Министерство образования и науки
Донецкой Народной Республики
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Донецкий национальный университет»

На правах рукописи

Королев Марк Евгеньевич

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ СТУДЕНТОВ В КОНТЕКСТЕ ЦИФРОВИЗАЦИИ ВЫСШЕГО ИНЖЕНЕРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания
(по областям и уровням образования: математика)

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени доктора педагогических наук

Научный консультант:
доктор педагогических наук,
профессор Е.И. Скафа

Донецк – 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Трансформации, происходящие в современном инженерном образовании, связаны с междисциплинарностью, новыми стандартами и технологиями, цифровой образовательной средой и онлайн-технологиями, взаимодействием его с высокотехнологичными бизнесом и промышленностью, созданием моделей цифровых компетенций, профессиональным образованием в системе «школа – вуз – предприятие» и многими другими актуальными аспектами. С каждым годом характер инженерной деятельности усложняется. Она все больше переплетается с социальными, экономическими, экологическими процессами, описание которых осуществляется математическими методами при решении инженерных задач. При анализе современной профессиональной деятельности инженеров специалисты говорят о четвёртой промышленной революции и среди её отличительных особенностей отмечают переход на полностью автоматизированное цифровое производство, управляемое интеллектуальными системами в режиме реального времени, в постоянном взаимодействии с внешней средой, выходящее за границы одного предприятия, с перспективой объединения в глобальную промышленную сеть [405; 408].

В 2017 г. разработана Стратегия научно-технологического развития Российской Федерации [347]. В ней определены главные приоритеты инженерной деятельности в условиях нового технологического уклада. Прогнозируется массовое внедрение в производство киберфизических систем, что предполагает применение искусственного интеллекта, больших данных, Интернета вещей, 3D-печати, виртуальной и дополненной реальности, использование роботов, действующих в автономном режиме. Подобные революционные изменения должны привести к замещению человека в значительном объёме производственных функций и к необходимости выполнения инженером принципиально новых задач, основанных на умении исследовать сложные технические процессы с использованием математического и компьютерного моделирования.

В связи с этим возникает вопрос о необходимости формирования у будущих инженеров профессиональной компетентности, структурным компонентом которой является математическая цифровая компетентность на основе овладения студентами методами математического и компьютерного моделирования.

Роль моделирования в науке, инженерных исследованиях, анализе организационных, экономических объектов и систем и, вообще, в жизни человека весьма велика. При исследовании различных сложных объектов, явлений, процессов, при создании, организации и оптимизации сложных систем моделирование является одним из самых мощных методов. Так, перед изготовлением любого технического устройства или сооружения разрабатывается его модель-проект, человек, прежде чем совершить что-либо, обдумывает возможную последовательность действий, создает некоторые модели.

То есть процесс развития науки и техники, основанный на моделировании, требует усовершенствования математических основ, позволяющих: строить модели, разрабатывать алгоритмы, использовать для расчётов аппарат вычислительной математики, оценивать достоверность моделей в задачах анализа и оптимизации. А это означает, что обучение математическому моделированию, основанное на интеграции математической и прикладной науки в сочетании с цифровыми технологиями, является актуальным направлением развития современного инженерного образования.

В фундаментальной подготовке современного инженера математическое моделирование имеет особое значение. Обучение методам математического моделирования сочетает общую университетскую математическую подготовку с изучением и глубоким освоением современных пакетов прикладных программ. В связи с этим, в технических университетах большое внимание должно уделяться совершенствованию форм и методов преподавания дисциплин, связанных с математическим и компьютерным моделированием.

К таким дисциплинам должны быть отнесены: высшая математика как средство фундаментализации базовых знаний будущего инженера; прикладная математика как средство реализации высшей математики в построении технических моделей; исследование операций, методы оптимизации, многомерный статистический и факторный анализ как разновидность профессиональных дисциплин, отражающих практическую направленность инженерной подготовки.

Кроме того, электронное обучение и дистанционные образовательные технологии являются современными направлениями развития отечественной педагогики. Это подтверждается Указом Президента РФ «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы» [252]. Основными трендами электронного обучения становятся персонализированное обучение, адаптивные технологии обучения в электронной среде, а также предиктивная аналитика образовательных данных [369]. Все это позволяет производить качественную замену традиционных форм обучения новыми, основанными на технологиях смешанного обучения, а также информационно-коммуникационных технологиях (ИКТ). При этом зачастую в дидактике хорошо исследованы способы представления знаниевого компонента обучения в электронной среде, тогда как формирование практических навыков у студентов с помощью электронной среды недостаточно представлено в отечественной педагогике. Обсуждаются проблемы сочетания традиционной и цифровой дидактики в учебном процессе вузов, разрабатываются пути их разрешения. Кроме того, актуальной является проблема сближения содержания и формы учебного процесса в электронной среде с содержанием и формой профессиональной деятельности будущих инженеров. То есть одним из возможных путей решения этих проблем является создание электронных тренажеров, разработка систем цифрового моделирования, способствующих более эффективному обучению математическому моделированию, позволяющих формировать математическую компетентность и цифровые навыки, необходимые в дальнейшей профессиональной деятельности инженера. Такой подход актуализирует проблему создания в технических университетах виртуальных лабораторий, которые в авторской трактовке рассматриваются как информационно-образовательная среда управления процессом обучения будущих инженеров математическому и компьютерному моделированию различных технических и инженерных процессов.

Таким образом, обеспечить решение проблемы развития современного инженерного образования на основе построения системы обучения математическому моделированию путем внедрения информационно-образовательной среды технического университета является одной из ключевых задач высшего образования.

Степень разработанности темы исследования. Проблемы, связанные с повышением эффективности обучения будущих инженеров, рассматривались многими исследователями, среди них: М.Ф. Галифанов [51], А.И. Горнов [63], О.П. Жигалова [92], О.А. Захарова [98], В.Г. Иванов [105], О.Г. Каверина [118], Ю.М. Казаков [119], М.В. Носков [249], Т.Ю. Полякова [270], Ю.П. Похолков [273], В.М. Приходько [277], З.С. Сазонова [277], Е.В. Сергеева [313], Л.Б. Соболев [337] и др. В работах ученых внимание сосредоточено на фундаментализации, дифференциации, интенсификации, компьютеризации и профессиональной направленности обучения, на разработке методических систем и технологий формирования профессиональной компетентности будущих инженеров.

В обучении математике студентов инженерных направлений подготовки учеными подчеркивается необходимость обеспечения метапредметных результатов для формирования общекультурных компетенций согласно федеральным государственным образовательным стандартам высшего образования (ФГОС ВО), а также междисциплинарной интеграции. Например, в работах О.С. Билык [17], Н.В. Бровки [22], О.И. Булейко [28], О.Н. Гончаровой [60], Е.Г. Евсеевой [86], О.Е. Кириченко [130], Г.М. Семеновой [310], В.А. Шершневой [386] и др. отмечается, что в системе математического инженерного образования наиболее существенной является интеграция базовой фундаментальной и вариативной специальной подготовки.

Исследуя процессы математической подготовки будущих инженеров, вопросы обучения математическому моделированию многими авторами рассматриваются с позиции профессионально направленного обучения, то есть предлагается интерпретация математического аппарата через внедрение прикладных технических задач. Однако, роль математики в образовании инженеров можно рассматривать, по крайней мере, в двух аспектах: с одной стороны, инженеры должны уметь пользоваться методами математического моделирования и современным программным обеспечением для решения практических задач, с другой стороны – обучение математике имеет большое значение для развития интеллекта, формирования математического компонента в структуре профессиональной компетентности. К выводу о необходимости обучения методам математического моделирования для формирования профессиональной компетентности студентов в своих исследованиях приходят и зарубежные ученые, такие, как C. Bergsten [400], D. Berlin [401], R. Drerher [407], P. Frejd [409], G. Greefrath [410,] C. Hankeln [412], G. Kaiser [414], H. Klock [415], T. Rüütmann [428], R. Wess [434] и др.

Учитывая тенденции интеграции системы образования Донецкой Народной Республики (ДНР) в российское образовательное пространство, важнейшей задачей высшего инженерного образования в ДНР также является подготовка высококвалифицированных инженерных кадров, способных к профессиональному росту, готовых создавать и осваивать наукоемкие технологии. Обучение будущего инженера в рамках формирования его профессиональной компетентности должно быть направлено на овладение как математическим, так и компьютерным моделированием на основе информационно-образовательной среды (ИОС) технического университета.

В настоящее время проблема развития ИОС вуза активно обсуждается научной общественностью (В.Г. Ваганова [33], Н.В. Днепровская [73], О.П. Жигалова [91], А.П. Иванов [103], О.А. Сорокина [339] и др.).

Внедрение ИОС в виде виртуальной лаборатории как организационно-технической системы, предназначенной для управления процессом обучения математическому моделированию при проведении различных видов учебных занятий и реализованной в виде человеко-машинного комплекса, будет способствовать овладению студентами – будущими инженерами приемами математического моделирования, приобретению ими опыта компьютерного моделирования при исследовании технических процессов и систем. Как результат, у обучающихся должно произойти формирование математической цифровой компетентности, что соответствует представлению об инженере нового технологического уклада.

Поэтому вопросы, связанные с разработкой методических основ обучения математическому моделированию будущих инженеров на основе внедрения информационно-образовательной среды технического университета, являются весьма актуальными.

Актуальность работы определена также ее направленностью на ***разрешение ряда противоречий:***

– между требованиями общества к подготовке инженерных кадров, владеющих методами математического и компьютерного моделирования для выполнения ими профессиональных задач в условиях цифровизации экономики, и невозможностью удовлетворять этим требованиям из-за недостаточного внимания педагогического сообщества к проблемам обучения математическому моделированию студентов в ракурсе стратегии развития современного инженерного образования;

– между необходимостью формирования математической цифровой компетентности у будущих инженеров и отсутствием научно-обоснованной концепции обучения математическому моделированию будущих инженеров в контексте цифровизации высшего технического образования, определяющей условия овладения такой компетентностью;

– между возможностью реализации методической системы обучения математическому моделированию будущих инженеров в контексте цифровой дидактики и неразработанностью ее компонентов;

– между необходимостью выбора, создания и внедрения специальной системы цифровых технологий и компьютерных средств учебного назначения, обеспечивающих функционирование информационно-образовательной среды технического вуза, направленной на формирование у будущих инженеров математической цифровой компетентности, и недостаточностью разработки таких средств.

Указанные противоречия и поиск путей их решения ***определили проблему исследования***, суть которой заключается в теоретическом и методическом обосновании обучения математическому моделированию студентов инженерных направлений подготовки.

Путь решения проблемы мы видим в построении обоснованной концепции обучения математическому моделированию студентов в контексте цифровизации высшего инженерного образования и в разработке методической системы такого обучения, обеспечивающей ее реализацию.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Диссертационное исследование осуществлялось в соответствии с Законами РФ и ДНР об образовании [254; 253], о национальных целях и стратегических задачах Российской Федерации [251], Программой развития цифровой экономики в РФ до 2035 года [280], Стратегией научно-технологического развития Российской Федерации [347], Стратегией развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы [252].

В диссертации использовались результаты, полученные автором при участии в разработке научно-исследовательских работ по темам: № Н72-05 «Разработка рабочего места “Преподаватель – студент”» кафедры «Прикладная математика и информатика» института автомобильного транспорта Донецкого национального технического университета (2000–2005 гг.), Г–10/41 «Конструирование эвристико-дидактических систем как средства управления обучением математике» (2016–2020 гг.) и Ф–21/40 «Организация проектно-эвристической деятельности обучающихся по математическим дисциплинам в высшей и средней школе» (с 2021 г.) кафедры высшей математики и методики преподавания математики Донецкого национального университета.

Таким образом, актуальность исследуемой проблемы, важность и необходимость повышения профессионализма будущих инженеров, а также их уровня математической цифровой компетентности обусловили выбор темы диссертационной работы ***«Теоретико-методические основы обучения математическому моделированию студентов в контексте цифровизации высшего инженерного образования».***

Цель исследования состоит в создании научно обоснованной методической системы обучения математическому моделированию будущих инженеров в контексте цифровой дидактики, направленной на формирование их математической цифровой компетентности.

Задачи исследования:

1. Определить место математического моделирования в научном познании и инженерном конструировании, выявить основные проблемы обучения математическому моделированию студентов в ракурсе стратегии развития современного инженерного образования на теоретическом уровне и рассмотреть особенности его практической реализации на основе анализа психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования.

2. Обосновать и разработать концепцию обучения математическому моделированию студентов в контексте цифровизации высшего инженерного образования на основе современных методологических подходов инженерной педагогики с учетом принципов цифровой дидактики и внедрения информационно-образовательной среды вуза.

3. Осуществить проектирование и разработку методической системы обучения математическому моделированию студентов, способной обеспечить эффективность формирования математической цифровой компетентности для осуществления инновационной инженерной деятельности.

4. Разработать образовательные технологии и учебно-методический инструментарий системы обучения математическому моделированию студентов – будущих инженеров, направленные на освоение математического и компьютерного моделирования; определить целесообразность и перспективу их включения в информационно-образовательную среду технического университета.

5. Обосновать условия представления ИОС в виде виртуальной лаборатории как организационно-технической системы, предназначенной для управления процессом обучения математическому моделированию при проведении различных видов учебных занятий и реализованной в виде человеко-машинного комплекса.

6. Осуществить опытно-экспериментальную проверку эффективности авторской методической системы обучения математическому моделированию студентов и внедрить ее в учебный процесс.

Объект исследования – математическая подготовка студентов инженерных направлений в высшей технической школе.

Предмет исследования – процесс обучения математическому моделированию будущих инженеров в контексте цифровизации высшего технического образования.

Научная новизна работы состоит в том, что *впервые*:

– *предложен* технологический подход к обучению математическому моделированию студентов инженерных направлений подготовки, основанный на интеграции высшей и прикладной математики в контексте цифровизации высшего инженерного образования и технологиях «перевернутый класс», смешанного, гибридного обучения;

– *введены понятия:*

математическая цифровая компетентность специалиста в области инженерии как компетентность, которая характеризуется знанием, пониманием математического языка и цифровых инструментов для использования их в инженерной деятельности, владением как математическими, так и цифровыми компетенциями, определяющими готовность и способность решать проблемы инженерии средствами математического и компьютерного моделирования;

обучение математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования как обучение студентов, направленное на овладение приемами математического и компьютерного моделирования в предметных областях математических дисциплин, построенное на основе технологий смешанного и гибридного обучения, которое является частью фундаментальной подготовки в системе современного инженерного образования;

виртуальная лаборатория по математическому и компьютерному моделированию как организационно-техническая система управления процессом обучения будущих инженеров математическому и компьютерному моделированию различных технических и инженерных процессов;

интерактивный метод обучения будущих инженеров математическому моделированию как метод, основанный на активном взаимодействии трех составляющих: «преподаватель – студент, студент – преподаватель, студент – студент», с обязательным включением электронных образовательных ресурсов, обеспечивающих осмысленное овладение процессом математического моделирования при решении инженерных задач;

система профессионально ориентированных задач по овладению приемами математического моделирования студентами технических направлений подготовки как сочетание и последовательность задач профессионального содержания в дисциплинах высшей и прикладной математики, которые способствуют развитию математической цифровой компетентности будущих инженеров;

– *разработаны:*

научная концепция обучения математическому моделированию студентов в условиях цифровизации высшего инженерного образования, базисом которой являются современные методологические подходы инженерной педагогики, принципы цифровой дидактики и информационно-образовательная среда технического университета в виде организационно-технической системы, представленной виртуальной лабораторией;

методическая система обучения математическому моделированию будущих инженеров в контексте цифровой дидактики (цели, содержание, методы, организационные формы и средства обучения);

– *определены:*

критерии эффективности методической системы обучения математическому моделированию, выражающиеся комплексом показателей достигнутых результатов сформированности математической цифровой компетентности будущих инженеров;

– *уточнены:*

принципы цифровой дидактики, к которым относятся следующие: персонализации, целесообразности, гибкости и адаптивности, успешности, обучения в сотрудничестве и взаимодействии, практико-ориентированности, нарастания сложности, насыщенности образовательной среды, полимодальности (мультимедийности), включенного оценивания;

основные психологические и педагогические предпосылки, на основе которых разработана система обучения математическому моделированию будущих инженеров в контексте цифровой дидактики;

требования к профессиональной подготовке будущего инженера, включающие профессионально важные качества, готовность к выполнению профессиональной деятельности, психофизиологические свойства личности, профессиональную культуру, профессиональные способности, а также сформированность математической цифровой компетентности;

– *дальнейшее развитие получили:* система целей обучения математическому моделированию на основе выделения субкомпетенций; образовательные технологии, построенные на основе сочетания традиционных и цифровых подходов к процессу обучения математическому моделированию в виде технологий смешанного, перевернутого и гибридного обучения.

Теоретическая и практическая значимость исследования

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что**:**

– определено место математического моделирования в научном познании и инженерном конструировании;

– обобщены теоретико-методологические основы и методические рекомендации по повышению теоретического уровня преподавания дисциплин математического блока в той его части, которая относится к организации системы обучения математическому моделированию с использованием инновационных методов цифровой дидактики, проектных и эвристических технологий и приемов самоорганизации студентов;

– обоснованы условия представления информационно-образовательной среды технического университета в виде виртуальной лаборатории;

– обоснована эффективность методической системы обучения математическому моделированию будущих инженеров, направленной на формирование-математической цифровой компетентности.

Практическое значение полученных результатов заключается:

– в создании системы компьютерного назначения «Автоматизированное рабочее место “Преподаватель – студент”» (АРМ) как средства обучения математическому и компьютерному моделированию студентов технических направлений подготовки;

– в *разработке и внедрении виртуального лабораторного комплекса*, средствами которого являются: мультимедийные тренажеры и компьютерные программы, обеспечивающие проведение интегрированных лабораторных работ по математике; игровые модели, встроенные в АРМ для обучения студентов выполнению действий по созданию математических моделей и проверке результатов их решения; компьютерные симуляторы специального назначения для использования их на практических занятиях по прикладной математике и проведению виртуальных лабораторных работ по моделированию реальных производственных и технологических процессов;

– в *разработке авторских учебных и учебно-методических пособий* профессиональной направленности для обучения студентов – будущих инженеров математическому и компьютерному моделированию: «Прикладные аспекты математики», «Практикум для практических и лабораторных работ, учебных практик по теме «Электронная таблица MS Exel», «Практикум для выполнения работ по «Прикладному программированию», «Использование вычислительной техники и пакета прикладной программы Mathcad в отрасли», «Выполнение расчетно-графических работ по дисциплине “Прикладная математика”», «Дослідження операцій і методи оптимізації» и др.;

– в *разработке методических рекомендаций* по выполнению курсовой работы по дисциплине «Информатика»;

– в *апробации методики обучения математическому моделированию*, целью которой было формирование у студентов математической цифровой компетентности.

На основе комплекса авторских опросников разработаны и внедрены в практику обучения в высшей технической школе материалы, направленные на мониторинг процесса формирования у студентов и выпускников математической цифровой компетентности, включающие: определение уровня сформированности внутренней мотивации к изучению математики студентов инженерных направлений подготовки; выявление отношения студентов инженерных направлений подготовки к необходимости изучения математического моделирования для использования его в будущей профессиональной деятельности; диагностику самооценки уровня овладения методами математического и компьютерного моделирования выпускниками технических университетов.

Методология и методы исследования. Методологическую основу исследования составляют теоретические положения: инженерной педагогики (Е.В. Богомолова, А.О. Горнов, В.Г. Иванов, Ю.М. Казаков, А.И. Рудской, В.М. Приходько, З.С. Сазонова и др.); организации учебного процесса в высшей школе (Н.В. Бровка, В.Г. Ваганова, С.М. Вишнякова, О.Н. Гончарова, Е.Г. Евсеева, О.А. Малыгина, М.В. Носков, Б.А. Сазонов и др.); информатизации и цифровизации высшего образования (Н.В. Бровка, О.Н. Гончарова, О.А. Захарова, В.В. Казаченок, М.В Носков, П.Д. Рабинович, И.В. Роберт, А.А. Русаков и др.); компетентностного подхода к обучению и воспитанию (Э.Ф. Зеер, И.А. Зимняя, Г.К. Селевко, Е.И. Скафа, В.А. Сластенин, А.В. Хуторской и др.); деятельностного подхода к обучению в высшей школе (Г.А. Атанов, Е.Г. Евсеева, З.А. Решетова, Н.Ф. Талызина и др.); личностно-ориентированного подхода (И.О. Ваганова, М.П. Данилкова, А.К. Дашкова, С.И. Маслов, В.В. Сериков и др.); теории эвристического и проблемного обучения в высшей школе (А.Д. Король, Е.И. Скафа, А.В. Хуторской и др.); комплексного, системного, интегративного, синергетического подходов (Е.В. Богомолова, Н.В. Бровка, Е.Г. Евсеева, Н.А. Тарасов, К.А. Татаринов, А.В. Хуторской и др.); формирования адаптации будущих инженеров к учебно-профессиональной деятельности в вузе (А.К. Дашкова, Н.В. Мормужева, Е.И. Муратова, Е.И. Скафа, И.В. Федоров и др.).

При выполнении поставленных задач в работе использовались такие *исследовательские методы:*

теоретические

– изучение и анализ педагогической, *теоретические* – изучение и анализ педагогической, психологической, методической, специальной литературы по инженерной педагогике, в которой освещались проблемы профессиональной подготовки будущих инженеров, обобщения и систематизации теоретических положений с целью разработки концепции исследования; изучение и обобщение опыта обучения математическим дисциплинам будущих инженеров для выявления преимуществ и недостатков проектирования системы обучения математическому моделированию; анализ ФГОС ВО РФ и основных образовательных программ по инженерным направлениям подготовки студентов Российской Федерации и Донецкой Народной Республики, учебных и учебно-методических пособий по математическому моделированию с целью обоснования новых подходов для совершенствования обучения математическому и компьютерному моделированию; прогнозирование и обобщение результатов исследования для раскрытия научных аспектов обозначенной проблемы; методы вычислительной педагогики для выбора наиболее продуктивных форм организации обучения;

эмпирические

– наблюдение, анкетирование, интервьюирование, тестирование, метод экспертных оценок для определения уровня сформированности математической цифровой компетентности студентов и выпускников образовательных учреждений инженерной направленности; педагогический эксперимент с целью проверки эффективности спроектированной методической системы обучения математическому моделированию; методы математической статистики для проведения качественного и количественного анализа результатов эксперимента (М.И. Грабарь, М.Г. Коляда, К.А. Краснянская, Д.А. Новиков и др.).

Положения, выносимые на защиту

1. Методологическую основу цифровой трансформации обучения математическому моделированию составляют деятельностный, компетентностный, синергетический, личностно-ориентированный, комплексный, системный, интегративный подходы, информатизация и цифровизация высшего инженерного образования. Педагогической основой такого обучения являются принципы цифровой дидактики: доминирования, персонализации, целесообразности, гибкости и адаптивности, успешности, обучения в сотрудничестве и взаимодействии, практико-ориентированности, нарастания сложности, насыщенности образовательной среды, полимодальности (мультимедийности), включенного оценивания. Данные положения являются базисом построения концепции обучения математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования.

2. Формирование математической цифровой компетентности будущих инженеров осуществляется при условии внедрения в образовательный процесс методической системы обучения математическому моделированию, разработанной на принципах единства цели, содержания, методов, организационных форм и средств обучения. *Цели обучения* математическому моделированию строятся на основе компетентностного, деятельностного и проектного и эвристического подходов; *содержание обучения* дополняется за счет расширения содержательных линий по математике, интегрирующихся в прикладную математику и включения системы профессионально-ориентированных заданий; *организационные формы* реализуются в виде смешанной, гибридной моделей обучения с использованием различных видов

лекций, интегрированных и виртуальных лабораторных работ, самостоятельной работы, организованной в виде сочетания математического и компьютерного моделирования, что приводит к формированию математической цифровой компетентности; активные и интерактивные *методы обучения*, в том числе и эвристические, дополняют традиционные методы обучения математическим дисциплинам в высшей технической школе; *средства обучения*, включающие цифровые ресурсы, позволяющие активизировать процесс овладения будущими инженерами приемами математического и компьютерного моделирования, вводятся в информационно-образовательную среду вуза.

3. Обучение математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования организуется на основе технологий смешанного, перевернутого и гибридного обучения. Технологии смешанного обучения, основанные на компьютерном моделировании, совмещают традиционное обучение с обучением посредством применения информационно-коммуникационных технологий. Основными свойствами гибридного обучения, выделяющими его среди других моделей обучения, являются сочетания: коллективного и индивидуального обучения, синхронного и асинхронного обучения, самостоятельного и группового обучения. Использование данных технологий направлено на овладение методами математического и компьютерного моделирования в предметных областях математических и профессиональных дисциплин, а также способствует формированию у студентов математической цифровой компетентности.

4. Информационно-образовательной средой, создающей условия для обучения студентов математическому и компьютерному моделированию реальных технических процессов, служит организационно-техническая система в виде виртуальной лаборатории, содержащей: компьютерные симуляторы, позволяющие взаимодействовать с обучающимся посредством встроенных элементов управления (button, check box, combo box, link label, radio button, text box, numeric up-down и др.); игровые модели обучения прикладной математике, встроенные в систему компьютерного назначения «Автоматизированное рабочее

место “Преподаватель – студент”». Данные средства используются при разработке интегрированных лабораторных работ по математике для обучения студентов конструированию математических моделей реальных процессов, а также виртуальных лабораторных работ для моделирования реальных производственных и технологических процессов.

5. Для определения уровня сформированности математической цифровой компетентности будущих инженеров используются показатели, которые отображают влияние технологий смешанного и гибридного обучения, компьютерных и цифровых ресурсов обучения математическому моделированию на результат формирования математических и цифровых компетенций будущего инженера. Авторские анкеты, опросники, контрольные задания обеспечивают корректную диагностику количественных и качественных характеристик ценностно-ориентационного, математически-цифрового и практико-деятельностного критериев эффективности реализации методической системы обучения математическому моделированию студентов и сформированности их математической цифровой компетентности.

Степень достоверности и апробации результатов. Достоверность полученных результатов обеспечивается опорой на теоретико-методологические основы проектирования и организации профессионального математического образования, на фундаментальные психолого-педагогические концепции обучения, воспитания и развития студентов, проверкой научной строгости и непротиворечивости исследования, его реалистичностью и направленностью на достижение поставленной цели; количественной и качественной статистической обработкой данных, полученных в результате апробации методической системы обучения математическому моделированию, обсуждением теоретических и методических результатов работы на научных симпозиумах, конференциях, семинарах.

Результаты исследования внедрены в учебный процесс ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (справка о внедрении № 7223/01-27/11 от 06.12.2021 г.), Автомобильно-дорожного института ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет» (справка о внедрении № 581/01-27/11 от 09.12.2021 г.).

Основные результаты диссертационного исследования были представлены и обсуждены на научных форумах, конгрессах и конференциях различного уровня.

На Международных: Наука і освіта 2004 (Дніпропетровськ, 2004); Наукові нотатки (Луцьк, 2011); Актуальные направления научных исследований XXI века (Воронеж, 2015); Инновационные перспективы Донбасса (Донецк, 2015); Актуальные проблемы экономики и управления (Горловка, 2016); Научно-технические аспекты развития автотранспортного комплекса (Горловка, 2016, 2017, 2019); Научно-технические аспекты развития автотранспортного комплекса (Донецк, 2017); Актуальные проблемы автотранспортного комплекса (Самара, 2019); Актуальные вопросы экономики и управления (Горловка, 2019); Конкурентоспособность субъектов хозяйствования в условиях новых вызовов внешней среды (Екатеринбург, 2019); Географические и экономические исследования в контексте устойчивого развития государства и региона (Донецк, 2019); Экономические, экологические и социальные проблемы промышленных регионов (Краснодон, 2019); Молодежная наука: вызовы и перспективы (Макеевка, 2020); Форум молодых ученых: мир без границ (Донецк, 2020); Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании (Красноярск, 2020, 2021); Непрерывная система образования «Школа – Университет». Инновации и перспективы (Минск, 2020); Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях (Луганск, 2021); Интернет-технологии в образовании (Чебоксары, 2021); Актуальные проблемы государственного и муниципального управления: теоретико-методологические и прикладные аспекты (Донецк, 2021); Донецкие чтения 2021: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности (Донецк, 2021);

На всероссийских: Инновационные подходы к обучению математике в вузе (Омск, 2021); Педагогический дизайн в высшем и среднем профессиональном образовании (Брянск, 2021);

На республиканских*:* Проблемы и пути совершенствования учебной, учебно-методической и воспитательной работы (Донецк, 2016, 2019); Качество естественно-математического образования (Донецк, 2018).

Публикации. Результаты исследования опубликованы в 76 печатных работах общим объемом 159,15 п.л., из которых автору лично принадлежит 130,62 п.л. Из них: 1 единоличная монография объемом 19,53 п.л.; 20 статей в рецензируемых научных изданиях, в которых должны быть опубликованы научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора наук, общим объемом 17,02 п.л., из которых лично автору принадлежит 9,64 п.л; 38 работ в других научных изданиях общим объемом 21,29 п.л., из которых автору лично принадлежит 9,3 п.л.; 17 учебных и учебно-методических пособий общим объемом 101,31 п.л., из которых автору лично принадлежит 91,15 п.л.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка используемых источников из 435 наименований, среди которых 32 на иностранном языке, 15 приложений, одно из которых на CD-диске, 35 таблиц и 108 рисунков. Основной текст изложен на 348 страницах (без учета списка использованных источников и приложений).

РАЗДЕЛ 1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА В ВЫСШЕЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ ШКОЛЕ

1.1. Понятия модели и математического моделирования в научном познании

Роль моделирования в науке, в инженерных исследованиях, анализе организационных, экономических объектов и систем и, вообще, в жизни человека, весьма велика. В.В.Аюпов отмечает, что познание любого объекта, системы, процесса, явления сводится, по существу, к созданию его (ее) модели [12]. Познание и изучение окружающего нас мира можно осуществлять различными способами и методами. Но при исследовании различных сложных объектов, явлений, процессов, при создании, организации и оптимизации сложных систем метод моделирования является одним из самых мощных методов. Так, перед изготовлением любого технического устройства или сооружения разрабатывается его модель-проект, человек, прежде чем совершить что-либо, обдумывает возможную последовательность действий, создает некоторые модели. Причиной все более расширяющегося применения моделей является то, что процессы, происходящие в них, можно регистрировать, проверять их соответствие результатам теоретического анализа, заменять аналитические расчеты процессов их непосредственным наблюдением, эффективно решать все основные задачи экспериментального исследования.

Понятие модели претерпевало определенную эволюцию. Генезис понятий модели и моделирования отражает эволюцию процесса познания. Слово «модель» произошло от латинского слова «modulus», означает «мера», «образец» [257]. Его первоначальное значение было связано со строительным искусством, и почти во всех европейских языках оно употреблялось для обозначения образа или прообраза, или вещи, сходной в каком-то отношении с другой вещью. Например, перед строительством здания, сооружения делали его уменьшенную копию для обсуждения, улучшения, утверждения проекта. То есть на ранних этапах под моделью понимали некоторое физическое устройство (объект), которое в определенных условиях заменяет другой объект [5]. Примерами таких устройств могут служить модели самолетов, кораблей, машин, различные макеты, шаблоны, протезы и т.д.

На следующем этапе под моделью объекта понимался объект-заменитель, который отражал лишь интересующие исследователя свойства и характеристики объекта-оригинала. При этом модель перед объектом обладала такими преимуществами, как наглядность, простота, доступность для эксперимента, возможность идентификации и т.д. Само понятие модели уже значительно расширилось и включало в себя чертежи, таблицы, характеристики, графики, рисунки, картографические изображения, различные формы описания устройств и т.д.

На третьем же этапе в понятие модели включают не только реальные (физические, материальные), но и абстрактные (идеальные) построения. Примером таких моделей могут служить идеи, гипотезы, теории, математические, логические и имитационные модели. Так, в форме математической модели можно описать и типовую деятельность человека оператора в организационно-технических системах. Сам процесс мышления, отмечает Л.Р. Загитова, можно трактовать как процесс последовательного перехода от одних абстрактных моделей к другим [95]. При этом модель выступает как форма существования и представления знаний об исследуемом объекте (явлении, процессе, системе). Таким образом, познание материального мира идет через модели, а целенаправленная деятельность человека невозможна без моделирования (рис. 1.1).

В.В. Аюпов выделяет следующие достоинства моделей:

1) модели экономичны, они экономят время, сокращают издержки и затраты материальных ресурсов в процессе исследования или проектирования технического объекта;

2) модели практичны, они всегда строятся так, чтобы были проще и удобнее для исследований, чем исходные объекты. На моделях можно ставить

такие эксперименты, проведение которых на реальных объектах либо слишком дорого, либо опасно для персонала и окружающей среды;

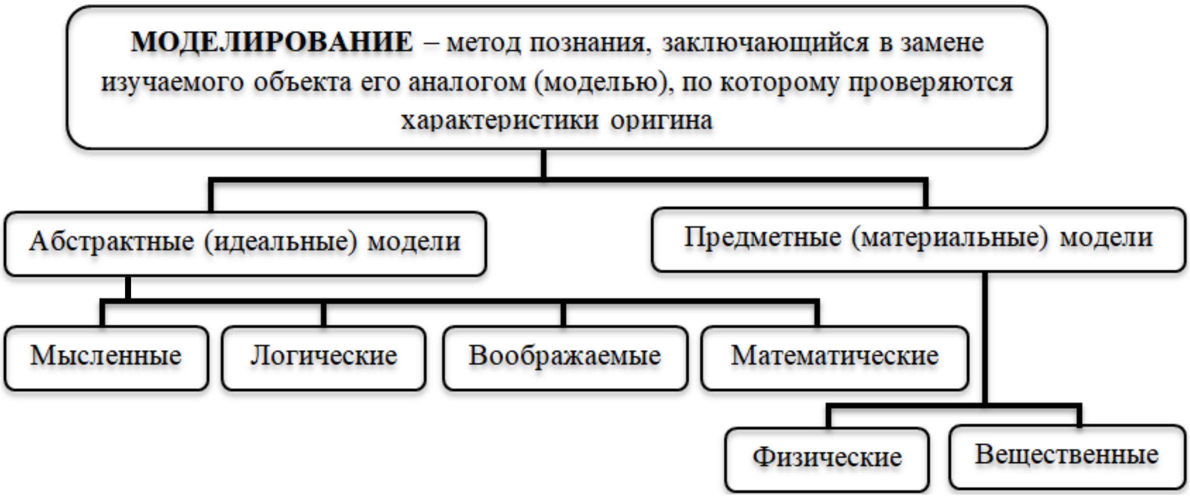


Рисунок 1.1 – Моделирование как метод познания

3) некоторые явления можно изучать только на их моделях. Например, ядерные взрывы, траектории космических аппаратов, электрические разряды молнии, полет самолета при развитии критической ситуации на борту в результате отказов отдельных функциональных подсистем и т.п.;

4) модели воспроизводят лишь основные, наиболее важные для данного исследования свойства изучаемой системы;

5) модели позволяют выявить механизм формирования исследуемых свойств системы, научиться прогнозировать эти свойства и целенаправленно их изменять в желаемую сторону;

6) исследования, проведенные с применением моделей, могут послужить основанием для заключения о несостоятельности некоторых гипотез или идей;

7) модель может воспроизводить такие признаки системы, которые адекватны реальным свойствам, хотя данная модель не была предназначена для этого. Этот эффект следует рассматривать как исключение, а не как закономерность, хотя в истории науки есть случаи, когда подобным образом делались открытия в области тонких физических явлений [12].

Модель воспроизводит в специально оговоренном виде строение и свойства исследуемого объекта. Исследуемый объект, по отношению к которому изготавливается модель, называется оригиналом, образцом, прототипом.

Модель – это некий новый объект, который отражает существенные особенности изучаемого объекта, явления или процесса.

В научных исследованиях выделяют общие свойства моделей:

- адекватность (степень соответствия модели тому реальному явлению (объекту, процессу), для описания которого она строится);
- конечность (модель отображает оригинал лишь в конечном числе его отношений и, кроме того, ресурсы моделирования конечны);
- упрощенность (модель отображает только существенные стороны объекта);
- полнота (учитываются все необходимые свойства);
- приблизительность (действительность отображается моделью грубо или приблизительно);
- информативность (модель содержит достаточную информацию о системе (в рамках гипотез, принятых при построении модели);
- потенциальность (предсказуемость модели и ее свойств) [5; 47; 80; 229].

Исследование объектов, процессов или явлений путем построения и изучения их моделей для определения или уточнения характеристик оригинала называется *моделированием.*

Моделирование в научных исследованиях стало применяться еще в глубокой древности и постепенно захватывало все новые области научных знаний: техническое конструирование, строительство и архитектуру, астрономию, физику, химию, биологию и, наконец, общественные науки. Большие успехи и признание практически во всех отраслях современной науки принес методу моделирования XX век. Однако методология моделирования долгое время развивалась отдельными науками независимо друг от друга. Отсутствовала единая система понятий, единая терминология. Лишь постепенно стала осознаваться роль моделирования как универсального метода научного познания.

Таким образом, достоинства моделирования делают его наиболее эффективным методом, как научных исследований, так и практической деятельности человека.

В научной и педагогической литературе моделирование рассматривается как метод познания, состоящий в создании и исследовании моделей. Теория замещения объектов-оригиналов объектом-моделью называется теорией моделирования [1; 7; 104].

Основными этапами моделирования являются:

1) постановка задачи;

2) разработка модели, анализ и исследование задачи;

3) компьютерный (натурный, физический) эксперимент;

4) анализ результатов моделирования.

На этапе разработки модели осуществляется построение информационной модели, то есть формирование представления об элементах, составляющих исходный объект. Если результаты моделирования подтверждаются и могут служить основой для прогнозирования поведения исследуемых объектов, то говорят, что модель адекватна объекту. Степень адекватности зависит от цели и критериев моделирования [270].

Практически во всех науках о природе, живой и неживой, об обществе, построение и использование моделей является мощным орудием познания. Реальные объекты и процессы бывают столь многогранны и сложны, что лучшим (а иногда и единственным) способом их изучения часто является построение и исследование модели, отображающей лишь какую-то грань реальности и потому многократно более простой, чем эта реальность. Многовековой опыт развития науки доказал на практике плодотворность такого подхода. Более конкретно, необходимость использования метода моделирования определяется тем, что многие объекты (или проблемы, относящиеся к этим объектам) непосредственно исследовать или вовсе невозможно, или же это исследование требует слишком много времени и средств.

Рассматривая модели, изучаемые в научных исследованиях, в том числе технических и гуманитарных, исследователи в области моделирования (Г.В. Алексеев [5], О.А. Волгина [47], Н.В. Голубева [56], Б.А. Горлач и В.Г. Шахов [62], А.М. Жирков [93], Ю.Ю. Тарасевич [352] и др.) выделяют основные их виды и строят классификацию (табл. 1.1).

Таблица 1.1 – Виды моделей и их классификация

Признак классификации	***Виды моделей***
Сущность модели	- материальные (физические); - идеальные (воображаемые); - информационные (теоретические, абстрактные)
Характеристика объекта моделирования	- модель внешнего вида; - модель структуры; - модель поведения
Степень формализации	- неформализованные; - частично формализованные; - формализованные
Назначение модели	- исследовательские: · дескрипторные; · когнитивные; · концептуальные; · формальные; - учебные; - рабочие: · оптимизационные; · управленческие
Роль в управлении объектом моделирования	- регистрирующие; - эталонные; - прогностические; - имитационные; - игровые; - оптимизационные
Фактор времени	- статические; - динамические

В нашем исследовании нас в большей степени интересуют абстрактные (теоретические, информационные) модели – модели, представляющие объекты моделирования в образной или знаковой форме [62]. Примерами абстрактных моделей могут служить какая-либо гипотеза о свойствах материи, предположения о поведении сложной системы в условиях неопределенности или новая теория о строении сложных систем.

Ярким представителем абстрактного и знакового моделирования является математическая модель.

Математическая модель – это совокупность математических формул, уравнений, соотношений, описывающая интересующие исследователя свойства объекта моделирования.

В теории познания виды моделирования представляются как материальное, идеальное, знаковое и математическое.

Материальным (физическим, предметным, натурным) принято называть моделирование, отмечает Н.В. Голубева, при котором реальному объекту противопоставляется его увеличенная или уменьшенная копия, допускающая исследование (как правило, в лабораторных условиях) с помощью последующего перенесения свойств изучаемых процессов и явлений с модели на объект на основе теории подобия [56].

Идеальное моделирование основано не на материальной аналогии объекта и модели, а на аналогии идеальной, мыслимой.

Знаковое моделирование – это моделирование, использующее в качестве моделей знаковые преобразования какого-либо вида: схемы, графики, чертежи, формулы, наборы символов.

Математическое моделирование – это моделирование, при котором исследование объекта осуществляется посредством модели, сформулированной на языке математики [5].

С общих позиций математическое моделирование, отмечает В.Г. Дулов, можно рассматривать как один из методов познания реального мира в период формирования, так называемого информационного общества [80]. Центральное понятие данной темы – понятие математической модели, которое, как и ряд других понятий математического моделирования, не имеет строгого формального определения [80; 138].

Учитывая специфическую направленность рассматриваемых вопросов моделирования, В.В.Аюповым проведена подробная классификация математических моделей [12]. Представим данную классификацию, так как она отражает в некоторой степени понимание проблемы нашего исследования (табл. 1.2).

Перечисленные виды математических моделей в наибольшей степени характеризуют процессы технического конструирования, которые будем рассматривать в нашем исследовании, при обучении будущих инженеров.

Таблица 1.2 – Классификация видов математических моделей

Признак классификации	***Виды математических моделей***
Способ получения математической модели	- теоретические; - экспериментальные
Форма представления математической модели	- инвариантные; - аналитические; - графические; - функциональные; - структурные; - алгоритмические
Вид оператора математической модели	- алгебраические; - функциональные; - дифференциальные; - интегральные
Свойства параметров оператора модели	- линейные; - нелинейные; - сосредоточенные; - распределенные; - стационарные; - нестационарные
Фактор времени	- статические; - динамические
Количество входов/выходов	- скалярные; - матричные (многосвязные)

Количество переменных состояния	- одномерные; - многомерные
Характер переменных	- непрерывные; - дискретные; - логические; - детерминированные; - стохастические (вероятностные)

Вместе с тем процесс развития науки и техники, основанный на моделировании, требует усовершенствования математических основ, позволяющих: моделировать, разрабатывать алгоритмы, использовать фундаментальные вопросы вычислительной техники, оценивать достоверность моделей при количественной оценке, анализе и оптимизации. То есть расширяется область применения математического моделирования особенно в части инженерных исследований, о чем речь пойдет в следующем пункте.

1.2. Математическое моделирование как инструмент инженерного конструирования

В технических исследованиях моделирование помогает ответить на вопросы, какие эксперименты проводить, как интерпретировать результаты экспериментов, какие прототипы построить. В этих условиях велика роль математического моделирования, представляющего собой взаимодействие математических и технических наук. Это взаимодействие предоставляет инструменты и идеи, которые помогают продвинуться в решении новых задач, расширить границы исследований.

Процесс развития науки и техники, основанный на моделировании, требует усовершенствования математических основ, позволяющих: моделировать, разрабатывать алгоритмы, использовать фундаментальные вопросы вычислительной техники, оценивать достоверность моделей при количественной оценке, анализе и оптимизации. То есть расширяется область применения математического моделирования особенно в инженерных исследованиях.

Новые технические задачи в инженерии стимулируют более глубокие разработки в области математических наук: комбинаторики, теории чисел, геометрии, линейной алгебры, функций нескольких переменных, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, функционального анализа, теории вероятностей, статистики, численных методов и др.

В связи с этим рассмотрение вопросов, связанных с интеграцией математических и технических наук, а также актуализацией проблемы развития математического моделирования в современной цифровой экономике, является важной составляющей процесса обучения студентов высшей технической школы математическому моделированию как инструменту инженерного конструирования.

Анализ научных источников показывает значительный объем различных разработок, посвященных использованию математического моделирования в инженерных исследованиях. К таким работам можно отнести разработки В.В. Аюпова [12], Н.В. Голубевой [56], Б.А. Горлач [62], Е.Г. Евсеевой [83], А.М. Жиркова [93], В.И. Рейзлина [297] и др. Все они имеют важное значение для обучения студентов – будущих инженеров. В связи с этим изучение проблемы применения методов математического моделирования в современном техническом конструировании является важной и необходимой для рассмотрения.

Действительно, рассмотрение вопросов использования математических моделей в современных технических исследованиях, а также изучение связи математических и технических наук, будет способствовать обеспечению понимания необходимости включения в современное инженерное образование цифровых педагогических технологий обучения математическому моделированию.

Примеры использования математического моделирования, влияющего на передовые технологии и экономическую конкурентоспособность, широко распространены. Этот факт можно проверить, изучив полный цикл технологического продукта, от стратегического планирования до исследования инженерного проектирования, эффективности производства, управления процессами, улучшения качества, маркетинга, инвентаризации, транспортировки, распределения и обслуживания.

Количество новых технических отраслей, отмечает О.А. Волгина, частью которых является математическое моделирование, непрерывно растет [47]. Например, индустрия шифрования использует теорию чисел, чтобы сделать возможной Интернет-торговлю. Индустрия «поиска» полагается на идеи математических наук, чтобы сделать обширные информационные ресурсы интернета доступными для поиска. Индустрия социальных сетей использует теорию графов и машинное обучение. Индустрия анимации и компьютерных игр использует разнообразные математические модели таких наук, как дифференциальная геометрия и уравнения в частных производных. Индустрия визуализации использует идеи дифференциальной геометрии и обработки сигналов. Индустрия онлайн-рекламы использует идеи теории игр и дискретной математики для определения цены на онлайн-рекламу, а также методы статистики и машинного обучения, чтобы решить, как настроить таргетинг этой рекламы.

В настоящее время инженерия использует сложные статистические методы и методы машинного обучения. Математическое моделирование сейчас присутствует почти во всех отраслях промышленности, а диапазон используемого аппарата прикладной математики был бы немыслим еще поколение назад [51]. Об этом свидетельствует следующий список тематических методов математического моделирования: прогнозная аналитика, анализ изображений и интеллектуальный анализ данных, планирование и маршрутизация поставок, математические финансы и актуарная математика, робототехника, управление цепочками поставок, логистика, облачные вычисления, моделирование сложных систем, управление инфраструктурой для умных городов, компьютерные системы, программное обеспечение и информационные технологии.

При этом расширению роли математических наук способствуют: повсеместная доступность вычислительных мощностей и как следствие, зависимость от математического моделирования. Взрывной рост количества собираемых или генерируемых данных можно оценить только с помощью математических и статистических методов. В результате математическое моделирование стало основной движущей силой математических исследований в инженерных направлениях. Математическое моделирование и инженерный сектор исследований, отмечает Б.А. Горлач, требуют опыта, как в моделировании, так и в крупномасштабном анализе данных [62]. Поскольку технические науки и инженерия все больше полагаются на сложные вычислительные модели, связи между этими секторами и математическим моделированием неизбежно укрепляется.

Математическое моделирование играет ключевую роль практически во всех аспектах производственного цикла, от стратегического экономического планирования до технического обслуживания и ремонта. Расписание и планирование транспортных маршрутов основано на математических теориях. Инженерное проектирование основано на решении дифференциальных уравнений, часто с помощью средств компьютерного назначения [56]. Рынки изучаются путем изучения статистических выборок, что позволяет определить оптимальный выбор ассортимента продукции. Оптимальные стратегии определяются методами исследования операций. Сложные системы описываются с помощью вероятностных моделей. Эти же методы, включая методы статистического контроля качества, применимы и к производственному процессу.

Математическое моделирование, отмечает Е.Г. Евсеева, определяет важную роль в развитии технических возможностей, необходимых для проектирования и управления высокопроизводительными системами [83]. Математические модели стали стандартной частью процесса предварительного проектирования для построения таких систем. Это строительные блоки, на которых основано практически все программное обеспечение для автоматизированного проектирования. Эти модели значительно дешевле в постройке и эксплуатации с точки зрения времени и денег, чем более традиционные физические прототипы. Математические модели особенно полезны, когда предлагаемый дизайн должен быть протестирован на осуществимость (возможность реализации в материале), или когда количество степеней свободы настолько велико, что необходимо решение для уменьшения диапазона вариантов дизайна или управления.

Инженер, использующий математическое моделирование, должен понимать основное качественное поведение системы (например, как система реагирует на увеличение нагрузки на какую-либо подсистему). Такое глубокое понимание поведения системы может иметь большое значение для качества создаваемого инженерного продукта. Разработка стратегий управления в реальном времени для этих систем опирается на математические и вычислительные инструменты и представления.

С интеграцией цифровой экономики и производства, аппаратные возможности современных производственных систем постоянно увеличиваются [1]. Однако часто оказывается, что значительное препятствие на пути к полному использованию этих сложных ресурсов может быть связано со сложным взаимодействием между различными машинами, составляющими систему. «Интеллект» современных производственных систем, в которых математическая модель дополняет традиционную инженерию, создает новые возможности для управления системой, которых не было в предыдущих технологиях.

Моделирование систем, как сетей очередей, математически абстрагирует базовую структуру. Каждый ресурс (например, «связь» между узлами в междугородной сети, устройства ввода-вывода в компьютерной системе, рабочие центры на производственном объекте) в системе моделируется как очередь с ожиданием и связанный с ней набор серверов. Клиенты (например, пакеты в настройках сети, запросы к базе данных, заказы на производственном предприятии) перемещаются из очереди в очередь по мере получения услуг от каждого объекта на пути клиента. Перегрузка возникает в модели, когда большое количество клиентов борются за ограниченные ресурсы. Степень перегрузки оказывает важное влияние на производительность системы.

Шаблоны поступления и обслуживания клиентов в этих моделях непредсказуемы, и поэтому теория вероятностей и статистика играют в данном случае большую роль. Если сделать определенные допущения о непредсказуемости природы явлений, то ключевые показатели эффективности могут быть рассчитаны на основании решения (очень большой) системы уравнений. Таким образом, в последние годы были приложены значительные усилия для разработки вычислительных алгоритмов, способных решать эти большие системы уравнений.

Анализ и расширение теории сетей массового обслуживания в виде математической модели оказали значительное влияние на производительность сложных инженерных систем. Пакеты программного обеспечения, в которых широко используются идеи математического моделирования, коренным образом меняют культуру инженерного образования.

Математическое моделирование используется при изучении проблем управления сложными системами в реальном времени. Эффективные правила принятия решений для инженерных специальностей рассматриваются в дисциплине «Эффективность информационных систем» [205]. Этот подход к разработке правил управления для приложений реального времени используется в производственных условиях (например, снижение выпуска бракованных изделий в компьютерном управлении, настройках телекоммуникаций и др.).

Также математическое моделирование используется в ситуациях, когда анализ слишком сложен. Дискретно-событийное моделирование – это методология, в разработке которой прикладная математика играет ведущую роль. Дискретные события – это, например, запросы, переходящие от одной станции к другой в сети массового обслуживания, с состояниями, которые изменяются дискретно, а не непрерывно.

Компьютерное моделирование предлагает разработчику системы возможность визуализировать фактическую работу системы с течением времени (например, в производственных условиях можно наблюдать, как компоненты собираются, когда они перемещаются по объекту и пр.). Как следствие, многие пакеты моделирования имеют широкие возможности графического интерфейса. В этом случае большой интерес представляет тема исследования алгоритмов моделирования дискретных событий.

Статистика имеет широкое применение в инженерных исследованиях и в этом отношении входит в число лидеров по разработке математических моделей

[151]. Статистика приобретает все большее значение в физических и технических науках благодаря интерпретации измерений и анализу статистической значимости. Использование статистики хорошо зарекомендовало себя в различных инженерных направлениях. «Методы обработки статистических данных» является дисциплиной преподаваемой для инженерных специальностей.

Математическое и статистическое моделирование и симуляция – важные шаги в процессе планирования инженерных объектов, используется для ремонта и технического обслуживания, особенно если объекты являются сложными, включают несколько рабочих станций, источников снабжения и т.д. [92]. Те же соображения применимы и к проектированию систем, комплексов (например, производственных помещений). Целью дисциплины «Системная инженерия», стоящая в блоке дисциплин обязательной части для студентов инженерного направления, является формирование системного взгляда на планирование и управление процессами жизненного цикла системы. Исследуется, будет ли предлагаемый объект функционировать хорошо с точки зрения затрат, запасов и продолжительности производственного цикла? После того, как осуществимость инженерных мероприятий установлена, моделирование предоставляет бесценную информацию о проектировании, развертывании и использовании оборудования, деталей и персонала. После оптимального проектирования объекта и его построения, дальнейшее моделирование позволяет окончательно настроить рабочие процедуры для достижения оптимальной производительности.

В современных инженерных науках развивается такая отрасль как промышленная математика, под которой понимают математику, использующуюся в промышленном контексте [95]. Она включает в себя методы, алгоритмы, моделирование и идентификацию соответствующих величин. Кроме того активно внедряется прикладная математика как область исследований, которая развивает и использует новую или существующую математическую теорию для решения важных проблем инженерии. В эту область входят методы решения, методы приближения, компьютерные алгоритмы и моделирование. Математический и вычислительный анализ – важный инструмент при проектировании и разработке инженерных систем. Компьютерное моделирование позволяет определить проектные параметры, которые значительно улучшат производительность систем или даже определить, будет ли эта система работать. Моделирование предоставляет такую информацию быстрее и дешевле, чем классическое конструирование и эксперименты, которые до сих пор являются обычным явлением во многих отраслях промышленности. Сложные процессы характеризуются множеством взаимодействующих подсистем. Они должны быть эффективно спроектированы, построены, модифицированы и поддерживаться с достаточной гибкостью, чтобы быть жизнеспособными в новых производственных средах. Эти цели не могут быть достигнуты без подробного анализа и моделирования всей системы.

Многие научные и инженерные задачи в моделях прикладной математики, могут быть поставлены с точки зрения оптимизации, а именно поиска оптимального значения некоторой целевой функции путем изменения определенных параметров. Определения целевой функции и параметров зависят от самой постановки задачи. Например, можно минимизировать стоимость конструкции за счет оптимального выбора материалов. В большинстве реальных задач значимые значения параметров ограничиваются ограничениями, которые возникают из свойств системы или процесса, которые необходимо оптимизировать. Например, для того, чтобы решение было осуществимо, может потребоваться соблюдение физических законов или инженерных соображений.

Проблемы математического моделирования в области оптимизации можно разделить на несколько различных категорий, в зависимости от характера параметров, особых форм функций цели, ограничений, размера факторного пространства, связей между переменными, уровня и качества информации, желаемой точности, доступных вычислительных ресурсах и пр. Наиболее эффективные методы решения специализируются на использовании характеристик конкретных инженерных проблем [115; 116; 119].

Проблемы математического моделирования в области дискретной оптимизация заключаются в выборе наилучшего результата из огромного набора возможностей, таких, как переход по состояниям системы, которая сводит к минимуму (максимуму) целевую функцию (пройденное расстояние). Эти проблемы чрезвычайно сложно решить, потому что не существует глобального анализа или локальных мер, таких как градиент, которые помогли найти сходимость к оптимальному решению. Проблемы оптимизации возникают во многих практических инженерных ситуациях, например, при планировании движения роботизированного станка, оптимального распределения средств, замены оборудования и прочее [396; 399]. Если модели линейного программирования – это фундаментальный строительный блок для большинства областей оптимизации, то модели дискретной оптимизации революционизируют практические способы производства, заказа, хранения и доставки продуктов в реальных технико-инженерных ситуациях.

Прикладное стохастическое моделирование – это исследование явлений, в которых «неопределенность» вызвана несогласованностью природных явлений или источниками, которые не поддаются контролю. Неопределенность в стохастических моделях распознается и включается непосредственно в модель прикладной математики в качестве входных данных.

Таким образом, перечислив разнообразные направления технического конструирования, которые используют методы математического моделирования, нужно отметить, что эти методы являются важным инструментом, которому необходимо обучать студентов – будущих инженеров на этапе их подготовки к профессиональной деятельности в высшей технической школе.

1.3. Проблемы обучения математическому моделированию студентов в ракурсе стратегии развития современного инженерного образования

Во всех странах мира, в том числе и Российской Федерации, эффективно развиваются современные, перспективные цифровые направления: цифровая экономика, цифровизация управления, цифровая медицина, цифровизация социальной сферы и *образования*, искусственный интеллект. Эти проекты уже сейчас качественно меняют облик страны, делая её более современной и динамичной. В современных условиях интеграции образования Донецкой Народной Республики в Российскую Федерацию требуется уделить этим проблемам особое внимание.

Новые вызовы внешней среды, обусловленные цифровой трансформацией макроэкономической системы, приводят к тому, что традиционная модель образования, в которой доминировали процессы получения знаний, в условиях цифровизации экономической системы становится не конкурентоспособной [26]. Эффективность цифровой трансформации экономических систем на макро-, мезо- и микроуровнях обуславливается необходимостью формирования постоянно обновляющихся систем управления знаниями. Реализация подобного подхода требует кардинального изменения всей парадигмы образования, разработки инновационных моделей образовательного процесса, интегрирующих новые образовательные технологии [23; 81]. В первую очередь, отмечают Р.В. Агиней и О.И. Беляева, это касается интеграции в образовательный процесс технологий машинного обучения, искусственного интеллекта, внедрение информационно-образовательной и цифровой среды в учебных заведениях и т.д. [4]. В Российской Федерации этому уделяется большое внимание, что отражено на законодательном уровне в целом ряде документов: О национальных целях и стратегических задачах Российской Федерации на период до 2024 года [251]; приоритетный проект «Современная цифровая образовательная среда в Российской Федерации» [338]; О стратегии развития информационного общества Российской Федерации на 2017–2030 годы [252]; Стратегия научно-технологического развития Российской Федерации [347] и др. В этом контексте одним из факторов успешного функционирования системы «образование – наука – производство» в цифровом пространстве становится интеграция новых образовательных технологий в уже сложившиеся практики обучения [266; 273].

Первостепенной задачей является подготовка специалистов в области прикладной математики, способных владеть всеми прикладными методами, с возможностью автоматизировать данные процессы, а так же, способных реализовать весь процесс цифровых технологий, начиная от проекта и кончая эффективным использованием информационных технологий на производстве. Следовательно, по нашему мнению, требуется получить современного комплексного специалиста «нового формата», владеющего вопросами современной прогрессивной инженерии, робототехники, аддитивными технологиями математики, прикладной математики, математического моделирования, программирования и автоматизации сложных математических методов [63]. Аддитивные технологии в образовании являются доминантой всей стратегической инициативы, т.к. они объединяют все направления для воспитания современного инженера. Смежные комплексные дисциплины, такие, как «Эффективность использования информационных систем», «Прикладное программирование и пакеты программ», «Численные методы», «Методы обработки статистических данных» и «Факторный анализ» – позволяют повысить в десятки раз производительность труда, сократить общие финансовые затраты, энергозатраты, материалоёмкость в реальном технико-экономическом процессе производства во всех областях современной инженерии.

На основании вышесказанного остановимся на основных проблемах обучения математическому моделированию студентов в ракурсе стратегии развития современного инженерного образования.

Проблема формирования цифровых компетенций у будущих инженеров. Говоря о системе обучения студентов – будущих инженеров приемам математического моделирования следует акцентировать внимание на одной важной проблеме инженерного образования – формировании цифровых компетенций у студентов.

Необходимость повсеместного внедрения цифровизации обуславливается и тем, что на рынок труда выходит поколение Z. Основными характеристиками представителей данного поколения является увеличенный контроль над рабочим временем и достижение оптимального баланса между работой и личной жизнью, который рассматривается как технологическая продвинутость. Поколение Z больше других склонно к заинтересованности и успешности в работе в дистанционном формате [375; 376]. Востребованность в получении как основного образования по специальностям, связанным с цифровыми технологиями, так и дополнительного обучения, в работниках данного профиля станет новым трендом. Для успешного выполнения функциональных обязанностей инженерам потребуются новые компетенции, характеризующие новую рабочую среду. Ключевым навыком из soft skills станет адаптивность. П.Д. Рабинович отмечает, что произойдет пересмотр требований к должностным обязанностям и квалификациям персонала. Появление на рынке труда нового поколения Z работников также будет способствовать ускорению процесса развития цифровизации [375].

Базовые цифровые навыки охватывают умение работать с различными техническими устройствами, файлами, Интернетом, онлайн-сервисами, информационными приложениями. Согласно Европейской модели цифровых компетенций для образования, базовые цифровые навыки также включают в себя психомоторные навыки персонала. Это, по мнению М.М. Батовой, умение работать с компьютерной техникой различных видов и размеров (стационарными компьютерами, ноутбуками, планшетными ПК, Flipbox и др.), среди которых оборудование с сенсорными экранами [14]. Производные цифровые навыки связаны с умением грамотно применять цифровые технологии для решения различных функциональных (профессиональных и служебных) задач. Овладение такими навыками гарантирует эффективное использование цифровых технологий и получение реальных практических результатов. Структурно эти навыки охватывают творческие действия, необходимые для работы в онлайн-приложениях и цифровых сервисах. Это могут быть различные социальные сети, мессенджеры, информационные порталы, библиотечные и научные сервисы и базы данных и т.д.

Такой подход особенно важен, поскольку цифровые компетенции (digital competencies), лежащие в основе цифровой грамотности, отражают способность будущего инженера решать разнообразные прикладные задачи в различных областях знаний с использованием информационно-коммуникационных технологий. Цифровые компетенции, во-первых, охватывают, умения применять цифровые технологии для создания различного контента и его практического использования, включая поиск и обмен информацией при взаимодействии с другими пользователями, а во-вторых, развивают способность программировать различные модели, отражающие процессы, протекающие в различных областях знаний [376].

Таким образом, цифровые компетенции, интегрируя в единое целое информационные инструменты и креативный потенциал преподавателей, управляющих деятельностью студентов, в конечном итоге, генерируют в системе «образование – наука – производство» совокупность информационно интеллектуальных активов. Появление и использование подобных активов является одной из глобальных тенденций цифровизации, поскольку в цифровой экономике конкурентные преимущества субъектов экономической деятельности в значительной степени формируются под влиянием нематериальных факторов. Поэтому наличие у выпускника технического вуза цифровых компетенций выступает как ключевой фактор его эффективного функционирования в конкурентной среде. Совокупность цифровых компетенций субъектов системы «образование – наука – производство», делает замечание М.М. Батова, формируется не только за счет персонала, чья деятельность непосредственно связана с разработкой информационно-коммуникационных технологий, но и других категорий персонала, в первую очередь менеджмента, задействованного при решении различных функциональных задач [14]. В этом случае цифровые компетенции генерируют факторы эффективности системы «образование – наука – производство», включая ориентацию на бизнес-модели, отражающие динамику изменений внешней и внутренней составляющих цифровой среды. Инвестируя средства в формирование цифровых компетенций персонала, субъекты системы «образование – наука – производство» повышают качество результатов интеллектуальной деятельности, включая совокупность создаваемых информационных и материальных продуктов.

Проблема интеграции математического и компьютерного моделирования. Формирование цифровых компетенций в процессе обучения приемам математического моделирования напрямую связано с проектированием и внедрением компьютерного моделирования. Таким образом, проблема современного подхода к организации процесса обучения приемам математического моделирования заключается в том, что этот процесс должен строиться на применении компьютерного моделирования.

Внедрение новых технологий виртуальной реальности в учебном процессе инженерных направлений подготовки студентов сможет увеличить уровень взаимодействия и максимально приблизить виртуальный формат к состоянию реальности [49; 79; 246; 250; 398]. Применение дистанцинных технологий при обучении математическому моделированию [208], при организации самостоятельной работы студентов [272] увеличит шанс формирования у них самообразовательной деятельности, использование технологий смешанного, гибридного обучения, технологии «перевернутый класс» позволят будущим инженерам активно погружаться в изучаемый материал на основе компьютерного моделирования.

Особое значение в инженерном образовании имеет интеграция математики, *прикладной математики* и *цифровизация научной области*. Уже давно во всём мире математическое моделирование и связанные с этим численные методы стали равноправным инструментом научного поиска наряду с чистой теорией и натурным экспериментом. Заменяя и дополняя эксперимент, чистую теорию, *математические методы* и методы математического эксперимента позволяют получить требуемый результат за короткое время, используя меньшее количество средств и недоступных ранее параметров. *Методы математического моделирования* опираются на всемирно известные, признанные школы отечественной математики, в которых развивается новый технологический уклад третьего тысячелетия.

В этой связи острой ***проблемой развития процесса обучения методам математического моделирования становится поиск связи инженерного***

образования и быстро развивающейся инженерной науки. С одной стороны, главным направлением развития математики, как базы для других наук, являются *фундаментальные исследования*. Именно с ними, в том числе с компьютерными технологиями, будет связана работа по подготовке кадров для инженерного образования.

Современное инженерное образование во всех странах мира, как было уже отмечено ранее, направлено на обеспечение связи в рамках системы *«образование – наука – производство».* Эта связь с позиции педагогики высшей школы обсуждается, проектируется и реализуется в таком направлении как инженерная педагогика.

Современная *инженерная педагогика* определяется как комплекс междисциплинарных представлений об особенностях инженерного образования, инженерной профессии и инженерного дела, выработанный на основе педагогики высшей школы, социологии, философии, психологии и других отраслей социальногуманитарного знания, являющийся основой для разработки предметного содержания учебного курса подготовки и повышения квалификации преподавателя технического университета и, соответственно, идеологией и технологией разносторонней деятельности преподавателя технического вуза [134; 270; 277].

Инженерная педагогика анализируется в трёх измерениях, а именно: как педагогическая технология, реализующаяся в практической деятельности преподавателя высшей технической школы; как учебная дисциплина, преподаваемая в магистратуре и аспирантуре инженерного вуза, а также на курсах повышения квалификации, нацеленная на профессиональную подготовку и повышение квалификации преподавателя технического университета; как область научного исследования (и соответствующая научная специальность) [119; 428].

Такой подход к анализу инженерной педагогики позволяет системно и разносторонне определить основные виды деятельности современного преподавателя технического вуза, который должен обладать компетенциями разного рода – педагогическими, методическими, исследовательскими.

Проблема подбора научно-педагогических кадров, обеспечивающих процесс обучения математическому моделированию. Проводя исследования в области инженерной педагогики и воплощая ее принципы в своей практической работе, отмечают В.Г. Иванов, З.С. Сазонова, М.Б. Сапунов, научно-педагогический работник технического университета выступает одновременно и как преподаватель, и как методист, и как ученый – в единстве и противоположности этих позиций [104].

То есть одной из проблем современного подхода к обучению математическому моделированию является наличие у преподавателей, организующих образовательный процесс у будущих инженеров, специальных компетенций инженерно-педагогической деятельности разных типов. Например, для проведения научного исследования со студентами требуются исследовательские компетенции, для преподавания учебного предмета – методические, цифровые, коммуникативные и организационно-управленческие, для реализации учебного процесса в техническом вузе – педагогические.

В настоящее время особенно важно формировать цифровую компетенцию преподавателя для работы с интерактивными системами, чтобы организуя процесс обучения математическому моделированию создавать «виртуальные лабораторные работы», строить технологию «перевернутого класса» и т.д. [354; 375; 426; 434].

С развитием современной инженерии регулярно обновляются образовательные программы всех уровней, готовя студентов не к вчерашним и даже не к сегодняшним, а завтрашним потребностям современного цифрового инженерного производства. Поэтому требуется развивать отдельные модули, которые позволяют получить дополнительную цифровую квалификацию параллельно с освоением базовых классических образовательных программ, обеспечивая *междисциплинарность образования*. Такие модули, не подменяют фундаментальное образование в области математики, а развивают математическое мышление, нацеленное на разработку математических моделей во всех областях человеческой деятельности. В связи с этим преподаватель математики, работающий со студентами инженерных направлений подготовки, должен владеть компетенцией, обеспечивающей умение создавать систем профессионально направленных заданий по математике на основе интегративного подхода к обучению, о чем высказываются многие исследователи, такие как Н.В. Бровка [22], Е.В. Власенко [46], О.Н. Гончарова [58], Е.Г. Евсеева [86], Е.И. Исмагилова [115], О.Г. Каверина [117], Ю.М. Казаков [119], Г.М. Семенова [310] и др.

Необходимо увеличение доли междисциплинарных курсов с применением методов математического моделирования в практическом обучении. А для этого требуется установить приоритет обучения математике, прикладной математике, методам математического моделирования с автоматизацией процессов реализации моделей, что за собой влечет приоритет обучения информатике и элементов программирования с дальнейшим практическим использованием пакетов прикладных программ.

Совокупное решение этих проблем представляет собой сложную проблему на стыке ряда наук: *инженерной педагогики, математики, прикладной математики, теории информации, теории систем управления, информатики, алгоритмизации и программирования.*

Таким образом, отдельным кластером в современном инженерном образовании выделен *процесс обучения математическому моделированию.* Этот процесс может быть эффективным при выполнении следующих задач:

– разработки и внедрения современных образовательных технологий в базовые и вариативные дисциплины в рамках образовательных программ всех уровней инженерного образования;

– создании информационно-образовательной среды в виде виртуальной лаборатории как координационного центра для организации учебного процесса по обучению математическому моделированию будущих инженеров и формирования у них математической цифровой компетентности;

– разработки и внедрения *дополнительных* программ повышения квалификации и профессиональной переподготовки для профессорско-преподавательского состава, с целью приобретения компетенций и навыков в области математики, программирования, анализа данных, цифрового обучения, способствующих внедрению в учебный процесс ИТ-технологий;

– внедрения и развития перспективных конвергентных методов искусственного интеллекта, в том числе за счет интеграции математического и естественнонаучного образования.

1.4. Математическое моделирование как фактор преемственности в системе общего среднего и высшего технического образования

Одним из главных заданий современного инженерного образования является обеспечение конкурентоспособности специалистов, владеющих передовыми технологиями, способных самостоятельно решать поставленные перед ними проблемы в области технического конструирования, создания и внедрения новых творческих инженерных продуктов. Решить данную задачу возможно в системе непрерывного образования «Школа – технический университет», в рамках которой, отмечает Э.Н. Антонелене, должна обеспечиваться преемственность между всеми структурными компонентами подготовки обучающихся как в средней, так и в высшей школе [8].

Именно на первой ступени будущего инженерного образования, в процессе обучения математике в школе, должны закладываться такие эвристические приемы как моделирование, анализ, синтез, абстрагирование и конкретизация, обобщение и систематизация и др. [319]. При изучении математики учащиеся должны понять, что возможность широкого использования этого предмета к исследованиям реального мира основывается именно на том, что математика сама взята из этого мира, является ее частью. Использование математики возможно в реальном мире с помощью математических моделей. Практически во всех ее темах в старших классах, отмечают многие исследователи, обязательно необходимо вводить задачи физического, химического, технического содержания, которые позволяют обучающимся войти в мир математических моделей [45; 77; 379; 380; 389]. Математическая модель – это специальный способ приближенного описания какой-либо проблемы, который позволяет при ее анализе использовать формально-логический аппарат математики. При математическом моделировании мы имеем дело не с самим объектом, а с построенной с него теоретической копией, которая выражает в математической форме его основные закономерности [324]. Как метод познания и эвристический прием математическое моделирование включает в себя:

1) формирование адекватной математической модели, явления или процесса;

2) внутримодельное решение задачи математическими средствами;

3) интерпретацию полученного решения с точки зрения исходной ситуации.

Этот метод познания настолько широко используется при изучении окружающего нас мира, что создание у учащихся представлений о его сути, подведение их к овладению каждым из этапов должно стать одной из главных задач в обучении математике. К сожалению, роль второго этапа в математическом образовании зачастую переоценивается, а первого и третьего – недооценивается.

В связи с этим полезно, особенно при подготовке учеников старшей школы к выбору инженерных специальностей, вводить при обучении математике системы задач, требующие формализации прикладной ситуации и интерпретации математических понятий и утверждений в терминах соответствующей дисциплины (биологии, физики, химии и т. д.).

Целесообразно предлагать учащимся исследовательские задачи на элементы моделирования. Например, задачи с параметрами. На наш взгляд, в школьном курсе математики первое знакомство с такими задачами должно строиться на интерпретации простейших функциональных зависимостей как параметрических моделей. Например, линейная функция как модель равномерного движения или силы упругости, квадратичная – модель равноускоренного движения и т.д.

Актуализация профориентационной работы с учащимися, которые в дальнейшем поступают в технические университеты, является важной составляющей образовательной деятельности таких университетов [74; 255; 361]. Например, Е.А. Коган и Д.И. Пономарева предлагают организацию научно-исследовательских кружков в школах как направление профориентационной работы кафедры технического вуза [132]. С.В. Гринева описывает методику реализуемых интерактивных технологий профориентации в Донском техническом университете [70]. Количественные и качественные показатели анкетирования участников мероприятий позволили оценить их эффективность, скоординировать профориентационную работу и увеличить число потенциальных абитуриентов вуза. С.В.Малин и А.А.Поляруш описывают активизирующие технологии профориентационной работы со старшеклассниками в современной школе, в основе которых лежат современные цифровые технологии [222]. Интерес представляет и созданный педагогический проект Т.М. Семененковой «Профессиональная ориентация, как средство профессионального самоопределения учащихся», который позволяет уже в школьном возрасте обучающимся знакомиться с возможными профессиями и через специальное дополнительное обучение самоопределяться с выбором важной для него [309].

Основываясь на выше представленных разнообразных подходах исследователей этого вопроса и собственный педагогический опыт работы в техническом университете, предлагаем с целью развития профориентационной деятельности технического университета, а также формирования приемов математического моделирования у школьников включить в систему дополнительного образования математический кружок для будущих инженеров «Математическое моделирование в технических задачах» (см. п. 4.1). Освоение такого курса позволит абитуриентам, будучи уже студентами технического университета, осознанно овладевать весьма разнообразным набором технических приемов с выходом на современные основы численных методов, с применением информационно-коммуникационных технологий. В этом и заключается фактор преемственности в обучении математическому моделированию между средней и высшей технической школой.

Выводы к разделу 1

Рассмотрев математическое моделирование в ракурсе научно-педагогической проблемы в высшей технической школе, исследовав понятие модели и математического моделирования в научном познании и как инструмента инженерного конструирования, выявив основные проблемы обучения математическому моделированию студентов в ракурсе стратегии развития современного инженерного образования, мы пришли к следующим выводам.

1. В современных условиях развития науки и технологий передача технологий из исследовательского сегмента в промышленный сектор имеет решающее значение для повышения конкурентоспособности инженерных исследований. В математических науках, как и в смежных отраслях знаний, передача технологий происходит значительно ниже своего потенциала из-за недостаточного владения инженерными работниками методами математического моделирования в условиях цифровизации промышленности. В связи с этим важной задачей подготовки будущих инженеров является обучение студентов математическому моделированию и формирование у них математической цифровой компетентности.

2. Математическое моделирование – это специальный способ приближенного описания какой-либо проблемы, который позволяет при ее анализе использовать формально-логический аппарат математики. Математическое моделирование является основополагающим компонентом в прикладных исследованиях системной инженерии, основным путем передачи технологий математических наук. Приложения математического моделирования используются во многих аспектах производственного цикла, являясь технологической базой современного инженера, приложения прикладной математики возникают из самых разных областей математических наук, они зависят от активности исследований в области математических наук и используют полученные результаты в качестве технологической базы современной инженерии, поэтому обучение студентов математическому и компьютерному моделированию должно стать комплексной системой подготовки будущих инженеров.

3. Обучение математическому моделированию студентов технических университетов должно быть нацелено на сокращение разрыва между академической математикой и промышленным использованием математики, на расширение

интеллектуального кругозора, математической цифровой компетентности студентов, а значит и на повышение их потенциальной полезности в будущей профессиональной деятельности.

4. Процесс обучения математическому моделированию будущих инженеров необходимо начинать с профориентационной работы технических вузов через внедрение в систему дополнительного образования школьников математических кружков, направленных на понимание сути математического моделирования на основе ИКТ. Рассматривать такую деятельность необходимо как фактор преемственности системы общего среднего и высшего технического образования.

Основные результаты первого раздела опубликованы в работах [141; 144; 145; 149; 151–159; 162–165; 168; 170; 182; 318].

РАЗДЕЛ 2

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

2.1. Методологические основы цифровой трансформации обучения математическому моделированию студентов технических направлений подготовки

Традиционно методологической основой научно-педагогического исследования, которое разрабатывается для высшего профессионального образования, являются:

- психолого-педагогические аспекты личностно-ориентированного, дифференцированного и профессионально направленного обучения;
- теория системного, деятельностного и комплексного подхода к обучению;
- теория компетентностного подхода к обучению,
- формирование профессиональной адаптации;
- теория фундаментализации высшего профессионального образования;
- теория эвристического и проблемного обучения в высшей школе;
- исследования проблем управления учебно-познавательной деятельностью обучающихся, прогнозирования и диагностики учебного процесса и др.

Остановимся более подробно на характеристике тех из них, которые лежат в основе обучения математическому моделированию в высшей технической школе в условиях цифровизации образовательного процесса, направленного на развитие математической цифровой компетентности у будущих инженеров.

2.1.1. Компетентностный подход в высшей технической школе и формирование математической цифровой компетентности будущего инженера. Обучение математическому моделированию, основанное на интеграции математической и прикладной науки, в сочетании с цифровыми технологиями, является актуальным направлением развития современного инженерного образования, в рамках которого формируется математическая компетентность. Изучению проблемы формирования математической компетентности в инженерном вузе посвящен ряд последних исследований (Н.А. Бурмистрова [29]; Е.В. Сергеева [313]; С.А.Татьяненко и Е.С.Чижикова [355], Я.Г. Стельмах [345], В.А. Шершнева [386] и др.), интерес к данной тематике возрастает. Авторы отмечают, что без базовой математической подготовки современный выпускник технического вуза не всегда способен решать и анализировать возникающие научно-технические и профессиональные задачи в своей трудовой деятельности. Элементарные ошибки в расчетах, неумение анализировать и корректно интерпретировать результаты инженерных расчетов, полученных с использованием пакетов прикладных математических программ, могут привести к техногенным катастрофам.

Таким образом, для того, чтобы сформировать у будущих инженеров математическую компетентность, связанную с цифровыми навыками, обратимся к рассмотрению понятия компетентность и профессиональная компетентность.

Тенденция движения от понятия «знание» к понятию «компетентность» является общемировой. Эта тенденция, отмечает Ф.В. Шарипов, выражается в том, что усиление познавательных начал в современном производстве не покрывается традиционными понятиями «знания», «умения» и «навыки» [385]. Более адекватным становится понятие «компетентность». Для современного специалиста важны не столько знания, сколько способность применять их для разрешения конкретных ситуаций и проблем, возникающих в профессиональной деятельности и в жизни. При таком подходе знания становятся познавательной базой компетентности специалиста.

В разработку понятийного аппарата компетентностного подхода в профессиональном образовании большой вклад внесли исследования Э.Ф. Зеера [100], И.А. Зимней [102], О.Р. Каюмова [127], Г.К. Селевко [307], Е.И. Скафы [319], О.А. Сорокиной [339], С.А. Татьяненко [356], А.В. Хуторского [373] и др.

В перечне компетентностей, определяющих структуру профессиональной подготовки специалистов, выделяют:

- наличие знаний по гуманитарным, социально-экономическим, естественнонаучным, общепрофессиональным и специальным дисциплинам в соответствии с государственным образовательным стандартом (по соответствующему направлению подготовки студентов или специальности);
- профессиональную компетентность (умение и способности решать задачи в пределах профессии и должностных обязанностей);
- системную компетентность (умение корректировать и улучшать системы, умение вести мониторинг и коррекцию деятельности, понимание взаимосвязи социальных, организационных и технических систем);
- компетентность в распределении ресурсов (умение распределять время, деньги, материалы, финансы и т.д.).

То есть компетентность – это совокупность свойств (характеристик) личности, позволяющих ей качественно выполнить определенную деятельность, направленную на решение проблем (задач) в какой-либо отрасли.

Понятие компетентности системно, оно задается через характеристику его компонентов и их отношений. Это означает, высказывают мысль А.М. Аронов и О.В. Знаменская, что все аспекты понятия компетентности должны быть учтены при проектировании образования на основе компетентностного подхода [10].

Понятию «компетентность» соотносят близкое ему понятие «компетенция». Компетенция – это то, на что претендует человек, это круг вопросов, в которых он хорошо осведомлен, обладает познаниями и опытом. Компетенция – это характеристика места, а не лица, отмечает И.А. Зимняя, т.е. параметр социальной роли человека [102].

В нашем исследовании *под* ***компетенцией будущего инженера*** *будем понимать динамическую совокупность знаний, умений, навыков, способностей, ценностей, необходимых для эффективной профессиональной деятельности и личностного развития выпускника технического вуза и, которую он обязан освоить и* *продемонстрировать после завершения части или всей образовательной программы инженерного направления.*

Компетенции являются структурными компонентами компетентности.

В государственных образовательных стандартах высшего профессионального образования в различных странах мира компетентность рассматривается как интегрированное качество личности, объединяющее знания, умения, навыки, опыт и личностные качества, определяющие готовность и способность решать проблемы, возникающие в профессиональной деятельности и реальных жизненных ситуациях, понимая при этом важность предмета и результата деятельности [256]. Исходя из этого понимания компетентности, ученые в области психологии и педагогики стали рассматривать профессиональную компетентность как способность выполнять профессиональные функции, или как сформированность профессиональных качеств современного специалиста.

После введения с 2018 года в Российской Федерации ФГОС ВО нового поколения, основанных на профессиональных стандартах, многие исследователи профессиональную компетентность будущих инженеров стали трактовать как профессионально-личностную характеристику будущих специалистов, обладающих совокупностью деловых качеств и профессиональных компетенций (знаний, умений и опыта), необходимых для принятия инновационных технологических решений при работе с высокотехнологичным технологическим оборудованием, имеющих личностное отношение к предмету своей профессиональной деятельности, которое позволяет им действовать адекватно, самостоятельно и ответственно как в обычных, так и в экстремальных условиях своей профессиональной деятельности, в том числе в ситуациях неопределенности [6; 67; 356; 388 и др.]. Такая позиция понимания профессиональной компетентности инженера принята и иностранными исследователями. В работах C. Hankeln, C. Adamek & G. Greefrath [412], U.T. Jankvist & M. Misfeldt [413], G. Kaiser, & S. Brand [414], R. Wess, H. Klock, H.-S. Siller, G. Greefrath [434] обсуждаются проблемы инженерной педагогики как базиса эфективного компетентностного образования.

