Частота вращения n – это число оборотов тела в единицу времени.

СК.11.34. Величина угловой скорости – это модуль вектора угловой скорости. (СК.11.29)

СК.11.35. Частота вращения n равна отношению величины угловой скорости $\left|\bar{\omega}\right|$ к 2π. (СК.11.29)

СК.11.36. Частота вращения n вычисляется по формуле: $n = \frac{\left|\bar{\omega}\right|}{2\pi}$. (СК.11.35)

СК.11.37. Вектор скорости материальной точки при её движении по окружности $\bar{v}$ равен векторному произведению угловой скорости точки $\bar{\omega}$ на её радиус-вектор $\bar{r}$. (СК.11.29)

СК.11.38. Вектор скорости материальной точки при её движении по окружности $\bar{v}$ вычисляется по формуле: $\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r}$. (СК.11.29, СК.11.12)

Например: на рисунке К.2 показаны направления, как угловой скорости $\bar{\omega}$, так и линейной скорости $\bar{v}$ материальной точки.

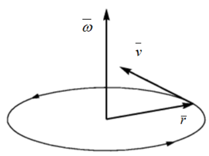


Рис. К.2

СК.11.39. Вектор тангенциального ускорения материальной точки при её движении по окружности $\bar{a}_\tau$ равен векторному произведению углового ускорения точки $\bar{\beta}$ и её радиус вектора $\bar{r}$. (СК.11.17, СК.11.31)

СК.11.40. Вектор тангенциального ускорения материальной точки при её движении по окружности вычисляется по формуле:

$$\bar{a}_\tau = \bar{\beta} \times \bar{r}$$.(СК.11.39)

СК.11.41. Вектор нормального ускорения материальной точки при её движении по окружности $\bar{a}_n$ равен векторному произведению угловой скорости точки $\bar{\omega}$ на векторное произведение угловой скорости точки $\bar{\omega}$ и её радиус-вектора $\bar{r}$.(СК.11.29, СК.11.19, СК.11.9)

СК.11.42. Вектор нормального ускорения материальной точки при её движении по окружности вычисляется по формуле: $\bar{a}_n = \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r})$. (СК.11.41)

Законы динамики материальной точки

СК.11.43. Импульсом $\bar{p}$ материальной точки называется вектор, равный произведению массы m точки на ее вектор скорости $\bar{v}$: $\bar{p} = m \cdot \bar{v}$. (СК.11.12)

СК.11.44. Сила – это векторная физическая величина, показывающая, как быстро изменяется импульс $\bar{p}$ материальной точки со временем t, то есть

$$\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}.$$ (СК.11.43)

СК.11.45. Величина силы – это модуль вектора силы. (СК.11.44)

СК.11.46. Сила, действующая на тело постоянной массы m, вычисляется по формуле: $\bar{F} = m \cdot \bar{a}$.(2-й закон Ньютона) (СК.11.43, СК.11.12)

СК.11.47. Величина силы, действующей на тело постоянной массы, равна произведению массы на величину ускорения тела. (СК.11.46)

СК.11.48. Уравнение движения материальной точки в векторной форме:

$$m \cdot \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{F}.$$

СК.11.49. В проекции на оси прямоугольной системы координат уравнения движения принимают вид: $m \cdot \frac{dv_x}{dt} = F_x$; $m \cdot \frac{dv_y}{dt} = F_y$; $m \cdot \frac{dv_z}{dt} = F_z$. (СК.11.49)

Законы изменения и сохранения импульса

СК.11.50. Закон изменения импульса состоит в том, что приращение импульса материальной точки равно импульсу силы (произведению силы на время, за которое импульс точки изменился на $\Delta\bar{p}$), действующей на материальную точку.

СК.11.51. Закон изменения импульса в символьном виде:

$$\Delta\bar{p} = \bar{p}(t_2) - \bar{p}(t_1) = \bar{F}(t_2 - t_1) = \bar{F}\,\Delta t.$$ (СК.11.50)

СК.11.52. Импульс системы материальных точек $\bar{P}$ равен сумме импульсов материальных точек, составляющих эту систему. (СК.11.50)

СК.11.53. Импульс системы материальных точек $\bar{P}$ в символьном виде:

$$\bar{P} = \sum \bar{p}_i.$$ (СК.11.52)

СК.11.54. Производная импульса $\bar{P}$ системы материальных точек по времени равна сумме всех сил, действующих на систему, и, с учетом третьего закона

Ньютона, равна сумме внешних сил $\overline{F}_i$, действующих на систему материальных точек: $\frac{d\overline{P}}{dt} = \sum \overline{F}_i$.

СК.11.55. Центром масс системы материальных точек называется точка пространства, радиус-вектор $\overline{R}$ которой находится по формуле: $\overline{R} = \frac{\sum m_i \cdot \overline{r}_i}{\sum m_i}$.

СК.11.56. Скорость $\overline{V}$ центра масс находится по формуле: $\overline{V} = \frac{\sum m_i \cdot \overline{v}_i}{\sum m_i}$.

Законы изменения и сохранения механической энергии

СК.11.57. Работа A, которую производит постоянная сила $\overline{F}$, при прямолинейном движении её точки приложения из начала вектора перемещения $\overline{s}$ в его конец, определяется как скалярное произведение вектора силы $\overline{F}$ на вектор перемещения $\overline{s}$.

СК.11.58. Работа A, которую производит постоянная сила $\overline{F}$, при прямолинейном движении её точки приложения из начала вектора перемещения $\overline{s}$ в его конец, в символьном виде: $A = \overline{F} \cdot \overline{s}$. (СК.11.57)

СК.11.59. Работа переменной силы A, приложенной к телу, определяется как определённый интеграл от скалярного произведения вектора силы $\overline{F}(t)$ на элементарный вектор перемещения тела $d\overline{r}(t)$ в пределах от радиус-вектора начального положения до радиус-вектора конечного положения тела.

СК.11.60. Работа переменной силы A, приложенной к телу, вычисляется по формуле: $A = \int_{\overline{r}_1}^{\overline{r}_2} \overline{F} \cdot d\overline{r}$. (СК.11.59)

СК.11.61. Мощность силы N – скалярная физическая величина, равная скорости изменения, преобразования, передачи или потребления энергии системы.

СК.11.62. Мощность силы N равняется скалярному произведению вектора силы $\overline{F}$ на вектор скорости $\overline{v}$. (СК.11.61)

СК.11.63. Мощность силы N вычисляется по формуле: $N = \overline{F} \cdot \overline{v}$. (СК.11.62)

Законы изменения и сохранения момента импульса

СК.11.64. Моментом силы $\overline{M}$ относительно точки называется физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора точки приложения силы $\overline{r}$ на вектор силы $\overline{F}$. (СК.11.9, СК.11.44)

СК.11.65. Момент силы $\overline{M}$ относительно точки вычисляется по формуле: $\overline{M} = \overline{r} \times \overline{F}$. (СК.11.64)

СК11.66. Плечом l силы $\overline{F}$ относительно точки O называется расстояние l от точки O до линии действия силы $\overline{F}$. (СК.11.3.2)

СК.11.67. Модуль момента силы $|\overline{M}|$ относительно точки O равен произведению модуля силы $|\overline{F}|$ на плечо l. (СК.11.44, СК.11.66, СК.11.64)

СК.11.68. Модуль момента силы относительно точки O вычисляется по формуле:

$\left|\overline{M}\right| = \left|\overline{F}\right| \cdot l$. (СК.11.3.25)

СК.11.69. Плечо *l* силы $\overline{F}$ относительно точки *O* вычисляется по формуле:

$$l = \left|\overline{r}\right| \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\overline{r} \cdot \overline{F}}{\left|\overline{r}\right| \cdot \left|\overline{F}\right|}\right)^2}$$. (СК.11.66, СК.11.9, СК.11.44)

СК.11.70. Моментом импульса $\overline{L}$ материальной точки относительно точки *O* называется физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\overline{r}$ материальной точки на вектор импульса $\overline{p}$ материальной точки. (СК.11.9, СК.11.43)

СК.11.71. Момент импульса материальной точки относительно точки *O* вычисляется по формуле: $\overline{L} = \overline{r} \times \overline{p}$. (СК.11.70)

СК.11.72. Плечом *l* вектора импульса $\overline{p}$ материальной точки относительно точки *O* называется расстояние *l* от точки *O* до линии, на которой лежит вектор $\overline{p}$. (СК.11.43)

СК.11.73. Модуль момента импульса $\left|\overline{L}\right|$ относительно точки *O* равен произведению массы тела m на модуль скорости $\left|\overline{v}\right|$ и на плечо l. (СК.11.3.70)

СК.11.74. Модуль момента импульса относительно точки *O* вычисляется по формуле: $\left|\overline{L}\right| = m \cdot \left|\overline{v}\right| \cdot l$. (СК.11.3.73)

СК.11.75. Плечо *l* импульса $\overline{p}$ относительно точки *O* вычисляется по формуле: $$l = \left|\overline{r}\right| \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\overline{r} \cdot \overline{F}}{\left|\overline{r}\right| \cdot \left|\overline{F}\right|}\right)^2}$$ (СК.11.43, СК.11.73)

Уравнение движения центра масс твердого тела

СК.11.76. Ускорение центра масс $\overline{a}_C$ зависит от массы тела и от суммы всех сил, действующих на тело.

СК.11.77. Ускорение центра масс тела не зависит от расположения точек приложения сил на теле.

СК.11.78. Уравнение движения центра масс твердого тела: $m \cdot \overline{a_C} = \sum \overline{F_i}$

СК.11.79. Координаты центра масс *C* вычисляются по формулам:

$$x_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \ y_C = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \ z_C = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

Некоторые разделы физики. Тяготение. Элементы теории поля

СК.11.80. Материальная точка – это тело, размеры которого пренебрежимо мало по сравнению с расстоянием до него.

