НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ «РЯДЫ ФУРЬЕ» В КУРСЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПРИ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Темникова Светлана Владимировна,
ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ», г. Луганск, ЛНР
e-mail: temnikovasvetlana@rambler.ru

Содержанием профессиональной деятельности будущих специалистов по направлениям подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, 09.03.02 Информационные системы и технологии, 09.03.03 Прикладная информатика, 09.03.04 Программная инженерия, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств является интеллектуальное обеспечение процессов создания и обслуживания технических систем в соответствии с потребностями общества [3]. Технология развития аналитического мышления студентов эффективно функционирует, если будет реализован комплекс педагогических условий: актуализация и активизация познавательных мотивов, стимулирующих умственную деятельность студентов; согласование содержания государственных стандартов и личностного саморазвития; готовность преподавателя к управлению процессом развития аналитического мышления студентов [4].

В курсе математического анализа, изучаемого студентами технических специальностей, тема «Ряды Фурье» занимает важное место, поскольку ряды Фурье широко применяются в различных разделах электротехники, квантовой механики, оптики, для цифровой обработки сигналов, изображений и т.д.

Рассмотрим некоторые методические элементы, применяемые для изучения данной темы.

I. Историческая справка.

Важным разделом радиотехники является спектральный анализ радиосигналов, основанный на разложении периодического сигнала в ряд.

Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена очень удобно для теории и практики, но имеет ряд недостатков. Одним из них является то обстоятельство, что суммами сходящихся степенных рядов могут быть только функции, дифференцированные сколько угодно раз. Но в приложениях очень часто встречаются негладкие функции, которые имеют изломы и скачки.

Кроме того, системы функций, по которым происходит разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена, не являются ортогональными ни на одном отрезке. Система тригонометрических функций и другие ортогональные системы функций не имеют указанных недостатков степенных рядов. Разложение именно по таким системам и будем рассматривать.

Приблизительно с середины XVIII в. Д. Бернулли, Ж. Даламбер, Ж. Лангранж и Л. Эйлер, изучая некоторые проблемы математической физики, вели дискуссию о возможности разложения «любой» 2π-периодической функции в тригонометрический ряд по синусам или косинусам. Порожденные этим проблемы являлись задачами прикладной математики. Этот период развития теории рядов принято называть «физическим».

В 1807 году французский математик Ж. Фурье (1768–1830) открыл новую эпоху теории рядов. Он представил Парижской академии наук статью о распределении тепла внутри твердых тел, в которой обосновал разработанный им математический аппарат для решения задач математической физики. Основные исследования этой проблемы были представлены в работе «Аналитическая теория тепла» (1822 г.). Разработанный Фурье аппарат тригонометрических рядов и двойного интеграла, являющийся предельным случаем тригонометрического ряда, ученики Фурье назвали соответственно рядами и интегралом Фурье.

II. Проблемная ситуация.

После изучения вопросов лекции о разложении функции в ряд Фурье на отрезке $\left[-\pi,\pi\right]$ целесообразно рассмотреть следующие примеры [1]:

А) $f(x)=\begin{cases}0, \ x\in(-\pi,0)\\ 1, \ x\in[0,\pi]\end{cases}$, Б) $f(x)=x$, В) $f(x)=x^2$.

В чём заключается отличие характеристик функций $f(x)=x$ и $f(x)=x^2$? (Б – нечетная функция, В − четная функция).

После этого следует обобщить разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Обсуждение и составление блок-схемы (рис. 1) осуществляется вместе со студентами.

На практическом занятии по теме: «Разложение периодических функций в тригонометрический ряд Фурье» студентам следует предложить выполнить задания:

1. Разложить периодическую функцию $f(x)=\begin{cases}0, \ x\in(-\pi,0)\\ x \ x\in[0,\pi]\end{cases}$ в ряд Фурье. Используя полученный результат, вычислить сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-1)^2}$

Изобразить график заданной функции и нескольких частичных сумм (при этом целесообразно воспользоваться Mathcad [2]).

2. Функцию $f(x)=\begin{cases}0, & x\in\left[0,\frac{1}{2}\right];\\ \frac{1}{2}-x, & x\in\left[\frac{1}{2},1\right].\end{cases}$:

а) разложить в ряд Фурье по косинусам;

б) разложить в ряд Фурье по синусам.

Изобразить график заданной функции и нескольких частичных сумм, используя Mathcad [2].

3. Выполнить спектральный анализ периодической функции
$$f(x)=\begin{cases}3-x, & x\in[-\pi,0);\\ 0, & x\in[0,\pi].\end{cases}$$

В качестве домашнего задания студентам предлагается выполнить расчетно-графическую работу, в которой студент должен записать аналитически заданный сигнал, проанализировать является ли функция четной, нечетной или отсутствует симметрия, а также провести вычисления коэффициентов Фурье.