Однако анализ вышеперечисленных работ показал, что большинство исследователей едины во мнении о том, что структурным ядром профессиональной компетентности современного инженера должна стать математическая компетентность [29; 76; 135; 235; 312] и др.

Ориентируясь на то, что математика занимает особое место в системе знаний, выполняет роль универсального и мощного метода современной науки, в процессе обучения математике в техническом университете особенно важно формировать *математическую компетентность*, которую Е.И. Скафа представляет как *умение видеть и применять математику в реальной жизни, понимать содержание и метод математического моделирования, уметь строить математическую модель, исследовать ее методами математики, интерпретировать полученные результаты, оценивать погрешность вычислений* [322].

Математическая компетентность, отмечает Т.О. Сундукова, характеризуется как знание, понимание, выполнение, использование и наличие мнения о математике и математической деятельности в различных контекстах, где математика играет или может играть определенну роль [349]. Такая всеобъемлющая компетентность охватывает восемь различных равноправных взаимосвязанных компетенций, которые выделили M.A. Niss, T. Højgaard. К ним авторы относят:

- компетенция математического мышления;
- компетенция математического рассуждения;
- компетенция математического обобщения;
- компетенция символизации и формализации;
- коммуникативная компетенция;
- инструментальная компетенция;
- компетенция моделирования;
- компетенция оформления решения проблемы [423, с. 49].

Еще один подход к пониманию математической компетентности заключается в том, что она рассматривается как хорошо информированная готовность человека действовать надлежащим образом в ситуациях, связанных с определенным типом математической задачи [413]. Исследователи группируют восемь вышеперечисленных компетенций в две укрупненные компетенции:

– математический язык и инструменты;

– внутрипредметные и межпредметные методы.

В нашем исследовании речь идет об обучении математическому моделированию. Математика в данном случае выступает аппаратом для решения профессиональных задач и проблем в области инженерии, поэтому говоря о математической компетентности инженера будем придерживаться позиции, высказанной U.T. Jankvist, M. Misfeldt [413].

Цифровая экономика и цифровизация современного общества, как было отмечено ранее, ставит задачи развития цифровизации высшего профессионального образования. Она должна быть направлена на модернизацию материально-технического оснащения современных вузов, появление мощных цифровых ресурсов и платформ, трансформацию профессиональной компетентности, включая математическую, выпускников относительно их готовности продуктивно работать с информационно-педагогическими технологиями, отмечают Т.В. Никулина и Е.Б. Стариченко [245].

Анализ современных исследований, связанных с проблемами цифровизации высшего профессионального образования, показывает, что для выпускников всех направлений подготовки в вузах, важно владеть цифровыми компетенциями, которые полностью укладываются в матрицу компетенций человека цифровой эпохи [28; 376; 214; 298; 299]. В связи с этим исследователи данной проблемы отмечают, что овладеть такими компетенциями возможно только в условиях повышения качества фундаментального и профессионального образования на всех его уровнях. Для этого необходимо:

- создание открытых образовательных ресурсов и цифровой среды обучения [73; 112; 338];
- интеллектуализация интерактивного взаимодействия обучающегося и обучающего со средствами информатизации в информационно-образовательном пространстве [110; 126; 233; 298];

- наличие постоянно обновляющегося банка новых (в том числе цифровых) методик и технологий обучения дисциплинам обязательного и вариативного блоков [30; 35; 106];
- развитие цифровых компетенций, как у преподавателей, так и студентов [354].

Взаимодействие математических и цифровых компетенций, указывают Т.О. Сундукова и Г.В. Ваныкина, является предпосылкой формированию содержания понятия «математическая цифровая компетентность»:

– возможность участвовать в технико-математическом дискурсе, в частности, аспекты двойственности артефакт-инструмент в контексте порождения математических проблем от цифровых инструментов;

– знание применения цифровых инструментов в различных математических ситуациях и контексте, знание возможностей и ограничений различных инструментов, в частности, аспектов двойственности инструменты-инструментализация;

– возможность использовать цифровые технологии рефлексивно при решении задач и при изучении математики, что предполагает осознание и использование цифровых инструментов, служащих как прагматическим, так и эпистемическим целям, в частности, аспектов двойственности схемы-техники, как в отношении предикативной, так и оперативной формы знания [349].

Овладеть математической цифровой компетентностью будушему инженеру возможно в процессе смешанного обучения математическим дисциплинам в высшей технической школе с применением ИТ-технологий и на основе методики обучения математическому моделированию.

Данная проблема носит международный характер, и от ее решения зависит содержание образования по математике и ИКТ в высшей технической школе.

Наша позиция такова: эффективность процесса обучения математическому моделированию студентов инженерных направлений подготовки будет определяться тем, насколько сформирована математическая цифровая компетентность выпускника технического вуза.

Таким образом, под **математической цифровой компетентностью специалиста в области инженерии** будем понимать *компетентность,* которая *характеризуется знанием, пониманием математического языка и цифровых инструментов для использования их в инженерной деятельности, владением как математических, так и цифровых компетенций, определяющих готовность и способность решать проблемы инженерии средствами математического и компьютерного моделирования.*

2.1.2. Психолого-педагогические предпосылки обучения студентов математическому моделированию в контексте информатизации высшего технического образования. Процесс формирования профессиональной компетентности будущего инженера и овладение математической цифровой компетентностью должен быть основан на методологических подходах, которые в современных условиях трансформируются в новые стратегии обучения.

Формирование адаптации будущих инженеров к учебно-профессиональной деятельности в вузе. Начиная свой трудовой путь, вчерашние выпускники вузов, отмечает А.К. Дашкова, сталкиваются с множеством трудностей: отсутствие опыта профессиональной деятельности, психологические трудности вхождения в рабочий коллектив, неумение использовать приобретенные в вузе фундаментальные знания и др. и поэтому от успешности адаптационного периода в высшей школе зависит профессиональное становление инженера [72].

В контексте компетентностного подхода к обучению можно выделить следующие этапы адаптации студентов к профессиональной деятельности:

1. Первый этап (профоориентационная работа). Не смотря на то, что будущую профессию студенты выбирали еще в школе, именно в высшем образовательном учреждении происходит дальнейшее развитие желаний и стремлений к профессиональной деятельности.

2. Второй этап (непосредственно профессиональная адаптация). На данном этапе студенты изучают особенности выбранной профессии, овладевают

необходимыми знаниями, умениями, навыками и компетенциями, развивают свой творческий потенциал, в том числе и в области цифровизации.

3. Третий этап (ассимиляция). Происходит приспособление студентов к условиям труда, к коллективу. Специалист знакомится с целями и задачами профессиональной деятельности, готовится к решению профессиональных задач. В настоящее время зачастую это происходит с возможностями будущих выпускников участвовать в профессиональных проектах, разрабатываемых в условиях выполнения их выпускных квалификационных работ (зачастую по заказу предприятия).

4. Четвертый этап (идентификация). Сравнивание целей выпускника с целями и задачами профессиональной деятельности, основанной на цифровизации современной экономики, на необходимости обладания современными специалистами математической цифровой компетентности [276; 322; 325].

Таким образом, профессиональную адаптацию студентов в контексте компетентностного подхода нужно рассматривать как обязательный элемент системы обучения в высшей школе, который должен быть, как отмечает Н.В.Мормужева, мотивированным и направленным на профессиональную подготовку квалифицированных, конкурентоспособных специалистов [237]. Е.И. Муратова и И.В. Федоров отмечают, что высокий уровень адаптации к профессиональной среде наукоемких производств предполагает творческую самореализацию специалиста, следствием которой является преобразование компонентов профессиональной среды (создание инновационных продуктов и технологий; оптимизация способов и средств решения профессиональных задач; введение организационных инноваций и т.д.). [239]. Одной из этих инноваций и будет в нашем случае разработка специальной системы обучения математическому моделированию студентов, которая будет направлена на формирование у них математической цифровой компетентности.

Наиболее результативной для данной цели является ***концепция обучения, построенная на идеи деятельностного подхода.*** Деятельностный подход в обучении способен превратить учебный процесс в активную учебнопознавательную деятельность. Как отмечает Е.Г. Евсеева, деятельностный подход к организации учебного процесса в высшей школе требует, чтобы студент во время работы над учебным материалом задействовал полный цикл познавательных операций: воспринял учебный материал, понял его, запомнил, сформировал умения, потренировался в применении умений на практике, таким образом, выполнил следующие виды деятельности: повторение ранее изученного, введение, усвоение, закрепление и применение данного материала [88; 224; 231; 281]. Системообразующим фактором в системе профессиональной подготовки студентов должно быть формирование приемов их учебной деятельности, которые делятся на алгоритмические и эвристические [316]. Алгоритмические приемы формируют установку преимущественно на формально-логический анализ проблемы, в то время как эвристические приемы – на содержательный. Специфика мышления будущих специалистов должна предполагать сформированность у них наряду с алгоритмическими приемами эвристических, так как они позволяют найти решение в нестандартных ситуациях, в условиях неопределенности, облегчая решение творческих, эвристических заданий и проблем. Особенно это важно при подготовке будущего инженера. Поэтому необходимым является формирование в базовых профессиональных дисциплинах в высшей школе алгоритмических приемов, которые являются основой репродуктивного мышления и эвристических приемов, развивающих творческое мышление. В разделе 4 нами будут показаны приемы формирования как алгоритмических, так и эвристических приемов, которые являются и приемами научного мышления, необходимыми для профессиональной деятельности будущего инженера.

Общеизвестным является тот факт, что с учетом развития цифровизации образования на первый план выходит личностно-ориентированный подход к обучению. Большинство ученых (В.Г. Ваганова [33], А. Маслоу [227], Б.А. Сазонов [305], В.В. Сериков [314] и др.) рассматривают ***личностно-ориентированный подход*** как систему факторов, которые определяют новообразования в личностной сфере обучающихся.

В.В. Сериков выделяет основные направления в различных трактовках понятия «личностно-ориентированный подход»:

- как общегуманистический феномен, который основывается на уважении прав и достоинств обучающихся, при выборе им образовательного маршрута;
- как цель педагогической деятельности, опирающейся на идею воспитания личности;
- как специальный вид образования, в основе которого заложена некая образовательная система для функционирования и развития личности [314].

В основе реализации личностно-ориентированного подхода в высшей школе лежит интеллектуальное развитие студентов, формирование психологических новообразований через учебную деятельность, оформленность межличностных отношений между преподавателем и студентами, организованность, самостоятельность, инициативность, что по мнению С.И. Маслова и Т.А. Масловой соответствует аксиологическому подходу в педагогике, в котором личность рассматривается как наивысшая ценность общества, самоцель общественного развития [226]. Формирование позитивной *Я-концепции* личности студента как системы осознанных и неосознанных представлений о себе, на основе которых он строит свое поведение, становится одним из центральных заданий личностно-ориентированного обучения. Особенно это проявляется, отмечает И.В. Роберт, при участии студентов в разработке различных проектов (в том числе и мультимедийных), направленных на овладение будущей профессией [298]. Позитивная, мажорная Я-концепция (нравлюсь, способен, нужен, способен к волевым усилиям и проявлению характера, творю, знаю, управляю, владею) способствует успеху, эффективной деятельности, позитивным проявлениям личности [71]. В связи с этим, в процессе обучения в университете, особое значение приобретает создание ситуации успеха – субъективных психологических состояний удовлетворения студентами следствиями физического, интеллектуального или морального напряжения.

Важную роль в построении системы высшего технического образования играют **общенаучные подходы** (комплексный, интегративный, системный, синергетический и др.). Подход к обучению – это базисная категория методики, определяющая стратегию обучения и выбор метода обучения, реализующего такую стратегию. Она представляет собой точку зрения на сущность предмета, которому надо обучать. Для проведения научного исследования в области теории и методики обучения математике важно исследовать современные подходы к обучению с целью выбора того научно-методического инструментария, который возможно положить в основу разработки предмета.

Современный подход к обучению трактуется как подход, который отвечает требованиям современного общества, общественным, культурным запросам настоящего времени, которое полностью трансформируется в цифровое общество.

Целью современного подхода к обучению является становление индивидуальной личности, добросовестного гражданина, человека, и главное, способного самостоятельно и быстро решать возникшие проблемы.

Рассмотрим те подходы, которые соотносятся с направлениями развития инженерного образования в условиях его цифровизации.

Комплексный подход принято рассматривать как обобщение интегративного подхода. Для реализации комплексного подхода в образовании, по мнению А.В. Хуторского, необходимо решить следующие задачи:

- проанализировать соотношение традиционного и компетентностного подхода в образовании;
- разработать и уточнить перечень основных профессиональных компетенций;
- интерпретировать содержание образования в деятельностную форму;
- интерпретировать ключевые компетенции в деятельностную форму, ориентировать их на практическое использование [374].

При этом, отмечают К.А. Татаринов и С.М. Музыка, ориентируясь на комплексный подход важно, чтобы цифровые компетенции развивались и у преподавателей, и у студентов [354].

Системный подход в системе высшего образования – это направление, которое исследует сущность и закономерности воспитания и обучения как единую систему педагогического процесса. Основными принципами системного обучения являются:

1) систематизация учебного материала;
2) логичность в изучении материала, в организации учебного процесса;
3) использование в обучении различных системных схем, моделей, алгоритмических таблиц, то есть максимально сжатой информации;
4) ориентир на глубокое овладение учебным материалом;
5) использование информационно-коммуникационных технологий обучения;
6) обучение не только под руководством педагога, но также самостоятельное [123; 313].

Интегративный подход. Интеграция – это объединение отдельных составных частей с помощью определенных действий в единое целое либо их встраивание в уже существующий целостный объект.

Целью интегративного подхода является формирование у обучающихся целостного, синтезированного восприятия исследуемого вопроса.

Интегрированная лекция – это специально организованное занятие, цель которого может быть достигнута лишь при объединении знаний разных дисциплин, направленных на рассмотрение и решение какой-либо пограничной проблемы [22]. Такие занятия вносят в привычную структуру вузовского обучения новизну и оригинальность, и имеют определённые преимущества для студентов: повышают мотивацию, формируют познавательный интерес, мотивируют к проведению научно-исследовательских проектов, в том числе и на основе ИКТ. Это, по мнению многих исследователей, способствует самообразованию, повышению уровня обученности и воспитанности учащихся; способствуют формированию целостной научной картины мира, рассмотрению предмета, явления с нескольких сторон: теоретической, практической, прикладной; позволяют систематизировать знания [17; 22; 28; 220; 221; 378] и др.

Методика интегрированного занятия обеспечивает деятельность преподавателя и студента на уровне субъективных отношений, в результате которых возникают возможности для совместного творчества и саморазвития участников образовательного процесса.

Синергетический подход. Использование синергетического подхода предполагает, что обучение студентов в вузе должно выйти за рамки традиционной общепринятой модели, когда даже на старших курсах преподаватель является не только поставщиком знаний, но и субъектом, который определяет образовательное направление каждого студента [19; 40]. Обычно студент является лишь пассивным получателем знаний. Для выхода из подобной ситуации необходимо расширить привычные границы образования и использования методических подходов, сделать процесс обучения неравновесным и нелинейным. Методы реализации синергетического подхода, отмечает Н.А. Тарасов, должны основываться на процессе самоуправления, когда воздействие преподавателя резонирует с выбором студентов варианта развития его учебной деятельности [353]. Использование синергетического подхода к обучению особенно эффективно в сфере информационных технологий. В современном мире изучать информационные технологии становится всё труднее по причине их быстрого развития, роста и количественного увеличения. Для обучающегося важнее понимать принципы изучения новых технологий, чем останавливаться на чем-то конкретном. Синергетический подход, приводящий к самоорганизации студента, будет гораздо эффективнее в использовании, чем методы, основанные на линейности плана обучения. Научить будущего инженера воспринимать информацию самостоятельно, самоорганизовываться – вот одна из главных задач преподавателей высшей технической школы.

Синергетический подход тесно связан с ***цифровизацией образования.*** Уточнение понятийного аппарата «*цифровизация образования*» является актуальной задачей для дальнейшего развития этого направления в дидактике математики.

Под термином «автоматизированная обучающая система» мы понимаем обучающую подсистему системы автоматизированного обучения, включающую в себя обучающего и компьютерную обучающую систему.

Под термином «компьютерная обучающая система» будем понимать элемент автоматизированной обучающей системы, включающий аппаратные и программные средства ЭВМ и осуществляющий автоматическую реализацию функций по управлению учебной деятельностью обучаемого – отображению информации посредством программной реализации соответствующих алгоритмов управлений.

В сфере компьютеризации образования выделяют два основных направления:

первое – обеспечивает всеобщую компьютерную грамотность, в этом случае объектом исследования является сам компьютер;

второе – предполагает использование компьютера как технического средства, полностью или частично выполняющего функции учителя по отношению к студентам [24; 35; 52; 105 и др.].

Основная цель второго направления компьютеризации – резко *повысить эффективность обучения.* Индикаторы для *оценки эффективности компьютерного обучения* включают: *качество* усвоения обучающимися программы обучения, *время* затраченное на освоение этой программы, материальные *затраты*, время затраченное педагогом и др. Понятно, что никакое сокращение материальных, временных и любых других затрат недопустимо при ухудшении качества обучения. В то же время высокие материальные затраты на обучение с помощью компьютера диктуют необходимость резкого увеличения этого основного показателя эффективности по сравнению с существующим традиционным обучением.

Совокупное решение этих проблем представляет собой сложную проблему на стыке ряда наук: *педагогики, теории информации, теории систем, теории управления, информатики, алгоритмизации и программирования, эффективности информационных систем.* Все вышеперечисленное может объединить *математическое моделирование.*

Характер *компьютерного обучения* определяется, прежде всего, спецификой самой задачи разработки *компьютерных технологий обучения.*

Автоматизация выполнения таких функций обучения, как диагностика учебной деятельности студентов, оценка качества усвоения учебной программы, развитие рационального педагогического воздействия становится невозможной без формализации содержания обучения, без указания формальных правил объединения разрозненных учебных программ в единое целое.

Все дидактики (как частный случай цифровой дидактики) связаны с реализацией принципов индивидуального обучения, отсюда следует, что разрешение проблемы технологизации учебного процесса предполагает создание *компьютерных технологий обучения* на основе различных видов *автоматизированных обучающих систем* и адаптивных тренажерных *систем* [33; 43; 122; 262].

Мы считаем, что преподавание математики для студентов инженерных направлений подготовки должно в большей степени ориентироваться на *междисциплинарную интегративность* в формате *blended learning* (смешанное обучение), т.е. ориентировать исследователя на целостную интеграцию систем (информационных систем) при решении образовательных и производственных задач специальности, развивать математический аппарат в стратегии дисциплины «*прикладная математика»*, по уровню спецификации направления специальности.

С точки зрения дидактики, этот подход может служить для составления списка *blended learning* компетенций ФГОС 3++, позволяющего сформировать и оценить реализуемость соответствующего учебного плана. Задачи преподавателей заключаются уже в определении комплекса методических, организационных и технологических требований к управлению учебной *blended learning* деятельностью обучающихся. Использование blended learning, получившей в России распространение как *комбинированная форма обучения*, позволяет объединить опыт традиционного учебного процесса с механизмами ИКТ [108; 245; 271]. Использование ьакой формы обучения также открывает новые перспективы для формирования единой информационно-образовательной среды университета, так как может служить интегрирующим звеном благодаря использованию платформы электронного обучения и функционирующих на его основе разнообразных коммуникационных сервисов (форумов, семинаров, вебинаров, видео лекций и пр.), применяемых в учебном процессе. Как показывает опыт Российской Федерации, внедрение элементов электронного обучения требует кардинальной адаптации, а часто и полного пересмотра традиционных форм организации учебного процесса, внедрения новых модернизированных форм ориентированных на разнообразные технологические возможности ИКТ, *«прорывные технологии»* автоматизированная обучающая система сегодняшнего дня и их перспективное развитие.

В дальнейшем нами будет показано, что исследованные психолого-педагогические основы и методологические подходы к обучению студентов – будущих инженеров математическому моделированию оказали значительное влияние на трансформацию высшего технического образования в условиях цифровизации общества и способствовали развитию у студентов математической цифровой компетентности.

2.2. Принципы цифрового обучения математическому моделированию в высшей технической школе

Принципы обучения впервые были описаны Я.А. Коменским и до сих пор являются неизменной базой, однако с течением времени и все новыми требованиями к обучению, постоянно дополняются и расширяются. Обучение делится на дошкольное, школьное, профессиональное и т.д., поэтому рациональным является создание специфических принципов, необходимых для успешной реализации каждого из них.

Принципы обучения в высшем учебном заведении выполняют такие функции как:

1) регулятивная (моделирование дидактических теорий, регулирование практической составляющей в процессе обучения, в том числе и цифрового);

2) определение закономерностей обучения (определение методик, формирующих профессиональные компетенции);

3) реализация закономерностей учебно-воспитательного процесса, с учетом особенностей процесса обучения в высшей профессиональной школе [374].

Каждый принцип обучения в высшей школе осуществляется посредством следующих педагогических правил:

– принципы обучения должны быть направлены на конкретизацию действий, как преподавателя, так и студентов;

– любая учебная деятельность в вузе должна опираться на комплекс принципов обучения, а не на какой-то один;

– учебный процесс должен быть реализован не только с помощью традиционных принципов обучения, но и специфических;

– принципы обучения должны быть ориентированы на моделирование оптимального и эффективного процесса обучения, связанного с требованиями профессиональных стандартов [267].

Большинство ученых, говоря о принципах обучения в высшей школе, выделяют следующие: научности; фундаментальности и профессиональной направленности; систематичности и последовательности; активности и сознательности; принцип связи теории с практикой и обучения с жизнью, проблемности, наглядности, доступности, целенаправленности.

В связи с цифрофизацией процесса обучения и анализа современных исследований в этом направлении выделим следующие ***принципы цифровой дидактики:*** *доминирования; персонализации; целесообразности; гибкости и адаптивности; успешности; обучения в сотрудничестве и взаимодействии; практико-ориентированности; нарастания сложности; насыщенности образовательной среды; полимодальности (мультимедийности); включенного оценивания.*

Дадим характеристику этим принципам, служащим основой и педагогической предпосылкой для системной трансформации высшего профессионального образования, направленного на формирование новой генерации специалистов, работающих в условиях цифровизации общества.

Принципы целесообразности. Этот принцип отражают современный взгляд на принцип научности, который, по мнению Б.А. Сазонова, задает определенное направление образовательного процесса, как в учебное, так и во внеучебное время, требующее включения в содержание обучения научных фактов, законов, теорий и концепций той или иной отрасли, приближаясь к раскрытию ее современных достижений и перспектив развития [305]. Принцип целесообразности определяет требования к разработке рабочих программ базовых и вариативных дисциплин, электронных лекций для смешанного обучения, дистанционных курсов на основе созданной авторской учебной и учебно-методической литературы по читаемым курсам, содержащих сведения о глобальных проблемах и современных достижениях. Применение данного принципа в процессе подготовки будущего специалиста высшей школы способствует развитию у студентов критического мышления, а также формирует готовность к инновационной деятельности. Этот принцип отражает современный взгляд на принцип научности, требующий включения в содержание обучения научных фактов, законов, теорий и концепций инженерии. Линейная алгебра, анализ, геометрия и оптимизация всегда были важными инструментами, используемыми для моделирования нашего мира, и с некоторой адаптацией они останутся таковыми. Математика может предоставить теоретические модели, концептуальную основу, язык и численные методы для науки. Применение данного принципа в процессе подготовки будущего инженера способствует развитию у студентов критического мышления, а также формирует готовность к инновационной деятельности.

Принцип практико-ориентированности. Этот принцип тесно связан с традиционным дидактическим принципом профессиональной направленности. Он требует высококвалифицированной теоретической и практической подготовки будущего специалиста, а это в свою очередь диктует использование в процессе обучения принципа связи теории с практикой и обучения с жизнью. Современное общество требует от каждого молодого специалиста качественной профессиональной подготовки. То есть положительным в этой связи является взаимосвязь обучения и реальной жизни. Использование теоретических знаний на практике, а также анализ своего жизненного опыта с точки зрения науки развивают у студента навыки критического мышления, помогают в самоопределении личности. Принцип связи теории с практикой и обучения с жизнью непосредственно связан с принципом практико-ориентированности – принципом цифрового образовательного процесса. Он требует четкой формулировки целей и конкретных результатов. Для этого необходимо, как отмечают Ф.Л. Ратнер и Н.В. Тихонова, грамотно задавать учебные цели, задачи, строить проблемные ситуации, разрабатывать практические задания, обучать студентов конструированию учебных проектов, в том числе и компьютерных и др. [296].

Принцип нарастания сложности. Суть данного принципа заключается в строго упорядоченном изложении учебного материала. Каждая дисциплина изучается согласно логике конкретной науки и интеллектуальных возможностей студентов. Применение данного принципа помогает студентам овладеть профессиональными компетенциями, в том числе и цифровыми [305; 410]. С принципом нарастания сложности соотносится принцип системности и последовательности. Он предполагает постепенный переход от простого к сложному и наоборот, от сложного к простому; от общего к частному и от частного к общему; от индивидуального к групповому и от группового к индивидуальному и другие процессы обучения.

Принцип доминирования. Данный принцип заключается в самостоятельном получении знаний студентами; в активном включении каждого студента в учебный процесс; осознанности процесса обучения в высшем учебном учреждении [140]. Для будущих выпускников университетов принцип является очень важным, так как для успешной профессиональной деятельности им необходимо постоянно находить все новые источники информации, работать в современной информационной среде, уметь решать возникающие профессиональные задачи средствами цифровых технологий. Этот принцип пересекается с принципом активности и самостоятельности, так как он сфокусирован на самостоятельной учебной деятельности студента в цифровой образовательной среде, а также *принципом персонализации* [376].

Принцип полимодальности (мультимедийности). Этот принцип отражает принцип традиционного образования – наглядности, который в образовательном процессе обеспечивается путем применения иллюстрационного и демонстрационного материалов, приведение примеров и различных фактов из жизни. Принцип мультимедийности является более полным по отношению к принципу наглядности. Особенно этот принцип, по мнению А.В. Коржуева и Н.Н. Антоновой, задействует в учебном процессе зрительный, слуховой и моторный (кинестетический) способы восприятия [140]. Для этого применяются различные компьютерные разработки, тренажеры. Организовывая научно-исследовательскую работу студентов полезно рассматривать различные студенческие проекты мультимедийной направленности, что обеспечит реализацию *принципа успешности.*

Принцип обучения в сотрудничестве и взаимодействии. Большинство современных исследователей выделяют принципу обучения в сотрудничестве ведущую роль, так как независимо от формы обучения (традиционной или смешанной) сотрудничество студента осуществляется либо с преподавателем, либо с компьютерной средой. Этот принцип отражает закономерности изменения структуры содержания учебного материала в зависимости от средств обучения и сочетания методов обучения на основе логико-познавательных противоречий процесса обучения. Именно такой подход позволит организовать учебный процесс с использованием проблемных ситуаций.

Принцип гибкости и адаптивности. В зависимости от условий цифрового образовательного процесса данный принцип позволяет развить индивидуальный подход к обучению студентов, например, с учетом темпа продвижения обучения разрабатываются обучающие компьютерные тренажеры, создаются разноуровневые подсказки, строятся разветвленные индивидуальные программы [328]. Технология адаптивности предоставляет информацию, которая зависит от поведения, знаний и характеристик учащегося. Технология может быть интерактивной, но не адаптивной, как в компьютерной симуляции, которая предлагает пользователям выбор, но не изменяет параметры в ответ на выбор или действия пользователей. В зависимости от условий цифрового образовательного процесса данный принцип позволяет развить индивидуальный подход к обучению студентов, например, с учетом темпа продвижения обучения разрабатываются обучающие компьютерные тренажеры, создаются разно уровневые подсказки. Мы считаем, что создание виртуальных лабораторий по различным аспектам прикладной математики позволит использовать и развивать этот принцип в элементах математического моделирования для инженерных специальностей.

Принцип насыщенности образовательной среды. Принцип обеспечивает быстрые связи между представлениями темы, которые подчеркивают различные концептуальные точки зрения, педагогические стратегии и средства интернет технологий, например, между устными сообщениями, текстами, диаграммами, видео и интерактивными симуляциями. Такие связи поддерживают когнитивную гибкость и вариативность кодирования для поддержки обучения. В вузах созданы информационно-образовательные среды, которые направлены на разработку необходимых составляющих учебного процесса, включая автоматизацию и поддержку образовательных программ. Такой подход позволяет студентам находить все необходимые для его обучения ресурсы (учебный план, рабочие программы дисциплин, методические рекомендации к практикам и др.).

Например, наличие электронной библиотечной системы вуза дает возможность будущим инженерам на более глубоком уровне прорабатывать учебный материал, а также заниматься научно-исследовательской деятельностью. Мы считаем, что электронная библиотечная система вуза, наряду с разработанной виртуальной лабораторией в информационно-образовательной среде инженерного вуза, является важным средством обучения математическому моделированию. Так, например, в прикладной математике именно виртуальные лаборатории, речь о которых будет идти далее, могут раскрыть физический смысл величин: абсолютная и относительная пропускная способность, вероятность отказа, среднее число занятых каналов, предельные вероятности состояний, интенсивность нагрузки канала и пр. В виртуальной лаборатории студент может визуально наблюдать загруженность канала (перекрестка, полосы движения, магистрали, технологической линии, сети поставок, аттрактор в технологической системе и пр.)

Принцип включенного оценивания (обратная связь). С помощью цифровых технологий преподаватель может получить мгновенную обратную связь от обучающегося, что, несомненно, является важным условием образовательного процесса. Обратная связь, относящаяся к модели, может варьироваться от реакции на краткосрочные события, до долгосрочной эффективности, продолжающейся (например) в течение учебного семестра. В данном случае такой подход влияет и на своевременную коррекцию результатов обучения студентов, и на объективность их оценивания. По нашему мнению, с точки зрения эффективности использования цифровых технологий в учебном процессе хорошо зарекомендовали себя различного рода автоматизированные рабочие места студент – преподаватель. Так, например, для студентов инженерных специальностей для дисциплины прикладная математика в программу можно включать автоматизацию проверки многоитерационных методов, таких, как: метод потенциалов, симплекс метод, моделей динамического программирования, моделей оптимизации на сетях и др.

2.3. Виртуальная лаборатория как информационно-образовательная среда обучения математическому и компьютерному моделированию будущего инженера

В научно-технических и инженерных исследованиях в настоящее время широко внедряются цифровые технологии, основанные на использовании математического и компьютерного моделирования реальных процессов. Математический и вычислительный анализ – важный инструмент при проектировании и разработке инженерных систем. Компьютерное моделирование позволяет определить проектные параметры, которые значительно улучшат производительность систем или даже определить, будет ли эта система работать. Моделирование предоставляет такую информацию быстрее и дешевле, чем классическое конструирование и эксперименты. Сложные технические процессы характеризуются множеством взаимодействующих подсистем. Они должны быть эффективно спроектированы, построены, модифицированы и поддерживаться с достаточной гибкостью, чтобы быть жизнеспособными в новых производственных средах [158]. В этом направлении в высшем техническом образовании актуальным стало понятие виртуальной реальности, когда многие технические системы рассматриваются студентами – будущими инженерами с позиции их представления в виде учебного эксперимента [13; 91; 94; 124; 213; 335; 336; 358; 368]. Данное направление широко используется и в западных странах [398; 418;432].

Под понятием «виртуальная лаборатория» многие исследователи данного феномена понимают интернет-сайты, тексты (задания) лабораторных работ, медиафайлы [18; 110; 112; 230; 358 и др.]. В более общем плане виртуальная лаборатория определяется как электронное рабочее место для виртуальных экспериментов в исследованиях или другой творческой деятельности, получение и предоставление результатов визуализации с использованием компьютерных технологий.

А.В.Трухин, например, под виртуальной лабораторией понимает программно-аппаратный комплекс, позволяющий проводить опыты без непосредственного контакта с реальной установкой или при полном отсутствии таковой. В первом случае, отмечает автор, взаимосвязь происходит с так называемой лабораторной установкой с удаленным доступом, в состав которой входит реальная лаборатория, программно-аппаратное обеспечение для управления установкой и оцифровки полученных данных, а также средства коммуникации. Во втором случае все процессы моделируются при помощи компьютера [359].

То есть понятие «виртуальная лаборатория» исследователи часто трактуют как:

– симуляции (имитации управления каким-либо процессом. Чаще всего сейчас слово «симулятор» используется применительно к компьютерным программам). Они содержат определенные элементы лабораторных экспериментов, но в основном используются для визуализации;

– автоматизированные системы на основе интерактивных тренажеров [230].

Создание виртуальных лабораторий, отмечает Т.В. Никулина, позволяет, с одной стороны, проводить эксперименты с оборудованием и материалами, соответствующими реальной лаборатории, с другой – ознакомиться с компьютерной моделью по освоению практических навыков и умений в профессиональной деятельности. Иными словами, виртуальная лаборатория – это смоделированный объект реального мира в электронную образовательную среду [246], называемую также виртуальной образовательной средой [210; 331].

Виртуальная лаборатория *нами рассматривается как организационно-техническая система управления исследовательской деятельностью будущих инженеров в направлении математического и компьютерного моделирования различных технических и инженерных процессов.*

Ее цель – приобщить студентов – будущих инженеров к исследовательской деятельности по моделированию инженерных процессов и систем на основе технологий виртуальной реальности.

В дидактическом плане эффективен комплексный подход к выбору структурных компонентов лабораторного комплекса, обеспечивая все этапы профессионально ориентированной деятельности студентов: восприятие, осмысление, закрепление приобретенных умений в процессе овладения фундаментальными и профессиональными дисциплинами, формирование профессиональных компетенций. Следовательно, отмечают Т.В. Никулина и Е.Б. Стариченко, мультимедиакомплекс виртуальной лаборатории должен включать методические рекомендации, электронные учебники, тестовые материалы, визуальные лабораторные работы, математическое (имитационное моделирование), тренажеры и т.д. [246].

Основываясь на требованиях к системе подготовки будущих инженеров и учитывая то, что инженерное мышление, математическая цифровая компетентность формируются не только в процессе изучения профессиональных дисциплин, но и, как отмечают А.В. Казарбин и Ю.В. Лунина, в процессе управления их научно-исследовательской работой [120], а также понимая то, что инженерное образование должно строиться на основе интеграции с наукой и промышленностью [119], в созданную нами организационно-техническую систему, входящую в информационно-образовательную среду вуза закладываем целый комплекс.

Наша главная идея состоит в обучении студентов исследованию инженерных и технических процессов средствами математического и компьютерного моделирования. Такое обучение должно начинаться с первого курса в дисциплинах:

- «Математика» (изучается математический аппарат, являющийся основой создания и решения моделей технических и инженерных процессов);
- «Информатика» (строятся алгоритмы и блок-схемы элементарных процессов, изучаются языки программирования для конструирования компьютерных моделей);
- «Прикладная математика» (рассматривается компьютерное моделирование инженерных процессов и систем).

Обучение математическому моделированию происходит в процессе усвоения студентами профессиональных дисциплин, которые интегрируются с математикой и информатикой, являясь средством технического конструирования.

Наконец в научно-исследовательской работе студенты, используя приобретенный опыт моделирования, в лабораторных условиях получают новые продукты технической деятельности, которые описывают в научных статьях и выпускных квалификационных работах, выступают с ними на научных конференциях.

На основании вышеописанного в условиях развития цифровизации высшего технического образования при создании виртуальной лаборатории как образовательной среды должен делаться акцент на научном опыте. Студенты могут пересматривать свои первоначальные прогнозы для экспериментов, проводить манипуляции с данными, иметь мгновенную обратную связь, что позволяет формировать более точные математические (логические) модели явлений и использовать эти виртуальные симуляции в качестве практики. Все это даёт возможность подготовить инженеров к сложным практическим экспериментам, развить их исследовательские умения.

В виртуальной лаборатории можно организовать проведение виртуальных экспериментов, лабораторных работ, обеспечивающих возможность моделирования процессов, протекание которых принципиально невозможно в лабораторных условиях; абсолютную безопасность проведения экспериментов; быстрое проведение серий опытов с различными условиями.

К недостаткам использования виртуальной лаборатории можно отнести использование идеализированных данных, отсутствие взаимодействия с реальным оборудованием. Мы считаем, что этих недостатков можно избежать, применяя принципы проектирования цифровой среды для реализации виртуальных лабораторных работ в такой лаборатории. Работа студентов в виртуальной лаборатории позволяет им использовать больше времени для наблюдения, размышлять и конструировать, реализовывать приобретенные знания, интерпретировать и получать более точные и актуальные данные, развивать и вовлекать в исследование математическую аргументацию.

Выбрав базу для исследования – автомобильно-дорожный институт Донецкого национального технического университета, нами создана в нем виртуальная лаборатория в виде организационно-технической системы, включенной в информационно-образовательную среду института для управления учебной и исследовательской деятельностью будущих инженеров-транспортников. Дадим характеристику основным компонентам, входящим в виртуальный лабораторный комплекс.

1. *Система интегрированных лабораторных работ по математике по обучению студентов конструированию математических моделей реальных процессов.*

Изучение математики предоставляет в распоряжение инженера не только определенную сумму знаний, но и развивает в нем способность ставить, исследовать и решать самые разнообразные технические задачи, основываясь на построении математических моделей и решения их, применяя математический аппарат. Интегрированные лабораторные работы по построению математических моделей позволяют выявить междисциплинарные связи, развить исследовательские умения при поиске математической модели, использовать средства цифровых технологий для решения несложных математических заданий [357]. Как правило, в нашем случае такие лабораторные работы разрабатываются двумя преподавателями (математики и информатики). Сотрудничество происходит на стадии понимания того, какой математический аппарат нужно использовать при построении математической модели, которая будет описывать поставленную техническую задачу, что из математического аппарата можно заменить компьютерными визуальными моделями и их цифровым решением. Часто преподаватель математики не владеет тем набором средств информационно-коммуникационных технологий, который может помочь при решении построенной математической модели, на помощь приходит преподаватель информатики.

Например, в лабораторной работе, проводимой во время изучения студентами определенного интеграла, необходимо найти площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля

$$\rho = a \cdot \cos(\varphi) + L,\ L < a$$

Студент, используя умения, сформированные на занятиях информатики, строит график функции с помощью графического пользовательского интерфейса для построения кривых, визуально определяет площадь, ограниченную линиями, а затем с помощью вычисления интеграла находит ее. Такие работы проводятся в специально оснащенной лаборатории или в удаленном режиме, используя технические средства лаборатории. В качестве самостоятельного исследования студентам предлагается придумать прикладную задачу, математической моделью которой является определенный интеграл для нахождения площади, ограниченной заданной кривой, представленной в лабораторной работе. Это уже творческое задание.

В лабораторном комплексе для будущих инженеров представлена система интегрированных лабораторных работ по основным темам курса математики. Они предлагаются студентам в виде индивидуальных работ.

2. *Компьютерные симуляторы, позволяющие взаимодействовать с обучающимся, посредством встроенных элементов управления* (button, check box, combo box, link label, radio button, text box, numeric up-down и др.).

Под *компьютерными симуляторами* мы понимаем имитационные компьютерные модели, заменяющие реальные или предполагаемые ситуации технических процессов, с помощью которых можно исследовать динамические изменения параметров исходных технических процессов, или выстроить гипотезу их исследования.

Компьютерная симуляция отличается от статической визуализации (например, диаграммы, гистограммы в учебнике), она является динамической, отличается от анимации, поскольку позволяет взаимодействовать со студентом посредством встроенных элементов управления [41; 92; 113; 125; 406].

В виртуальной лаборатории такие модели представлены в виде:

- симулятора интерактивного построения кривых, заданных в явном, параметрическом виде и полярных координатах;
- симулятора интерактивного анализа системы массового обслуживания;
- симулятора графического метода решения задач линейного программирования (включая задачи целочисленного программирования по методу Гомори);
- симулятора графического решения игровых моделей размерности $2 \times n$ и др.

Они позволяют имитировать различные действия от построения прямой линии до моделирования сложных производственных процессов. Используются студентами в процессе поиска математической модели при изучении математики, анализируются в процессе обучения прикладной математики, а также используются студентами в научно-исследовательской деятельности при исследовании технических процессов.

3. *Игровые модели обучения прикладной математике на основе автоматизированного рабочего места «Преподаватель – студент».*

Ключевым компонентом виртуальной лаборатории является система компьютерного назначения «*Автоматизированное рабочее место* “*Преподаватель – студент*”*»*. Подробно об использовании данного программного продукта речь будет идти в разделе 4.

Представленный программный продукт предлагается для самостоятельной работы студентам. Им можно пользоваться как в лаборатории под контролем преподавателя, так и в домашних условиях, следуя технологии:

1 этап – тестирование моделей;

2 этап – работа с демонстрационными программами;

3 этап – самостоятельное составление модели и проверка ее реализации;

4 этап – контроль учебных достижений студента.

Созданный АРМ можно рассматривать как средство для достаточно быстрого овладения базовыми методами прикладной математики, информатики, элементами алгоритмизации и программирования. В дальнейшем сформированные умения могут широко использоваться при постановке и решении сложных задач с помощью профессиональных математических пакетов, а также они помогут студентам строить игровые модели при решении задач прикладной математики.

Например, игровые модели 2×2, решаемые аналитически и графически, с последующим сравнением. После решения игровой модели 2×2 мы увеличиваем количество стратегий у одного из игроков до n, получая игровую модель $2\times n$. Продолжая процесс исследования, студент ставит перед собой задачу реализовать игровую модель произвольной размерности $m \times n$, которую решает на основе линейного программирования с помощью симплекс метода.

4. *Виртуальные лабораторные работы для моделирования процессов и действий, происходящих в реальных производственных и технологических процессах.*

Такие работы получили широкое распространение в различных областях знаний. В высшей школе они особенно влияют на когнитивные, поведенческие и эмоциональные результаты обучения [18; 357; 409; 426], а также формируют мотивацию у студентов к их будущей инженерной деятельности [109; 136; 278].

Разработка имитационных моделей возможна на платформе AnyLogic – инструмента, который предлагает возможность многоподходного имитационного моделирования с помощью всех трех современных подходов: дискретно-событийного; агентного; системной динамики. Эти три метода могут использоваться в любой комбинации на базе одного программного обеспечения с целью моделирования системы любой сложности. В AnyLogic есть разные визуальные языки моделирования: диаграммы процессов, диаграммы состояния, блок-схемы и диаграммы потоков и накопителей.

Нами использовалась платформа AnyLogic для разработки виртуального лабораторного комплекса, который содержит лабораторные работы по темам, приведенным в таблице 2.1, и ориентирован на подготовку инженеров автомобильного транспорта.

Таблица 2.1 – Темы и содержание работ виртуального лабораторного комплекса

Тема лабораторной работы	***Моделируемые процессы и методы***
Графические методы решения задач линейного программирования	Модель целочисленного линейного программирования. Метод правильного отсечения.
Симплекс-метод решения задач линейного программирования	Оптимизация логистических процессов на транспорте. Метод Гомори.
Методы решения транспортной задачи	Метод потенциалов применительно к моделям транспортной инфраструктуры.

Продолжение таблицы 2.1

Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана	Нахождение самого надёжного маршрута применительно к моделям транспортной инфраструктуры.
Задачи замены оборудования	Нахождение оптимальных сроков замены оборудования в транспортно-технологических моделях.
Уравнения Беллмана	Распределения средств между отраслями на n лет в моделях транспортной инфраструктуры.
Модель назначений	Венгерский метод решения задач о назначении как метод логистических систем и технологий в задачах оптимизации.
Сетевые модели	Задача о максимальном потоке применительно к модели оптимизации городского движения.
Модель Флойда	Модель оптимизации маршрутной сети перевозок грузов и пассажиров.
Комбинаторные модели	Метод ветвей и границ реализации модели «бродячего торговца» как метод оптимизации логистических систем и технологий.
Вероятностные модели прикладной математики	Детерминированные и стохастические модели управления запасами.
Элементы теории игр	Игровые модели 2×2. Решение игр в смешанных стратегиях.
Игровые модели 2×n	Графическое решение игр с заданной платёжной матрицей 2×n.
Решение матричных игр	Типовая модель решения матричных игр методами линейного программирования.
Принятие решений в условиях неопределенности	Модели принятия решений в транспортных системах на основе критериев Лапласа, минимакса, Севиджа, Гурвица.
Марковские случайные процессы	Практическая реализация исследования Марковских процессов в моделировании транспортных систем.
Системы массового обслуживания (СМО)	Процесс гибели и размножение. Многоканальная система с отказами (задача Эрланга).

Виртуальные лабораторные работы собраны в основном по дисциплине «Прикладная математика». Их цель – удовлетворить требования реальных технологических процессов, сформировать у студентов умения проводить исследовательскую деятельность.

Например, в лабораторной работе по теме: «Системы массового обслуживания», которая описана в п. 4.6, предлагается объединить элементы классической формы преподавания темы с элементами разработки имитационной модели на основе AnyLogic, а именно получить визуализацию модели, с возможностью представления реальных (смоделированных) процессов системы массового обслуживания после проведения математических обоснований.

Главное, что предлагается студентам на таких работах – это *организовать собственную исследовательскую деятельность по проектированию, например, автозаправочных станций для населения с большим количеством автомобилей.* Научно-исследовательская работа студентов – будущих инженеров особенно важна, она развивает инженерное мышление, формирует профессиональную компетентность [120]. Поэтому отчет о выполнении виртуальной лабораторной работы студенты представляют преподавателю в виде разработки проекта по созданию АЗС для конкретного населенного пункта. С лучшими исследовательскими проектами студенты выступают на научных конференциях.

Таким образом, эффективность виртуальных лабораторий, которые представляют собой образовательную среду, создающую условия для обучения студентов математическому и компьютерному моделированию реальных технических процессов, достаточно высока. Развитие основ моделирования и приобретение опыта исследовательской деятельности у будущих инженеров происходит на протяжении всех лет обучения в высшей технической школе. Организация такой образовательной среды не только позволяет выстроить иерархию изучения дисциплин и практической подготовки, но и создает предпосылки для использования интегративного, исследовательского и практико-ориентированного подходов в обучении студентов, что соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов нового поколения.

2.4. Концепция обучения математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования

Инженерное образование сегодня активно включено в общемировые процессы развития постиндустриального общества в условиях четвёртой промышленной революции и цифровой экономики. Наблюдается стремительный рост технологий и средств коммуникации, цифровизация всех отраслей промышленности и социальной сферы, что определяет мобильность, междисциплинарность, снижение межнациональных барьеров при взаимодействии в профессиональной сфере [51; 98; 105; 111; 393]. Новая революция, по сути, является технологической, её отличают скорость, масштабность и системность; объём новых знаний растёт экспоненциально, сокращается время превращения знаний в инновации. Например, инновации в цифровизации образования открыли возможности для сбора и передачи данных, вычислений, моделирования и анализа. Цифровые продукты определяют почти все аспекты современной жизни. Повышенная вычислительная мощность, искусственный интеллект и машинное обучение являются движущими силами новаторского прогресса в науке и образовании, что приводит к совершенствованию системы разделения труда, в том числе в инженерной профессии.

Подготовка «инновационных инженеров», способных внедрять новые технологические решения, управлять крупными техническими проектами требует генерации образовательных программ нового типа. Они будут формировать у выпускников компетенции системной инженерии на основе целостного подхода к восприятию инженерных проблем, пониманию важности учета всего жизненного цикла технического продукта, овладения математической цифровой компетентностью и приемами математического моделирования, развития креативного мышления, способностей к командной работе в формируемых под заказ развивающихся прорывных технологических направлениях. То есть одной из главных задач подготовки современного инженера является формирование его *профессиональной компетентности,* включающей систему знаний, умений и навыков, способностей, позволяющих специалисту квалифицированно разбираться в вопросах сферы профессиональной инженерной деятельности, а также качества личности, дающие ему возможность успешно решать профессиональные технические задачи на основе математического и компьютерного моделирования. Кроме того такие специалисты должны обладать математической цифровой компетентностью.

Таким образом, на повестке дня стоит вопрос о развитии системы инженерного образования на основе *концепции обучения математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования.*

Концепция исследования строится на основе нормативных документов, регламентирующих развитие системы высшего инженерного образования:

- Законов об образовании в Российской Федерации [254] и ДНР [253];
- Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации [347];
- Кодекса профессиональной этики инженера [133];
- Стратегии развития инженерного образования в Российской Федерации [348];
- Стратегии развития информационного общества в РФ [252];
- программы «Цифровая экономика Российской Федерации» [295],
- новых федеральных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО РФ) и ГОС ВПО ДНР [362–364] на основе профессиональных стандартов[285–291; 342];
- приоритетного проекта в сфере образования «Современная цифровая образовательная среда в Российской Федерации» [338] и др.

Основными концептуальными положениями являются следующие утверждения:

1. Приоритетным направлением развития высшего инженерного образования в условиях перехода к цифровой экономике *является внедрение системы обучения математическому моделированию на основе его*

цифровизации, направленной на формирование у будущего инженера математической цифровой компетентности.

2. Методологическую основу цифровой трансформации обучения математическому моделированию составляют деятельностный, компетентностный, профессионально-ориентированный, проектно-эвристический, синергетический, личностно-ориентированный подходы, фундаментализация и цифровизация высшего инженерного образования. Цифровизация процесса обучения математическому моделированию представляет собой трансформацию обучения, формирующегося под современные условия на основе принципов цифровой дидактики.

3. Обучение математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования – это обучение студентов, построенное на основе смешанных и гибридных технологий, направленное на овладение приемами математического и цифрового моделирования в предметных областях математических и профессиональных дисциплин, которое способствует формированию у студентов математической цифровой компетентности.

Цели обучения математическому моделированию студентов каждого конкретного инженерного направления подготовки регламентированы государственным образовательными стандартами, разработанными на основе профессиональных стандартов, в виде учебных действий, которые должны быть освоены студентом в учебной деятельности по математике, прикладной математике и другим дисциплинам профессиональной направленности. Эти действия будут формировать трудовые действия инженера. Выстраивать их важно в виде субкомпетенций по овладению студентами приемами математического моделирования по алгоритму: *понимание – упрощение – математизация – математическая работа – устный перевод – проверка ресурсов сервера – интерпретация результата.*

По каждой дисциплине математического и профессионального блока выстраивается таксономия целей, которая позволяет представить место дисциплины в системе профессиональной подготовки студентов – будущих инженеров по овладению приемами математического моделирования. Для студентов таксономия целей дает возможность спроектировать конечные результаты своей деятельности, которые могут привести к формированию общепрофессиональных компетенций, таких, как способность применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности, общеинженерные компетенции.

4. Содержание обучения математическому моделированию в условиях цифровизации высшего технического образования строится на системе требований к его отбору, проектированию и организации:

– проектирование содержания осуществляется на основе актуальных и ожидаемых в перспективе потребностей общества, заказчиков и непосредственных потребителей образовательных услуг;

– содержание учебной деятельности обеспечивает студентов «критической массой» знаний, навыков и умений и т.п.;

– структурирование учебного материала выполнена в контексте расширения содержательных линий по математическим дисциплинам, необходимым для успешного овладения методологией моделирования как метода научного исследования и как метода обучения компьютерному моделированию;

– согласованность содержания профессиональных и профессионально ориентированных дисциплин.

Главной целью содержания обучения математическому моделированию должно быть целесообразное развитие содержательных линий математики в дисциплинах прикладной математики путем разработки и внедрения системы профессионально ориентированных задач, направленных на овладение приемами математического и компьютерного моделирования.

5. *Организационные формы*, основанные на использовании цифровых технологий и ИКТ для персонализации, виртуализации, сетевой координации

образовательного процесса, строятся на основе технологий смешанного и гибридного обучения.

6. Информационно-образовательной средой, создающей условия для обучения студентов математическому и компьютерному моделированию реальных технических процессов, служит организационно-техническая система в виде виртуальной лаборатории. Организация такой образовательной среды не только позволяет выстроить иерархию изучения дисциплин и практической подготовки, но и создает предпосылки для использования интегративного, исследовательского и практико-ориентированного подходов к обучению студентов, что соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов нового поколения. Такой подход будет способствовать удовлетворению требований реальных технологических процессов, формировать у студентов умения проводить исследовательскую деятельность, овладевать математической цифровой компетентностью.

Представленная концепция обучения математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования была положена в основу при разработке методической системы обучения математическому моделированию студентов инженерных направлений подготовки.

Выводы к разделу 2

Теоретический анализ монографий, диссертаций, статей и материалов научно-методических конференций по проблеме обучения математическому моделированию студентов инженерных направлений подготовки, анализ результатов их обучения и опыта работы преподавателей, целенаправленные педагогические наблюдения, анкетирование, обобщение собственного опыта по внедрению цифровых технологий обучения в практику преподавания математики, прикладной математики, позволил выбрать теоретико-методологические основы обучения математическому моделированию студентов инженерных направлений подготовки, определить организационно-техническую среду вуза в виде виртуальной лаборатории, обеспечивающей цифровизацию процесса обучения математическому моделированию, и создать Концепцию обучения математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования. В результате проведенного исследования были сделаны следующие выводы.

1. Ориентируясь на то, что математика занимает особое место в системе инженерных знаний, выполняет роль универсального и мощного метода современной науки, в процессе обучения высшей и прикладной математике в техническом университете особенно важно формировать математические и цифровые компетенции. Эффективность процесса обучения математическому моделированию студентов инженерных направлений подготовки определяется тем, насколько сформирована математическая цифровая компетентность выпускника технического вуза.

2. Процесс формирования профессиональной компетентности будущего инженера и овладение математической цифровой компетентностью основан на методологических подходах (компетентностном, деятельностном, личностно-ориентированном, комплексном, синергетическом и др.), являющихся фундаментом для разработки концепции обучения математическому моделированию студентов в условиях цифровизации образования. Цифровая дидактика является основой для построения современных методик и технологий обучения в высшей технической школе, ее принципы являются основополагающими при построении авторской концепции.

3. Концепция строится в условии внедрения информационно-образовательной среды технического вуза, представленной в виде организационно-технической системы управления процессом обучения будущих инженеров математическому и компьютерному моделированию различных технических и инженерных процессов. Такая система охватывает виртуальный лабораторный комплекс, направленный на формирование у студентов – будущих инженеров исследовательских умений, овладение ими приемами математического

моделирования, приобретение опыта компьютерного моделирования при исследовании технических процессов и систем.

Основные результаты второго раздела опубликованы в работах [141; 142; 166; 181; 183; 187; 192; 200; 203].

РАЗДЕЛ 3

МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ В КОНТЕКСТЕ ЦИФРОВОЙ ДИДАКТИКИ

На основании сформулированной Концепции обучения математическому моделированию студентов – будущих инженеров необходимо построить методическую систему, которая будет описывать весь образовательный процесс в условиях цифровизации высшей технической школы.

При построении методической системы, мы опирались на традиционную систему обучения, разработанную А. М. Пышкало в 70-е годы XX в. [293], и учитывали современные исследования в этом направлении [54; 258; 271; 392]. Под методической системой будем понимать упорядоченную совокупность взаимосвязанных и взаимообусловленных целей, содержания, методов, организационных форм и средств обучения математическому моделированию, а также планирование и проведение контроля, анализ и корректирование учебного процесса, связанного с овладением будущими инженерами профессиональными компетенциями в области моделирования, в том числе и компьютерными, способствующими формированию математической цифровой компетентности.

Дадим характеристику каждого компонента методической системы.

3.1. Целеполагание в обучении математическому моделированию

С каждым годом характер инженерной деятельности усложняется. Она все больше переплетается с социальными, экономическими, технологическими, экологическими процессами. Возникает вопрос о необходимости формирования инженера, владеющего новыми видами профессиональной деятельности, связанными с математическим и компьютерным моделированием. С целью преодоления разрыва между изменяющимися требованиями к профессиональной готовности инженеров и целями обучения сегодня ведётся поиск новых подходов к целеполаганию обучения студентов, к формам подготовки инженеров, реализуемых техническими университетами в тесном сотрудничестве с исследователями, бизнесом и производством. Продолжается разработка и все более широкое внедрение в учебный процесс технических университетов инновационных технологий и методов обучения с использованием последних достижений науки и техники, отмечает Ю.Т. Полякова [270]. Все эти разработки, высказывается Е.И. Скафа, должны строиться на глубоком понимании структуры профессиональной готовности будущего инженера, представляющей собой динамическую систему характеристик и особенностей всех личностных сторон такого специалиста, выступающей в качестве фактора эффективности его профессиональной деятельности [322].

Особое место в деятельности инженера занимает математическое моделирование, которое является инструментом инженерного конструирования. В связи с этим, чтобы правильно определить цели обучения математическому моделированию будущих инженеров, на наш взгляд, необходимо остановиться на характеристике тех видов профессиональной деятельности, для которых владение приемами математического моделирования является важным компонентом их профессионализма.

В связи с этим важно определить понятие целей обучения математическому моделированию будущих инженеров, построить систему целей (таксономию), выделить ее категории и уровни на основе анализа государственных образовательных стандартов нового поколения и профессиональных стандартов.

В педагогике высшей школы цели обучения определяют как сознательно планируемые результаты обучения, характеризующие усваиваемые знания, умения и навыки, овладение компетенциями и другими качествами, необходимыми будущему специалисту для его полноценного функционирования в профессиональной среде и обществе [63; 100; 267; 385]. Исследователи данного феномена рассматривают различные системы описания целей обучения, например, через характеристику уровней усвоения знаний. И.Я. Лернер предлагает различать три уровня усвоения знаний:

1) первичное усвоение, узнавание, воспроизведение;

2) применение в знакомой ситуации (по образцу);

3) применение в новой ситуации (творческое) [218].

В.П. Беспалько детализировал уровни усвоения знаний и представил их классификацию в виде схемы (рис.3.1) [15].

Рисунок 3.1 – Структура уровней усвоения знаний (по В.П. Беспалько)

По мнению Н.Ф. Талызиной, при разработке целей подготовки специалистов с высшим образованием, в том числе и инженеров, необходимо руководствоваться требованиями общества к специалисту, т.е. реализовать «социальный заказ» [351]. Рекомендуется описать цели образования на языке задач, решаемых специалистом в профессиональной деятельности, это означает, по мнению ученой, что необходимо выполнить моделирование специалиста. Основой целеполагания и моделирования является деятельностный подход, где усваиваемые теоретические знания и практические умения рассматриваются как элементы деятельности [351]. Такую позицию поддерживает и Е.Г. Евсеева, исследуя пятикомпонентную модель студента [86].

Цели инженерного образования рассматриваются также в исследованиях зарубежных авторов. Например, в США они были сформулированы

Американским обществом инженерного образования в специальном докладе [260]. В структуру целей вошли: развитие у студентов имеющихся врожденных задатков; формирование специалистов, способных сознательно и компетентно выполнять инженерные функции; овладение студентами научными принципами и основными знаниями в области избранной специальности; выработка важнейших умений и навыков решения инженерных задач; формирование интереса к профессии инженера и стремления к совершенствованию профессиональных знаний и умений [260]. Такой общеметодологический подход позволяет нам выяснить, чем должны быть обусловлены цели обучения математическому моделированию в высшей технической школе. Основываясь на роли, которую играет математическое моделирование в науке, технике, производстве, нужно отметить, что в рамках инженерного образования *цели обучения математическому моделированию должны быть обусловлены:*

- ценностями инженерного образования в новых вызовах современности;
- общими целями высшего инженерного образования, основанными на профессиональных стандартах;
- концепцией обучения математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования;
- принятыми методологическими подходами (деятельностный, системный, комплексный, личностно-ориентированный, компетентностный и др.).

При уточнении требований к современному инженеру в настоящее время принято использовать компетентностный подход, о котором речь шла в п.2.1.1.

Каковы особенности образовательного процесса, организованного на основе компетентностного подхода? Этот подход требует изменения всех компонентов образовательного процесса, начиная с его цели. В целях образования закладываются различные компетентности, включающие, наряду со знаниями и умениями, способности, мотивы учебно-познавательной деятельности и другие личностные качества. Одна из основополагающих целей подготовки специалиста в вузе – формирование его профессиональной компетентности.

Профессиональная компетентность инженера включает систему знаний, умений и навыков, способностей, позволяющих специалисту квалифицированно разбираться в вопросах сферы профессиональной инженерной деятельности, а также качества личности, дающие ему возможность успешно решать профессиональные технические задачи на основе математического и компьютерного моделирования.

В составе профессиональной компетентности инженера необходимо выделить профессиональную направленность: интерес к профессии, готовность к инженерной деятельности, стремление применять свои знания, умения, способности в избранной профессии [63; 269; 275].

Государственным документом, регламентирующим требования к знаниям и умениям специалиста, к содержанию образования по конкретной специальности, является государственный образовательный стандарт высшего образования. В нем описаны требования к результатам обучения, представленные в форме совокупности компетенций (ключевых, общепрофессиональных), ориентированных на профессиональные стандарты и основанных на приоритете адекватности образовательных результатов потребностям общества и рынка труда.

В 2020 году в Российской Федерации приняты новые федеральные образовательные стандарты высшего образования (ФГОС ВО), например, по направлениям 23.03.01 Технология транспортных процессов, 23.03.02 Наземные транспортно-технологические комплексы, 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, например [364]. ФГОС ВО разработаны на основе профессиональных стандартов [285; 287; 288; 289; 290; 291]. Областью профессиональной деятельности выпускников данных направлений могут быть работа с информационными системами, руководство проектами в области цифровых технологий, работа системным аналитиком, специалист по управлению персоналом в автомобильном хозяйстве, логист автомобилестроения, специалист по автоматизированным системам управления производством, специалист по логистике на транспорте, согласно реестру профессиональных стандартов (перечня видов профессиональной деятельности).

В профессиональных стандартах выделены основные трудовые функции инженера, каждая из которых задается трудовыми действиями, необходимыми умениями, знаниями и другими характеристиками, которыми должен обладать инженер-исследователь, в том числе и специалист в области автомобильного транспорта. Исследуя трудовые действия, мы сделали заключение, что наиболее важным является формирование у будущих инженеров приемов математического и компьютерного моделирования и овладение ими математической цифровой компетентности. На этой основе в каждой рабочей программе дисциплины, составляющей содержание обучения будущего инженера, представляются цели обучения, в том числе и математическому моделированию, в виде определенного набора ключевых, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, индикаторов (обобщенных характеристик, уточняющих и раскрывающих формулировку компетенции в виде конкретных действий, выполняемых выпускником, освоившим данную компетенцию), а также результатов обучения, выраженных в действиях обучающихся, которые преподаватель может надежно распознать.

Учебная цель должна быть описана так, чтобы о ее достижениях можно было говорить однозначно. Цель предполагает сдвиг во внутреннем состоянии обучающегося, отмечает Е.И. Скафа, в его интеллектуальном развитии, ценностных ориентациях и т.д. [319]. Говорить о результатах обучения, то есть о достижении целей, можно лишь по внешним проявлениям (действиям обучающегося, продуктам учения). Поэтому результаты учебной деятельности нужно перевести на язык внешних действий. В одном случае результат обучения можно разделить на составляющие и описать их (выполнение конкретных операций, упражнений, формирование простых навыков и т.д.), как это представлено в работе Е.А. Петраковой, Т.В. Дивиной, М.Ю. Беляковой [261]. В случае, когда результат невозможно однозначно описать (его конкретизация затруднена), можно построить систему целей (таксономию), выделить ее категории и уровни, то есть представить четкое описание того, что студент может достичь в результате обучения.

В нашем исследовании мы основываемся на наиболее известной классификации целей познавательной деятельности, предложенной американским ученым Б. Блумом [54; 402]. Исследователь и его коллеги разработали классификацию шести различных уровней мышления – таксономию (построение четкой системы педагогических целей, внутри которой выделены их категории и последовательные уровни (иерархия)). Иерархия целей Б. Блумом представлена в виде схемы (рис. 3.2).

Рисунок 3.2 – Пирамида целей обучения Б. Блума

Первые три уровня характеризуют конкретные результаты обучения (запоминание, понимание, применение). Дальше описываются мыслительные действия, которые необходимы для достижения этих результатов. В трактовке Б. Блума – это связь между основными категориями учебных целей и их обобщенными типами. Она позволяет для каждой категории целей выделить мыслительные действия, которые должны выполняться обучающимся [402].

Обучение математическому моделированию сложный процесс, нуждающийся в постепенном освоении математических моделей (от умения их распознавать, анализировать, строить до овладения навыками применять их в техническом и инженерном конструировании), поэтому важно при построении таксономии учитывать все шесть уровней. Только овладев ими, студент будет полностью подготовлен к профессиональной деятельности в направлении использования математического и компьютерного моделирования.

На таких позициях стоят исследователи различных стран мира. Например, R. Wess, H. Klock, H.-S. Siller, G. Greefrath предлагают подобную структурную модель, описывающую профессиональные компетенции для обучения математическому моделированию [434]. W. Blum исследует компетенцию в моделировании как способность конструировать, использовать или адаптировать математические модели, выполняя этапы процесса адекватно и соответствующим образом, а также анализируя или сравнивая данные модели [404]. Таким образом, моделирование компетенций не является одномерной конструкцией, а может быть интерпретировано как комбинация различных субкомпетенций. G. Greefrath & K. Vorhölter строят таблицу субкомпетенций моделирования (табл. 3.1).

Таблица 3.1 – Субкомпетенции моделирования [410]

Суб-компетенции	***Описание***
Понимание	Студенты создают собственную ментальную модель для данной проблемной ситуации и, таким образом, понимают вопрос.
Упрощение	Студенты разделяют важную и неважную информацию о реальной ситуации.
Математизация	Студенты переводят подходящие упрощенные реальные ситуации в математические модели (например, член, уравнение, рисунок, диаграмму, функцию).
Математическая работа	Студенты применяют эвристические стратегии и математические знания для решения математической задачи.

Продолжение таблицы 3.1

Устный перевод	Студенты соотносят результаты, полученные в модели, с реальной ситуацией и таким образом достигают реальных результатов.
Проверка ресурсов сервера	Студенты проверяют реальные результаты в ситуационной модели на адекватность.
Интерпретация результата	Студенты соотносят ответы, найденные в модели ситуации, с реальной ситуацией и, таким образом, отвечают на вопрос.

Основываясь на сопоставимых соображениях, W. Blum проводит следующие обоснования интеграции математического моделирования в обучение, которые он также описывает как цели преподавания и изучения приложений и моделирования:

1. *Прагматическое обоснование*: понимание и освоение реальных ситуаций требует явное взаимодействие с соответствующим приложением и примерами моделирования. В таких случаях нельзя ожидать адекватного перехода от внутриматематической деятельности.

2. *Формальное обоснование*: общие математические компетенции также могут быть обучены посредством моделирования. Таким образом, например, математические рассуждения дополнительно развиваются с помощью проверок достоверности. Однако компетентность в моделировании может быть приобретена только путем изучения подходящего приложения и примеров моделирования.

3. *Культурное обоснование*: рассмотрение явлений реального мира с помощью математики необходимо для построения сбалансированной картины математики как науки в широком смысле.

4. *Психологическое обоснование*: рассмотрение примеров из мира может помочь стимулировать интерес учащихся к математике, продемонстрировать актуальность математического содержания и структурировать его, что способствует пониманию [404].

Эти обоснования или цели преподавания и изучения приложений и моделирования требуют конкретных типов соответствующих примеров моделирования.

На констатирующем этапе эксперимента нами была составлена таксономия целей обучения математическому моделированию будущих инженеров автомобильно-транспортного направления, которую мы заложили как в дисциплину математика, так и в каждую из учебных профессиональных дисциплин, входящих в базовый и вариативный блоки, которые в наибольшей мере служат овладению студентами приемами математического моделирования.

К таким дисциплинам кроме высшей математики относим: прикладную математику, основы логистики, моделирование транспортных процессов, аналитические и численные методы в планировании экспериментов и инженерном анализе, моделирование дорожного движения, разработка проектов интеллектуальных транспортных систем.

Одной из основных дисциплин, которая является фундаментом для изучения профессиональных технических дисциплин и в тоже время аппаратом для моделирования реальных инженерных процессов, является математика. Созданная таксономия учебных целей по обучению студентов математическому моделированию представлена нами в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Категории учебных целей дисциплины «Математика» при обучении студентов математическому моделированию

Основные категории учебных целей	***Примеры математических компетенций, формирующихся при обучении математическому моделированию***
1.Знание. Запоминание и воспроизведение основных математических категорий (фактов, понятий, теорем). Воспроизведение приемов построения математических моделей.	*Студент:* • знает математические термины, использует их; • знает основные математические понятия; • знает правила выполнения математических действий; • знает методы построения математической модели.

Продолжение таблицы 3.2

2. Понимание. Преобразование прикладного задания из одной формы выражения в другую (например, из словесной, описательной в математическую); интерпретация материала студентом (объяснение, краткое изложение); предвидение дальнейшего развития явлений, событий, последствий или результатов.	*Студент:* • понимает факты, правила, принципы, лежащие в основе любой прикладной задачи технического характера; • интерпретирует словесный или описательный материал инженерных процессов, в схемы, графики, диаграммы; • преобразует словесный или описательный материал в математические модели; • примерно описывает будущие последствия, вытекающие из имеющихся данных.
3. Применение. Умение использовать изученный математический материал в конкретных условиях построения математических моделей, используя математический аппарат решать прикладную техническую задачу. Категория предусматривает: применение правил, методов, понятий, законов, принципов, теорий как математики, так и технических дисциплин в решении прикладных инженерных задач.	*Студент:* • использует математический аппарат в решении прикладных задач понятия и принципы технических дисциплин для составления математических моделей; • применяет законы и теории в конкретных практических ситуациях; • демонстрирует правильное применение математического метода или процедуры при решении прикладной задачи.
4. Анализ. Умение разделить материал на составные части так, чтобы четко проявилась структура. Категория предусматривает: нахождение частей целого, выявление взаимосвязей между ними, осознание принципов организации целого. Учебные результаты требуют на основе выполняемого анализа	*Студент:* • выделяет скрытые предположения; • видит ошибки и недостатки в логике рассуждений; • разграничивает факты и последствия; • оценивает значимость данных.

технической ситуации, представленной в каждой задаче, поиск математического аппарата для ее решения, само решение и интерпретация полученного результата.	
5.*Синтез*. Умение комбинировать элементы так, чтобы получить новое целое. Таким новым продуктом может быть: сообщение (выступление с докладом на научном семинаре), участие в научной конференции «Математика в профессиональной деятельности инженера», участие в олимпиадах, конкурсах. Учебные результаты предусматривают деятельность творческого характера с акцентом на исследовании математического моделирования в техническом конструировании.	*Студент:* • пишет небольшие статьи; • предлагает план проведения эксперимента, в том числе и компьютерного; • использует знания из различных технических областей, чтобы составить план решения той или иной проблемы, решаемой средствами математического моделирования.
6. *Оценка*. Умение оценивать значение математических моделей как средства решения проблем технического конструирования. Умение находить цифровые средства решения заданий на математическое моделирование.	*Студент:* • письменно оценивает логику построения математических моделей и решения их средствами математики; • оценивает соответствие выводов имеющимся данным, значимость того или иного нового продукта деятельности, полученного в процессе решения технических исследовательских заданий средствами математического моделирования.

Таким образом, описание действий, которые студент должен научиться выполнять по каждой из дисциплин, обеспечивающих обучение методам математического моделирования, позволит преподавателям, построив таксономию целей, представить место дисциплины в системе профессиональной подготовки студентов – будущих инженеров по овладению методами математического моделирования. Для студентов таксономия целей дает возможность спроектировать конечные результаты своей деятельности, которые могут привести к формированию общепрофессиональных компетенций, таких как способность применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности, общеинженерные компетенции [395].

Таким образом, так как для обучения студентов математическому моделированию характерно задание целей через их учебную деятельность, которая характеризуется выполнением определенных действий, то трансформация целей в действия позволяет осуществить диагностику и управление процессом усвоения знаний и умений студентов по применению методов математического моделирования, а также их развитию.

Поскольку знания невозможны без действий, поэтому необходимо чтобы цели фиксировали не только сумму знаний, необходимых для овладения содержанием, но и описывали умения, которыми должен овладеть студент в процессе изучения конкретной темы. Дополнение описания умений системой конкретных задач, которые отражают эти умения, позволит определить уровень (низкий, средний, высокий) сформированности умений по математическому моделированию каждого студента и осуществить развитие математической цифровой компетентности.

Важно также сформулировать и общие цели математического образования студентов инженерных направлений. В связи с требованиями к математической подготовке будущих инженеров, описанных в инженерной педагогике [104] и национальной доктрине опережающего инженерного образования в России [274], к целям математического образования студентов – будущих инженеров можно отнести:

1) обеспечение преемственности и непрерывности в процессе изучения математики в течение всего периода обучения в техническом университете;

2) профессиональная направленность обучения математике путем совершенствования фундаментальной подготовки студентов по математике, усиление роли цифровых технологий, ориентирование на обучение использованию математических методов при решении прикладных задач;

3) изучение дисциплин, интегрированных с математикой, как основы для построения математических моделей и их использования в компьютерном моделировании;

4) овладение студентами достаточным запасом математических знаний, аналитическими и методами решения задач прикладного содержания с использованием средств информационно-коммуникационных технологий, а также методами моделирования практических инженерных задач;

5) активизация учебно-познавательной, профессионально-ориентированной деятельностей студентов;

6) активное овладение студентами цифровыми технологиями и современными математическими методами научного исследования.

3.2. Основные содержательные линии изучения методов математического моделирования на основе ИКТ

Новые технологии и продукты возникают, как правило, в процессе конвергенции различных областей знаний и базовых технологий. В системе инженерного образования необходимо выделить направления подготовки инженеров, основанные на принципах мультидисциплинарности, базирующихся в первую очередь на глубоком, фундаментальном физико-математическом образовании.

Проектируя содержание обучения математическому моделированию, мы придерживались позиций корректирования содержания профессионального инженерного образования, описанных в работах М.А. Васильевой [38], Л.В.Васяк [39], Е.В. Власенко [45], Л.Б.Гиль [53], И.Н. Гридчиной [69], Е.Г. Евсеевой [82], М.И. Коньковой [139], Н.А. Прокопенко [282], Е. И. Скафы [322] и др. К ним относят следующие стратегии:

- соответствие профессиональному и образовательному стандарту;
- достижение возможности максимального использования системы профессиональных знаний, полученных студентами в вузе, в будущей инженерной деятельности;
- профессионально-прикладная направленность содержания инженерного образования;
- соответствие критерию эффективности возможных затрат (умственных, физических, материальных и затрат необходимого времени);
- ориентация содержания математического обучения на интеграцию с профессиональными дисциплинами и т. д.

При этом большинство технических вузов в своей деятельности стремятся реализовать именно первую позицию – «соответствие профессиональному стандарту», что, на наш взгляд, ограничивает реализацию других стратегий достижения качественных изменений в реформировании высшего технического образования. Вне поля зрения в данном случае остаются личностные знания, развитие математической культуры, интеллектуальные приращения и другие образовательные результаты обучаемых, которые выходят за рамки стандартов [234; 300; 360; 372]. Наша позиция – формирование математического стиля мышления у студентов, т. к. *в условиях новых прорывных технологий только инженер, владеющий приемами математического моделирования и обладающий математической цифровой компетентностью, сможет осуществлять свою профессиональную деятельность.*

Содержание обучения, отмечает Е.И. Скафа, является базисной категорией методики, представляет собой совокупность того, что студент должен освоить в процессе обучения (систему научных знаний, способов деятельности и отношений, связанных с ней), историческая категория, изменяющаяся в зависимости от целей обучения [319].

Содержание конкретного предмета материализуется в нормативных и учебных средствах обучения, в частности рабочих программах дисциплин, учебниках, пособиях, дидактических материалах и т.д.

Анализ рабочих программ по математике и другим фундаментальным профессиональным дисциплинам, учебников и учебных пособий по математике для будущих инженеров [27; 75; 365], по дисциплинам прикладной математики [179; 186; 194; 228; 240; 248], учебных пособий по математическому моделированию для студентов инженерных направлений подготовки [12; 15; 47; 56; 62; 80; 84; 93; 297; 352] показал, что в недостаточной мере уделено внимание раскрытию методов, форм и средств обучения математическому моделированию на основе применения современных информационно-коммуникационных технологий.

Поскольку содержательный компонент формирования приемов математического моделирования будущего инженера предполагает владение студентом системой специальных знаний о компьютерном моделировании при обучении математическому моделированию, требованием к обновлению содержания курсов математики и прикладной математики является наличие цифрового компонента, как сквозной составляющей.

Действительно, эта проблема приобретает особую актуальность в контексте реализации дидактической концепции обучения математическому моделированию студентов в контексте цифровизации высшего инженерного образования, описанной нами в п. 2.4. Рассматривая математическое моделирование как неотъемлемый компонент математического образования студентов инженерных направлений подготовки и как составляющую математической подготовки по таким дисциплинам как «Математика», «Прикладная математика», «Математическое программирование», «Исследование операций» и др. необходимо больше внимания уделять проектированию методических стратегий по обучению математическому моделированию. В связи с этим в систему требований к содержанию обучения математическому моделированию включим специальные требования в отношении его отбора и структурирования, а именно:

– к проектированию содержания математического образования, в том числе математического моделирования, на основе существующих и ожидаемых в перспективе потребностей общества, заказчиков и непосредственных потребителей образовательных услуг в соответствии с концепцией развития технических университетов в области качества (стратегия «соответствия скрытым потребностям»);

– к организации содержания учебной деятельности, обеспечивает студентов «критической массой» знаний, навыков и умений и т.п., так как процесс генерации собственных идей возможно лишь при условии накопления определенного объема действующих знаний, то есть их критической массы;

– к структуризации учебного материала в контексте расширения содержательных линий по математическим дисциплинам, необходимым для успешного овладения методологией моделирования как метода научного исследования и как метода обучения компьютерному моделированию;

– к согласованности содержания профессиональных и профессионально ориентированных дисциплин в контексте потребностей последних и создание на этой основе мобильных интеграционных курсов;

– к осуществлению студенческих научных мини-исследований в рамках математического и компьютерного моделирования как неотъемлемой составляющей содержания учебной деятельности и формирования математической компетентности;

– к обеспечению качества всех составляющих элементов образовательного процесса студентов при обучении нормативным и выборочным дисциплинам.

Остановимся на расширении содержательных линий математики в дисциплинах прикладной математики, в которых происходит развитие математического аппарата при создании компьютерных моделей.

В содержание высшей математики для студентов инженерных направлений подготовки включены следующие разделы:

- линейная алгебра, векторная алгебра;
- аналитическая геометрия на плоскости, аналитическая геометрия в пространстве;

- введение в математический анализ, дифференциальное и интегральное исчисления функции одной и нескольких переменных;
- обыкновенные дифференциальные уравнения;
- теория рядов;
- теория вероятностей и математическая статистика, теория случайных процессов и др.

Процесс овладения математическим аппаратом происходит через освоение математических учебных действий, описанных Е.Г. Евсеевой [86]. Это действия, с помощью которых выполняется:

- нахождение, идентификация и преобразование математических объектов, установление отношений между ними;
- выполнение математических операций;
- формулирование математических понятий, доказательство математических утверждений и др.

Все это является основой для изучения прикладной математики. Например, ***статистическая линия*** теории вероятностей развивается в прикладной математике путем исследования Марковских процессов и рассмотрения математического описания процессов с дискретными состояниями и непрерывным временем.

Таким образом, если рассматривать основные содержательные линии математики, которые развиваются в процессе обучения методам математического моделирования, то следует отметить, что этот процесс представляет собой следующую структуру:

интегральное и дифференциальное исчисление в процессе обучения математике находит своё место в моделировании стохастических систем (моделях управления запасами);

уравнения, неравенства, системы рассматриваются в моделях линейного программирования (симплекс метод), получая свое дальнейшее развитие в моделировании игровых моделей произвольных размерностей;

теория вероятностей и математическая статистика продолжают свое развитие при рассмотрении моделирования многофакторных процессов (многофакторный анализ), а также дисциплин эконометрики и методов обработки статистических данных;

кривые второго порядка и поверхности исследуются в дисциплине «Математика» и расширяются при изучении геометрического компьютерного моделирования, с возможностью исследования не классических кривых и поверхностей, что дает возможность воспроизводить технические элементы сложной формы;

функциональная линия получает развитие при изучении всех вышеперечисленных приёмов математического моделирования (целевых функций моделей дискретной оптимизации, трансцендентных уравнений и пр.)

Анализ содержательных линий показывает не только их связь с дисциплинами математического и компьютерного назначения, но и помогает преподавателям вышеперечисленных дисциплин увидеть интегративные связи между ними. Это дает основание для вывода о том, что математическое моделирование является источником развития, как математических содержательных линий, так и основой для развития приемов компьютерного моделирования.

Еще одной важной проблемой является формирование у студентов инженерных направлений подготовки творческого мышления, математического стиля мышления, открытия для себя новых закономерностей, развития интереса к исследованию математических моделей. Перечисленные качества, главным образом, развиваются в процессе решения профессионально ориентированных задач (ПОЗ). Многие исследователи проблемы инженерного образования обращают на это внимание [65; 138]. Например, на связь теории и практики через использование профессионально-направленных задач обращают внимание Н.В. Бровка [22], М.А. Васильева [38], О.Н. Гончарова [58], О.Е. Кириченко [130], О.А. Сорокина [340], и др.; роль задач как средства формирования математической компетенции описывают С.Н. Дорофеев [75], Л.Р. Загитова [95], Е.В. Колбина [135], И.В. Михайленко [236] и др.; проблеме конструирования математических задач в системе высшего инженерного образования посвятили свои работы Т.В.Игнатьева [107], О.А. Сорокина [340], М.В. Хохлова [371] и др.

Однако, для получения желаемого эффекта в обучении, отмечают все исследователи, нецелесообразно использовать отдельно взятые задачи. Они должны составлять определенную систему, которая обеспечит связь с теоретическим материалом.

Предлагаем определение понятия системы профессионально ориентированных задач, направленных на овладение приемами математического моделирования.

Под *системой профессионально ориентированных задач по овладению приемами математического моделирования студентами технических направлений подготовки* понимаем такое сочетание и последовательность задач профессионального содержания в дисциплинах высшей и прикладной математики, которые способствуют развитию математической цифровой компетентности будущих инженеров. В результате у студентов формируются:

1) фактические знания, умения, установленные программой обучения;

2) мыслительные операции и методы, присущие математической деятельности;

3) математический стиль мышления;

4) способность к математическому и компьютерному моделированию реальных процессов.