СК.11.81. Закон всемирного тяготения состоит в том, что все тела притягиваются друг к другу.

СК.11.82. Силы взаимного гравитационного притяжения двух материальных точек являются противоположными векторами. (СК.1.32, СК.1.33)

СК.11.83. Сила, с которой материальная точка массой m_1 притягивает материальную точку массой m_2, вычисляется по формуле: $\overline{F} = -G \frac{m_1 m_2}{\left|\overline{r}\right|^2} \cdot \overline{r}_{\circ}$, где

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \dfrac{м^3}{кг \cdot с^2}$ – гравитационная постоянная, $\bar{r}$ – вектор, соединяющий точки и начало которого в точке массой m_1, а $\bar{r}_0$ – орт вектора $\bar{r}$. (СК.1.3, СК.1.4, СК.1.40, СК.1.41)

Например: на рисунке К.3 изображена сила $\bar{F}$, с которой материальная точка массой m_1 притягивает материальную точку массой m_2.

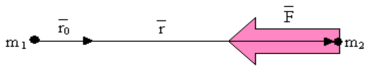


Рис. К.3

СК.11.84. Напряженность поля – векторная физическая величина, которая измеряется силой, с которой гравитационное поле действует на пробное тело единичной массы, помещенное в данную точку поля.

СК.11.85. Напряженность гравитационного поля обозначается $\bar{E}$. (СК.11.84)

СК.11.86. Напряжённость гравитационного поля равна отношению гравитационной силы, с которой материальная точка массой m_1 притягивает материальную точку массой m_2, к массе m_2.

СК.11.87. Определение напряжённости гравитационного поля в символьном виде:

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{m_2},$$

где $\bar{F}$ – гравитационная сила, с которой материальная точка массой m_1 притягивает материальную точку массой m_2. (СК.11.86)

СК.11.88. Величина напряжённости гравитационного поля вычисляется по формуле:

$$\left|\bar{E}\right| = G\frac{m_1}{\left|\bar{r}\right|^2},$$

где m_1 – масса материальной точки, а $\bar{r}$ – вектор, соединяющий точки между которыми возникло гравитационное поле с началом в точке массой m_1. (СК.11.89)

СК.11.89. Принцип суперпозиции гравитационных полей: напряженность поля, создаваемого несколькими точечными источниками, равна сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из источников.

СК.11.90. Принцип суперпозиции гравитационных полей в символьном виде:

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 + \dots$$ (СК.11.89)

СК.11.91. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами m_1 и m_2, находящихся на расстоянии r друг от друга, вычисляется по формуле: $П = -G\dfrac{m_1 m_2}{r}$, где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \dfrac{м^3}{кг \cdot с^2}$ – гравитационная постоянная.

СК.11.92. Потенциал поля тяготения φ – скалярная величина, определяемая потенциальной энергией тела единичной массы в данной точке поля или работой по перемещению единичной массы из данной точки поля в бесконечность.

СК.11.93. Потенциал поля тяготения вычисляется по формуле: $\varphi = \dfrac{П}{m}$,

где $П$ – потенциальная энергия материальной точки массой m, помещённой в данную точку поля.

Электростатика и постоянный ток

СК.11.94. Сила, приложенная к одному заряду со стороны другого заряда, называется **силой Кулона**.

СК.11.95. Сила Кулона находится по закону Кулона. (СК.11.94)

СК.11.96. Закон Кулона в скалярном виде состоит в том, что величина силы взаимодействия двух неподвижных зарядов прямо пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

СК.11.97. Закон Кулона в векторном виде состоит в том, что к заряду q_1 со стороны заряда q_2 приложена сила $\overline{F}_{12}$.

СК.11.98. Сила $\overline{F}_{12}$ одинаково направлена с вектором $q_1 q_2 (\overline{r}_1 - \overline{r}_2)$, где $\overline{r}_1$ – радиус-вектор точки, в которой находится заряд q_1, а $\overline{r}_2$ – радиус-вектор точки, в которой находится заряд q_2.

СК.11.99. Величина силы $\overline{F}_{12}$ находится по закону Кулона в скалярном виде. (СК.11.96)

СК.11.100. Сила $\overline{F}_{12}$ в векторном виде находится по формуле: $\overline{F}_{12} = k\dfrac{q_1 q_2}{|\overline{r}_1 - \overline{r}_2|^3}(\overline{r}_1 - \overline{r}_2)$,

(СК.11.94, СК.11.95, СК.11.97) где $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{Нм^2}{Кл^2}$ в системе СИ.

Например: на рисунке К.4 изображена сила $\overline{F}_{12}$, к заряду q_1 со стороны заряда q_2, и сила $\overline{F}_{21}$, к заряду q_2 со стороны заряда q_1.

СК.11.101. Вектор **напряженности электростатического поля** равен силе, действующей в данной точке на помещенный в нее пробный единичный положительный заряд.

Направление вектора **напряженности электростатического поля** определяет направление силы, действующей на положительный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля.

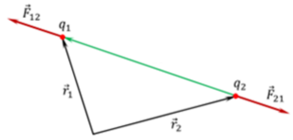


Рис. К.4

СК.11.102. Вектор **напряженности электростатического поля** $\overline{E}$ вычисляется по формуле $\overline{E} = \dfrac{\overline{F}}{Q_\circ}$,

где $\overline{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд $Q_\circ$, помещённый в данную точку поля.

СК.11.103. Величина напряжённости электростатического поля точечного заряда Q на расстоянии r от заряда вычисляется по формуле:

$$|\overline{E}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{Q}{r^2}.$$

СК.11.104. Принцип суперпозиции электростатических полей: напряженность поля, создаваемого несколькими зарядами, равна сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом.

СК.11.105. Принцип суперпозиции электростатических полей в символьном виде: $\overline{E} = \overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3 + ...$

СК.11.106. Электрический диполь – идеализированная электронейтральная система, состоящая из точечных и равных по абсолютной величине положительного и отрицательного электрических зарядов.

Магнитное поле

СК.11.107. Магнитная индукция $\overline{B}$ – векторная физическая величина, силовая характеристика магнитного поля, численно равная отношению максимального значения силы, действующей на проводник с током в однородном магнитном поле, к произведению силы тока в нём на длину проводника.

СК.11.108. Магнитная индукция $\overline{B}$ вычисляется по формуле:

$$\overline{B} = \frac{\overline{F}_{max}}{I\,l}, \text{ (СК.11.80)}$$

где $\overline{F}_{max}$ – сила, действующая на проводник с током в однородном магнитном поле, I – сила тока в проводнике, l – длина проводника.

СК.11.109. Величина магнитной индукции $|\overline{B}|$ измеряется в Тл.

СК.11.110. Напряженность магнитного поля $\overline{H}$ – векторная величина, являющаяся количественной характеристикой магнитного поля, определяющейся показателем вклада в магнитную индукцию внешних источников поля.

СК.11.111. Напряженность магнитного поля $\overline{H}$ равна отношению вектора магнитной индукции $\overline{B}$ к произведению магнитной постоянной $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\, Гн/м$ и магнитной проницаемости среды μ, вычисляется по формуле:

$$\overline{H} = \frac{\overline{B}}{\mu\,\mu_0}. \text{ (СК.М4, СК.М5, СК.М6, СК.11.4.4)}$$

СК.11.112. Магнитная проницаемость среды μ – физическая величина, показывающая во сколько раз магнитная индукция поля в данной среде отличается от магнитной индукции поля в вакууме.

СК.11.113. Для вакуума магнитная проницаемость среды $\mu = 1$.

СК.11.114. Закон Био - Савара - Лапласа для проводника с током I, элемент которого dl создает в некоторой точке поля магнитную индукцию $d\overline{B}$:

$$d\overline{B} = \frac{\mu\,\mu_0}{4\pi}\frac{I \cdot d\overline{l} \times \overline{r}}{|\overline{r}|^3},$$

где $d\overline{l}$ - вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током; $\overline{r}$ – радиус-вектор, проведённый из элемента dl в рассматриваемую точку поля. (СК.7.3, СК.7.4, СК.7.5, СК.7.6, СК.7.7, СК.7.8)

Например: на рисунке К.5 отображён закон Био - Савара - Лапласа

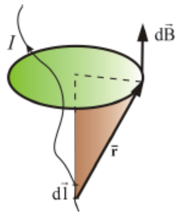


Рис. К.5

СК.11.115. Для проводника с током I, элемент которого dl создает в некоторой точке поля напряжённость $d\overline{H}$, которая вычисляется по формуле:

$$d\overline{H} = \frac{I \cdot d\bar{l} \times \bar{r}}{4\pi |\bar{r}|^3},$$

где $d\bar{l}$ – вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током; $\bar{r}$ – радиус-вектор, проведённый из элемента dl в рассматриваемую точку поля. (СК.7.3, СК.7.4, СК.7.5, СК.7.6, СК.7.7, СК.7.8)

СК.11.116. Принцип суперпозиции магнитного поля: вектор магнитной индукции результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равен векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности: $\overline{B} = \sum_{i=1}^{n} \overline{B}_i$. (СК.2.24, СК.2.25, СК.2.26, СК.2.27)

СК.11.117. Потоком вектора магнитной индукции или магнитным потоком ($d\Phi$) сквозь площадку ($d\overline{S}$) называется скалярная физическая величина, равная скалярному произведению вектора магнитной индукции $\overline{B}$ и $d\overline{S} = \bar{n}\, dS$, где $\bar{n}$ – единичный вектор нормали к площадке.