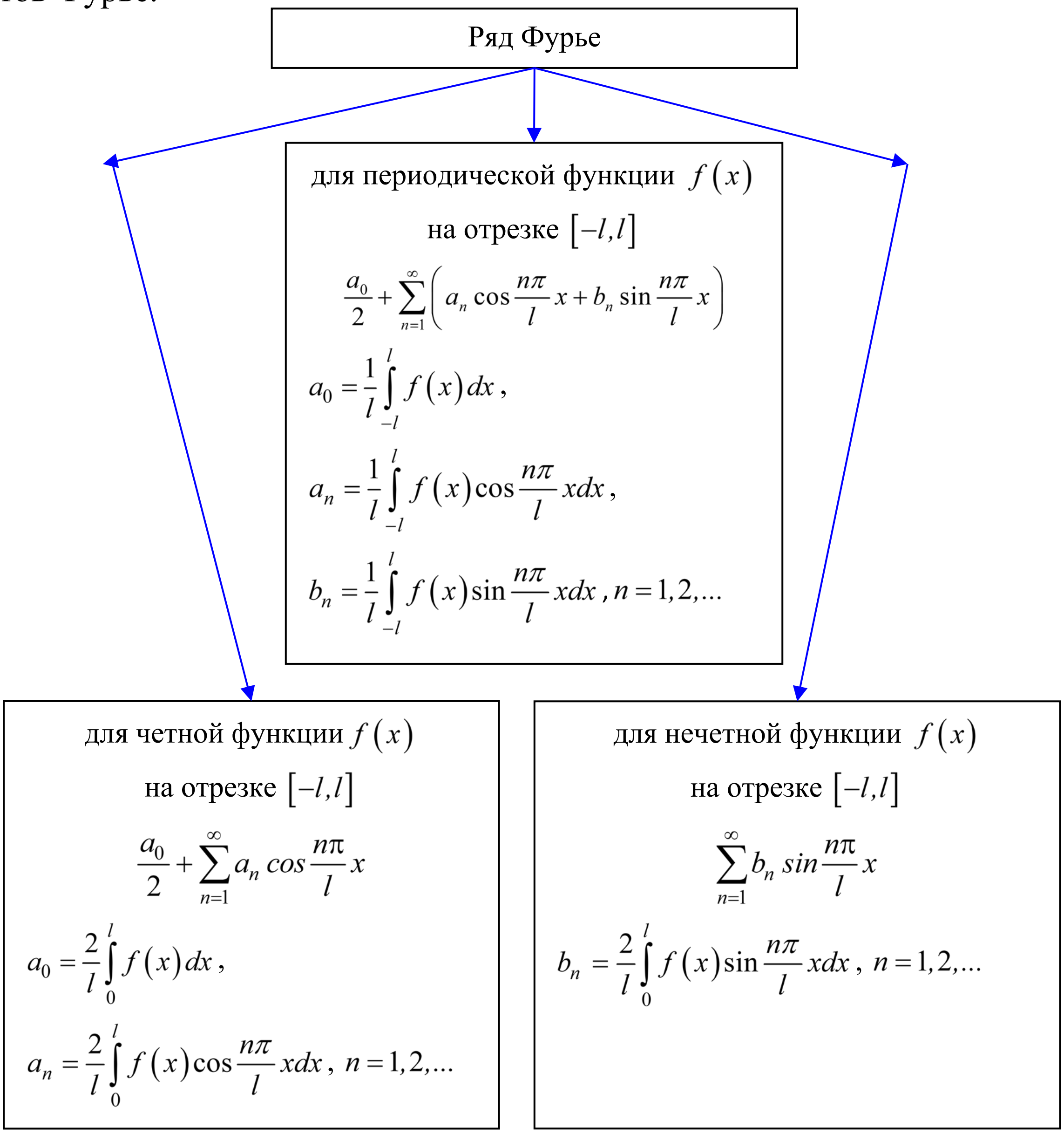

Рисунок 1. – Блок-схема разложения функции в ряд Фурье

Для более углубленного изучения отдельных вопросов студентам может быть предложена реферативная работа по следующим темам:

1. Понятия ортогональности и ортонормированности системы функций.

Примеры ортогональных та ортонормированных систем функций.

2. Вычисление сумм числовых рядов с помощью рядов Фурье.

3. Разложение функций по многочленам Лежандра.

4. Разложение функций по многочленам Чебышева.

5. Разложение функций по ортонормированной системе функций Радемахера.

6. Разложение функций по ортонормированной системе функций Уолша.

7. Разложение функций по ортонормированной системе функций Хаара.

8. Разложение функций по ортонормированной системе функций Виленкина-Крестенсона.

В качестве научно-исследовательской работы студентам технических специальностей могут быть предложены темы для исследований:

1. Исследование спектров заданных периодических сигналов с построением графиков амплитудных спектров.

2. Определение ширины спектра сигнала на уровне 0,1 амплитуды первой гармоники.

3. Нахождение рядов Фурье заданных периодических сигналов.

4. Определение периодических сигналов с наибольшей шириной спектра.

Таким образом, тема «Ряды Фурье», изучаемая студентами технических специальностей, является одной из важнейших в курсе математического анализа, поскольку напрямую связана с применением в их будущей профессиональной деятельности. В этой связи очень важными являются актуализация и активизация познавательных мотивов (историческая справка, создание проблемной ситуации при изложении теоретического материала с построением блок-схем, подбор расчетно-графических заданий и тематики научно-исследовательской работы), стимулирующих умственную деятельность студентов.

Литература

1. Виноградова И.А. Математический анализ в задачах и упражнениях: (числовые и функциональные ряды) / И.А. Виноградова и др. – Москва : Факториал, 1996. – 480 с.

2. Ие О. Н. Использование среды Mathcad при обучении студентов технических специальностей теории вероятностей // О. Н. Ие / Дидактика математики: проблемы и исследования: международный сборник научных работ. Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2017. – Вып. 45. – С. 44–49.

3. Темникова С.В. Реализация принципа профессиональной направленности в процессе изучения дисциплины «Математический анализ» при подготовке студентов технических специальностей / С.В Темникова // Сборник научно-методических работ по материалам VII Международной научно-методической конференции «Обучение математике в техническом университете». – Вып. 10. – Донецк: ДонНТУ, 2017.– С. 261-264.

4. Темникова С.В. К вопросу развития аналитического мышления студентов технических специальностей в процессе изучения дисциплины «Математический анализ» / С.В Темникова // Сборник материалов международной научно-практической конференции «Современный учитель естественнонаучного цикла». – Ишим : Изд-во ИПИ им. П.П. Ершова (филиал) ТюмГУ, 2019.– С. 97-99.