Элементами системы являются задачи. Каждая из них выполняет определенную функцию в системе. Задачи системы связаны между собой. Эти связи называют «отношениями». Любая система задач имеет ряд «отношений», разнообразие которых определяется разнообразием задач. С помощью «отношений» между задачами строится фактически сама система. В одном отношении, может участвовать несколько задач. Чаще всего встречаются в системах: отношение общей идеи, отношение специализации, отношение обобщения, отношение аналогии, отношение конкретизации, отношение моделирования, отношение предельного случая и т.д.

Такой подход позволяет совершенствовать умения: формулировать проблему, строить гипотезу, планировать систему действий, направленных на решение задачи, осуществлять познавательный процесс в условиях новой ситуации, применять общенаучные и конкретные методы исследования, что формирует у студентов умения оперировать математическими моделями реальных процессов, а также в процессе учебной деятельности будущие инженеры овладевают математическими компетенциями.

Таким образом, формирование математической цифровой компетентности у будущих инженеров происходит в процессе обучения их математическому моделированию. Главной целью содержания обучения математическому моделированию должно быть целесообразное развитие содержательных линий математики в дисциплинах прикладной математики путем разработки и внедрения системы профессионально ориентированных задач, направленных на овладение приемами математического и компьютерного моделирования.

3.3. Организационные формы обучения математическим моделям в высшей технической школе

В системе высшего профессионального образования одним из компонентов методической системы обучения являются организационные формы. В данном пункте описываются те из них, применение которых наиболее приемлемо в процессе обучения математическому моделированию студентов технических направлений подготовки, в том числе и на основе средств информационно-коммуникационных технологий.

В высшей школе традиционно принята *лекционно-практическая система обучения***.** Это групповая форма обучения, при которой период обучения разбивается на учебные годы («курсы») и полугодия (семестры), занятия групп студентов ведутся по единому плану и расписанию. Практические занятия (семинары) проводятся для учебных групп, составленных из близких по возрасту и уровню подготовки студентов, для лекций однородные группы обычно объединяются в потоки. В педагогике высшей школы определены *основные признаки лекционно-практической системы обучения:*

- учебные группы имеют постоянный состав студентов в течение года;
- занятия разделены на одинаковые единицы времени – обычно полуторачасовые «пары» из двух 45-минутных академических часов;
- содержание обучения разделено на отдельные дисциплины;
- период обучения разделён на общие для всех студентов учебные годы, учебные дни и каникулы;
- все занятия проводятся по общему плану и расписанию;
- основной контроль производится в конце каждого семестра в ходе зачётных и экзаменационных сессий;
- предполагается бо́льшая самостоятельность студентов [44; 267; 333; 334; 350].

Формирование профессиональной деятельности будущего инженера невозможно без использования соответствующих организационных форм проведения занятий. З. И. Слепкань отмечает, что в высшей школе распространены различные организационные формы обучения, такие как лекция, семинар, практическое, лабораторное занятие, консультация, экскурсия, экспедиция, учебная конференция, самостоятельная и научно-исследовательская работа студентов, учебная и производственная практика, курсовая и дипломная работа [334]. В дидактике высшей школы организационные формы обучения иногда трактуются, как средства управления познавательной деятельностью студентов для решения определенных дидактических задач или, как средства осуществления общей деятельности преподавателей и студентов, направленных на достижение целей обучения, развития, воспитания и профессионального становления студентов.

Ведущей организационной формой обучения в высшей школе всегда была и есть лекция. Она вводит молодежь в науку, закладывает основы профессиональной подготовки [322]. В зависимости от способа проведения выделяют различные виды лекций. Но по проблеме нашего исследования для организации деятельности студентов-инженеров по обучению математическому моделированию наиболее полезными можно считать следующие лекции:

– ***проблемная лекция*** предполагает изложение материала через проблемность вопросов, задач или ситуаций. При этом процесс познания происходит в научном поиске, диалоге и сотрудничестве с преподавателем, в процессе анализа и сравнения различных взглядов и тому подобное. Новый теоретический материал преподаватель подает в виде проблемного задания, в условие которого заложено противоречие, на лекции его надо определить и решить. На таких лекциях предлагаем использовать в качестве мотивации к профессионально ориентированной деятельности задачи технического содержания. Особенно проблемные лекции целесообразны на этапе введения новой темы по высшей математике;

– ***лекция-визуализация*** предполагает поиск новых возможностей реализации принципа наглядности. Отметим, что такая лекция является устной передачей информации, что подкрепляется визуальными формами. Преподаватель должен подобрать такие демонстративные материалы, такие формы наглядности, которые не только дополняют словесную информацию, но и сами являются носителями содержательной информации.

В зависимости от учебного материала используются различные формы наглядности:

натуральные (минералы, реактивы, детали);

изобразительные (слайды, рисунки, фото);

символические (схемы, таблицы) [341].

К лекциям-визуализациям относим и те, которые проводятся с помощью компьютерных презентаций, помогающих студентам визуальному восприятию учебного материала. Например, Е.Г. Евсеева и Забельский отмечают, что важным в обучении будущих инженеров сформировать образное мышление, которое овладевается через образное восприятие объектов [87]. Именно при такой организации процесса обучения математике, возникающие в мышлении обучаемых представления, отражают основные, существенные, ключевые стороны предметов, явлений и процессов. Большое внимание при этом должно уделяться средствам наглядности: рисунку, графику, схеме, таблице, компьютерной визуальной модели и др., дидактическое значение которых достаточно велико и отвечает современным требованиям, предъявляемым к процессу обучения [87].

Чтобы научить студентов воспринимать правильно материал, развивать свой потенциал, а также получить профессиональные компетенции, отмечает Ю.В. Сакулина, необходимо прежде всего изменить методы проведения лекционных занятий, при этом развивая внутренний потенциал самих студентов. Скрайбинг-технология как раз призвана справиться с этой задачей [306]. При этом в процессе применения такой технологии у обучающихся развивается воображение. Это происходит в процессе творческой работы, создания эскизов, схем, набросков. Именно поэтому в настоящее время скрайбинг-технология быстро набирает популярность. Скрайбинг – это новейшая техника (от англ. scribe – набрасывать эскизы или рисунки); речь выступающего иллюстрируется параллельно с созданием рисунков. Это может происходить фломастером на белой доске (или листе бумаги); с помощью других технических и информационных средств. Получается «эффект параллельного следования», при этом графический ряд фиксируется на ключевых вопросах излагаемого материала. Основная функция способа подачи информации с использованием скрайбинга – это возможность быстро, качественно и наглядно донести информацию до студентов. Положительным моментом в использовании скрайбинга является то, что все иллюстрации можно подготовить заранее. Это может сэкономить время и позволит избежать ненужного волнения во время проведения самой лекции. При создании скрайбинг-показа могут использоваться готовые образы, графики, аудио- и видеоинформация [306];

− ***бинарная лекция*** (лекция-диалог) предусматривает преподавание учебного материала в форме диалога двух преподавателей, например, преподавателя математики и электротехники, представителей двух научных направлений и т.п. Здесь моделируются реальные ситуации обсуждения теоретических и практических вопросов двумя специалистами, при этом должны быть выполнены такие условия:

а) диалог преподавателей демонстрирует культуру дискуссии, совместное решение проблемы;

б) привлекаются к обсуждению студенты, стимулируется их желание задать вопросы, выразить свое собственное видение на проблему обсуждения.

Во время такой лекции актуализируются знания студентов, создается проблемная ситуация, происходит сравнение различных взглядов на выбор решения поставленной проблемы. Особенно такая форма лекции в курсе высшей математики позволяет студентам глубже понять связь дисциплины процессом моделирования технических задач;

– ***лекция-провокация*** (лекция с заранее запланированными ошибками) рассчитана на стимулирование студентов к постоянному контролю за информацией, подаваемой на лекции, и поиска ошибок. Подготовка к такой лекции заключается в умышленной закладке ошибок содержательного характера, при этом подбираются типичные ошибки, которых обычно допускают студенты. Их задача заключается в том, чтобы во время лекции находить ошибки, фиксировать их на полях. В конце лекции проводится диагностика знаний обучающихся и разбор сделанных ошибок. Отметим, что такая лекция одновременно выполняет функции стимулирования, контроля и диагностики;

– ***лекция-конференция*** проводится как научно-практическое занятие с заслушиванием докладов и выступлений студентов по заранее поставленной проблеме в рамках учебной программы. В конце такой лекции преподаватель подводит итоги, дополняет и уточняет информацию, формулирует основные выводы.

В высшей технической школе активно используются организационные формы эвристического обучения [322]. Определим, какой вклад они могут сделать в процесс обучения студентов приемам математического моделирования.

– ***эвристическая лекция.*** Цель *лекции* состоит не только в передаче системы знаний и создании основы для дальнейшего усвоения студентами учебного материала, а и в целенаправленном влиянии на формирование сознания студента, привлечение его к идеям и методам науки и будущей профессиональной деятельности. А. В. Хуторской дает ее следующее определение: *эвристическая лекция* – это форма обучения, в которой учитель, преподавая материал, помогает ученикам открывать новые знания, формулировать проблемы, делать собственные открытия. Такая лекция должна быть подготовлена таким образом, чтобы при рассмотрении целой темы был обеспечен научный уровень изучаемого материала и, с другой стороны, были бы обеспечены доступность и эвристичность [374].

Например, на лекции по теме «Определенный интеграл» студентам предлагается задача:

Автомобиль стоимостью 20 *тыс. денежных единиц падает в цене со временем со скоростью* $z'(t) = 500\cdot(t-8)$, *при* $0 \le t \le 8$, *где* t *– годы. Найти:*

1) закон изменения стоимости автомобиля;

2) на сколько денежных едини автомобиль обесценится за первые 4 года.

Данная задача интересна, например, студентам – будущим инженерам-автодорожникам. Для ее решения лектор может организовать эвристический диалог:

- Как вы считаете, можем ли мы условие задачи перевести на язык математики?
- *Да, скорость изменения стоимости автомобиля нам дана, нужно найти закон изменения стоимости.*
- Как вы предлагаете записать этот закон с помощью математического аппарата?
- *Найти функцию от времени, если известна ее производная.*
- Правильно, получаем: найти $z(t)$, если $z'(t) = 500\cdot(t-8)$ и $z(0) = 20000$.
- Но как нам найти функцию по ее производной?
- *Из школьного курса алгебры и начал математического анализа мы знаем, что функцию можно найти, вычислив определенный интеграл от ее производной в пределах от 0 до 4.*
- Молодцы. Значит, при наших условиях получаем такую математическую модель:

1) Найти $z(t)$, если $z'(t) = 500\cdot(t-8)$ и $z(0) = 20000.$

2) Найти $c = \int_0^4 500(t-8)dt$.

– Таким образом, мы от прикладной задачи перешли к математической, которая является повторением материала перед рассмотрением в высшей математике приемов интегрирования определенного интеграла.

Далее всеми студентами решается задача и получается:

$z(t) = 250t^2 - 4000t + 2000;\ \ c = -12000.$

– Как вы считаете, решена ли наша исходная задача? Все ли данные учтены?

– *Нужно интерпретировать результат и получить ответ:*

1) *закон изменения стоимости автомобиля имеет вид:*

$z(t) = 250t^2 - 4000t + 2000;$

2) *за первые 4 года автомобиль обесценится на* 12 *тыс. денежных единиц.*

Лекции неразрывно связаны с ***практическими занятиями***, которые традиционно входят в систему образовательного процесса технического университета. Цель *практического занятия* – расширить, углубить и уточнить теоретические знания, приобретенные на лекциях и во время самостоятельной работы, обеспечить отработку умений и навыков применять знания для решения практических и теоретических заданий, а также формирования профессиональных качеств [220]. Для организации учебной деятельности студентов по овладению основными темами высшей математики как фундамента для применения математического моделирования в техническом конструировании, а также изучения компьютерного моделирования на практических занятиях необходима основательная подготовка преподавателя, которая учитывает такие условия:

– углубленное повторение теоретического материала должно содержать элементы новизны (это могут быть эвристические ситуации);

– задачи, которые решаются на практическом занятии помимо основного своего назначения – расширять и углублять теоретические знания, показывать их практическое значение должны содержать эвристическую составляющую;

– при решении прикладных задач важно использовать систему наводящих вопросов, эвристических подсказок, наведений и обучать их созданию студентов.

На практикумах по решению задач отрабатываются изобретательские приемы и средства, формирующие эвристическое мышление, решаются познавательные задачи, создаются собственные оригинальные задачи.

Такая форма проведения занятия как ***семинар*** формирует у студентов умения анализировать факты и явления, сравнивать и систематизировать приобретенные знания, а это очень важно для подготовки студентов к профессиональной инженерной деятельности и овладения приемами математического моделирования.

Семинарские занятия обеспечивают развитие творческого профессионального мышления, познавательной мотивации и профессионального использования знаний в учебных условиях. Профессиональное использование знаний – свободное владение языком математики, то есть точное оперирование терминами, понятиями, определениями, отмечает Н.В. Бровка необходимыми для построения технической модели [22] и наоборот, когда предлагается готовая модель и студенту необходимо ее распознать [12; 15].

Семинары бывают различных видов, однако для нашего исследования особую актуальность имеет эвристический семинар. Эвристический семинар – это форма занятий, которая обеспечивает создание обучаемыми личных образовательных продуктов [205]. Мы используем в своей методической системе следующие виды семинаров – эвристические беседы, семинары доклады, семинар-диспут, вводный семинар; семинар с применением ИКТ и др. [204]. Важно в систему вопросов семинарского занятия включать задачи эвристического характера, которые побуждают к дискуссии, активному обсуждению, о чем пойдет речь в п. 4.2.

Лабораторная работа – одна из форм организации педагогом учебной деятельности обучаемых, в которой доминирует их практическая деятельность, осуществляемая на основе специально разработанных заданий. Лабораторные работы, отмечает Е.А. Широкова, дают возможность глубоко и наглядно изучить механизм применения теоретического материала [387]. Автор выделяет три типа лабораторных работ по математики в обшеобразовательной школе с использованием ИКТ.

1. *Демонстрационные.* Учитель сам выполняет работу с помощью ИКТ, ученики лишь наблюдают за ее выполнением, делают самостоятельные выводы.

2. *Фронтальные.* Учитель показывает ученикам, как нужно выполнять работу, затем ученики самостоятельно ее выполняют с использованием аналогичных моделей, после чего обсуждается результат и делаются общие выводы.

3. *Самостоятельные.* Ученики полностью самостоятельно выполняют работу в качестве зачетного или творческого задания; в основе проведения самостоятельных лабораторных работ по математике лежит метод проектов [387].

Основная дидактическая цель лабораторной работы по высшей математике – овладение техникой эксперимента, выработки умений решать прикладные технические задачи путем построения математической модели и ее решения [357]. Ценность лабораторных работ в том, что они являются объединяющим звеном теории и практики, учат студентов выдвигать различные гипотезы, предположения, делать выводы. По дисциплине «Математика» нами разработаны лабораторные работы демонстрационного и фронтального типов с применением современных средств ИКТ. Выбраны разделы:

- линейная алгебра, векторная алгебра;
- аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве;
- введение в математический анализ, дифференциальное и интегральное исчисления функции одной и нескольких переменных;
- обыкновенные дифференциальные уравнения.

Процесс развития науки и техники, основанный на моделировании, требует усовершенствования математических основ, позволяющих: моделировать, разрабатывать алгоритмы, использовать фундаментальные вопросы вычислительной техники, оценивать достоверность моделей при количественной оценке, анализе и оптимизации. То есть расширяется область применения математического моделирования особенно в части инженерных исследований. Поэтому лабораторные работы по построению математических моделей и формам их представления проводятся в основном в таких дисциплинах, как «Прикладная математика», «Методы обработки статистических данных», «Системная инженерия» и др.

При обучении приемам математического моделирования такая форма организации учебного процесса, несомненно, полезна, особенно, когда предлагаются интегрированные лабораторные работы, для проведения которых используются знания, умения и результаты анализа изучаемого объекта, методами других наук, других специальных дисциплин. Такие работы будут описаны нами в разделе 4.

В настоящее время с появлением цифровой дидактики активно обсуждается проблема применения такой организационной формы как *перевернутое обучение.* В цифровых технологиях школьного обучения XXI века появилось понятие перевернутый класс, как смешанная форма обучения, при которой учитель предоставляет материал для самостоятельного изучения дома, а на очном занятии проходит практическое закрепление материала [426; 429].

Перевернуть обучение означает:

- вместо домашнего задания учащиеся смотрят короткие видео-лекции в сети – самостоятельно проходят теоретический материал;
- всё аудиторное время, когда учитель или преподаватель рядом, используется для совместного выполнения практических заданий.

Понятие «перевернутое обучение» обсуждают и к высшей школе (например, [90; 396]). В данном случае в него можно включить дистанционные технологии, применяемые особым образом. А именно:

– традиционные лекции не планируются, они полностью заменяются текстами (при дистанционной форме обучения, например, в разработанных курсах в системе Moodle), а затем студенты под руководством преподавателя на практических занятиях усваивают изученный материал, закрепляют и применяют его. Как отмечают некоторые преподаватели – это уменьшает аудиторную нагрузку лектора, такая форма работы позволяет общаться с малочисленной группой студентов, и дает студентам больше свободы [9];

– преподаватели записывают свои видео-лекции, выкладывают на Интернет-ресурсах, студенты самостоятельно их прорабатывают, а затем коллективно обсуждают неясные вопросы, при этом, по нашему мнению, вопросы студентов являются более осознанными, они с удовольствием участвуют в проводимых занятиях [48].

Во время пандемии COVID-19 в 2020 году нами применялась такая форма обучения. Однако у студентов первого курса в процессе обучения высшей математике были значительные трудности в самостоятельном изучении лекций, выкладываемых преподавателями. Без объяснения лектором трудно воспринимать неизвестный математический материал. Мы считаем, что необходима смешанная форма обучения математическому моделированию, но в виде эвристических лекций онлайн, а затем в обязательном порядке в виде проработки учебного материала под руководством преподавателя и средств ИКТ, так как первокурсники еще не адаптированы к образовательному процессу в высшей школе. Что касается студентов вторых и старше курсов, организация перевернутого обучения вполне возможна.

В качестве примера, остановимся на организации одной из тем в виде перевернутого обучения, применяемой нами по дисциплине «Прикладная математика» для студентов направления подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов. В процессе обучения прикладной математике рассматривается классическая модель «Бродячий торговец (коммивояжер)» с поиском самого выгодного замкнутого маршрута, проходящего через сеть заданных точек (пунктов) [41, с. 438]. Лекцию студентам по теме «Метод ветвей и границ» предлагаем изучить самостоятельно, она представлена в дистанционном курсе, созданном в среде Moodle. Студенты должны проработать лекционный материал, ответить на ряд вопросов, которые проверят их сознательное погружение в изучаемую тему. Вопросы для студентов следующие:

1) дать оценку понятию «комбинаторная оптимизация»;

2) дать оценку понятию верхняя граница задачи;

3) дать оценку понятию нижней границы для подмножеств;

4) продолжить следующее высказывание: если нижняя граница для одного подмножества больше верхней границы, то ………;

5) как строятся матрицы уменьшенных расстояний;

6) дать оценку этапам построения нижних границ;

7) охарактеризовать математическую модель «Метод ветвей и границ»;

8) в чем состоит алгоритм выбора начала движения;

9) обосновать различия в использовании бинарного разбиения и произвольного разбиения в методе ветвей и границ;

10) дать оценку этапам построения дерева маршрутов в методе ветвей и границ;

11) обосновать возможность использования модели «Коммивояжёр» применительно к вашей специальности;

12) проанализировать этапы реализации метода ветвей и границ применительно к организации перевозок и управлению на автомобильном транспорте.

Студентам предлагается следующее задание:

- проработать лекционный материал по данной теме;
- ответить на вопросы;
- составить список проблемных вопросов, необходимых для обсуждения на практическом занятии в традиционном формате обучения.

Аудиторное занятие начинается с постановки проблемы:

какой самый выгодный замкнутый маршрут нужно выбрать, проходящий через сеть заданных точек (пунктов)?

Многие студенты сразу предлагают использовать «Google maps» («Яндекс карты») с интуитивно понятным интерфейсом определения начального, конечного и промежуточных пунктов, с автоматическим поиском оптимального маршрута. Некоторые обучающиеся предлагают идентификацию матрицы расстояний, как массив данных с последующей обработкой матрицы в качестве массива данных. Происходит обсуждение, высказывание гипотез, что говорит о том, что будущие инженеры активно используют теоретический материал для создания модельных ситуаций.

Продолжая эвристический диалог со студентами, мы ставим новую проблемную ситуацию:

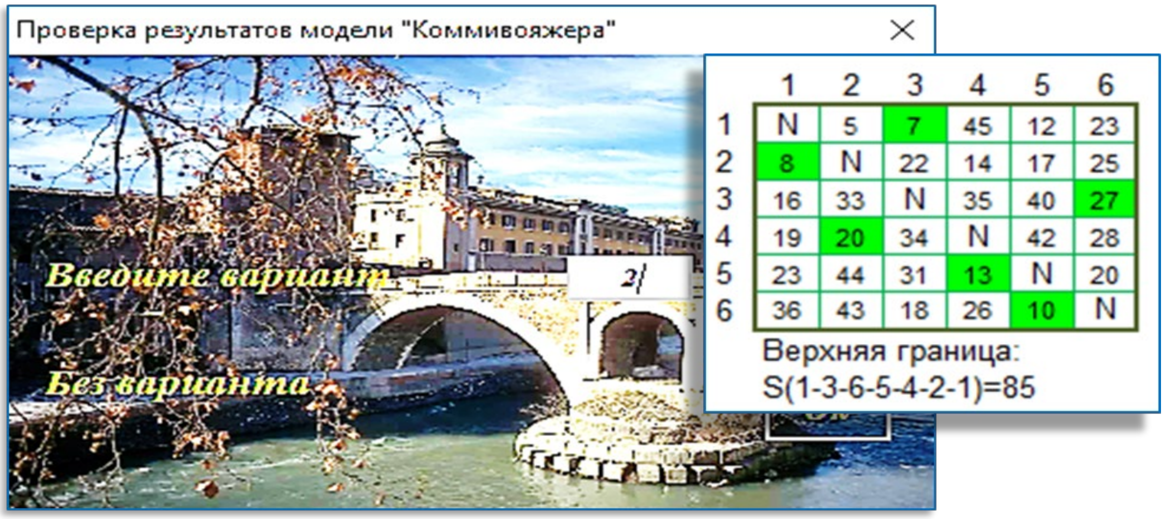
можно ли получить заданную матрицу расстояний большой размерности (big data)?

Многие студенты отвечают, что это приведет к трудоемкости даже с точки зрения компьютерного исполнения, машинного перебора при поиске всевозможных замкнутых маршрутов с последующим определением оптимального (минимального) маршрута. Некоторые студенты, которые предложили данную технологию, соглашаются с проблематичностью обработки big data.

Преподавателем приводятся всевозможные примеры из «численных методов» (например, используя методы «дихотомии», «хорд» и др.), где существенным образом удаётся сократить количество итераций (в «итерационных методах»).

На основании обсуждения и представленных примеров делается вывод о том, что необходимо найти (применить) такой метод, который бы существенным образом сократил число итераций (переборов вариантов обхода). То есть преподаватель подводит студентов к идее использования метода ветвей и границ, суть которого состоит в определении верхней границы, нижних границ для подмножеств с последующим применением утверждения: если нижняя граница на данном подмножестве исходного множества больше верхней границы, то решение находится в противоположном подмножестве.

Таким образом, мы сформировали в сознании студента четкий алгоритм действий (вычислений), реализацию которого предоставляем в разработанной нами лабораторной работе «Модель коммивояжёра» (рис. 3.3).

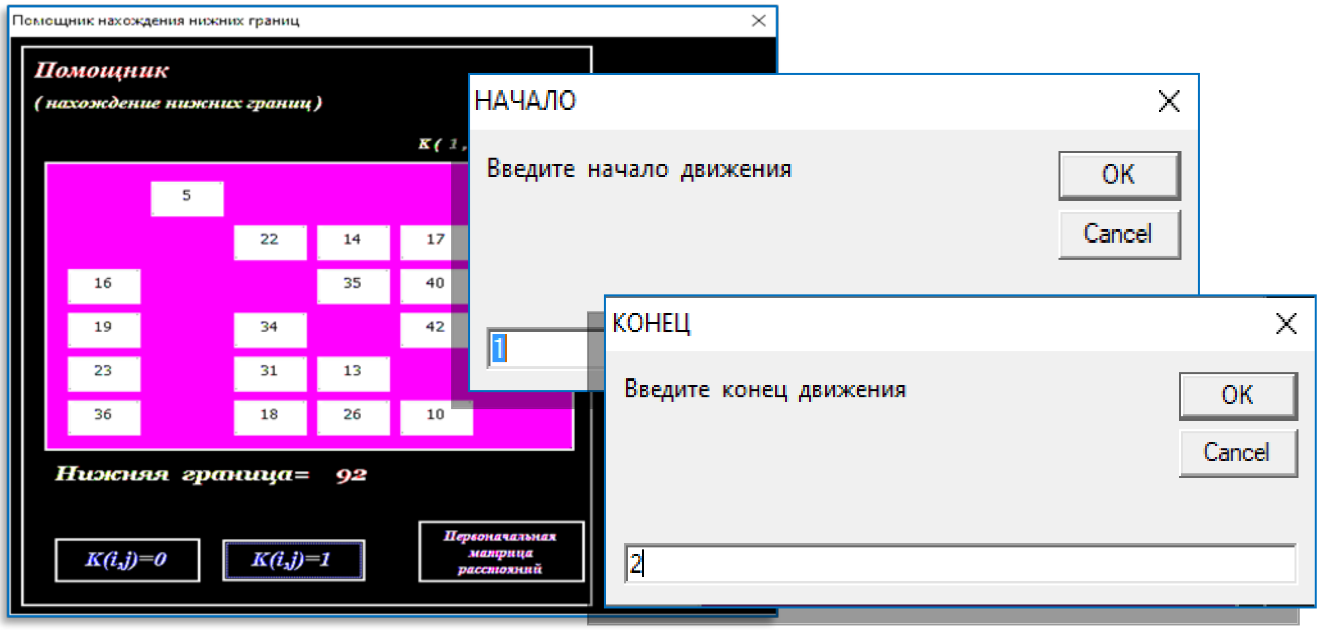


	1	2	3	4	5	6
1	N	5	7	45	12	23
2	8	N	22	14	17	25
3	16	33	N	35	40	27
4	19	20	34	N	42	28
5	23	44	31	13	N	20
6	36	43	18	26	10	N

Верхняя граница:
S(1-3-6-5-4-2-1)=85

Рисунок 3.3 – Заставка лабораторной работы «Модель коммивояжёра»

Верхней границей можно взять любой допустимый маршрут. Для вычисления нижних границ мы предлагаем использовать «Автомат просчета нижних границ» (рис.3.4).



	5			
		22	14	17
16			35	40
19		34		42
23		31	13	
36		18	26	10

Нижняя граница= 92

Введите начало движения: 1

Введите конец движения: 2

Рисунок 3.4 – Автомат просчета нижних границ

Студенты начинают выполнять лабораторную работу, реализуя метод ветвей и границ применительно к комбинаторным моделям.

В результате выполнения лабораторной работы студенты получают результат в виде дерева решения (рис. 3.5).

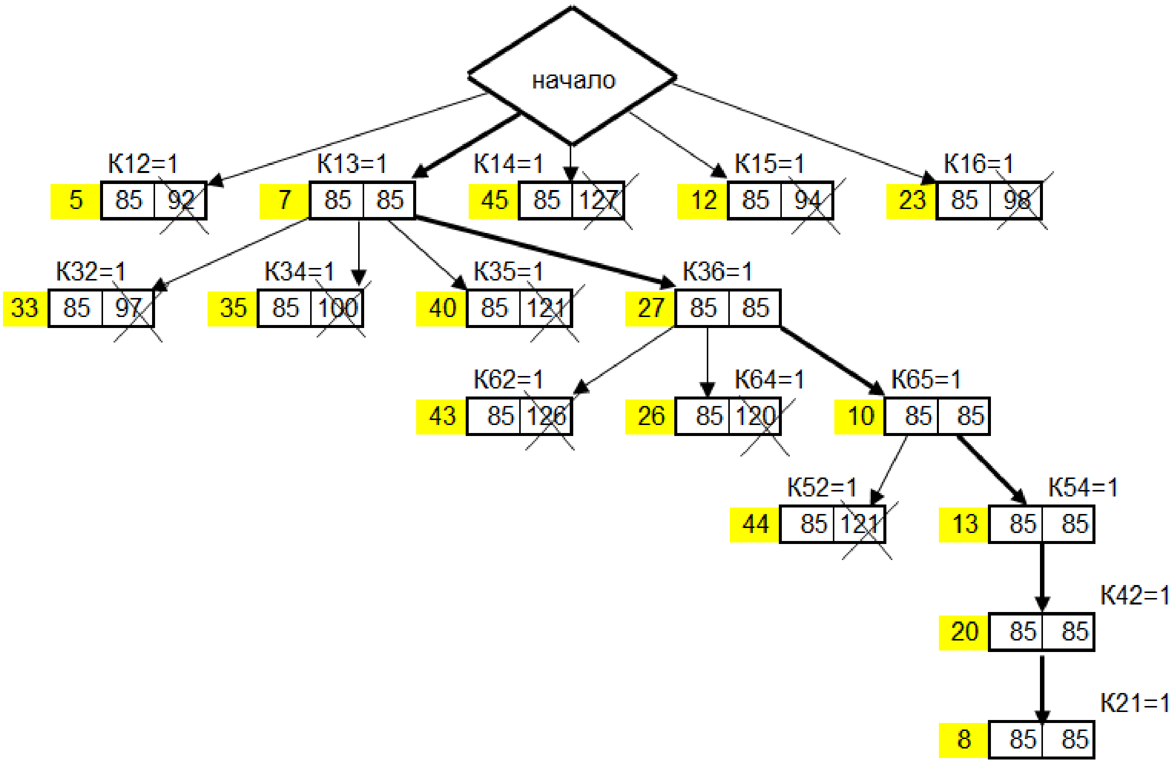


Рисунок 3.5 – Дерево поиска оптимально-минимального маршрута

Необорванных ветвей больше нет (все зачеркнули), таким образом, найденный маршрут является минимальным.

Основной задачей, по нашему мнению, лабораторной работы «Модель коммивояжёра» является не получение изначально итогового решения, а последовательная работа по реализации метода ветвей и границ применительно к комбинаторным моделям. Для самопроверки выполненного задания студенту предлагается макрос автоматического поиска оптимально-минимального маршрута.

Таким образом, важным шагом, который могут предпринимать преподаватели высшей технической школы, является внедрение перевернутого обучения тем дисциплинам, которые формируют исследовательский характер будущего инженера, направлены на овладение ими профессиональными компетенциями по выбору и использованию математических моделей, необходимых в проведении технических исследований. Организация такой формы обучения математическому моделированию несомненно повышает эффективность инженерного образования.

К организационным формам обучения относится и самостоятельная работа студентов (СРС). В современном образовательном процессе СРС рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда [89]. Организуемая в техническом высшем учебном заведении самостоятельная работа может носить, отмечает Г.Б. Никонова, как эпизодический (отельные темы, задания, проекты), так и перманентный характер. В последнем случае самостоятельная работа становится одной из ведущих форм организации учебного процесса [244].

В рамках образовательного процесса в техническом вузе СРС решает следующие задачи:

– закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;

– приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;

– формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;

– развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;

– развитие навыков самоорганизации;

– формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

– выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности [284].

На основе анализа работ по педагогике высшей школы (например, [44; 267; 270; 311; 322; 372]) мы выделили самостоятельные работы различных уровней:

- самостоятельные работы по образцу – *низкий уровень самостоятельности;*
- самостоятельные работы реконструктивно-вариативного типа – *пороговый уровень самостоятельности;*
- эвристические самостоятельные работы – *продвинутый уровень самостоятельности;*
- внутрипредметные и межпредметные исследовательские самостоятельные работы – *высокий уровень самостоятельности.*

Составляющими самостоятельной и воспитательной работы являются: независимая работа и самообразование студента [372]. Однако, в отличие от самообразования, которое является внутренней потребностью студента и реализуется по собственной инициативе, отмечает Т.С. Максимова, самостоятельная работа – это управляемый процесс, который служит основным целям обучения: усвоению, закреплению, совершенствованию приобретаемых знаний и умений, формированию профессиональных компетенций в рамках программы дисциплины [221].

Таким образом, самостоятельную работу в высшей школе можно рассматривать как профессионально направленную деятельность, выполняемую студентами самостоятельно, под управлением преподавателя, или по заранее составленной программе, или алгоритму действий, в рамках требований учебной программы дисциплины. Самостоятельная работа, по мнению О.Л. Прохоровой, предусматривает последовательное увеличение объема знаний и их качественное усложнение, овладение рациональными методами и приемами в освоении новых способов учебной деятельности [284].

Определим меру независимости студентов в процессе выполнения самостоятельной работы:

– *полная независимость*: студент сам формулирует цель работы, выбирает тему, литературу, изучает ее, контролирует себя с точки зрения сроков и качества работы;

– *частичная независимость:* студенты пользуются рекомендованными учебными пособиями, разработками, планами; для них проводятся консультации, результаты обсуждаются вместе с преподавателем, но при этом сохраняется сущность самостоятельности, т.е. развитие самостоятельного подхода к материалу, активное достижение его сознательного усвоения;

– *неполная независимость:* студенты используют в процессе выполнения самостоятельной работы компьютерные средства обучения, которые представляют собой обучающие тренажеры.

При этом мера независимости выполнения самостоятельной работы не связана с уровнем самостоятельности, описанной нами ранее, она определяется видом заданий, которые студентам предлагаются для ее осуществления.

В настоящее время цифровизация современного образования и основные тенденции развития образовательных технологий компьютерного назначения влияют на управление самостоятельной работой студентов, в процессе которой, высказывают мысль Т.В. Никулина и Е.Б. Стариченко, большое внимание уделяется электронным ресурсам [245]. В этом контексте определяющее значение имеют способы восприятия и обработки знаний. Цифровая трансформация образования происходит от изменения средств к развитию деятельности студентов [294]. В этом смысле и в процессе выполнения самостоятельной работы при использовании цифровых технологий происходит более осознанная деятельность студентов, она характеризуется сосредоточенностью, скоростью и точностью, полнотой и осмысленностью процессов восприятия математических моделей.

В качестве примера рассмотрим организацию самостоятельной работы студентов автомобильно-дорожного института в процессе обучения их математическому моделированию. На этапе изучения дисциплин, являющихся основой для формирования методов математического моделирования, для студентов – будущих инженеров определяются различные виды самостоятельной работы: подготовка к лекциям, семинарам, лабораторным и практическим работам, работа с научной книгой, подготовка научных рефератов, отчетов, а также использование технических средств обучения при самопроверке (автоматизированное рабочее место «Преподаватель – студент») [148].

Обязательные внеаудиторные часы принимают форму «домашних заданий». Например, одной из важных моделей, с которыми знакомятся студенты специальности 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства и направления 23.03.01 Технология транспортных процессов, является «Метод потенциалов». В лекционном курсе дисциплины «Прикладная математика» студенты знакомятся с пошаговой схемой (алгоритмом) модели (рис.3.6) [205].

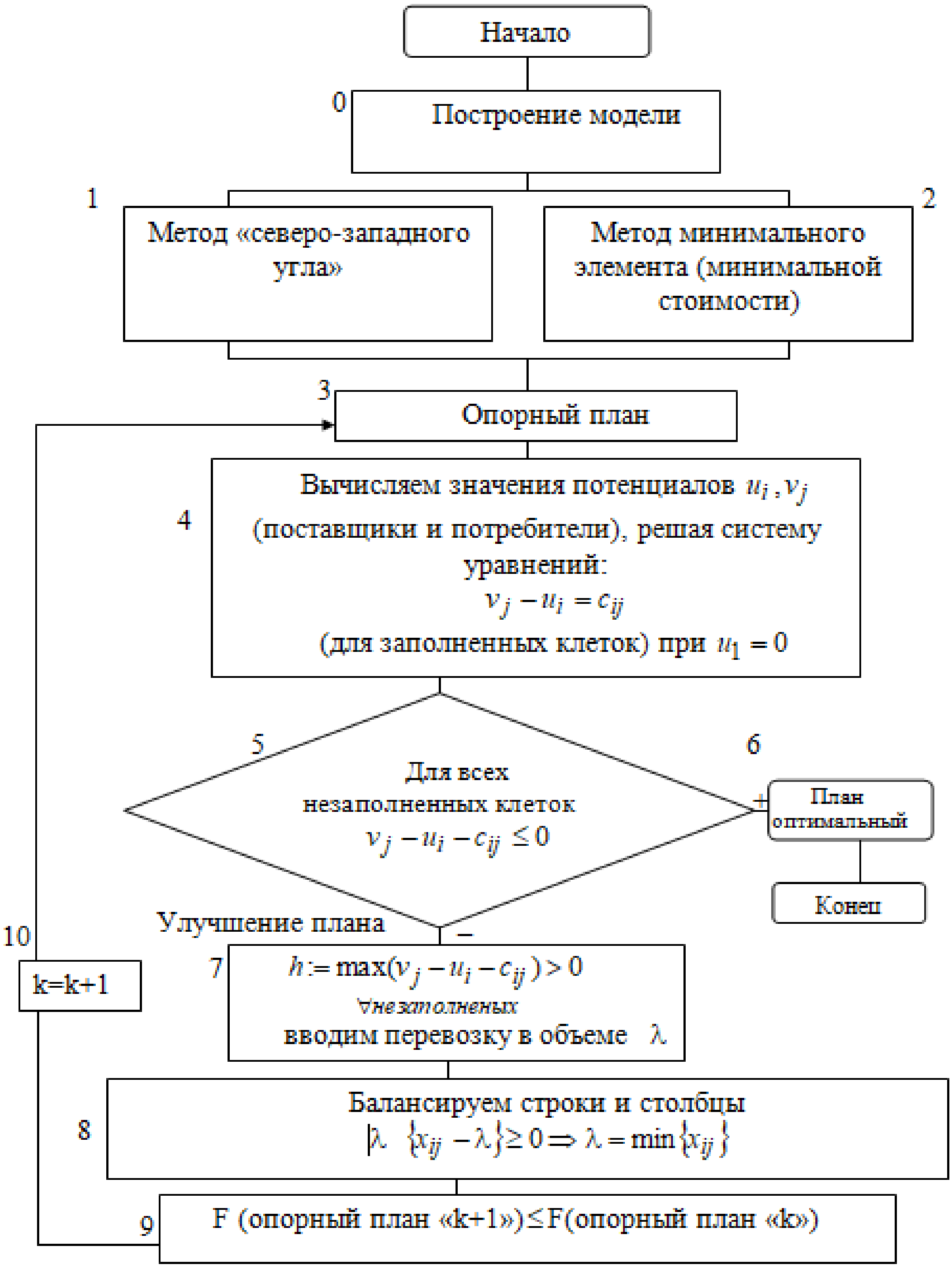
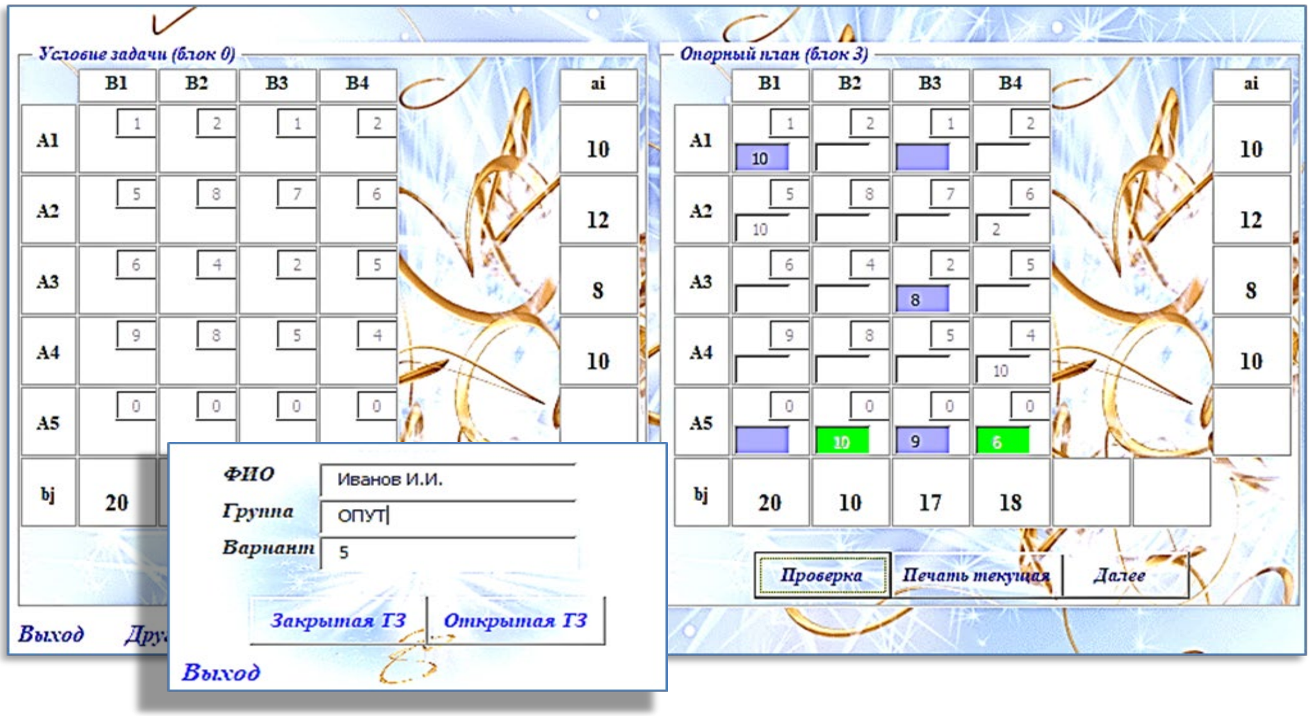


Рисунок 3.6 – Схема алгоритма модели «Метод потенциалов»

Далее каждый студент заполняет Textbox в Form диалогового режима автоматизированного рабочего места «Студент-преподаватель» для получения индивидуального задания для самостоятельной работы (рис.3.7).



Условие задачи (блок 0)

	B1	B2	B3	B4	ai
A1	1	2	1	2	10
A2	5	8	7	6	12
A3	6	4	2	5	8
A4	9	8	5	4	10
A5	0	0	0	0	
bj	20				

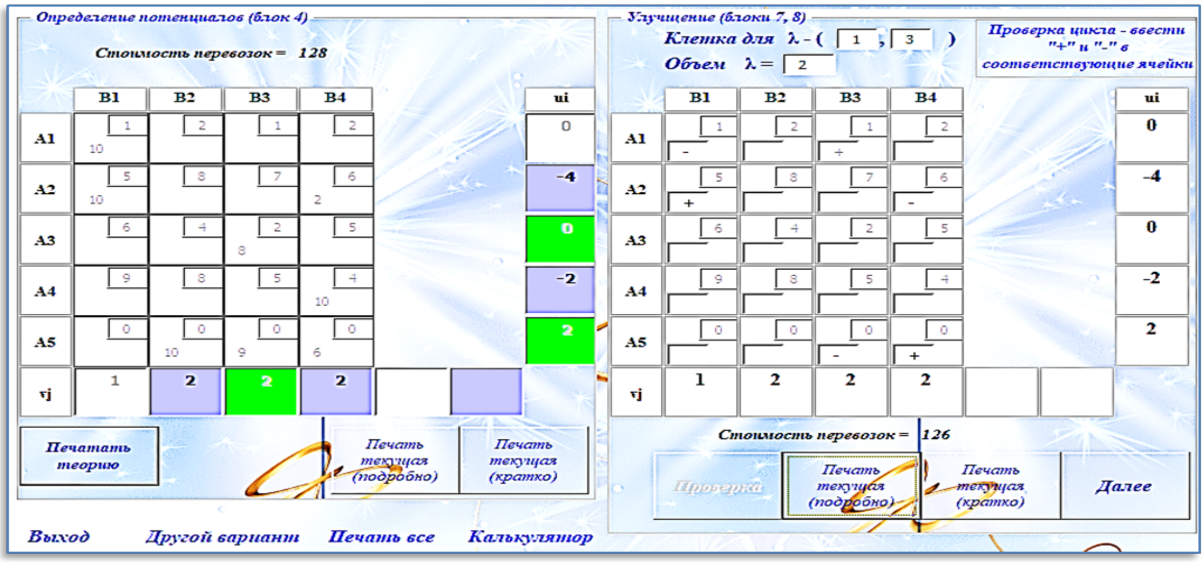
ФИО Иванов И.И.
Группа ОПУТ
Вариант 5

Опорный план (блок 3)

	B1	B2	B3	B4	ai
A1	1 10	2	1	2	10
A2	5 10	8	7	6 2	12
A3	6	4	2 8	5	8
A4	9	8	5	4 10	10
A5	0	0 10	0 9	0 6	
bj	20	10	17	18	

Рисунок 3.7 – Получение варианта СРС и пошаговая реализация схемы алгоритма

Управление СРС осуществляется с использованием АРМ «Студент-преподаватель», где в интерактивном режиме обучающимся предоставляется возможность прохождения каждого шага алгоритма модели (рис. 3.8).



Определение потенциалов (блок 4)

Стоимость перевозок = 128

	B1	B2	B3	B4	ui
A1	1 10	2	1	2	0
A2	5 10	8	7	6 2	-4
A3	6	4	2 8	5	0
A4	9	8	5	4 10	-2
A5	0	0 10	0 9	0 6	2
vj	1	2	2	2	

Улучшение (блоки 7, 8)

Клетка для λ - (1 , 3)
Объем λ = 2

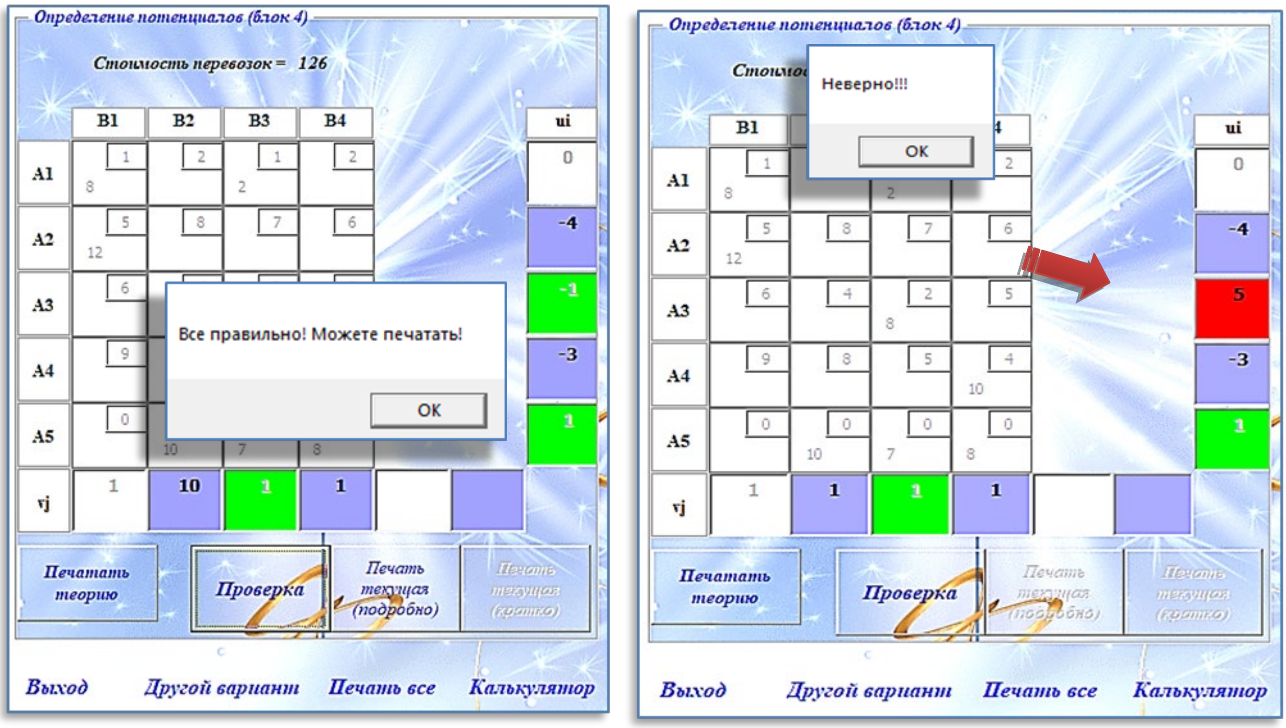
	B1	B2	B3	B4	ui
A1	1 -	2	1 +	2	0
A2	5 +	8	7	6 -	-4
A3	6	4	2	5	0
A4	9	8	5	4	-2
A5	0	0	0 -	0 +	2
vj	1	2	2	2	

Стоимость перевозок = 126

Рисунок 3.8 – Пример выполнения СРС при прохождении блоков 4,7,8

Нами разработана в компьютерной программе АРМ «Система управления самостоятельной работой студента» [204]. Методика работы с данной системой соответствует методическим подходам к управлению эвристической деятельностью обучаемых в условиях развития информатизации образования, описанных Е.И.Скафою [319].

В диалоговом режиме программа сообщает о правильном выполнении задания и текущих ошибках, производя заливку фона Textbox соответственно зелёным и красным цветом (рис.3.9).


Определение потенциалов (блок 4)

Стоимость перевозок = 126

Все правильно! Можете печатать!

Неверно!!!

Рисунок 3.9 – Цветовые подсказки системы управления СРС

Закономерностью восприятия системы управления самостоятельной работой студента является его интерактивное изображение, основанное на обобщении ожидаемой и полученной информации в результате выполнения СРС, т.е. восприятие учебного материала неотделимо от его понимания.

Мы считаем, что при проектировании автоматизированных рабочих мест управления самостоятельной работой студентов особое внимание требуется уделить интерактивной реализации пояснительных действий. Необходимо разделение изучаемого метода математического моделирования на понятные и непонятные составляющие, учитывать разницу между естественным и искусственным языком. Под естественным и искусственным языком мы понимаем систему слов и соответственно систему знаков, которые обозначают определенные понятия. По нашему мнению сложности в понимании чаще всего возникают при анализе и идентификации терминов и конкретных конструкций (моделей) в математическом моделировании [15]. Принятую терминологию можно объяснить с помощью электронных справочников, учебников. Следует использовать дидактические приемы перефразирования основной идеи, интерактивные чертежи, схемы, графики, различного вида «помощники» в системе управления самостоятельной работой студента, использовать пояснительные операции:

- соотношение нового со старым;
- ссылка на конкретные факты (теоремы, леммы, определения);
- группировки фактов, систематизация, классификация;
- абстракция замене объектов - знаков, связей - схем.

В систему управления самостоятельной работой студента мы ввели и тесты на усвоение знаний. Они распределены следующим образом:

- базовый тест, который проводится на занятиях (эпизодический – выборочный);
- самопроверка, проводится студентом самостоятельно (с использованием АРМ);
- письменное воспроизведение материала;
- практический (различные тренировочные упражнения и контрольные задания).

Важную составляющую системы управления самостоятельной работой студента имеет подготовка студентов к лекции, которая включает в себя: просмотр материала предыдущей лекции, рассмотрения темы, программы и контрольных вопросов интерактивных пособий (учебника), выявление вопросов, заслуживающих наибольшего внимания.

При огромной важности, курс лекций еще не обеспечивает полного и глубокого обучения элементам математического моделирования. Это возможно в обобщенном процессе системы управления самостоятельной работой студента. СРС по подготовке к практическим и лабораторным занятиям включает повторение уже имеющегося материала, углубление знаний по теме с использованием рекомендованной литературы и электронных источников, выполнение конкретной задачи (модели и т.д.).

Особое место по нашему мнению в системе управления самостоятельной работой студента занимают лабораторные и практические работы, цель которых является связующее звено между теорией математического моделирования и его практикой [148]. Необходимо проверить применение элементов моделирования на практике с использованием пакетов прикладных программ экспериментально, изучить методы научных исследований. Использование виртуальных лабораторий способствует приближению условий организации учебного процесса в университете к условиям работы на промышленных, производственных предприятиях.

Нельзя забывать, что после выполнения СРС, важное значение имеют способы оценивания самостоятельной работы студентов.

Оценка обучения при управлении самостоятельной работой позволяет обучающимся определить свои сильные и слабые стороны и те виды информации, которые им необходимы для исправления своих недостатков и заблуждений. Для многих слово «оценка» просто означает процесс, с помощью которого преподаватель выставляет оценки студентам. Однако оценка – это гораздо больше, это механизм предоставления данных для улучшения качества изучения материала, а также для мотивации студентов к активному участию в собственном обучении. Таким образом, оценивание обеспечивает важную обратную связь, как для преподавателей, так и для студентов. Его также можно использовать для предоставления преподавателям и академическим отделам рекомендаций по улучшению преподавания, содержания курса и структуры учебной программы дисциплины.

Мы считаем, что для эффективного управления самостоятельной работой студентов необходимо:

1.Разработка ожидаемых результатов обучения студентов для индивидуального курса обучения, включая лабораторные навыки.

2.Определение момента в образовании студента, в котором обучаемый должен развить указанные знания и навыки.

3.Включение указанных результатов обучения в формулировку целей соответствующих курсов.

4.Выбор или разработка соответствующих стратегий оценки для проверки усвоения студентами указанных знаний и умений.

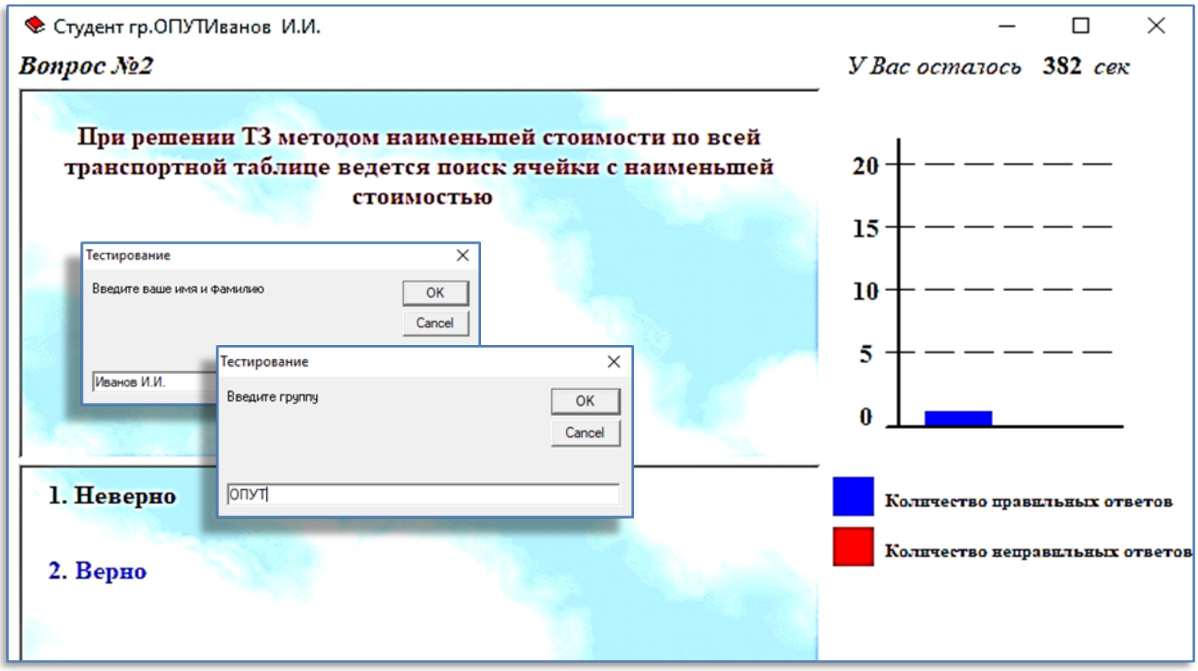
5.Использование результатов оценивания для предоставления формирующей обратной связи отдельным обучающимся, а также для улучшения учебной программы и обучения.

6.Корректировка ожидаемых результатов обучения, если это необходимо, и повторная оценка обучения.

Такой процесс может привести к постоянному совершенствованию учебной программы дисциплины при самостоятельной работе студентов. Например, полезная и регулярная обратная связь студентов позволяет вносить коррективы в середине курса в такие области, как организация, методы обучения, а также вводить или изменять мероприятия, предназначенные для улучшения обучения.

Так в системе управления самостоятельной работой студента нами предусмотрен промежуточный тест – контроль по пройденному этапу самостоятельного обучения (рис.3.10).

Благодаря самоконтролю авторской системы управления самостоятельной работой студента по дисциплине «Прикладная математика» познавательная и практическая деятельность студентов становится целенаправленной, творчески осмысленной, содержательной в освоении математического моделирования. В процессе обучения студентов математическому моделированию предлагаем организовывать различные виды СРС, которые описаны нами в разделе 4.



Студент гр.ОПУТИванов И.И.

Вопрос №2

У Вас осталось 382 сек

При решении ТЗ методом наименьшей стоимости по всей транспортной таблице ведется поиск ячейки с наименьшей стоимостью

Тестирование

Введите ваше имя и фамилию

Иванов И.И.

Тестирование

Введите группу

ОПУТ

1. Неверно

2. Верно

🟦 Количество правильных ответов

🟥 Количество неправильных ответов

Рисунок 3.10 – Тестовая форма промежуточного оценивания СРС

Таким образом, в качестве методических требований к организационным формам обучения, на которых происходит формирование умений у студентов составлять математические модели и решать технические задачи с их помощью, должно стать: побуждение студентов предлагать идеи, сталкивать разные взгляды, выдвигать альтернативные объяснения, предположения; обеспечение возможности исследовать различные предположения в свободной и ненапряженной обстановке, путем обсуждения исследуемой проблемы в группах; предоставление возможности применять новые представления в отношении широкого спектра явлений и ситуаций.

3.4. Методы обучения математическому моделированию на основе информационно-коммуникационных технологий

К современному специалисту в области инженерии и технических наук предъявляются требования не просто как носителю конкретных знаний, а как человеку, обладающему профессиональной готовностью использовать приемы математического моделирования в процессе проектирования и решения технических задач. В высшей школе на инженерных направлениях подготовки студентов развить у них умения использовать математические модели позволяет специальная система инновационных методов обучения [101; 212; 232; 233; 343].

На основе педагогических и методических подходов к внедрению методов обучения рассмотрим те из них, которые целесообразно заложить как в учебный процесс по высшей и прикладной математике, где происходит первое знакомство с математическими моделями, описывающими техническое конструирование, так и профессиональные дисциплины, в которых на основе математического моделирования описываются различные подходы к их внедрению. Особая роль отводится при этом обучению математическому моделированию на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

Результат образовательного процесса по обучению студентов – будущих инженеров математическому моделированию существенно зависит от выбора ***методов обучения.*** Правильно подобранные методы способны благоприятно влиять на процесс обучения, ошибки или халатность преподавателя в данном вопросе, отмечает Е.А. Горбунова, понижают эффективность обучения [61].

Методы – это совокупность путей, способов, приёмов достижения цели деятельности. Дидактические методы – это способы совместной теоретической и практической деятельности преподавателя и обучаемых по достижению дидактических целей и задач [319].

Выбор методов обучения определяется:

1. Закономерностями и вытекающими из них принципами обучения.
2. Целями и задачами обучения.
3. Содержанием и методами данной науки вообще и данной дисциплины, темы в частности.
4. Учебными возможностями студентов:
   - 4.1) возрастными (физиологическими, психологическими);
   - 4.2) уровнем подготовленности (образовательной и воспитательной);
   - 4.3) особенностями студенческого коллектива.
5. Особенностями внешних условий.

6. Возможностями самих преподавателей, обеспечивающих учебный процесс: их предшествующим опытом, знанием типичных ситуаций обучения [68].

При планировании методов обучения полезно учитывать следующее:

1) особенности материала каждой темы: одни понятия требуют объяснения, толкования их сути, другие – постановки проблемы, третьи – использования наглядности и др;

2) отрицание универсальности того или другого метода, организационной формы или средства обучения: в отдельности взятое одно из них не может оказывать содействие полноценному усвоению знаний или формированию навыков и умений;

3) изменение видов, способов деятельности, связанных с разнообразием методов обучения, благодаря чему обеспечивается более продуктивная познавательная деятельность студентов. Все применяемые методы должны оказывать содействие активной познавательной деятельности студентов [350].

В настоящее время существует множество способов классификации методов обучения, но более популярной является классификация, отражающая виды занятий, что в наибольшей степени соответствует процессу обучения в высшей технической школе. К таким методам обучения относят:

1. Теоретико-информационные (устное логически целостное изложение учебного материала, диалогически выстроенное устное изложение, дискуссия, рассказ, объяснение, бригадный метод, консультирование, демонстрация).

2. Практико-операционные (представляют собой упражнения, тренировки, алгоритмы, решение задач, опыт, эксперимент, познавательные или деловые игры).

3. Поисково-творческие (наблюдение, опыт, эксперимент, эвристический диалог, лабиринт, «мозговой штурм», «аквариум», «думай, слушай, предлагай» и др.).

4. Методы самостоятельной работы обучающихся (чтение, программированный тренаж, видеолента, экспертиза, слушание, конспектирование,

упражнения, решение задач и проблемных ситуаций, опыт, эксперимент).

5. Контрольно-оценочные методы (предварительный экзамен, «экспресс», «блиц», устное выступление, ответ с места (во время занятия), контрольная работа, опыт, упражнения, устный опрос, тестирование, программированный контроль, семинар) [61].

Не менее важным в высшей технической школе является формирование знаний студентов об основных этапах экспериментального метода. Вначале будущие инженеры проводят учебные эксперименты в рамках изучения фундаментальных дисциплин, затем при обучении профессиональным предметам и, наконец, обращаются к исследовательским экспериментам в научно-исследовательской работе. Обращаясь к данному методу, необходимо понимать его структуру.

Выделяют следующие этапы в структуре экспериментального метода исследования:

- предварительное накопление знаний об объекте исследования (чаще всего является результатом подготовительного целенаправленного наблюдения за объектом исследования в естественных условиях или результатом предыдущего эксперимента);
- уточнения фактов, явлений, процессов, которые требуют объяснения, экспериментально-теоретического обоснования;
- формулировка гипотезы, объясняющей факты, процессы и наблюдаемые явления;
- разработка программы эксперимента (серии опытов с целью проверки гипотезы) осуществления эксперимента;
- обработка результатов эксперимента;
- теоретическое осмысление и обобщение результатов эксперимента.

Понятно, что эти этапы организации исследовательской деятельности студентов по применению экспериментального метода выделены в некоторой степени условно, они не всегда выполняются друг за другом. Однако такой метод особенно важно применять в образовательном процессе, обучая будущих инженеров моделировать реальные процессы.

В настоящее время в современной методике обучения в высшей школе актуальным является применение активных методов обучения.

Активные методы обучения – это такие методы, которые предполагают равнозначное участие преподавателя и студентов в учебном процессе. То есть, обучающиеся выступают как равноправные участники и создатели занятия. На наш взгляд, такие методы наиболее приемлемы при обучении математическому моделированию. Они активизируют познавательную и творческую деятельность студентов при решении поставленных задач и, как отмечает Т.Ю. Полякова, соответствуют современным тенденциям развития инженерной педагогики [270].

Активные методы обучения, отмечают Е.В. Гриб, Е.Н. Коломоец и В.В. Латышева, бывают неимитационные и имитационные (игровые и неигровые) [66]. На рисунке 3.11 показана классификация активных методов обучения.

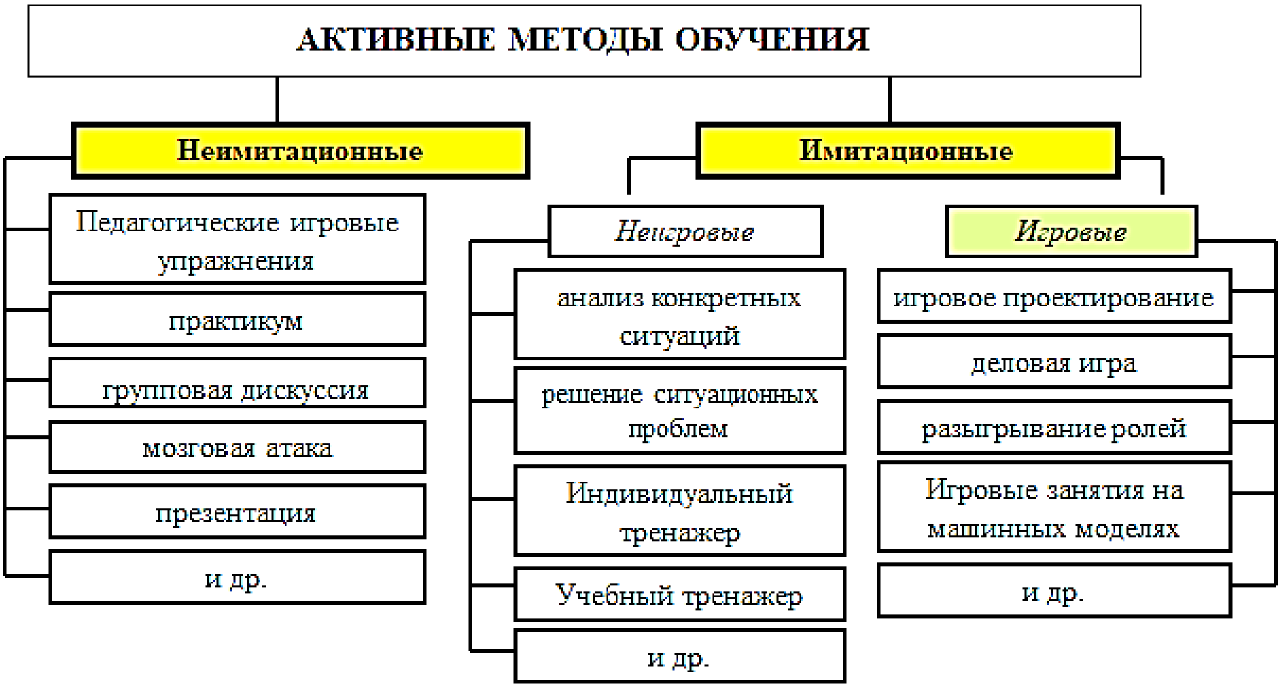


Рисунок 3.11 – Классификация активных методов обучения

Для каждого этапа учебного процесса можно использовать определенные активные методы обучения математическому моделированию, которые позволяют наиболее эффективно решать конкретные задачи этапа обучения, при этом развивая мыслительные операции обучаемых посредством их использования в курсе математики [2]. Например, эвристическая беседа, которую полезно организовывать на практических занятиях по высшей математике, отрабатывая умения строить математические модели реальных инженерных процессов, является одним из наиболее эффективных активных методов обучения [326].

Суть эристической беседы заключается в формулировании преподавателем таких наводящих вопросов студенту, которые помогут подвести его к пониманию прикладной ситуации, представленной в задаче, формализировать ее, перевести на язык математики, построить модель, решение которой происходит с помощью математического аппарата, которым владеет студент, решив математическую задачу, перейти к интерпретации результата.

Преимуществом эвристической беседы является максимальное невмешательство педагога в процесс познания, анализа и решения поставленной задачи, как результат, студент самостоятельно овладевает необходимыми навыками решения подобных задач, основываясь исключительно на личном опыте.

Например, в процессе изучения студентами – будущими инженерами элементов аналитической геометрии, предлагается задача.

***Задача**. Тяжелую балку длиной l спускают на землю так, что ее нижний конец прикрепляется, а верхний держится канатом, который намотан на ручку вагонетки. Какую линию описывает при этом произвольная внутренняя точка M(x, y) балки?*

Особенность этой задачи состоит в том, что она содержит избыточные данные, при ее решении студенты должны самостоятельно сделать дополнительные построения (опустить) перпендикуляры на оси, ввести вспомогательные переменные, сформулировать задачу на математическом языке, введя функцию заданную параметрически, применить координатный метод.

Эвристический диалог заключается в том, что преподаватель подводит обучающихся к поиску решения, предлагая различные варианты помощи.

– Можно ли имея данное условие «развить задачу»? Предлагаю решить задачу для разных положений точки *M,* когда она совпадает с концами балки, лежит на ее середине. Отвечает ли результат общей формуле? (Сильным студентам такая подсказка достаточна. Они могут справиться с заданием самостоятельно).

– Можно ли «моделировать условие»?

– *Каким образом?* (Задают вопрос студенты).

– Сделайте дополнительные построения и введите дополнительные обозначения. (Средним студентам такой диалог поможет дальше решить задачу самостоятельно).

– Достаточно ли наводящих вопросов вы получили?

– *Нет, мы не справимся* (ответ слабых студентов). *Нужен алгоритм решения.*

– Хорошо. С чего начать решение задачи? Какое первое действие вы бы выполнили?

– *Давайте введем систему координат.*

– Как правильно выбрать систему координат? Что нужно учитывать?

– *Нужно учесть, что нижний конец балки прикреплен, поэтому можно начало координат выбрать в точке конца балки.*

– Как в выбранной системе координат представить нашу балку? Можно применить эвристический прием «Нарисуй картинку»?

– *Да, выполним построение* (рис.3.12).

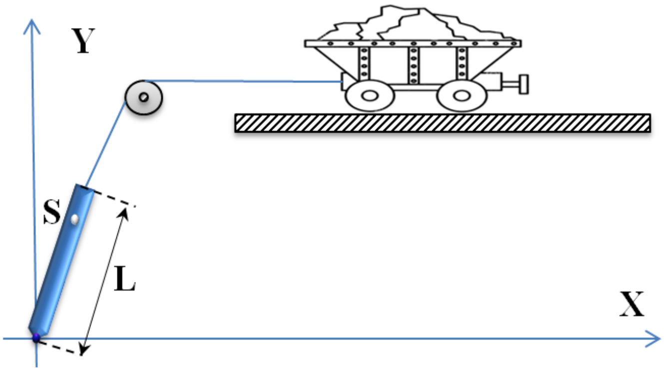


Рисунок 3.12 – Эвристический прием «Нарисуй картинку»

– Какой параметр можно ввести в рассмотрение?

– *Можно ввести угол t (между отрезком балки и осью Ox).*

– Почему угол в качестве параметра максимально упрощает задачу?

– *Мы, таким образом, можем составить уравнение линии, которая описывает точка М.*

– Какими тригонометрическими формулами следует воспользоваться, чтобы определить координаты точки $M(x, y)$?

– $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases}$

– Какие условия нужно наложить на величину a и угол t?

– $a \leq l;\ \ t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$

– Молодцы. Как правильно определить часть общего уравнения траектории точки $M(x; y)$?

Решая задачу, студенты приходят к выводу о том, что математической моделью является четверть окружности радиусом a, где a – расстояние между точкой M и нижним концом балки:

$$x^2 + y^2 = a^2.$$

Но существует и недостаток эвристической беседы – зачастую, студенты неспособны самостоятельно решить до конца поставленную задачу, поэтому, высказывает мысль Е.И. Скафа, преподавателю необходимо предоставить обучающимся профессиональную поддержку [326].

К профессиональной поддержке занятий по обучению математическому моделированию можно отнести использование таких методов обучения студентов как: анализ конкретных ситуаций, использование кейс-проектов, дидактические игры, метод гипотез, метод проб и ошибок и др. Источниками данных методов являются методы технического конструирования, созданные такими исследователями, как Э. Боно, Г. Буш, К. Делоне, А. Осборн, Ф. Ханзон, Ф. Цвикки и др. Систематизацию методов и представление их в учебном процессе выполнил Г.С. Альтшуллер в своем труде «Теория решения изобретательских задач». Как утверждают Н.Д. Цхадая и Д.Н. Безгодов, использование методов технического конструирования актуально в ценностно-акцентированном инженерно-техническом образовании [377].

К ним относят:

- морфологический анализ (Ф. Цвикки);
- синектики (В. Гордон);
- метод организующих понятий (Ф. Ханзен);
- метод контрольных вопросов, метод аналогии (Д. Пойя);
- метод «мозгового штурма» (А. Осборн);
- алгоритм решения изобретательских задач (Г. Альтшуллер);
- метод гирлянд и ассоциаций (Г. Буш);
- метод расчлененного проектирования, метод ликвидации безвыходных ситуаций, метод трансформации системы (К. Делоне);
- латеральное мышление (Е. де Боно) и др. [7; 20; 31; 411; 416; 417].

Преподавателю высшего учебного заведения сегодня, по нашему мнению, необходимо глубоко осмыслить это наследие и творчески использовать ее в конструировании своей деятельности. Например, метод морфологического ящика или метод многомерных матриц (Ф. Цвикки) является способом отыскания новых оригинальных идей путем образования различных комбинаций из известных и неизвестных элементов. В процессе обучения высшей математике мы используем этот метод в виде «матрицы взаимосвязи», описанной Е.И.Скафой [330]. Этот метод позволяет находить связи между элементами свойств функций и их производных. Приведем конкретный пример. При исследовании функции выясняется:

(0.1) область определения;

(0.2) область значения;

(0.3) симметрия;

(0.4) непрерывность;

(0.5) дифференцированность;

(0.6) нули;

(0.7) промежутки знакопостоянства;

(0.8) интервалы монотонности;

(0.9) экстремумы;

(0.10) периодичность;

(0.11) поведение на границе области определения;

(0.12) выпуклость и точки перегиба.

Соответствующие элементы поведения производной этой функции можно обозначить (1.1), (1.2) и т.д.; элементы поведения второй производной обозначают (2.1), (2.2) и др. Сопоставления пар элементов поможет сконструировать различные вопросы (порой неожиданные).

Например.

1. Обязательно производная периодической функции будет функцией периодической? (Связь 0.10 – 1.10).

2. Если функция в некоторой точке достигает максимума, обязательно ли можно указать такую окрестность этой точки, что слева от нее функция возрастает, а справа убывает? (Связь 0.9 – 0.8).

Конструирование студентами подобных заданий позволяет им свободно ориентироваться в изучаемом математическом материале, понимая при этом какие математические модели можно построить, имея прикладную задачу.

Другим примером работы методов технического конструирования может служить метод латерального мышления, который ввел доктор философии, психологии и медицины Эдвард де Боно [21]. Он определил его как процесс обработки информации для развития творческих способностей и интуиции. Идея состоит в том, что латеральному мышлению можно научиться, навыки его можно усвоить так же, как и приемы решения математических задач. Наш мыслительный аппарат обрабатывает информацию вполне устойчивым способом, который является эффективным и имеет немало практических преимуществ. Однако у него есть и недостатки. В частности, мыслительный аппарат легко создает концептуальные модели, но трудно перестраивает их, когда появляется необходимость в модернизации. На помощь приходят эвристические приемы, которые можно использовать в качестве генерации идей, они направлены на создание как можно большего количества альтернативных решений, что очень важно при поиске математической модели. Среди таких приемов особое значение имеют «модификация», «переформулировка», «аналогия», «прием симметрии», «введение вспомогательных элементов», «рассмотрение предельных случаев» и др, описанные Л. Ларсоном [417].

Полезно выделить при обучении математическому моделированию и метод мозгового штурма (А.Осборн [424]). Основная задача метода – сбор как можно большего числа идей в результате освобождения участников обсуждения от инерции мышления и стереотипов. При этом важно соблюдать следующие требования:

1) свобода высказывания идей (задач) любым членом группы;
2) запрет критиковать предложенные идеи (этап критики и отбора – впереди);
3) свобода комбинации, вариации и дополнения уже предложенных идей.

Затем полученные в группах идеи систематизируются, объединяются по общим принципам и подходам. Далее рассматриваются разные препятствия к реализации отобранных идей. Оцениваются критические замечания. Отбираются те идеи, которые не были отвергнуты критическими замечаниями и контридеями.

Мы проверяли экспериментально эффективность использования мозгового штурма для конструирования задач, составления математических моделей, решения технических заданий. Применение такого метода достаточно оптимально при числе членов группы, находящемся в пределах 5-6 человек. В разделе 4 будут описаны ситуации применения метода мозгового штурма.

В настоящее время в дидактике введено понятие интерактивных методов обучения. Их отличительной особенностью является то, что взаимодействие в процессе использования метода происходит не только на уровне преподаватель – студент, студент – преподаватель, а и между студентами.

Интерактивный метод обучения – это метод, предполагающий взаимодействие между педагогом и обучающимся в режиме диалога или беседы. Суть интерактивных методов обучения состоит в том, что они ориентированы не только на широкое взаимодействие между преподавателем и студентом, но и на взаимодействие между самими обучающимися [319].

Деление между активными и интерактивными методами обучения, на наш взгляд, выполнено условно. К последним в методике обучения математике относят: мозговой штурм, дискуссии, дебаты, деловые игры, интерактивные занятия с применением аудио и видеоматериалов, информационно-коммуникационных технологий (ИКТ).

Анализируя Программу развития цифровой экономики в Российской Федерации до 2035 года [295], нужно отметить, что использование цифровых информационных ресурсов в настоящее время является приоритетом Российского государства. Выбор стратегии развития цифрового образования как непрерывного соответствует государственной политике и в этом плане использование в процессе обучения студентов математическому моделированию ИКТ актуально [246; 346]. Как отмечают К.А. Татаринов и С.М. Музыка, внедрение в учебный процесс интернет-технологий и ИКТ способствует развитию цифровых компетенций и у преподавателей, и у студентов [354]. Для студентов – будущих инженеров это особенно важно, так как отвечает их профессиональной компетентности.

Мы считаем, что, говоря об интерактивных методах обучения, необходимо их определять не только как систему «преподаватель – студент, студент – преподаватель, студент – студент», а обязательно в нее нужно включить цифровые ресурсы, с помощью которых осуществляются такие взаимодействия. В такой системе, отмечает И.В. Роберт, происходит интеллектуализация интерактивного взаимодействия обучающегося и обучающего со средствами информатизации в информационно-образовательном пространстве [298]. Дидактические возможности интерактивных электронных образовательных ресурсов огромны, высказывают мысль М.М. Кутепов, А.А. Лебедева, К.А. Максимова [214]. Их полезно использовать на разных этапах образовательного процесса в высшей технической школе, в том числе и при обучении математическому моделированию.

Изучая высшую математику, например, разработав электронные лекции для смешанного обучения, в аудитории управление процессом обучения созданию математических моделей можно обеспечить с помощью интерактивного метода [34; 35; 128; 240; 344]. Реализацию принципа внутренней дифференциации при обучении математическому моделированию в условиях дистанционного обучения в инженерном вузе, можно организовать на основе электронного тестирования как эффективного метода педагогического контроля [384]. Разработав эвристические мультимедийные средства обучения, полезно, применяя интерактивные методы «Задача-метод», «Задача-софизм», отрабатывать умения у студентов находить математические модели заданных инженерно-технических ситуаций [328; 329].

В процессе обучения профессиональным дисциплинам происходит дальнейшее построение моделей и их численная реализация [205]. В таких дисциплинах применение интерактивных методов особенно актуально [61; 66; 68]. Особо остановимся на *методе эвристических проектов*.

Методические аспекты обучения проектированию в образовательном процессе в последнее время рассмотрены в работах Т.И. Закировой [95], М.А. Исаевой [114], А.П. Казун [121], Е.Ю. Никитина [243], Е.С. Полат [268], Е.И. Скафы [321] и др. В теоретико-методических исследованиях рассматривается проектная деятельность, в которую включены субъекты образовательного процесса в ходе выполнения учебных и творческих проектов. В процессе учебного проектирования происходит овладение не только средствами и способами конкретной деятельности, но и личностное развитие.

В системе высшего технического образования эти аспекты приобретают особую значимость, так как продуктивное усвоение профессиональных знаний, умений, навыков и профессионально ориентированное личностное развитие будущих инженеров, формирование их профессиональной компетентности являются приоритетными задачами процесса подготовки квалифицированных кадров. Исследователи предлагают рассматривать проектную деятельность как совокупность следующих этапов:

– этап постановки проблемы (освоение участниками проекта понятия «проблема», выбор критериев и способов оценки качества практической части работы);

– этап проектирования решения практической проблемы (освоение студентами понятий «способ решения», «эффективность запланированных действий»);

– этап планирования внедрения проекта;

– этап выполнения проекта;

– освоение студентами способов рефлексии [268].

В зависимости от уровня творческой деятельности студентов М.А. Исаева классифицирует проекты следующим образом:

- *исполнительский проект* (выполнение работы по имеющемуся образцу; используется для закрепления знаний, развития умений и навыков; все действия обучающихся спланированы заранее, ведутся согласно определенной схеме);
- *конструктивный проект* (выполнение работы в рамках, заранее заданных условий; частичное использование дополнительных источников информации);
- *поисковой проект* (получение новой информации, самостоятельный выбор инструментальных средств, работа по поиску новой информации) [114].

Обучая студентов математическому моделированию, внедрение метода проектов при изучении, как высшей математики, так и профессиональных дисциплин является особенно актуальным.

Например, в автомобильно-дорожном институте Донецкого национального технического университета на старших курсах изучаются WEB технологии, интернет технологии и пр. На этих курсах студентам предлагаются для ознакомления и собственной разработки конструктивные и поисковые проекты, связанные с моделированием технических задач. Студенты выбирают проект, либо предлагают свою тему для разработки. Тема должна быть согласована с преподавателем. Согласно нашим исследованиям, в области математического моделирования и информационных технологий, необходим контроль со стороны преподавателя на всех этапах разработки эвристического проекта (от проектирования до тестирования). При отсутствии такого контроля студенты, даже обладая высоким творческим потенциалом и глубокими познаниями в предметной области, часто допускают тривиальные ошибки в выборе путей развития своего проекта, что приводит к невозможности качественно его реализовать.

После выбора математической модели для исследования, студентам предлагается следующий алгоритм:

1) разработка плана модели (проекта);
2) оценка рисков модели (проекта);
3) контроль реализации модели (проекта) [204].

Заметим, что если для первого пункта достаточно знать и уметь использовать элементы «математического моделирования», то для выполнения второго и третьего пунктов необходимы фундаментальные знания по таким дисциплинам, как «Эффективность информационных систем», «Экономическая эффективность информационных проектов» и др.

На первом этапе определялись цели проекта, разработан перечень моделей (задач), которые необходимо выполнить.

Составленный на первом этапе план может претерпевать определенные изменения в процессе работы над проектом, как с точки зрения сроков, так и самих исходных целей и задач.

На втором этапе оцениваются возможные непредвиденные обстоятельства, определяются возможные ошибки и возможные способы реагирования (отступления) в случае провала проекта.

На третьем этапе отслеживалась и корректировалась реализация плана проекта, после завершения проекта проводится его тестирование.

На всех этапах проектирования должны использоваться элементы прикладного программирования и пакетов программ. В завершении работы рекомендуется представить модель на студенческой конференции, участие в которой является мощным средством осмысления собственной проектной деятельности.