СК.11.118. Определение магнитного потока в символьном виде:

$$d\Phi = \overline{B} \cdot d\overline{S} = |\overline{B}| \cdot |d\overline{S}| \cdot \cos\alpha,$$

где α – угол между направлением нормали $\bar{n}$ и вектором магнитной индукции $\overline{B}$. (СК.11.117)

Например: на рисунке К.6 изображён вектор магнитной индукции

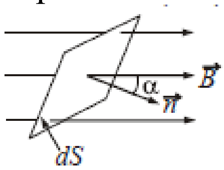


Рис. К.6

СК.11.119. Единица измерения магнитного поток $d\Phi$ в системе СИ – 1 Вебер (1 Вб).

СК.11.120. Закон Ампера определяет силу, действующую со стороны однородного магнитного поля с индукцией $\overline{B}$ на прямолинейный участок провода длиной l, в котором протекает ток I.

СК.11.121. Сила Ампера, действующая со стороны однородного магнитного поля с индукцией $\overline{B}$ на прямолинейный участок провода длиной $|\bar{l}|$, в котором протекает ток *I*, вычисляется по формуле: $\overline{F}=I\cdot\bar{l}\times\overline{B}$. (СК.11.120)

СК.11.122. Вектор магнитной индукции поля точечного заряда Q, свободно движущегося с нерелятивистской скоростью $\bar{v}$, одинаково направлен с вектором, являющимся векторным произведением вектора скорости $\bar{v}$ и радиус-вектора $\bar{r}$, проведённого от заряда к точке, в которой определяется индукция. (СК.7.3, СК.7.4, СК.7.5, СК.7.6, СК.7.7, СК.7.8)

СК.11.123. Вектор магнитной индукции поля точечного заряда Q, свободно движущегося с нерелятивистской скоростью $\bar{v}$, находится по формуле: $\overline{B}=\frac{\mu_{\circ}\mu}{4\pi}\frac{Q\cdot\bar{v}\times\bar{r}}{\bar{r}^{3}}$, (СК.11.122) где $\bar{r}$ – радиус-вектор, проведённый от заряда к точке, в которой определяется индукция, $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\,Гн/м$ – магнитная постоянная, а μ – магнитная проницаемость среды.

СК.11.124. Вектор магнитного момента $\bar{p}_m$, действующий на контур с током *I* прямо пропорционален площади *S*, обтекаемой током, силе тока *I* и одинаково направлен единичному вектору нормали к поверхности контура $\bar{n}$. (СК.1.20, СК.1.21)

СК.11.125. Вектор магнитного момента $\bar{p}_m$, действующий на контур с током *I*, вычисляется по формуле: $\bar{p}_m=I\,S\,\bar{n}$, где *S* – площадь контура с током. (СК.11.80)

СК.11.126. Вектор механического момента $\overline{M}$, действующий на контур с током *I* в однородном магнитном поле, индукция которого $\overline{B}$, равен векторному произведению вектора магнитного момента $\bar{p}_m$ и вектора магнитной индукции $\overline{B}$. (СК.7.3, СК.7.4, СК.7.5, СК.7.6, СК.7.7, СК.7.8)

СК.11.127. Вектор механического момента $\overline{M}$, действующий на контур с током *I* в однородном магнитном поле, индукция которого $\overline{B}$, вычисляется по формуле: $\overline{M}=\bar{p}_m\times\overline{B}$. (СК.11.126)

СК.11.128. Сила Лоренца – это сила, действующая на заряд Q, движущийся в магнитном поле с индукцией $\overline{B}$ со скоростью $\bar{v}$, одинаково направлена с вектором равным векторному произведению вектора скорости и вектора магнитной индукции поля. (СК.7.3, СК.7.4, СК.7.5, СК.7.6, СК.7.7, СК.7.8)

СК.11.129. Сила Лоренца вычисляется по формуле: $\overline{F}=Q\cdot\bar{v}\times\overline{B}$. (СК.11.128)

СК.11.130. Результирующая сила, действующая на движущийся заряд Q, если на него действуют электрическое поле напряжённостью $\overline{E}$ и магнитное поле индукцией $\overline{B}$, равна сумме силы Лоренца и силы, действующей на точечный заряд Q, помещённый в данную точку поля.

СК.11.131. Результирующая сила, действующая на движущийся заряд Q, если на него действуют электрическое поле напряжённостью $\overline{E}$ и магнитное поле индукцией $\overline{B}$, вычисляется по формуле Лоренца: $\overline{F}=Q\cdot\overline{E}+Q\cdot\bar{v}\times\overline{B}$.(СК.11.130)

Приложение Л

ФИЗИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И СПОСОБЫ ДЕЙСТВИЙ, КОТОРЫЕ МОЖНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ ИНТЕГРАТИВНЫХ ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

1) тема «Предел числовой последовательности»:

а) вычисление массы m однородной круглой пластины с известной поверхностной плотностью ρ: $m = \rho S$, где S –площадь круга (нахождение S по методу Архимеда);

б) предел последовательности поминутных (почасовых и т.д.) значений силы гравитации между двумя быстро сближающимися или разлетающимися космическими телами;

в) общее сопротивление при последовательном или параллельном соединении резисторов или конденсаторов, если их сопротивления образуют бесконечную убывающую геометрическую прогрессию.

2) тема «Предел функции»:

а) предельное значение силы гравитации между двумя сближающимися или удаляющимися космическими телами;

б) аналогично для электростатического взаимодействия двух зарядов;

в) релятивистская масса тел при скорости близкой к скорости света;

г) напряжение на внешнем (внутреннем) сопротивлении в цепи источника Э.Д.С., когда величина сопротивления неограниченно возрастает и убывает.

3) тема « Непрерывность функции»:

а) зависимость угла поворота и угловой скорости от времени при неравномерном вращательном движении тела;

б) зависимость массы тела от его объема;

в) зависимость потенциальной (кинетической) энергии тела вблизи поверхности Земли от его высоты над ней (скорости).

4) тема «Производная»:

а) мгновенная угловая скорость вращения;

б) мощность силы как скорость совершения ею работы;

в) вычисление силы, действующей на заряд в кулоновском поле, через его потенциал;

г) определение возвращающей силы упругого и математического маятника через выражение для потенциальной энергии при малых колебаниях.

5) тема «Производные высшего порядка»:

а) угловое ускорение как вторая производная от угла по времени;

б) Э.Д.С. самоиндукции в контуре как функция второй производной по времени от количества заряда, прошедшего через сечение.

6) тема «Дифференциал»:

а) приращение угловой скорости для достаточно малого приращения времени в произвольной точке зависимости угловой скорости вращения от времени;

б) приращение работы в некоторый момент, соответствующее малому приращению времени, если зависимость работы от времени известна;

в) приращение кинетической энергии (K) тела для малого приращения скорости (v) в произвольной точке зависимости K = mv2/2.

7) тема «Производная сложной функции»:

а) определение мощности силы по виду выражения для кинетической энергии тела при прямолинейном равноускоренном движении;

б) вычисление скорости изменения давления идеального газа в изотермическом процессе при известной зависимости его объема от времени.

8) *тема «Производная функции, заданной параметрически»:*

а) установление наклона траектории снаряда, выпущенного под углом к горизонту;

б) сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний (фигуры Лиссажу).

9) *тема «Формула Тейлора»:*

а) определение потенциальной энергии U(x) упругого и математического маятника при малых отклонениях (x) от равновесия;

б) деформирование абсолютно упругого стержня (закон Гука); в) вывод закона взаимосвязи массы и энергии на основании выражения для релятивистской массы.

10) тема «Правило Лопиталя»:

а) вычисление интенсивности дифрагированного света в интервале углов близких к нулю при дифракции Фраунгофера от бесконечной щели;

б) нахождение интенсивности главных максимумов примноголучевой интерференции света;

в) определение интенсивности спектра простейшего цуга волн при частотах, близких к основной частоте.

11) тема «Исследование функций с помощью производных. Экстремум функции»:

а) высота подъема снаряда, вертикально выпущенного из орудия, в зависимости от времени;

б) полезная мощность, выделяемая во внешней электрической цепи источника тока с известным внутренним сопротивлением, в зависимости от величины внешнего сопротивления;

в) ускорение силы тяжести на различных расстояниях от центра Земли;

г) эффективная потенциальная энергия тела, которое вращается вокруг другого тела в поле его тяготения или кулоновского притяжения, в зависимости от расстояния между ними;

д) резонансная кривая для силы тока и напряжения на конденсаторе в последовательном RLC–контуре;

е) закон преломления света (задача Лейбница).

12) тема «Неопределенный интеграл»: постановка задач

а) о восстановлении закона вращения тела по угловой скорости;

б) об определении вида зависимости скорости прямолинейного движения тела под действием переменной силы от времени;

в) о вычислении вида зависимости потенциальной энергии пружины от величины ее деформации.

13) тема «Определенный интеграл»:

а) вычисление угла поворота тела за данное время при вращении с переменной угловой скоростью;

б) вычисление скорости прямолинейного движения тела, приобретенной за данный промежуток времени, происходящего под действием переменной силы;

в) вычисление потенциальной энергии пружины, деформированной на данную величину.

14) тема «Определенный интеграл с переменным верхним пределом»: задачи, аналогичные задачам предыдущей темы.

15) тема «Несобственные интегралы»:

а) вычисление потенциальной энергии точечного заряда (массы) в электрическом (гравитационном) поле другого заряда(массы);

б) потенциал электрического (гравитационного) поля.

16) тема «Векторная алгебра»:

а) нахождение радиус-вектора материальной точки;

б) нахождение скорости тела и её проекций на координатные оси;

в) нахождение ускорения тела и его проекций на координатные оси;

г) нахождение равнодействующей сил;

д) нахождение импульса силы и др.

Приложение М

УЧЕБНАЯ ЗАДАЧА НА ФОРМИРОВАНИЕ ОБОБЩЕННОГО СПОСОБА ДЕЙСТВИЙ «НАХОДИТЬ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ВЕКТОРОВ»

Таблица М.1 – Технологическая карта учебной задачи

№	Умение	Знания	Задание
1.	Вычислять скалярное произведение двух векторов, заданных модулями и углом между ними	Формула для вычисления скалярного произведения двух векторов, заданных модулями и углом между ними	М.1, М.11, М.13, М.14, М.17, М.28
2.	Вычислять скалярное произведениедвух векторов, заданных координатами	Формула для вычисления скалярного произведения двух векторов, заданных координатами	М.4, М.7, М.13, М.16, М.24, М.26, М.27
3.	Находить скалярный квадрат вектора	Формула для вычисления скалярного квадрата вектора	М.10, М.18
4.	Вычислять двойное скалярное произведение трех векторов	Формула для вычисления двойнго скалярного произведения трех векторов	М.11, М.22
5.	Вычислять векторное произведение двух векторов, заданных координатами	Формула для вычисления векторного произведения двух векторов, заданных координатами	М.3, М.5, М.19, М.29
6.	Вычислять модуль векторного произведения двух векторов, заданных модулями и углом между ними	Формула для вычисления модуля векторного произведения двух векторов	М.2, М.11, М.14, М.20, М.28
7.	Вычислять смешанное произведение трех векторов, заданных координатами	Формула для вычисления смешанного произведения трех векторов, заданных координатами	М.8, М.9, М.11,М.21, М.25, М.30
8.	Записывать в символьном виде скалярное произведение двух векторов	Определение векторного произведения двух векторов	М.12, М.15, М.26, М.27, М.28.
9.	Записывать в символьном виде векторное произведение двух векторов	Определение векторного произведения двух векторов	М.6, М.12 М.15
10.	Записывать в символьном виде двойное векторное произведение двух векторов	Определение двойного векторного произведения двух векторов	М.12 М.15

Продолжение таблицы М.1

№	Умение	Знания	Задание
11.	Вычислять двойное векторное произведение векторов	Формула для вычисления двойного векторного произведения трех векторов	М.23
12.	Записывать в символьном виде смешанное произведение трех векторов	Определение двойного смешанного произведения трех векторов	М.12, М.30

Задания для освоения действий в символьном виде

М.1. Определите, чему равно скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если угол между векторами равен φ.

А	**Б**	**В**	**Г**
$\lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot ctg\varphi$	$\lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert cos\varphi$	$\lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot tg\varphi$	$\lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert sin\varphi$

М.2. Определите, чему равен модуль векторного произведения векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если угол между этими векторами равен φ.

А	**Б**	**В**	**Г**
$\lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot ctg\varphi$	$\lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert cos\varphi$	$\lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot tg\varphi$	$\lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert sin\varphi$

М.3. Определите, чему равно векторное произведение векторов $\bar{a}=(a_x;a_y;a_z)$ и $\bar{b}=(b_x;b_y;b_z)$.

А	**Б**	**В**	**Г**
$(a_x b_x;\ a_y b_y;\ a_z b_z)$	$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$	$a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$	$\frac{a_x}{b_x}=\frac{a_y}{b_y}=\frac{a_z}{b_z}$

М.4. Определите, чему равно скалярное произведение векторов $\bar{a}=(a_x;a_y;a_z)$ и $\bar{b}=(b_x;b_y;b_z)$.

А	Б	**В**	**Г**
$(a_x b_x;\ a_y b_y;\ a_z b_z)$	$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$	$a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$	$\frac{a_x}{b_x}=\frac{a_y}{b_y}=\frac{a_z}{b_z}$

М.5. Определите, чему равно векторное произведение $\bar{i}\times\bar{k}$, где $\bar{i}$ и $\bar{k}$ вектора декартового базиса трёхмерной системы координат.

А	**Б**	**В**	**Г**
$\bar{j}$	$-\bar{j}$	$\bar{k}$	$-\bar{i}$

М.6. Определите, чему равен вектор $\bar{c}$, перпендикулярный векторам $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если вектора $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ образуют правую тройку векторов и $|\bar{c}| = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot sin\varphi$, где φ – угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

А	**Б**	**В**	**Г**
$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$	$\bar{c} = \bar{a} - \bar{b}$	$\bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{b}$	$\bar{c} = \bar{a} \times \bar{b}$

М.7. Определите, чему равно скалярное произведение $\bar{i} \cdot \bar{k}$, где $\bar{i}$ и $\bar{k}$ вектора декартового базиса трёхмерной системы координат.

А	**Б**	**В**	**Г**
0	$-\bar{j}$	$\bar{k}$	$-\bar{i}$

М.8. Определите, чему равно смешанное произведение векторов $(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot \bar{c}$, если $\bar{a} = (a_x; a_y; a_z)$ и $\bar{b} = (b_x; b_y; b_z)$ и . $\bar{c} = (c_x; c_y; c_z)$

А	Б	**В**	**Г**
$\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ a_x & a_y & a_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ c_x & c_y & c_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$

М.9. Определите, чему равно смешанное произведение $(\bar{i} \times \bar{k}) \cdot \bar{j}$, где $\bar{i}$, $\bar{j}$ и $\bar{k}$ вектора декартового базиса трёхмерной системы координат.

А	**Б**	**В**	**Г**
0	$-\bar{j}$	1	-1

М.10. Определите, чему равно скалярое произведение вектора вектора $\bar{a}$ на себя $\bar{a} \cdot \bar{a}$.

А	**Б**	**В**	**Г**
0	$\lvert\bar{a}\rvert$	$\lvert\bar{a}\rvert^2$	$-\bar{a}$

Задания для формирования понятий

М.11. Установите соответствие между понятиями (1-4) и формулами для их нахождения (А-Д):

1.	Скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$	А:	$\lvert\bar{a}\rvert\cdot\lvert\bar{b}\rvert cos\varphi$, где φ – угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$
2.	Смешанное произведение трёх векторов $\bar{a}=(a_x,a_y,a_z)$, $\bar{b}=(b_x,b_y,b_z)$ и $\bar{c}=(c_x,c_y,c_z)$	Б:	$\lvert\bar{a}\rvert\cdot\lvert\bar{b}\rvert sin\varphi$, где φ – угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$
3.	Модуль векторного произведения векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$	В:	$(a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z)\cdot(c_x;c_y;c_z)$
4.	Двойное скалярное произведение векторов $\bar{a}=(a_x,a_y,a_z)$, $\bar{b}=(b_x,b_y,b_z)$ и $\bar{c}=(c_x,c_y,c_z)$	Г:	$\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$
		Д:	$(a_xb_x;a_yb_y;a_zb_z)\cdot(c_x;c_y;c_z)$

М.12. Установите соответствие между понятиями (1-4) и их обозначениями (А-Д):

1.	Двойное векторное произведение векторов $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$	А:	$(\bar{a}\times\bar{b})\bar{c}$
2.	Скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$	Б:	$\bar{a}\cdot\bar{b}$
3.	Векторное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$	В:	$Пр_{\bar{b}}\bar{a}$
4.	Смешанное произведение векторов $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$	Г:	$\bar{a}\times\bar{b}$
		Д:	$(\bar{a}\times\bar{b})\times\bar{c}$

М.13. Установите соответствие между понятиями (1-4) и их содержанием (А-Д):

1.	Скалярное произведение двух векторов, заданных координатами	А:	Равно произведению модулей этих векторов
2.	Скалярное произведение двух одинаково направленных векторов	Б:	Равно произведению модулей этих векторов, взятому со знаком минус
3.	Скалярное произведение двух противоположно направленных векторов	В:	Равно сумме произведений соответствующих координат векторов
4.	Скалярное произведение двух перпендикулярных векторов	Г:	Не существует
		Д:	Равно нулю

2.3.14. Установите соответствие между понятиями (1-4) и значениями (А-Д):

1.	Скалярное произведение перпендикулярных векторов	А:	Точка
2.	Скалярное произведение не перпендикулярных векторов	Б:	Число ноль
3.	Векторное произведение не коллинеарных векторов	В:	Ненулевой вектор
4.	Векторное произведение коллинеарных векторов	Г:	Число отличное от нуля
		Д:	Нулевой вектор

2.3.15. Укажите, какие из приведенных понятий не являются вектором:

А: смешанное произведение трех векторов;
Б: векторное произведение двух векторов;
В: модуль векторного произведения векторов;
Г: скалярное произведение векторов;
Д: двойное векторное произведение двух векторов.

Задачи для освоения практических действий

М.16. Определите, чему равно скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если $\bar{a}$ =(2; –3; 4), $\bar{b}$=(–1; 0; 5).

А	**Б**	**В**	**Г**
(–2; 0; 20)	18	–18	$-21\bar{i}+\bar{j}$

М.17. Определите чему равно скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если $|\bar{a}|=3$, $|\bar{b}|=2$, а угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$ равен 60^0.

А	**Б**	**В**	**Г**
$3\sqrt{3}$	6	$3\sqrt{2}$	3

М.18. Определите, чему равно скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если $|\bar{a}|=2$, $\bar{b}=-3\bar{a}$.

А	**Б**	**В**	**Г**
–12	$4\sqrt{3}$	$4\sqrt{2}$	12

М.19. Определите, чему равно векторное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если $\bar{a}$=(1; 1;2), $\bar{b}$=(3; 0; 3).

А	**Б**	**В**	**Г**
$3\sqrt{3}$	(3; –3; 3)	(3; –3; –3)	(3; 3; –3)

М.20. Определите, чему равен модуль векторного произведения векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если $\bar{a}$ =(1; 1; 2), $\bar{b}$=(3; 0; 3).