Практика показывает, что в результате применения данного метода обучения математическому моделированию с использованием прикладного программирования и пакетов программ, предполагающего создание эвристического образовательного продукта, студенты приобретают не только знания, но и навыки самостоятельного поиска информации и самообразования.

На основе исследования методов обучения, применяемых в высшей технической школе, следует отметить, что в процессе обучения математическому моделированию преподавателям полезно использовать как активные, так и интерактивные методы. Кроме того, на наш взгляд, в процессе развития цифровизации образования понятие интерактивного метода нуждается в уточнении.

Таким образом, ***интерактивный метод обучения будущих инженеров математическому моделированию*** нами рассматривается *как метод, основанный на активном взаимодействии трех составляющих: «преподаватель – студент, студент – преподаватель, студент – студент», с обязательным включением электронных образовательных ресурсов, обеспечивающих осмысленное овладение процессом математического моделирования при решении инженерных задач.*

3.5. Цифровой подход к постановке и решению заданий по математическому моделированию как средство обучения студентов

Любые технико-экономические достижения зависят от общественно накопленных и использованных средств. Экономисты чаще всего в своих расчетах учитывают капитал, рабочую силу, землю. Тем временем важнейшим капиталом становятся знания. Сегодня накапливаются не только факты, а осуществляется тотальная перестройка создания и распределения знаний, а также, средств и технологий, которые служат для передачи знаний.

В современной прикладной математике именно изменения в системе знаний переводятся на язык экономических новаций. Подготовка квалифицированного специалиста, в частности для отраслей технических направлений, очень длинный, кропотливый и дорогостоящий процесс, поэтому все инструменты, позволяющие ускорить и улучшить его, находят свое широкое применение. Такими инструментами сегодня стали компьютерные технологии, развитие которых принципиально изменило специфику деятельности многих отраслей экономики, нашло свое отражение и в высшем образовании. Использование в учебном процессе технических университетов информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) способствует развитию не только продуктивного мышления обучающихся, отмечает Е.И. Скафа, но и создает условия для творческих, эвристических поисков решения заданий профессиональной направленности [326].

В настоящее время созданы и продолжают совершенствоваться множество мощных математических пакетов, таких как Mathematica, Maxima, Maple, Derive, MathCad, Matlab и др., способных решать достаточно сложные задачи [397; 425; 430]. Они позволяют выполнять такие рутинные операции, как преобразование выражений, нахождение корней уравнений, производных и неопределенных интегралов и др., причем практически без вмешательства пользователя. Однако этого недостаточно для исследования процесса моделирования, так как многие математические модели не могут быть решены, в силу их сложности и неразрешимости в аналитическом виде.

Универсальным инструментом в инженерном образовании становится имитационное моделирование, под которым обычно подразумевают вычисление значений некоторых характеристик развивающегося во времени процесса путем воспроизведения течения этого процесса на компьютере с помощью его математической модели, причем получить требуемые результаты другими способами или невозможно, или крайне затруднительно [409; 419]. Воспроизведение течения процесса на компьютере с помощью математической модели принято называть имитационным экспериментом.

Процесс моделирования с использованием имитационных моделей включает такие этапы, как создание модели, программирование, проведение имитационных экспериментов, обработка и интерпретация результатов моделирования [327]. С появлением имитационных моделей изменилась концепция моделирования, которая теперь рассматривается как единственный процесс построения и исследования моделей, который имеет программную поддержку.

В 90-х годах прошлого века появились среды имитационного моделирования (Arena, Extend, MicroSaint, Enterprise Dynamics и пр.), содержащие интерфейс непрограммирующего пользователя, входные и выходные анализаторы, возможность анимации имитационного моделирования. Такие среды не требуют программирования в виде последовательности команд. Вместо составления программы пользователь компонует модель, перенося готовые блоки из библиотеки на рабочее поле и устанавливая связи между ними. Пакеты визуального моделирования позволяют пользователю вводить описание моделируемой системы в естественной для прикладной области и преимущественно графической форме, а также представлять результаты моделирования в наглядной форме, например, в виде диаграмм или анимации [125; 137; 398; 422; 432].

Одним из главных достоинств систем имитационного моделирования является то, что они позволяют пользователю не заботиться о программной реализации модели, как о последовательности исполняемых операторов, и тем самым создают на компьютере некоторую чрезвычайно удобную среду, в которой можно создавать виртуальные, параллельно функционирующие системы и проводить эксперименты с ними. Графическая среда становится похожей на физический испытательный стенд, только вместо тяжелых металлических ящиков, кабелей и реальных измерительных приборов, осциллографов и самописцев пользователь имеет дело с их образами на экране дисплея [420]. Кроме того, пользователь может видеть и оценивать результаты моделирования по ходу эксперимента и, при необходимости, активно в него вмешиваться.

Таким образом, современное математическое образование будущих инженеров должно строиться на основе интеграции математического и компьютерного имитационного моделирования.

Кроме того, нами предлагается авторская система компьютерного назначения, которая позволяет более рационально организовывать процесс обучения математическому моделированию будущих инженеров. Она служит для ознакомления студентов технических специальностей с методами и моделями наиболее эффективного управления системами с использованием математического аппарата, экономико-математического моделирования, методов проведения многофакторного анализа, теоретических основ программирования. Главной целью такой системы является подведение обучающихся к самостоятельным, аналитическим и эвристическим поискам решения поставленных задач.

Идея создания программы возникла в процессе знакомства и исследования различных подходов к процессу алгоритмизации обучения прикладной математике. В педагогике Л.М. Фридманом [367] при рассмотрении деятельности обучающегося при решении задачи было обосновано два подхода выполнения такой деятельности:

алгоритмический – обучаемый выполняет свою деятельность, соблюдая четкую последовательность по решению задачи;

эвристический – деятельность обучаемого направлена на поиск плана решения, создания модели, метода решения модели, получения результата, его интерпретации.

Обычно описанные выше способы обучения не различались и реализовывались совместно в едином процессе.

Появление информационно-коммуникационных технологий обучения привело к необходимости явного выделения в содержании обучения учебных алгоритмов, алгоритмических предписаний, эвристических наведений на путь решения задачи, создания правил-ориентиров. В математике, например, появилась методическая система эвристического обучения математике [330]. Такая идеология привела нас к разработке системы компьютерного управления процессом управления деятельностью « Преподаватель – студент» в техническом университете.

Таким образом, в рамках технологий эвристического обучения математическому моделированию студентов технического университета нами создана система компьютерного назначения, названная «А*втоматизированное рабочее место* “*Преподаватель – студент*”» (АРМ) по дисциплинам «Многомерный статистический анализ», «Исследование операций» и «Информатика, компьютерная техника и программирование». При разработке программного пакета использовались среда программирования С# пакета Visual Studio10-17, VBA, который расширяет функциональные возможности дополнений MS Office. Для надежности работы программ внедрены разные защиты, такие как пароли, проверка ответов по мере их ввода, проверка контрольных параметров и др.

АРМ представляет собой пакет программ, в который вошли тесты на распознавание моделей, которые изучаются в вышеперечисленных дисциплинах, демонстрационные программы по всем задачам лабораторных и курсовых работ, режим составления и проверки реализации модели, итоговые диагностические тесты по теоретическому материалу. Главное окно программы изображено на рисунке 3.13.

Остановимся на технологии работы с предлагаемым программным продуктом.

1 этап – тестирование моделей. В отличие от современных математических пакетов, в которых можно реализовывать построенные математические модели, в системе АРМ при прохождении тестов на распознавание модели (как эвристической задачи) студенту выдается на печать не только ответ, но и полное решение задачи, теоретическое описание метода решения, при обучении это имеет важное значение, проверяется правильность решения задач, предоставляются справочники с объяснениями методов и моделей, выдаются задания на весь учебный курс, демонстрируются уже решенные задачи, встроены помощники решения наиболее сложных задач, делаются подсказки, формируются отчеты, все это соответствует подходу к решению эвристических задач [320].

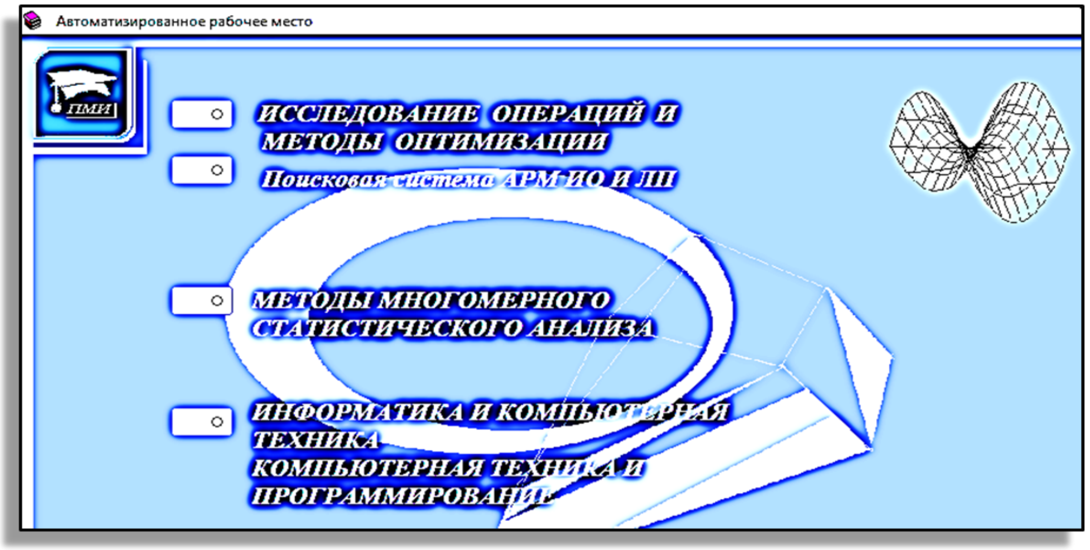


Рисунок 3.13 – Главное диалоговое окно АРМ

Автоматизация проверки результатов решения каждого задания обеспечивает значительное сокращение времени на работу с ним, как у студентов, так и у преподавателей. Это время успешно может использоваться для более глубокого изучения теоретического материала, повышения уровня знаний.

2 этап – работа с демонстрационными программами. В пакет вошли демонстрационные программы по всем задачам лабораторных и курсовых работ. Студенты самостоятельно работают с ними, отрабатывая умения создавать математическую модель предлагаемой конфигурации.

3 этап – самостоятельное составление модели и проверка ее реализации. Проверка реализации модели осуществляется в диалоговом режиме, то есть студенты постепенно вводят рассчитанные значения показателей, на которые указывает тест, программа сравнивает их с результатами. Если ответы правильные, тогда программа предлагает распечатать решения с полным теоретическим описанием. На печатных листах указывается информация о студенте, дата и время выполнения работы. Часть результатов реализации модели отображается на экране, поэтому студенты могут сразу увидеть, усвоены или нет методы решения предлагаемых моделей. Таким образом, в результате тестирования всех моделей у студента формируется стандартный отчет о его проделанной работе.

4 этап – контроль учебных достижений студента. Для проверки усвоения теоретического материала в конце изучения курса используются итоговые теоретические тесты. В них за определенное время студентам необходимо ответить на двадцать вопросов. На основании этих ответов выставляется оценка, позволяющая студенту определить свой уровень подготовки к экзамену. Вопросы, на которые необходимо ответить, составлены на основе профессиональных компетенций, овладение которыми формируют специалиста в области инженерии. Вопросы берутся из различных теоретических разделов дисциплины, в произвольном порядке, чем обеспечивается их неповторимость.

Результаты данной работы апробированы на лекционных и практических занятиях в Автомобильно-дорожном институте Донецкого национального технического университета (рассмотрено в п. 4.3). Созданный АРМ можно рассматривать как средство для достаточно быстрого овладения базовыми методами прикладной математики, информатики, элементами алгоритмизации и программирования. В дальнейшем сформированные умения могут широко использоваться при постановке и решении сложных задач с помощью профессиональных математических пакетов.

Чтобы сделать вычислительную технику естественным инструментом специалиста нужно научить его эвристическим технологиям моделирования, только после этого он сможет пользоваться продуктами программной поддержки осмысленно, находить оптимальные решения, эффективно использовать огромные возможности современных пакетов прикладных программ, следовательно, решать современные проблемы в инженерной области.

Таким образом, математическое моделирование и статистическая обработка информации представляют собой в настоящее время практически единственный систематизированный способ увидеть варианты будущего и оценить потенциальные последствия управленческих решений в инженерном конструировании.

Можно отметить, что формировать профессионализм в среде высшей школы необходимо, прежде всего, на базе активного использования методов прикладной математики, информатики и современных информационных технологий. Оснащение и овладения модельным инструментарием дает средствам обучения математическому моделированию своеобразную экспериментальную базу, придает ей конструктивность и прагматичность.

Добавим также, что создание подобного программного продукта как АРМ достаточно сложный, но в тоже время представляет собой средство учебного назначения, с помощью которого студенты овладевают методами математического и компьютерного моделирования.

Выводы к разделу 3

Анализ методологических подходов, лежащих в основе обучения будущего инженера математическому моделированию на основе цифровизации высшего технического образования, педагогических предпосылок и принципов такого обучения, позволил построить методическую систему такого обучения.

Методическая система обучения математическому моделированию будущих инженеров в контексте цифровой дидактики строится следующим образом.

1. Цели обучения математическому моделированию студентов каждого конкретного инженерного направления подготовки регламентированы государственным образовательными стандартами, разработанными на основе профессиональных стандартов, в виде учебных действий, которые должны быть освоены студентом в учебной деятельности по математике, прикладной математике и другим дисциплинам профессиональной направленности. Эти действия формируют трудовые действия инженера. Они выстраиваются в виде субкомпетенций по овладению студентами приемами математического моделирования по алгоритму: *понимание* – *упрощение* – *математизация* –

математическая работа – устный перевод – проверка ресурсов сервера – интерпретация результата.

По каждой дисциплине математического и профессионального блока выстраивается таксономия целей, которая позволяет представить место дисциплины в системе профессиональной подготовки студентов – будущих инженеров по овладению приемами математического моделирования. Для студентов таксономия целей дает возможность спроектировать конечные результаты своей деятельности, которые могут привести к формированию общепрофессиональных компетенций.

2. Основные содержательные линии по математике развиваются в дисциплинах прикладной математики путем разработки и внедрения системы профессионально ориентированных задач, направленных на овладение приемами математического моделирования. Осваивая приемы компьютерного моделирования в профессиональных дисциплинах, будущие инженеры на основе уже сформированных представлений о математических моделях развивают свою математическую цифровую компетентность. Такой подход к содержанию обучения математическому моделированию, как интегративной системы, позволяет подготовить специалиста нового поколения.

3. Организационные формы, основанные на использовании цифровых технологий и ИКТ для персонализации, виртуализации, сетевой координации образовательного процесса, строятся на основе технологий смешанного и гибридного обучения.

4. Основными методами обучения выбираются активные и интерактивные методы, основанные на активном взаимодействии трех составляющих: «преподаватель – студент, студент – преподаватель, студент – студент», с обязательным включением электронных образовательных ресурсов, обеспечивающих осмысленное овладение процессом математического моделирования при решении инженерных задач.

5. Универсальным инструментом в инженерном образовании в современных условиях является имитационное моделирование. Обучение математическому

моделированию будущих инженеров строится на основе интеграции математического и компьютерного имитационного моделирования. К средству учебного назначения, с помощью которого студенты овладевают методами математического и компьютерного моделирования, относится авторская система компьютерного назначения, которая позволяет более рационально организовать процесс обучения математическому моделированию будущих инженеров. Она служит для ознакомления студентов с методами и моделями наиболее эффективного управления системами с использованием математического аппарата, экономико-математического моделирования, методов проведения многофакторного анализа, теоретических основ программирования.

Результаты третьего раздела опубликованы в работах [142; 147; 148; 150; 154; 159–161; 167–169; 172; 180; 185; 193; 197; 199; 204–206; 317; 318; 323; 327].

РАЗДЕЛ 4

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ НА ОСНОВЕ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

4.1. Методика организации математического кружка для абитуриентов «Математическое моделирование в технических задачах»

Рассматривая математическую деятельность как средство преемственности в обучении математике в школе и высшей технической школе, необходимо отметить, что по утверждению Н.А. Мамаевой в связи с появлением различных моделей обучения нарастают признаки рассогласования и ослабления преемственности на различных ступенях обучения. Это приводит к недостаточной подготовке абитуриентов к будущей учебной деятельности в техническом университете [225]. На таких позициях стоят Ф.Л. Ратнер, Н.В. Тихонова [296], Б.А. Сазонов [305], Е.А. Коган, Д.И. Пономарева [132] и др. Поиски новых методов обучения в школе не всегда оказываются удачными, и, как следствие, выпускники школ не могут поступить в вуз без дополнительной подготовки. Преподаватели вузов, получив слабо подготовленных студентов, вынуждены решать задачи повышения уровня довузовских знаний, например, путем реализации адаптивных обучающих систем [241; 259]. Е.В. Шульга отмечает, что многие исследования математической деятельности рассматривают ее только с точки зрения математики как специфическую деятельность, направленную на получение нового математического знания и на решение математических задач. Точно также можно говорить о физической, химической, филологической или другой предметной деятельности. Такой подход ведет не только к обособленности предметного обучения и разрыву межпредметных связей, но и к нарушению преемственности обучения в рамках одной науки [389].

Исправить такое положение, как было описано в п.1.4, должна целесообразным образом организованная профориентационная работа со школьниками, желающими поступать на технические направления подготовки университетов. Одним из видов такой работы может служить математический кружок для абитуриентов «Математическое моделирование в технических задачах».

Целью математического кружка является создание у обучающихся представлений о сути математического моделирования при решении технических задач, подведение их к овладению каждым из его этапов, в том числе и на основе ИКТ.

Задачи математического кружка *для абитуриентов, желающих обучаться на инженерных направлениях подготовки студентов в технических вузах:*

– диагностика старшеклассников по расположенности к техническим специальностям;

– знакомство с основами математического моделирования;

– формирование умений решать прикладные задачи, используя инструментарий элементарной математики и современные системы компьютерного моделирования.

Кружок расчитан на 36 часов (по 2 часа в неделю). Программа занятий представлена в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Сожержание занятий математического кружка для абитуриентов «Математическое моделирование в технических задачах»

№	***Содержание программы***	***Средства и методы обучения***
1.	***Вводное занятие.*** Роль математики в деятельности современного инженера. Диагностика расположенности абитуриентов к техническим специальностям	–презентация образовательного сайта для школьников «Математика в профессиональной деятельности»; –тест Беннета для школьников
2.	Понятие модели и математического моделирования в научном познании	– видеоролик «Научное познание: роль моделирования»
3.	От математики к математическому моделированию: алгоритм создания математических моделей при решении прикладных задач	

Продолжение таблицы 4.1

Элементарные функции как модели инженерных задач		
4.	*Мотивация:* распознавание объектов реальных ситуаций по графикам функциональных зависимостей (задачи на соответствие)	– мультимедийный тренажер
5.	*Актуализация:* повторение математического аппарата (элементарные функции)	– программа Advanced Grapher
6.	Построение графиков элементарных функция на основе использования игровых симуляторов	– технологии asp.net среды Visual Studio – C#
7.	*Моделирование прикладных задач:* построение математических моделей по условию задачи	– организация эвристического диалога; –эвристические подсказки
8.	*Решение прикладных задач* с использованием приемов математического моделирования (составление математической модели, решение задачи в математическом представлении, интерпретация результата, обсуждение полученного ответа)	– эвристические подсказки; –информационная поддержка (выбирается на усмотрение обучающихся)
Использование векторного аппарата при решении инженерных задач		
9.	*Актуализация знаний по векторной алгебре:* самостоятельная работа школьников с тренажером	мультимедийный эвристический тренажер на обобщение и систематизацию знаний по содержательной линии «Координаты и векторы»
10.	*Моделирование прикладных задач:* построение математических моделей по условию задачи	– организация эвристического диалога; –эвристические подсказки
11.	*Решение прикладных задач* на построение и решение моделей векторной алгебры, интерпретация результата, обсуждение полученного ответа)	– эвристические подсказки; –информационная поддержка (выбирается на усмотрение обучающихся)
Геометрические фигуры в пространстве		
12.	*Мотивация:* роль геометрии в техническом конструировании. Повторение математического аппарата стереометрии	– доклады обучаюшихся с презентациями; – работа с мультимедийным эвристическим тренажером на повторение стереометрии

Продолжение таблицы 4.1

13.	*Моделирование прикладных задач:* построение математических моделей по условию задачи	
14.	*Решение прикладных задач* на построение и решение моделей на вычисление объемов и площадей поверхностей тел, интерпретация результата, обсуждение полученного ответа)	
Интегральное и дифференциальное исчисление		
15.	*Актуализация знаний:* математический аппарат интегрального и дифференциального исчисления для решения прикладных задач	– компьютерное тестирование по темам «Производная и ее приложения», Интеграл и его приложения» (корректирующие программы)
16.	*Моделирование прикладных задач:* построение математических моделей по условию задачи	
17.	*Решение прикладных задач* на построение и решение моделей с использованием аппарата интегрального и дифференциального исчисления, интерпретация результата, обсуждение полученного ответа)	
18.	***Итоговое занятие кружка***. *Распознай по математическим моделям описанные технические ситуации.*	Тест на соответствие (контроль знаний)

Опишем методику организации такого математического кружка для абитуриентов. Занятия кружка строятся не от повторения определенных тем школьного курса математики и их углубления, а от рассмотрения всевозможных инженерных, технических, физических заданий, для решения которых необходимо построение математических моделей, в рамках математического аппарата решение задачи, а затем интерпретация полученного решения с целью получения требуемого в задании результата. Наиболее востребованным математическим аппаратом в качестве моделирования нами выбраны функции, векторы и координаты, геометрические фигуры в пространстве, интегральное и дифференциальное исчисление. Кроме того, мы рассматриваем и процесс использования в работе кружка информационно-коммуникационных технологий, которые помогают и облегчают процесс поиска решения задач.

Мотивационным приемом организации работы кружка нами выбран тест диагностики абитуриентов по расположенности к инженерному делу (Приложение Б). Работая с ним, школьники проверяют свои навыки выполнения несложных технических операций, возникающих в жизненных ситуациях. Это подготавливает их к тому, что технические задачи являются частью повседневных жизненных проблем, которые можно разрешить с помощью моделирования.

На первых занятиях обучающимся для привлечения интереса к кружковой работе предлагаются прикладные задачи, для решения которых создаются несложные модели элементарных функций. Опишем процесс моделирования элементарных функций при решении технических задач. В качестве учебной мотивации и заинтересованности школьников к решению математических заданий в процессе посещения кружка дается устная разминка.

Задания для разминки. *Для каждой из перечисленных ниже реальных ситуаций (1–12) выберите график функции из перечня а) – о), который описывает данную ситуацию* (смотри рис. 4.1, табл. 4.2).

1. На голове человека растут волосы, которые тот регулярно стрижет (x – время, прошедшее от одной из стрижек, y – длина волос). Какой график описывает этот процесс?

2. На рисунке к задаче 2 конус погружают в воду вниз вершиной (x – глубина погружения, y – масса вытесненной воды). Какой график описывает этот процесс?

3. На рисунке к задаче 3 конус погружают в воду вниз основанием (x – глубина погружения, y – масса вытесненной воды). Какой график описывает этот процесс?

4. На рисунке к задаче 4 тело, состоящее из двух цилиндров, погружают в воду (x – глубина погружения, y – масса вытесненной воды). Какой график описывает этот процесс?

5. На рисунке к задаче 5 тело, состоящее из двух цилиндров, погружают в воду (x – глубина погружения, y – масса вытесненной воды). Какой график описывает этот процесс?

6. Через каждый час рабочего времени на склад сдают изготовленные детали (x – время работы, у – количество деталей на складе). Какой график описывает этот процесс?

7. У человека есть деньги, которые он тратит на покупки (x – время, y – количество денег у гражданина). Какой график описывает этот процесс?

8. Яблоко растет, затем его срывают и сушат (x – время, y – масса яблока). Какой график описывает этот процесс?

9. Температура воды на поверхности озера в течение года (x – время, прошедшее с начала года, y – температура верхнего слоя воды). Какой график описывает этот процесс?

10. Мяч подняли над полом и выпустили из рук (x – время, y – высота мяча над полом). Какой график описывает этот процесс?

11. На рисунке к задаче 11 точка A вращается вокруг точки O (x – время, y – расстояние от точки A до прямой a). Какой график описывает этот процесс?

12. На рисунке к задаче 12 два тела A и B установлены на невесомой планке, которая имеет точку опоры O. Тела находятся в равновесии (x – расстояние от B до O, y – масса тела B). Какой график описывает этот процесс?

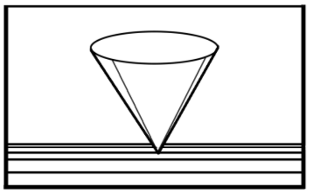


Рисунок к задаче 2

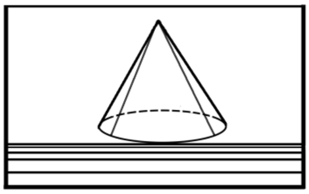


Рисунок к задаче 3

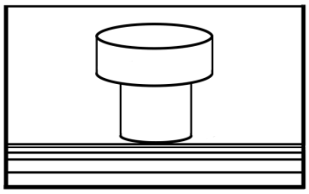


Рисунок к задаче 4

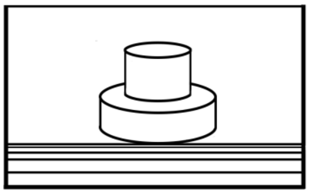


Рисунок к задаче 5

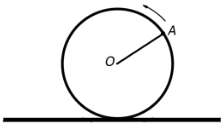


Рисунок к задаче 11

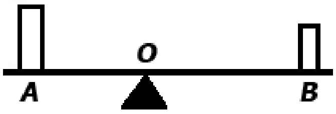
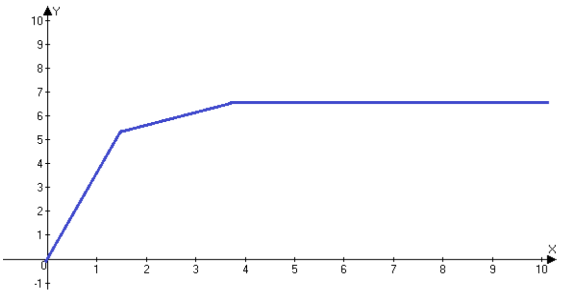
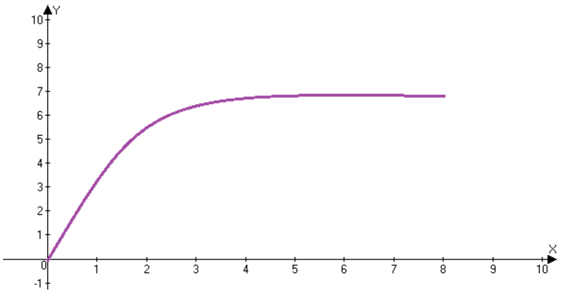
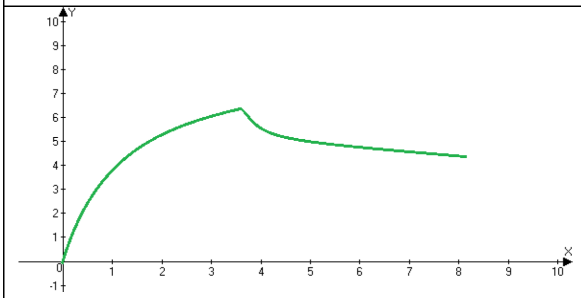
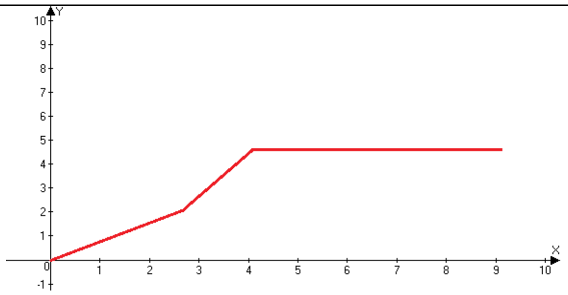
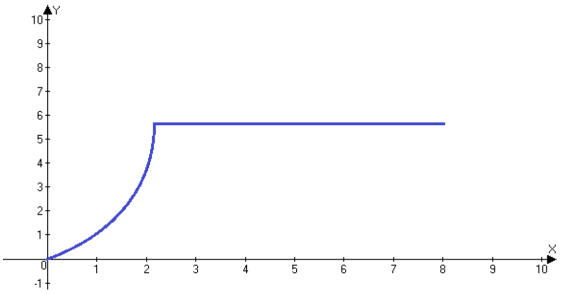
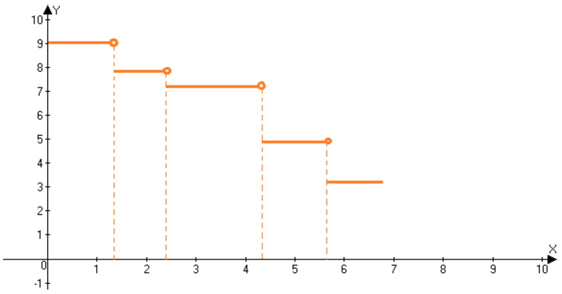
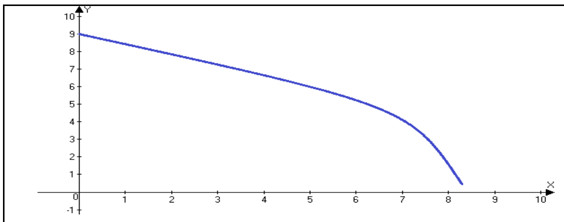


Рисунок к задаче 12

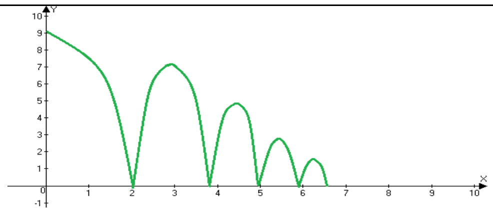
Рисунок 4.1 – Рисунки к заданиям

Таблица 4.2 – Графики, описывающие реальные ситуации

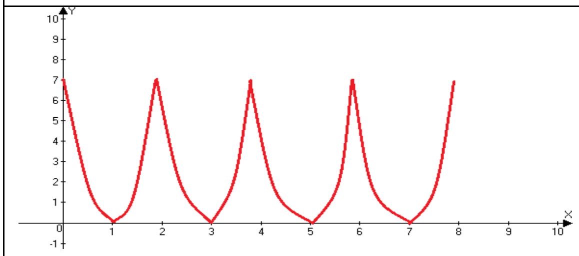
	
а)	б)
	
в)	г)
	
д)	е)



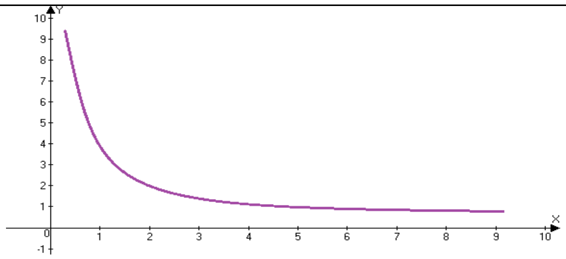
ж)



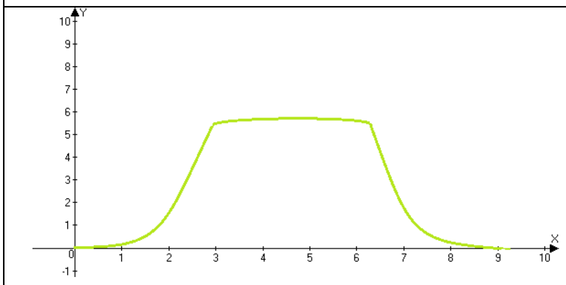
з)



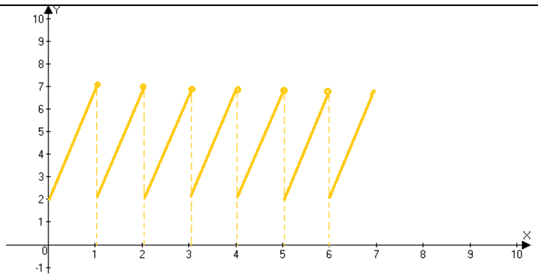
и)



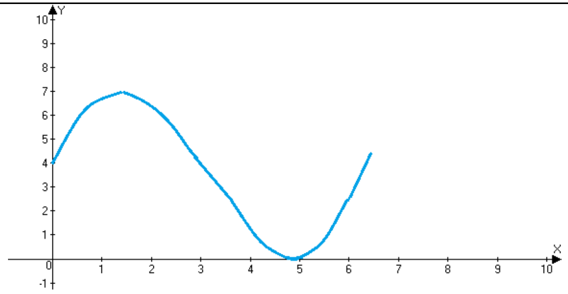
к)



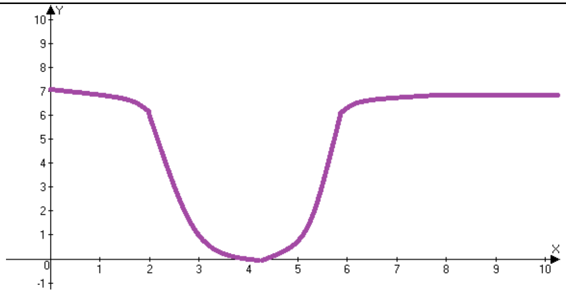
л)



м)



н)



о)

В процессе разбора каждой ситуации ученикам предоставляется эвристическая подсказка («размытое» наведение на поиск решения задачи).

Эвристическая подсказка: переведите условие задачи на математический язык; примените эвристический прием «нарисуй картинку».

Организуется устное обсуждение каждой ситуации, ученики не находят некоторые графики, которые должны описывать данную ситуацию. Начинается дискуссия, привлекающая обучающихся к тому, что они начинают придумывать свои варианты ситуаций и описывают их графически. Происходит подготовительная работа к пониманию того, что любую, в том числе и техническую задачу можно перевести на язык математики. Сопоставив каждую реальную ситуацию с графиком, обсуждаются вопросы: какие элементарные функции представлены данными графиками. Происходит повторение математической темы.

Следующим этапом занятия по теме «Элементарные функции как модели инженерных задач» является совместное решение прикладных задач, в которых необходимо построить математическую модель (эта модель – функция).

Естественно обучать создавать математические модели реальных процессов полезно начинать с рассмотрения простейшей – линейной функции.

Задача 1. *В законе движения $S=V_0t+S_0$ материальной точки по экспериментальным данным (t_i; S_i) $i=2,3,\dots,n$ определите параметры V_0 и S_0.*

Уместны вопросы в связи с данной задачей:

– сколько данных достаточно для определения параметров? Как найти решение, если данных больше двух?

Предлагаемая задача является на самом деле пучком задач. Ее решение будет соответствовать схеме на рис. 4.2.

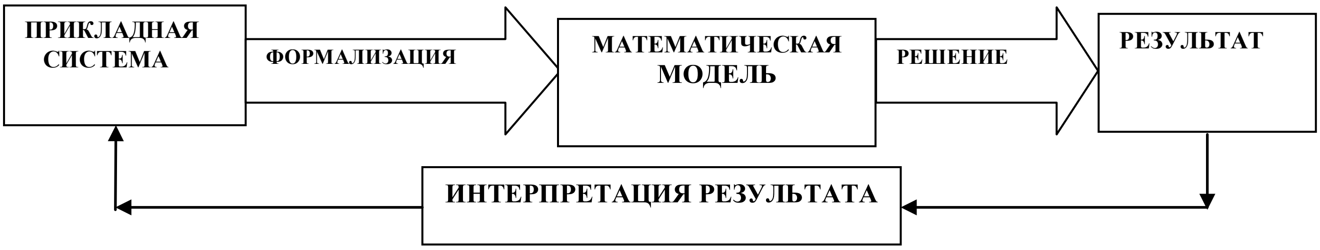


Рисунок 4.2 – Схема решения прикладных задач с использованием математических моделей

Если количество экспериментальных данных совпадает с количеством искомых параметров, то для нахождения параметров необходимо решить систему линейных уравнений с двумя неизвестными. Если данных недостаточно, то в качестве решения может выступать однопараметрическое семейство, например, (V_0; $S_0(V_0)$).

Если же данных в задаче более двух, то естественно модифицировать задачу: отметить все точки на плоскости, через них провести прямую, которая задает нужную зависимость (метод натянутой нити). В связи с таким модифицированным решением уместны следующие вопросы:

– какие точки лучше брать?

– как быть с ситуацией:

точка над точкой ($V_0= (S_2-S_1)/(t_2-t_1) = \text{const}/0$)?

Задача 2. *Турист должен преодолеть расстояние в 10км. Он знает, что на середине пути он может взять на стоянке велосипед, максимальная скорость которого 15км/ч. За какое возможное время турист доберется в конечный пункт?*

Для обучающихся в обычном смысле задача неразрешима, так как в ней однозначно не хватает данных. Но, проводя даже на таком простом материале небольшое исследование, можно получить решение задачи.

– Моделируя процесс движения туриста, получаем, что весь его путь состоит из двух частей.

– Первые 5 км он способен преодолеть со скоростью v, км/ч: $1 \le v \le 5$ (оцениваем на основании достоверной информации), а вторые 5км, учитывая, что добраться нужно скорее, на велосипеде это возможно сделать со скоростью 15 км/ч.

– Таким образом, модель движения туриста будет следующая $S = vT,$ используя которую и приведенные рассуждения, получаем, что искомое время можно найти следующим образом:

– $T = \frac{5}{v}+\frac{5}{15}$, $T = \frac{5}{v}+\frac{1}{3}$, где $v \in [1;\ 5]$ км/ч – имеем однопараметрическое семейство в качестве решения.

Таким образом, решением можно считать $T \in [1\frac{1}{3};\ 5\frac{1}{3}]$ ч.

Задача 3. *При испытании нового автомобиля восемь наблюдателей получили следующие данные, указанные в таблице (табл.4.2). Найти скорость нового автомобиля, воспользовавшись экспериментальными данными.*

Таблица 4.3 – Экспериментальные данные к задаче 3

Наблюдатели	***T, с – время наблюдения***	***S, м – расстояние, которое проезжает автомобиль за время наблюдения***
1й наблюдатель	2	200
2й наблюдатель	3	400
3й наблюдатель	4	450
4й наблюдатель	2	250
5й наблюдатель	5	600
6й наблюдатель	7	700
7й наблюдатель	4	400
8й наблюдатель	3	300

Приведем решение данной задачи с анализом всех его этапов.

Данная задача требует формализации и первым этапом ее решения является построение математической модели описываемого процесса. Знакомая учащимся формула $S = VT$ поможет им в этом. На этом этапе у учащихся формируется умение наблюдать явления в плане логических и математических категорий; выделять математический аспект при восприятии этих явлений; анализировать факты, воспринимать их через призму математических отношений.

После построения математической модели описываемого процесса, учащиеся анализируют полученную ситуацию:

$200=V\cdot 2$, $600=V\cdot 5$,

$400=V\cdot 3$, $700=V\cdot 7$,

$450=V\cdot 4$, $400=V\cdot 4$,

$250=V\cdot 2$, $300=V\cdot 3$.

И задача сводится к нахождению параметра V по данным задачи.

Задача может быть модифицирована следующим образом. Учащимся можно предложить отметить в координатной плоскости SOT полученные результаты и через построенные точки оптимальным образом провести прямую, которая будет задавать необходимую нам зависимость *S(V) = VT* (рис. 4.3)

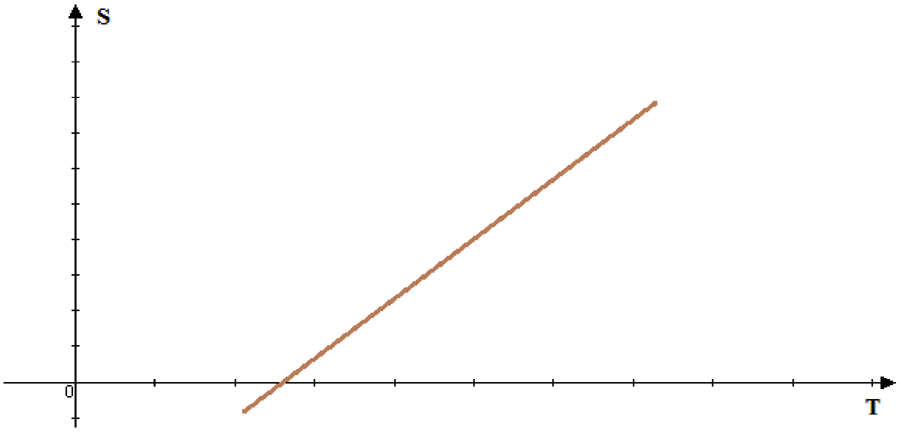


Рисунок 4.3 – Графические данные к задаче 3

Таким образом, пытаясь строить варианты планов действия, решения учащиеся формируют умение изменять план действий с появлением новых средств, дополнительных задач по ходу выполнения задания или действия.

Оптимальность учащиеся могут для себя определять различными способами, оценивая при этом правдоподобность результата. При этом у них формируется умение выдвигать различные предположения с обоснованием их возможности (гипотезы). Параметр *V* находим по уже полученным данным.

Например, можно провести прямую через крайние точки, либо провести прямую через наибольшее количество точек, либо провести прямую так, чтобы количество точек над и под прямой было приблизительно одинаковым.

После нахождения значения параметра *V* необходимо проанализировать полученный результат, соотнести его с требованием задачи. Фактически, в этом состоит этап интерпретации полученного результата. На этом этапе у учащихся формируются умения: формулировать обобщенный теоретический принцип, объясняющий сущность задачи (идею); формулировать выводы; соотносить результат деятельности по моделированию с целью.

В качестве самостоятельных заданий для формирования учебных исследовательских умений учащихся можно предложить следующие задачи.

Следующее занятие полезно начать в качестве разминки с решения такой задачи.

Задача 4. *На рисунке 4.4 изображен мост, опорная арка которого имеет форму параболы. Составьте уравнение арки моста, если высота арки h = 5м, а наибольшая ее ширина l = 20м.*

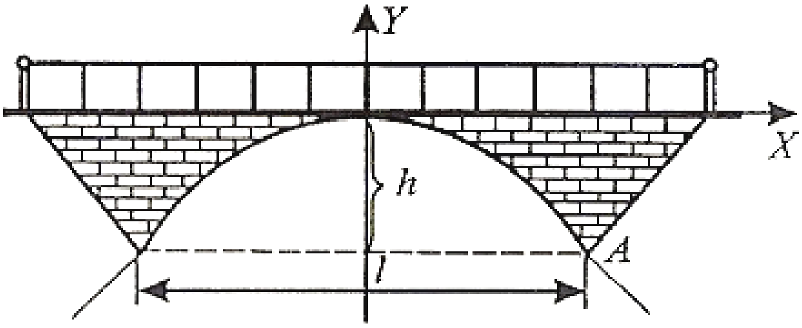


Рисунок 4.4 – Условие задачи 4

Начинается обсуждение способа решения задачи.

- Что дано в условии?
- По условию задачи дана подсказка о том, что арка моста имеет форму параболы, значит необходимо составить уравнение параболы.
- Как это сделать.

Происходит коллективное обсуждение и затем вырабатывается совместный *алгоритм решения задачи:*

- выбрать систему координат;
- определить какой вид будет иметь уравнение параболы в данной системе координат;
- найти координаты точек, принадлежащих данному графику;
- подставить их в уравнение параболы и найти неизвестные коэффициенты;
- записать полученное уравнение параболы;
- интерпретировать результат.

В результате совместной деятельности у обучающихся получился ответ: уравнение параболической арки моста имеет вид $y = -0{,}05x^2$.

Для того, чтобы при построении математических моделей обучающиеся вспомнили и имели представление о том, какие функции они могут получить, предлагаем использовать симуляторы и игры.

Такие средства помогают индивидуализировать обучение в соответствии с интересами и возможностями каждого конкретного ученика, о чем описано О.И. Вагановой и Е.А. Алешугиной [36]. Игры и симуляторы используют психосоциальные факторы в качестве мотивации обучения. Хорошо разработанные игры и симуляторы могут улучшить психосоциальное развитие учащихся, особенно в подростковом возрасте и кружки школьного образования могут поддерживать этот потенциал. На занятии кружка учащиеся могут в неформальной обстановке обсуждать симуляции и игры, дополняя более структурированные формальные дискуссии с применением отдельных алгоритмов, используемых с целью визуализации обучения.

Используя технологии Asp.Net среды Visual Studio – C#, обучающимся предлагается задать параметры и построить графики функций (например, рис. 4.5). На рисунке 4.5 изображена динамическая модель-симуляция построения квадратного трехчлена.

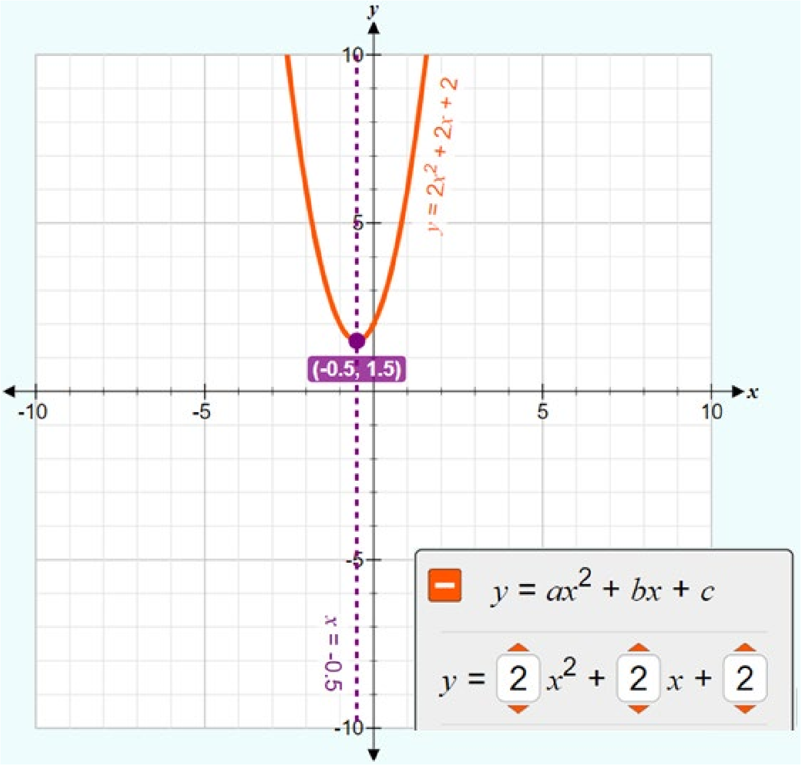


Рисунок 4.5 – Игровая модель построения параболы

В зависимости от изменения элементов управления *numericUpDown* строится интерактивная парабола, что дает обучаемому игровой визуальный эффект построения кривой. Таким образом, в игровой форме школьники непринужденно повторяют построение графика квадратного трехчлена.

На следующем занятии отрабатываются умения строить различные виды элементарных функций, используя средства ИКТ. Такое повторение необходимо для целостного восприятия сложных прикладных задач на моделирование.

Например, с помощью тригонометрических функций выражается зависимость изменения пути от времени в разнообразных колебательных процессах, в задачах механики. В связи с этим полезно организовать их повторение с помощью компьютерной визуализации, а затем уже решать, например, прикладные задачи следующего вида.

Задача 5. *Вышка высотой а м удерживается с помощью троса, натянутого под углом* α^0 *к земле. Какой должна быть длина троса? Как изменяется величина угла* α^0 *при увеличении длины троса? При ее уменьшении? При каком соотношении длины троса и высоты вышки положение будет наиболее устойчивым?*

Задача 6. *На каком расстоянии нужно прикрепить трос длинной l, чтобы угол наклона троса к земле составлял* α^0*?*

Задача 7. *На каком расстоянии от вышки высотой а нужно прикрепить трос, чтобы угол наклона троса к земле составлял* α^0*?*

Абитуриенты, желающие поступать на инженерные специальности, должны познакомиться и с сугубо техническими задачами. Например.

Задача 8. *Двадцать стальных шариков диаметром по 16 мм находятся в подшипнике (рис. 4.6). Найдите диаметр внутренней и внешней окружностей катания, если считать, что шарики лежат плотно друг к другу.*

Рисунок 4.6 – Рисунок к задаче 8

Для решения таких задач обучающимся необходимо владеть темой «Тела вращения». На занятии происходит и повторение темы, и предлагаются подобные задачи с акцентом на построении математической модели.

Задача 9. *Для изготовления водонагревателя с внутренним баком их нержавеющей стали применяется уникальная японская технология сварки – это электронно-лучевая сварка в вакуумном поле (рис. 4.7). Данная технология полностью сохраняет структуру нержавеющей стали, что делает внутренний бак максимально стойким к коррозии сварочных швов. Найдите объем бака по размерам, представленным на рисунке 4.8.*

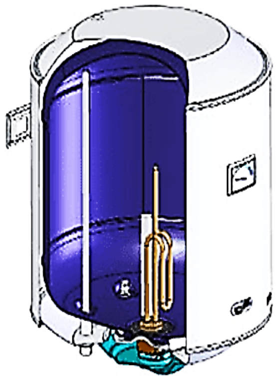


Рисунок 4.7 – Внутренний бак из нержавеющей стали

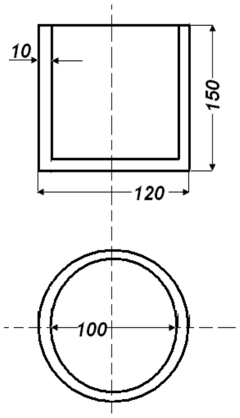


Рисунок 4.8 – Размеры бака

Решив вышеперечисленные задачи, обучающимся предлагаются задания для самостоятельной проработки, взятые из учебного пособия [46]. Однако на данном этапе даются эвристические подсказки и информационная поддержка.

Задача 10. *585 грамм стальной проволоки, диаметром* $2,5\ мм$, *вытянули в более тонкую диаметром* $1,5\ мм$. *На сколько увеличилась длина проволоки? Удельный вес стальной проволоки* $7,8 г/см^3$.

Эвристическая подсказка. Переформулируйте задачу на геометрическую: найдите высоту цилиндра, в котором при изменении радиуса основания объем остался прежним.

Информационная поддержка. Формула объема цилиндра:

$$V = S_{осн} \cdot H = \pi \cdot r^2 \cdot H .$$

Объем цилиндра из стальной проволоки равен отношению массы к удельному весу.

Задача 11. *Найдите вес шестигранной гайки, сторона основания которой* $a = 15{,}6$ *мм, высота* $h = 13$ *мм и диаметр отверстия* $d = 16$ *мм. Удельный вес* $7{,}8 г/см^3$.

Эвристическая подсказка. Переформулируйте задачу на геометрическую: найдите объем призмы, в которую вписан цилиндр с соответствующими высотой и диаметром.

Информационная поддержка. Формула объема цилиндра $V = S_{осн} \cdot H = \pi \cdot r^2 \cdot H$; формула объема призмы $V = S_{осн} \cdot H$, где площадь правильного шестиугольника $S = 6 \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$; вес шестигранной гайки равен произведению объема на удельный вес.

Задача 12. *Металлический стержень квадратного сечения* 10×10 *мм согнули в кольцо с внутренним диаметром* 60 *мм. Найдите поверхность кольца.*

Эвристическая подсказка. Переформулируйте задачу на геометрическую: найдите объем цилиндра, в который вписана правильная призма с основанием – квадратом со стороной 10 *мм*.

Информационная поддержка.

Формула объема цилиндра: $V = S_{осн} \cdot H = \pi \cdot r^2 \cdot H$;

формула объема призмы: $V = S_{осн} \cdot H$;

формула длины окружности: $l = \pi \cdot d$.

Задача 13. *Найдите вес ободка чугунного маховика, имеющего прямоугольное сечение* 150 *мм на* 200 *мм, при наружном диаметре маховика* $2{,}5$ *м. Удельный вес чугуна* $7{,}2 г/см^3$.

Эвристическая подсказка. Переформулируйте задачу на геометрическую: найдите объем цилиндра, в который вписана призма, в основании которой прямоугольник со сторонами 150 *мм* и 200 *мм*.

Информационная поддержка.

Формула объема цилиндра: $V = S_{осн} \cdot H = \pi \cdot r^2 \cdot H$;

формула объема призмы: $V = S_{осн} \cdot H$;

масса обода чугунного маховика равна произведению объема на удельную массу.

Задача 14. *Хватит ли* $8500\,м^2$ *изоляционной ленты для двукратного покрытия ею километра газопровода диаметром* 1420 *мм.*

Эвристическая подсказка. Переформулируйте задачу на геометрическую: найдите площадь боковой поверхности километра газопровода и сравните с площадью изоляционной ленты.

Информационная поддержка.

Формула площади боковой поверхности цилиндра $S_g = 2 \cdot \pi \cdot R H$.

В качестве домашнего задания предлагаются задачи, в которых необходимо перейти только к математической модели.

Задача 15. *Шестигранный чугунный брусок с нарезным цилиндрическим отверстием имеет длину* 800 *мм (рис.4.9). Найдите вес бруска, если его удельный вес составляет* $7{,}25\ г/см^3$.

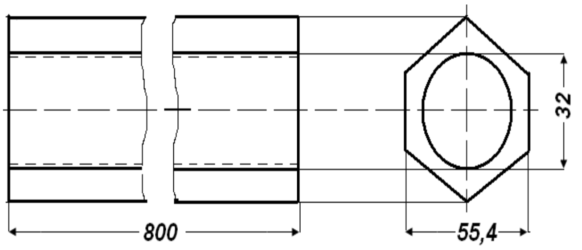


Рисунок 4.9 – Проекции шестигранного чугунного бруска с его размерами

Задача 16. *Найдите стандартную площадь поверхности выпаривания для горизонтального цилиндрического резервуара диаметром* d *и длиною* l.

Во время хранения нефтепродуктов происходит их естественная потеря из-за выпаривания, которое пропорционально площади поверхности выпаривания. Для определения граничной нормы потери нефтепродуктов, которые хранятся в горизонтальных цилиндрических резервуарах (рис. 4.10), площадь поверхности выпаривания должна соответствовать нормативным требованиям, если считать, что резервуар заполнен на 75% своего объема (рис. 4.11).

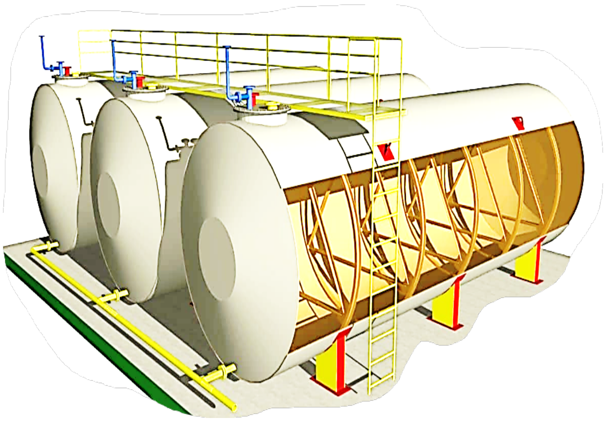


Рисунок 4.10 – Резервуар для хранения нефтепродуктов

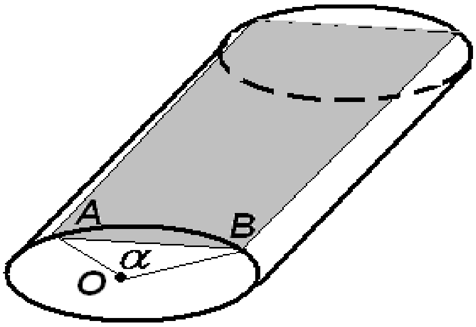


Рисунок 4.11 – Изображение цилиндра с продольным сечением, отрезающим $\frac{1}{4}$ *объема*

Задача 17. *Какой длины необходимо взять стальной прут диаметром 50 мм для изготовления детали в форме срезанного конуса, в котором D = 32 мм, d = 26 мм и h = 110 мм? На обработку прибавить 10%. .*

Задача 18. *Опрыскиватель стекол в машине имеет форму цилиндра со сферическим днищем (рис. 4.12). Найти объем и площадь полной поверхности резервуара опрыскивателя, используя формулы элементарной геометрии и интегрального исчисления.*

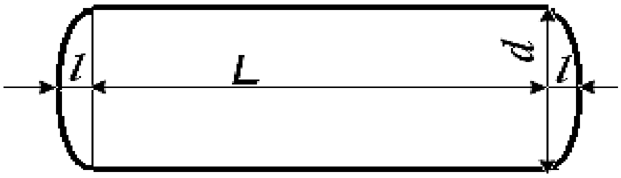
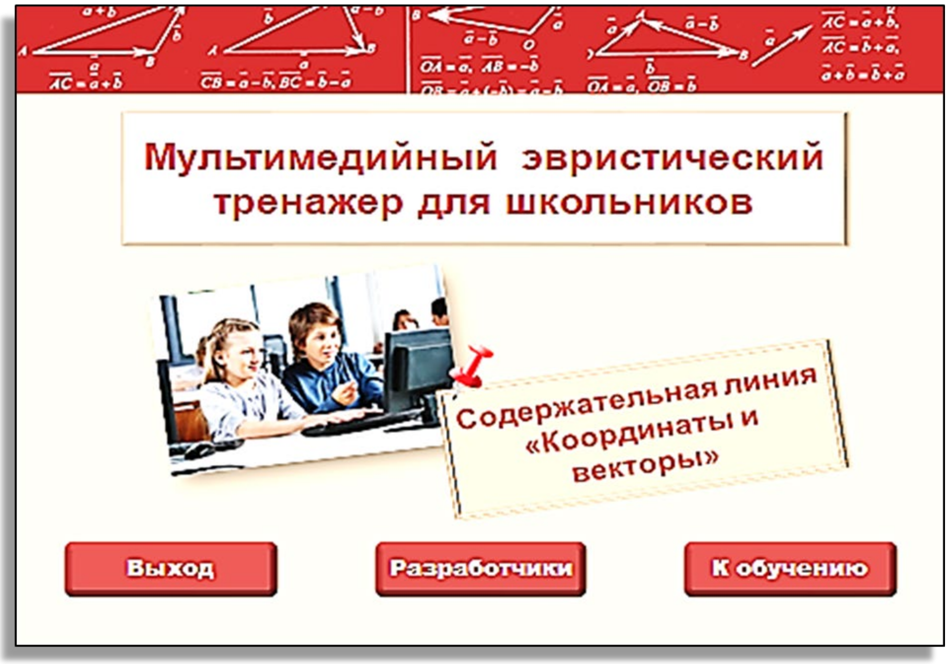


Рисунок 4.12 – Размеры опрыскивателя,

где L –длина, d – диаметр цилиндрической части, l – высота шарового сегмента.

Перед рассмотрением темы «Использование векторного аппарата при решении инженерных задач» обучающимся предлагается компьютерный тренажер (рис. 4.13) для повторения, обобщения и систематизации знаний [379].



Мультимедийный эвристический тренажер для школьников

Содержательная линия «Координаты и векторы»

Рисунок 4.13 – Тренажер на обобщение и систематизацию знаний по содержательной линии «Координаты и векторы»

Подобные мультимедийные разработки строятся на основе идеологии проектирования эвристико-дидактических конструкций, являющихся средством индивидуализации обучения школьников. Эти средства разрабатываются в Донецком национальном университете, мы используем их с целью актуализации знаний обучающихся [328].

Учащиеся имеют возможность индивидуально повторить необходимый материал, познакомиться с приложениями векторного аппарата, а также самостоятельно решить прикладные задачи, для решения которых необходимо создание математических моделей на основе векторного аппарата (рис. 4.14).

В процессе проведения занятия по данной теме обучающимся вначале предлагается пройти тест на соответствие: распознавание той модели, которая описывает данную техническую ситуацию (из 4-х моделей выбрать две, которые описывают ситуации, представленные в 2-х задачах), смотри таблицу 4.4.

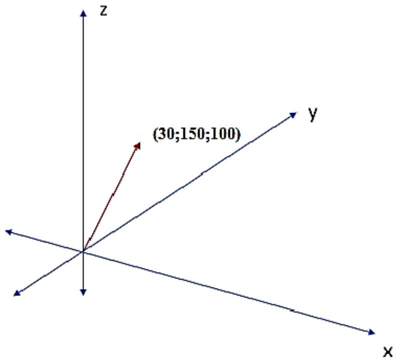
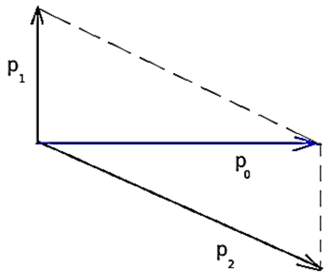
Координаты и векторы

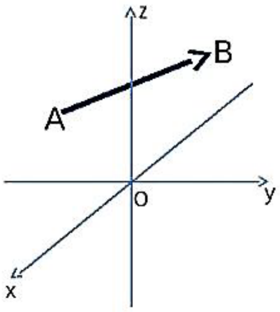
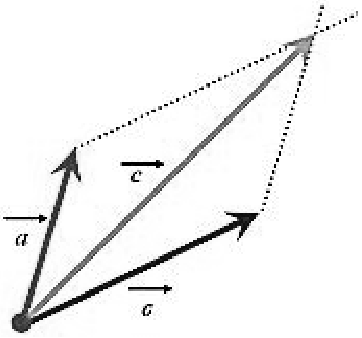
Предлагаем актуализировать ваши знания по содержательной линии «Координаты и векторы»:

- ❑ *можно пройти диагностическое тестирование, выполнив задачи по векторам на плоскости (Тест 1) и векторам в пространстве (Тест 2);*
- ❑ *повторить изученный материал, скорректировав свои знания;*
- ❑ *увидеть применение векторного аппарата в науке, технике, быту и др.;*
- ❑ *познакомиться с эвристическими заданиями, выбрав необходимую подсказку к каждой из них.*

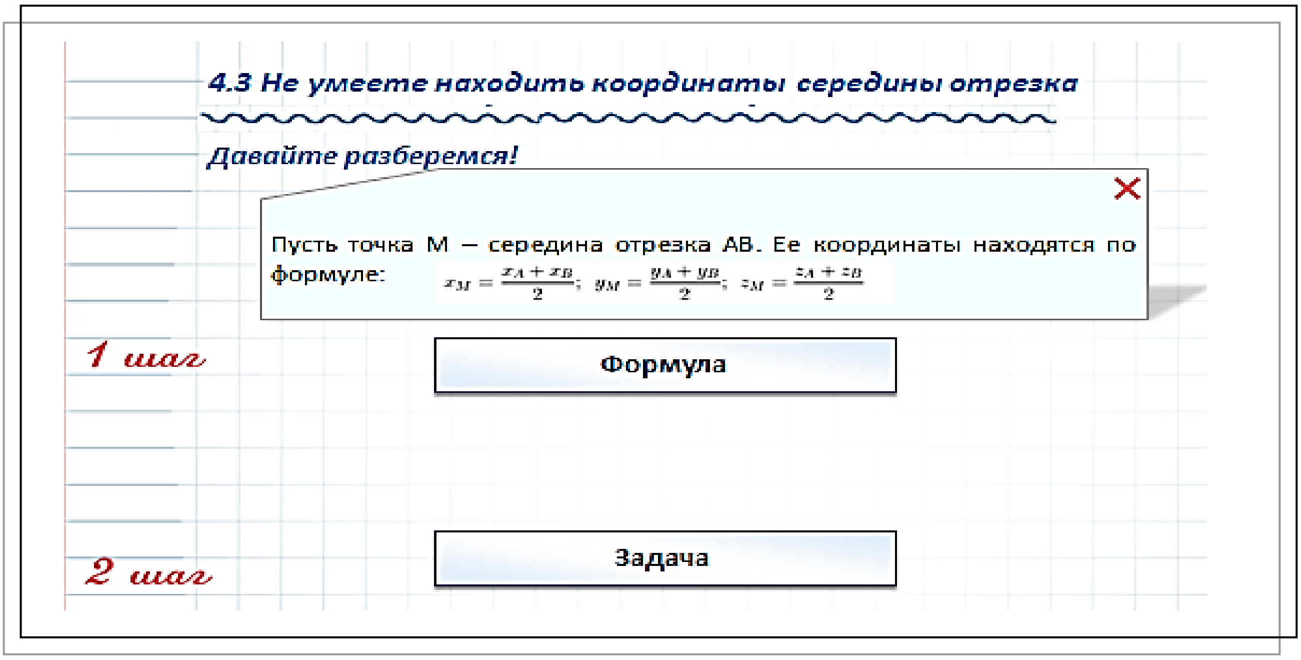
Рисунок 4.14 – Содержание мультимедийного тренажера

Таблица 4.4 – Тестовое задание

Задача	*Математическая модель*
1. Снаряд массой 2кг, летящий со скоростью 100 м/с. разрывается на два осколка. Один из осколков летит под углом 90° к первоначальному направлению, а второй – под углом 60°.	 **А)**
2. Некоторая текстильная фабрика должна выпустить в одну смену 30 комплектов постельного белья, 150 полотенец, 100 домашних халатов. Какова производственная программа данной фабрики?	 **Б)**

	 **В)**
	 **Г)**

Затем обучающимся выдаются задачи для самостоятельного решения. Преподаватель следит за тем, как ученики их решают и, если необходимо исправить полученную ошибку конкретному обучающемуся, ему посылается подсказка, например см. рис 4.15.



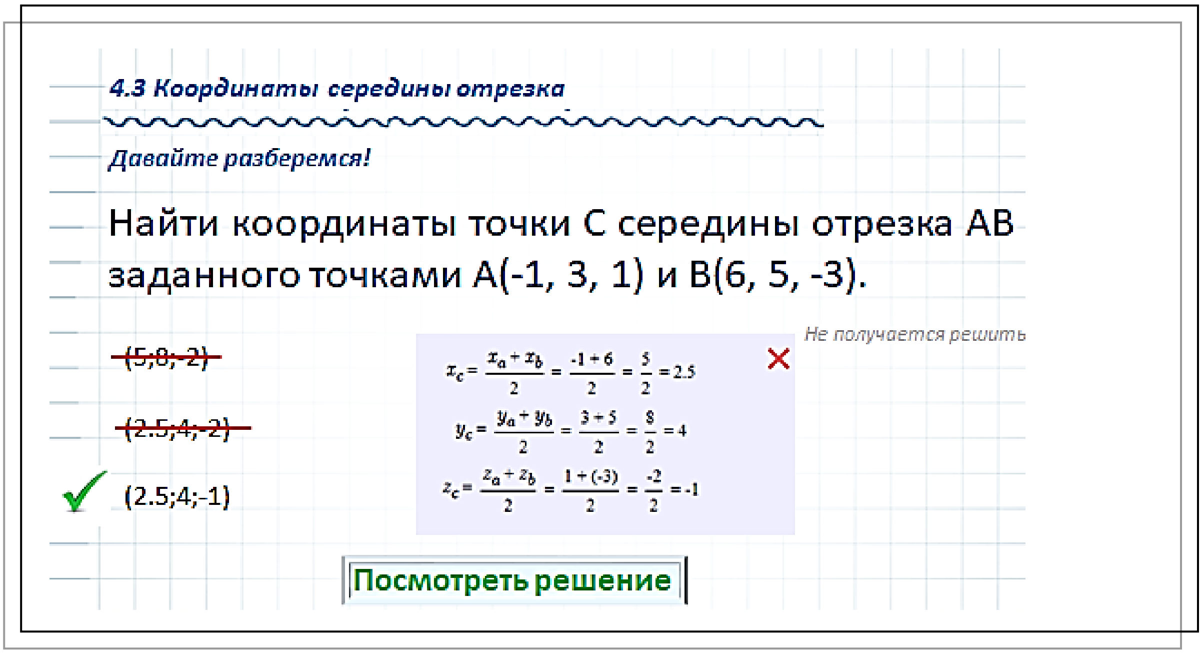
4.3 Не умеете находить координаты середины отрезка

Давайте разберемся!

Пусть точка М – середина отрезка АВ. Ее координаты находятся по формуле: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$; $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$; $z_M = \frac{z_A + z_B}{2}$

Рисунок 4.15 – Автоматизированная коррекция ошибки обучающегося

Скорректировав свои знания с помощью электронного ресурса, ученик может посмотреть задачу, представленную в программе «Автоматизированная коррекция решения математических задач» и в случае невозможности ее решить, знакомится с ее алгоритмом (рис. 4.16).



4.3 Координаты середины отрезка

Давайте разберемся!

Найти координаты точки С середины отрезка АВ заданного точками А(-1, 3, 1) и В(6, 5, -3).

~~(5;8;-2)~~

~~(2.5;4;-2)~~

✓ (2.5;4;-1)

$$x_c = \frac{x_a + x_b}{2} = \frac{-1+6}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$y_c = \frac{y_a + y_b}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$z_c = \frac{z_a + z_b}{2} = \frac{1+(-3)}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Рисунок 4.16 – Знакомство с решением типовой задачи

Организованная таким образом работа по обучению школьников основам математического моделирования позволяет подготовить их к восприятию сложного математического аппарата в высшей технической школе.

4.2. Методические приемы обучения студентов – будущих инженеров математическим моделям в курсе математики

Исследуя проблему современной математической подготовки будущих инженеров, необходимо отметить, что основные цели обучения математике студентов технических направлений неразрывно связаны с формирование у них представления о связи математики с инженерным конструированием [42].

Во-первых, процесс изучения математики должен быть ориентирован на обеспечение преемственности и непрерывности в течение всего периода обучения в вузе.

Во-вторых, основной идеей обучения математике должна стать профессиональная направленность путем совершенствования фундаментальной подготовки студентов по математике, усиления роли численных методов и их цифровой реализации, ориентирования на обучение использованию математических моделей при решении прикладных задач.

В-третьих, овладение студентами достаточным запасом математических знаний, аналитическими и численными методами решения задач прикладного содержания должно позволить им овладеть методами моделирования инженерных задач.

Изучение математики дает в распоряжение инженера не только определенную сумму знаний, но и развивает в нем способность ставить, исследовать и решать самые разнообразные задачи. Иными словами, отмечает Е.Г. Евсеева, математика развивает мышление будущего инженера и закладывает прочный фундамент для освоения многих специальных технических дисциплин [87]. Кроме того, именно с ее помощью лучше всего развиваются способности не только логического, но и образного мышления.

Анализ литературы по проблеме исследования позволил сделать вывод о важности знакомства студентов – будущих инженеров с математическими моделями в процессе обучения математике [57; 238; 360; 370]. Это необходимо делать целенаправленно по основным темам дисциплины, мотивируя изучение новых математических понятий, фактов и теорий, необходимых для формирования профессиональной компетентности будущего инженера.

Кроме того, рассмотрение одних и тех же моделей с точки зрения различных математических подходов к их решению важно на этапе обобщения и систематизации знаний по математике. Поэтому в данном пункте остановимся на описании основных приемов обучения построению математических моделей в курсе высшей математики.

Организация деятельности по формирование мотивации у будущего инженера к профессионально-ориентированной деятельности на лекционных занятиях дисциплины «Математика». Для преподавателя важно понимание ведущей роли профессиональной направленности в общей структуре мотивации учения студентов, которую можно рассматривать как форму и меру восприятия студентами конечных целей обучения в техническом вузе. Мотивировать изучение каждой темы в высшей математике предлагаем с постановки прикладной задачи технического характера. Для ее решения преподаватель строит математическую модель, однако студенты понимают, что у них нет достаточного математического аппарата для ее решения. Возникает желание изучить новый материал, необходимый для его использования в инженерном конструировании.

Например, изучение математики в высшей технической школе начинается с раздела «Линейная алгебра», в котором особое место занимают системы линейных уравнений. Перед введением основной теории решения таких систем лектор в качестве учебной мотивации предлагает инженерно-производственную задачу.

Задача. *Для закупки оборудования по фильтрованию (очистки) жидкости (воды) экономический отдел завода выделяет 34 ден.ед. Оборудование должно размещаться на площади, не превышающей 60 м^2. Можно заказать оборудование двух видов: менее мощные фильтры типа* ***А*** *стоимостью 3 ден.ед., требующих производственную площадь 3 м^2 (с учетом проходов) и имеют производительность в час – 2 т., и более мощные стенды типа* ***В*** *стоимостью 4 ден. ед., общей площадью 5 м^2 и обеспечивающие производительность в час – 3 т. (см. рис. 4.17).*

Перед инженерами завода стоит непростая задача по проектированию площадки фильтрования: получить максимальную производительность, но при этом: разместить оборудование на отведенной площади, не выйти за заплонированный бюджет, а также выполнить электрические требования по мощности – использование не более 8 фильтров типа В.

На проекторе показывается фрагмент организации процессов фильтрования, лектор организуется эвристический диалог, в результате которого студенты под руководством преподавателя строят математическую модель, которая реализуется в виде системы ограничений и функции производительности.

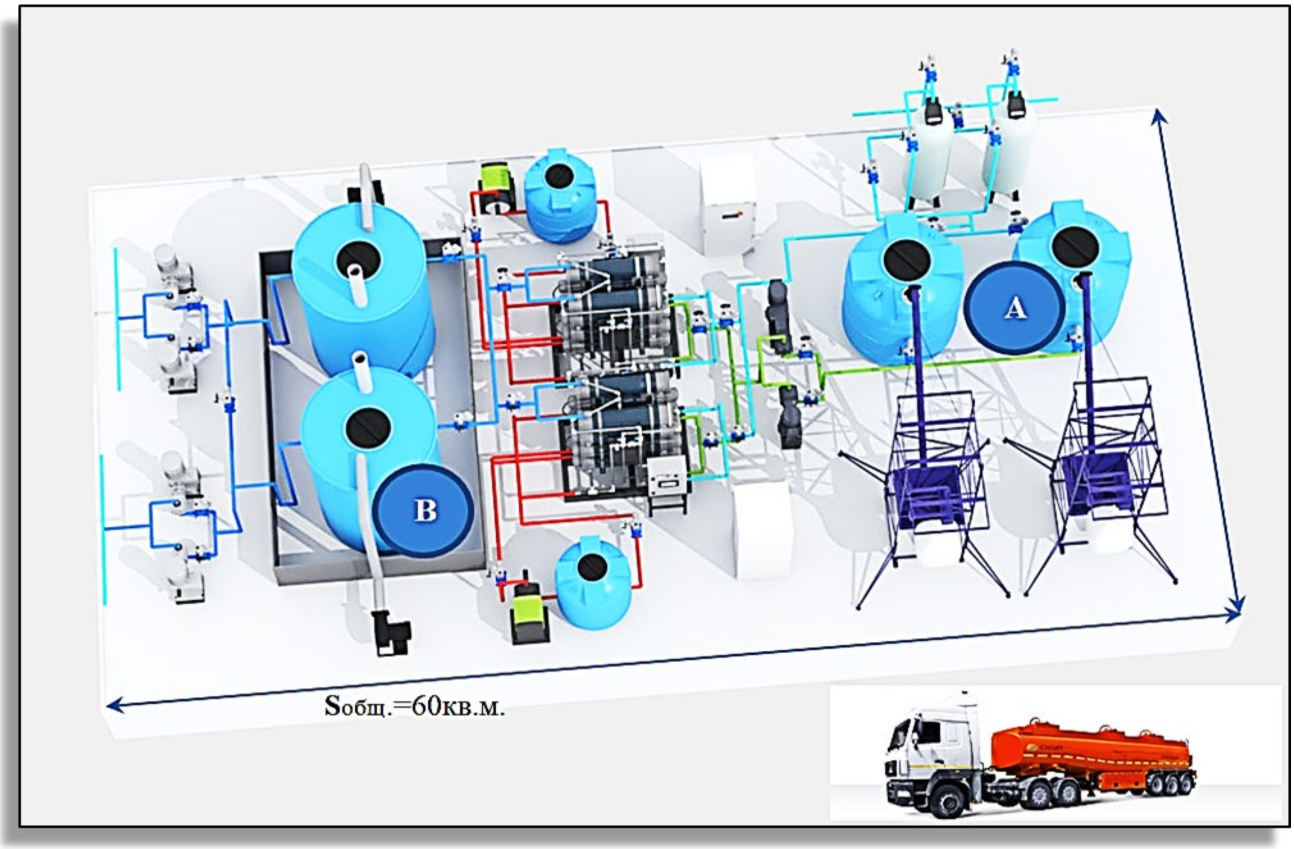


Рисунок 4.17 – Вариант размещения фильтровального оборудования на заявленной площади

Обозначим через x_1, x_2 количество стендов типов А и В, соответственно, через Z – общую производительность, получим:

$$Z = 2x_1 + 3x_2 \to \max \tag{4.1}$$

при условии

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \le 60, \\ 3x_1 + 4x_2 \le 34, \\ x_2 \le 8. \end{cases} \tag{4.2}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \tag{4.3}$$

$$x_1, x_2 \text{ – целые числа} \tag{4.4}$$

Однако студенты понимают, что такие задачи они не решали, возникает проблемная ситуация, разрешить которую возможно, ознакомившись с теоретическим материалом данной темы. Начинается осмысленное изучение предлагаемой темы. Вводится понятие системы **m** линейных с **n** неизвестными. Сведем задачу к каноническому виду, вводя дополнительные переменные x_3, x_4, x_5. Получим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 60, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_4 = 34, \\ x_2 + x_5 = 8, \end{cases} \tag{4.5}$$

где $x_j \geq 0, j = 1, 2, ..., 5.$

При этом утверждается, что системы линейных алгебраических уравнений могут описывать разнообразные технические процессы. Далее показываются методы их решения (метод Гаусса, метод Крамера, матричный метод).

В качестве усвоения изученного математического аппарата преподаватель может предложить индивидуальную работу студентам по созданию математических моделей.

Например. ***Индивидуальное задание.*** *Компания «Росгаз» планирует создание инфраструктуры для реализации сжиженного газа пропан бутан. Проект предусматривает размещение на площади* $18 \cdot 10^3$ м^2. *наземных моноблочных автомобильно-газозаправочных станций (АГЗС) (стационарных заправщиков газом) двух видов – АГЗС5 и АГЗС10. Каждая АГЗС5 занимает площадь* $1 \cdot 10^3$ м^2*, АГЗС10 –* $3 \cdot 10^3$ м^2. *Потребляемая мощность АГЗС5 – 2 кВт/час, АГЗС10 – 1 кВт/час. Согласно правилам техники пожарной безопасности суммарная потребляемая мощность всех АГЗС должна не превышать 16 кВт/час. Производительность АГЗС5 составляет* $2 \cdot 10^2$ *(заправок в сутки), АГЗС10 –* $3 \cdot 10^2$ *(заправок в сутки). Какое количество АГЗС каждого вида необходимо установить, чтобы их общая производительность была максимальной. Учесть ограничения, установленные экологической службой: на площади* $18 \cdot 10^3$ м^2*можно разместить не более 5 АГЗС10 и не более 7 АГЗС5.*

Студентам предлагаются следующие подсказки: для решения данной задачи необходимо построить математическую модель, сведя задачу к каноническому виду и получив систему линейных уравнений. Всегда ли система линейных уравнений имеет решения?

Продемонстрированные инженерно-производственные задачи позволяют студентам не только получать математические модели, решать системы линейных уравнений, но и подготавливают будущих инженеров к следующему уровню – реализации общих вопросов оптимизационных задач математики.

Организация обучения построению математических моделей на практических занятиях по высшей математике. Изучив содержание математического материала на лекции, студентам на практических занятиях предлагается система математических заданий на усвоение и закрепление темы. Применение же данного математического аппарата происходит в процессе рассмотрения наглядных примеров создания математических моделей при решении разнообразных инженерных задач. Акцентируется внимание на самой сути процесса математического моделирования. Это – постановка задачи, выбор параметров математической модели, выбор метода моделирования, наглядная реализация модели в одном из пакетов символьной математики и проверка ее адекватности [15]. Например.

Задача. *За какое время полностью исчезнет жидкость из цилиндрического сосуда высотой* ***H****, площадью основания* ***S****, в дне которого проделано отверстие площадью* ***б****.*

Проведя коллективное исследование, студенты приходят к заключению о том, что в качестве модели технической задачи у них получается математическая задача на вычисление (исследования на сходимость) несобственного интеграла:

$$T = -\frac{S}{\sigma\sqrt{2g}}\int_H^0 \frac{dh}{\sqrt{h}}$$

Студенты отмечают, что они уже познакомились на лекции с несобственными интегралами и решали математические упражнения на их вычисление (сходимость). Проведя интегрирование и интерпретируя полученный результат, студенты получают ответ.

На практических занятиях по математике важно после усвоения теоретического материала и отработки базовых умений по решению математических заданий заданной темы, научить студентов использовать изученный математический аппарат. Для этого можно организовать следующую профессионально-ориентированную деятельность.

I. Предлагаются прикладные задачи, в которых *необходимо только построить математическую модель:*

Задача. *Необходимо определить границу зоны поражения при стрельбе из орудия.*

Эта граница нанесена пунктиром на рисунке 4.18 и является огибающей траекторий выпущенных снарядов со скоростью V_0.

При построении модели, студенты непосредственно с преподавателем рассматривают совокупность траекторий снарядов, выпущенных из одной точки (из начала координат) с одной и той же начальной скоростью V_0, но под различными углами φ, которые могут принимать значения от 0 до 180° (рис. 4.18).

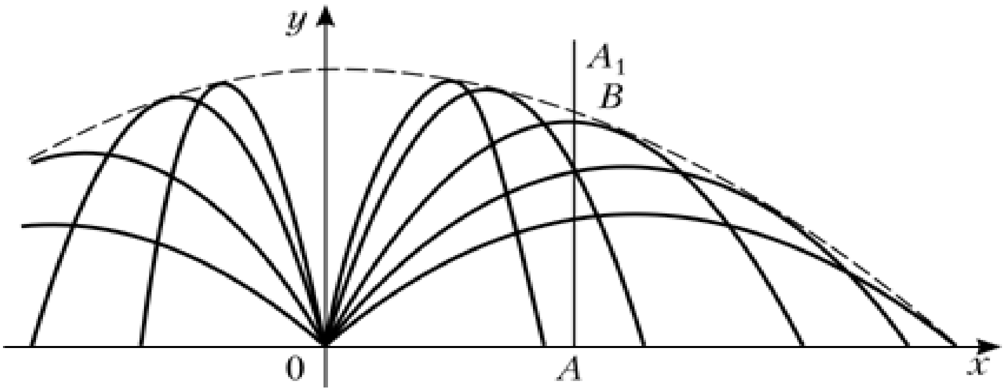


Рисунок 4.18 – Огибающая траекторий выпущенных снарядов со скоростью V_0

Каждая траектория представляет собой кривую в плоскости *x, y,* т.е. характеризуется определенной зависимостью *y(x).*

Выписав зависимости $x = x(t)$ и $y = y(t)$, без учета сопротивления воздуха, и исключая из них *t*, найдена зависимость *y от x:*

$$y = x \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2 V_0^2 \cos^2 \varphi}$$

При каждом конкретном значении φ получается определенная кривая. Рассматривая различные значения параметра φ, мы получим семейство кривых. Мы можем считать, что высота траектории снаряда *y* есть функция двух переменных: горизонтального расстояния x и угла бросания φ, т.е. $y = y(x, \varphi)$. Тогда отдельные траектории дают зависимость *y* от *x* при постоянном φ. Семейство траекторий изображено на рисунке 4.18. Таким образом, есть не поражаемая зона, в которую при данной начальной скорости снаряда нельзя попасть ни при каком угле бросания:

парабола безопасности $$y = -\frac{g}{2 V_0^2} x^2 + \frac{V_0^2}{2 g}.$$

Студентам предлагается смоделировать процесс построения огибающей кривой (параболы безопасности) с использованием пакетов прикладных программ и произвести визуализацию модели.

Для самостоятельного решения студентам предлагаются следующие модели.

Задача (самостоятельная работа по изученной теме). *Снаряд вылетает из орудия со скоростью* $V_0 = 100$ *м/сек. Можно ли из этого орудия поразить цель, находящуюся на горизонтальном удалении 500 м от орудия на высоте 300м; на высоте 500 м?*

Задача. *Батискаф массой т погружается в жидкость (воду), сила сопротивления которой пропорциональна скорости погружения с коэффициентом* *пропорциональности k(кг/с). Найти скорость точки через время t после начала погружения батискафа, если в начальный момент она была равна нулю.*

Проведя исследование и учитывая, что:

$$F = ma = mg - kv$$

$$a = v',$$

студенты составляют дифференциальное уравнение в качестве математической модели:

$$m\frac{dv}{dt} = mg - kv.$$

Задача. *Материальная точка массой m движется прямолинейно. На нее действует сила в направлении движения, пропорциональная времени с коэффициентом пропорциональности k_1, и сила сопротивления среды, пропорциональная скорости с коэффициентом пропорциональности k_2. Найти скорость точки.*

Для составления математической модели используется второй закон Ньютона $F = ma$, учитывая то, что искомая сила является равнодействующей двух сил:

$F = F_1 + F_2 = k_1 t - k_2 v;$

а также то, что

$a = v';$

Получается уравнение

$mv' = k_1 t - k_2 v$,

при начальных условиях $v(0) = 0$.

II. Обсуждаются вопросы о том, какими методами можно решить полученные математические задачи. *Составляются опорные схемы* применения математического аппарата для решения прикладных задач текущей темы.

В процессе решения инженерных задач студентам часто требуется быстрое получение решений, без аналитических выкладок «чистой» математики.

Как быть современному инженеру, если надо решить уравнение, посчитать интеграл, решить дифференциальное уравнение и т.д. Безусловно, в багаже его знаний должны быть «численные методы». Например.

Задача. *Найти корни трансцендентных уравнений по методу «Дихотомии», по методу «Хорд» с точностью ε, предварительно отделив корни графическим методом. Оценить скорость сходимости метода «Дихотомии» и метода «Хорд» предварительно посчитав число выполненных итераций.*

Результаты работы проверить с помощью Mathcad с использованием встроенной функции root и графическим представлением. Сделать выводы по проделанной работе.

Так для метода «Дихотомии», при составлении математической модели с последующей реализацией в системе Mathcad, студентам предлагается реализовать схему алгоритмического процесса (рис. 4.19).

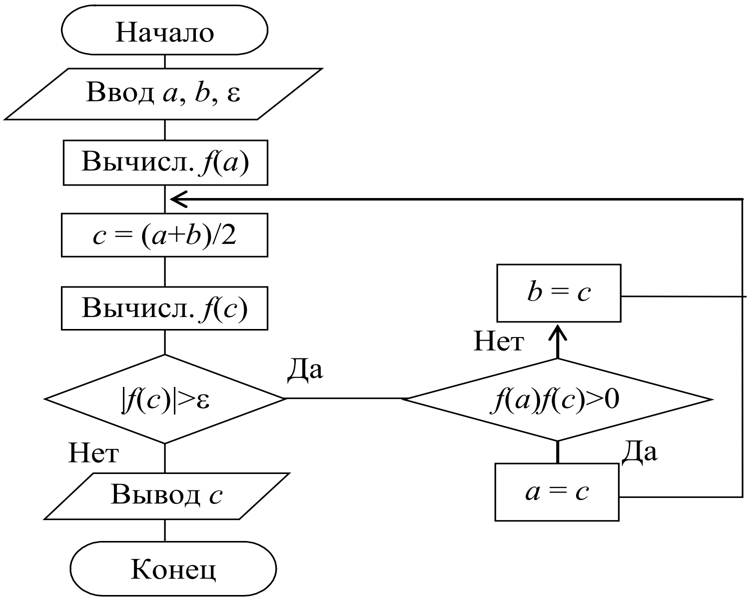


Рисунок 4.19 – Схема алгоритма метода «Дихотомии»

А для метода «Хорд», рассматриваются различные подходы к определению неподвижного конца (рис. 4.20).

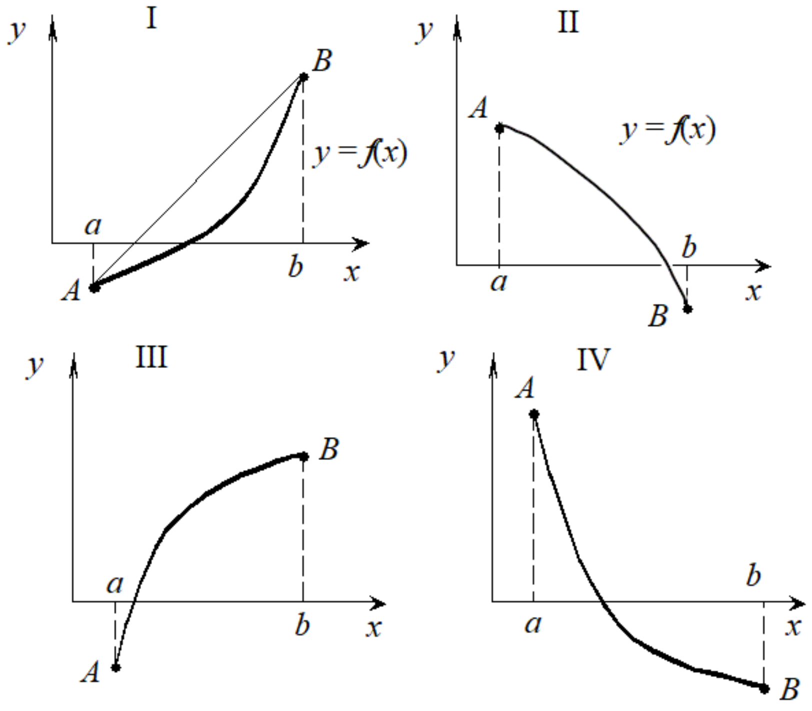


Рисунок 4.20 – Типы расположения кривой

Для I-го f '(x) > 0, f "(x) > 0, для II-го f '(x) < 0, f "(x) < 0, т. е. $x_0 = a$ (неподвижен конец *b*). Для III-го f '(x) > 0, f "(x) < 0; для IV-го f '(x) < 0, f "(x) > 0, $x_0 = в$ (неподвижен конец *a).*

В общем виде:

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k)\frac{\xi - x_k}{f(\xi) - f(x_k)}, \text{ где } \xi \text{ – неподвижный конец.}$$

Задача. *Составить модель алгоритма численного интегрирования по методу трапеций* (рис. 4.21).

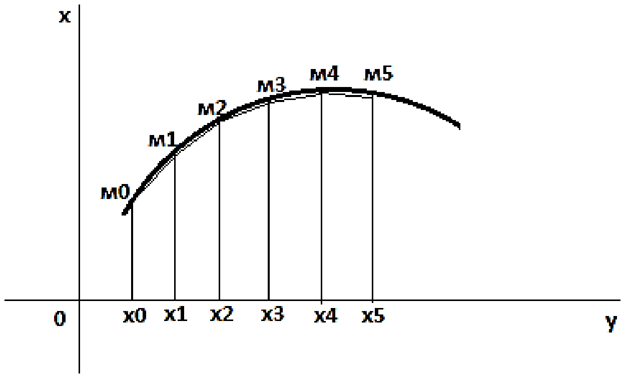


Рисунок 4.21 – Численное интегрирование по формуле трапеций

Модель формулы трапеций имеет вид:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}\left[\frac{y_0+y_n}{2}+\sum_{i=1}^{n-1} y_i\right]$$ – «Формула трапеций».

Задача. *Используя систему Mathcad вычислить приближенное значение интеграла с точностью ε следующими методами:*

1) методом прямоугольников по «недостатку»;

2) методом прямоугольников по «избытку»;

3) методом прямоугольников по «средней точке»;

4) методом трапеций;

5) методом Симпсона;

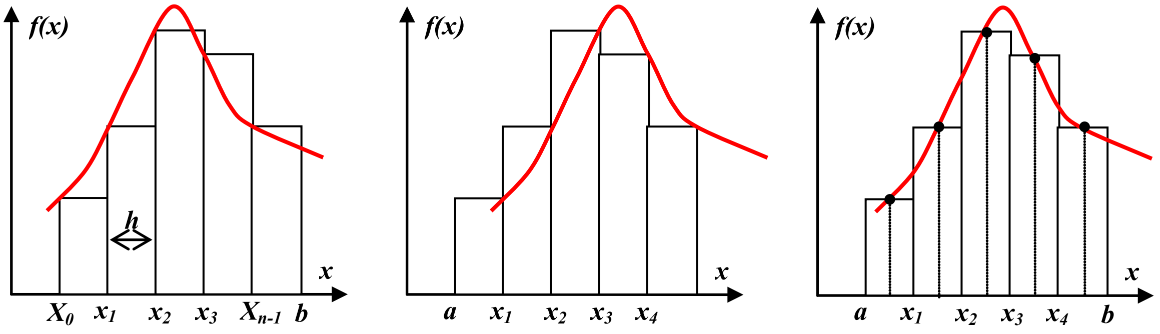
6) выполнить визуализацию результата;

7) вычислить погрешность вычислений;

8) результаты сравнить, сделать выводы, обосновать.

III. Студентам выдаются тестовые задания на соответствие: даны прикладные задачи и математические модели. Необходимо к каждой задаче подобрать модель, которая этой задаче соответствует.

Например, в численном интегрировании могут быть следующие задание: *поставьте соответствие в названии метода численного интегрирования («по недостатку», «по избытку», «по средней точке») и рисунками* (рис. 4.22):



A B C

Рисунок 4.22 – Тест-пример численного интегрирования

IV. Научившись составлять математические модели, распознавать и решать их, студенты получают задания, которые полностью необходимо решить. Например.

Задача. *Искомая кривая в цифровом приборе, проходит через точку А(1; 2) и обладает тем свойством, что произведение углового коэффициента касательной в любой точке на сумму координат точки касания равно удвоенной ординате этой точке. Найти уравнение кривой.*

Проведя исследование, студенты приходят к заключению о том, что в качестве модели технической задачи у них получается математическая задача: $y'(x+y)=2y$ – дифференциальное уравнение кривой. Решать это уравнение предлагается, как аналитически, так и с использованием пакетов прикладных программ.

Еще одним приемом обучения математическому моделированию на практических занятиях по математике является использование схем ориентировочных действий, описанных в работах Е.Г. Евсеевой [83], Н.А. Галибиной [50], Н.А. Прокопенко [283].

При решении профессионально направленных задач студентам – будущим инженерам необходимо сначала составить математическую модель задачи для того, чтобы свести прикладную задачу к математической. С помощью схем ориентирования обучение решению профессионально ориентированных задач проходит на более осознанном уровне. Общий вид схемы ориентирования для составления математической модели представлен в таблице 4.5.

Таблица 4.5. – Схема ориентирования для составления математической модели в общем виде

Общее ориентирование	
Какие объекты заданы?	
Что необходимо найти, вычислить, построить, исследовать?	
Какие законы или правила необходимо знать?	

Продолжение таблицы 4.5	
Ориентирование на выполнение	
Действия по математическому моделированию, которые необходимо выполнить	1. Определить и обозначить математические объекты. 2. Построить рисунок и выбрать систему координат. 3. Выбрать независимые переменные и функции от этих переменных. 4. Определить, каким условиям удовлетворяют введенные математические объекты. 5. Определить законы, связывающие введенные математические объекты. 6. Составить уравнение (алгебраическое, дифференциальное, интегральное и т.д.), неравенство, систему уравнений, систему неравенств и т.п. 7. Определить, что нужно сделать в задаче. 8. Сформулировать математическую задачу.

При этом, отмечают авторы, совсем не обязательно выполнять все перечисленные выше действия для решения каждой задачи, равно как и выполнять эти действия в указанном выше порядке [82].

Например, в некоторых задачах сначала делают чертёж и выбирают систему координат, а потом уже определяют математические объекты и обозначают их, в других – наоборот. В одних задачах не нужно составлять уравнения, системы уравнений или неравенств, в других – не требуется выбор системы координат и т.д.

Например, разберем применение схемы ориентировочных действий, которые возможно применить в процессе решения задания: *автомобиль массой 2 тонны начинает двигаться под действием силы* $\overline{F} = -4\overline{i} - 3\overline{j}$. *Вычислите модуль скорости автомобиля через 5 секунд после начала движения.*

Данное задание является задачей по физике, которая в обучении математике реализует ситуацию междисциплинарной интеграции, когда не создается локальное предметное поле по физике, знания по физике используются при решении задачи математической задачи.

В соответствии с методом ориентирования, который позволяет осуществлять интеграцию теории и практики в обучении математике, решение типовых задач, которые впервые предлагаются студентам, целесообразно, отмечает Н.А. Прокопенко сопровождать схемами ориентирования [283]. В таблице 4.6 приведена схема ориентирования задания о движении автомобиля, в которой выделены опорные знания по математике и по физике, необходимые для решения задачи.

Таблица 4.6 – Схема ориентирования задания о движении автомобиля

Общее ориентирование	
Что дано?	Масса автомобиля как материальной точки $m = 2$ *тонны.* Сила, действующая на материальную точку $\overline{F} = -4\overline{i} - 3\overline{j}$.
Что надо найти?	Величину или модуль скорости автомобиля (материальной точки) в момент времени $t = 5$ с.
Опорные знания по математике	Понятия: вектор, координаты вектора, модуль вектора, первообразная, определенный интеграл.
Опорные знания по физике	2-й закон Ньютона, понятия: вектор скорости, вектор ускорения, вектор силы, величина скорости,
Ориентирование на выполнение	
Какие обозначения необходимо ввести.	t – время; $\overline{v}$ – вектор скорости материальной точки; v_x, v_y – координаты вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки; $\lvert\overline{v}\rvert$- величина вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки $\overline{a}$ – вектор ускорения материальной точки; a_x, a_y – координаты вектора ускорения $\overline{a}$ материальной точки; F_x, F_y– координаты вектора силы $\overline{F}$, действующей на материальную точку.
Действия, которые нужно выполнить.	1. Записать координаты вектора силы $\overline{F}$, действующей на материальную точку. 2. Найти координаты вектора ускорения $\overline{a}$ материальной точки. 3. Найти координаты вектора скорости $\overline{v}$ материальной

	точки. 4.Найти величину вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки в момент времени $t = 5$с.
Какие физические формулы и законы необходимы для решения?	1. 2-й закон Ньютона в координатной форме для материальной точки массы m: $F_x = ma_x$, $F_y = ma_y$, где $\overline{a} = (a_x;a_y)$ - вектор ускорения материальной точки, $\overline{F} = (F_x;F_y)$- вектор силы, действующей на материальную точку. 2. Формула нахождения координат вектора скорости по координатам вектора ускорения: $v_x = \int\limits_0^t a_x dt$; $v_y = \int\limits_0^t a_y dt$, где $\overline{v} = (v_x;v_y)$ - вектор скорости материальной точки, t – время.
Какие формулы по математике необходимы для решения?	1. Формула нахождения модуля вектора, заданного координатами: $\lvert\overline{v}\rvert = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$, вектор $\overline{v} = (v_x;v_y)$. 2. Формула Ньютона-Лейбница вычисления определённого интеграла: $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, где $F'(x) = f(x)$. 3. Формула неопределенного от дифференциала аргумента: $\int dx = x + C$, где $C = const$.

Решение задания целесообразно выполнять по действиям, выделенным в схеме ориентирования:

1. Выпишем координаты вектора силы $\overline{F}$, действующей на материальную точку: $F_x = -4$ и $F_y = -3$.

2. Найдём координаты вектора ускорения $\overline{a}$ материальной точки:

$$a_x = \frac{F_x}{m},\ a_y = \frac{F_y}{m}.\ \text{Получим } a_x = -\frac{4}{m},\ a_y = -\frac{3}{m}.$$

3. Найдём координаты вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки:

$$v_x = \int\limits_0^t a_x dt,\ v_y = \int\limits_0^t a_y dt.$$

Получим $v_x = \int_0^t \frac{-4}{m} dt = \frac{-4}{m} t$, $v_y = \int_0^t \frac{-3}{m} dt = -\frac{3}{m} t$.

4. Найдём модуль вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки: $|\overline{v}| = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

Получим $|\overline{v}| = \sqrt{\left(-\frac{4}{m}t\right)^2 + \left(-\frac{3}{m}t\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{m^2}t^2 + \frac{9}{m^2}t^2} = \sqrt{\frac{25}{m^2}t^2} = \frac{5}{m}t$.

5. Вычислим величину вектора скорости $\overline{v}$ материальной точки в момент времени $t = 5$с. Подставляя в полученное выражение $m = 2$, получаем $|\overline{v}|\ \Big|_{t=5} = \frac{5}{2} \cdot 5 = \frac{25}{2} \frac{м}{с}$. Ответ: $|\overline{v}|\ \Big|_{t=5} = 12{,}5 \frac{м}{с}$.

Методика обучения математическому моделированию на основе схем ориентирования внедрена в учебный процесс Донецкого национального технического университета и Донбасской национальной академии строительства и архитектуры ДНР.

Организация интегрированных лабораторных работ. Необходимо отметить, что курс математики в высшей технической школе перенасыщен математической теорией, которую современные студенты – будущие инженеры не совсем адекватно воспринимают. Понимание математики как дисциплины, направленной на формирование представлений о методах математического исследования, на формирование умений исследования инженерных объектов и явлений, приходит на специальных интегрированных лабораторных занятиях. Следует отметить, что особое место в системе лабораторных работ в высшей школе занимают интегрированные работы, для проведения которых используются знания, умения и результаты анализа изучаемого объекта методами других наук, других дисциплин, в основном профессиональных и практико-ориентированных.

Остановимся на характеристике подобных работ и организации эвристической деятельности студентов, в процессе их выполнения, на примере интегрированной лабораторной работы по вычислению площадей фигур, ограниченных заданными линиями. В данном случае интеграция происходит между математикой и информатикой.

Основная цель лабораторной работы – обучение студентов вычислению площадей, ограниченных «замечательными кривыми»; визуализация таких кривых, формирование умений строить математические модели и находить способы их решения.

На первом этапе к работе подключается преподаватель информатики. Он акцентирует внимание студентов на построение «замечательных кривых», используя разработанное нами программное приложение (рис. 4.23), показывает, что динамическое изменение параметров функций и в реальном времени происходит в виде соответствующих изменений в графике.

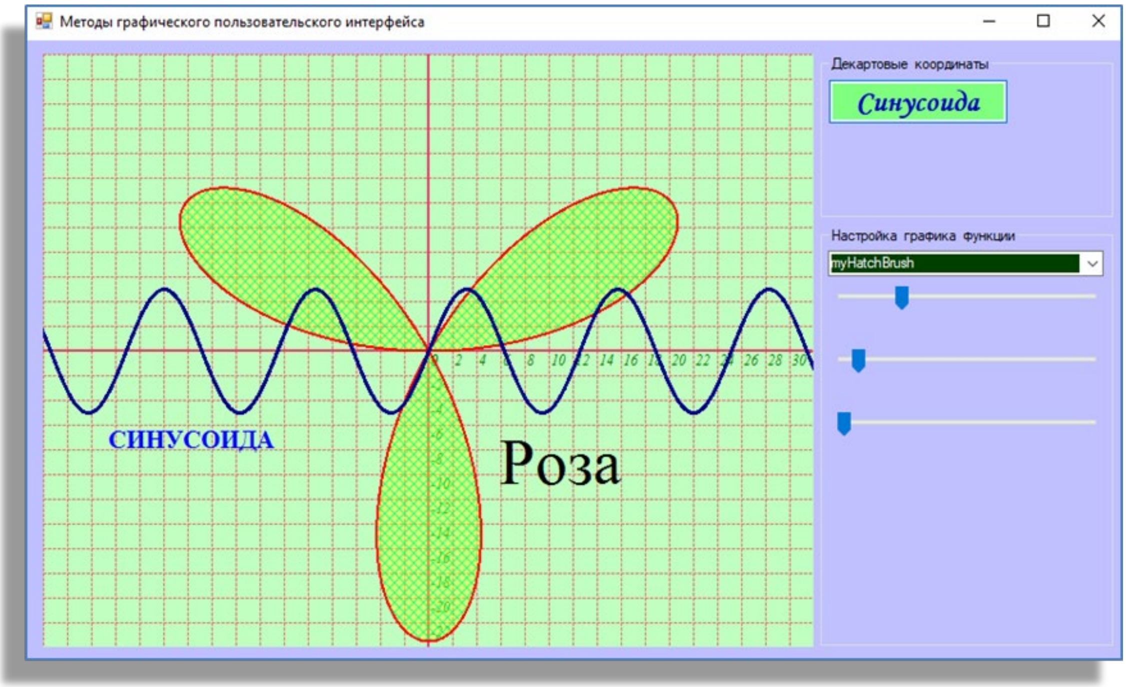


Рисунок 4.23 – Окно динамической визуализации интегрированной лабораторной работы

Задачи на построение графиков функций имеют большое практическое значение с точки зрения визуализации, анализа и прогнозирования развития организационных систем и процессов, отмечает Е.Г. Евсеева [87]. Например, это может быть модель исследования зависимости расхода топлива автомобиля при изменении скорости движения, полной массы транспортного средства, характера дорожного покрытия и т. д.

Преподаватель показывает, что студенты получают в свое распоряжение удобный инструмент динамической визуализации для моделирования зависимостей заданных: в явном виде, в полярных координатах, в параметрическом виде.

В инженерных задачах, объясняет преподаватель информатики, особое место занимают модели, где для нахождения длин, площадей криволинейных секторов требуется иметь представление о поведении кривых на разных интервалах. Знакомство с замечательными кривыми начинается с экскурса в прошлое, а именно с физического построения модели этих кривых и переносом этих физических моделей на математические формулы.

Так, например, еще в XV в. немецкий ученый Николай Кузанский (1401–1464), наблюдая за перемещением гвоздя, вбитого в колесо движущегося экипажа, задумался над описываемой им траекторией. Форма этой траектории будет зависеть, прежде всего, от места, где вбит гвоздик. Простейший случай – кривая, по которой движется фиксированная точка окружности, когда сама окружность равномерно катится по прямой (рис. 4.24).

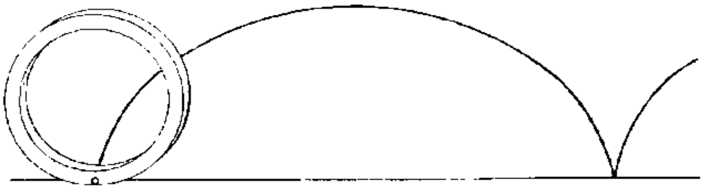


Рисунок 4.24 – Точка зафиксирована на ободе

Галилей (1564–1642) назвал такую кривую *циклоидой.* Если точка лежит не на окружности, а внутри круга, то получается «укороченная» циклоида. Если же фиксированная точка лежит вне круга, но вращается вместе с ним, то получается «удлиненная» циклоида (рис. 4.25).

Так как и обыкновенная циклоида, и все ее обобщения описывают соединение двух простейших механических движений (прямолинейного и вращательного или двух вращательных), то становится понятной роль этих кривых в теории механизмов и инженерной (прикладной) математике.

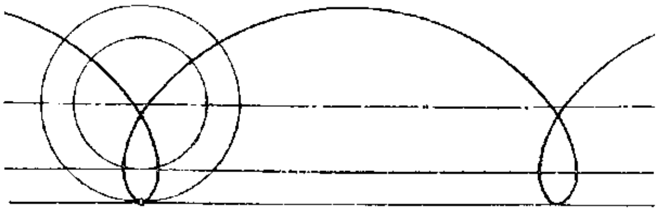


Рисунок 4.25 – Удлиненная циклоида

В дисциплине «Информатика», которая изучается параллельно с математикой, студенты выполняли задания по построению кривых, заданных параметрически (Приложение В). Затем в процессе интегрированной лабораторной работы студенты используют умения строить модели кривых (рис. 4.26).

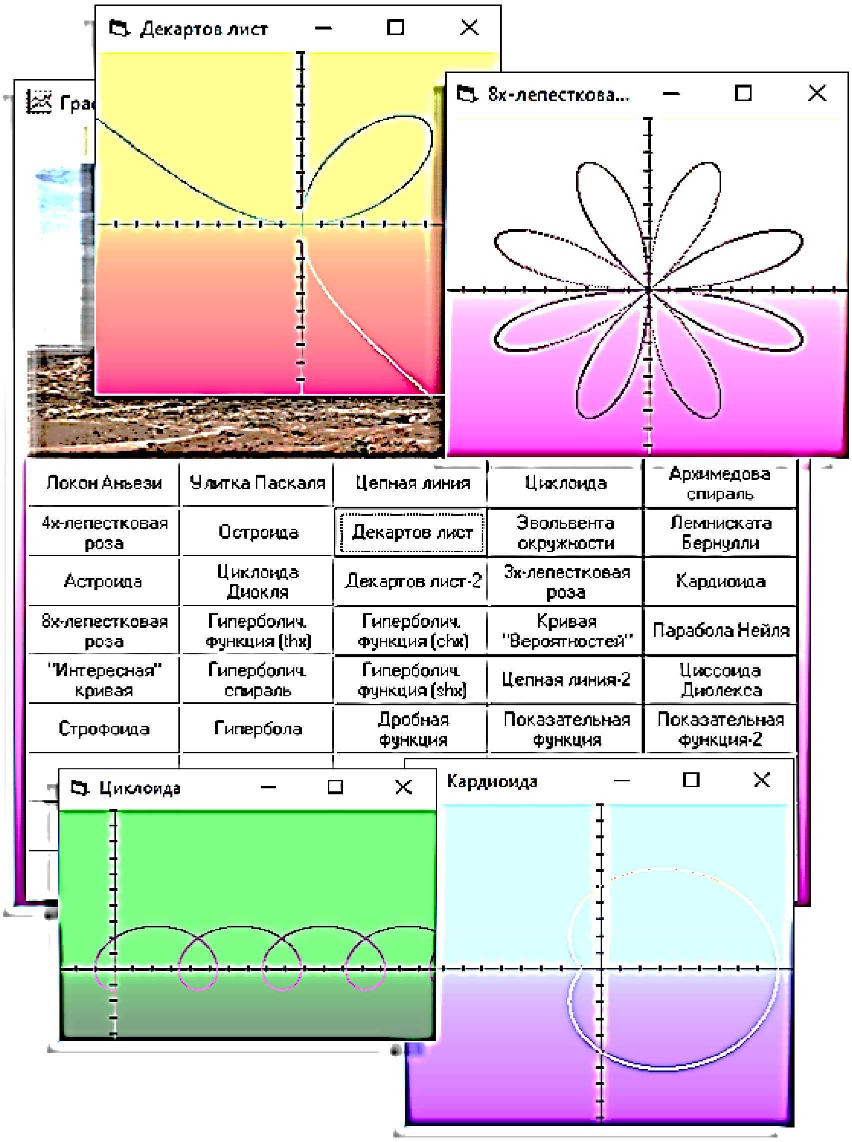


Рисунок 4.26 – Автомат построения «замечательных» кривых

Студентам предлагается для повторения построить кардиоиду, строфоиду, лемнискату Бернулли, улитку Паскаля, цепную линию, Архимедову спираль, Декартов лист и др. Построение некоторых линий студентам даются достаточно легко, некоторые (Декартов лист) – требуют дополнительных исследований. Поэтому в интегрированной лабораторной работе предлагаем использовать как визуальный интерпретатор с открытым кодом (с возможностью динамического изменения параметров кривых) изображенный на рисунке 4.23, так и «Автомат построения замечательных кривых», изображенный на рисунке 4.26.

Рассмотрев визуальные модели, к занятию подключается преподаватель математики. Он предлагает студентам для достижения основной цели лабораторной работы (вычисление площадей фигур) приступить к решению задач.

Задача. *Вычислить площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды* $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1\text{-}\cos t)$ $(0 \leq at \leq 2\pi)$ *и осью Ox.*

На интегрированной лабораторной работе преподавателем приводятся теоретические обоснования обобщенной задачи для разных видов кривых: параметрических, в полярных координатах и в явном виде:

– площадь криволинейной трапеции, для кривой заданной в явном виде: $S = \int_{\alpha}^{\beta} y(t)dt$;

– площадь криволинейной трапеции, для кривой заданной в параметрическом виде: $S = \int_{\alpha}^{\beta} x(t)y'(t)dt$;

– площадь криволинейного сектора, для кривой заданной в полярных координатах: $S = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta} r^2 d\varphi$.

Продолжая процесс исследования, студенты приходят к следующей модели:

$S = \int_0^{2\pi} y(t) \cdot x'(t)dt = \int_0^{2\pi} a(1 - \cos t) \cdot a(t - \sin t)'dt$, с последующим вычислением определенного интеграла.

Составляя математические модели для задач такого рода, студенты на интегрированных лабораторных работах:

1) видят результат построения кривых;
2) имеют возможность видоизменять параметры кривых;
3) самостоятельно разрабатывать модели с использованием новых кривых.

Далее каждый студент получает задание (Приложение В). Приведем пример одного из них.

Индивидуальное задание. *Вычислить площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля:* $\rho = a \cdot \cos(\varphi) + L,\ 0 < L < a$

Построить график функции на основе использования графического пользовательского интерфейса для построения кривых.

После выполнения каждым студентом лабораторной работы проходит публичная защита полученных результатов, делаются выводы. В качестве домашнего самостоятельного исследования студентам предлагается придумать прикладную задачу, математической моделью которой является определенный интеграл для нахождения площади, ограниченной заданной кривой, представленной в лабораторной работе. Это уже творческое задание.

Проведение таких лабораторных работ, например, в Автомобильно-дорожном институте с будущими инженерами, показало свою эффективность по обучению студентов использовать математические модели, составлять их, по моделям строить прикладные задачи. Такой подход к обучению математике в высшей школе позволяет студентам не только усвоить математический аппарат, необходимый для создания и решения математических моделей, но и овладеть приемами математического моделирования на профессиональном уровне, используя средства цифровой дидактики.

Организация самостоятельной работы студентов при изучении математики. Инженерное исследование и проектирование трансформирует идеи в мыслительные модели, а затем в расчетные схемы. Главным для инженера является не углубленные знания, а порождение нового на основе знания. Кроме того, уровень эффективности труда инженера зависит от уровня общей культуры.

Чем он выше, тем шире его кругозор и способность к ассоциативному мышлению, тем реальнее возможность четко формулировать и решать проблему. Это нужно учитывать при разработке заданий для самостоятельной работы студентов, связанных с формированием инженерного мышления и, значит, с умением использовать математические модели. Например, для самостоятельной работы при изучении аналитической геометрии, студентам может быть предложена задача, поиск решения которой в лекции описывался с применением метода эвристического диалога (п. 3.3). В качестве самостоятельной работы студентов эту же задачу предлагаем развить. Например.

Задача. *Тяжелую балку длиной L спускают на землю так, что ее нижний конец закреплен, а верхний – держится канатом, который намотан на ручку вагонетки. Какую линию описывает при этом произвольная внутренняя точка M (x, y) балки?*

При этом, в качестве исследования студентам предлагается «развить задачу»: *найти решение для различных положений точки M (когда она находится на середине балки), выяснить соответствует ли результат общей формуле.*

Самостоятельное решение студентами задачи будет свидетельствовать о высоком уровне развития их эвристических умений по моделированию.

Таким образом, при правильной организации процесса изучения математики, направленной на обучение созданию математических моделей, у студентов инженерных направлений подготовки формируется как учебная мотивация, так и осмысление их будущей профессиональной деятельности.

4.3. Методика разработки и применения автоматизированного рабочего места «Преподаватель – студент» в процессе обучения математическому моделированию

4.3.1. АРМ в дисциплине «Линейное программирование». Для практического решения оптимизационных моделей в настоящее время активно используется аппарат математического программирования (планирование), наиболее эффективной частью которого является аппарат линейного программирования, очень широко представлен в фондах программного обеспечения современных ЭВМ.

Классическое математическое программирование формировалось под влиянием необходимости решения различных технико-экономических задач: планирования, управления производственными и технологическими процессами и конструированием.

В АРМ входят следующие тесты:

- графический метод;
- симплексный метод,
- транспортная задача.

Главное окно программы изображено на рисунке 4.27.

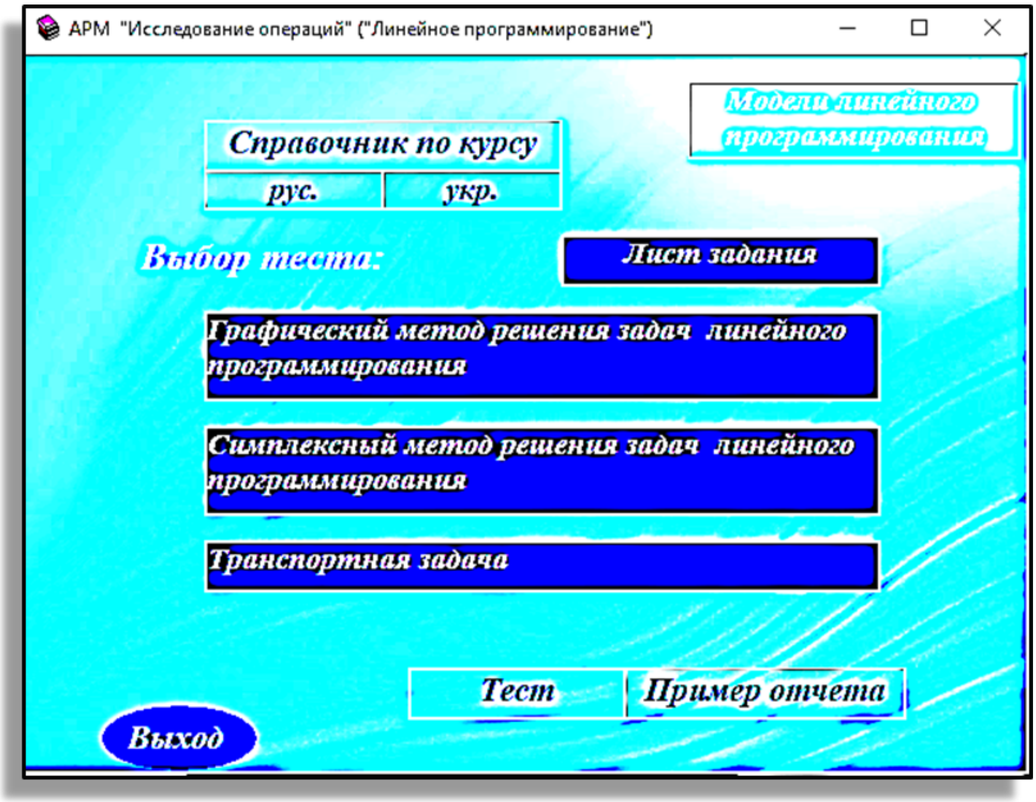


Рисунок 4.27 – Главное окно программы АРМ «Линейное программирование»

Особенность задач линейного программирования заключается в том, что существует только одно оптимальное значение целевой функции при данных ограничениях, однако оптимальных планов может быть много. Возникает вопрос, что же взять за критерий правильности выполнения работы? Если взять только целевую функцию и оптимальный план, то пользователи могут «обойти» этап проверки, так как практически все математические пакеты, например MatLab, Maple, Mathcad и MS Excel, имеют средства для нахождения оптимального значения целевой функции при заданной системе ограничений. Поэтому, было принято решение ввести еще один контрольный параметр, который не рассчитывается в прикладных математических программах, так как является промежуточным.

Тест «Графический метод решения задач линейного программирования»

Графический метод базируется на некоторых фундаментальных свойствах оптимального решения задач линейного программирования (ЛП). Данный метод применяется для задач с двумя переменными. Хотя такие задачи редко встречаются на практике (задачи ЛП могут содержать сотни переменных), идеи, вытекающие из графического метода нахождения оптимума, положены в основу построения общего метода решения задачи ЛП (симплексный метод).

При реализации задач линейного программирования программа-тест «Графический метод решения задач ЛП» придерживается общей схемы:

1) построить область допустимых решений D;
2) найти и построить вектор градиент (grad Z);
3) построить опорную прямую, определяет точку экстремума;
4) найти координаты точки экстремума, то есть найти оптимальный план задачи линейного программирования;
5) вычислить оптимальное значение целевой функции.

В процессе решения задач ЛП указанным методом встречаются следующие случаи:

- область D – пустая. В этом случае задача не имеет решения из-за несовместимости системы ограничений;

- область D – выпуклый многоугольник. В этом случае задача всегда имеет решение. Причем, если опорная прямая проходит через вершину многоугольника, то решение единственное и оно достигается в этой вершине; если опорная прямая проходит через сторону многоугольника, то задача имеет бесчисленное множество решений, достигаемые в любой точке этой стороны многоугольника;
- если D – открытая выпуклая многоугольная область, то задача может иметь, а может и не иметь решения. Это зависит от того, существует или не существует опорная прямая для области D;
- если D состоит из одной точки, то в ней функция принимает единственное значение (min Z = max Z).

Поэтому для каждого из случаев предусмотрен отдельный лист для печати. В них дается полное решение с подробным описанием по каждому случаю.

Рассмотрим пример решения задачи линейного программирования графическим методом и проверку результатов с помощью теста.

Задача. *Найти наибольшее значение функции при условиях:*

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \le 4 \quad (1) \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \quad (2) \\ x_1 + x_2 \le 5 \quad (3) \end{cases} \tag{4.6}$$

$$x_1 \ge 0, \;\; x_2 \ge 0 \tag{4.7}$$

Решение. Строим выпуклую многоугольную область D, удовлетворяющую (4.6) и (4.7). Ею является выпуклый, замкнутый и ограниченный многоугольник (рис. 4.28). Находим вектор $\overline{C} = gradZ$ и строим его в плоскости X_1OX_2. Перпендикулярно вектору $\overline{C}$ проводим одну из линий уровня и перемещаем ее параллельно самой себе в направлении вектора $\overline{C}$. В результате устанавливаем, что опорная прямая, определит точку максимума. Для нахождения координат этой точки решим систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 = 0 \end{cases}$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 5, \quad A(0;5)$$

Вычисляем значение функции Z в точке А: $Z(A) = Z(0;5) = -1 \cdot 0 + 1 \cdot 5 = 5$

Ответ: $\max Z = 5$ при $x_1 = 0, \quad x_2 = 5.$

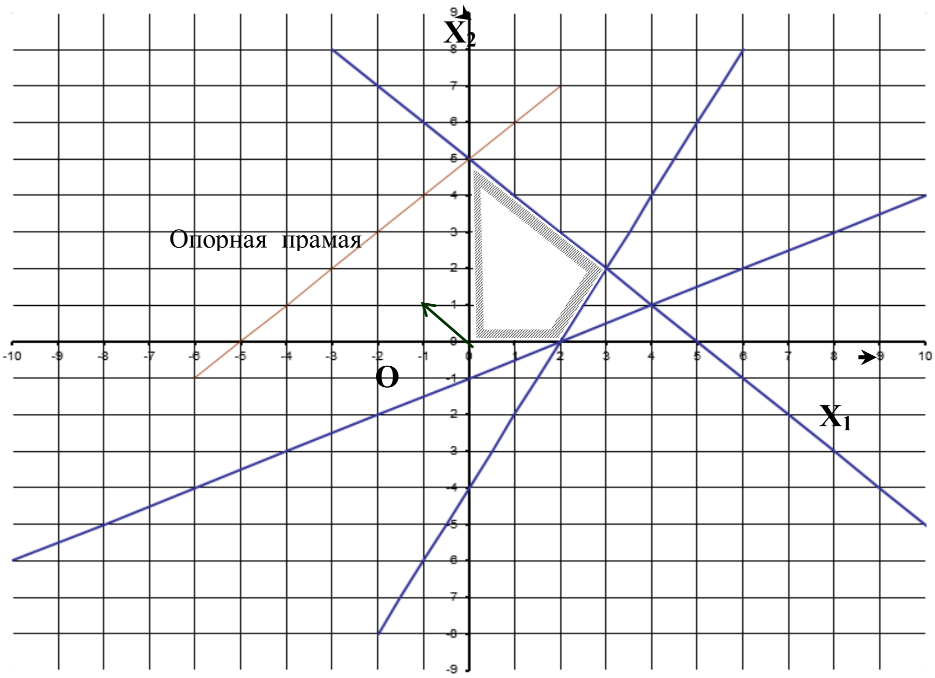
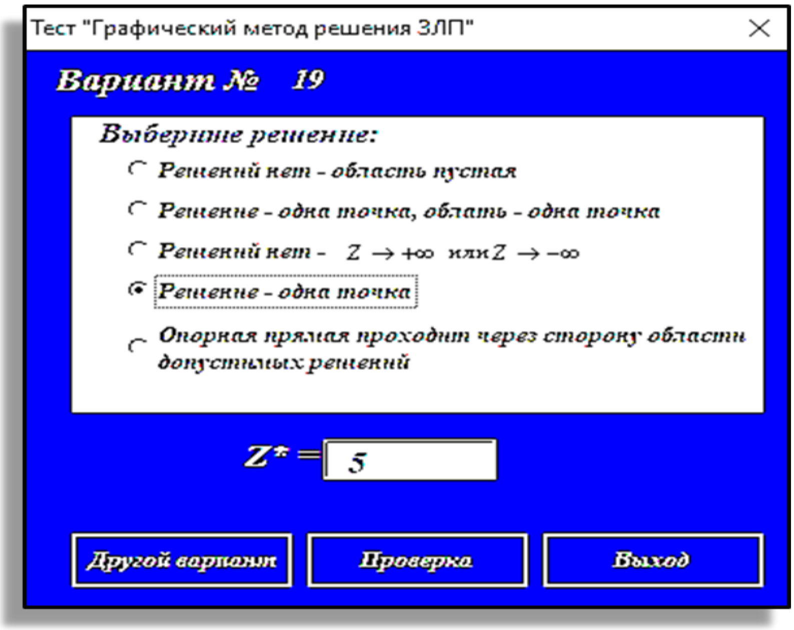


Рисунок 4.28 – Область допустимых планов

При тестировании результатов на АРМ указывается, как проходит опорная прямая и при необходимости вводится найденное значение функции Z, как показано на рисунке 4.29.

Тест «Симплексный метод решения задач линейного программирования»

Среди универсальных методов решения задач линейного программирования наиболее распространенный симплексный метод. Практические расчеты при решении реальных задач этим методом выполняются в настоящее время с помощью компьютеров. Однако если расчеты осуществляются без ЭВМ, то удобно использовать так называемые симплексные таблицы.


Тест "Графический метод решения ЗЛП"

Вариант № 19

Выберите решение:

○ Решений нет - область пустая

○ Решение - одна точка, облать - одна точка

○ Решений нет - $Z \to +\infty$ или $Z \to -\infty$

● Решение - одна точка

○ Опорная прямая проходит через сторону области допустимых решений

$Z^* =$ 5

Рисунок 4.29 – Диалоговое окно теста «Графический метод решения задач ЛП»

При заполнении симплексных таблиц в АРМ используется блок-схема (рис. 4.30).

Модуль симплексного метода позволяет найти оптимальное решение при произвольных значениях целевой функции и системах ограничений. Приведем пример решения задачи ЛП с помощью симплекс-таблиц и проверки результатов с помощью теста «Симплексный метод решения задач ЛП».

Задача. *Определить максимум целевой функции* $F = 2x_1 + 3x_2 \to \max$ *при заданной системе ограничений:*

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \le 18 \\ 2x_1 + x_2 \le 16 \\ x_2 \le 5 \\ 3x_1 \le 21 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

F – уравнение (строка): $F - 2x_1 - 3x_2 = 0$

Каноничный вид:
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 18 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 16 \\ x_2 + x_5 = 5 \\ x_1 + x_6 = 21 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

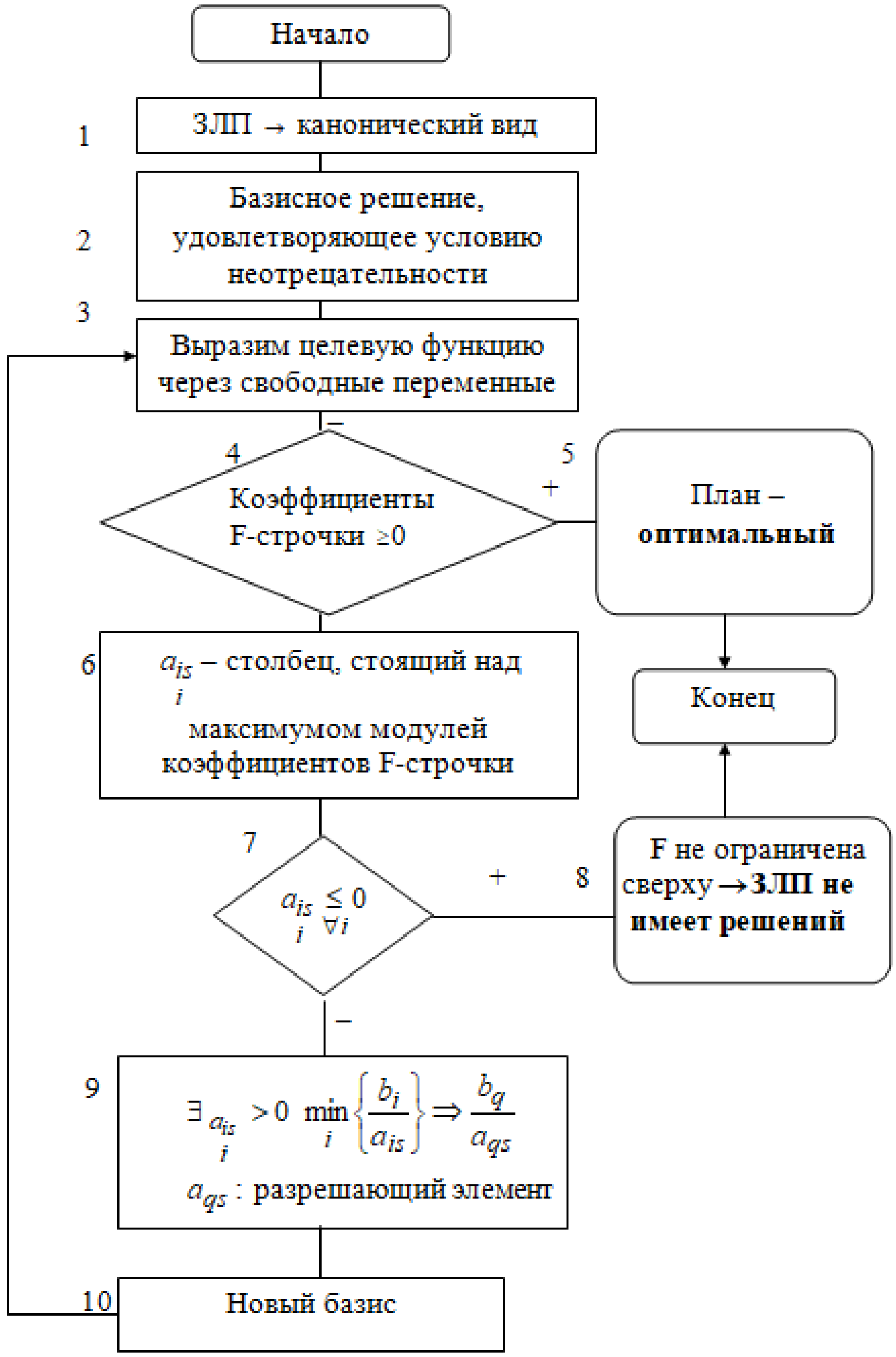


Рисунок 4.30 – Алгоритм заполнения симплекс-таблиц

Записывая последнюю систему в табличном виде получим (см. табл. 4.7).

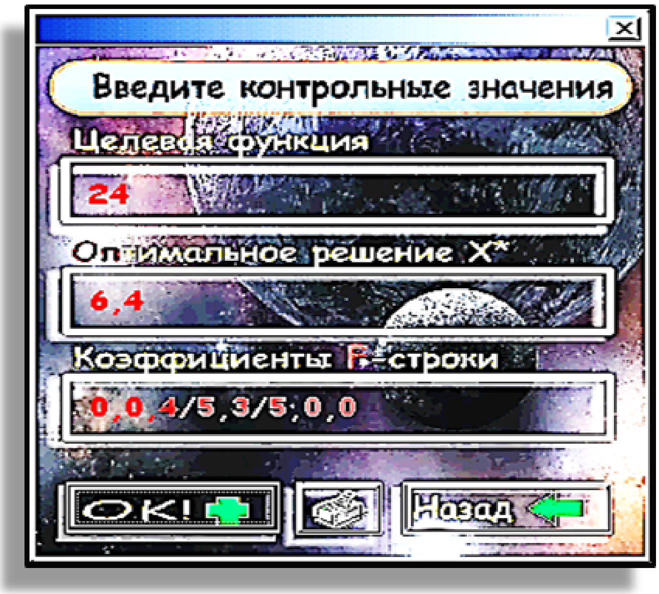
Таблица 4.7 – Табличная реализация симплекс-метода

	Базис	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	**bi**
Итерация 1	X_3	1	3	1	0	0	0	**18**
	X_4	2	1	0	1	0	0	**16**
	X_5	0	1	0	0	1	0	**5**
	X_6	1	0	0	0	0	1	**7**
	F	**–2**	**–3**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
Итерация 2	X_3	1	0	1	0	–3	0	**3**
	X_4	2	0	0	1	–1	0	**11**
	X_2	0	1	0	0	1	0	**5**
	X_6	1	0	0	0	0	1	**7**
	F	**–2**	**0**	**0**	**0**	**3**	**0**	**15**
Итерация 3	X_1	1	0	1	0	–3	0	**3**
	X_4	0	0	–2	1	5	0	**5**
	X_2	0	1	0	0	1	0	**5**
	X_6	0	0	–1	0	3	1	**4**
	F	**0**	**0**	**2**	**0**	**–3**	**0**	**21**
Итерация 4	X_1	1	0	–1/5	3/5	0	0	**6**
	X_5	0	0	–2/5	1/5	1	0	**1**

X_2	0	1	2/5	–1/5	0	0	**4**
X_6	0	0	1/5	–3/5	0	1	**1**
F	**0**	**0**	**4/5**	**3/5**	**0**	**0**	**24**

Таким образом, в F строке все коэффициенты неотрицательны числа, то выполняется критерий оптимальности, то есть дальнейшее увеличение целевой функции невозможно $\max F = F_{\overline{X_{64}}} = 24$ при плане $x_1 = 6; x_2 = 4$.

При проверке решения тестируются не только значение целевой функции, но и вектор коэффициентов целевой функции по последней итерации (рис. 4.31).



Введите контрольные значения

Целевая функция: 24

Оптимальное решение X*: 6,4

Коэффициенты F-строки: 0,0,4/5,3/5;0,0

Рисунок 4.31 – Диалоговое окно теста «Симплексный метод решения задачи линейного программирования»

Решать задачи линейного программирования симплексным методом возможно двумя способами: классическим и с помощью искусственного базиса (рис. 4.32).

В первом случае первоначальный опорный план получают путем линейных преобразований над системой ограничений, а во втором – путем введения искусственных переменных.

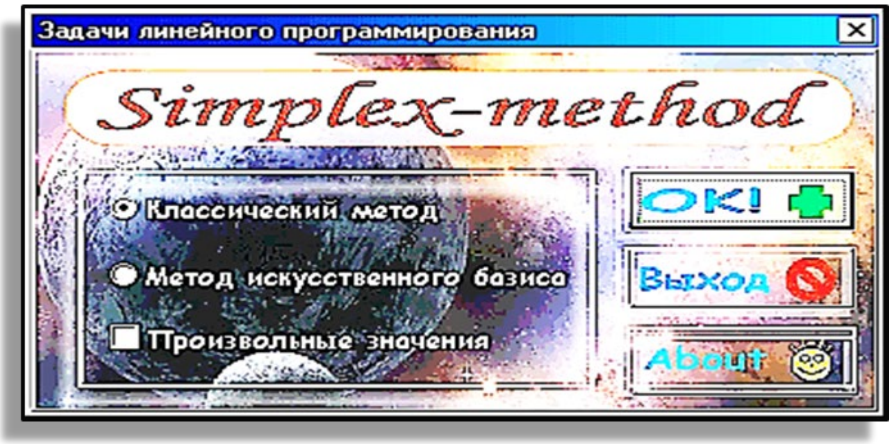


Рисунок 4.32 – Диалоговое окно теста „Симплексный метод решения задач линейного программирования”

Тест «Транспортная задача»

Транспортные задачи – специальный класс задач линейного программирования, назначение которых заключается в определении объемов перевозок из пунктов отправления в пункты назначения с минимальной суммарной стоимостью перевозок. Должны учитываться ограничения, налагаемые на объемы грузов, имеющиеся в пунктах отправления (предложения), и ограничения, учитывающие потребность грузов в пунктах назначения (спрос).

В общем случае транспортную модель можно применять для описания ситуаций, связанных с логистикой в транспортной отрасли, составлением расписаний, назначением персонала и др. Алгоритм транспортной задачи, реализованой в АРМ, изображен на рисунке 4.33.

Проиллюстрируем решение транспортной задачи на примере.

Задача. *Транспортная компания занимается перевозкой зерна специальными зерновозами от трех элеваторов A_1, A_2, A_3, до четырех мельниц B_1, B_2, B_3, B_4. В таблице 4.8 показаны возможности отгрузки зерна элеваторами (предложения) и потребности мельниц (спрос), а также стоимость перевозки зерна одним зерновозом от элеваторов к мельницам. Стоимость перевозок C_{ij} приведена. Определить план перевозок между элеваторами A_i и мельницами B_j с минимальной стоимостью (транспортными издержками).*

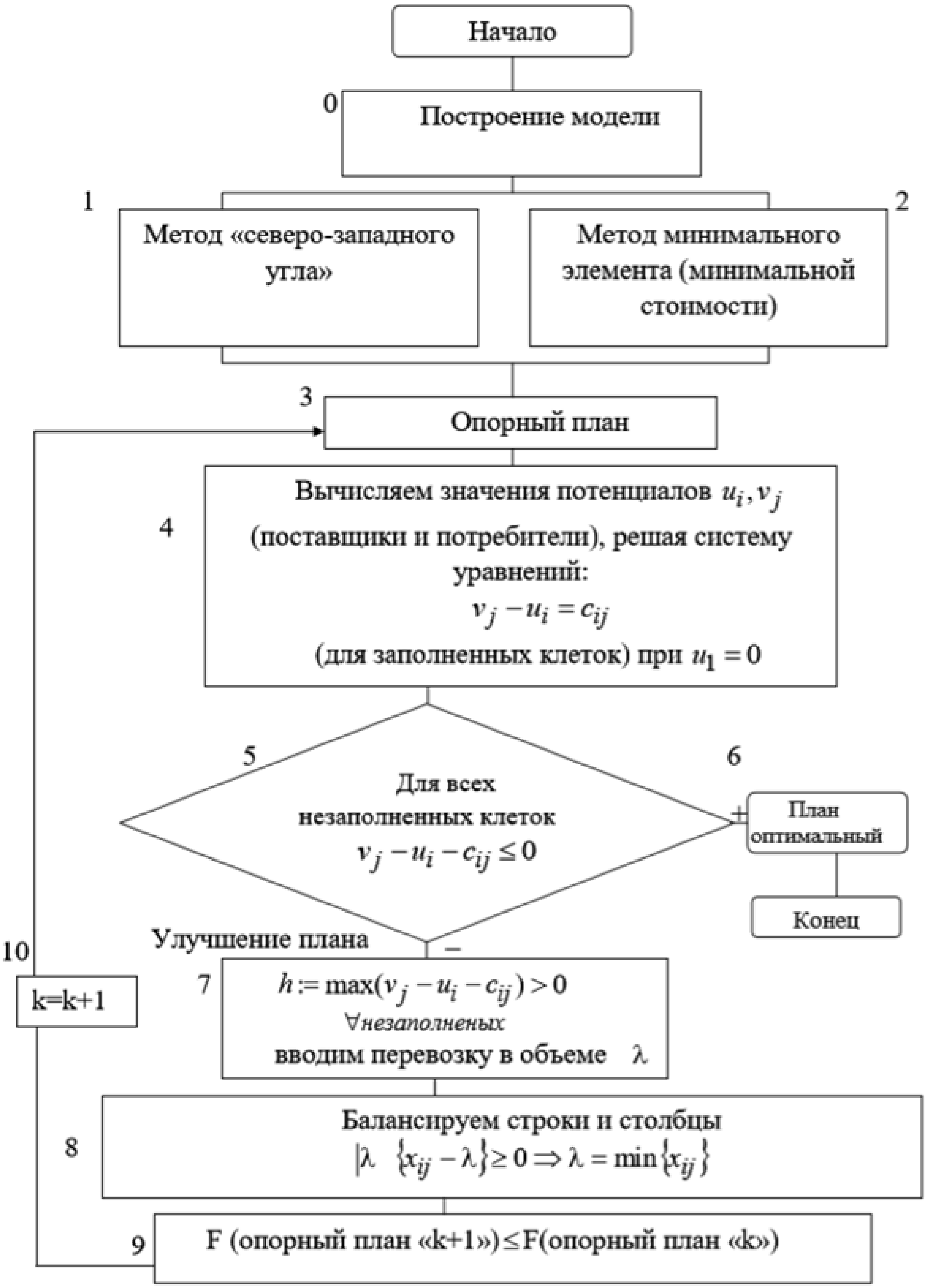


Рисунок 4.33 – Алгоритм решения транспортной задачи

Таблица 4.8 – Транспортная таблица

	B$_1$	**B$_2$**	**B$_3$**	**B$_4$**	**a$_i$**
A$_1$	**10** X_{11}	**2** X_{12}	**20** X_{13}	**11** X_{14}	**15**
A$_2$	**12**	**7**	**9**	**20**	**25**

	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	
A$_3$	**4** X_{31}	**14** X_{32}	**16** X_{33}	**18** X_{34}	**10**
b$_j$	**5**	**15**	**15**	**15**	

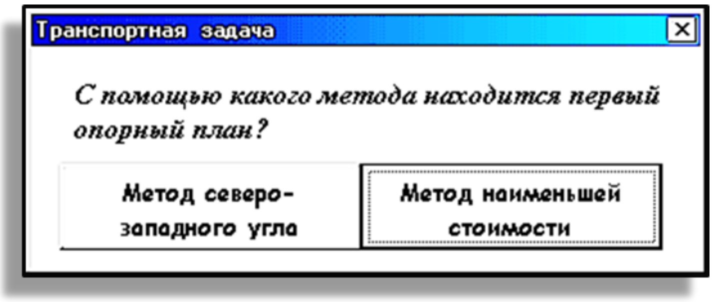
Решение. Для решения задачи необходимо найти объемы перевозок X_{ij} между i-м элеватором j-ой мельницей с минимальными транспортными издержками.

Алгоритм транспортной модели для построения первоначального опорного плана позволяет применить следующие методы:

1. Метод северо-западного угла.

2. Метод наименьшей стоимости (метод минимального элемента).

Все эти методы, с помощью которых осуществляются построения опорного плана, реализуются в программе-тест (рисунок 4.34). Какой именно метод применить студент решает сам.



С помощью какого метода находится первый опорный план?

Рисунок 4.34 – Диалоговое окно теста «Транспортная задача» выбора метода нахождения первого опорного плана

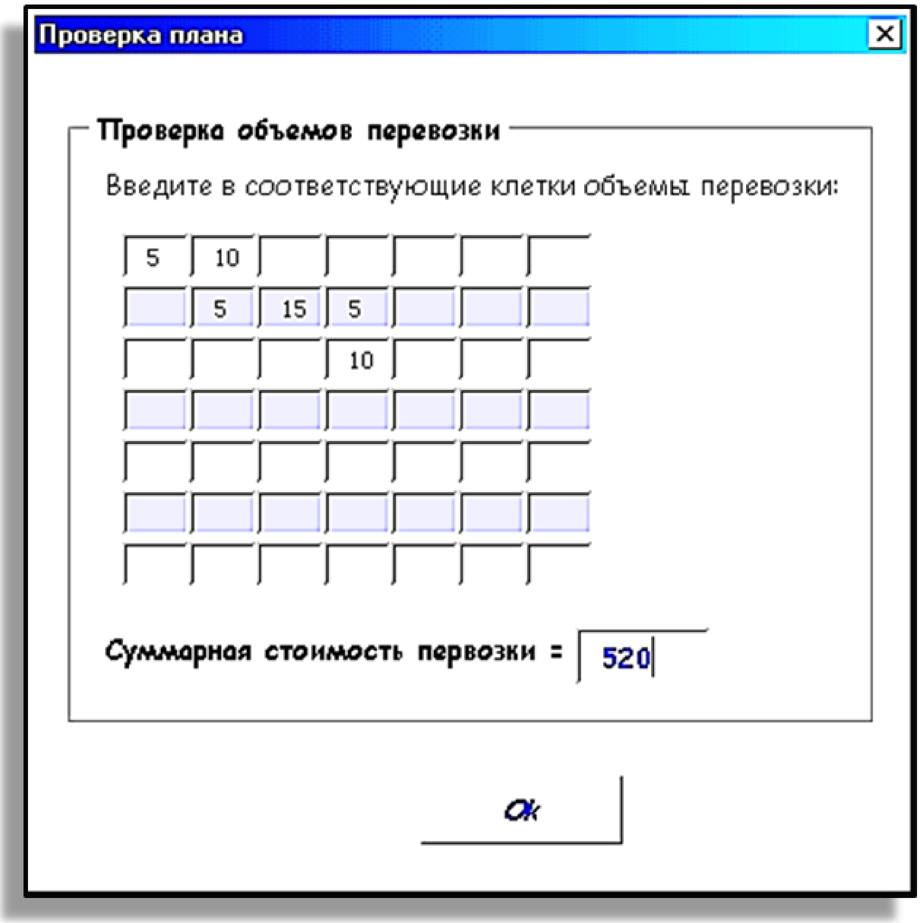
Для проверки плана на оптимальность и получения оптимального плана используют метод потенциалов. Применим данный метод к решению транспортной задачи. Первоначальное решение получено методом северо-западного угла таблица 4.9.

Найденый план проверяется с помощью диалогового окна, изображенного на рисунке 4.35.

Таблица 4.9 – Результаты применения метода северно-западного угла

		Потребители				Запасы (предложение) a_i
		B_1	B_2	B_3	B_4	
Поставщики	A_1	10 **5**	2 **10**	20	11	15
	A_2	12	7 **5**	9 **15**	20 **5**	25
	A_3	4	14	16	18 **10**	10
Спрос b_j		5	15	15	15	

Значение в светлых ячейках формы показываются программой, а в темные вводят студенты.



Проверка объемов перевозки

Введите в соответствующие клетки объемы перевозки:

5	10					
	5	15	5			
			10			

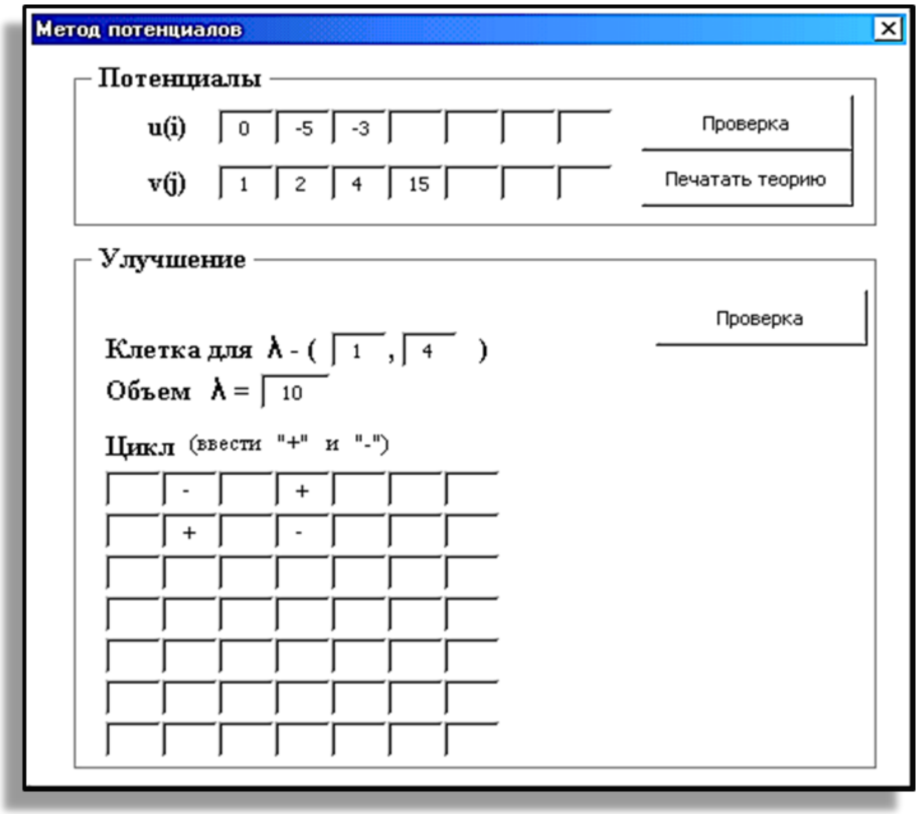
Суммарная стоимость первозки = 520

Рисунок 4.35 – Окно теста «Транспортная задача»: проверка опорного плана

Составим систему уравнений для заполненных ячеек.

$$\begin{cases} v_1 - u_1 = 10 \\ v_2 - u_1 = 2 \\ v_2 - u_2 = 7 \\ v_3 - u_2 = 9 \\ v_4 - u_2 = 20 \\ v_4 - u_3 = 18 \end{cases} \text{ преположим } u_1 = 0 \text{, тогда: } \begin{cases} v_1 = 10 \\ v_2 = 2 \\ u_2 = -5 \\ v_3 = 4 \\ v_4 = 15 \\ u_3 = -3 \end{cases} .$$

Найденные потенциалы проверяются тестом – первая часть окна, изображенного на рисунке 4.36.



Потенциалы

u(i): 0, -5, -3

v(j): 1, 2, 4, 15

Улучшение

Клетка для λ - (1 , 4)

Объем λ = 10

Цикл (ввести "+" и "-")

	-		+			
	+		-			

Рисунок 4.36 – Окно теста: проверка реализации метода потенциалав и улучшения опорного плана

Для незаполненных клеток проверяем условие.

Клетка (1,3): 4 – 20 – 0 = – 16<0

Клетка (1,4): 15 – 11– 0 = 4>0

Клетка (2,1): 10 – 12+5 = 3>0

Клетка (3,1): 10 – 4+3 = 9>0

Клетка (3,2): $2 – 14+3 = – 9<0$

Клетка (3,3): $4 – 16+3 = – 9<0$

Условие не выполняется для перевозок x_{14}, x_{21}, x_{31}.

На данном этапе программа-тест запрашивает улучшение плана. Если требуется улучшение плана, то вводится перевозка в размере λ (см. рис. 4.33).

В окно теста вводится координаты клетки перевозки λ и его объем. Ниже с помощью символов «+» и «–» в ячейках таблицы указывается цикл (рис. 4.36). Если все правильно программа предлагает проверить новый опорный план и суммарную стоимость перевозки.

Далее расчеты и проверка ведутся аналогично схеме, изображенной на рисунке 4.33. При этом студенты могут печатать каждый шаг решения сразу после его проверки.

4.3.2. АРМ в дисциплине «Прикладная математика». Исследование операций является одним из подразделов прикладной математики, в котором изучаются определенные классы математических моделей принятия решений. Задачи исследования операций позволяют использовать общий подход и общую методологию ко многим хорошо структурированным проблемам оптимального выбора. Управление любой системой реализуется как процесс, подчиняющийся определенным закономерностям. Их знание помогает определить условия, необходимые и достаточные для осуществления данного процесса принятия решения. Для этого все параметры, характеризующие процесс и внешние условия, должны быть количественно определены (измерены).

При решении конкретной задачи управления применение методов исследования операций предполагает:

- построение математических моделей для задач принятия решения в сложных ситуациях или в условиях неопределенности;
- изучение взаимосвязей, определяющих впоследствии принятие решений и установления критериев эффективности, позволяющие оценивать преимущество варианта выбора.

Экономико-математическое моделирование – построение и изучение на базе современной вычислительной техники математической модели, способной заменить исследуемый объект (процесс). Процесс управления с использованием модели можно рассматривать как метод отыскания оптимальных решений для анализа поведения реальной системы без непосредственного эксперимента с самой системой. Проверка навыков построения моделей и усвоения студентами данных методов наиболее полно отражается в АРМ «Исследование операций» (общие модели). Здесь тестируются модели динамического программирования, модель назначений, сетевые модели, модели управления запасами и др. (рис. 4.37).

Рисунок 4.37 – Структура АРМ «Исследование операций» подраздела «Прикладная математика»

Главное окно программы изображено на рисунке 4.38.

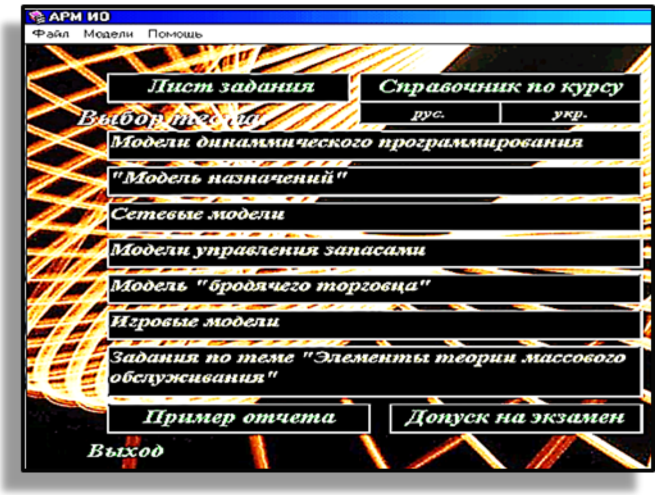


Рисунок 4.38 – Главное окно АРМ подраздела «Прикладная математика»

Поскольку количественные исследования на модели позволяют получать наиболее полное представление о том, как будут действовать в различных условиях реальные системы, экономико-математические модели могут дать большой эффект не только для структуризации целей управления, но и для самого анализа глубинных процессов развития систем. Поэтому, создавая модель, студент неизбежно «познает» математическую модель, выделяет ее как объект изучения из окружающей среды, строит ее информационное, а потом и формальное описание соответствии с поставленными целями и имеющихся возможностей (ресурсов). В дальнейшем он анализирует систему через обращения модели, изучает ее свойства, состояние, возможные изменения, разрешенные и запрещенные формы существования и т.п.

Методы и модели динамического программирования

Наиболее эффективным методом решения нелинейных задач является метод динамического программирования. Специфика метода заключается в том, что для отыскания оптимального управленческого решения рассматриваемый процесс разбивается на отдельные этапы, превращаясь, таким образом, в многошаговый. При этом каждый раз оптимизируется управление только на одном этапе. Другая особенность задач, решаемых методом динамического программирования, состоит в том, что процесс перехода экономической системы из одного состояния в другое должен процессом с отсутствием последствий. Это означает, что если система находится в некотором состоянии, то дальнейшее развитие процесса зависит только от данного состояния и не зависит от того, каким путем система приведена в это состояние. Оптимальная стратегия здесь имеет такое свойство, что независимо от того, каким образом система оказалась в рассматриваемом конкретном состоянии, следующие решения должны составлять оптимальную стратегию относительно достигнутого состояния.

При использовании динамического программирования управления на каждом шаге (этапе) выбирается с учетом его последствий в будущем. Из этого правила есть одно исключение – на последнем этапе планирования управление планируется «локально – оптимально», т.к. n+1 состояния не существует. Управление на последнем шаге надо выбирать так, чтобы оно дало наибольший эффект, было бы на этом одном этапе наиболее эффективным.

Таким образом, метод динамического программирования, разворачивая процесс нахождения оптимального управления с конца в начало, основывается на принципе нахождения, на каждом последующем шаге условно-оптимального управления для каждого из возможных результатов предыдущего шага (этапа).

В АРМ включены задачи, решаемых средствами динамического программирования: модель нахождения минимальных затрат средствами динамического программирования, оптимального распределения ресурсов между отраслями, замена оборудования и др.

После рассмотрения этих моделей исследователь хорошо усваивает общую методологию реализации моделей динамического программирования.

Тест модели «Нахождение минимального размера средствами динамического программирования»

Оптимальное управление в модели «Нахождение минимальных затрат средствами динамического программирования» строится последовательно, т.е. на каждом шаге рассматривается множество начальных состояний и множество решений. Выполняется принцип оптимальности Беллмана: оптимальная стратегия обладает тем свойством, что каковы бы ни были решения и состояния, достигнутые в результате этих решений, дальнейшие решения должны быть оптимальные относительно достигнутых состояний [142].

Рассмотрим решение конкретного примера и его проверку с помощью теста.

Задача. *Дана сеть (рисунок 4.39). Найти минимальное расстояние от узла 1 до узла 16.*

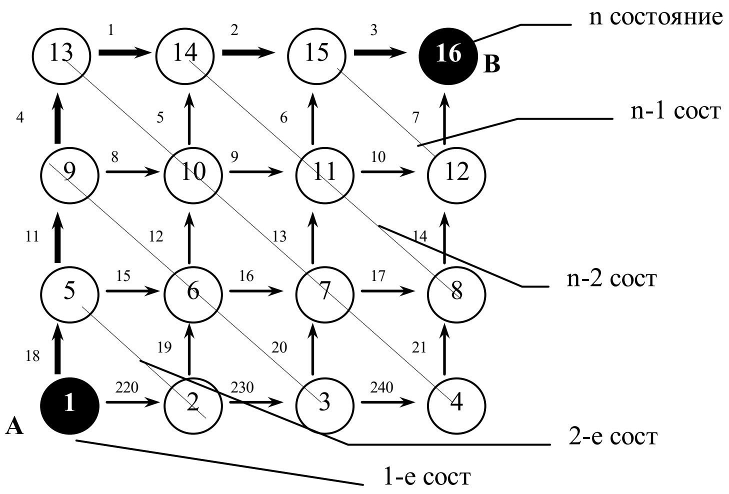


Рисунок 4.39 – Заданная сеть

Реализация модели непосредственно на сети представлена на рисунке 4.40.

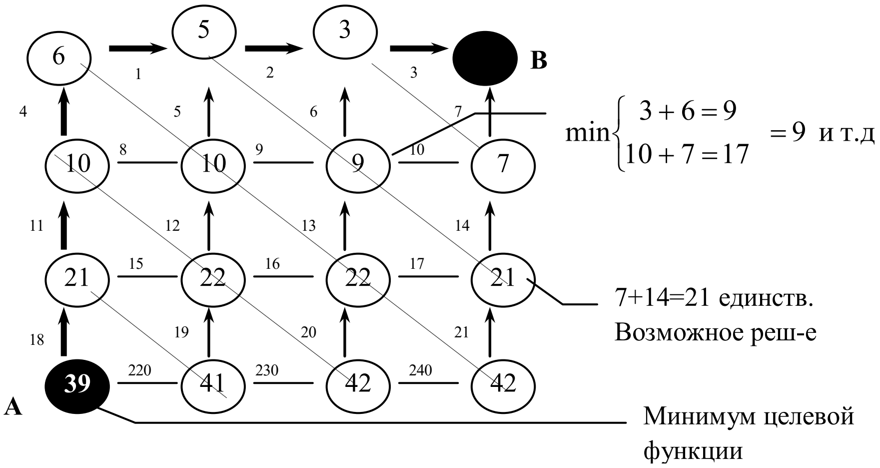
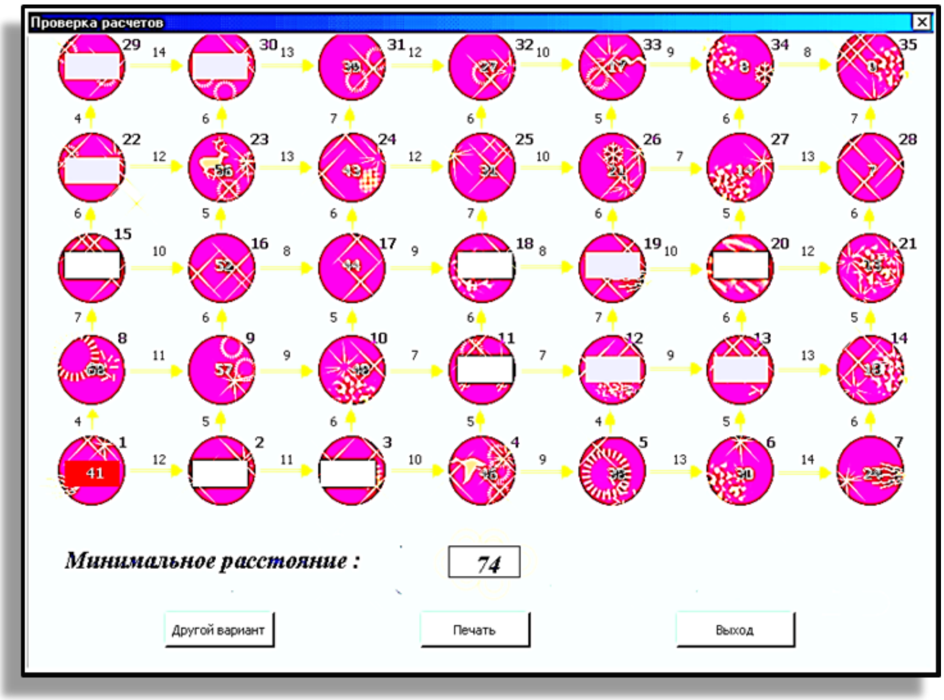


Рисунок 4.40 – Реализация модели непосредственно на сети

Ответ: S (1 – 5 – 9 – 13 – 14 –15 – 16) = 39 у.е.

При проверке в окно теста вводится не только конечный результат, но и промежуточные результаты (рисунок 4.41). Это позволяет сразу определить, где была допущена ошибка.

Часть результатов отображается на экране, проверятся только 14 ответов.



Минимальное расстояние : 74

Рисунок 4.41 – Окно теста «Нахождения минимального расстояния средствами динамического программирования»

После тестирования, решения выводится на печать, где оптимальное управление (маршрут) отражается двойными стрелками, промежуточные управления – стрелками, а так же состояния системы, числа над стрелками – затраты необходимы для перевода системы в следующее состояние (расстояния между двумя узлами).

Тест модели «Замена оборудования»

Основные фонды (основной капитал) предприятий составляют основу их материально-технической базы и технического развития. Рост и совершенствование их является важнейшим условием повышения качества и конкурентоспособности их продукции.

Качество основных производственных фондов предприятия и прежде всего их активной части (станки, машины и другое оборудование) во многом определяет эффективность работы всего предприятия. При более интенсивном использовании основных производственных фондов увеличивается количество продукции, которая получается с каждой единицы физического капитала. Увеличение объема выпуска продукции за счет улучшения использования физического капитала равносильно расширению производства без дополнительных капитальных вложений на строительство новых производственных объектов.

Одним из важнейших направлений совершенствования структуры основных производствено-технических фондов на предприятии и обеспечение ее необходимой динамики является оптимизация стратегии восстановления (замены) оборудования.

В самом общем виде проблема оптимизации стратегии замены оборудования на предприятии заключается в следующем: для заданного (фиксированного) управления (планирование) необходимо найти оптимальную (по критерию максимизации суммарной прибыли) политику замены (или сохранения) того или иного вида оборудования. Иначе говоря, для каждого дискретного состояния в плановом периоде надо решить: сохранять имеющееся в данный момент времени оборудование (станки, машины и пр.) или продать его и купить новое для того, чтобы суммарная прибыль за весь плановый период была бы максимальной.

Рассмотрим задачу о замене оборудования, ее решение и проверку с помощью теста, входящего в АРМ.

Задача. *Оборудование эксплуатируется в течение 5 лет, после этого продается. В начале каждого года (периода) можно принять решение сохранить оборудование или заменить его новым.*

Стоимость нового оборудования Ро = 4000 руб. После t лет эксплуатациий *(*$1 \le t \le 5$ *) оборудование можно продать за* $g(t) = P_0 \cdot 2^{-t}$ *рублей (ликвидная стоимость). Расходы на содержание в течение года зависят от возраста t* *оборудования и равны* $r(t) = 600 \cdot (t+1)$. *Определить оптимальную стратегию эксплуатации оборудования, чтобы суммарные затраты с учетом начальной покупки и заключительного продажи были минимальны.*

Решение. Способ распределения управления на шаги выберим по годам, *n* = 5. Параметр состояния – возраст машины S_k. Управление на каждом шаге зависит от двух переменных X^c, X^3.

Уравнения состояния зависят от управления:

$$S_k = \begin{cases} t+1, & X_k = X^c \\ t, & X_k = X^3, k = 1,2,3,4 \end{cases}$$

Показатель эффективности k-го шага:

$$f_k(X_k, t) = \begin{cases} 600(t+1), & X_k = X^c \\ 4600 - 4000 \cdot 2^{-t}, & X_k = X^3, k = 1,2,3,4 \end{cases}$$

Реализацию модели АРМ делает с помощью графа, который изображен на рисунке 4.42, где состояния – кружочки, решение о замене и сохранении – стрелки. Применяется принцип оптимальности Беллмана.