А	**Б**	**В**	**Г**
3	$\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	27

М.21. Определите, чему равно смешанное произведение векторов $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$, если $\bar{a}$ =(1; 1; 2), $\bar{b}$=(3; 0; 3), $\bar{c}$ =(–1; 3; 5)

А	**Б**	**В**	**Г**
27	$3\sqrt{3}$	(3; –3; –3)	–9

М.22. Определите, чему равно двойное скалярное произведение векторов $\left(\bar{a}\cdot\bar{b}\right)\cdot\bar{c}$, если $\bar{a}$ =(1; 1; 2), $\bar{b}$=(3; 0; -3), $\bar{c}$ =(–1; 1; 1)

А	**Б**	**В**	**Г**
27	$3\sqrt{3}$	(3; –3; –3)	–9

М.23. Определите, чему равно двойное векторное произведение векторов $\left(\bar{a}\times\bar{b}\right)\times\bar{c}$, если $\bar{a}$ =(1; 1; 2), $\bar{b}$=(3; 0; -3), $\bar{c}$ =(–1; 1; 1)

А	**Б**	**В**	**Г**
27	(12; 6; 6)	(3; –3; –3)	–9

М.24. Определите, чему равно скалярное произведение векторов $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$, если A =(2; –3; 4), B=(–1; 0; 5), C = (0; -1; 2).

А	**Б**	**В**	**Г**
(6; 6; –2)	10	–10	$-8\bar{i}+8\bar{j}$

М.25. Определите, чему равно векторное произведение векторов $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$, если A =(2; –3; 4), B=(–1; 0; 5), C = (0; -1; –2).

А	**Б**	**В**	**Г**
(6; 6; –2)	10	–10	$-8\bar{i}+8\bar{j}$

Задачи для освоения способов действий

М.26. Найдите координаты вектора $\bar{X}=(x, y\ z)$, если $\bar{X}\cdot\bar{a}=4$, $\bar{X}\cdot\bar{b}=-2$, $\bar{X}\cdot\bar{c}=4$, где $\bar{a}=(1;-1;2)$, $\bar{b}$ = (2; –3; –1), $\bar{c}$ = (4; –2; 2).

М.27. Найдите координаты вектора $\bar{c}$, если $\bar{a} \cdot \bar{c} = 5$, $\bar{b} \cdot \bar{c} = -1$, при условии, что $|\bar{c}| = \sqrt{3}$, где $\bar{a} = (2;\ -3;\ 6)$ и $\bar{b} = (-1;\ 2;\ -2)$.

М.28. Найдите $\bar{a} \cdot \bar{b}$, если $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 26$ и $|\bar{a} \times \bar{b}| = 72$.

М.29. Даны точки $A(2;-1;2)$, $B(1;2;-1)$ и $C(3;2;1)$. Найти координаты векторного произведения $(\overline{BC} - 2\overline{CA}) \times \overline{CB}$.

М.30. Вычислить смешанное произведение векторов $(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot \bar{c}$, если $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j} + 3\bar{k}$, $\bar{b} = \overline{DC}$, где точки C и D имеют координаты $C(-1;2;3)$, $D(1;2;4)$, а вектор $\bar{c} = 2\bar{a} + \bar{b}$.

Ответы:

М.1	1.1.2	М.3	М.4	М.5	М.6	М.7	М.8	М.9	М.10
Б	Г	Б	В	А	Г	А	А	Г	А

М.11	1.1.12	М.13	М.14	М.15
1-А, 2-Г, 3-Б, 4-В	1-Д, 2-Б, 3-Г, 4-А	1-В, 2-А, 3-Б, 4-Д	1-Б, 2-Г, 3-В, 4-Д	А, В, Г

М.16	1.1.17	М.18	М.19	М.20	М.21	М.22	М.23	М.24	М25
Б	Г	А	В	В	Г	В	Б	Б	Г

М.26	1.1.27	М.28	М.29	М.30
$(0;\ 0;\ 2)$.	$(1;\ 1;\ 1)$; $\left(-\frac{43}{41};\ \frac{13}{41};\ \frac{55}{41}\right)$	± 30	$(6;\ -4;\ -6)$	0

Приложение Н

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНТЕГРАТИВНЫХ УЧЕБНЫХ ПРОЕКТОВ ПО МАТЕМАТИКЕ, РЕАЛИЗУЮЩИХ СВЯЗИ ДИСЦИПЛИНЫ «ХИМИЯ» И РАЗДЕЛА КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

Задача 1.1. Для производства стали определенной марки, в которую должны входить химические элементы A,B,C, нужна шихта трех видов I, II и III. Содержание легирующих элементов в 1 т шихты каждого вида и в выплавляемой стали приведены в таблице:

Химический элемент	*Содержание элемента в 1т шихты (кг)*		
	I	II	III
A	2	3	1
B	2	1	4
C	5	0	2

Необходимо увязать химические элементы A, B и C с необходимым объемом каждого вида шихт, если для производства стали необходимо шихты I вида 140 т, II вида – 134 т, II I вида – 153 т.

Проектное задание 1.2. Требуется приготовить 4250 кг нитрующей смеси 1 следующего состава: воды 24%, HNO_3 16%, H_2SO_4 60%. Исходными компонентами являются: 1) меланж, т.е. смесь состава H_2O – 7%, HNO_3 – 83%, H_2SO_4 – 12%; 2) олеум, т.е. раствор SO_3 в безводной H_2SO_4: H_2O – 1%, HNO_3 – 3%, H_2SO_4 – 94%; 3) отработанная серная кислота H_2O – 40%, HNO_3 – 0%, H_2SO_4 – 60%. Найти расход кислот, идущих на приготовление смеси.

Проектное задание 1.3. Даны три емкости с растворами серной кислоты различной концентрации. Если смешать растворы в определенных соотношениях, то получиться кислота заданной концентрации. Найти неизвестные концентрации растворов серной кислоты в трех емкостях. Исходные данные представлены в таблице:

Соотношение концентраций	*Конечная концентрация кислоты, %*
1:3:4	32
5:2:1	21
1:1:1	10

Проектное задание 1.4. Сколько граммов кристаллической соды $Na_2CO_3 \times 10H_2O$ и 10%-го раствора карбоната натрия надо взять для приготовления 300г 20%-го раствора карбоната натрия (масса $Na_2CO_3 \times 10 H_2O$ =276 г/моль, масса Na_2CO_3=101 г/моль).

Проектное задание 1.5. Смесь карбонатов калия и натрия массой 9 г обработали серной кислотой, взятой в избытке. При этом выделившийся газ занял объем 1,544 л (н.у.). Определить массовые доли карбонатов в исходной смеси.

Проектное задание 1.6. Найти сколько килограммов каждого компонента пойдет на приготовление 5150 кг нитрующей смеси следующего состава: H_2O – 20%, HNO_3 – 18% и H_2SO_4 – 62%, если она приготовлена из меланжа (H_2O – 5%, HNO_3 – 85%, H_2SO_4 – 10%), олеума (H_2SO_4 – 100%), отработанной кислоты (H_2O – 25%, H_2SO_4 – 75%).

Проектное задание 1.7. Для производства стали определенной марки, в которую должны входить химические элементы A,B,C, нужна шихта трех видов I, II и III. Содержание легирующих элементов в 1 т шихты каждого вида и в выплавляемой стали приведены в таблице:

Химический элемент	*Содержание элемента в 1т шихты (кг)*		
	I	II	III
A	4	8	16
B	10	2	4
C	2	1	3

Необходимо увязать химические элементы A, B и C с необходимым объемом каждого вида шихт, если для производства стали необходимо шихты I вида 120 т, II вида – 75 т, II I вида – 29 т.

Проектное задание 1.8. Даны три емкости с растворами соляной кислоты различной концентрации. Если смешать растворы в определенных соотношениях, то получиться кислота заданной концентрации. Найти неизвестные концентрации растворов соляной кислоты в трех емкостях. Исходные данные представлены в таблице:

Соотношение концентраций	*Конечная концентрация кислоты, %*
2:3:1	10
1:2:3	8
1:2:1	6

Проектное задание 1.9. Химик установил, что при определенной постоянной температуре суммарное давление смесей паров пропанола, этана и этилена в однофазной системе равно значениям, представленным в таблице. Найти значения давления пара чистых компонентов, известно, что давление смеси, химически не взаимодействующих друг с другом газов, равно сумме давлений.

Состав смеси, мол.доли			*Давление Р, Па*
Пропанол	*Этан*	*Этилен*	
4	5	5	90
4	14	2	98
1	2	2	34

Проектное задание 1.10. Экспериментатор установил, что при определенной постоянной температуре суммарное давление смесей паров бензола, дихлорэтана и хлорбензола в однофазной системе равно значениям, представленным в таблице. Найти значения давления пара чистых компонентов, известно, что давление смеси, химически не взаимодействующих друг с другом газов, равно сумме давлений.

Состав смеси, мол.доли			*Давление Р, Па*
Бензол	*Дихлорэтан*	*Хлорбензол*	
0,80	0,10	0,10	1840
0,20	0,70	0,10	1860
0,05	0,05	0,09	236

Проектное задание 1.11. При обработке соляной кислотой 9,92 г смеси карбидов кальция и алюминия образовалось 4,48 л смеси метана и ацетилена (н.у.). Определите количественный состав исходной смеси карбидов.

Уравнения происходящих реакций

$CaC_2 + 2HCl = CaCl_2 + C_2H_2\uparrow$;

$Al_4C_3 + 12HCl = 4AlCl_3 + 3CH_4\uparrow$

Проектное задание 1.12. Смесь этилена с водородом объемом 4 л пропустили над нагретым никелем. После реакции остался неизрасходованным водород объемом 0,4 л. Вычислите состав исходной газовой смеси (в объемных долях). Объемы газов измерены при нормальных условиях.