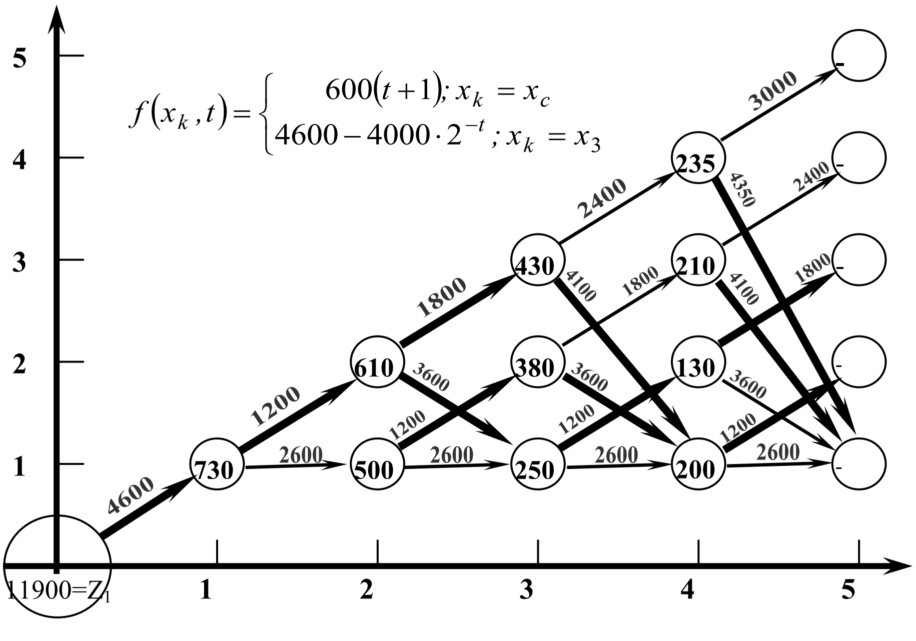
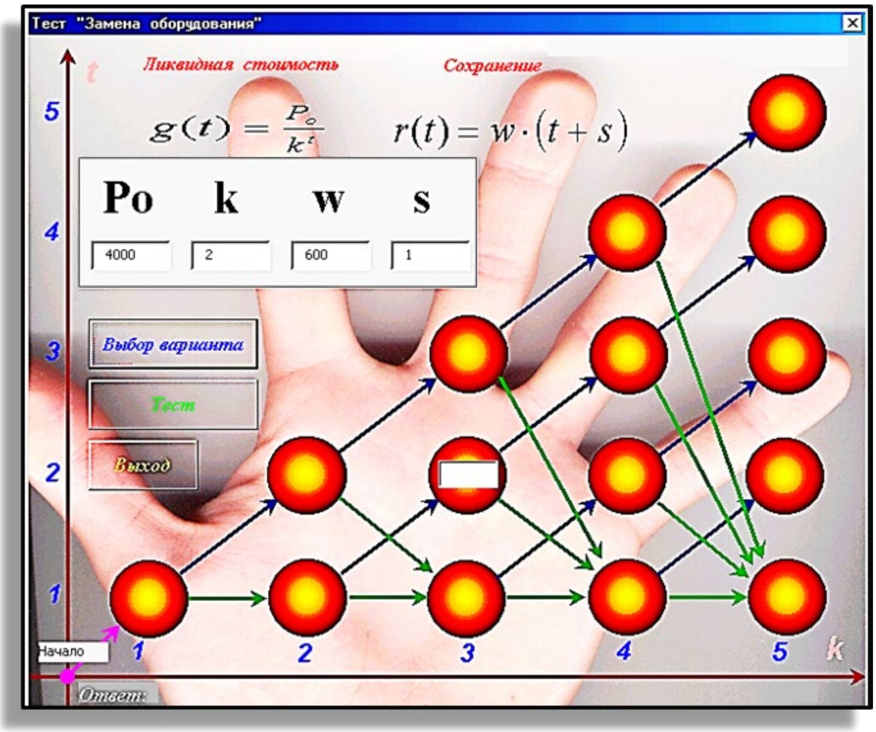


Рисунок 4.42 – Реализация модели «Замена оборудования»

Чтобы распечатать решения студентам необходимо ввести правильное значение в состояние (3,2) окна теста, изображенного на рисунке 4.43.



Тест "Замена оборудования"

Ликвидная стоимость $g(t) = \frac{P_o}{k^t}$

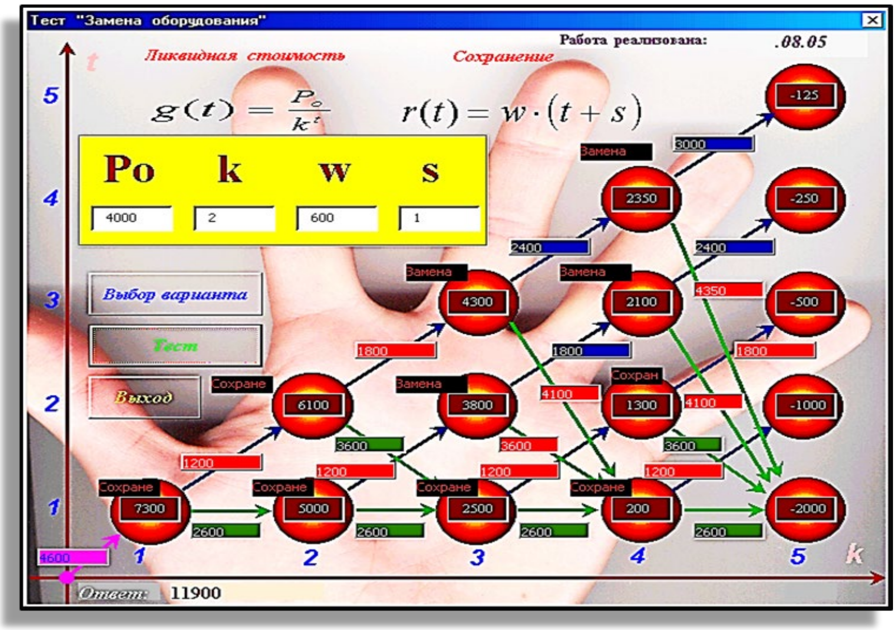
Сохранение $r(t) = w \cdot (t + s)$

Po	k	w	s
4000	2	600	1

Ответ:

Рисунок 4.43 – Окно теста до введения правильного ответа

Окончательный ответ программа показывает сразу, а все остальные (промежуточные) после правильного ввода требуемого значения (рисунок 4.44).



Тест "Замена оборудования"

Работа реализована: .08.05

Ликвидная стоимость $g(t) = \frac{P_o}{k^t}$

Сохранение $r(t) = w \cdot (t + s)$

Po	k	w	s
4000	2	600	1

Ответ: 11900

Рисунок 4.44 – Окно теста «Замена оборудования» после реализации модели

Тест модели «Оптимальное распределение средств между отраслями на N лет»

Проблема оптимального распределения ресурсов для инженеров технической (экономической) системы имеет первостепенное значение, так как техническая система представляет собой множество взаимосвязанных элементов, между которыми постоянно распределяются ресурсы (элементы) системы. Поскольку характер этих ресурсов (элементов) может быть самым разнообразным, постановку данной задачи целесообразно, осуществить в общем виде.

Некоторый консорциум, располагает ограниченным объемом некоторого ресурса *So* единиц, а так же предприятия (организации), претендующие на этот ресурс, с целью координации дальнейшей деятельности. В общей постановке, требуется распределить начальные ресурсы между предприятиями (участниками концорциума) на некоторое число периодов, с максимально полученной прибылью для всех участников процесса.

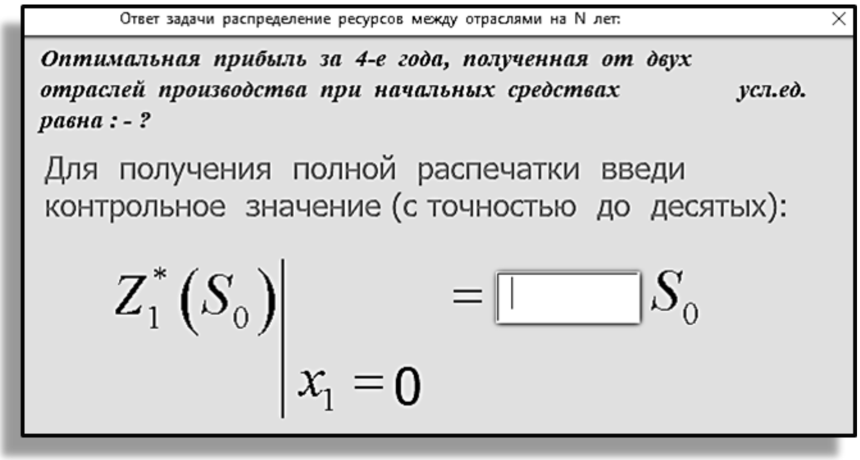
Для решения задачи оптимального его распределения должны быть известны на данный момент времени ожидаемые оценки эффективности использования данного ресурса всеми элементами (объектами) системы, то есть так называемые функции эффективности (полезности). Необходимо так распределить размещаемый системой объем ресурса, чтобы получить максимальный суммарный (системный) эффект (доход, прибыль).

Математическая модель распределения ресурсов (включённая в АРМ), имеет следующую постановку:

Задача. *Планируется деятельность двух отраслей производства на n лет. Начальные ресурсы So. Средства x, вложенные в 1 отрасль в начале года, дают в конце года прибыль* $f_1(x)$ *и возвращаются в размере* $q_1(x)<x$; *аналогично для 2 отрасли функция прибыли равна* $f_2(x)$, *а возврата средств* $q_2(x)$, $(q_2(x) <x)$.

В конце периода (года) все возвращеные средства заново перераспределяются между 1 и 2 отраслями, новые средства не поступают, прибыль в производство не вкладывается. Нужно распределить имеющиеся средства So между двумя отраслями производства на n периодов (лет) так, *чтобы суммарная прибыль от обеих отраслей за n периодов (лет) оказался максимальной. Необходимо построить модель ДП (динамического программирования) для задачи и вычислительную схему.*

Программой проверяется значение коэффициента при S_0 – рисунок 4.45.



Оптимальная прибыль за 4-е года, полученная от двух отраслей производства при начальных средствах усл.ед. равна : - ?

Для получения полной распечатки введи контрольное значение (с точностью до десятых):

$$Z_1^*\left(S_0\right)\Big|_{x_1=0} = \boxed{\;|\;} S_0$$

Рисунок 4.45 – Окно теста модели «Оптимальное распределение средств между отраслями на N лет»

Тест «Модель назначений» (венгерский метод)

Для будущих инженеров большой интерес представляют задачи, в которых необходимо распределить технические средства (автобусы, технику, рабочих и др.) по местам (рейсы, работы, рабочие места и пр.) таким образом, чтобы при выполнении всего комплекса работ, суммарная эффективность (прибыль) была максимальной. Особенность этих задач в том, что каждый ресурс (рабочий, датчик, экипаж, станок, техническое средство, технический инструмент, и др.) в матрице «полезности» используется ровно один раз, и каждому объекту приписывают ровно один ресурс (например, преподаватель назначается на лекцию, то есть на лекцию назначается только один преподаватель.) Допустимое решение данных задач называется назначение, а сама модель – «модель назначений».

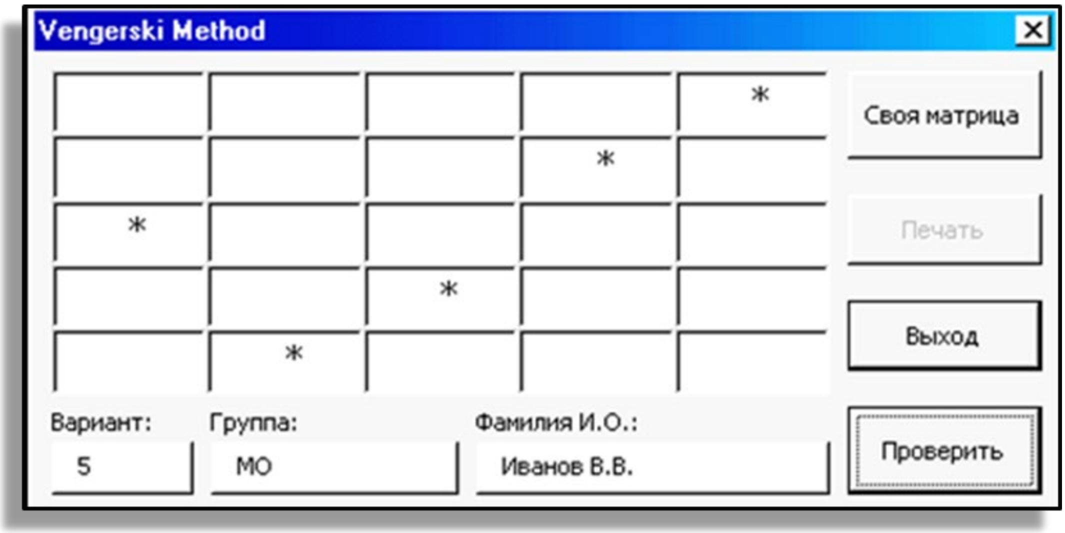
Данный вид задач является частным случаем транспортной задачи с булевыми переменными, поэтому для их решения можно было бы воспользоваться любым алгоритмом линейного программирования или методом потенциалов. Однако для подобных задач разработан так называемый «*Венгерский метод*», учитывающий их специфику.

Модель назначений, вошедшая в АРМ, имеет следующую постановку.

Задача. *Пусть требуется выполнить n различных работ и имеются n механизмов (машин) для их выполнения, причем каждый механизм может использоваться на любой работе. Задача состоит в таком распределении механизмов по работам, при котором суммарная производительность будет максимальна.*

Исследователи строят математическую модель задачи, знакомятся с алгоритмом венгерского метода и реализуют задачу со своими данными.

Проверка результатов производится с помощью диалогового окна, изображенного на рисунке 4.46.



				*
			*	
*				
		*		
	*			

Вариант: 5

Группа: МО

Фамилия И.О.: Иванов В.В.

Рисунок 4.46 – Окно теста «Модель назначений» (Венгерский метод)

Программой реализуются модели с максимальным размером матрицы назначений 10 × 10.

Сетевые модели

Сетевая модель – математическая модель, отражающая комплекс работ (операций) и событий, связанных с реализацией некоторого проекта в их логической и технологической последовательности и связи. Сетевая модель по существу моделирует многообразный процесс достижения определенной цели, обуславливая тем самым необходимость ее оптимизации.

В АРМ входит проверка реализации двух таких моделей. Одна из них – алгоритм нахождения минимального остовного дерева, предполагает соединение всех узлов сети с помощью дуг (путей) наименьшей длины, вторая – алгоритм Флойда.

Тест модели «Построение минимального остова дерева»

Алгоритм построения минимального остова дерева предполагает соединение всех узлов сети с помощью путей наименьшей длины. Типичной задачей, для решения которой необходим такой алгоритм, является создание (проектирование) сети дорог с твердым покрытием, соединяющих населенные пункты сельской местности, где дороги, соединяющие два каких-либо пункта, могут проходить через другие населенные пункты. Наиболее экономичный проект дорожной системы должен минимизировать общую длину дорог с твердым покрытием, при этом желаемый результат можно получить путем применения алгоритма построения минимального остова дерева.

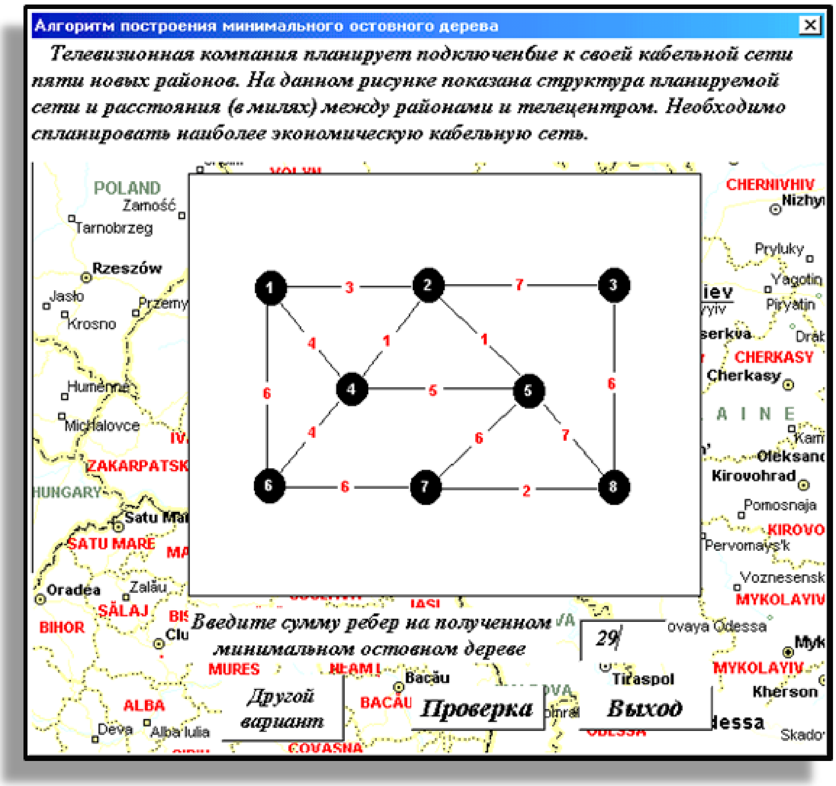
Задача, которая вошла в АРМ, имеет следующую интерпретацию.

Задача. *Телевизионная IPTV компания планирует подключение к своей кабельной сети n новых районов (домов). Студентам предлагается одна из двадцати структур планируемой сети, а также расстояния между районами (квартирами) и телецентром (IPTV сервером). Необходимо спланировать наиболее экономичную кабельную сеть.*

Найденное минимальное значение остового дерева проверяется с помощью диалогового окна, представленного на рисунке 4.47.

Тест модели «Модель Флойда»

Эта программа находит кратчайшие пути между любыми двумя узлами сети. В математической модели сеть представлена в виде квадратной матрицы с n строками и n столбцами. Элемент (i ,j) равен расстоянию d_{ij} от узла i к узлу j, который имеет конечное значение, если существует дуга (*i, j*), и равна бесконечности в противном случае.



Алгоритм построения минимального остовного дерева

Телевизионная компания планирует подключенбие к своей кабельной сети пяти новых районов. На данном рисунке показана структура планируемой сети и расстояния (в милях) между районами и телецентром. Необходимо спланировать наиболее экономическую кабельную сеть.

Введите сумму ребер на полученном минимальном остовном дереве 29

Рисунок 4.47– Диалоговое окно теста модели «Построение минимального остового дерева»

Программа реализует задачу, используя основную идею метода: пусть есть три узла i, j и k и заданное расстояние между ними. Если выполняется неравенство $d_{ij+}d_{jk}<d_{ik,}$ то заменяется путь из i в k путем из i в j и потом в k. Такая замена (треугольный оператор, изображенный на рисунке 4.48) выполняется автоматически в процессе выполнения алгоритма Флойда.

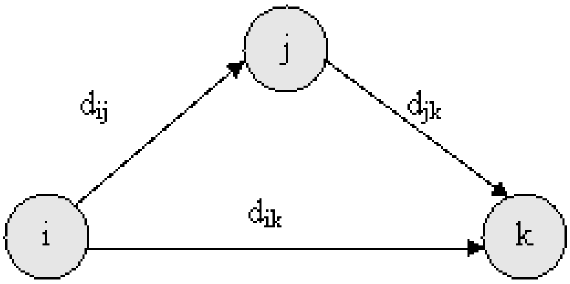
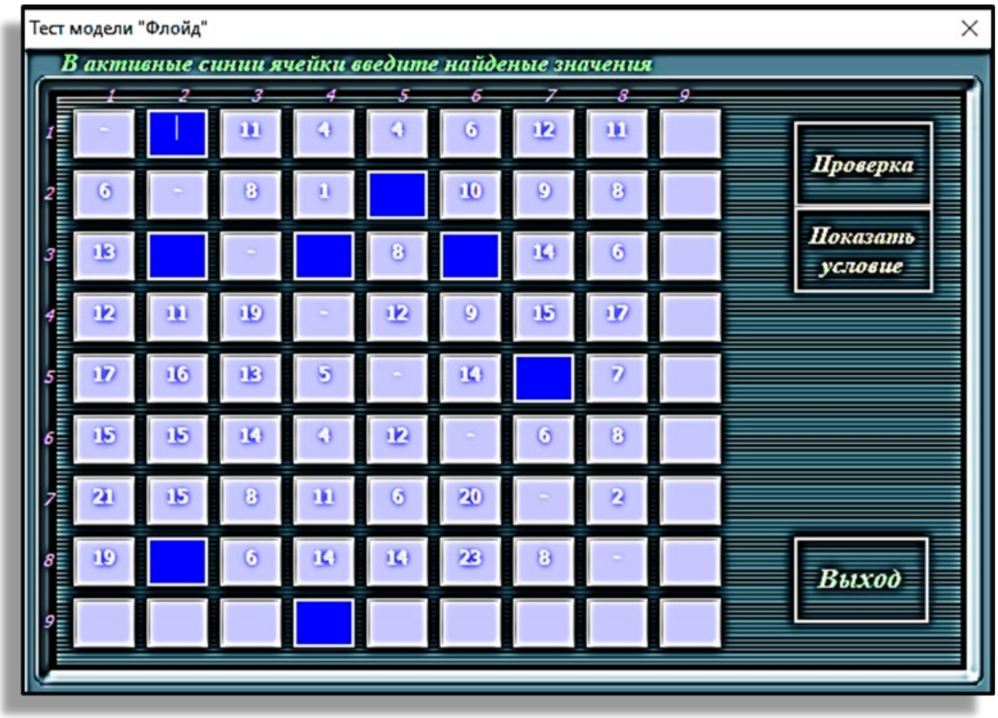


Рисунок 4.48 – Трехугольный оператор

Студенты реализуют модели размером от 6 × 6 до 10 × 10. Программа АРМ проверяет последнюю итерацию и при правильности ввода тестовых значений, предлагает печать всего решения.

На рисунке 4.49 изображено диалоговое окно, в темные ячейки которого вводятся просчитанные (найденные студентами) значения.



Тест модели "Флойд"

В активные синии ячейки введите найденые значения

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-	■	11	4	4	6	12	11	
2	6	-	8	1	■	10	9	8	
3	13	■	-	■	8	■	14	6	
4	12	11	19	-	12	9	15	17	
5	17	16	13	5	-	14	■	7	
6	15	15	14	4	12	-	6	8	
7	21	15	8	11	6	20	-	2	
8	19	■	6	14	14	23	8	-	
9				■					

Рисунок 4.49 – Окно теста модели “Модель Флойда”

Тест модели «Управление запасами»

Одним из классов инженерных задач прикладной математики, является задача управления запасами, решение которой имеет важное производственное и общехозяйственное значения.

В разработанном тесте реализуются и проверяются стохастические модели управления запасами.

Ниже приведены постановки этих задач и математические модели реализации с использованием программного комплекса АРМ.

Задача 1. *Предприятие закупает агрегат (оборудование) с запасными блоками для него. Стоимость одного блока составляет 5 ден.ед. В случае выхода агрегата из строя из-за поломки блока, отсутствующего в запасе, простой* *агрегата и срочный заказ нового блока к нему обойдется в 100 ден.ед. Опытное распределение агрегатов по количеству блоков, потребовших замены, представлено в таблице 4.10. Необходимо определить оптимальное количество запасных блоков, которое требуется приобрести вместе с агрегатом (оборудованием).*

Таблица 4.10 – Распределение агрегатов по количеству блоков

Количество замененных блоков r	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***
Статистическая вероятность (доля) агрегатов p (r), которым нужна была замена r блоков	0,90	0,05	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00

Значение функции распределения спроса расчитывается в таблице 4.11.

Таблица 4.11 – Значения функции распределения спроса

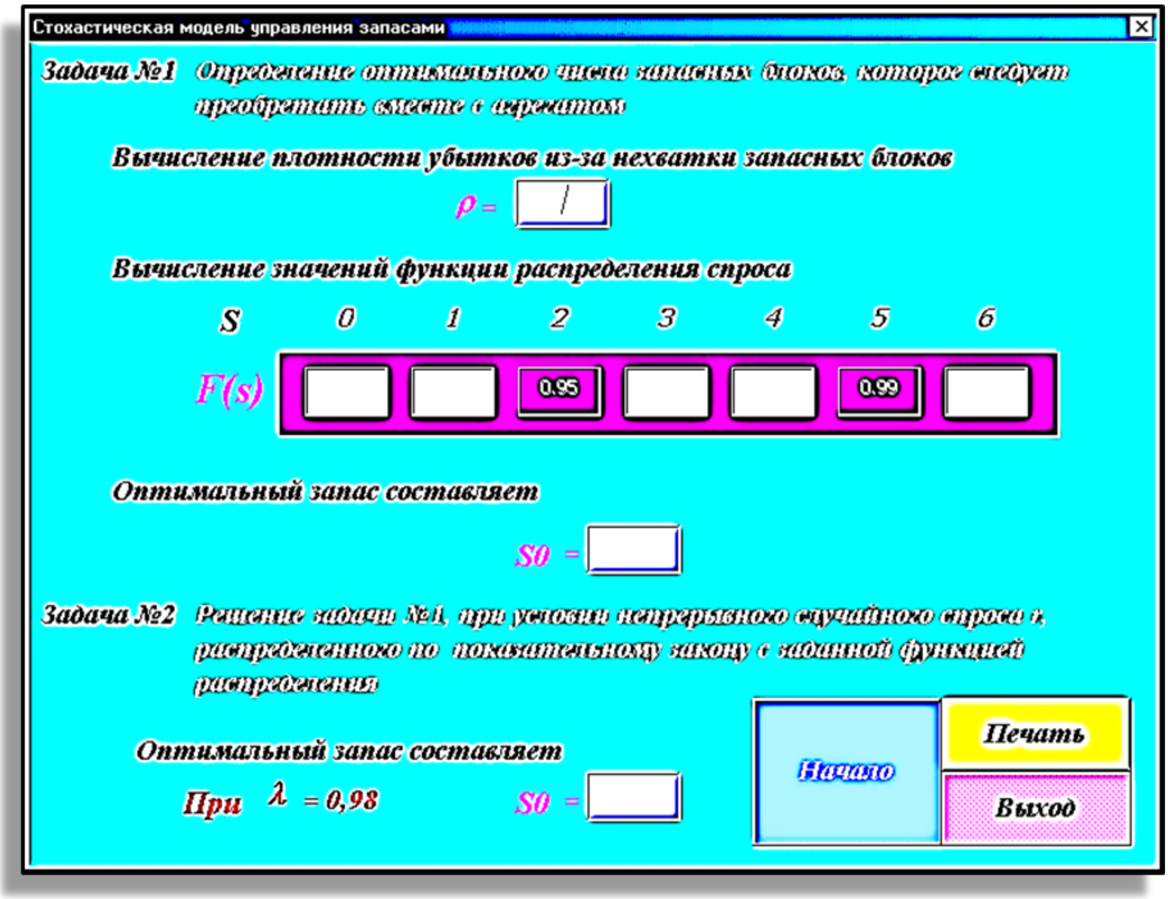
s	0	1	2	3	4	5	6
F(s)	0,00	0,90	0,95	0,97	0,98	0,99	0,1

Задача 2. *Решить задачу 1, при условии непрерывного случайного спроса r, распределенного по показательному закону с функцией распределения* $F(r)=1-e^{-\lambda r}$ *при* $\lambda=0{,}98$.

Проверка результатов происходит с использованием диалогового окна, изображенного на рисунке 4.50.

Метод ветвей и границ. Тест модели «Бродячий торговец»

Ознакомление студентов одним из комбинаторных методов – методом ветвей и границ: алгоритм 1 («бинарное разбиение») и алгоритм 2 («произвольное разбиение»), происходит при решении задачи «коммивояжера». В данной модели определяется кратчайший маршрут коммивояжера, включая все города (пункты), которые необходимо посетить «бродячему торговцу».



Стохастическая модель управления запасами

Задача №1 Определение оптимального числа запасных блоков, которое следует преобретать вместе с агрегатом

Вычисление плотности убытков из-за нехватки запасных блоков

ρ = /

Вычисление значений функции распределения спроса

S	0	1	2	3	4	5	6
F(s)			0.95			0.99	

Оптимальный запас составляет

S0 =

Задача №2 Решение задачи №1, при условии непрерывного случайного спроса r, распределенного по показательному закону с заданной функцией распределения

Оптимальный запас составляет

При λ = 0,98 S0 =

Рисунок 4.50 – Диалоговое окно теста моделей «Управление запасами»

Множество допустимых маршрутов некоторым способом разбивается на подмножества (алгоритм 1 – на два подмножества, то есть бинарная разбивка, алгоритм 2 – на произвольное число подмножеств), находятся и сравниваются их оценки – верхняя и нижняя границы, исключаются из рассмотрения подмножества, которые имеют нижнюю границу больше верхней. Оставшиеся подмножества («ветви»), разбиваются тем же способом и оцениваются.

Процесс продолжается до тех пор, пока не будет найдено оптимальное решение. Программой тестируется искомое минимальное расстояние и маршрут – последовательность посещения городов (рисунок 4.51).

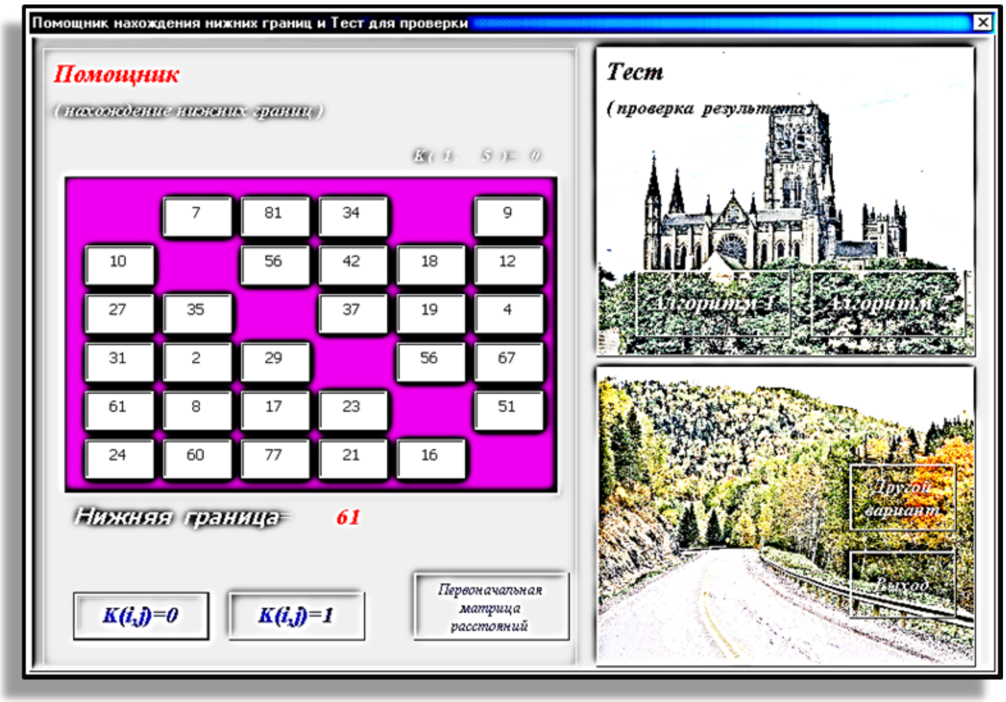
Если все ответы верны, то на экране появляется диалоговое окно, предлагающее распечатать дерево решения, т.е. последнюю итерацию алгоритма.

Затраты = 74

1 3 6 2 5 4 1

Рисунок 4.51– *Диалоговое окно теста модели «Бродячий торговец»*

Чтобы при многократных вычислениях нижних границ не были допущены ошибки, мы дополнили тест помощником нахождения нижних границ (рис. 4.52).



K(1, 5)= 0

	7	81	34		9
10		56	42	18	12
27	35		37	19	4
31	2	29		56	67
61	8	17	23		51
24	60	77	21	16	

Нижняя граница= 61

Рисунок 4.52– *Диалоговое окно помощника нахождения нижних границ*

«Помощник» разбивает множество маршрутов на подмножества и оценивает их.

Игровые модели. Программа-тест

Теория игр связана с математическими моделями принятия оптимальных решений при конфликтах. В ней рассматриваются ситуации, связанные с принятием решений, в которых два разумных противники имеют конфликтующие цели. К числу типичных примеров относится рекламы конкурирующих товаров и планирование стратегий. Противники, именуемые игроками, имеют множество возможных выборов, которые называются стратегиями. С каждой парой стратегии связан платеж, который один из игроков выплачивает другому.

Освоение методов теории игр также проверяется с помощью АРМ. Здесь тестируются результаты (оптимальные стратегии каждого игрока) аналитического и графического решения игровой модели с платежной матрицей 2×2, графическое решение матричной игры в смешанных стратегиях размера 2 × n, решение игры n × m методами линейного программирования.

Решение игровой модели с платежной матрицей 2×2. Тестирование в АРМ

При решении игры размера 2×2, которая является самым простым случаем конечной игры, у исследователя может быть один из двух вариантов:

1. Если такая игра имеет седловую точку, то оптимальное решение – это пара чистых стратегий, соответствующих этой точке.

2. Игра, в которой отсутствует седловая точка, в соответствии с теоремой «Неймана» – оптимальное решение существует и определяется парой смешанных стратегий $S_A^* = (p_1^*, p_2^*)$ и $S_B^* = (q_1^*, q_2^*)$.

Студентам предлагается решить аналитически и графически игру с заданной платежной матрицей, а затем сравнить ответы.

Задача. *Для данной платежной матрицы, графически решить игру:*

$$P = \begin{pmatrix} 1{,}5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Приведем графическое решение конкретной задачи (рис. 4.53) и проиллюстрируем ее проверку тестом.

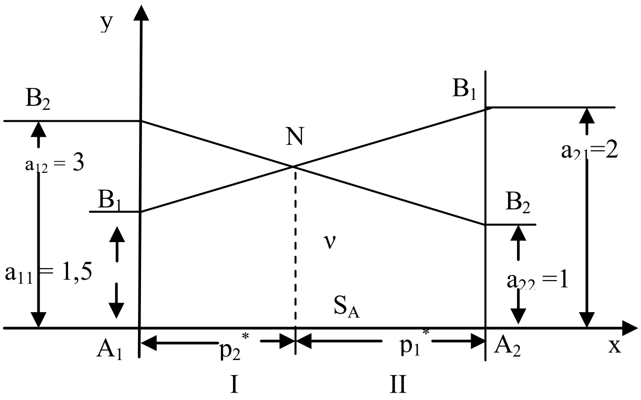
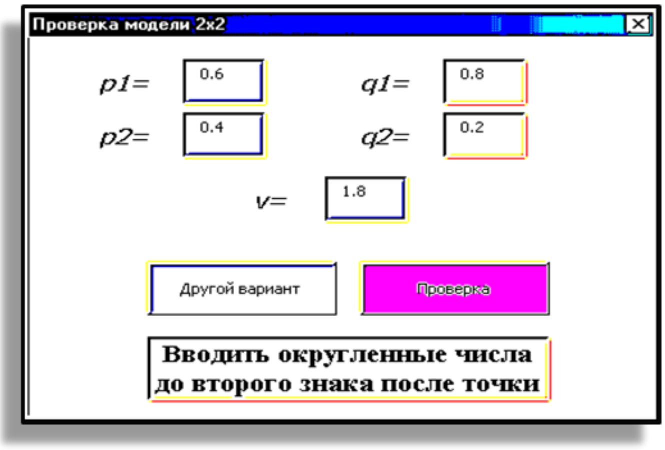


Рисунок 4.53 – Графическая реализация модели

Ответ: $p_1^* = 0{,}6$; $p_2^* = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$; оптимальная стратегия $S_A^* = (0{,}6\ ;\ 0{,}4)$, цена игры $\nu = 1{,}8$.

При проверке результатов студент заносит стратегии игроков и цену игры в окно, изображенное на рисунке 4.54. На печать выдается, как аналитическое, так и графическое решение.


Проверка модели 2x2

p1= 0.6
p2= 0.4
q1= 0.8
q2= 0.2
v= 1.8

Вводить округленные числа до второго знака после точки

Рисунок 4.54 – Диалоговое окно теста игровой модели 2×2

Графическое решение игровой модели 2 × n. Тестирование в АРМ

Решение матричных игр в смешанных стратегиях может быть найдено или графически, или методами линейного программирования. Графический метод интересен в том плане, что графически объясняет понятие седловой точки.

Методами линейного программирования может быть решена любая игра двух лиц с нулевой суммой [74].

Рассмотрим математическую модель в АРМ игровой модели с заданной платёжной матрицей размерности 2 × 4, а так же пример решения такой игры и проверку с помощью теста. Пусть имеется следующая игра 2x4:

$$\begin{array}{c|cccc|} & Y_1 & Y_2 & Y_3 & Y_4 \\ \hline A_1 & 2 & 2 & 3 & -1 \\ A_2 & 4 & 3 & 2 & 6 \\ \hline \end{array}$$

Игра не имеет решения в чистых стратегиях, следовательно, стратегии должны быть смешанными. Ожидаемые выигрыши игрока А, соответствующие чистым стратегиям игрока В, при выигрыше представлены в таблице 4.12.

Таблица 4.12 – Ожидаемые выигрыши игрока А

Чистые стратегии игрока В	***Ожидаемые выигрыши игрока А***
1	$–2x_1+4$
2	$–x_1+3$
3	x_1+2
4	$–7x_1+6$

На рисунке 4.55 изображены четыре прямые линии, соответствующие чистым стратегиям игрока В.

Чтобы определить лучший результат из худших, построена нижняя огибающая четырех указанных прямых (изображена на рисунке толстыми линейными сегментами), представляющий минимальный (худший) выигрыш для игрока А независимо от того, что делает игрок В. Максимум (лучше) нижней огибающей соответствует максимальному решению в точке $x_1^* = 0{,}5$. Эта точка определяется пересечением прямых 3 и 4.

Следовательно, оптимальным решением для игрока А является смешивание стратегий A_1 и A_2 с вероятностями 0,5 и 0,5 соответственно.

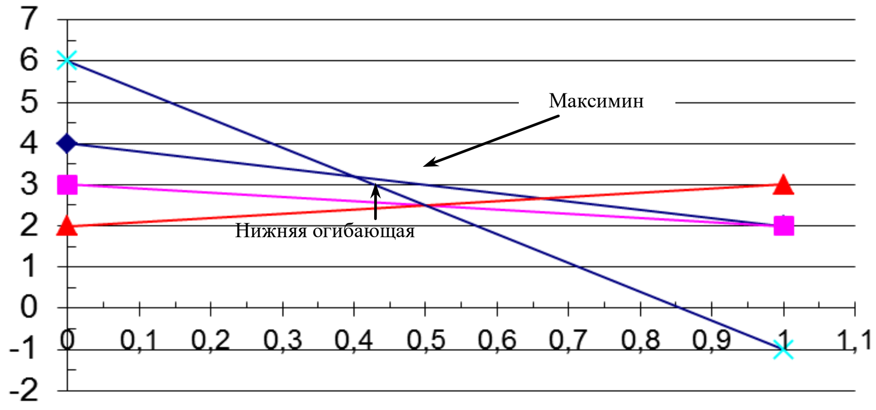


Рисунок 4.55 – Построение нижней огибающей

Соответствующая цена игры ν определяется подстановкой $x_1 = 0{,}5$ в уравнение или прямой 3, или 4, что приводит к следующему:

$$\nu = \begin{cases} \dfrac{1}{2} + 2 = \dfrac{5}{2}; \\ -7\left(\dfrac{1}{2}\right) + 6 = \dfrac{5}{2}. \end{cases}$$

Оптимальная смешанная стратегия игрока В, определяется двумя стратегиями, определяющие нижнюю огибающую графика. Это значит, что игрок В может смешивать стратегии B_3 и B_4, в этом случае $y_1 = y_2 = 0$ и $y_4 = 1 - y_3$. Получим ожидаемые платежи игрока В, соответствующие чистым стратегиям игрока А (табл. 4.13).

Таблица 4.13 – Ожидаемые платежи игрока В

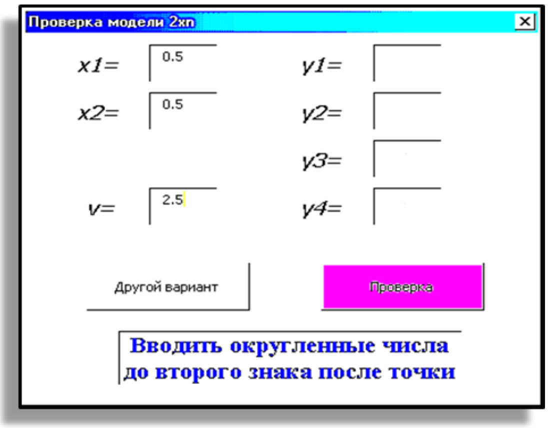
Чистые стратегии игрока А	***Ожидаемые платежи игрока В***
1	$4y_3 - 1$
2	$-4y_3 + 6$

Лучшее решение из худших для игрока В представляет собой «пиковую» точку верхней огибающей задаными двумя прямыми. Эта процедура эквивалентна решению уравнения: $4y_3 - 1 = 4y_3 + 6$.

Его решением будет $y_3 = 7/8$, которое определяет цену игры: $\nu = 4 \times (7/8) - 1 = 5/2$.

Таким образом, решением игры для игрока A является смешивание стратегий A_1 и A_2 с равными вероятностями 0,5 и 0,5, а для игрока B – смешивание стратегий B_3 и B_4 с вероятностями 7/8 и 1/8.

Для проверки используется окно, изображенное на рисунке 4.56.



x1= 0.5
y1=
x2= 0.5
y2=
y3=
v= 2.5
y4=

Вводить округленные числа
до второго знака после точки

Рисунок 4.56 – Диалоговое окно теста графического решения игровой модели 2×n

Решение игровой модели m × n методами линейного программирования. Тестирование в АРМ.

Теория игр находится в тесной связи с линейным программированием, так любую конечную игру двух лиц с нулевой суммой можно представить в виде задачи линейного программирования.

Проиллюстрируем тестовое решение матричных игр в АРМ. Значение цены игры v находится между –2 и 2 (рисунок 4.57). Задача линейного программирования для игрока A имеет вид:

Задача. *Максимизировать z = v при ограничениях:*

$$3x_1 - 2x_2 - 5x_3 - v \geq 0,$$

$$-x_1 + 4x_2 - 6x_3 - v \geq 0,$$

$$-3x_1 - x_2 + 2x_3 - v \geq 0,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0, \quad v \text{ не ограничено в знаке}.$$

	У$_1$	У$_2$	У$_3$	Минимумы строк
А$_1$	3	-1	-3	-3
А$_2$	-2	4	-1	**-2**
А$_3$	-5	-6	2	-6
Максимумы столбцов	3	4	**2**	**2/–2**

Рисунок 4.57 – Поиск максимина и минимакса

Задача линейного программирования для игрока А имеет вид: максимизировать z = v при ограничениях:

$$3x_1 - 2x_2 - 5x_3 - v \geq 0,$$

$$-x_1 + 4x_2 - 6x_3 - v \geq 0,$$

$$-3x_1 - x_2 + 2x_3 - v \geq 0,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0,\ v \text{ не ограничено в знаке}.$$

Оптимальным решением является:

x_1 = 0,3945, x_2 = 0,3119, x_3 = 0,2936, v = – 0,9083.

Соответствующими двойственными переменными являются

y_1= – 0,3211, y_2 = – 0,0826, у$_3$ = – 0,5963.

Причина того, что переменные y_1, y_2, y_3 не являются положительными, как это должно быть, заключается в том, что задача линейного программирования для игрока А является задачей максимизации с ограничениями вида «≥». При этих условиях, соответствующих двойственные, переменные должны быть отрицательными.

При занесении студентом найденных значений в окно теста (рис. 4.58) программа проверяет, удовлетворяет ли данное решение всем уравнениям и неравенствам системы. Если все в порядке, то печатается проверочный лист.

x1= 0.3945

y1= 0.3211

x2= 0.3119

y2= 0.0826

x3= 0.2936

y3= 0.5963

v= -0.9083

Рисунок 4.58 – Окно теста решения игровой модели m×n

Марковские процессы. Уравнение Колмогорова. Тестирование

В теории вероятностного моделирования случайные процессы являются наиболее изученными и относительно просто моделируются. Они относятся к классу наиболее используемых и эффективных моделей в инженерии. Модели марковских случайных процессов представляют особый интерес для исследователей техно-экономических систем, так как значительная часть процессов, протекающих в таких системах, принадлежат классу марковских случайных процессов с дискретными состояниями.

При анализе случайных процессов с дискретными состояниями используют геометрическую схему-граф состояний (рисунок 4.59).

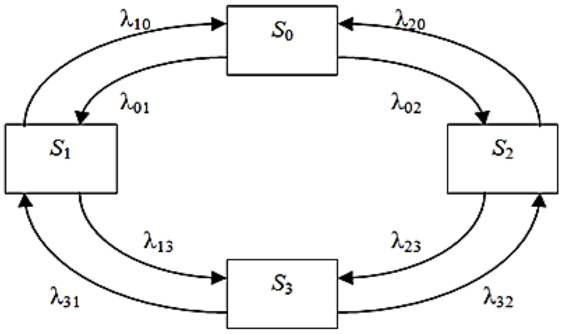


Рисунок 4.59 – Граф состояний случайного процесса

Состояния системы изображаются прямоугольниками (кружками), а возможные переходы из состояния в состояние – стрелками (ориентированными дугами), соединяющих состояния.

Для освоения данной темы студентам предлагается решить три задачи. Все они проверяются с помощью одного окна, поэтому сначала приведем примеры их решения, а затем проверку с использованием АРМ.

Задача 1. *Найти предельные вероятности для системы S, граф состояний которой приведен на рисунке 4.58, при* $\lambda_{01} = 1$, $\lambda_{02} = 2$, $\lambda_{10} = 2$, $\lambda_{13} = 2$, $\lambda_{20} = 3$, $\lambda_{23} = 1$, $\lambda_{31} = 3$, $\lambda_{32} = 2$.

Решение. Система уравнений, описывающих стационарный режим для данной системы, имеет вид

$$\begin{cases} 3p_0 = 2p_1 + 3p_2, \\ 4p_1 = p_0 + 3p_3, \\ 4p_2 = 2p_0 + 2p_3, \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{cases}$$

Решив систему, получим $p_0 = 0{,}40$, $p_1 = 0{,}20$, $p_2 = 0{,}27$, $p_3 = 0{,}13$, то есть в предельном, стационарном режиме система S в среднем 40% времени будет находится в состоянии S_0 (оба узла работают), 20% – в состоянии S_1 (первый узел ремонтируется, второй работает), 27% – в состоянии S_2 (второй узел ремонтируется, первый работает) и 13% времени – в состоянии S_3 (оба узла ремонтируются).

Задача 2. *Найти средний чистый доход от эксплуатации в стационарном режиме системы S в условиях задачи 1, если известно, что в единицу времени исправная работа первого и второго узлов приносит прибыль соответственно в 10 и 6 ден. ед., а их ремонт требует затрат соответственно в 4 и 2 ден.ед.* (табл. 4.14).

Таблица 4.14 – Данные задачи 2

№ узла	Доход	Расход
1 узел (автомат)	10	4
2 узел (автомат)	6	2

Выпишем предельные вероятности из ответа задачи 1 на рисунок 4.60 и найдем доходы и расходы узлов.

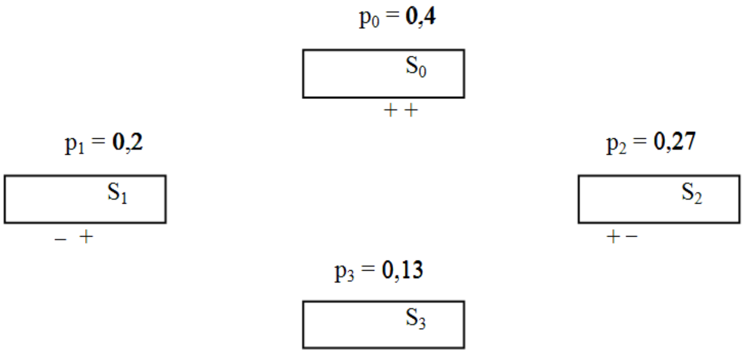


Рисунок 4.60 – Состояние системы с предельными вероятностями

Прибыль от работы стенда проверки ходовой части:

$$(p_0+p_2)\cdot 10=(0,4+0,27)\cdot 10=0,67\cdot 10=6,7.$$

Прибыль от работы стенда проверки углов развал-схождения:

$$(p_0+p_1)\cdot 6=(0,4+0,2)\cdot 6=0,6\cdot 6=3,6.$$

Прибыль от работы стенда проверки ходовой части и стенда проверки углов развал-схождения:

$$6,7+3,6=10,3.$$

Расходы от поломки стенда проверки ходовой части:

$$(p_1+p_3)\cdot 4=(0,2+0,13)\cdot 4=0,33\cdot 4=1,32.$$

Расходы от поломки стенда проверки углов развал-схождения:

$$(p_2+p_3)\cdot 2=(0,27+0,13)\cdot 2=0,4\cdot 2=0,8.$$

Расходы от поломки стенда проверки ходовой части и стенда проверки углов развал-схождения: 1,32+0,8 = 2,12.

Ответ: общий доход системы = прибыль – расход = 10,3 – 2,12 = 8,18 (ден. ед.)

Задача 3. *Оценить экономическую эффективность имеющейся возможности уменьшения вдвое среднего времени ремонта каждого из узлов, если при этом придется вдвое увеличить расходы на ремонт каждого узла (в единицу времени).*

Решение. Уменьшение вдвое среднего времени недоступности приводит к увеличению частоты возвращения к работе, поэтому интенсивности внешнего круга размеченного графа увеличатся вдвое, а интенсивности внутреннего круга не изменятся (рис. 4.61).

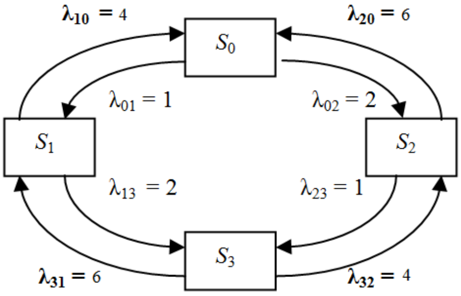


Рисунок 4.61– Измененный размеченный граф состояний

Учитывая новые значения интенсивности, получим:

$$\begin{cases}(1+2)p_0=4p_1+6p_2,\\(4+2)p_1=1p_0+6p_3,\\(6+1)p_2=2p_0+4p_3,\\p_0+p_1+p_2+p_3=1.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3p_0=4p_1+6p_2,\\6p_1=1p_0+6p_3,\\7p_2=2p_0+4p_3,\\p_0+p_1+p_2+p_3=1.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}p_0=0{,}6,\\p_1=0{,}15,\\p_2=0{,}2,\\p_3=0{,}05.\end{cases}$$

Увеличение расходов на недоступность вдвое (табл. 4.15).

Таблица 4.15 – Измененные данные задачи

Стенды	***Доходы***	***Расходы***
1 узел (автомат)	10	8
2 узел(автомат)	6	4

Далее выполняем такие же действия, как в предыдущей задаче (рис. 4.62).

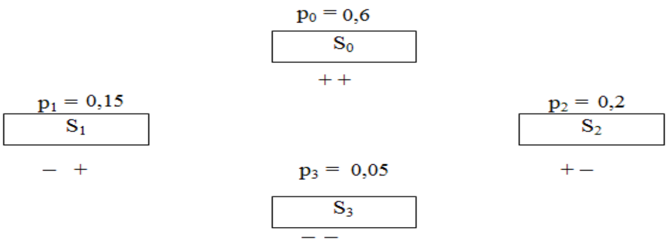


Рисунок 4.62 – Состояние системы с предельными вероятностями

Прибыль от работы стенда проверки ходовой части:

$$(p_0 + p_2)\cdot 10 = (0,6 + 0,2)\cdot 10 = 0,8 \cdot 10 = 8.$$

Прибыль от работы стенда проверки углов развал-схождения: $(p_0 + p_1)\cdot 6 = (0,6 + 0,15)\cdot 6 = 0,75 \cdot 6 = 4,5.$

Расходы от поломки стенда проверки ходовой части:

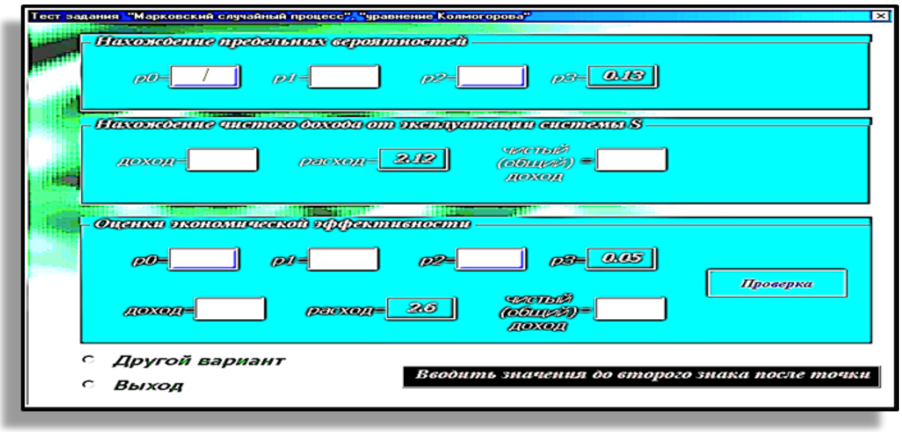
$$(p_1 + p_3)\cdot 8 = (0,15 + 0,05)\cdot 8 = 0,2 \cdot 8 = 1,6.$$

Расходы от поломки стенда проверки углов развал-схождения: $(p_2 + p_3)\cdot 4 = (0,2 + 0,05)\cdot 4 = 0,25 \cdot 4 = 1.$

Общий доход системы = прибыль – расход = 12,5 – 2,6 = 9,9 (ден. ед.).

Ответ: поскольку прибыль в третьей части задачи больше прибыли во второй части, то уменьшение вдвое среднего времени занятости каждого узла с одновременным увеличением расходов является экономически выгодным.

Диалоговое окно теста проверки решения данных задач показано на рис. 4.63.



p3= 0.13

расход= 2.12

p3= 0.05

расход= 2.6

Вводить значения до второго знака после точки

Рисунок 4.63 – Окно теста модели «Марковские процессы. Уравнение Колмогорова»

Значения, введенные в ячейки, проверяются после нажатия кнопки «Проверка».

Модель «Процессы гибели и размножения». Модель «СМО с отказами». Тестирование

В технических моделях часто приходится сталкиваться с системами, предназначенными для многократного использования при решении однотипных задач. Возникающие при этом процессы получили название процессов обслуживания, а системы – систем массового обслуживания (СМО). Примерами таких систем являются телефонные системы, ремонтные мастерские, магазины, бензозаправочные станции и т.д.

Из теории массового обслуживания для решения и проверки в АРМ были внесены наиболее типичные задачи. Постановка которых приведена ниже.

Задача 1. *Процесс гибели и размножения представлен графом (рисунок 4.64). Найти предельные вероятности состояний.*

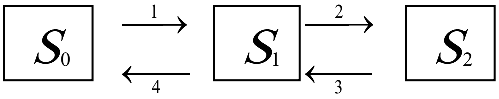


Рисунок 4.64 – Граф состояний

Найдем вероятность состояния S_0

$$\rho_0 = \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4}\right)^{-1} = 0{,}706$$

Тогда, $\rho_1 = \frac{1}{4} 0{,}706 = 0{,}176, \rho_1 = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4} 0{,}706 = 0{,}118$,

то есть в установившемся, стационарном режиме в среднем 70,6% времени система будет находиться в состоянии S_0, 17,6% – в состоянии S_1 и 11,8% – в состоянии S_2.

Задача 2. Одноканальная система. *Есть один канал, на который поступает поток заявок с интенсивностью λ. Поток обслуживания имеет интенсивность μ. Найти предельные вероятности состояний системы и показатели ее эффективности.*

Размеченный граф состояний представлен на рисунке 4.65. Исходные данные $\lambda=90$, $\mu=30$.

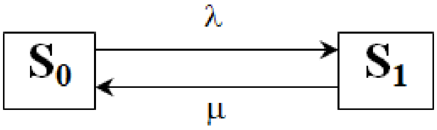


Рисунок 4.65 – Размеченный граф одноканальной системы

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda+\mu},\ p_1 = \frac{\lambda}{\lambda+\mu},$$

Решение. Найдем p_0 и p_1:

$$p_0 = Q = \frac{\mu}{\lambda+\mu} = 0.25; \qquad p_1 = P_{отк.} = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} = 0.75.$$

Получим p_0 = 0,25; p_1 = 0,75, в стационарном режиме в среднем 25% времени система будет находиться в состоянии S_0, 75% времени – в состоянии S_1.

Найдем относительную пропускную способность Q системы и вероятность отказа $P_{отк}$. Абсолютную пропускную способность найдем, умножив относительную пропускную способность Q на интенсивность потока отказов.

$$Q \cdot \lambda = A = \frac{\lambda\mu}{\lambda+\mu} = \frac{90 \cdot 30}{90+30} = 22.5$$

Ответ: p_0 = 0,25; p_1 = 0,75; Q = 0.25; $P_{отк}$ = 0,75; A = 22,5.

Задача 3. Многоканальная система. *Найти предельные вероятности состояний системы и показатели ее эффективности. Граф состояний представлен на рисунке 4.66. Исходные данные λ=90, μ=30.*

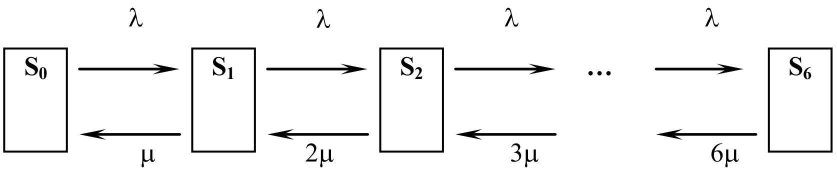


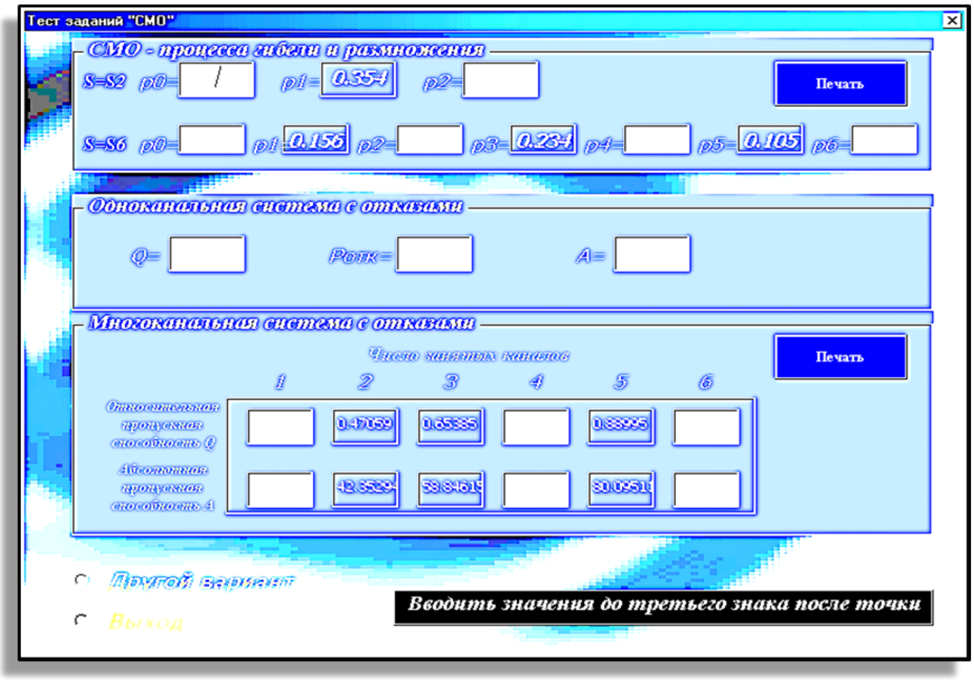
Рисунок 4.66 – Размеченный граф многоканальной системы

Результаты расчетов студенты оформляют в виде таблицы 4.16.

Таблица 4.16 – Результаты расчетов

Характеристика обслуживания	***Число каналов***					
$Q = 1 - p_n$	0,25	0,47	0,65	0,79	0,88	0,947
$A = \lambda \cdot Q$	22,5	42,35	58,84	71,45	80,09	85,3

На рисунке 4.67 изображено окно теста модели, в котором проверяются значения показателей в АРМ.



СМО - процесса гибели и размножения

S=S2 p0= / p1= 0.354 p2=

S=S6 p0= p1= 0.156 p2= p3= 0.234 p4= p5= 0.105 p6=

Одноканальная система с отказами

Q= Ротк= A=

Многоканальная система с отказами

	Число занятых каналов					
	1	2	3	4	5	6
Относительная пропускная способность Q		0.47059	0.65385		0.88995	
Абсолютная пропускная способность A		42.3529	58.8461		80.0951	

Вводить значения до третьего знака после точки

Рисунок 4.67 – Окно теста модели «Процессы гибели и размножения» и модели «СМО с отказами»

4.3.3. АРМ студент – преподаватель раздела «Методы обработки статистических данных». Моделирование и исследование систем, как правило, нуждаются в экспериментальной проверке. С одной стороны, эксперимент позволяет проверить модель, уточнить ее. С другой стороны, модель подсказывает, какой именно эксперимент надо проводить, то есть дает информацию для организации эксперимента.

Экспериментальная работа связана с измерением различных характеристик системы. Следует заметить, что современное понятие измерений значительно шире, чем классическое, где рассматривались только количественные и однозначные измерения. Его особенностями являются:

1) измерения качественных характеристик;

2) восприятие того факта, что измерение может не снимать неопределенности, если она имеет расплывчатую природу;

3) учета того, что измерения сопровождаются неизбежными ошибками;

4) величина интересующей экспериментатора, часто является ненаблюдаемой, и можно наблюдать лишь некоторую функцию от нее.

Измерение – это операция, по которой наблюдаемое явление, ставиться в соответствие одному из элементов определенной измерительной шкалы, необязательно числовой. Шкала может быть порядковой, если ее элементы сравнимы между собой, или номинальной, если любые сравнения невозможны. Измерительная и экспериментальная работа играет значительную роль в производственном менеджменте при создании новых товаров, а также при повышении качества товаров, в маркетинговых исследованиях и разработке маркетинговой стратегии и инженерии.

Многомерный статистический анализ – логическое развитие методов традиционной статистики, обобщенных в курсе методы обработки статистических данных. Принципиальное отличие заключается в том, что объекты (социальные, экономические, технические) рассматриваются с учетом не одного или двух, а сразу некоторого множества признаков. Это позволяет добиться в исследованиях полноты теоретического описания наблюдаемых объектов и объективности выводам.

Поэтому совместное изучение значений признаков позволяет моделировать образ субъекта и реально оценивать его поведенческую реактивность.

В АРМ «Многомерный статистический анализ» входят четыре модели: метод главных факторов (Алгоритм Хотеллинга), неметрические методы многомерного шкалирования, классическая модель многомерного шкалирования Торгерсона, обобщенная модель поиска индивидуальных различий Такера.

При создании тестов для данных моделей использовались электронные таблицы MS Excel, среда программирования Visual Studio 10. Главное окно программы изображено на рисунке 4.68.

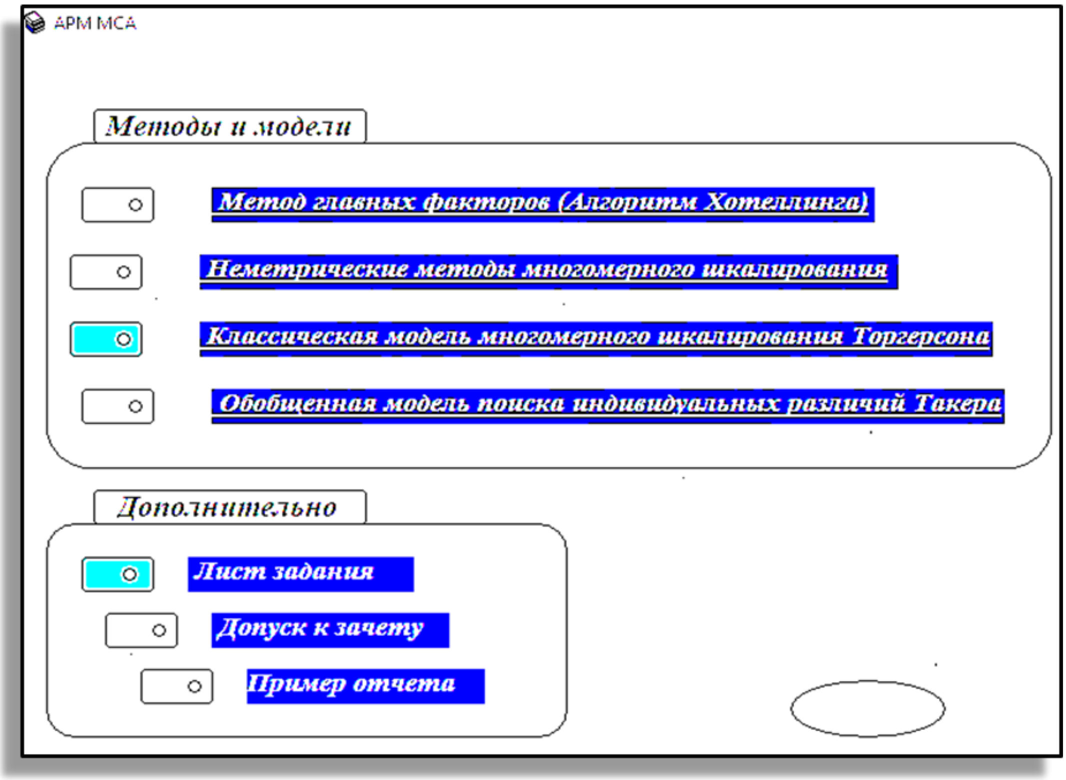
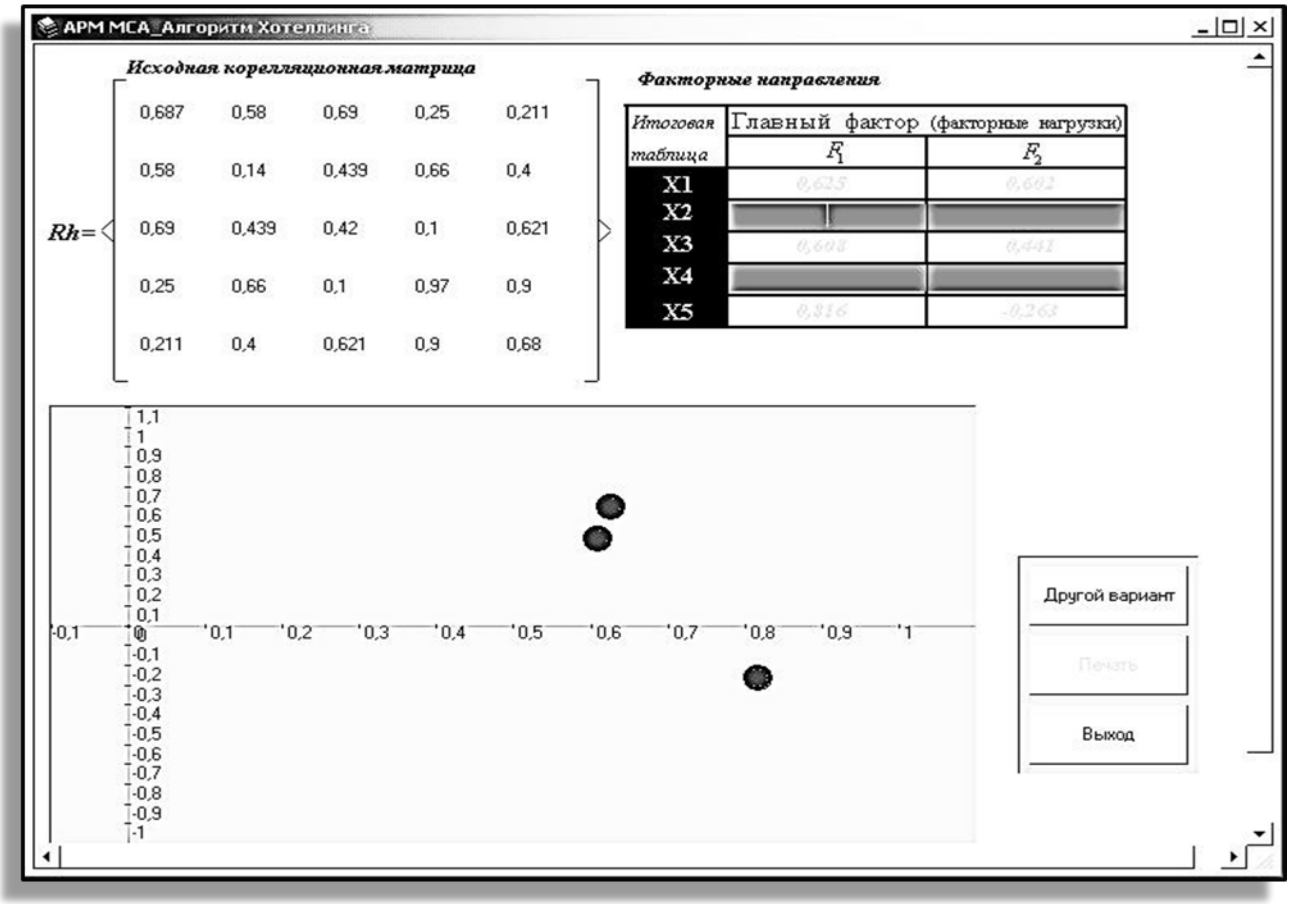


Рисунок 4.68 – Главное окно АРМ «Многомерный статистический анализ»

1. Метод главных факторов (Алгоритм Хотеллинга)

Задача. *Дана корреляционная матрица (рис. 4.68). Необходимо определить факторные нагрузки и геометрически представить наблюдаемые объекты в тривиальном пространстве латентных (скрытых) факторов.*

Проверка результатов происходит с помощью следующего диалогового окна теста (см. рис. 4.69).



Исходная корелляционная матрица

$$Rh=\begin{bmatrix} 0{,}687 & 0{,}58 & 0{,}69 & 0{,}25 & 0{,}211 \\ 0{,}58 & 0{,}14 & 0{,}439 & 0{,}66 & 0{,}4 \\ 0{,}69 & 0{,}439 & 0{,}42 & 0{,}1 & 0{,}621 \\ 0{,}25 & 0{,}66 & 0{,}1 & 0{,}97 & 0{,}9 \\ 0{,}211 & 0{,}4 & 0{,}621 & 0{,}9 & 0{,}68 \end{bmatrix}$$

Факторные направления

Итоговая таблица	Главный фактор (факторные нагрузки)	
	F_1	F_2
X1	0,625	0,602
X2		
X3	0,608	0,441
X4		
X5	0,816	-0,263

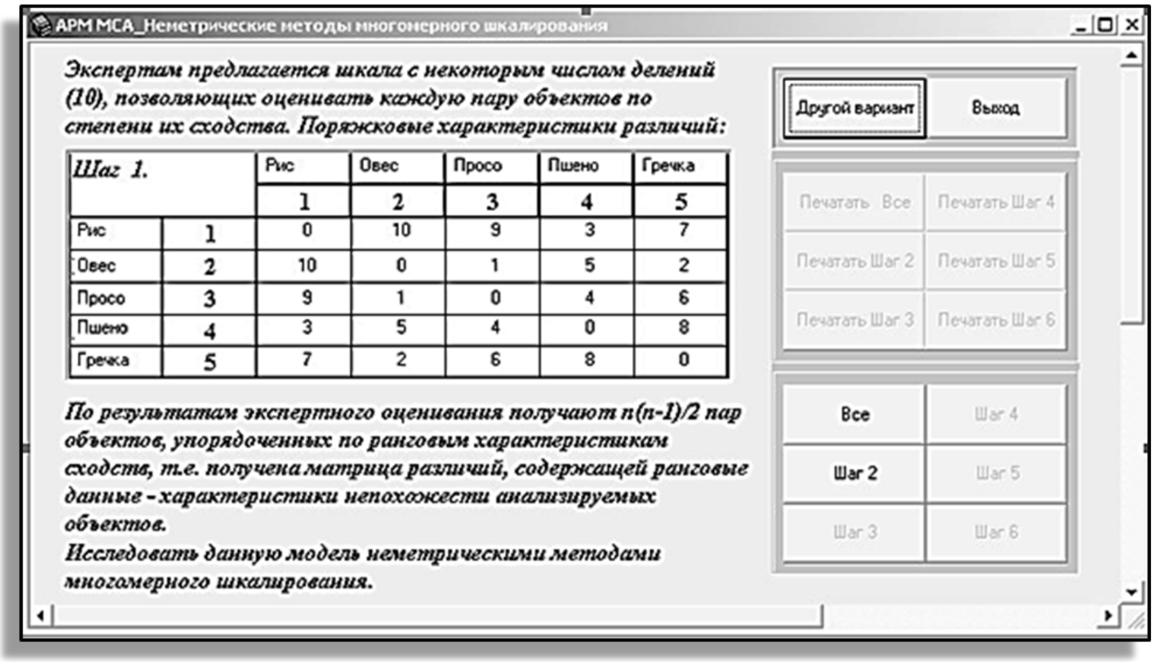
Рисунок 4.69 – Окно проверки результатов реализации метода главных факторов

В верхнем левом углу рисунка 4.69 находится начальная корреляционная матрица R_h. Проверка факторных нагрузок происходит сразу при вводе значений в таблице. В низу на графике геометрически отражаются наблюдаемые объекты в тривиальном пространстве латентных (скрытых) факторов.

2. Неметрические методы многомерного шкалирования

Задача. *Экспертам предлагается шкала с некоторым числом делений (10), позволяющие оценивать каждую пару объектов по степени их сходства. По результатам экспертной оценки получают n(n-1)/2 пар объектов, упорядоченных по ранговым характеристикам сходств, в результате чего получается матрица различий, содержащая ранговые данные (характеристики непохожести анализируемых объектов). Необходимо исследовать данную модель неметрическими методами многомерного шкалирования.*

Главное окно теста изображено на рисунке 4.70.



Экспертам предлагается шкала с некоторым числом делений (10), позволяющих оценивать каждую пару объектов по степени их сходства. Поряжковые характеристики различий:

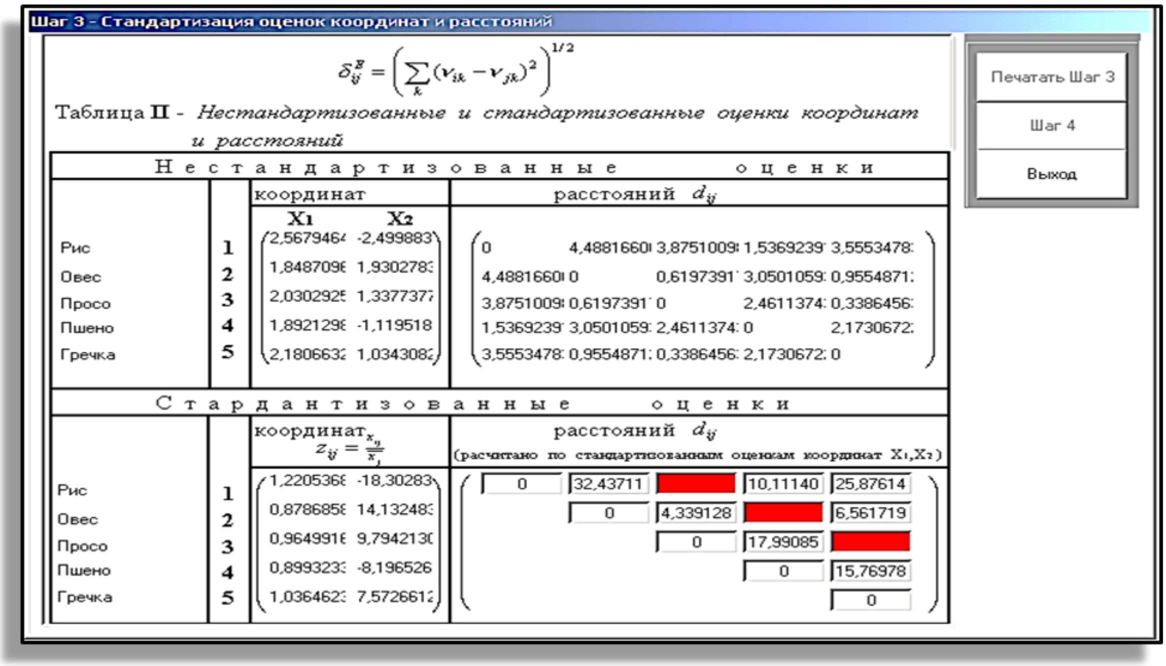
Шаг 1.		Рис	Овес	Просо	Пшено	Гречка
		1	2	3	4	5
Рис	1	0	10	9	3	7
Овес	2	10	0	1	5	2
Просо	3	9	1	0	4	6
Пшено	4	3	5	4	0	8
Гречка	5	7	2	6	8	0

По результатам экспертного оценивания получают n(n-1)/2 пар объектов, упорядоченных по ранговым характеристикам сходств, т.е. получена матрица различий, содержащей ранговые данные - характеристики непохожести анализируемых объектов.

Исследовать данную модель неметрическими методами многомерного шкалирования.

Рисунок 4.70 – Главное диалоговое окно теста неметрических методов многомерного шкалирования

На рисунке 4.71 изображено окно проверки нестандартизированных и стандартизированных оценок координат и расстояний.



$$\delta_{ij}^{E} = \left(\sum_{k}(v_{ik} - v_{jk})^2\right)^{1/2}$$

Таблица II - *Нестандартизованные и стандартизованные оценки координат и расстояний*

Нестандартизованные оценки								
		координат		расстояний d_{ij}				
		X1	X2					
Рис	1	2,5679464	-2,499883	0	4,4881660	3,8751009	1,5369239	3,5553478
Овес	2	1,8487096	1,9302783	4,4881660	0	0,6197391	3,0501059	0,9554871
Просо	3	2,0302925	1,3377377	3,8751009	0,6197391	0	2,4611374	0,3386456
Пшено	4	1,8921298	-1,119518	1,5369239	3,0501059	2,4611374	0	2,1730672
Гречка	5	2,1806632	1,0343082	3,5553478	0,9554871	0,3386456	2,1730672	0

Стардантизованные оценки								
		координат $z_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$		расстояний d_{ij} (расчитано по стандартизованным оценкам координат X1,X2)				
Рис	1	1,2205368	-18,30283	0	32,43711	🟥	10,11140	25,87614
Овес	2	0,8786858	14,132483		0	4,339128	🟥	6,561719
Просо	3	0,9649916	9,794213			0	17,99085	🟥
Пшено	4	0,8993233	-8,196526				0	15,76978
Гречка	5	1,0364623	7,5726612					0

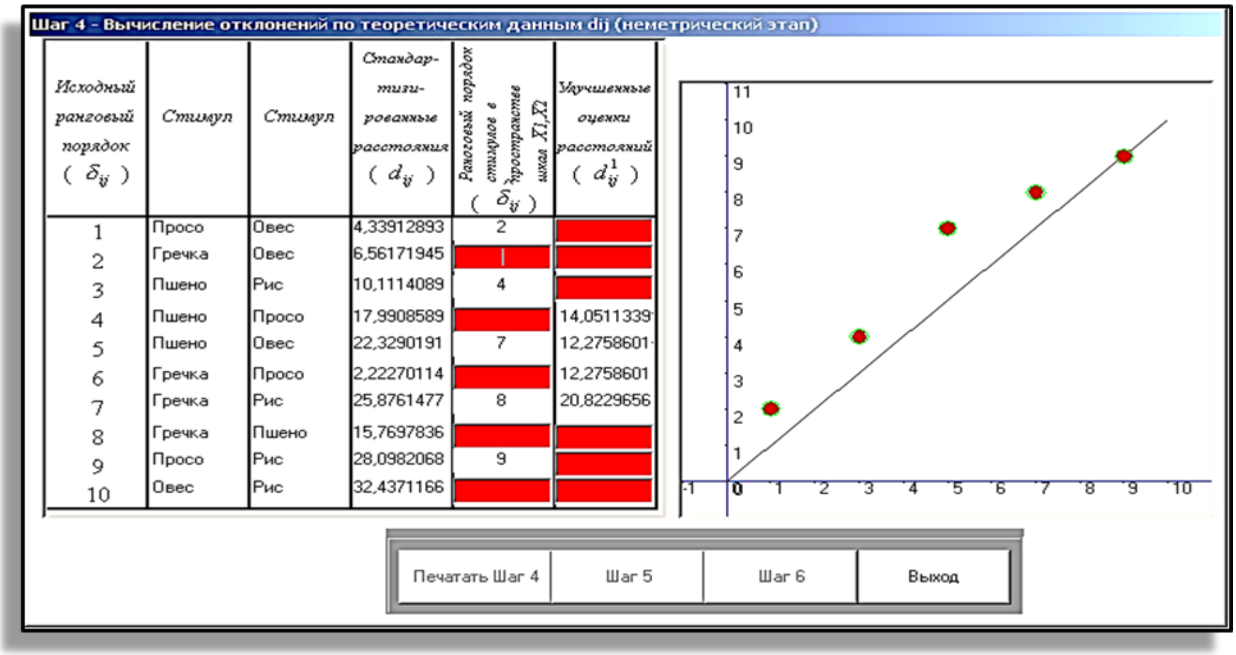
Рисунок 4.71 – Окно проверки нестандартизированных и стандартизированных оценок координат и расстояний

Следующий шаг предназначен для упорядочения оценок расстояний между стимулами. График (рис. 4.72) построен по данным рассматриваемого примера.

Рисунок 4.72 – Отношения ранговых порядков стимулов по выходным и теоретическим данным

Он наглядно показывает несоответствие, возникшее в изменении исходных и теоретических ранговых оценок. Линия L_1 – прямая монотонной функции равномерно растущих оценок, линия L_2 – линия, построенная с учетом отклонений от теоретических значений эмпирических ранговых оценок.

Для проверки этого шага в АРМ используется окно, изображенное на рисунке 4.73.


Шаг 4 - Вычисление отклонений по теоретическим данным dij (неметрический этап)

Исходный ранговый порядок (δ_{ij})	Стимул	Стимул	Стандартизированные расстояния (d_{ij})	Ранговый порядок стимулов в пространстве шкал X1,X2 ($\hat{\delta}_{ij}$)	Улучшенные оценки расстояний (d^1_{ij})
1	Просо	Овес	4,33912893	2	🟥
2	Гречка	Овес	6,56171945	🟥	🟥
3	Пшено	Рис	10,1114089	4	🟥
4	Пшено	Просо	17,9908589	🟥	14,0511339
5	Пшено	Овес	22,3290191	7	12,2758601
6	Гречка	Просо	2,22270114	🟥	12,2758601
7	Гречка	Рис	25,8761477	8	20,8229656
8	Гречка	Пшено	15,7697836	🟥	🟥
9	Просо	Рис	28,0982068	9	🟥
10	Овес	Рис	32,4371166	🟥	🟥

Рисунок 4.73 – Диалоговое окно проверки выходных ранговых оценок

После введения правильных значений в ячейки, программа автоматически рисует линию с отклонениями от теоретических эмпирических ранговых оценок.

Последующий шаг – метрический этап. На данном этапе имеющимся исходным и уточненным величинам расстояний (d_i^c и d_i^{c+1}) находят уточненные оценки координат.

Для расчетов используется формула Лингоса-Роскама:

$$x_{ik}^{c+1} = x_{ik}^{c} - \tfrac{1}{j}\sum_{j}\left(1 - \tfrac{d_{ij}^{c+1}}{d_{ij}^{c}}\right)\left(x_{ik}^{c} - x_{jk}^{c}\right)$$

Вычисления по формуле Лингоса-Роскама в АРМ дается содержательная оценка d_i^c і d_i^{c+1}.

Проверке на монотонность подлежат теоретические данные d_i^c и d_i^{c+1}, рассматривается степень их улучшения на прошлой итерации.

Если улучшение существенно, итерация возобнавляется после стандартизаций, если же улучшения мало, итерации заканчиваются и приступают к интерпретации итогов анализа. Оценивания соответствий теоретических результатов эмпирическим данным осуществляется с помощью специальных стресс формул:

$$S_1 = \left(\frac{\sum_{ij}\left(d_{ij}^{0} - d_{ij}^{1}\right)^2}{\sum_{ij} d_{ij}^{0\,2}}\right)^{1/2}, \qquad S_2 = \left(\frac{\sum_{ij}\left(d_{ij}^{0} - d_{ij}^{1}\right)^2}{\sum_{ij}\left(d_{ij}^{1} - d..\right)^2}\right)^{1/2},$$

$$d.. = \tfrac{1}{ij}\sum_{ij} d_{ij}$$

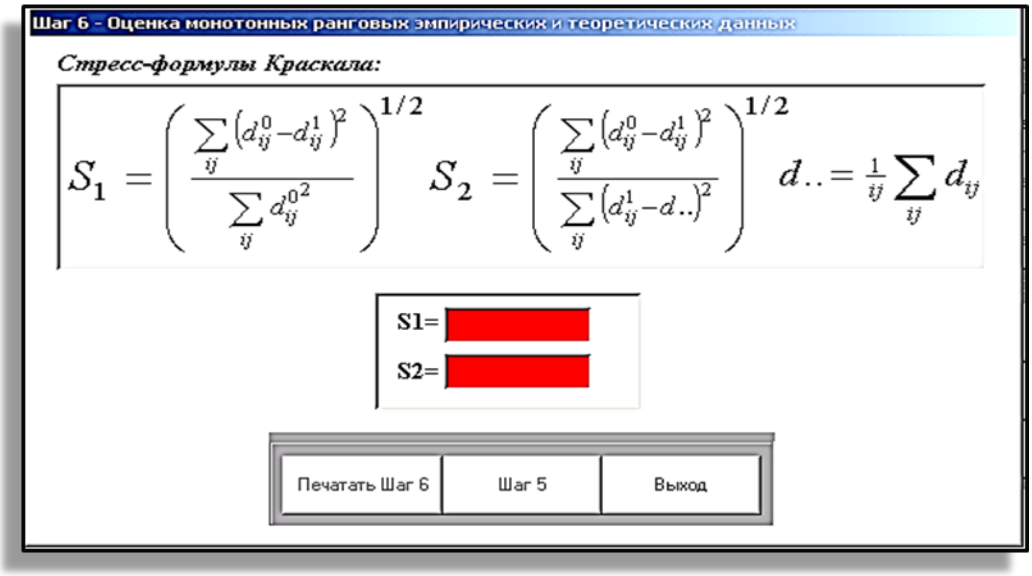
где $d\ldots$ – среднее арифметическое всех оцененных расстояний.

Проверка шага проходит с помощью окна, изображенного на рисунке 4.74.

Последний шаг представлен на рисунке 4.75.

$Z = (x_1^0, x_2^0)$ – старые координаты стимулов в факторном пространстве X₁,X₂;

$Z_1 = (x_1^1, x_2^1)$ – новые координаты стимулов в факторном пространстве X₁,X₂.



Шаг 6 - Оценка монотонных ранговых эмпирических и теоретических данных

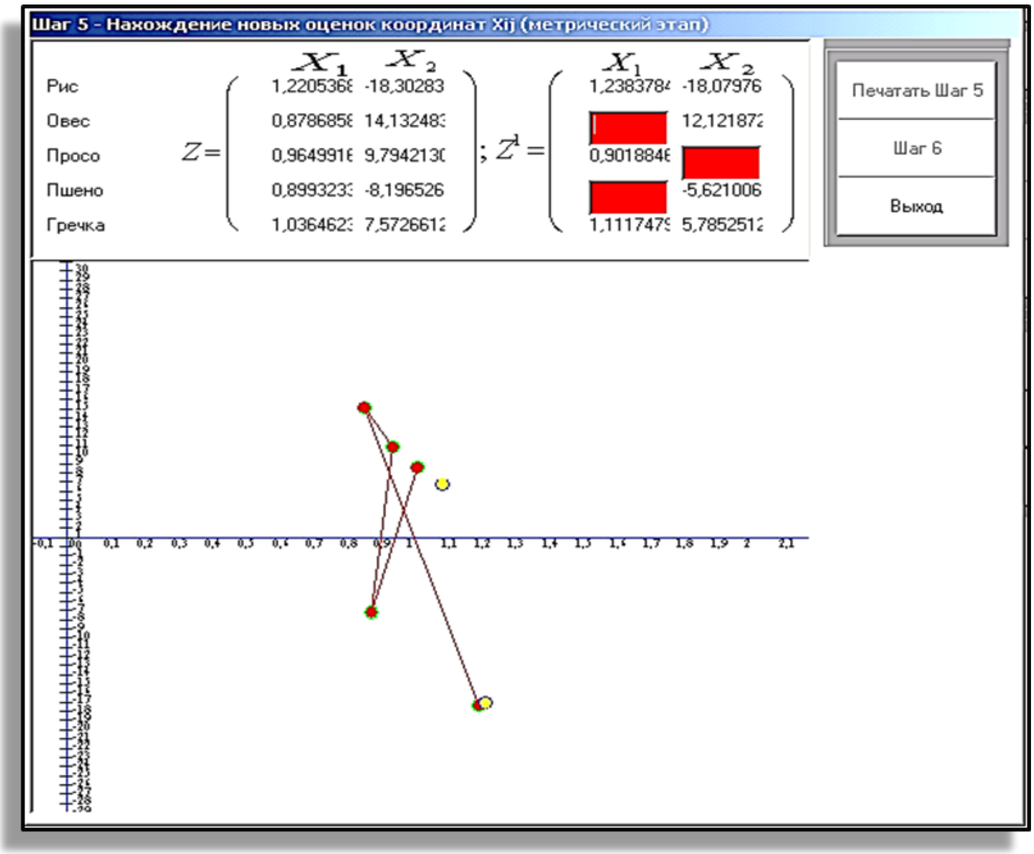
Стресс-формулы Краскала:

$$S_1 = \left(\frac{\sum\limits_{ij} \left(d_{ij}^0 - d_{ij}^1\right)^2}{\sum\limits_{ij} d_{ij}^{0\,2}} \right)^{1/2} \quad S_2 = \left(\frac{\sum\limits_{ij} \left(d_{ij}^0 - d_{ij}^1\right)^2}{\sum\limits_{ij} \left(d_{ij}^1 - d_{..}\right)^2} \right)^{1/2} \quad d_{..} = \frac{1}{ij} \sum_{ij} d_{ij}$$

S1= 🟥

S2= 🟥

Рисунок 4.74 – Диалоговое окно проверки оценивания соответствий теоретических результатов эмпиричным данным



Шаг 5 - Нахождение новых оценок координат Xij (метрический этап)

		X_1	X_2		X_1	X_2
Рис		1,220536	-18,30283		1,238378	-18,07976
Овес		0,878685	14,13248		🟥	12,12187
Просо	$Z=$	0,964991	9,794213	$;\ Z^1=$	0,901884	🟥
Пшено		0,899323	-8,196526		🟥	-5,621006
Гречка		1,036462	7,572661		1,111747	5,785251

Рисунок 4.75 – Диалоговое окно проверки последнего шага

Таким образом, в работе рассмотрено автоматизированное рабочее место, разработанное в помощь студентам при изучении раздела дисциплины «Методы обработки статистических данных». Результаты данной работы можно рассматривать как средство для достаточно быстрого овладения базовыми методами экономико-математического моделирования.

4.4. Использование элементов блокового программирования среды Mathcad в эвристическом обучении математическому моделированию

Современные пакеты программ позволяют автоматизировать вычислительные процессы решения сложных инженерных задач, используя средства вычислительной техники.

Модели прикладного характера, решение которых требует использование методов и приемов прикладной математики раздела «Численные методы», характеризуются алгоритмической сложностью, необходимостью осуществления значительных объемов вычислений. В связи с этим мы предлагаем использование элементов блокового программирования среды Mathcad для эффективного развития эвристических приемов у студентов технических специальностей, а, следовательно, и для формирования их математических компетенций.

В работе предлагается не только получать ответы моделей численных методов, как это делают многочисленные современные педагогические программы, а в эвристической интерпретации подойти к поэтапному решению поставленных целей.

Предлагаем наряду с традиционными методами обучения прикладной математике применять эвристические методы, используя элементы алгоритмизации и блокового программирования среды Mathcad. Использование аппарата прикладной математики позволяет применять методы сбора, систематизации, обработки данных для получения научно обоснованных выводов и принятия на их основе решений. Реализация подобного рода проблем влечет за собой потребность использования трудоёмких вычислений. Поэтому в моделях численных методов прикладной математики применяют вычислительную технику.

Прикладная среда Mathcad обладает всеми необходимыми возможностями математики, универсальностью, приспособленностью к численным методам, символьному и графическому решению. В программе имеется возможность создавать собственные алгоритмы с использованием элементов блокового программирования, которые позволяют не только значительно сократить время решения инженерных задач, но и развивать у обучаемых эвристические приемы, важные для овладения математическими компетенциями,

В процессе решения математических моделей имеется возможность изменять, дополнять, тестировать собственные блоки, таким образом отвечать на вопросы: что будет, если заменить…, переприсвоить…, обнулить…, выполнить расчет в теле внутреннего цикла…., выполнить расчет в теле внешнего цикла…, вывести промежуточный массив данных…, произвести тест характеристических точек…, изменить область решения…, уменьшить погрешность вычисления…, и т.д. Иными словами предлагается не только получать готовые данные средствами современных пакетов прикладных программ, а производить самостоятельные эвристические исследования поставленных моделей, а встроенные функции («мастерфункции») дадут студентам ответ на правильность и скорость сходимости к решению. То есть студент в процессе пользования такими пакетами овладевает приемами математического и компьютерного моделирования.

Рассмотрим организацию деятельности студентов на практическом занятии по прикладной математике по решению математических задач с применением численных методов (применение элементов блокового программирования среды Mathcad, с последующей тестовой проверкой встроенными «мастер-функциями»).

Пример 1. А). *Вычислить определенный интеграл* (каждый студент получает свое индивидуальное задание).

Обучаемым предлагается с использованием численных методов произвести вычисление определенного интеграла, с последующим ответом на тестовые вопросы, которые способствуют развитию у студентов технических специальностей эвристических приемов.

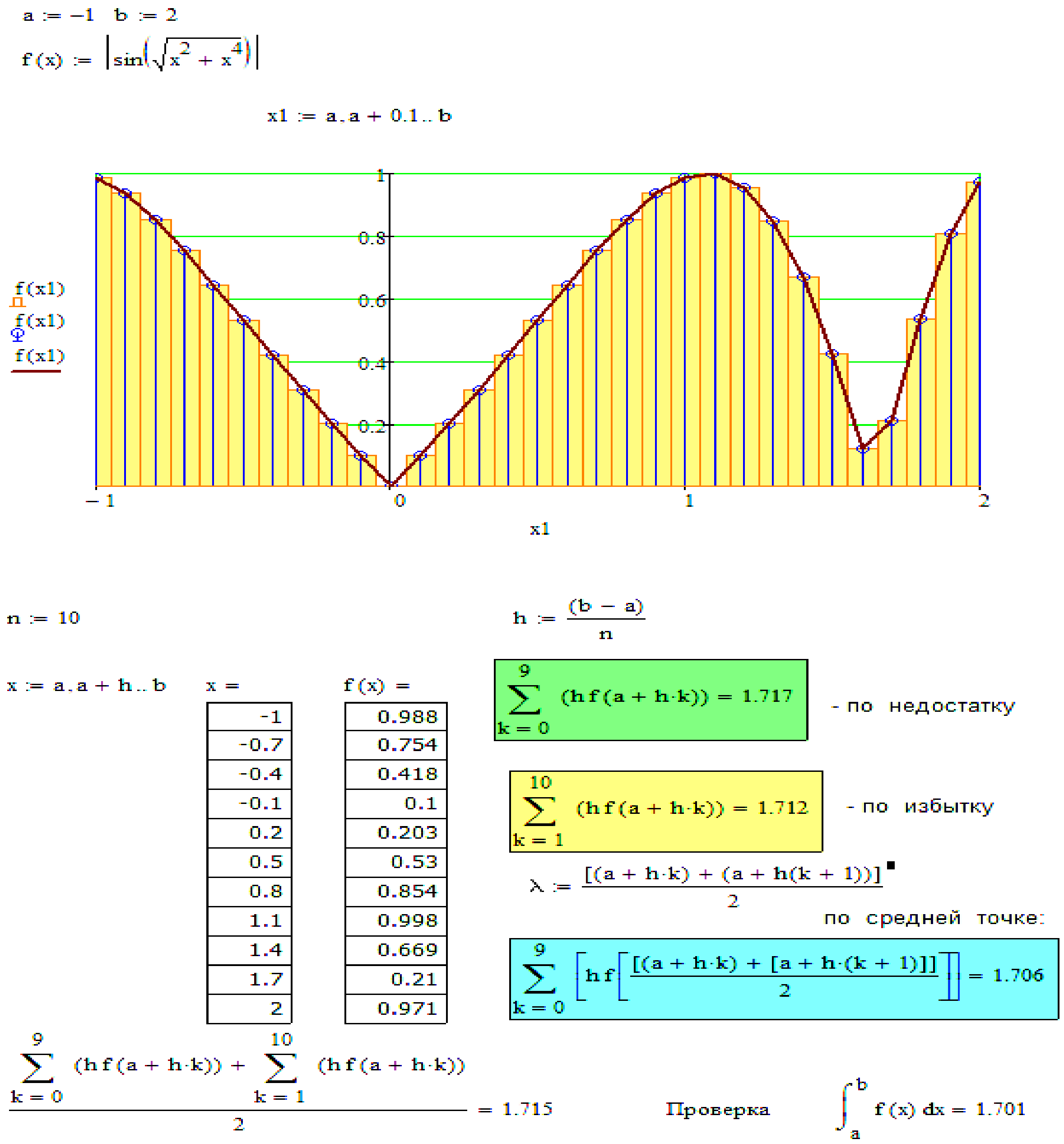
Б). Обосновать (дать оценку):

a) модель по «недостатку»; b) модель по «избытку»;

c) модель по «средней точке»;

d) проанализировать с использованием встроенной возможности «автоматического решения»;

e) проанализировать необходимость увеличения количества итераций. Приведем пример выполнения одного из заданий (рис. 4.76)



$a := -1 \quad b := 2$

$f(x) := \left|\sin\left(\sqrt{x^2 + x^4}\right)\right|$

$x1 := a, a + 0.1 .. b$

$n := 10$

$h := \frac{(b - a)}{n}$

$x := a, a + h .. b$

x =	f(x) =
-1	0.988
-0.7	0.754
-0.4	0.418
-0.1	0.1
0.2	0.203
0.5	0.53
0.8	0.854
1.1	0.998
1.4	0.669
1.7	0.21
2	0.971

$\sum_{k=0}^{9}(h\,f(a + h\cdot k)) = 1.717$ - по недостатку

$\sum_{k=1}^{10}(h\,f(a + h\cdot k)) = 1.712$ - по избытку

$\lambda := \frac{[(a + h\cdot k) + (a + h(k + 1))]}{2}$

по средней точке:

$\sum_{k=0}^{9}\left[h\,f\left[\frac{[(a + h\cdot k) + [a + h\cdot(k + 1)]]}{2}\right]\right] = 1.706$

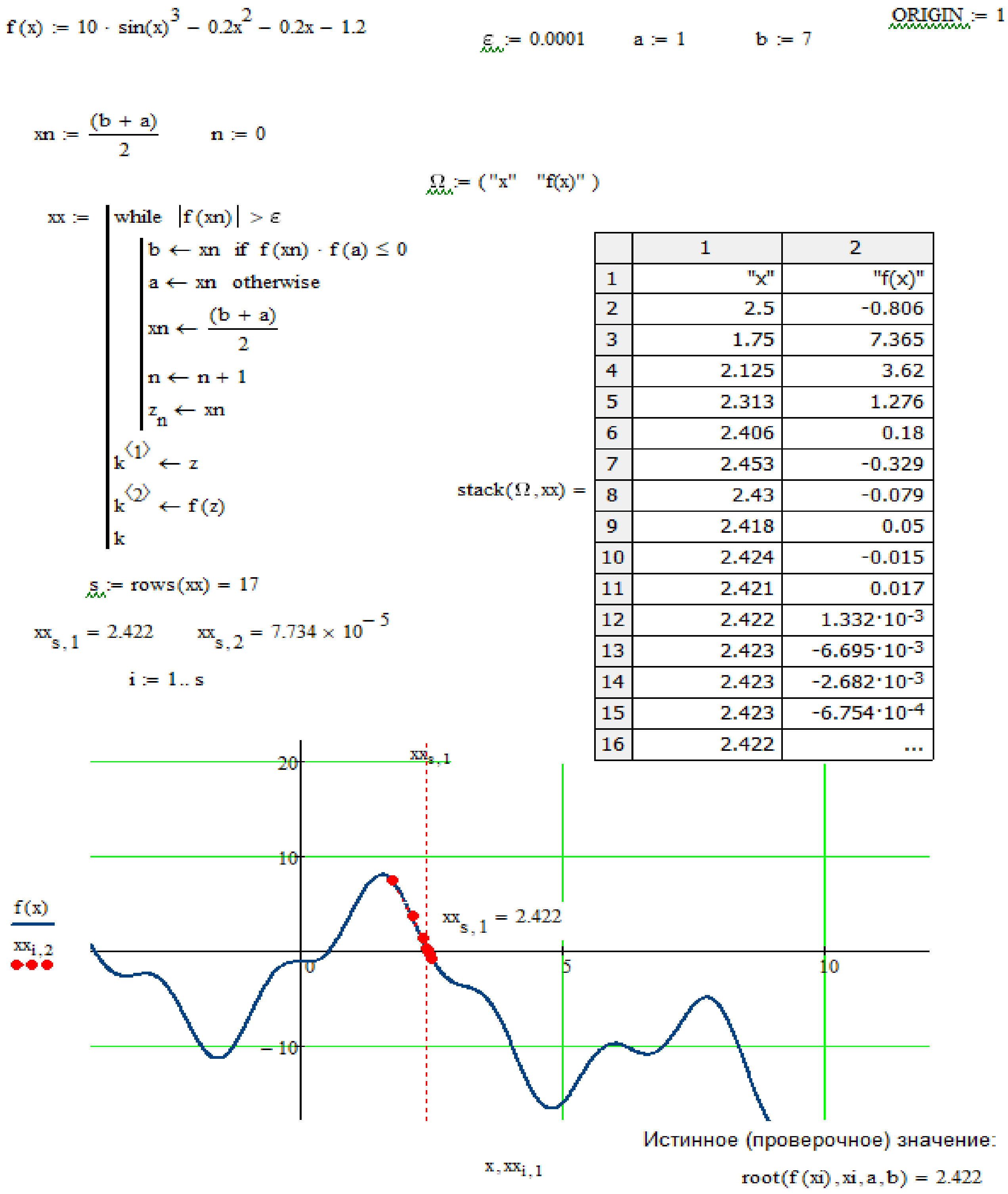
$\frac{\sum_{k=0}^{9}(h\,f(a + h\cdot k)) + \sum_{k=1}^{10}(h\,f(a + h\cdot k))}{2} = 1.715$

Проверка $\int_a^b f(x)\,dx = 1.701$

Рисунок 4.76 – Реализация модели в среде Mathcad

После анализа и изменения в листе Mathcad, испытуемым предлагается модель, с элементами блокового программирования.

Пример 2. *С использованием блокового программирования решить трансцендентное уравнение с заданной точностью (рис. 4.77):*



$f(x) := 10 \cdot \sin(x)^3 - 0.2x^2 - 0.2x - 1.2$ $\varepsilon := 0.0001$ $a := 1$ $b := 7$ ORIGIN := 1

$xn := \frac{(b + a)}{2}$ $n := 0$

$\Omega := (\text{"x"} \quad \text{"f(x)"})$

```
xx := | while |f(xn)| > ε
      |   | b ← xn  if f(xn) · f(a) ≤ 0
      |   | a ← xn  otherwise
      |   | xn ← (b + a)/2
      |   | n ← n + 1
      |   | z_n ← xn
      | k^⟨1⟩ ← z
      | k^⟨2⟩ ← f(z)
      | k
```

stack(Ω, xx) =

	1	2
1	"x"	"f(x)"
2	2.5	-0.806
3	1.75	7.365
4	2.125	3.62
5	2.313	1.276
6	2.406	0.18
7	2.453	-0.329
8	2.43	-0.079
9	2.418	0.05
10	2.424	-0.015
11	2.421	0.017
12	2.422	$1.332\cdot10^{-3}$
13	2.423	$-6.695\cdot10^{-3}$
14	2.423	$-2.682\cdot10^{-3}$
15	2.423	$-6.754\cdot10^{-4}$
16	2.422	...

$s := \text{rows}(xx) = 17$

$xx_{s,1} = 2.422$ $xx_{s,2} = 7.734 \times 10^{-5}$

$i := 1 .. s$

Истинное (проверочное) значение:

root(f(xi), xi, a, b) = 2.422

Рисунок 4.77 – Реализация модели в среде Mathcad (трансцендентное уравнение)

В отличие от вопросов первого задания, в данном задании студентам предлагается проявить свои эвристические умения и составить вопросы для проверки (теста) данной модели, с последующими изменениями в блоке программы.

Заметим, что при развитии приемов эвристической деятельности не следует заменять традиционные методы прикладной математики изложением только правил взаимодействия с пакетами прикладных программ. Незнание сути, структуры, понятийной базы самой модели, методов и алгоритмов ее решения может привести к обратному эффекту. Мы предлагаем производить сочетание традиционных и цифровых подходов.

Таким образом, благодаря представленному подходу возможно эффективное овладение эвристическими умениями решения задач прикладной математики с использование компьютерных технологий при их реализации.

4.5. Методика обучения прикладной математике средствами игровых моделей на основе эвристического подхода

Основными методическими приемами обучения прикладной математике является сочетание алгоритмического и эвристического подхода при решении задач дисциплины. Алгоритмический подход предполагает поиск решения задачи в соответствии с заданной (прописанной) последовательностью действий, эвристический – с принятой стратегией поиска решения задачи («размытым» наведением на поиск решения задания [330]). Именно второй подход соответствует развитию у будущих инженеров профессиональных компетенций, которые представлены в Федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования инженерных направлений подготовки, а также формированию математической цифровой компетентности. К ним отнесены:

– готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения;

– способность использовать методы инженерных расчетов при принятии инженерных и управленческих решений.

Данные компетенции и должны формироваться в процессе обучения решению задач курса «Прикладная математика» на основе эвристического подхода.

Опишем методику обучения решению задач курса прикладной математики, на основе использования игровых моделей, построение которых носит эвристический характер.

«Игровые модели» в практике прикладной математики рассматриваются как инструментарий, позволяющий оптимизировать процесс принятия решений, имеющий самые разнообразные практические приложения в технико-экономических задачах (например, Е.В. Гриб, Е.Н. Коломоец, В.В. Латышева [66], Е.Г. Евсеева [85], Дж. Нейман [242] и др.). На основании «*теории игр»* строится модель, которая позволяет определить оптимальное управление исследуемого процесса, при этом обучающемуся необходимо самостоятельно сформулировать способ ее решения, то есть проявить свои эвристические позиции.

В нашем исследовании на основании игровых моделей будем строить методику обучения прикладной математике, используя теорию «***задачного подхода***» [320] в прикладных исследованиях.

В теории учебных задач ряд исследователей считают, что задача может быть отнесена к типу эвристической, если в процессе взаимодействия с ней, в случае ее принятия, обучаемый устанавливает, что:

1) новые знания, закономерности, отношения, свойства, необходимые для обоснования решения задачи, известны или неизвестны;

2) алгоритм или последовательность заданных алгоритмов решения задачи неизвестны;

3) теоретическая и практическая основа (базис) решения задачи, содержащий функциональное отношение, неизвестна [367].

Таким образом, опираясь на исследования *проблемы эвристических задач,* относительно обучения прикладной математике в высшей школе, можно утверждать, что в обобщенном виде, в исследовании операций и методах оптимизации игровые модели (принятие решений в условиях неопределенности), конфликтные ситуации могут быть отнесены к типу *эвристических задач.*

Алгоритм идентификации в информационном поле понятий применительно к *оптимизационным моделям* прикладной математики приведен на рисунке 4.78.

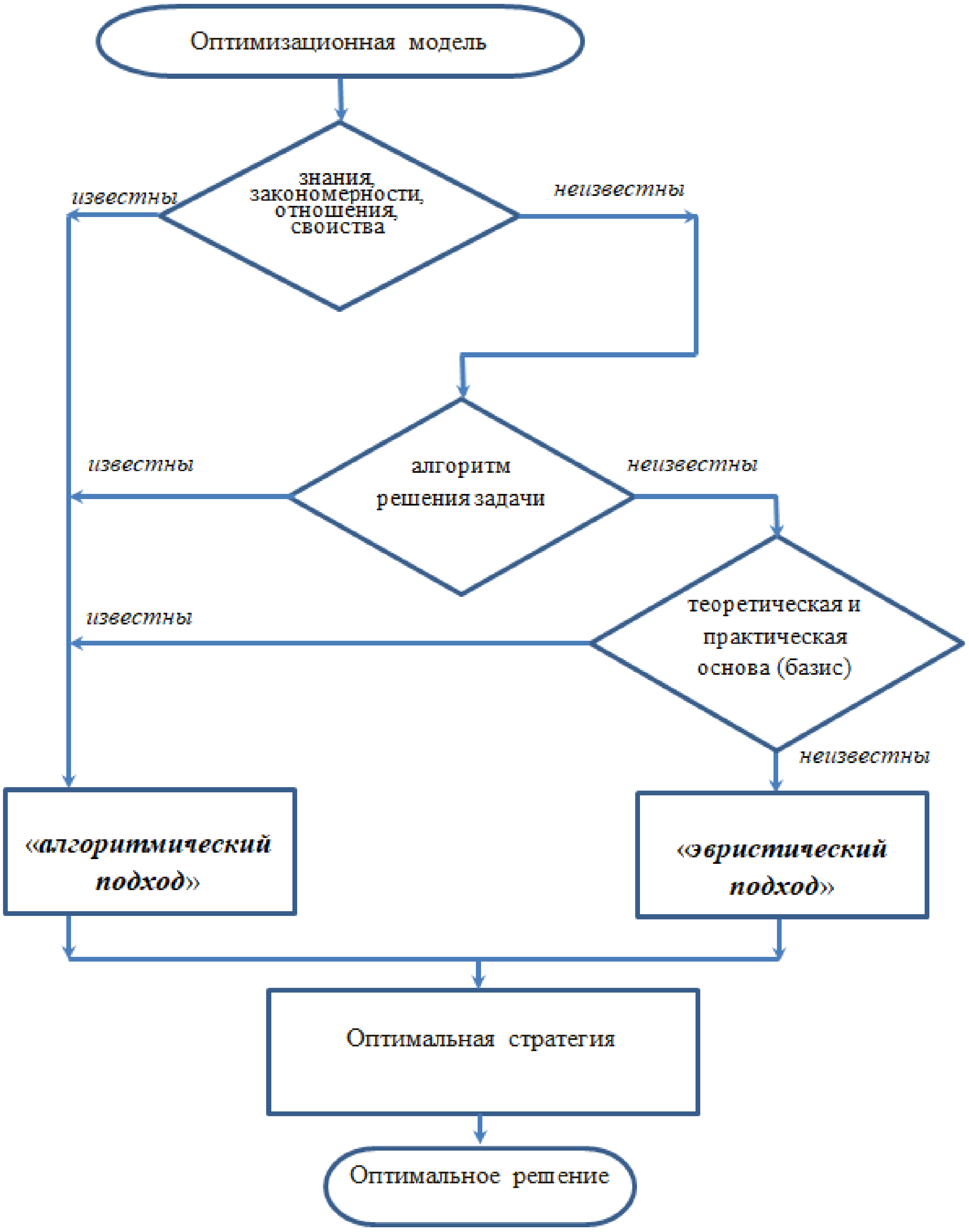


Рисунок 4.78 – Обобщенная блок-схема применения оптимизационных моделей прикладной математики

Опишем эксперимент по обучению решению задач некоторых разделов дисциплины «Прикладная математика», который проводился нами среди студентов профиля подготовки «Информационные системы и технологии в дорожно-транспортной отрасли» Горловского автомобильно-дорожного института «ДОННТУ».

В эксперименте перед студентами ставилась задача:

Задача. *Как поступить прикладному математику, если в исходных данных для технологических систем присутствует неопределённость и конфликт интересов?*

Студенты (испытуемые), после теоретического изучения дисциплины «Прикладная математика», в подавляющем большинстве случаев правильно отвечают на вопрос – требуется использовать «игровые модели». Продолжая педагогический эксперимент, углубляемся в материал «теории игр», задавая вопросы, требующие не только знания самой математики, но и представлений об алгоритмических и эвристических подходах в решении задач.

Приведем основные понятия игровых моделей, на которых базируются тестовые задания в АРМ по дисциплине «Исследование операций».

1. *Антагонистическая* игра – выигрыш одного из игроков равен проигрышу другого.

2. *Личный ход* – сознательный выбор игроком действий.

3. *Стратегия* игрока – совокупность правил, определяющих выбор действия при каждом личном ходе.

4. *Конечная* игра – у каждого игрока имеется конечное число стратегий.

5. *Решить* игру – для каждого игрока выбрать стратегию, удовлетворяющую условию *оптимальности.*

6. Условие *оптимальности* – один из игроков должен получать максимальный выигрыш, когда второй придерживается своей стратегии, (второй игрок получает минимальный проигрыш, когда первый придерживается своей стратегии).

7. Условие *устойчивости* – любому из игроков невыгодно отказаться от своей стратегии.

8. *Цель теории игр* – определение оптимальной стратегии для каждого игрока.

9. *Ограничение теории игр* – единственность выигрыша как показателя эффективности.

10. *Максимин:* $\lambda = \max\limits_{i=\overline{1,m}} \min\limits_{j=\overline{1,n}} a_{ij}$ (гарантированный выигрыш для А).

11. *Минимакс:* $\beta = \min\limits_{j=\overline{1,n}} \max\limits_{i=\overline{1,m}} a_{ij}$ (гарантированный проигрыш для В).

12. *Принцип минимакса* – выбор наиболее «осторожных» минимаксной и максиминной стратегий.

13. *Чистая цена игры:* $\lambda = \beta = \nu$

14. Условие *устойчивости* – когда один из игроков придерживается своей оптимальной стратегии, то для другого не выгодно отказываться от своей оптимальной стратегии.

15. *Седловая точка* – когда элемент a_{ij} является одновременно наибольшим в своем столбце и наименьшим в своей строке.

16. Если игра *имеет седловую точку*, то оптимальное решение – это пара чистых стратегий, соответствующих этой точке.

17. Игра не *имеет седловой точки* – применение чистых стратегий *не дает оптимального решения игры.*

18. *Смешанной стратегией* S_A игрока А – называется применение чистых стратегий $A_1, A_2, \ldots, A_m$ с соответствующими вероятностями.

19. *Цена игры удовлетворяет неравенству:* $\lambda \leq \upsilon \leq \beta$, где λ и β – нижняя и верхняя цены игры.

20. *Теорема «Неймана»* – каждая конечная игра имеет, по крайней мере, одно оптимальное решение, быть может, среди смешанных стратегий.

21. *Активная стратегия* – чистая стратегия входит в оптимальную смешанную стратегию с отличной от нуля вероятностью.

22. *Теорема об активных стратегиях:* если один из игроков придерживается своей оптимальной смешанной стратегии, то выигрыш остается неизменным равным цене игры υ, если второй игрок не выходит за пределы своих активных стратегий.

23. Если *отсутствует седловая точка* – оптимальное решение существует и определяется парой смешанных стратегий $S_A^* = (p_1^*, p_2^*)$ и $S_B^* = (q_1^*, q_2^*)$

24. Определение цены игры υ и S_A^*: $\begin{cases} a_{11}P_1^* + a_{21}P_2^* = v \\ a_{12}P_1^* + a_{22}P_2^* = v \\ P_1^* + P_2^* = 1 \end{cases}$;

25. Определение цены игры υ и S_B^*: $\begin{cases} a_{11}q_1^* + a_{12}q_2^* = v, \\ a_{21}q_1^* + a_{22}q_2^* = v, \\ q_1^* + q_2^* = 1. \end{cases}$

26. *Графическое решение игры 2 × 2.*

27. *Решение матричных игр в смешанных стратегиях размера 2 × n:*

		y_1	y_2	…	y_4
		B_1	B_2	…	B_4
x_1:	A_1	a_1	a_1	…	a_1
		1	2		n
1-	A_2	b_1	b_1	…	b_1
x_1:		1	2		n

$$\max_{x_1} \min_j \left\{ \left(a_{1j} - a_{2j} \right) x_1 + a_{2j} \right\}$$

28. *Графическое решение игры 2 × n.*

29. *Решение игровых моделей произвольной размерности* – оптимальные стратегии $x_1, x_2, \ldots, x_m$ игрока A:

$$\max_{x_i} \left\{ \min \left(\sum_{i=1}^{m} a_{i1}x_i, \sum_{i=1}^{m} a_{i2}x_i, \ldots, \sum_{i=1}^{m} a_{in}x_i, \right) \right\},$$

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_m = 1,$$

$$x_i \geq 0,\ i = 1,2,\ \ldots,\ m.$$

30. *Решение игровых моделей произвольной размерности* – оптимальные стратегии $y_1, y_2, \ldots, y_n$ игрока В:

$$\min_{y_j}\left\{\max\left(\sum_{j=1}^{n} a_{1j}y_j, \sum_{j=1}^{n} a_{2j}y_j, \ldots, \sum_{j=1}^{n} a_{mj}y_j\right)\right\},$$

$$y_1 + y_2 + \ldots + y_n = 1,$$

$$y_j \geq 0,\ j = 1,2,\ \ldots,\ n.$$

31. *Решение матричных игр методами линейного программирования для игрока А:* Максимизировать $Z = v$ при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i \geq v,\ j = 1,2,\ldots,n$$

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_m = 1,$$

$$x_i \geq 0,\ i = 1,2,\ \ldots,\ m,$$

v не ограничено в знаке.

32. *Решение матричных игр методами линейного программирования для игрока В:* минимизировать $Z = v$ при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}y_j \leq v,\ i = 1,2,\ldots,m.$$

$$y_1 + y_2 + \ldots + y_n = 1,$$

$$y_j \geq 0,\ j = 1,2,\ \ldots,\ n.$$

v не ограничено в знаке.

33. *Критерий Лапласа – принцип недостаточного обоснования:*

$\max\limits_{a_i}\left\{\frac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n} \nu(a_i, \theta_j)\right\}$, (постановка модели «прибыли», min-оптимизации «расходов»), где $\frac{1}{n}$ – вероятность состояния θ_j, $(j = 1,2,\ldots,n)$.

34. *Минимаксный критерий – «лучшее из худшего»*:

$\min\limits_{a_i}\max\limits_{\theta_j}\left\{\nu(a_i, \theta_j)\right\}$ (потери или затраты).

35. *Максиминный критерий – «лучшее из худшего»*:

$\max\limits_{a_i}\min\limits_{\theta_j}\left\{\nu(a_i,\theta_j)\right\}$(прибыль).

36. *Критерий Сэвиджа – «сожаления»:* исправляет пессимистическую ситуацию минимаксного (максиминного) критерия путем введения новой матрицы сожаления.

37. *Матрица сожаления:* $r(a_i,\theta_j)=\begin{cases}\max\limits_{a_k}\left\{\nu(a_k,\theta_j)\right\}-\nu(a_i,\theta_j),\\ \nu(a_i,\theta_j)-\min\limits_{a_k}\left\{\nu(a_k,\theta_j)\right\};\end{cases}$

где $\max\limits_{a_k}\left\{\nu(a_k,\theta_j)\right\}-\nu(a_i,\theta_j)$ - соответствует прибыли;

$\nu(a_i,\theta_j)-\min\limits_{a_k}\left\{\nu(a_k,\theta_j)\right\}$ - соответствует затратам.

38. *Матрица сожаления* – всегда определяет расходы.

39. *Критерий Гурвица – баланс между оптимизмом и пессимизмом:* устанавливает баланс между крайним оптимизмом и крайним пессимизмом путем взвешивания обоих способов поведения с соответствующими весами α и $1-\alpha$, $(0\le\alpha\le 1)$.

40. *Критерий Гурвица для модели «прибыли»:*

$$\max_{a_i}\left\{\alpha\max_{\theta_j}\nu(a_i,\theta_j)+(1-\alpha)\min_{\theta_j}\nu(a_i,\theta_j)\right\}$$

41. *Критерий Гурвица для модели «затрат»:*

$$\min_{a_i}\left\{\alpha\min_{\theta_j}\nu(a_i,\theta_j)+(1-\alpha)\max_{\theta_j}\nu(a_i,\theta_j)\right\}$$

42. *Взвешивания способов поведения баланса между оптимизмом и пессимизмом с соответствующими весами* α *и* $1-\alpha$: при $\alpha=1$ критерий слишком

оптимистичен, при $\alpha = 0$ – слишком пессимистичен, $\alpha = \frac{1}{2}$ – при отсутствии ярко выраженной склонности к оптимизму или пессимизму.

Проводя анализ тестового опроса (используя автоматизированного рабочее место (АРМ) дисциплины «Исследование операций» [176]), получили следующие результаты:

- 63,4% респондентов правильно усвоили терминологию игровых моделей, имеют представления об алгоритмическом и задачных подходах к реализации проблемных ситуаций;
- 94,2% студентов правильно отвечают на блок вопросов связанных с игровыми моделями, имеющими седловую точку;
- 67,2% студентов правильно ориентируются в решении игр в смешанных стратегиях.

Гораздо хуже студенты справились с вопросами общего применения математического аппарата игровых моделей в профессиональной деятельности, анализа отождествления модели с решением игр в смешанных стратегиях, решением игровых моделей в условиях неопределенностей.

Таким образом, по результатам исследования из приведенного банка определений понятий, представленных выше, выделим группу понятий для введения студента в ситуацию проявления его эвристических позиций:

1-17 – *чистая цена игры* (рис. 4.79, блок 1);

18-32 – *решение игр в смешанных стратегиях* (рис. 4.79, блок 2);

33-42 – *принятие решений в условиях неопределенностей* (рис.4.79,блок 3);

Визуализацию вышесказанного можно выполнить в виде обобщенной схемы (рис. 4.79).

Основное отличие моделей *III блока*, от моделей *I-II бл*оков, заключается в том, что лицу, принимающему решение (*в данном случае студенту*), противостоит так называемая «природа», противоборствующая сторона не преследует собственных целей, противоположных целям лица, принимающего решение [209].

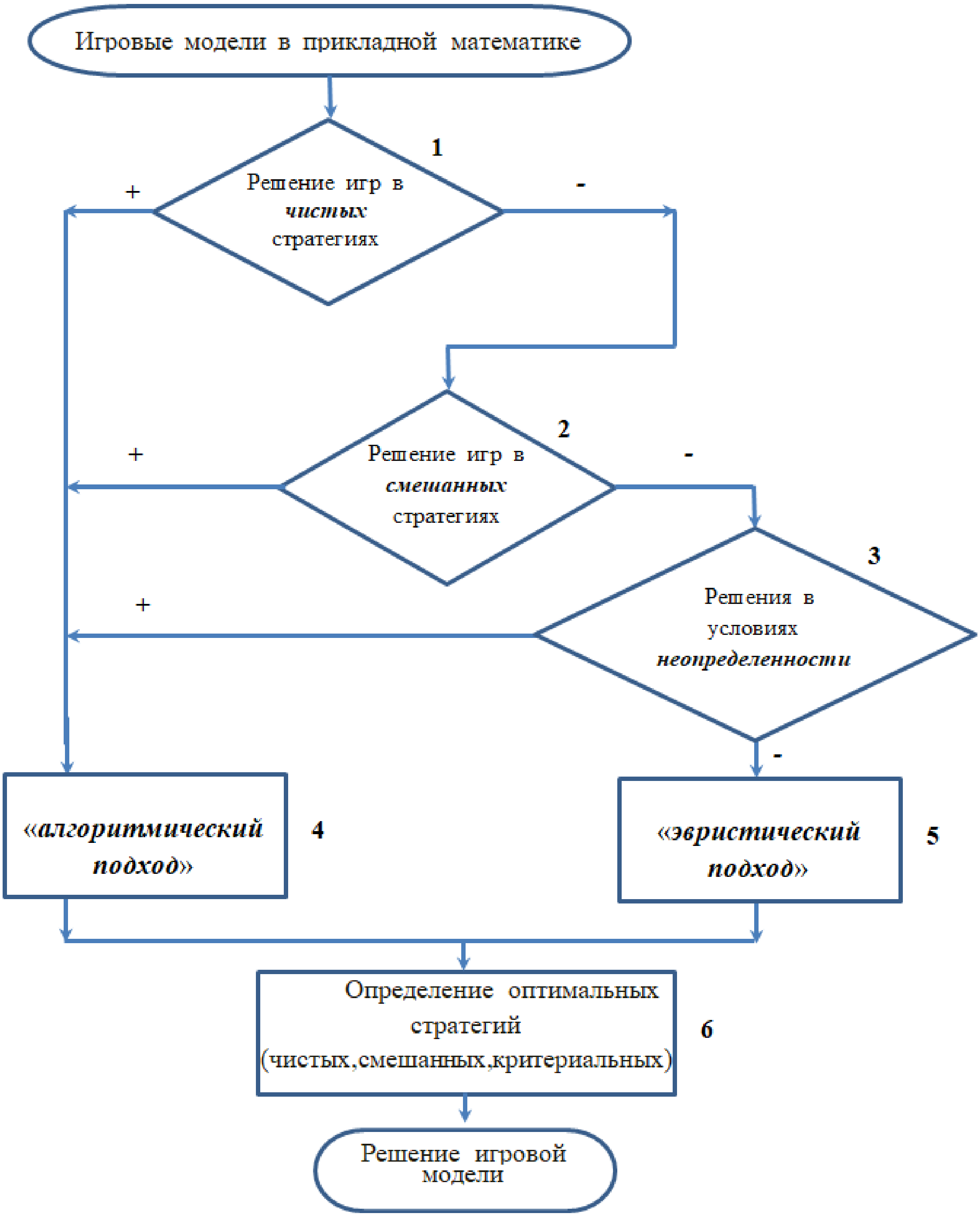


Рисунок 4.79– Обобщенная блок-схема применения игровых моделей принятия решений в условиях неопределенности

Глубокое осознание данного аспекта прикладной метематики является основой эвристической деятельности студентов при обучении оптимизационным задачам в условиях неполноты информации. В основе их построения находятся блоки общих и специальных эвристик с отдельными спецификациями соотношения между эвристическими и алгоритмическими компонентами на каждом блоке обучения.

Эти эвристические приемы способствуют развитию математических идей на основании интуитивных рассуждений, в основе которых лежат осознанные логические процессы.

Так, респондентам предлагалась модель III блока эвристической направленности: критерий минимакса является настолько «пессимистическим», что иногда приводит к нелогичным выводам.

Например, *решить игру с заданной матрицей расходов* $\nu(a_i, \theta_j)$:

	θ_1	θ_2
a_1	100.000 руб.	100.000 руб.
a_2	130.000 руб.	20.000 руб.

Большинство респондентов применяли алгоритмический подход к использованию модели, т.е. реализовывали поиск «***minmax*** *стратегии*» – a_1. Продолжая *эксперимент*, мы предложили реализацию данной модели участникам без знания математических основ конфликта. Студенты интуитивно выбирали для себя стратегию a_2, т.к. в одном из возможных исходов имеется минимальный проигрыш 20.000 руб., а при стратегии a_1, всегда потери для участника конфликта составляют 100.000 руб.

Таким образом, минимаксный критерий бывает сильно пессимистичным, при его применении требуется более сложный анализ.

Необходимо построить матрицу сожаления

$$r(a_i, \theta_j) = \nu(a_i, \theta_j) - \min_{a_k} \left\{ \nu(a_k, \theta_j) \right\}$$

с последующим применением минимаксного критерия. Заметим, что применение минимаксного критерия к матрице сожаления так же не является очевидным результатом. Так 47.3% студентов, правильно принявших решение по введению матрицы сожаления, в последующем выбрали максиминный критерий.

Дело в том, что $r(a_i, \theta_j)$ всегда определяет расходы, значит требуется применить минимаксный критерий.

Таким образом, в результате проведенного *эксперимента* мы реализовали *алгоритмический* и *эвристический подходы к* принятию решений в условиях неполноты информации.

4.6. Технология смешанного обучения математическому и компьютерному моделированию будущих инженеров

Развитие информационно-образовательного пространства учреждений высшего профессионального образования, отмечают исследователи данного феномена, является актуальной проблемой. В этом направлении И.В. Роберт проведено исследование по развитию понятийного аппарата педагогики: цифровых информационных технологий образования [299]. Актуализируются вопросы, связанные с разработкой информационно-образовательного пространства вуза [103], с интеллектуализацией интерактивного взаимодействия обучающегося и обучающего со средствами информатизации в информационно-образовательном пространстве [298], с проектированием различных подходов по разработке мультимедийных средств обучения в высшей школе [329] и др. Однако, как указывает А. А. Русаков, несколько лет в образовательной среде протекают как бы два параллельных и мало связанных процесса: модернизаторы активно меняют среду – цифровизируют ее, а в традиционной системе образования продолжают развивать информатизацию [303]. Ученый отмечает, что предстоит провести системную работу по созданию и развитию инфраструктуры ИКТ для самореализации и саморазвития общества и гражданина.

Кроме того, нужно отметить, что в вузах технического направления развитие информационно-образовательного пространства неразрывно связано с цифровизацией экономики, техники и производства. В этой связи преобразование системы высшего инженерного образования должно быть направлено в сторону профессионального и практического ориентирования на основе его цифровизации.

Одним из направлений, которое может объединить процессы, описанные А. А. Русаковым, на наш взгляд, является разработка технологий смешанного обучения. Проблема актуализации такой модели обучения в вузах стала особенно острой в условиях пандемии, она рассмотрена во многих научно-методических работах. Например, Э.Г.Скибицкий и Е.П.Яхина описали опыт использования смешанного обучения, отметив, что организация его возможна при профессиональном владении преподавателями современными педагогическими технологиями, включая цифровые и информационные [332]. Технологии смешанного обучения, основанные на компьютерном моделировании, способны снизить логистическую нагрузку, необходимую как в аудитории на лекциях, так и в лаборатории при сложных когнитивных процессах. По сути, такие технологии могут использоваться для выполнения трудоемких задач, таких как сбор и анализ данных. Это позволяет студентам использовать больше время для наблюдения, размышлять и конструировать, реализовывать приобретенные знания, интерпретировать и получать более точные и актуальные данные, развивать и вовлекать в исследование математическую аргументацию. И так как инженеры должны уметь пользоваться методами математического моделирования и современной вычислительной техникой для решения технических производственных задач, подготовка студентов технических вузов должна быть построена на применении технологий смешанного обучения [429; 434].

Однако мы придерживаемся той точки зрения, что в процессе обучения студентов первого курса технического университета смешанная форма может быть применима в процессе обучения математическому моделированию, но в виде эвристических онлайн-лекций, а затем в обязательном порядке в виде проработки учебного материала под руководством преподавателя и средств информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), так как первокурсники еще не адаптированы к образовательному процессу в высшей школе. Что касается студентов вторых и старше курсов, освоение математического и компьютерного моделирования полезно организовывать на основе внедрения технологий смешанного обучения.

На примере темы «Системы массового обслуживания» дисциплины «Прикладная математика» для студентов направления подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов опишем технологию смешанного обучения математическому и компьютерному моделированию.

Мы предлагаем объединить элементы классической формы преподавания темы с элементами разработки имитационной модели на основе AnyLogic, а именно получить визуализацию модели, с возможностью представления реальных (смоделированных) процессов системы массового обслуживания после проведения математических обоснований.

Технологическая цепочка состоит из пяти этапов, включающих лекции, лабораторную работу с использованием компьютерных симуляторов, позволяющих взаимодействовать с обучающимся, посредством встроенных элементов управления, а также исследовательскую виртуальную лабораторную работу по моделированию процессов и действий, происходящих в реальных производственных и технологических процессах.

То есть в качестве этапов технологии смешанного обучения математическому и компьютерному моделированию по теме «Системы массового обслуживания» нами выбраны:

1) постановка и анализ обозначенной проблемы, создание математической модели;

2) реализация полученной модели с заявленными для исследования данными (опыт);

3) визуализация математической модели («модель Эрланга»);

4) добавление к модели изменяющихся параметров и 3D агентов; работа со сложным промышленным образцом возможного видоизменения поставленной проблемы управления проектами;

5) выводы.

Первый этап технологии – это представление темы в лекционном курсе. Рассматривается введение в системы массового обслуживания (СМО); исследование СМО «процесс гибели и размножения»; исследование СМО «одноканальная система с отказами».

В начале лекции делается *постановка проблемы.*

В управлении проектами по организации дорожного движения (ОДД), необходимо спроектировать работу автозаправочной станции, находящейся в черте города (удаленно от главной дороги), с тремя (планируется) заправочными модулями. В виду логики городского движения, если заняты все три колонки, то машина не становится в очередь и проезжает автозаправочную станцию (АЗС). Расчетное среднее время заправки одного автомобиля 3 мин., предполагаемая интенсивность потока автомобилей – 0,25 ед./мин.

Перед проектировщиками ОДД ставится задача *рассчитать предельные вероятности состояний и показатели эффективности работы АЗС*, с последующей визуализацией движения въезда и выезда на АЗС, т.к. от этого зависит аварийность на перекрестках примыкания к автозаправочной станции.

Анализ проблемы и создание математической модели. Система *S* (СМО) имеет состояния S_0, S_1, S_2, . . . S_n, где S_k – состояние системы, когда в ней находится *k* заявок, т. е. занято *k* каналов. Размеченный граф состояний системы (рисунок 4.80) соответствует процессу гибели и размножения.

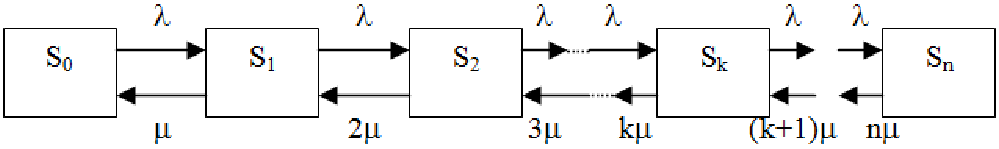


Рисунок 4.80 – Размеченный граф состояний

Поток заявок последовательно переводит систему из любого левого в соседнее правое положение с одной и той же интенсивностью λ. Интенсивность потока обслуживания, которая переводит систему из любого правого состояния в соседнее левое, постоянно меняется.

Действительно, если СМО находится в состоянии S_2 (два канала заняты), то она может перейти в состояние S_1 (один канал занят), когда закончит обслуживание или первый, или второй канал, т. е. суммарная интенсивность их потоков обслуживания будет 2μ. Аналогично суммарный поток обслуживания, который переводит СМО из состояния S_3 (три канала заняты) в S_2, будет иметь интенсивность 3μ, т. е. может освободиться каждый из трех каналов и т. д.

Строится математическая модель для системы массового обслуживания «Процесс гибели и размножения»:

$$p_0 = \left(1 + \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{21}\lambda_{10}} + \ldots + \frac{\lambda_{n-1,n}\ldots\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1}\ldots\lambda_{21}\lambda_{10}}\right)^{-1}, \tag{4.8}$$

$$p_1 = \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} p_0, p_2 = \frac{\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{21}\lambda_{10}} p_0, \ldots, p_n = \frac{\lambda_{n-1,n}\ldots\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1}\ldots\lambda_{21}\lambda_{10}} p_0. \tag{4.9}$$

найдем p_0:

$$p_0 = \left(1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2!\mu^2} + \ldots + \frac{\lambda^k}{k!\mu^k} + \ldots + \frac{\lambda n}{n!\mu^n}\right)^{-1}, \tag{4.10}$$

где члены $\frac{\lambda}{\mu}, \frac{\lambda^2}{2!\mu^2}, \ldots, \frac{\lambda^n}{n!\mu^n}$ – коэффициенты при p_0 в выражениях для предельных вероятностей $p_1, p_2, \ldots p_n$.

Рассматривая приведенную интенсивность потока заявок или интенсивность нагрузки канала

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \tag{4.11}$$

как выражение среднего количества заявок, которое приходит за среднее время обслуживания одной заявки и, подставив ρ в (4.10), получим:

$$p_0 = \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \ldots + \frac{\rho^k}{k!} + \ldots + \frac{\rho^n}{n!}\right)^{-1}, \tag{4.12}$$

$$p_1 = \rho p_0, p_2 = \frac{\rho^2}{2!} p_0, \ldots, p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0, \ldots, p_n = \frac{\rho^n}{n!} p_0. \tag{4.13}$$

Формулы (4.12) и (4.13) для предельных вероятностей получили название *формул Эрланга.*

Вероятность отказа СМО является предельной вероятностью того, что все n каналов системы будут заняты, то есть

$$P_{отк} = \frac{\rho^n}{n!} p_0. \tag{4.14}$$

Относительная пропускная способность:

$$Q = 1 - P_{отк} = 1 - \frac{\rho^n}{n!} p_0. \tag{4.15}$$

Абсолютная пропускная способность:

$$A = \lambda Q = \lambda \left(1 - \frac{\rho^n}{n!} p_0 \right).$$

Итак, *математическая модель создана* (причем лектор обращает внимание студентов, что составленная модель не привязана к числовым характеристикам заявленной выше проблемы).

На втором этапе технологии происходит реализация полученной модели с заявленными для исследования данными (опыт).

Опыт проводится на практическом занятии по дисциплине «Прикладная математика», на котором студенты продолжают находить предельные вероятности состояний системы массового обслуживания (организуется коллективная работа в группе под руководством преподавателя).

Например, интенсивность нагрузки канала $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0{,}75$, т.е. в среднем за время заправки одного автомобиля, равного 3 минутам, поступит 0,75 новых заявок.

Студенты находят предельные вероятности состояний СМО:

$p_0 = 0{,}476$; $p_1 = 0{,}357$; $p_2 = 0{,}134$; $p_3 = 0{,}033$;

Получается, что в предельном стационарном режиме 47,6% времени АЗС не работает, т.к. заявки не поступают (машины не заезжают на АЗС), 35,7%

времени эксплуатации занята только одна колонка, а 13.4% времени заняты две колонки и 3,3% времени занято три колонки.

Вероятность отказа в ремонте *Ротк =рз* = 0,033 (то есть того, что заявка получит отказ). Относительная пропускная способность (вероятность обслуживания): *Q* = 1 – *Ротк* = 1– 0,033 = 0,967, т.е. в среднем 96,7% заезжающих автомобилей на АЗС – заправятся. Абсолютная пропускная способность, иначе говоря, среднее число автомобилей заправляющихся в единицу времени:

$$A = \lambda Q = 0{,}25 \cdot 0{,}967{=}0{,}242.$$

Среднее число занятых каналов: $\overline{k_{зан}} = \frac{A}{\mu} = \frac{0,242}{1/3} = 0,725.$

Третий этап технологии – визуализация математической модели («модель Эрланга») организуется на виртуальной лабораторной работе *«Классическая задача Эрланга»*. Работы такого типа активно внедряются в учебный процесс при подготовке будущих инженеров.

В нашем случае студенты пытаются идентифицировать показатели эффективности автозаправочной станции, отвечая на вопросы, предлагаемые им на третьем этапе. Например:

1. В трехканальной системе массового обслуживания среднее число занятых каналов меньше одного, как это увидеть (почувствовать), эффективно ли это?
2. Дать оценку абсолютной пропускной способности.
3. Что происходит с автомобилем, при невозможности заправиться? Обосновать вероятность отказа.

Работая совместно с преподавателем, студенты соглашаются, что в управлении проектами по организации дорожного движения, на заключительном этапе построения модели необходимо провести визуализацию работы системы массового обслуживания.

Этап визуализации мы предлагаем разбить на ряд подэтапов:

а) ознакомление с программной оболочкой AnyLogic;

б) выбор реальной заправки на Google Maps, Яндекс карты, для получения «слоя» визуализации с возможностью заезда и выезда на основную дорогу;

в) работа с библиотекой моделирования процесса дорожного движения;

г) составление логики (схемы) симуляции процесса;

д) запуск модели и просмотр результата симуляции (визуализации).

Реализация виртуальной лабораторной работы «Классическая задача Эрланга» на основе модели СМО «Автозаправочная станция» представлена на рисунке 4.81.

Все происходит в режиме видео-исследования и ограничивается 1 часом виртуального эксперимента. Можно наблюдать, как меняются числа на симуляционной схеме. Такой подход отвечает исследованиям, которые проведены М.В. Карелиной, описавшей принципы типизации высокотехнологичных тренажеров для инженеров транспорта [125].

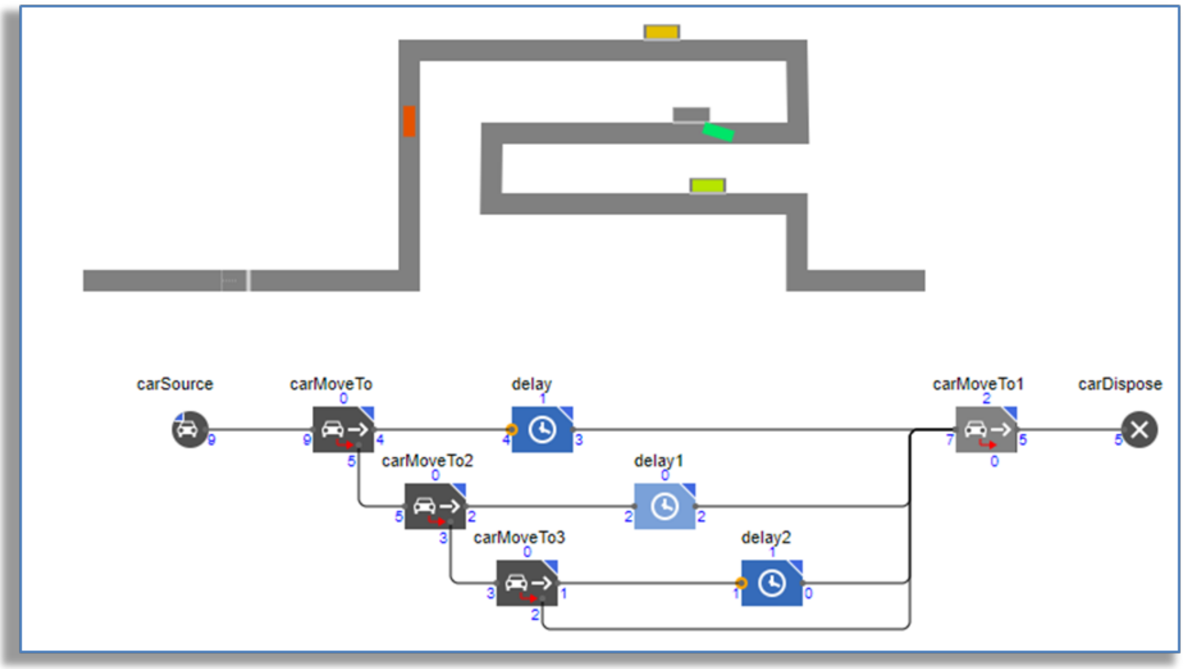


Рисунок 4.81 – Виртуальная лабораторная работа «Классическая задача Эрланга»

Четвертый этап технологии – добавление к модели изменяющихся параметров и 3D агентов. На данном этапе студентам предлагается организовать собственную исследовательскую деятельность по проектированию, например, автозаправочных станций для населения с большим количеством автомобилей.

Научно-исследовательская работа студентов – будущих инженеров особенно важна, она развивает инженерное мышление, формирует профессиональную компетентность [120].

Исследуются проблемы:

а) возможность изменения параметров модели;

б) добавление 3D агентов, визуальная апробация сложных производственных симуляций СМО.

Работа со сложным промышленным образцом возможного видоизменения поставленной проблемы управления проектами. На рисунке 4.82, предоставлено динамическое окно модели виртуальной лабораторной работы по изучению и визуализации процессов систем массового обслуживания.

Рисунок 4.82 – Производственные симуляции СМО с использованием 3D агентов

Студенты применяют неметрические методы оценки в сфере развития автомобильного транспорта, описанные нами в работе [165]. Будущие инженеры-транспортники имеют возможность самостоятельно наблюдать за движением автомобилей, производить изменение параметров (частот) появления агентов и их обслуживания, добавления (удаления) точек обслуживания.

Пятый этап – выводы. Отчет о выполнении виртуальной лабораторной работы студенты представляют преподавателю в виде разработки проекта по созданию АЗС для конкретного населенного пункта. С лучшими исследовательскими проектами студенты выступают на научных конференциях.

Покажем еще один пример организации обучения математическому и компьютерному моделированию на основе внедрения технологии смешанного обучения.

Рассматривается виртуальная лабораторная работа по теме «Марковские процессы», в которой осуществляется практическая реализация исследования систем массового обслуживания в моделировании транспортных систем. В работе студентам предлагается на основе данного графа состояний некоторого технологического процесса, связанного с перевозками на автомобильном транспорте, построить математическое описание системы на основе уравнений Колмогорова. Затем этот же процесс они моделируют с помощью имитационной модели, в которой в режиме модельного времени варьируют такие параметры производственного процесса как загруженность рабочих мест, время постоя оборудования, расположение агентов на аттракторах и др. При этом реализуются возможности в 2D и 3D визуализации производственного процесса, что значительно упрощает управление и процесс принятия решения.

Предложенный нами виртуальный лабораторный комплекс используется при обучении дисциплине «Прикладная математика» для будущих инженеров по специальностям «Организация дорожного движения», «Транспортные технологии», «Организация перевозок и управления на автомобильном транспорте».

В профессиональной деятельности инженеров автомобильного транспорта возникают задачи, связанные с оптимальным управлением транспортными потоками, организацией дорожного движения на автомобильном транспорте и обеспечением его безопасности. Такие задачи могут быть решены с применением методов линейного, динамического и стохастического программирования.

В качестве примера виртуальной лабораторной работы из разработанного нами лабораторного комплекса (табл. 2.1) рассмотрим лабораторную работу по теме «Марковские процессы» (Markov processes), в которой с помощью теории массового обслуживания моделируются системы, предназначенные для многоразового использования на транспорте.

Системой массового обслуживания называют любую систему, предназначенную для обслуживания какого-либо потока заявок. Подобные системы играют важную роль во многих областях экономики, финансов, производства и быта. Такие системы, как компьютерные сети, системы сбора, хранения и обработки информации, транспортные системы, могут рассматриваться как своеобразные СМО. Каждая СМО включает в свою структуру некоторое число обслуживающих устройств, которые называются каналами (приборами, линиями) обслуживания. Роль каналов могут играть различные приборы, лица, выполняющие те или иные операции (кассиры, операторы, продавцы), линии связи, автомашины, ремонтные бригады, бензоколонки и т.д.

Математический анализ работы систем массового обслуживания существенно упрощается, если они рассматриваются как Марковский процесс или случайный процесс без последствия. Марковским называется процесс для которого состояние в произвольный момент времени t_0 зависят только от его состояния в данный момент и не зависят от того, когда и как система пришла в это состояние. Примером Марковского процесса может служить любой технологический процесс, связанный с перевозками и организацией дорожного движения, логистикой и др.

В рассматриваемой лабораторной работе студентам предлагается задача определения оптимального режима работы автотранспортного предприятия, имеющего два условных рабочих места (например, склад готовой продукции, гараж, ремонтная мастерская и т.д.), обеспечивающего минимальные потери времени на при удовлетворении потребностей некоторого производственного процесса. Моделируемый производственный процесс рассматривается как система массового обслуживания, описываемая с помощью Марковского процесса, размеченный граф состояний которого изображен на рисунке 4.83.

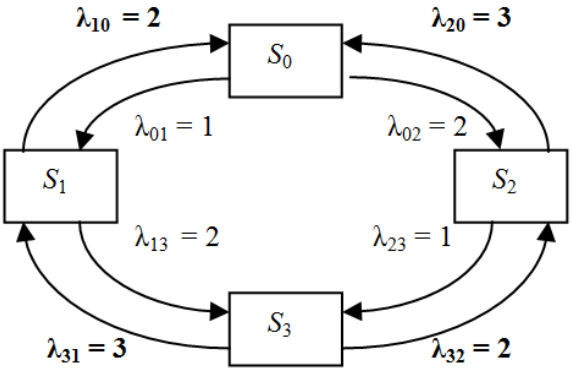


Рисунок 4.83 – Размеченный граф состояний системы, где S_i *– состояния системы;* λ_{ij} *– интенсивности потока событий*

Предполагается, что система имеет четыре состояния, которые условно можно описать как:

S_0 (оба рабочих места заняты, или не доступны),

S_1 (доступно рабочее место 1 при не доступном рабочем месте 2),

S_2 (не доступно рабочее место 1 при доступном рабочем месте 2),

S_3 (оба рабочих места не заняты, т.е. доступны).

Интенсивности λ_{ij} потока событий представляют собой частоту переходов из состояния S_i в состояние S_j.

Моделирование осуществляется пошагово с применением технологии смешанного обучения. Опишем эти шаги.

Шаг 1. *Составление математической модели рассматриваемой системы массового обслуживания.* На этом этапе проводится групповая учебная работа со студентами, которая может быть описана следующими рассуждениями.

Идеализированно, будем считать, что процесс, рассматриваемый в системе, является Марковским, а также, что все переходы системы из состояния S_i в состояние S_j проходят под влиянием простейших потоков событий с интенсивностями λ_{ij}. Если в качестве рабочих мест рассматривать, например, складские терминалы, то переход из одного состояния в другое происходит под воздействием потока событий – поступления машин на разгрузку, что и вызывает занятость рабочих мест, а значит их недоступность для других машин. Обратный переход вызван освобождением терминала разгруженной машиной, что делает рабочее место доступным для других машин (таблица 4.17).

Таблица 4.17 – Интерпретация состояний системы

Состояние рабочих мест	***Состояние системы***	***Производственная ситуация***	***Условное обозначение***
Оба рабочих места функционируют	S_0	Оба терминала заняты под разгрузку	**(+,+)**
Рабочее место 1 не функционирует, 2 – функционирует	S_1	Первый терминал не занят, на втором – разгружается машина	**(-,+)**
Рабочее место 1 функционирует, 2 – не функционирует	S_2	На первом терминале разгружается машина, второй терминал – не занят	**(+,-)**
Оба рабочих места не функционируют	S_3	Оба терминала не заняты и доступны для разгрузки	**(-,-)**

Вероятность i-го состояния $p_i(t)$ – вероятность того, что в момент времени t система будет находиться в состоянии S_i, $i = 0,1,2,3$.

Математическим описанием моделируемого Марковского случайного процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем является система дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний. Выписывая уравнения Колмогорова для заданных в рассматриваемом примере состояний, получим:

$$\begin{cases} p_0^{/} = \lambda_{10} p_1 + \lambda_{20} p_2 - (\lambda_{01} + \lambda_{02}) p_0, \\ p_1^{/} = \lambda_{01} p_0 + \lambda_{31} p_3 - (\lambda_{10} + \lambda_{13}) p_1, \\ p_2^{/} = \lambda_{02} p_0 + \lambda_{32} p_3 - (\lambda_{20} + \lambda_{23}) p_2, \\ p_3^{/} = \lambda_{13} p_1 + \lambda_{23} p_2 - (\lambda_{31} + \lambda_{32}) p_3. \end{cases} \tag{4.16}$$

Уравнения Колмогорова дают возможность найти все вероятности состояний как функции времени, но особый интерес представляют вероятности системы $p_i(t)$ в предельном стационарном режиме, т. е. при $t \to \infty$. Их называют *предельными* вероятностями состояний, которые и необходимо найти.

Предельная вероятность имеет четкий смысл: она показывает *среднее относительное время пребывания системы в этом состоянии.*

Поскольку предельные вероятности постоянны, то заменив в уравнениях Колмогорова (4.16) их производные нулевыми значениями, получим систему линейных алгебраических уравнений, описывающих стационарный режим:

$$\begin{cases} (\lambda_{01} + \lambda_{02}) p_0 = \lambda_{10} p_1 + \lambda_{20} p_2, \\ (\lambda_{10} + \lambda_{13}) p_1 = \lambda_{01} p_0 + \lambda_{31} p_3, \\ (\lambda_{20} + \lambda_{23}) p_2 = \lambda_{20} p_0 + \lambda_{32} p_3, \\ (\lambda_{31} + \lambda_{32}) p_3 = \lambda_{13} p_1 + \lambda_{23} p_2. \end{cases} \tag{4.17}$$

Таким образом, получена математическая модель в виде системы линейных уравнений.

Шаг 2. *Решение полученной на шаге 1 математической модели.* Студентам задаются индивидуальные начальные данные в виде числовых значений интенсивностей λ_{ij} и предлагается осуществить моделирование системы. Например, это могут быть такие задания: выполнить следующие задания для системы *S*, граф состояний которой изображен на рисунке 4.81:

1) найти предельные вероятности, если $\lambda_{01} = 1$, $\lambda_{02} = 2$, $\lambda_{10} = 2$, $\lambda_{13} = 2$ $\lambda_{20} = 3$, $\lambda_{23} = 1$, $\lambda_{31} = 3$, $\lambda_{32} = 2$;
2) найти общую прибыль от эксплуатации в стационарном режиме системы *S*, если известно, что в единицу времени работа первого и второго

рабочего места приносит доход соответственно $I_1 = 10$ ден. ед. и $I_2 = 6$ ден. ед., а их незанятость, или доступность, влечет за собой затраты соответственно в $E_1 = 4$ ден. ед. и $E_2 = 2$ ден. ед.;

3) обосновать, будет ли эффективной модернизация системы, если она повлечет за собой уменьшение вдвое среднего времени недоступности (занятости) каждого рабочего места, при условии, что это повлечет за собой увеличение вдвое расходов на их доступность (незанятость).

Студент, подставляя заданные числовые данные в систему (4.16), получает систему линейных уравнений относительно переменных p_i, $i = 1,...,4$:

$$\begin{cases} 3p_0 = 2p_1 + 3p_2, \\ 4p_1 = p_0 + 3p_3, \\ 4p_2 = 2p_0 + 2p_3, \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1. \end{cases} \tag{4.18}$$

Решив систему (4.18), студенты получат значения предельных $p_0 = 0{,}4$, $p_1 = 0{,}2$, $p_2 = 0{,}27$, $p_3 = 0{,}13$. Интерпретация найденных значений предельных вероятностей дана в таблице 4.18.

Таблица 4.18 – Интерпретация предельных вероятностей состояний системы

Состояния системы	***Условное обозначение***	***Предельные вероятности***	***Производственная интерпретация***
S_0	**(+,+)**	$p_0 = 0{,}4$	40% времени оба терминала заняты под разгрузку
S_1	**(-,+)**	$p_1 = 0{,}2$	20% времени первый терминал не занят, на втором – разгружается машина
S_2	**(+,-)**	$p_2 = 0{,}27$	27% времени на первом терминале разгружается машина, второй терминал – не занят
S_3	**(-,-)**	$p_3 = 0{,}13$	13% времени оба терминала не заняты и доступны для разгрузки

Таким образом, на втором шаге моделирования студентами находится связь между состояниями рабочих мест и предельными вероятностями системы. Особое внимание студентов следует обратить на то, что сумма предельных вероятностей состояний должна быть равна 1, т.е. должно выполняться условие $\sum_{i=0}^{3} p_i = 1$, в чем они без труда могут убедиться.

Шаг 3. *Расчёт прибыли и расходов от функционирования рабочих мест 1 и 2.* Студенту предлагается рассмотреть элементарные события: A_i – функционирует *i*-е рабочее место, а также противоположные к ним события: A_i' – не функционирует *i*-е рабочее место, где $i = 1, 2$. Заданные на шаге 2 доходы и расходы связаны с наступлением именно этих событий (таблица 4.19).

Таблица 4.19 – Соответствие доходов и расходов состоянию рабочих мест

Событие	***Условное обозначение***	***Доход, ден. ед.***	***Затраты, ден. ед.***
Функционирует рабочее место 1	A_1	$I_1 = 10$	-
Функционирует рабочее место 2	A_2	$I_2 = 6$	-
Не функционирует рабочее место 1	A_1'	-	$E_1 = 4$
Не функционирует рабочее место 2	A_2'	-	$E_2 = 2$

Затем через несовместные события A_i и A_i' студентам предлагается выразить состояния системы, рассматривая последние как случайные события, а результаты записать в таблицу 4.20.

Таблица 4.20 – Выражение состояний системы через элементарные события

Обозначение	***Условное обозначение***	***Выражение через другие события***	***Вероятность***
S_0	**(+,+)**	$S_0 = A_1 \cap A_2$	$P(S_0) = p_0$
S_1	**(-,+)**	$S_1 = A_1' \cap A_2$	$P(S_1) = p_1$
S_2	**(+,-)**	$S_2 = A_1 \cap A_2'$	$P(S_2) = p_2$
S_3	**(-,-)**	$S_3 = A_1' \cap A_2'$	$P(S_3) = p_3$

Поскольку выполняется условие $\sum_{i=0}^{3} p_i = 1$, значит события S_i составляют полную группу событий. Расчет возможной прибыли может быть выполнен, учитывая рассуждения, которые студенты могут выполнить самостоятельно, либо при помощи преподавателя.

Прибыль от функционирования рабочего места 1 возможно получить в том случае, если система находится в состоянии S_0 или S_2. Событие B_1, состоящее в том, что рабочее место 1 функционирует в рассматриваемой системе, является суммой событий S_0 и S_2:

$$B_1 = S_0 \cup S_2 .$$

Для нахождения вероятности события B_1 используем теорему 1 [427, с. 56]:

Теорема 1. Если *A* и *B* исключают друг друга, то P(*A* ∪ *B*) = P(*A*) + P(*B*).

Поскольку события A_0 и A_1 не могут наступить одновременно, то они являются несовместными. По теореме 1 имеем:

$$P(B_1) = P(S_0 \cup S_2) = p(S_0) + P(S_2) .$$

Учитывая, что $p(S_0) = p_0$, $p(S_1) = p_1$, то вероятность события B_1 равна:

$$P(B_1) = p_0 + p_2 = 0{,}4 + 0{,}27 = 0{,}67.$$

Вероятность противоположного событию B_1 события B_1' – рабочее место 1 не функционирует в рассматриваемой системе, может быть найдена по тереме 2 [427, с. 58]:

Теорема 2. Если *A* и A' дополнительные события, тогда P(*A*) + P(A')=1**.**

Из теоремы 2 следует, что $P(B_1) + P(B_1') = 1$, откуда находим

$$P(B_1') = 1 - P(B_1) = 1 - 0{,}67 = 0{,}33.$$

Эта же вероятность может быть найдена по теореме 1:

$$P(B_1') = P(S_1 \cup S_3) = p_1 + p_3 = 0{,}2 + 0{,}13 = 0{,}33.$$

Рассматривая аналогично событие B_2, состоящее в том, что рабочее место 2 функционирует в рассматриваемой системе, а также противоположное событие B_2' – рабочее место 2 функционирует в рассматриваемой системе, имеем:

по теореме 1: $P(B_2) = P(S_0 \cup S_1) = p_0 + p_1 = 0{,}4 + 0{,}2 = 0{,}6$;

по теореме 2: $P(B_2') = 1 - P(B_2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$;

либо по теореме 1: $P(B_2') = P(S_2 \cup S_3) = p_2 + p_3 = 0{,}27 + 0{,}13 = 0{,}4$.

Расчет экономических показателей студентам предлагается выполнить, заполнив таблицу 4.21.

Таблица 4.21 – Расчет экономических показателей системы до модернизации

Экономический показатель	***Формула***	***Значение, ден.ед.***
Доходы от функционирования рабочего места 1	$P(B_1) \cdot I_1$	$0{,}67 \cdot 10 = 6{,}7$
Доходы от функционирования рабочего места 2	$P(B_2) \cdot I_2$	$0{,}6 \cdot 6 = 3{,}6$
Общий доход системы	$I = P(B_1) \cdot I_1 +$ $+ P(B_2) \cdot I_2$	$I = 6{,}7 + 3{,}6 = 10{,}3$
Расходы от нефункционирования рабочего места 1	$P(B_1') \cdot E_1$	$0{,}33 \cdot 4 = 1{,}32$
Расходы от нефункционирования рабочего места 2	$P(B_2') \cdot E_2$	$0{,}4 \cdot 2 = 0{,}8$
Общие расходы системы	$E = P(B_1') \cdot E_1 +$ $+ P(B_2') \cdot E_2$	$E = 1{,}32 + 0{,}8 = 2{,}12$
Общая прибыль (Profit) от функционирования системы	$P = I - E$	$P = 10{,}3 - 2{,}12 = 8{,}18$

Шаг 4. *Обоснование возможной эффективности модернизации производства.* Для этого вносятся изменения в исходные данные задачи. Так,

необходимость уменьшения вдвое среднего времени незанятости рабочих мест приведёт к увеличению частоты возвращения к работе.

С новыми данными студенты приходят к заданию, имеющему вид:

Для системы *S*, граф состояний которой изображен на рисунке 4.81, найти:

1) предельные вероятности, если интенсивности внутреннего круга не изменяются: $\lambda_{01}=1$, $\lambda_{02}=2$, $\lambda_{10}=2$, $\lambda_{13}=2$, $\lambda_{23}=1$, а интенсивности внешнего круга размеченного графа состояний, изображенного на рисунке 4.81, увеличиваются вдвое: $\lambda_{10}=4$, $\lambda_{31}=6$, $\lambda_{32}=4$; $\lambda_{20}=6$;

2) изменения в общей прибыли от эксплуатации в стационарном режиме системы *S*, если известно, что в единицу времени работа первого и второго рабочего места приносит доход соответственно в $I_1=10$ ден. ед. и $I_2=6$ ден. ед., а затраты, связанные с их незанятостью увеличатся вдвое и составят $E_1'=2E_1=8$ ден. ед. и $E_2'=2E_2=4$ ден. ед. для первого и второго рабочих мест соответственно;

3) оценить эффективность уменьшения вдвое среднего времени недоступности каждого рабочего места, при увеличении вдвое расходов на их незанятость.

Студент, подставляя новые числовые значения интенсивностей в систему (4.16), получает систему уравнений:

$$\begin{cases}(1+2)p_0=4p_1+6p_2,\\(4+2)p_1=1p_0+6p_3,\\(6+1)p_2=2p_0+4p_3,\\p_0+p_1+p_2+p_3=1.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3p_0=4p_1+6p_2,\\6p_1=1p_0+6p_3,\\7p_2=2p_0+4p_3,\\p_0+p_1+p_2+p_3=1.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}p_0=0,6,\\p_1=0,15,\\p_2=0,2,\\p_3=0,05.\end{cases}\qquad(4.19)$$

Шаг 5. *Вычисление общей прибыли системы, но уже с учетом модернизации,* связанной с производственной необходимостью. Для этого студенты могут воспользоваться рассуждениями, проделанными на шаге 3.

В результате должны быть вычислены:

- доходы от функционирования первого и второго рабочих мест:

$$P(B_1)\cdot I_1=(p_0+p_2)\cdot 10=(0,6+0,2)\cdot 10=0,8\cdot 10=8.$$

$$P(B_2)\cdot I_2=\left(p_0+p_1\right)\cdot 6=\left(0{,}6+0{,}15\right)\cdot 6=0{,}75\cdot 6=4{,}5.$$

- доходы от незанятости первого и второго рабочих мест:

$$P(B_1')\cdot E_1=\left(p_1+p_3\right)\cdot 8=\left(0{,}15+0{,}05\right)\cdot 8=0{,}2\cdot 8=1{,}6.$$

$$P(B_2')\cdot E_2=\left(p_2+p_3\right)\cdot 4=\left(0{,}2+0{,}05\right)\cdot 4=0{,}25\cdot 4=1.$$

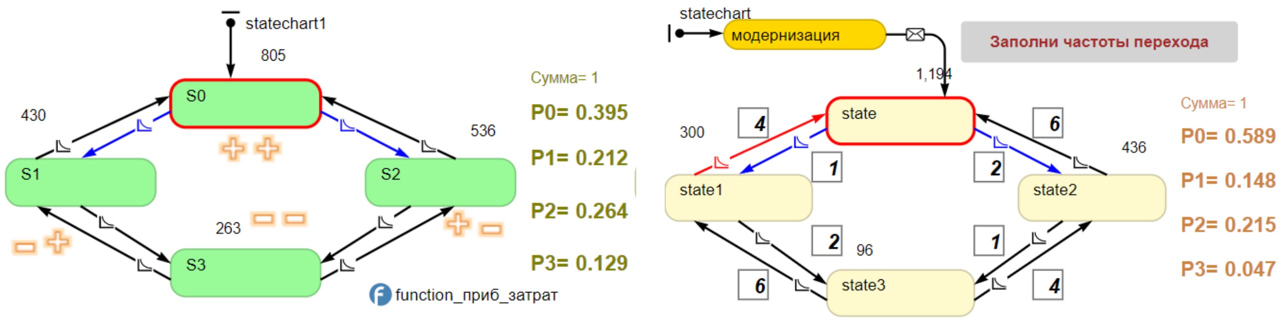
- общий доход и расход системы:

$$I'=P(B_1)\cdot I_1+\ P(B_2)\cdot I_2\ =8+4{,}5=12{,}5.\quad E'=P(B_1')\cdot E_1+\ P(B_2')\cdot E_2\ =1{,}6+1=2{,}6.$$

- общая прибыль системы: $P'=I'-E'=12{,}5-2{,}6=9{,}9$ (ден. ед.).