Уравнения происходящей реакции

$C_2H_4 + H_2 = C_2H_6$.

Проектное задание 1.13. При взаимодействии смеси этилового спирта и уксусной кислоты с металлическим натрием образовалось 2,24 л (н.у.) водорода. При действии на ту же массу исходной смеси раствором соды выделилось 0,224 л (н.у.) углекислого газа. Вычислите компонентный состав исходной смеси.

Уравнения происходящих реакций

$2CH_3COOH + Na_2CO_3 = 2CH_3COONa + CO_2\uparrow + H_2O$;

$2CH_3COO + 2Na = 2CH_3COONa + H_2\uparrow$;

$2C_2H_5OH + 2Na = 2C_2H_5ONa + H_2\uparrow$.

Проектное задание 1.14. Для сжигания 40 м^3 смеси метана и пропана израсходовали 170 м^3 кислорода. Определите количественный состав смеси.

Уравнения происходящих реакций

$CH_4+2O_2=CO_2+2H_2O$;
$C_3H_8+5O_2=3CO_2+4H_2O$.

Проектное задание 1.15. При последовательном пропускании смеси газов: азота, оксида углерода (II) и оксида углерода (IV) объемом 10 л (н. у.) через избыток известковой воды и затем над нагретым оксидом меди (II) выпадает 10 г осадка и образуется 6,35 г меди. Определите объемную долю каждого газа в смеси. Уравнения происходящих реакций

$Ca(OH)_2+CO_2=CaCO_3+H_2O$;
$CuO+CO=Cu+CO_2$.

Проектное задание 1.16. Если прокалить смесь гидрокарбонатов аммония, натрия и кальция массой 48,8 г до постоянной массы, то образуется твердый остаток массой 16,2 г. При обработке последнего раствором соляной кислоты выделяется газ объемом 2,24 л. Определите массы солей в исходной смеси.

Уравнения происходящих реакций

$NH_4HCO_3=NH_3+CO_2+H_2O$;
$2NaHCO_3=Na_2CO_3+CO_2+H_2O$;
$Ca(HCO_3)_2=CaCO_3+CO_2+H_2O$.

Проектное задание 1.17. При сгорании смеси силана SiH_4 и метана CH_4выделяется газ и образуется твердый продукт реакции массой 6 г. Образовавшийся газ пропустили через избыток гидроксида натрия, при этом образовалось соединение массой 31,8 г. Определите объем силана и метана в исходной смеси и объем кислорода, израсходованный при горении газов.

Уравнения происходящих реакций

$CH_4+2O_2=CO_2+2H_2O$;
$SiH_4+2O_2=SiO_2=2H_2O$;
$2NaOH+CO_2=Na_2CO_3+H_2O$.

Проектное задание 1.18. Амальгаму натрия и алюминия массой 5,48 г обработали избытком соляной кислоты. При этом выделилось 1,12 л водорода (н.у.). Нерастворенное вещество отделили от раствора и взвесили. Его масса составила 4,02 г. Определить массовый состав амальгамы (в процентах).

Уравнения происходящих реакций

$2Na + 2HCl = 2NaCl + H_2$;

$2Al + 6HCl = 2AlCl_3 + 3H_2$;Остаток ртуть Hg (4,02 г).

Проектное задание 1.19. Смесь метана и ацетилена объемом 20 мл сожгли в избытке кислорода, при этом образовалось 32 мл CO_2. Определите состав исходной смеси в объемных долях. Уравнения происходящих реакций

$CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O$;

$C_2H_2 + 2{,}5O_2 = 2CO_2 + H_2O$.

Проектное задание 1.20. При окислении 40 г смеси бензола, стирола и изопропилбензола подкисленным раствором перманганата калия образовалось 25,5 г бензойной кислоты и выделилось 6,75 л углекислого газа. Определите количественный состав смеси.

Уравнения происходящих реакций

$C_6H_5CH{=}CH_2 \rightarrow C_6H_5COOH + CO_2$;

$C_6H_5CH(CH_3)_2 \rightarrow C_6H_5COOH + 2CO_2$.

Приложение П

ЭЛЕКТРОННОЕ УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

«МАТЕМАТИКА В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ИНЖЕНЕРА»

Приложение Р

ВАРИАНТ НУЛЕВОЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

для студентов технических направлений подготовки

1. Вычислить значение выражения:

1.1. $\left(\frac{2}{7}-\frac{3}{5}\right)\cdot 0{,}35$; (1 балл)

1.2. $\sqrt[3]{5^4}\ /\ 5^{1/3}$ (1 балл)

2. Решить систему уравнений:

2.1. $\begin{cases} 3x-4y=2; \\ 2x+3y=7. \end{cases}$ (2 балла)

2.2. $\begin{cases} 3x-2y=2; \\ -6x+4y=-4. \end{cases}$ (2 балла)

3. Для данных точек A(2; -1), B(-3; 2), C(2; 4):

3.1. Найти координаты векторов $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$; (1 балл)

3.2. Найти модули векторов $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$; (1 балл)

3.3. Найти скалярное произведение $\overline{AB}\cdot\overline{BC}$; (1 балл)

3.4. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$; (1 балл)

3.5. Найти координаты вектора $3\cdot\overline{AB}-2\cdot\overline{BC}$; (1 балл)

3.6. Построить вектор $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ и $\overline{AB}$ + $\overline{BC}$ в прямоугольной системе координат; (1 балл)

3.7. Указать, являются ли векторы $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$ коллинеарными, или перпендикулярными (1 балл)

4. Для данных точек A(2; -1), B(-3; 2), C(2; 4):

4.1. Записать уравнение окружности с центром в точке A, радиус которой равен 2; (1 балл)

4.2. Записать уравнение прямой, проходящей через точки B и C. (1 балл)

4.3. Пересекаются ли прямая и окружность? Ответ обоснуйте (2 балла)

5. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 7см, а один из острых углов равен 30^0.

5.1. Найти катеты треугольника; (1 балл)

5.2. Вычислить площадь треугольника; (1 балл)

6. Дан прямоугольный параллелепипед, с рёбрами длиною 3 см, 5 см, 7см.

6.1. Найти объём параллелепипеда; (1 балл)

6.2. Найти площадь поверхности параллелепипеда; (1 балл)

7. Дана функция $y = \log_2 x$.

7.1. Построить график данной функции. (2 балла)

7.2. Указать область определения и множество значений функции. (2 балла)

8. Найти область определения функции:

$$y = \sqrt{4 - x^2 - 3x};$$

(2 балла)

9. Для функции $y = 2x^2 + x - 3$ найти:

9.1. Производную в точке x = -1. (1 балл)

9.2. Уравнение касательной к графику функции в точке x = -1. (2 балла)

9.3. Наибольшее и наименьшее значения на отрезке $x \in [-1;1]$. (2 балла)

9.4. Найти экстремумы функции, ответ обосновать; (3 балла)

9.5. Построить график функции и её касательной. (2 балла)

10. Найти производную функции $y = x^3 \cdot \sin 3x$. (3 балла)

Приложение С

ТЕСТ
О РАЗВИТОСТИ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В БУДУЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. Природа математического знания и его место в познании инженерных процессов и объектов

Насколько вы соглашаетесь с тем, что:

- без математики наши знания об инженерных объектах были бы неполными?
- почти не существует отраслей техники, где математика практически не находит применения?
- математика в упрощенном виде изучает объекты и зависимости, которые имеют практическую пользу для людей?
- математические знания в технике – это проверенные временем представление человека о наиболее общих закономерностях, функционирования технических объектов?
- математика влияет на развитие всех отраслей современной промышленности?
- в инженерных науках математические знания позволяют человеку изучать идеализированные объекты, которые имеют естественное происхождение?
- математические методы позволяют инженеру во мнении познавать окружающий мир?
- математические знания являются тем инструментом, который позволяет изучать любые технические объекты, отношения и процессы

независимо от их принадлежности?

- математические знания не подлежат пересмотру (ревизии) во времени?
- математические знания представляют собой, в некотором смысле, интерпретацию реально существующих технических объектов, отношений, процессов через их абстракции?

2. Сущность математических методов и их применения к решению практических инженерных задач и исследования инженерных процессов и объектов

Насколько вы соглашаетесь с тем, что:

- применение математических методов при решении практических инженерных задач возможно только в условиях упрощения, идеализации ситуации или объекта, описываемого в задаче?
- математика пользуется методами, логическое совершенство которых позволяет применять их к решению любых инженерных задач?
- математические доказательства являются единственным средством установления истинности тех положений, которые формулируются при построении математической теории?
- математические методы являются универсальными в смысле возможности их применения к решению задач из различных областей техники?
- математические методы решения практических инженерных задач основаны на моделировании?
- математические теории создаются для того, чтобы изобрести новые модели, с помощью которых можно было бы решать новые практические инженерные задачи?
- объекты, которыми оперирует математика, имеют идеальный

характер и поэтому методы их исследования существенно отличаются от тех, которые присущи техническим наукам?

- основным методом обоснования математических положений (утверждений) является дедуктивный метод (рассуждение “от общего к частному”)?
- при построении математических теорий обычно отталкиваются от некоторых положений, которые принимаются без обоснований (доказательств)?
- при решении практических задач математические методы отличаются от тех, что применяются в “чистой” математике?

3. Влияние математических компетентностей на интеллектуальное развитие будущего инженера

Насколько Вы разделяете мнение, что:

- занятия математикой развивают видение причинно-следственных связей?
- занятия математикой развивают умение классифицировать объекты произвольной природы?
- занятия математикой развивают способность к абстрагированию?
- занятия математикой развивают способность к аналитическому мышлению?
- занятия математикой развивают способность к мысленным обобщениям?
- занятия математикой развивают способность к систематизации?
- занятия математикой развивают умение интерпретации содержания?
- занятия математикой формируют умение моделирования инженерных объектов и процессов?

- занятия математикой формируют умение структурировать материал, изучаемый в инженерных науках?
- студенты, которые проявляют склонность к занятиям математикой, в большинстве имеют успехи в изучении предметов профессионального направления?

4. Место математических компетентностей в профессиональной подготовке студентов технических направлений подготовки

Насколько нужно, на Ваш взгляд, студенту-инженеру:

- уметь решать профессионально ориентированные задачи на занятиях по высшей математике?
- уметь самостоятельно работать с математической литературой?
- владеть математической терминологией, математической символикой, методами геометрических построений и т. п?
- уметь составлять профессионально ориентированные задачи на занятиях по высшей математике?
- знать смысловые и идейные связи вопросов, изучаемых в курсе высшей математики, с вопросами инженерных предметов?
- знать структуру курса высшей математики и его связь с фундаментальными и профессиональными дисциплинами?
- знать, как математические знания могут помочь в работе с материалом инженерных дисциплин?
- знать, как углублять изучение того или иного программного материала?
- иметь развитый математический кругозор?
- понимать, что методика преподавания математики не компенсирует недостаточную математическую подготовку?

5. Применение математики в будущей профессиональной деятельности

Насколько Вы согласны с тем, что инженер-исследователь должен:

- знать основные этапы математического моделирования в инженерных науках, и уметь составлять простые математические модели реальных технических объектов и процессов;
- уметь применять средства ИКТ при исследовании инженерных объектов и процессов, иметь представление о сфере их применения в инженерных науках;
- иметь представление об основных видах математических моделей, применяемых при решении инженерных задач;
- иметь представление о применение функциональных зависимостей в своей профессиональной деятельности;
- иметь представление об особенностях применения математических методов в своей профессиональной деятельности;
- иметь представление о методах измерений величин, применяемых при исследованиях инженерных процессов и объектов;
- иметь представление об основных методах исследования математических моделей инженерных объектов и процессов и владеть большинством из них;
- владеть методами графических интерпретаций математических зависимостей, встречающихся в технике;
- владеть методами проверки решений, полученных при исследовании математических моделей инженерных объектов и процессов;
- иметь представление о достоверности результатов, которые могут быть получены при решении прикладных задач.

Приложение Т

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА
ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОСВОЕННОСТИ ИНТЕГРАТИВНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ
И УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ УМЕНИЙ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ
ПО МАТЕРИАЛУ ВТОРОГО МОДУЛЯ ПЕРВОГО УЧЕБНОГО СЕМЕСТРА

ВАРИАНТ №1

Для функции $y = \frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ выполните действия:

1. Найдите нули функции. (2 балла)
2. Найдите область определения функции. (3 балла)
3. Найдите предел функции справа при $x \to \frac{1}{2}$. Исследовать функцию на наличие вертикальных асимптот. (4 балла)
4. Найдите предел функции при $x \to +\infty$. Исследовать функцию на наличие горизонтальных асимптот. (6 баллов)
5. Исследовать функцию на непрерывность. (3 балла)
6. Составьте уравнение касательной к графику функции в точке $x = 5$. (7 баллов)
7. Постройте график касательной к графику функции в точке $x = 5$. (3 балла)
8. Найдите интервалы возрастания и убывания функции, исследуйте функцию на экстремум. (7 баллов)
9. Найдите интервалы выпуклости и вогнутости функции, исследуйте функцию на наличие точек перегиба. (8 баллов)
10. Постройте эскиз графика функции. (4 балла)

Приложение У

ИНТЕГРАТИВНЫЕ ДЕЙСТВИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОСВОЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ
ДЕЙСТВИЙ И УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ УМЕНИЙ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ
ПО МАТЕРИАЛУ ПЕРВОГО УЧЕБНОГО СЕМЕСТРА

Таблица У.1 – Спектр умений заданий контрольной работы

Номер задания	Задания	Интегративные действия	Стоимость в баллах	
			действий	заданий
1	2	3	4	5
1.	Найти точки пересечения графика функции с координатными осями $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$.	1. Находить точку пересечения графика функции с осью *OX*. 2. Находить точку пересечения графика функции с осью *OY*.	1 балл 1 балл	2 балла
2.	Найти область определения функции $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$	3. Записывать ограничения, задающие область определения функции. 4. Решать неравенства, задающие область определения функции. 5. Решать систему неравенств, задающих область определения функции	1 балл 1 балл 1 балл	3 балла
3	Найти предел $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ Исследовать функцию на наличие вертикальных асимптот	6. Находить односторонние пределы элементарных функций в конечных точках, принадлежащих области определения. Определять, по какой теореме о пределах находится предел функции. 7. Использовать теоремы о пределах для нахождения предела. 8. Делать вывод о наличие вертикальных асимптот графика функции, используя односторонние пределы.	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	4 балла

Продолжение таблицы У.1

1	2	3	4	5
4.	Найти предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$. Исследовать функцию на наличие горизонтальных асимптот.	9. Находить пределы элементарных функций в бесконечности. 10. Определять правило, по которому можно раскрыть неопределенность, возникшую при вычислении границы. 11. Находить производные степенных функций. 12. Находить производные сложных степенных функций. 13. Раскрывать неопределенность, по правилу Лопиталя. 14. Делать вывод о наличие горизонтальных асимптот графика функции.	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	6 баллов
5.	Исследуйте функцию $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ на непрерывность	15. Определять, является ли функция элементарной. 16. Делать вывод о непрерывности элементарной функции на ее области определения. 17. Определять, есть ли у функции точки, подозрительные на разрыв.	1 балл 1 балл 1 балл	3 балла
6.	Найти уравнение касательной к графику функции $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ в точке $x = 5$.	18. Вычислять значение функции в точке. 19. Определять вид функции и правило, по которому необходимо находить производную функции. 20. Вычислять производную дроби. 21. Упрощать дроби, содержащие рациональные и иррациональные выражения. 22. Вычислять производную функции в точке. 23. Составлять уравнение касательной к графику функции в данной точке. 24. Приводить уравнение касательной к стандартному виду.	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	7 баллов

Продолжение таблицы У.1

1	2	3	4	5
7.	Построить график касательной к графику функции $y = \frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ в точке x = 5.	25. Определять координаты точки касания. 26. Находить координаты точки, через которую проходит касательная и которая не принадлежит графику функции. 27. Наносить на координатную плоскость координаты двух точек, через которые проходит касательная. 28. Проводить прямую через две точки на координатной плоскости.	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	4 балла
8.	Исследовать функцию $y = \frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ на экстремум. Найти интервалы возрастания и убывания функции	29. Записывать необходимое условие экстремума. 30. Решать уравнения, задающие необходимое условие экстремума. 31. Находить критические точки функции первого рода. 32. Записывать необходимое и достаточное условие возрастания и убывания функции. 33. Решать неравенства, задающие необходимое и достаточное условие возрастания и убывания функции. 34. Определять интервалы возрастания и убывания функции. 35. Делать выводы о наличии экстремумов функции, используя достаточное условие экстремума. 36. Вычислять значения функции в точках экстремума.	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	9 баллов
9.	Найдите интервалы выпуклости и вогнутости функции $y = \frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$,	37. Записывать необходимое условие точки перегиба. 38. Находить вторую производную функции. 39. Решать уравнения, задающие необходимое условие точки перегиба. 40. Находить критические точки функции второго рода.	1 балл 1 балл 1 балл	3 балла

Продолжение таблицы У.1

1	2	3	4	5
10.	Исследовать функцию $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ на наличие точек перегиба	41. Записывать необходимое и достаточное условие выпуклости и вогнутости функции. 42. Решать неравенства, задающие необходимое и достаточное условие выпуклости и вогнутости функции. 43. Определять интервалы выпуклости и вогнутости функции. 44. Делать выводы о наличии точек перегиба графика функции, используя достаточное условие перегиба. 45. Вычислять значения функции в точках перегиба.	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	7 баллов
11.	Построить эскиз графика функции $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$.	46. Наносить на координатную плоскость асимптоты графика функции. Наносить на координатную плоскость фрагменты эскиза графика функции вблизи асимптот. 47. Наносить на координатную плоскость нули функции, точки экстремума и точки перегиба графика функции. 48. Нанести эскиз графика функции на график.	1 балл 1 балл	2 балла
			Итого:	50 баллов

Приложение Ф

ИНТЕГРАТИВНЫЕ ЗНАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОСВОЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ И УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ УМЕНИЙ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ ПО МАТЕРИАЛУ ПЕРВОГО УЧЕБНОГО СЕМЕСТРА

Таблица Ф.1 – Спектр знаний заданий контрольной работы

Номер зада-ния	Задания	Интегративные знания	Стоимость в баллах	
			действий	заданий
1	2	3	4	5
1.	Найти точки пересечения графика функции с координатными осями $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$.	1. Алгоритм нахождения точек пересечения графика функции с осью OX. 2. Алгоритм нахождения точек пересечения графика функции с осью OY.	1 балл 1 балл	2 балла
2.	Найти область определения функции. $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$	3. Определение области определения функции. 4. Алгоритм нахождения области определения функции. 5. Алгоритм решения системы неравенств, задающих область определения функции.	1 балл 1 балл 1 балл	3 балла
3	Найти предел $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ Исследовать функцию на наличие вертикальных асимптот.	6. Определение односторонних пределов элементарных функций в конечных точках. 7. Теоремы о пределах, используемых для нахождения предела. 8. Определение вертикальной асимптоты графика функции. 9. Алгоритм нахождения вертикальных асимптот графика функции.	1 балл 1 балл 1 балл 1 бал	4 балла

Продолжение таблицы Ф.1

1	2	3	4	5
4.	Найти предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$. Исследовать функцию на наличие горизонталь-ных асимптот.	10. Определение предела функций в бесконечности. 11. Формула для нахожден¬ия производной степенной функции. 12. Формула для нахожден¬ия производной составленной степене¬вои функции. 13. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенности, возникающий при вычислении предела. 14. Определение горизонталь¬ной асимптоты графика функции. 15. Алгоритм нахождения горизонтальных асим¬птот графика функции.	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	6 баллов
5.	Исследуйте функцию $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ на непрерывность	16. Определение элементарной функции. 17. Теорема о неперерв ность элементарной функции на ее области визна¬чення. 18. Определение точки разрыва функции.	1 балл 1 балл 1 балл	3 балла
6.	Найти уравнение касательной к графику функции $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ в точке x = 5.	19. Алгоритм нахождения значения функции в точке. 20. Определение вида функции, к которому принадлежит функция. 21. Формулы таблицы производ-ных, необходимые для вычисле-ния первой производной функции. 22. Правило приведения двух дробей к общему знаменателю. 23. Правило вычисления производной функции в точке. 24. Уравнение касательной к графику функции в данной точке. 25. Правило приведения уравнения касательной к стандартному виду $y=kx+b$.	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	7 баллов

Продолжение таблицы Ф.1

1	2	3	4	5
7.	Построить график касательной к графику функции $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ в точке x = 5.	26. Правило нахождения координат точки касания. 27. Правило нахождения координаты точки, через которую проходит касательная и которая не принадлежит графику данной функции. 28. Определение координат точки на плоскости. 29. Определение графика линейной функции	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	4 балла
8.	Исследовать функцию $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ на экстремум. Найти интервалы возрастания и убывания функции	30. Схема исследования функции на экстремум. 31. Определение локального минимума функции. 32. Определение локального максимума функции. 33. Определение экстремумов функции. 34. Теорема о необходимом условии экстремума. 35. Определение критических точек первого рода. 36. Теоремы необходимое и достаточное условие возрастания и убывания функции. 37. Определение интервалов возрастания и убывания функции. 38. Теорема о достаточном условии экстремума.	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	9 баллов
9.	Найдите интервалы выпуклости и вогнутости функции $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$,	38. Схема исследования функции на наличие точек перегиба. 39. Определение интервала выпуклости функции. 41. Определение интервала вогнутости функции.	1 балл 1 балл 1 балл	3 балла

Продолжение таблицы Ф.1

10	Исследовать функцию $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$ на наличие точек перегиба	40. Определение точки перегиба графика функции. 41. Теорема о необходимом условии точки перегиба. 42. Определение второй производной функции. 43. Формулы таблицы производных, необходимые для вычисления второй производной функции. 44. Определение критической точки второго рода. 45. Теорема о необходимом и достаточном условии выпуклости и вогнутости функции. 46. Теорема о достаточном условии точки перегиба.	1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл	7 баллов
11.	Построить эскиз графика функции $y=\frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$.	47. Общая схема исследования функции. 48. Алгоритм построения эскиза графика функции.	1 балл 1 балл	2 балла
			Итого:	50 баллов

Приложение X

КОМПЛЕКСНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

ВАРИАНТ № 1
ПРАКТИЧЕСКИЙ БЛОК

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -6. \end{cases}$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченную линиями:

$$y = x^2 + 2x + 2, \quad y = 2x + 3.$$

3. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка:

$$y'' + 5y' - 6y = 36x.$$

4. Найти экстремум функции $z(x, y) = x^2 - xy + 2y^2 - x - 3y + 4$.

5. Тестовые задания по теории.

1. Указать, чему равно разложение по второй строке определителя $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, если A_{ij} - алгебраическое дополнение элемента a_{ij}

A: $\Delta_3 = a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23}$	B: $\Delta_3 = a_{12}A_{12} + a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32}$	C: $\Delta_3 = a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23}$	D: $\Delta_3 = a_{13}A_{13} + a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33}$

2. Указать, чему равен вспомогательный определитель Δ_1 системы линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$ для вычисления переменной x_1 по формулам Крамера, если a_{ij}, b_i – числа, а x_j – неизвестные переменные.

A: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$	B: $\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$	C: $\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}$	D: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

3. Указать, какого элемента не хватает в формуле для вычисления определителя третьего порядка $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + \ldots - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$.

A: $a_{23}a_{32}a_{13}$	B: $a_{21}a_{32}a_{13}$	C: $a_{21}a_{33}a_{13}$	D: $a_{21}a_{32}a_{23}$

4. Указать уравнение плоскости, проходящей через точку *M(-1,2,-4)* и имеющей нормальный вектор $\bar{n}$=(3, 4, -1).

A: $3(x-1)+4(y+2)-$ $-(z-4)=0$	B: $-(x-3)+2(y-4)-$ $-4(z+1)=0$	C: $2(x-5)+2(y-4)-$ $-4(z+1)=0$	D: $3(x+1)+4(y-2)-$ $-(z+4)=0$

5. Указать перпендикулярные плоскости.

A: $3x-2y+z-1=0$ $6x-4y+2z-3=0$	B: $3x-y-2z+5=0$ $x+9y-3z+2=0$	C: $3x+y+2z+5=0$ $x+9y-3z+2=0$	D: $x+y-4z+1=0$ $2x-y+z=0$

6. Указать направляющий вектор прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{3-y}{4}=\frac{z-5}{3}$.

A: (2,4,3)	B: (1,3,5)	C: (-1,-3,-5)	D: (2,-4,3)

7. Указать, чему равна производная функции $y = tgx$.

A: $\frac{-1}{\cos^2 x}$	B: $\frac{1}{\sin^2 x}$	C: $\frac{-1}{\sin^2 x}$	D: $\frac{1}{\cos^2 x}$

8. Указать, чему равна производная функции $f(u) = arctgu$, если $u = u(x)$?

A: $\frac{u}{1-u^2}$	B: $\frac{u'}{1-u^2}$	C: $\frac{u'}{1+u^2}$	D: $\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

9. Указать, чему равна производная функции $y = arccos\, x$.

A: $\frac{-1}{1+x^2}$	B: $\frac{-1}{1-x^2}$	C: $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	D: $\frac{-1}{\sqrt{1+x^2}}$

10. Указать, чему равен неопределенный интеграл $\int tgxdx$.

A: $\ln\lvert\sin x\rvert + C$	B: $-\ln\lvert\cos x\rvert + C$	C: $ctgx + C$	D: $arctgx + C$

11. Указать, каким методом надо вычислять интеграл $\int \arcsin x dx$.

A: методом замены переменной	B: методом интегрирования по частям	C: по таблице	D: невозможно вычислить

12. Указать, чему равен неопределенный интеграл $\int \frac{2dx}{4+x^2}$.

A: $\arcsin\frac{x}{2}+$ C	B: $2arctgx$ + C	C: $\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{x-2}{x+2}\right\|$+C	D: $arctg\frac{x}{2}+C$

13. Указать, чему равен определенный интеграл $\int_a^b tgxdx$.

A: $\ln\left\|\frac{\cos a}{\cos b}\right\|+C$	B: $-\ln\left\|\cos x\right\|+C$	C: $\ln\left\|\frac{\cos a}{\cos b}\right\|$	D: $\ln\left\|\frac{\cos b}{\cos a}\right\|$

14. Указать, почему равен объем тела, образованного вращением вокруг оси OX дуги кривой , заданной функцией $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$.

A: $\pi\int_a^b f(x)dx$	B: $\pi\int_a^b f^2(x)dx$	C: $\int_a^b\sqrt{1+(y')^2}\,dx$	D: $2\pi\int_a^b y\sqrt{1+(y')^2}\,dx$

15. Указать, какой из приведенных пределов является производной функции $z=f(x,y)$ по переменной x.

A: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x,y)}{\Delta x}$	B: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x,y)-f(x,y)}{\Delta x}$	C: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x,y)+f(x,y)}{\Delta x}$	D: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x,y+\Delta y)}{\Delta x}$

16. Указать, при выполнении какого условия функциия $z=f(x,y)$ имеет экстремум в точке М, если $\Delta=\left(z''_{xx}\cdot z''_{yy}-z''_{xy}\cdot z''_{yx}\right)\Big|_M$

A: $\Delta>0$	B: $\Delta<0$	C: $\Delta=0$	D: $\Delta\neq 0$

17. Указать, чему равна производная функции з $z=f(x,y)$ по направлению вектора $\bar{a}=(1{,}0)$.

A: $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}$	B: $\left(\frac{\partial z}{\partial x};\frac{\partial z}{\partial y}\right)$	C: $\frac{\partial z}{\partial x}$	D: $\frac{\partial z}{\partial y}$

18. Указать, чему равен градиент функции двух переменных $z=f(x,y)$.

A: $\left(\frac{\partial z}{\partial x};\frac{\partial z}{\partial y}\right)$	B: $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}$	C: $\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{\partial z}{\partial y}$	D: $\frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial z}{\partial y}$

19. Указать, чему равна первая производная z'_y функции $z=\sin x\cdot\sin y$.

A: $\cos x\cdot\cos y$	B: $\sin x\cdot\cos y$	C: $-\cos x\cdot\cos y$	D: $-\sin x\cdot\sin y$

20. Указать, как выглядит общее решение уравнения $y''+py'+qy=0$, если корни характеристического уравнения $k_1=k_2=-1$

A: $y=C_1e^{-x}+C_2e^{x}$	B: $y=C_1e^{x}+C_2e^{-x}$	C: $y=C_1e^{-x}+C_2xe^{-x}$	D: $y=C_1\sin x+C_2\cos x$