Анализируя вопросы целесообразности модернизации производства в контексте *экономической выгоды от изменений, внесенных в технологический процесс,* студенты должны сравнить общую прибыль системы до и после модернизации. Поскольку прибыль, полученная после модернизации $P'=9{,}9$ ден. ед., больше, чем до модернизации $P=8{,}18$ ден. ед., то приходим к выводу, то модернизация является экономически выгодной.

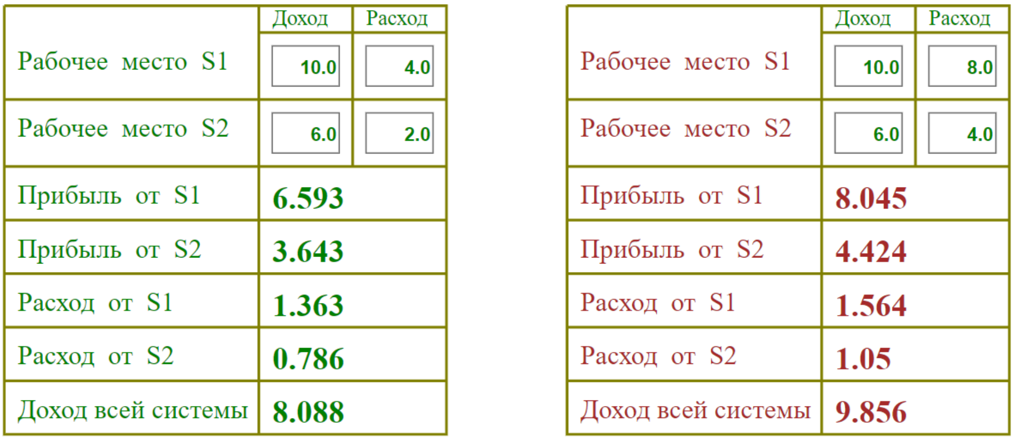
Шаг 6. *Моделирование рассматриваемой производственной системы с использованием идеализированной виртуальной модели Марковского процесса,* разработанной на платформе AnyLogic с помощью дискретно-событийного подхода. На рис. 4.82 а), (б) показано изображение экрана компьютера в разработанной нами виртуальной лабораторной работе. Изображение экрана компьютера содержит два размеченных графа состояний для исходных и измененных данных.



(a) **(b)**

Рисунок 4.82 – Размеченный граф состояния системы:
a) до модернизации производства;
b) после модернизации производства (источник: подготовлено авторами).

На рис. 4.82 c), d) представлены таблицы с расчетом затрат и прибыли на функционирование рабочих мест.



	Доход	Расход
Рабочее место S1	10.0	4.0
Рабочее место S2	6.0	2.0
Прибыль от S1	6.593	
Прибыль от S2	3.643	
Расход от S1	1.363	
Расход от S2	0.786	
Доход всей системы	8.088	

c)

	Доход	Расход
Рабочее место S1	10.0	8.0
Рабочее место S2	6.0	4.0
Прибыль от S1	8.045	
Прибыль от S2	4.424	
Расход от S1	1.564	
Расход от S2	1.05	
Доход всей системы	9.856	

d)

Рисунок 4.82 – Таблицы с расчетом затрат и прибыли на функционирование рабочих мест:

c) до модернизации производства; d) после модернизации производства (источник: подготовлено авторами).

В таблицах предусмотрены окошки, куда студент может вносить исходные значения расхода и дохода, получая мгновенно результаты расчетов.

Студенты, работая с виртуальной моделью, наблюдают, что:

1) при увеличении интервала модельного времени эмпирические значения виртуальной модели стремятся к теоретическим значениям, найденным с использованием математического аппарата;

2) все приведенные цифровые значения динамически изменяются с течением модельного времени на основании встроенных функций;

3) текстовые поля допускают интерактивное изменение условия задачи с целью получения ответов в динамике, что весьма важно в процессе понимания дальнейшей разработки *производственных моделей*;

4) графы состояний (начальный и модернизированный) имеют интерактивную поведенческую цветовую окраску текущих состояний, динамически меняющуюся при изменении модельного времени.

Шаг 7. *Визуализация рассматриваемой производственной системы с использованием имитационной модели,* разработанной на платформе AnyLogic с помощью агентного подхода (рисунок 4.83).

На рисунке 4. 83 изображена действующая 2D динамическая модель, но уже не идеализированная, где переходы из состояния в состояния происходят мгновенно (что естественно невозможно в реальном жизненном процессе), а на основании использования блоков Queue, которые моделирует очередь агентов, блоков Delay, которые задерживают агентов на заданный период времени, а так же блоков Service, которые захватывают для агента заданное количество ресурсов, задерживают их, а затем освобождают захваченные им ресурсы.

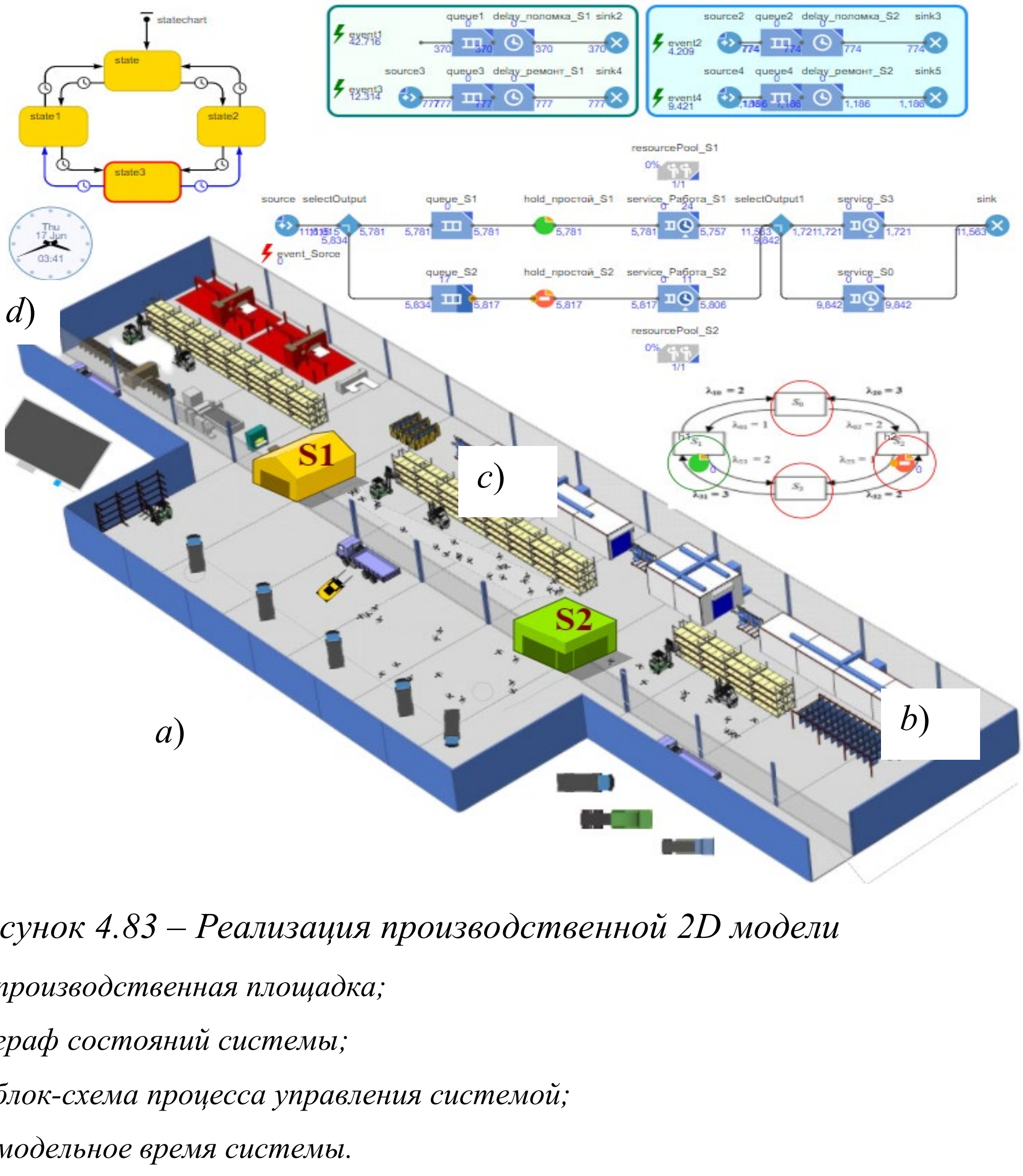


Рисунок 4.83 – Реализация производственной 2D модели

a) производственная площадка;

b) граф состояний системы;

c) блок-схема процесса управления системой;

d) модельное время системы.

Управление работоспособностью «Рабочее место 1» и «Рабочее место 2», соответственно состояниям S_1 и S_2 реализуется с использованием блоков Hold, которые блокируют (снимают) блокировку с потока агентов на определенном участке блок-схемы.

Шаг 8. Виртуальная лабораторная работа также допускает возможность просматривать *визуализацию производственной площадки в 3D режиме* (рис. 4.84). На рисунке 4.84 изображена действующая 3D модель производственного процесса, моделируемого в лабораторной работе по теме «Марковские процессы».

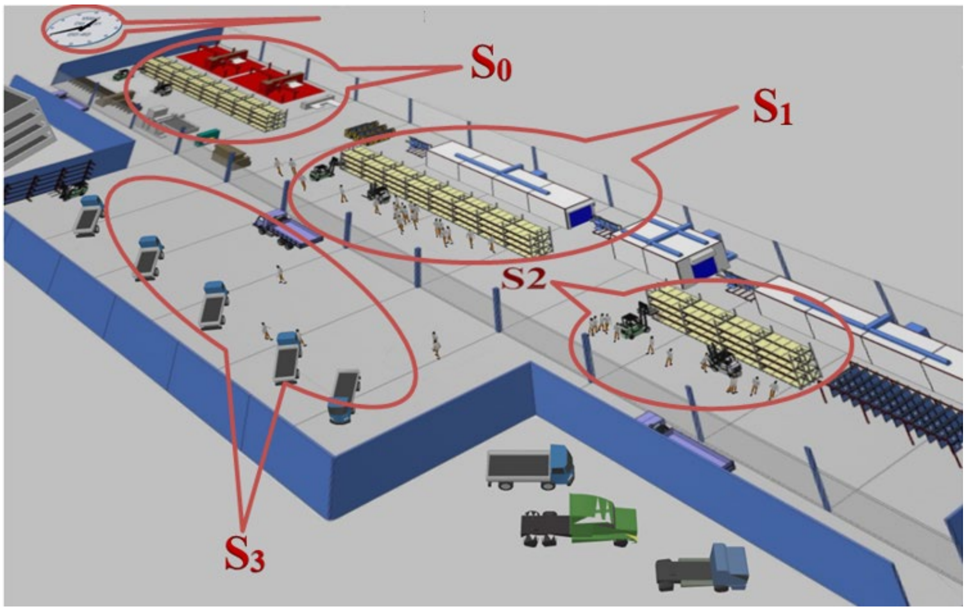


Рисунок 4.84 – Реализация производственной 3D модели

Обучаемый может в режиме модельного времени (модельное время может исчисляться секундами, минутами, часами, годами и т.п. и изменяться на основании элементов управления) наблюдать загруженность рабочих мест S_1 и S_2, а также простоя S_3, когда одновременно S_1 и S_2 не работают.

В качестве агентов расположенных на аттракторах (позволяет задавать точные места нахождения агентов) – S_1, S_2 и S_3 мы выбрали фигуру человека (применительно к производственной постановке), что позволяет визуально идентифицировать загруженность рабочих мест и места простоя при неработоспособности последних. Таким образом, при выполнении каждой лабораторной работы, входящей в разработанный нами лабораторный комплекс (таблица 2.1), студенты проходят следующие этапы технологической цепочки:

1) составление математической модели;
2) решение математической модели для исходных данных;
3) варьирование исходных данных и расчёты для новых значений переменных;
4) оценка экономической эффективности исходной и измененной модели;
5) выполнение расчётов на идеализированной модели;
6) работа с 2Д моделью производственного процесса;
7) управление процессом с помощью виртуальной 3Д модели.

Имитационная модель отображает гораздо больше деталей, чем аналитическая. Это делает имитационную модель точнее, а прогнозы на ее основе – более определенными.

Усилить эффект от использования в обучении математике имитационного моделирования возможно с помощью методов эвристического обучения. Эти методы позволяют обучить студентов построению поисковых стратегий при решении инженерных задач. Например, в описанной лабораторной работе с помощью метода эвристического диалога преподаватель может подвести студентов к самостоятельному построению алгоритма решения, конструированию собственных таблиц для презентации и структурирования величин, получаемых в ходе решения, нахождения альтернативных методов для вычисления вероятностей рассматриваемых событий. Для этого преподаватель может использовать подсказки различного уровня (жесткие, алгоритмические, мягкое наведение), эвристическое конструирование [330], организовывать проектно-эвристическую деятельность [315], разрабатывать системы эвристических задач [316].

Предложенный лабораторный комплекс может быть использован для организации работы студентов на практических занятиях, что будет способствовать эффективности усвоения содержания дисциплины «Прикладная математика».

Таким образом, эффективность технологии смешанного обучения достаточно высока. В соответствии с вышеупомянутыми преимуществами для интеграции инженерных технологий с изучаемыми дисциплинами профессиональной направленности организация деятельности студентов, включающая изучение лекционного материала, усвоение и закрепление его на практическом занятии, выполнение коллективной виртуальной лабораторной работы, а затем развитие исследуемой проблемы в научной работе, позволяет им глубже понять важность математического и компьютерного моделирования, развивать инженерное мышление и математическую цифровую компетентность.

Выводы к разделу 4

В данном разделе представлены методические приемы и образовательные цифровые технологии, направленные на обучение студентов методам математического моделирования в дисциплинах математики, прикладной математики, а также в системе дисциплин профессионального блока, изучающихся будущими инженерами. Основными выводами данного раздела является следующее:

1) важным в работе каждого технического университета по обучению студентов математическому моделированию является организованная целесообразным образом профориентационная работа со школьниками, желающими поступать на технические направления подготовки университетов. Одним из видов такой работы служит математический кружок для абитуриентов «Математическое моделирование в технических задачах», который призван создать у обучающихся представление о сути математического моделирования при решении технических задач, подвести их к овладению каждым из этапов моделирования, в том числе и на основе ИКТ;

2) разумное комбинирование в дисциплине высшей математики традиционных методов обучения математическому моделированию, технологий смешанного и гибридного обучения в сочетании с ИКТ позволяет обеспечить качество математического образования будущих инженеров и сформировать математическую цифровую компетентность;

3) разработанный виртуальный лабораторный комплекс является цифровым средством обучения математике будущих инженеров. В отличие от других цифровых инструментов имитационного моделирования, он не требует от студентов инженерных специальностей владения навыками программирования, что позволят сосредоточиться в обучении на формировании у них приёмов математической деятельности и визуализации исследуемых процессов с помощью предлагаемых им имитационных моделей;

5) наиболее удобной для использования в обучении математике будущих инженеров является среда AnyLogic, преимуществом которой является возможность представления имитационных моделей в 2D и 3D измерениях, что сделает любые идеи и концепции более наглядными. В отличие от аналитики на основе таблиц или линейной оптимизации, моделирование дает возможность наблюдать поведение реальной системы во времени с необходимым уровнем детальности;

6) усилить эффект от использования в обучении высшей и прикладной математике имитационного моделирования возможно с помощью методов эвристического обучения. Эти методы позволяют обучить студентов построению поисковых стратегий при решении инженерных задач.

Основные идеи четвертого раздела изложены в циклах статей и материалах конференций, в учебных и учебно-методических пособиях [37; 41; 78; 142–145; 149; 153; 156; 159; 163; 168; 171–176; 178–180; 182; 184–186; 188; 190; 193–198; 201–205; 263–265; 327].

РАЗДЕЛ 5

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ СТУДЕНТОВ В КОНТЕКСТЕ ЦИФРОВИЗАЦИИ ВЫСШЕГО ИНЖЕНЕРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

5.1. Критерии оценки эффективности методической системы обучения математическому моделированию и их показатели

Рассматривая «критерий» как объективный признак, на основании которого происходит сравнительная оценка или классификация изучаемых педагогических процессов и фактов, выделим в нашем исследовании основные критерии для оценки эффективности методической системы обучения математическому моделированию студентов в контексте цифровизации высшего инженерного образования. К ним относим:

1) ценностно-ориентационный критерий (ЦОК);

2) математически-цифровой критерий (МЦК);

3) практико-деятельностный критерий (ПДК).

Самый сущностный признак, на основании которого осуществляют оценку, сравнение реальных педагогических явлений, степень проявления, качественную сформированность, определенность критерия, выражается в конкретных показателях [321, с. 93]. Для оценки эффективности методической системы обучения математическому моделированию студентов – будущих инженеров были выделены следующие показатели:

1) осознание студентами значимости своей будущей профессии, мотивированность на осуществление деятельности в области инженерии, готовность и потребность к профессиональному росту и самосовершенствованию;

2) наличие у студентов выраженной внутренней мотивации к изучению математики и математического моделирования;

3) уровень овладения методами математического и компьютерного моделирования, полученный как результат использования разработанной методической системы;

4) уровень сформированности математической цифровой компетентности в дисциплине «Математика»;

5) владение приемами математического и компьютерного моделирования по дисциплине «Прикладная математика»;

6) освоение способов деятельности по математическому и компьютерному моделированию инженерных процессов в дисциплинах профессионального блока;

7) наличие освоенных способов и опыта выполнения конкретных профессиональных действий по математическому и компьютерному моделированию.

Все показатели оценивались по одинаковой шкале, имеющей три уровня: высокий, средний, низкий.

Связь между критериями, показателями и уровнями сформированности математической цифровой компетентности будущих инженеров, которые характеризуют эффективность методической системы обучения математическому моделированию, представлена в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Связь критериев, показателей и уровней сформированности математической цифровой компетентности будущих инженеров

Критерии	***Показатели***	***Уровни***
Ценностно-ориентационный	– осознание значимости своей профессии, мотивированность на осуществление деятельности в области инженерии, готовность и потребность пользоваться методами математического моделирования в профессиональной деятельности; – наличие у студентов выраженной внутренней мотивации к изучению математики и математического моделирования;	Высокий Средний Низкий

Продолжение таблицы 5.1

математически-цифровой	– уровень овладения методами математического и компьютерного моделирования, полученным как результат использования разработанной методической системы; – уровень сформированности математической цифровой компетентности по дисциплине «Математика»; – владение приемами математического и компьютерного моделирования по дисциплине «Прикладная математика»;	Высокий Средний Низкий
практико-деятельностный	– освоение способов деятельности по математическому и компьютерному моделированию инженерных процессов в дисциплинах профессионального блока; – наличие освоенных способов и опыта выполнения конкретных профессиональных действий по математическому и компьютерному моделированию.	Высокий Средний Низкий

Дадим характеристику результатов сформированности математической цифровой компетентности будущих инженеров в процессе освоения содержания математического моделирования.

1. *Низкий (базовый) уровень.* Данный уровень характеризовался низкой степенью понимания необходимости развития профессиональных интересов и умений для будущей профессии, без объяснений мотивов своих действий, отсутствовала познавательная потребность. Действия будущих специалистов в области математического моделирования часто носили неосознанный характер. Наблюдалась низкая скорость и правильность выполнения математических заданий в целом. Будущие специалисты не сумели самостоятельно эффективно организовывать собственную деятельность и работали только под руководством других. Низкая способность распознания математической модели, неумение строить модели, используя цифровые ресурсы.

2. *Средний (продуктивный) уровень.* Для будущих инженеров данного уровня характерным было осознание значимости профессиональных умений для учебной и предстоящей профессиональной деятельности. У них присутствовала познавательная потребность, интерес к деятельности по математическому моделированию. На этом уровне будущие специалисты выполняли все требуемые операции по созданию моделей реальных процессов, но последовательность их была недостаточно продумана, а сами действия не всегда были осознаны. Будущие инженеры способны были переносить освоенные действия по компьютерному моделированию только на несложные прикладные задачи и решать их. Будущие специалисты в области инженерии способны самостоятельно спланировать и реализовать деятельность в области математического моделирования и принятию решений, но у них наблюдались недостаточно развитые умения брать на себя ответственность за результаты работы группы, критически оценивать собственную деятельность и деятельность других.

3. *Высокий (творческий) уровень.* Для будущих специалистов в области инженерии характерным было понимание личностной и общественной значимости их профессиональной деятельности. Присутствовала ориентация на будущую профессию и важность математического моделирования в ней. Будущим инженерам была свойственна высокая познавательная потребность. Они чувствовали необходимость в дальнейшем развитии математической цифровой компетентности, за счет решения сложных исследовательских заданий на математическое и компьютерное моделирование. Их деятельность носила системный характер. Характеристиками данного уровня также выступали автоматизм, высокая скорость и правильность выполнения отдельных операций и задания в целом, успешное применение приобретенных математических умений при разработке моделей цифровых, а также высокий уровень полноты и прочности знаний. Будущие инженеры самостоятельно организовывали и эффективно выполняли деятельность по цифровому обеспечению заданий по математическому моделированию и принятию решений, в том числе при работе в группе.

В таблице 5.2 для каждого выбранного нами показателя оценки эффективности методической системы обучения математическому моделированию будущих инженеров представим измерители, с помощью которых производились определенные оценки.

Таблица 5.2 – Выбор измерителей для определения эффективности методической системы обучения математическому моделированию и сформированности математической цифровой компетентности

№№	*Показатели*	*Измерители*
1.	Осознание значимости своей профессии, мотивированность на осуществление деятельности в области инженерии, готовность и потребность пользоваться методами математического моделирования в профессиональной деятельности	Анкета на выявление отношения студентов инженерных направлений подготовки к необходимости изучения математического моделирования для использования его в будущей профессиональной деятельности
2.	Наличие у студентов выраженной внутренней мотивации к изучению математики и математического моделирования.	Тест-опросник определения уровня сформированности внутренней мотивации к изучению математики студентов инженерных направлений подготовки (по методике Т. Д. Дубовицкой)
3.	Уровень овладения методами математического и компьютерного моделирования, полученный как результат использования разработанной методической системы.	Тест (диагностика самооценки уровня овладения методами математического и компьютерного моделирования выпускниками технических университетов)
4.	Уровень сформированности математической цифровой компетентности по дисциплине «Математика».	1. Нулевая контрольная работа по высшей математике для студентов инженерных направлений подготовки 2. Контрольная работа по математике (определение уровня владения математическим моделированием)

5.	Владение приемами математического и компьютерного моделирования по дисциплине «Прикладная математика».	Контрольная работа на определение уровня владения элементами прикладной математики
6.	Освоение способов деятельности по математическому и компьютерному моделированию инженерных процессов в дисциплинах профессионального блока.	Комплексная творческая работа по созданию трех проектов после изучения в бакалавриате дисциплин профессионального блока
7.	Наличие освоенных способов деятельности и опыта выполнения конкретных профессиональных действий по математическому и компьютерному моделированию.	Опрос выпускников технических университетов

5.2. Методика организации экспериментальной работы

Выделенные теоретические положения исследования, разработанная методическая система обучения математическому моделированию, созданный учебно-методический инструментарий на основе авторских технологий обучения методам математического моделирования, в том числе и информационно-коммуникационных технологий, а также наличие необходимых экспериментальных материалов позволило организовать и провести серию экспериментов по выявлению эффективности методической системы обучения студентов математическому моделированию и сформированности математической цифровой компетентности у будущих инженеров.

Экспериментальное обучение было организовано по принципу постепенного расширения контингента студентов и включало три основные этапы, каждый из которых имел свою специфику.

В течение одиннадцати лет (2010 – 2021 гг.) создавались и систематически анализировались полученные результаты, вносились коррективы, совершенствовалась методика.

Эксперимент проводился среди студентов автодорожного института ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», частично в нем принимали участие студенты – будушие инженеры ГОУ ВПО «Академия гражданской защиты МЧС ДНР» и ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет». Всего в эксперименте приняло участие 812 студентов.

Цель педагогического эксперимента заключалась в подтверждении концепции исследования, выявлении уровня эффективности разработанной методической системы обучения математическому моделированию будущих инженеров путем определения уровня сформированности их математической цифровой компетентности.

Нами был спланирован весь процесс проведения контрольных мероприятий, а также определены методы статистической обработки их результатов (рис. 5.1).

На первом констатирующем этапе (2010-2014 гг.) изучались основные первоисточники по исследуемой проблеме, научные труды зарубежных и отечественных исследователей в области инженерии, развития математического моделирования, цифровизации высшего технического образования, обосновывалась проблема исследования.

Задачи констатирующего этапа эксперимента:

1) проведение диагностики отношения абитуриентов, поступающих на технические направления подготовки, по расположенности к инженерным специальностям;

2) организация первого диагностического среза знаний студентов по математике (нулевая контрольная работа) для определения их базовых знаний и начального уровня владения методами математического моделирования;

3) выявление отношения студентов – будущих инженеров к новым формам работы по обучению их методам математического моделирования.

На данном этапе нами всем абитуриентам, которые были зачислены на первый курс инженерных направлений подготовки, предлагался тест Беннета (Приложение Б).

Рисунок 5.1. – Графоаналитическое представление контрольных мероприятий и выбранных методов статистической обработки результатов

Полученные результаты показали, что студенты слабо владеют практическими техническими навыками. Это дало основание к тому, что необходимо в процессе построения методики обучения математическому моделированию обращать внимание на решение профессионально направленных задач. Было определено содержание нулевой контрольной работы, которая проводилась со студентами первых курсов на первом практическом занятии по математике для выявления начального (первичного) уровня овладения математических компетенций. Как уже отмечалось выше, формирование математических умений, как фактора преемственности школьного образования при обучении элементам математического моделирования старшеклассников исследователями уделяется внимание. Однако из-за отсутствия массового внедрения результатов исследований большинство первокурсников в начале обучения имеют низкий уровень развития начальных математических компетенций.

Нами проводились беседы со студентами, неоднократно посещались лекционные и практические занятия по математике. Эти методы исследования позволили заключить, что обучению методам математического моделирования в курсе математики уделяется недостаточное внимание преподавателями, отсутствует систематичность в формировании элементов математического моделирования студентов.

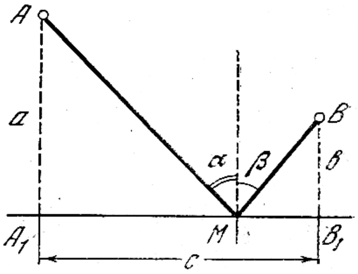
В ходе констатирующего этапа эксперимента был проведен *первый диагностический срез знаний* студентов (нулевая контрольная работа по математике) для выявления уровня владения базовыми знаниями по математике и начального уровня владения методами математического моделирования

Приведем пример варианта нулевой контрольной работы (табл. 5.3).

Таблица 5.3 – Пример варианта нулевой контрольной работы по математике для студентов первого курса инженерных направлений подготовки

Задания	***Кол-во баллов***
1. Вычислить значение выражения: 1.1) $\left(\frac{2}{7}-\frac{3}{5}\right)\cdot 0{,}35$; 1.2) $\sqrt[3]{5^4}\,/\,5^{1/3}$	(1 балл) (1 балл)
2. Решить систему уравнений: 2.1) $\begin{cases}3x-4y=2;\\2x+3y=7.\end{cases}$ 2.2) $\begin{cases}3x-2y=2;\\-6x+4y=-4.\end{cases}$	(2 балла) (2 балла)
3. Для данных точек А(2; -1), В(-3; 2), С(2; 4): 3.1) найти координаты векторов $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$; 3.2) найти модули векторов $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$; 3.3) найти скалярноепроизведение $\overline{AB}\cdot\overline{BC}$;	(1 балл) (1 балл) (1 балл)

3.4) найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$; 3.5) найти координаты вектора $3\cdot\overline{AB}-2\cdot\overline{BC}$; 3.6) построить вектор $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ и $\overline{AB}+\overline{BC}$ в прямоугольной системе координат; 3.7) указать, являются ли векторы $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$ коллинеарными, или перпендикулярными	(1 балл) (1 балл) (1 балл) (1 балл)
4. Для данных точек А(2; –1), В(–3; 2), С(2; 4): 4.1) записать уравнение окружности с центром в точке А, радиус которой равен 2; 4.2) записать уравнение прямой, проходящей через точки В и С; 4.3) пересекаются ли прямаяи окружность? Ответ обосновать	(1 балл) (1 балл) (2 балла)
5. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 7см, а один из острых угловравен 30^0: 5.1) найти катеты триугольника; 5.2) вычислить площадь треугольника	(1балл) (1балл)
6. Дан прямоугольный параллелепипед, с рёбрами длиною 3 см, 5 см, 7см: 6.1) найти объём параллелепипеда; 6.2) найти площадь поверхности параллелепипеда	(1 балл) (1 балл)
7. Найти область определения функции: $y=\sqrt{4-x^2-3x}$	(2 балла)
8. Для функции $y=2x^2+x-3$ найти: 8.1) производную в точке$x = -1$; 8.2) уравнение касательной к графику функции в точке $x = -1$. 8.3) наибольшее и наименьшее значения наотрезке $x\in[-1;1]$. 8.4) найти экстремумы функции, ответ обосновать;	(1 балл) (2 балла) (2 балла) (3 балла)

8.5) построить график функциии её касательной.	(2 балла)
9. Найти производную функции $y = x^3 \cdot \sin 3x$.	(3 балла)
10. Пожарная машина должна проехать от пункта дислокации А, к точке вызова В, предварительно набрав воду в реке (прямая A_1B_1). Как проделать требуемый маршрут, пройдя наименьшее расстояние (см. рис.): 10.1) используя производную; 10.2) не используя производную  Рисунок – Построение к задаче	 (2 балла) (2 балла)

В срезах принимали участие студенты на первом занятии по дисциплине. Высокий уровень соответствовал оценке отлично, средний – хорошо, низкий – удовлетворительно.

Подсчитывался средний балл каждого студента в процентном соотношении. Результаты приведены в таблице 5.4.

Таблица 5.4 – Результаты первого диагностического среза (нулевая контрольная работа по математике) студентов технических направлений подготовки

Количество студентов, чел.	***Уровень сформированности базовых знаний***					
	Низкий		***Средний***		***Высокий***	
	кол-во чел.	***в процентах***	***кол-во чел.***	***в процентах***	***кол-во чел.***	***в процентах***
812	501	61,7%	267	32,9%	44	5,4%

Только отдельные студенты имеют высокий уровень подготовленности к изучению математики в техническом университете. Полученные предварительные результаты показали слабый уровень подготовки школьников, будущих студентов.

Так как планировалось проведение трех срезов знаний студентов в процессе их обучения математическому моделированию, то все они разбивались на экспериментальные (ЭГ) и контрольные группы (КГ) с целью изучения влияния авторской системы обучения студентов на формирование их математической цифровой компетентности.

Полученные результаты обрабатывались статистическими методами на основании изучения научных работ по вопросам проведения статистической обработки результатов педагогического эксперимента [64; 136; 247], о чем речь будет идти в п. 5.3. Например, результаты, полученные в при выполнении нулевой контрольной работы по математике и их обработка, проведенная в 2013 году в Горловском автомобильно-дорожном институте, представлены в Приложении Г. Выборка: *ЭГ* – 56 человек, КГ – 54 человека. Результаты показали, что разница между группами ЭГ и КГ статистически не значима как по уровню знаний, так и по качеству (рис. 5.2).

В последующие годы результаты были получены такие же, как и 2013 году.

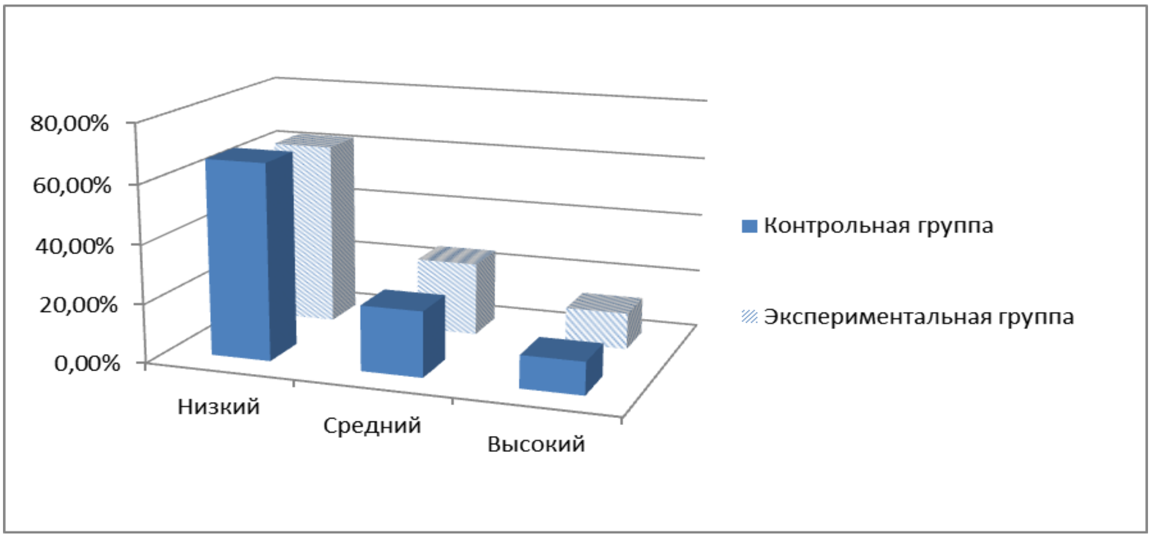


Рисунок 5.2 – Результаты выполнения нулевой контрольной работы по математике в КГ и ЭГ (уровень учебных достижений студентов, %)

Использованные на этом этапе методы исследования позволили сделать вывод о том, что целенаправленному обучению методам математического моделирования студентов технических направлений подготовки в математике не уделяется должного внимания, в частности отсутствует системный и комплексный подход к развитию профессиональной компетентности будущих инженеров, слабо проводится работа по применению информационно-коммуникационных технологий при изучении математики, не делаются акценты на использование методов, форм, средств по конструированию математических моделей. Результаты констатирующего этапа эксперимента подтвердили необходимость разработки и внедрения концепции обучения математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования. Были выделены теоретические положения, сформулированы цели и задачи исследования.

В ходе ***поискового этапа педагогического эксперимента (2014-2016 гг.)*** были подготовлены учебные и учебно-методические материалы для студентов экспериментальной группы, разработана методическая система обучения математическому моделированию, основанная на внедрении смешанной формы обучения студентов с применением ИКТ, создан виртуальный лабораторный комплекс.

Начиная поисковый этап педагогического эксперимента, сосредоточились на следующих задачах:

1) выявить и проанализировать особенности обучения математическому моделированию студентов – будущих инженеров;

2) разработать концепцию обучения математическому моделированию будущих инженеров в условиях цифровизации высшего технического образования, направленную на развитие их профессиональной компетентности, математической цифровой компетентности;

3) построить методическую систему обучения студентов методам математического моделирования в дисциплинах математики, прикладной математики;

4) спланировать интеграцию математических дисциплин и профессиональных с целью освоения студентами способов деятельности по математическому и компьютерному моделированию инженерных процессов в дисциплинах профессионального блока;

5) определить уровни сформированности математической цифровой компетентности в процессе обучения математическому и компьютерному моделированию и средства их диагностирования.

На основании анализа научной литературы, понимания специфики профессиональной деятельности современного инженера и требований к сформированности у него приемов математического и компьютерного моделирования поисковый эксперимент позволил выделить три уровня сформированности математической цифровой компетентности (высокий, средний и низкий).

В соответствии с целью и задачами исследования нами выделены критерии оценки эффективности методической системы обучения математическому моделированию и их показатели (п. 5.1).

Третий, формирующий этап (2016-2021 годы) был направлен на апробацию, уточнение и внедрение разработанной методической системы. На этом этапе внимание сосредоточено на внедрении элементов методической системы обучения студентов – будущих инженеров математическому моделированию. Собраны и проанализированы экспериментальные данные. Особое внимание уделялось формированию профессионально ориентированных компетенций (УК, ОПК, ПК), входящих в систему математической цифровой компетентности будущих инженеров.

На формирующем этапе эксперимента проводилось измерение уровня овладения будущими инженерами математической цифровой компетентностью.

Основная задача этого этапа состояла в определении эффективности авторской методической системы обучения студентов математическому моделированию в контексте цифровизации высшего инженерного образования.

Полученные результаты обрабатывались статистически, на их основе осуществлялась корректировка основных положений исследования. После получения положительных результатов в Горловском автомобильно-дорожном институте проводился частично эксперимент с привлечением студентов Донецкого национального университета, Донецкого национального технического университета, некоторые материалы, разработанные автором, апробировались в Академии гражданской защиты МЧС ДНР.

Таким образом, проведенный эксперимент показал эффективность авторской методической системы обучения математическому моделированию путем сформированности математической цифровой компетентности у студентов экспериментальных групп на более высоком уровне, чем у студентов контрольных групп.

5.3. Анализ результатов педагогического эксперимента

Нами проводился статистический анализ сравнения полученных результатов и показано, что при первом сравнении (до начала педагогического эксперимента) характеристики экспериментальной и контрольной группы совпадают, а при последующих различаются. Сделаны соответствующие выводы на основании аналитических методов планирования эксперимента [3; 64].

До начала и после окончания отдельного этапа эксперимента на основании характеристик о результатах наблюдений над экспериментальной и контрольной группами нами вычислено эмпирическое значение критерия. В нашем случае, исходя из рис. 5.3., мы остановились на критериях Вилкоксона-Манна-Уитни и χ^2.

Эмпирическое значение сравнивается с критическим значением критерия. Если эмпирическое значение критерия оказывается меньше или равно критическому, то мы утверждаем, что характеристики экспериментальной и контрольной групп совпадают с уровнем значимости 0,05.

Иначе, если эмпирическое значение критерия оказывается строго больше критического, мы утверждаем, что достоверность различий характеристик экспериментальной и контрольной групп по выбранному статистическому критерию равна 95%.

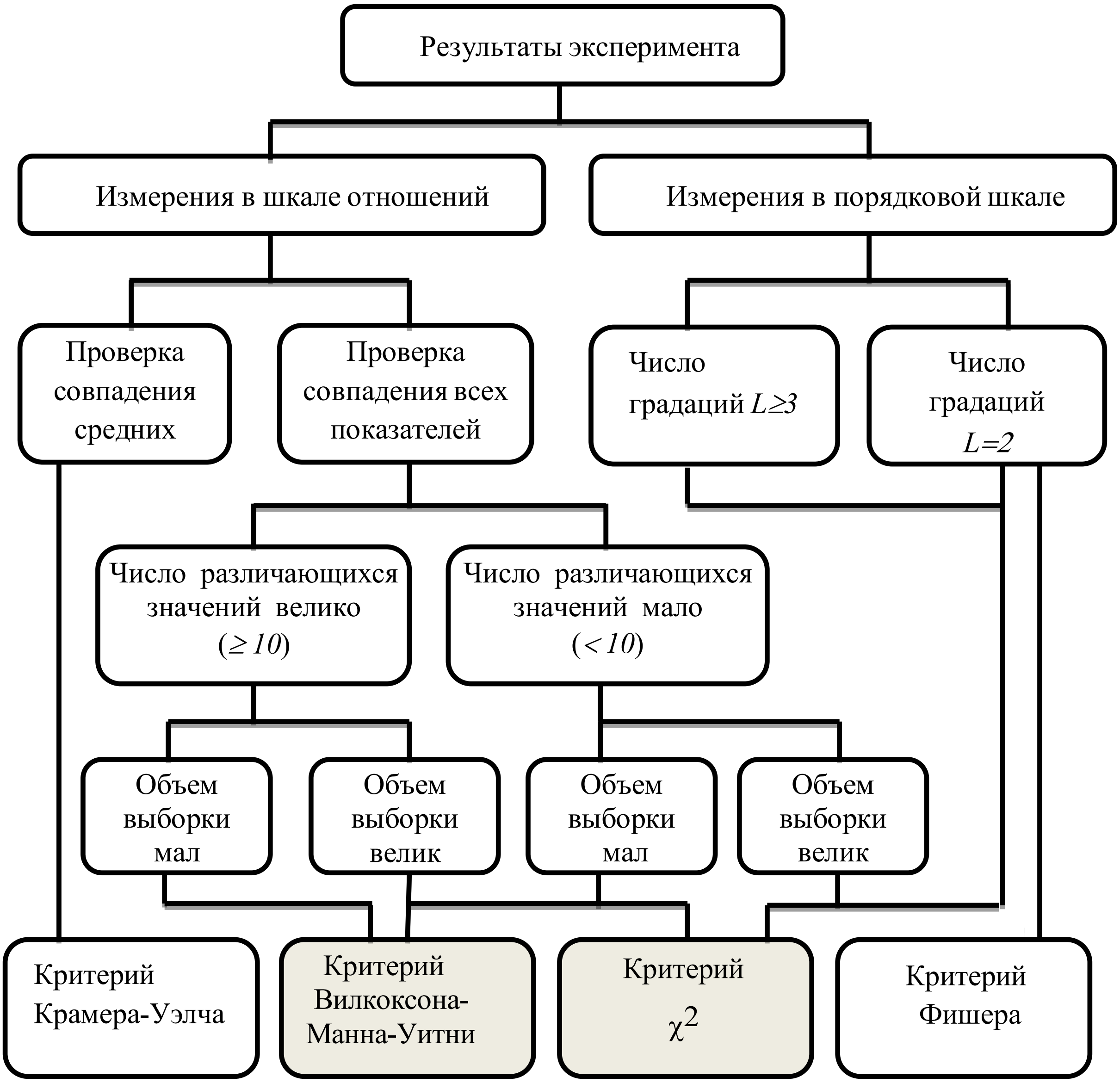


Рисунок 5.3 – Алгоритм выбора статистического критерия

Таким образом, если характеристики экспериментальной и контрольной групп до начала педагогического эксперимента совпадают с уровнем значимости 0.05, а достоверность различий характеристик групп после педагогического эксперимента равна 95%, то мы утверждаем, что применение новой методики обучения приводит к статистически значимым результатам.

В наших исследованиях имеется экспериментальная группа, состоящая из N человек, и контрольная группа, состоящая из M человек, где N и M – целые положительные числа. В результате измерения одного и того же показателя с помощью одной и той же процедуры измерений (см. рис. 5.1.) были получены:

$x = (x_1, x_2, ..., x_N)$ – выборка для группы ЭК;

$y = (y_1, y_2, ..., y_M)$ – выборка для *контрольной* группы КГ,

где x_i – *элемент выборки* – значение исследуемого показателя (*признака*, т.е. свойство или характеристика наблюдаемого объекта)

у i-го члена *ЭГ*, $i = 1, 2, ..., N$;

y_j – *значение исследуемого показателя* у j-го члена *КГ*, $j = 1, 2, ..., M$.

При использовании порядковой шкалы – *шкалы рангов* с L градациями ($L = 3$: «*низкий»*, «*средний»*, «*высокий»*), считаем, что $\{x_i\}$ и $\{y_j\}$ – натуральные числа, принимающие одно из L значений. Для *экспериментальной* группы вектор баллов («вес») есть $n = (n_1, n_2, ..., n_L)$, где n_k – число членов *экспериментальной* группы, получивших k-ый вес, $k = 1, 2, ..., L$. Аналогично, для *контрольной* группы вектор весов есть $m = (m_1, m_2, ..., m_L)$, где m_k – число членов *контрольной* группы, получивших k- ый балл, $k = 1, 2, ..., L$. При этом: $n_1 + n_2 + ... + n_L = N$, $m_1 + m_2 + ... + m_L = M$. Например, в рассматриваемом педагогическом эксперименте ($N = 56$, $M = 54$) выделены три уровня знаний $L = 3$. На I, II и IV этапах эксперимента при переходе от измерений в шкале отношений к измерениям в порядковой шкале были использованы следующие градации:
Весовое значение ≤ 20; $20 <$ *Весовое значение* ≤ 30; $30 <$ *Весовое значение* ≤ 40.

5.3.1. Проверка уровня усвоения математического аппарата для моделирования инженерных процессов. Остановимся на проверке уровня усвоения математического аппарата и сформированных умений применять его при построении математических моделей в дисциплине «Математика».

Методика обучения математике в экспериментальных группах строилась на основе требований, высказанных при разработке методической системы обучения математическому моделированию и описанных в п. 4.2.

В конце изучения курса математики для контрольной и экспериментальной групп проведена итоговая контрольная работа на определение уровня владения *методами математического моделирования.*

Рассмотрим один из вариантов итоговой контрольной работы.

Задача 1. *При проектировании подводного фонаря для дайвинга, инженеры столкнулись с проблемой определения формы зеркала, отражающего все лучи, исходящие из одной точки, так, чтобы после отражения они были параллельны заданному направлению с целью лучшей видимости в мутной воде (рисунок 5.4). Определить форму зеркала.*

Рисунок 5.4 – Освещение подводным фонарем

Задание 1.1. Какими математическими действиями необходимо владеть, чтобы решить данную задачу? (5 баллов)

А. Умножать матрицы. Б. Решать систему линейных алгебраических уравнений. В. Строить нормаль к поверхности. Г. Находить обратную матрицу.

Задача 2. *Для возведения каркасного строения инженерам понадобилась двутавровая балка со смещенной стенкой, для которой требуется рассчитать центр масс. Найти центр масс двутаврового сечения, изображённого на рисунке 5.5.*

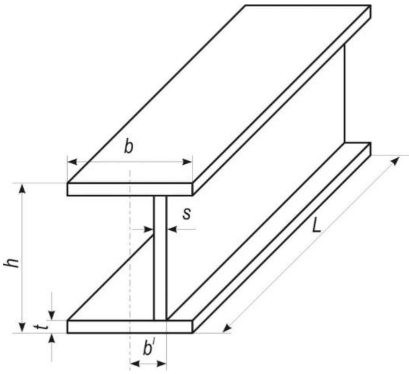


Рисунок 5.5 – Чертеж двутаврового сечения

Задание 2.1. Составить математическую модель к данной задаче, используя схему ориентирования (табл. 1) *(10 баллов).*

Таблица 5.5 – Схема ориентирования для составления математической модели к задаче 2.

Общее ориентирование	
Какие объекты заданы?	1. Геометрическая фигура на плоскости, состоящая из трёх прямоугольников. 2. Числа, характеризующие размеры прямоугольников.
Что необходимо найти, вычислить, построить, исследовать?	Найти центр масс заданной геометрической фигуры.
Какие законы или правила нужно знать?	1. Правило нахождения центра масс параллелограмма. 2. Правило нахождения центра масс плоской фигуры, состоящей из двух прямоугольников. 3. Правило нахождения центра масс плоской фигуры, состоящей из трёх прямоугольников.
Ориентирование на выполнение	
Действия, которые необходимо выполнить	1. Определить и обозначить математические объекты. 2. Построить рисунок и выбрать систему координат. 3. Определить законы, связывающие введенные математические объекты. 4. Определить, каким условиям удовлетворяют введенные математические объекты. 5. Определить, что нужно найти в задаче. 6. Сформулировать математическую задачу.

Задача 3. *Материальная точка массой m=22 погружается в жидкость (рисунок 5.6), сила сопротивления которой пропорциональна скорости погружения с коэффициентом пропорциональности к=0,002 кг/с. Найти скорость точки через 1с после начала погружения, если в начальный момент она была равна нулю. (15 баллов).*

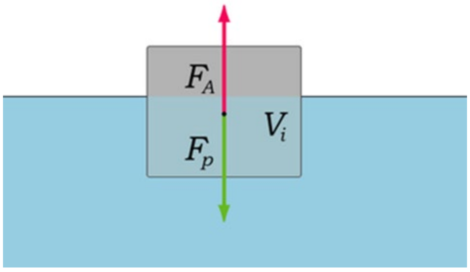


Рисунок 5.6 – Схематический чертёж к задаче 3

Задание 3.1. Составить математическую модель к данной задаче в виде дифференциального уравнения.

***Задача 4.** Для создания ребер жесткости модуля (рисунок 5.7) понтонной переправы военным инженерам требуется знать давление воды при максимальной загруженности понтона на боковую поверхность, имеющую вид трапеции с основаниями 7 и 5 метров и высотой 2 метра. Найти давление воды на боковую поверхность, имеющую форму трапеции, при максимальной загрузки понтона.*

***4.1. Решить задачу** (20 баллов).*

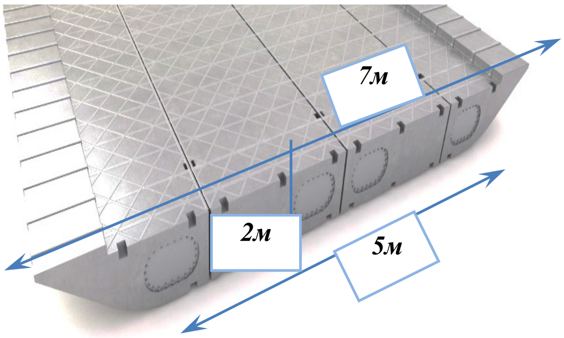


Рисунок 5.7 – Модуль понтонной переправы

Преобразование результатов итоговой контрольной работы из шкалы отношений в порядковую шкалу приведено в таблице 5.5.

Таблица 5.5 – Результаты распределения студентов групп ЭГ и КГ по уровням учебных достижений по математике до и после изучения дисциплины

Уровни учебных достижений студентов по математике	***Кол-во студентов КГ, распределенных по уровням учебных достижений в начале эксперимента***	***Кол-во студентов ЭГ, распределенных по уровням учебных достижений в начале эксперимента***	***Кол-во студентов КГ, распределенных по уровням учебных достижений после окончания эксперимента***	***Кол-во студентов ЭГ, распределенных по уровням учебных достижений после окончания эксперимента***
Низкий	36	35	36	24
Средний	12	14	10	18
Высокий	6	7	8	14
Сумма	54	56	54	56

Визуализация результатов этой работы в процентном соотношении приведена на рисунке 5.8.

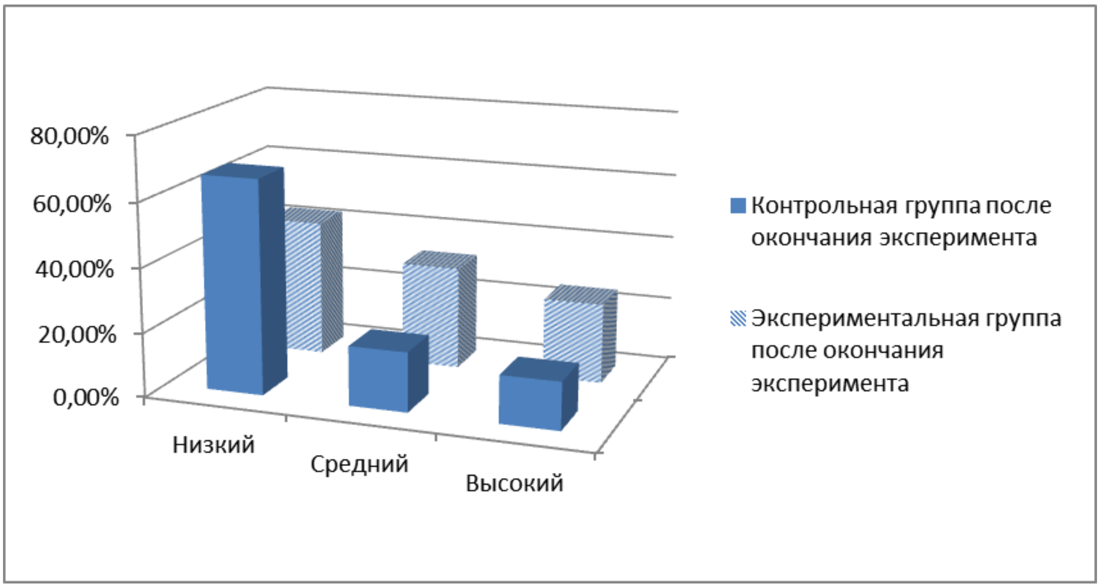


Рисунок 5.8 – Результаты выполнения итоговой контрольной работы по математике в КГ и ЭГ (уровень учебных достижений студентов, %)

Результаты итоговой контрольной работы на определение уровня учебных достижений по математике и владения *методами математического моделирования* представлены в Приложении Е.

Экспериментальная группа (ЭГ) обучалась по разработанной нами методике, контрольная (КГ) – по традиционной.

Применим критерий Вилкоксона-Манна-Уитни, который состоит в следующем: $\{x_i\}$, $i = 1...N$, $\{y_j\}$, $j=1...M$ и для каждого элемента первой выборки x_i, $i = 1...N$ определим число a_i элементов второй выборки, которые превосходят его по своему значению, то есть число таких y_j, что $y_j > x_i$, а также число b_i элементов второй выборки, которые по своему значению равны ему, то есть число таких y_j, что $y_j = x_i$.

Вычислив сумму

$$U = a_1 + a_2 + ... + a_N + \frac{1}{2}(b_1 + b_2 + ... + b_N) = \sum_{i=1}^{N} a_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} b_i$$

по всем N членам первой выборки, получим *эмпирическое значение критерия Манна-Уитни*.

Определим *эмпирическое значение критерия Вилкоксона-Манна-Уитни*:

$$W_{эмп} = \frac{\left| \frac{N \cdot M}{2} - U \right|}{\sqrt{\frac{N \cdot M \cdot (N + M + 1)}{12}}}.$$

Далее применим алгоритм определения достоверности совпадений и различий для экспериментальных данных, измеренных в шкале отношений, с помощью критерия Вилкоксона-Манна-Уитни:

1. Вычислим для сравниваемых выборок $W_{эмп}$ – эмпирическое значение критерия Вилкоксона-Манна-Уитни.

2. Сравним это значение с критическим значением $W_{0.05}$ = 1,96.

Если $W_{эмп} \leq$ 1,96, то делаем вывод: характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05.

Если $W_{эмп}$ > 1,96, то делаем вывод: достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95%.

В нашем случае, для нулевой контрольной работы мы получили: $W_{эмп} = 0,61884 < 1,96$, значит на основании критерия *Вилкоксона-Манна-Уитни* (Приложение Д) можно утверждать, что до начала эксперимента разница между группами ЭГ и КГ статистически не значима (сравнение начального состояния проводилось по результатам нулевой контрольной работы).

Вычислив $W_{эмп} = 3,010494 > 1,96$ для ЭГ и КГ в конце изучения математики (результаты итоговой контрольной работы), можно утверждать, что достоверность различий характеристик данного этапа составляет 95%, между группами ЭГ и КГ (Приложение Ж).

В конце изучения студентами математики для контрольной и экспериментальной групп нами был предложен *тест-опросник определения уровня сформированности внутренней мотивации к изучению математики студентов инженерных направлений подготовки по методике Т.Д. Дубовицкой* (Приложение И).

Опросник состоит из суждений, для ответа на которые необходимо выбрать один из вариантов ответов: «*верно*», «*пожалуй, верно*», «*пожалуй, неверно*», «*неверно*». При обработке результатов представленные испытуемыми ответы объединяются в две категории. Положительные ответы: «верно», «пожалуй, верно». Отрицательные: «пожалуй, неверно», «неверно». Подсчет показателей опросника производится в соответствии с ключами к тесту: 0-5 – низкий уровень мотивации; 6-14 баллов – средний уровень мотивации; 15-20 баллов – высокий уровень мотивации.

При этом если было набрано менее 11 баллов, то у студента преобладают *внешние мотивы* к изучению математики, в противном случае у студента преобладают *внутренние*, не зависящие от внешних обстоятельств (удовольствие от самого процесса изучения математики или *удовлетворённость результатами своего труда*). Результаты тест-опросника приведены в таблице 5.6.

Таблица 5.6 – Распределение студентов по уровню сформированности внутренней мотивации

Уровни	***Баллы***	***%***
Экспериментальная группа		
Высокий	15-20	22
Средний	6-14	67
Низкий	0-5	11
Контрольная группа		
Высокий	15-20	16
Средний	6-14	61
Низкий	0-5	23

Из таблицы 5.6 видно, что в экспериментальной группе процент студентов с высоким и средним уровнями учебной мотивации значительно выше по сравнению с контрольной группой. Таким образом, полученные результаты эксперимента, связанного с изучением студентами технических направлений подготовки дисциплины «Математика» по авторской методике, показали, что такая методика эффективна, студенты знакомятся с методами математического моделирования, понимают важность овладения математическим аппаратом для решения профессиональных задач, учатся строить математические модели и приобретают цифровые навыки, необходимые для решения заданий, связанных с моделированием инженерных процессов.

5.3.2. Проверка уровня сформированности компонентов математической цифровой компетентности в дисциплине «Прикладная математика». Данный этап педагогического эксперимента был направлен на апробацию, уточнение и внедрение разработанной методики обучения математическому моделированию студентов в контексте цифровизации образования в дисциплину «Прикладная математика» (п.п. 4.3–4.6). При этом, в экспериментальных группах в процессе организации учебной деятельности студентов по прикладной математике использовались интерактивные методы цифровой дидактики (эвристические методы, игровые, методы проблемного обучения), традиционные организационные формы обучения прикладной математике совмещались с гибридной и смешанной формами обучения, в процесс обучения математическому и компьютерному моделированию были введены виртуальные лабораторные работы, средствами которых стал виртуальный лабораторный комплекс, описанный в п. 2.3.

В конце изучения дисциплины «Прикладная математика» нами в группах ЭГ и КГ проведена контрольная работа на определение уровня владения *математическими и цифровыми компетенциями*.

Задачи для контрольной работы подобраны из авторского учебного пособия для студентов образовательных учреждений высшего профессионального образования «*Прикладные аспекты математики*» [176].

Например, одним из вариантов работы были следующие задания.

Задача 1. Компания «Росгаз» планирует создание инфраструктуры для реализации сжиженного газа пропан-бутан. Проект предусматривает размещение на площади $18 \cdot 10^3$ м^2. наземных моноблочных автомобильно - газозаправочных станций (АГЗС) (стационарных заправщиков газом) двух видов – АГЗС5 и

АГЗС10. Каждая АГЗС5 занимает площадь $1\cdot10^3$ м^2, АГЗС10 – $3\cdot10^3$ м^2. Потребляемая мощность АГЗС5 – 2 кВт / час, АГЗС10 – 1 кВт / час. Согласно правилам техники безопасности подвода электрических сетей, суммарная потребляемая мощность всех АГЗС должна не превышать 16 кВт / час. Производительность АГЗС5 составляет $2\cdot10^2$ (заправок в сутки), АГЗС10 – $3\cdot10^2$ (заправок в сутки). Какое количество АГЗС каждого вида необходимо установить, чтобы их общая производительность была максимальной. Учесть ограничения, установленные экологической службой: на площади $18\cdot10^3$ м^2 можно разместить не более 5 АГЗС10 и не более 7 АГЗС5.

Задача 2. Официальный дилер автомобилей марки «Газель» планирует деятельность автосалона и авторизованного автосервиса на 5 лет. В развитие бизнеса планируется вложить 1млн. руб. Эксперты компании установили, что средства, вложенные в развитие автосалона в начале года, дают в конце года прибыль 60 % и возвращаются в размере 30 %. Для авторизованного автосервиса эти показатели составляют 40 % и 20 %, соответственно. Нужно распределить 1млн. руб. между автосалоном и автосервисом на 5 лет, чтобы суммарная прибыль от их деятельности была максимальной при условии, что в конце года все возвращенные средства перераспределяются между автосалоном и автосервисом, новые средства не поступают, прибыль в деятельность автосалона и авторизованного автосервиса не вкладывается.

Задача 3. Транспортной компании необходимо распределить 5 машин специализированной техники из автопарка на 5 работ с заданной матрицей назначений, в которую внесены данные о производительности каждой машины на каждой работе. Необходимо так распределить машины для выполнения работ, чтобы их общая производительность была максимальной.

	1	2	3	4	5
1	5	10	24	36	45
2	8	18	28	30	48
3	12	20	31	25	42
4	3	9	22	35	46

5	10	10	14	32	48

Задача 4. Решить игру с заданной платежной матрицей:

5	2	6	4
2	3	1	3

Задача 5. Для модернизации и установки нового оборудования бензозаправочной станции были получены следующие статистические данные: в среднем на станцию в течение условного интервала времени τ подъезжает 8 машин для заправки бензином АИ-95. От одной колонки нового образца в течение времени τ могут заправиться 3 автомобиля. Необходимо определить оптимальное количество колонок нового образца, которые необходимо установить. Критерием оптимальности считать выполнение с помощью бензоколонок нового образца в среднем 95 заявок на заправку из каждых 100 заявок.

При выполнении заданий контрольной работы студенты использовали авторский программный продукт «А*втоматизированное рабочее место* "Преподаватель – студент”» (Приложение А).

Результаты выполненной контрольной работы по прикладной математике представлены в Приложении К. На данном этапе эксперимента, с максимальным баллом равным 20, при переходе от измерений в шкале отношений к измерениям в порядковой шкале были использованы следующие градации: *весовое значение* $\leq$ 5; 5< *весовое значение* $\leq$ 14; 14 < *весовое значение* $\leq$ 20 (таблица 5.7).

Результаты контрольной работы по прикладной математике из шкалы отношений в порядковую шкалу приведены в таблице 5.7, а визуализация результатов этой работы в процентном отношении приведена на рисунке 5.9.

При выполнении контрольной работы проверялся уровень учебных достижений студентов по прикладной математике, который соответствует приобретенным студентами математическим компетенциям: математического мышления; математического рассуждения; математического обобщения; символизации и формализации; коммуникативная компетенция; инструментальная компетенция; компетенция моделирования и др.

Таблица 5.7 – Распределение студентов по уровням учебных достижений в группах ЭГ и КГ после выполнения контрольной работы по прикладной математике

Уровни учебных достижений студентов по прикладной математике	***Кол-во студентов ЭГ, распределенных по уровням учебных достижений по прикладной математике***	***Кол-во студентов КГ, распределенных по уровням учебных достижений по прикладной математике***
Низкий	8	5
Средний	31	22
Высокий	15	29
Сумма	54	56

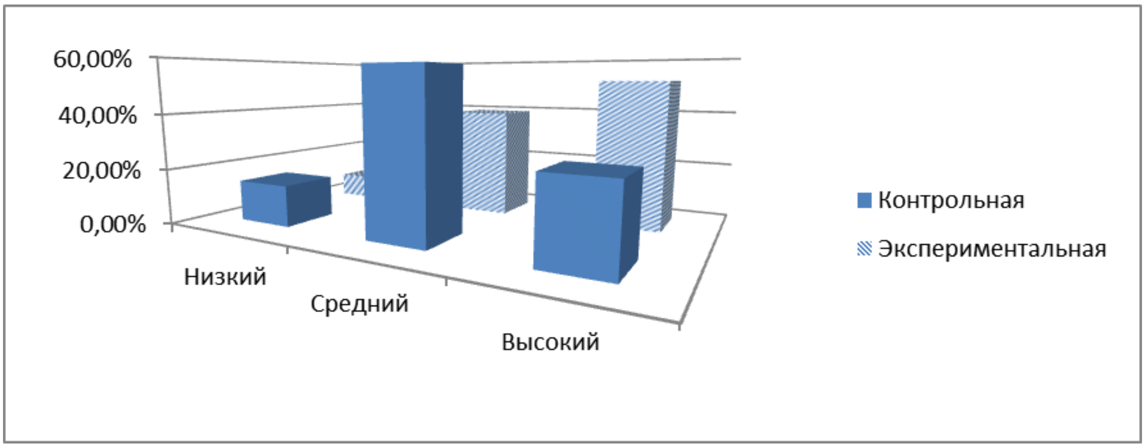


Рисунок 5.9 – Результаты выполнения итоговой контрольной работы по прикладной математике в КГ и ЭГ (уровень учебных достижений студентов, %)

Кроме того, выполняя контрольную работу, студенты должны были владеть следующими цифровыми компетенциями: использовать различные цифровые средства; получать информацию с использованием цифровых средств с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; передавать информацию с использованием цифровых средств; проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих информационных данных; способность генерировать новые идеи для решения задач цифровой инженерии (экономики), абстрагироваться от стандартных моделей: перестраивать сложившиеся способы решения задач, выдвигать альтернативные варианты действий с целью выработки новых оптимальных алгоритмов и др.

Обработку результатов данного этапа эксперимента проводим с помощью критерия однородности χ^2, когда используется порядковая шкала с *L* различными баллами.

Характеристикой группы будет число ее членов, набравших тот или иной балл. Для *экспериментальной* группы вектор баллов: $n = (n_1, n_2, ..., n_L)$, где n_k – число членов ЭГ, получивших *k* балл, $k = 1, 2, ..., L$. Для *контрольной* группы вектор баллов: $m = (m_1, m_2, ..., m_L)$, где m_k – число членов КГ, получивших *k* балл, $k = 1, 2, ..., L$.

В нашем случае $L = 3$: «*низкий*», «*средний*», «*высокий*» уровень учебных достижений по прикладной математике.

$$\chi^2_{эмп} = N \cdot M \cdot \sum_{i=1}^{L} \frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2}{n_i + m_i}$$

Критические значения $\chi^2_{0,05}$ критерия χ^2 для уровня значимости 0,05 приведены в таблице 5.8.

Таблица 5.8 – Критические значения критерия χ^2 для уровня значимости α = 0.05

***L*–1**	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\chi^2_{0,05}$	3,84	**<u>5,99</u>**	7,82	9,49	11,07	12,59	14,07	15,52	16,92

Применим алгоритм определения достоверности совпадений и различий для экспериментальных данных, измеренных в *порядковой шкале*:

1) вычислим для сравниваемых выборок $\chi^2_{эмп}$;

2) сравним это значение с критическим значением $\chi^2_{0,05}$, взятым из таблицы 5.3. Если $\chi^2_{эмп} \leq \chi^2_{0,05}$, то сделаем вывод: характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05. Если $\chi^2_{эмп} > \chi^2_{0,05}$, то сделаем вывод: достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95%.

Для данного этапа эксперимента мы получили (Приложение Л):

$\chi^2_{эмп} = 6,64 > 5,99$, значит *достоверность различий характеристик сравниваемых выборок, а именно экспериментальной и контрольной групп составляет 95%.*

На основании критерия χ^2 в конце данного этапа эксперимента делаем вывод, что достоверность различий характеристик экспериментальной и контрольной групп после окончания 3-го этапа эксперимента *статистически значима*.

В конце данного этапа педагогического эксперимента для контрольной и экспериментальной групп, нами была предложена *анкета на выявление отношения студентов инженерных направлений подготовки к необходимости изучения математического моделирования, для использования его в будущей профессиональной деятельности* (Приложение М). Студенты группы ЭГ отвечали более осознано.

Например, на вопрос «*Выразите Ваше отношение относительно необходимости изучения математического моделирования будущему инженеру» 56% студентов ЭГ ответили: «*Я с удовлетворением изучаю прикладную математику и метематическое моделирование, потому что это необходимо мне для будущей инженерной деятельности».

На вопрос: «*Нужно ли, с вашей точки зрения, владение методами математического моделирования будущему инженеру?» 72% студентов группы ЭГ дали положительный ответ, студенты группы КГ в основном (65%) дали следующий ответ: «*Нет, т.к. существуют современные компьютерные программы позволяющие моделировать сложные системы».

На вопрос «*Является ли достаточным уровень Ваших знаний и умений по математическому моделированию для создания профессиональных моделей?»* все респонденты, обучающиеся в КГ и ЭГ, дали примерно одинаковые ответы: «Скорее нет, чем да» – ответили студенты группы КГ; «Скорее да, чем нет» – ответы студентов группы ЭГ. Данные ответы позволяют судить о понимании того, что подход к обучению математическому моделированию должен быть комплексным, на примере одной дисциплины невозможно качественно сформировать представления о математических моделях и научиться их решать.

На вопрос анкеты «*Знаете ли Вы, как создаются математические модели технических объектов, явлений и процессов?»* большинство студентов обеих групп ответили отрицательно. Такой ответ говорит о том, что необходимо, понимая важность изучения методов математического моделирования, задействовать не только прикладную математику, но и разнообразные профессиональные дисциплины для раскрытия сути моделирования, на примерах инженерных процессов знакомиться с виртуальными моделями, использовать в процессе научных исследования в выпускных квалификационных работах математическое и компьютерное моделирование.

«Можно ли применять компьютер при решении задач с использованием математического моделирования?» – однозначный положительный ответ был получен от студентов группы ЭГ, так как и при изучении математики, и при изучении прикладной математики на интегрированных и виртуальных лабораторных работах все они строили модели на основе компьютерных экспериментов.

Таким образом, анкетирование студентов на выявление их отношения к необходимости изучения математического моделирования для использования его в будущей профессиональной деятельности показал, что эффект изменений обусловлен именно *применением экспериментальной методики обучения.*

В процессе данного этапа эксперимента большинство студентов, обучающихся *прикладной математике* по экспериментальной методике по сравнению со студентами контрольной группы:

− широко применяли приемы математического моделирования;

− успешно использовали математический аппарат в инженерных задачах;

− пользовались пакетами прикладных программ, благодаря чему подошли к проблеме с разных сторон;

− предлагали интересные интерпретации обоснования значимости полученных результатов в инженерных направлениях;

− пытались найти наиболее рациональное решение.

Таким образом, был сделан вывод о том, что эффективность методической системы обучения математическому моделированию студентов инженерных направлений подготовки подтверждена по математически-цифровому критерию.

5.3.3. Диагностика уровня овладения методами математического и цифрового моделирования в дисциплинах профессионального блока. *Последний этап* педагогического эксперимента был направлен на апробацию, уточнение и внедрение разработанной методики обучения *математическому моделированию* в дисциплины профессионального блока, а так же при выполнении студентами самостоятельной работы, как в рамках дисциплин, так и участвуя в научно-исследователтской работе (разработки проектов и творческой самостоятельной работы).

Экспериментальное обучение было организовано у бакалавров Горловского автодорожного института направления подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов (профиль: Организация безопасности движения, профиль: Организация перевозок и управление на автомобильном транспорте), а так же магистров направления подготовки 23.04.01 Технология транспортных процессов (магистерские программы: Организация безопасности движения, Организация перевозок и управление на автомобильном транспорте) преподавателями кафедры «Транспортные технологии». В работе со студентами при организации учебного процесса по профессиональным дисциплинам преподавателями обращалось внимание на:

– систематическое использование ИКТ при решении профессионально-ориентированных задач;

– дополнение системы традиционных методов обучения интерактивными методами и средствами обучения, разработанными на основе цифровых, проектных, эвристических технологий (особенно при проектировании и внедрении виртуальных лабораторных работ);

– внедрение элементов математического моделирования при проведении практических, лекционных занятий, а так же творческих самостоятельных работ;

– использование на практических занятиях наряду с традиционными средствами обучения информационно-коммуникационных технологий (по численным методам, методам многомерного статистического анализа, разработки проектов в области транспорта) с использованием программных средств Mathcad, AnyLogic, которые обеспечивают управление и коррекцию цифровизации образования;

– выявление уровней сформированности профессиональных и цифровых компетенций будущих инженеров.

Для оценки эффективности методической системы *обучения математическому моделированию* студентов в контексте цифровизации высшего инженерного образования была подготовлена и проведена *комплексная творческая работа* в магистратуре в рамках дисциплины «Аналитические и численные методы в планировании эксперимента и инженерном анализе».

При разработке вариантов комплексной творческой работы учитывались междисциплинарные связи дисциплин профессионального блока, представленные в структурно-логической схеме подготовки бакалавров и магистров инженерных направлений в автомобильно-дорожном институте, а так же знания и сформированные умения по математике, прикладной математике, математическому моделированию, элементам оптимизации, численным методам и методам статистических исследований, которые приобретались студентами в процессе изучения дисциплин: «Вычислительная техника в сети и отрасли», «Основы логистики», «Моделирование транспортных процессов», «Системы автоматизации на автомобильном транспорте», «Компьютерная техника в науке, производстве и образовании», «Аналитические и численные методы в планировании экспериментов и инженерном анализе». Все перечисленные дисциплины входили в систему обучения математическому и компьютерному моделированию студентов на основе цифровизации высшего образования, что отражено в структурно-логических схемах подготовки студентов инженерных направлений (Приложение Н, Приложение П).

Цель комплексной творческой работы: проверить у студентов магистратуры освоенность способов деятельности по математическому и компьютерному моделированию инженерных процессов, изученных в дисциплинах профессионального блока.

Каждому студенту необходимо было выполнить три творческих проекта.

Творческий проект 1. Решение трансцендентных уравнений *(1-10 баллов).*

Творческий проект 2. Система массового обслуживания *(1-15 баллов).*

Творческий проект 3. Планирование эксперимента в инженерных задачах *(1-15 баллов).*

Каждый проект должен был включать:

а) математическую модель с пояснениями;

б) аналог цифровой модели с использованием прикладных программ;

в) тестирование результатов исследования полученной цифровой модели.

Максимальное количество баллов, которое может получить студент – 40.

При оценивании проектов рассматривались следующие показатели: творческая самостоятельность студента по математическому и компьютерному моделированию; умение решать математическую модель и обосновывать ее; на основе математической строить цифровую модель с использованием прикладных программ; овладение способами тестирования полученной цифровой модели.

Данные показатели отражают сформированные у будущего инженера маематические и цифровые компетенции, которые и были диагностированы у выпускников инженерных направлений подготовки.

Преобразование результатов *комплексной творческой работы* из шкалы отношений в порядковую шкалу приведено в таблице 5.9, а визуализация результата приведена на рисунке 5.10.

Таблица 5.9 – Распределение студентов по уровням сформированности математических и цифровых компетенций в группах ЭГ и КГ после выполнения комплексной творческой работы

Уровни овладения математическими и цифровыми компетенциями в профессиональных дисциплинах	***Кол-во студентов ЭГ, распределенных по уровням овладения математическими и цифровыми компетенциями в профессиональных дисциплинах***	***Кол-во студентов КГ, распределенных по уровням овладения математическими и цифровыми компетенциями в профессиональных дисциплинах***
Низкий	40	27
Средний	8	18
Высокий	6	11

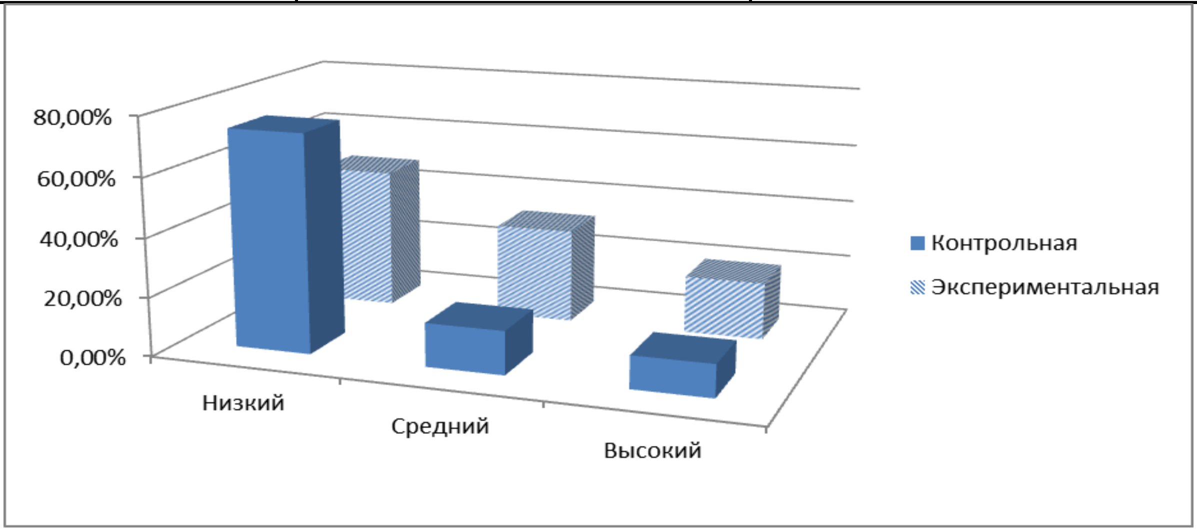


Рисунок 5.10 – Результаты выполнения комплексной творческой работы по итогам изучения профессиональных дисциплин в КГ и ЭГ (уровень овладения математическими и цифровыми компетенциями, %)

Результаты работы представлены в Приложении Р, обработка полученных результатов эксперимента осуществлялась с применением статистического критерия χ^2 (Приложение С).

Нами было получено: $\chi^2_{эмп} = 7,81 > 5,99$, значит *достоверность различий характеристик сравниваемых выборок, а именно экспериментальной и контрольной групп составляет 95%.* На основании критерия χ^2 можно сделать вывод, что достоверность различий характеристик экспериментальной и контрольной групп *статистически значима*.

Кроме того, была проведена *диагностика самооценки уровня овладения методами математического и компьютерного моделирования выпускниками технических университетов* (вопросник составлен работодателями – руководителями предприятий ДНР).

Для выпускников, участвующих в педагогическом эксперименте, проработавших некоторое время, были заданы вопросы следующего характера.

1. Умеете ли Вы разрабатывать математические модели в инженерии?

а) да умею;

б) да умею, но испытываю определенные затруднения в методах математического моделирования;

в) да умею, но мне необходимо проработать много литературы;

г) нет, самостоятельно еще не умею.

2. Умеете ли Вы использовать ИКТ в процессе моделирования инженерных задач?

а) да умею;

б) да умею, однако буду использовать разработанные аналоги и опубликованные в сети интернет;

в) да умею, однако буду использовать техническую литературу;

г) нет, такие умения у меня не сформированы.

3. *Умеете ли Вы самостоятельно подобрать один из методов прикладной математики для реализации предложенной инженерной задачи?*

а) да, умею делать это самостоятельно;

б) да, умею, но мне нужно проработать необходимую литературу;

в) да, умею, но мне необходима консультация эксперта по этим вопросам;

г) нет, самостоятельно ещё не умею.

4. *Умеете ли Вы самостоятельно подобрать один из численных методов, необходимых для реализации метода математического моделирования?*

а) да, умею;

б) да, умею, но реализацию самого численного решения возложу на один из доступных мне пакетов прикладных программ;

в) да, умею, но мне необходима консультация эксперта по численным методам прикладной математики;

г) нет, такие умения у меня пока не сформированы.

5. *Умеете ли Вы самостоятельно провести планирование эксперимента для подтверждения выполненной работы по математическому моделированию инженерных процессов?*

а) да, умею;

б) да, умею, однако мне нужно проработать техническую литературу в планировании эксперимента и инженерном анализе;

в) да, умею, но мне необходима консультация эксперта по этим вопросам;

г) не умею.

6. *Умеете ли Вы самостоятельно провести планирование эксперимента для подтверждения выполненной работы по математическому моделированию инженерных процессов с использованием цифрового моделирования, основанного на программах симуляторах?*

а) да, умею;

б) да, умею, однако мне нужно проработать техническую литературу по цифровизации эксперимента;

в) да, умею, но мне необходима консультация эксперта по этим вопросам;

г) мне незнаком термин «симуляция».

7. *Умеете ли Вы самостоятельно подобрать параметры математической модели для тестирования виртуальных процессов?*

а) да, умею;

б) я попытаюсь автоматизировать математическую модель на доступном мне программном средстве, с последующим динамическим изменением текущих параметров;

в) я попытаюсь найти типовой аналог в производственных библиотеках с возможностью дальнейшей модернизации;

г) мне незнаком термин «виртуальный процесс».

8. *Умеете ли Вы системно и последовательно использовать полученные результаты математического моделирования с целью получения эффективности производственных процессов в инженерном направлении?*

а) да, умею;

б) да, умею, однако мне нужно проработать литературу по системному анализу, исследованию операций и методах оптимизации;

в) да, умею, однако мне необходима консультация эксперта;

г) процесс получения эффективности управляемого мероприятия относится к прерогативе экономических исследований и бухгалтерии предприятия.

9. *Умеете ли Вы самостоятельно и творчески подобрать технические задания в инженерии с целью проверки результатов (адекватности) математической модели?*

а) да, умею;

б) да, умею, однако мне нужно проработать литературу по методам обработки статистических данных;

в) да, умею, однако мне необходима консультация эксперта;

г) не умею.

10. *Умеете ли Вы пользоваться методами цифрового моделирования для реализации инженерных задач?*

а) да, умею;

б) да, умею, однако мне нужно проработать литературу по отдельно взятому комплексу предоставленных прикладных программ;

в) да, умею, однако мне необходима консультация эксперта в вопросах информационно-коммуникационных технологий;

г) считаю, что аналитических выводов математического моделирования вполне достаточно для принятия решений в инженерии.

Результаты показали, что студенты, обучающиеся по экспериментальной методике обучения математическому моделированию, более уверенны в выборе своей будущей профессиональной деятельности, они считают, что для реализации инженерных задач у них достаточно сформирована математическая цифровая компетентность, они смогут самостоятельно проработать необходимую литератуту, связанную с необходимостью решения технической проблемы, такая работа им привлекательна, что подтверждает успех экспериментального обучения студентов математическому и компьютерному моделированию по практико-деятельностному и ценностно-ориентационному критериям. Были получены данные о распределении студентов в КГ и ЭГ по трем уровням (высокому, среднему и низкому) критериев эффективности методической системы обучения студентов методам математического моделирования: ценностно-ориентированному (ЦО), математически-цифровому (МЦ), практико-деятельному (ПД) (таблица 5.1).

Кроме того, нами получены средние (в долях от единицы) значения показателей критериев эффективности методической системы в КГ и ЭГ по уровням (высокому – В, среднему – С, низкому – Н) в начале и в конце обучения, для всех участников эксперимента (данные приведены в таблице 5.10).

Для обработки полученных результатов мы использовали один из критериев Фишера, так называемое угловое преобразование, поэтому далее под критерием Фишера будем понимать *угловое преобразование Фишера*. Для этого взята дихотомическая шкала, т.е. порядковая шкала с двумя различными упорядоченными баллами: высокий / низкий, справился с заданием / не справился, прошел тест / не прошел и т.д. Эмпирическое значение $\varphi_{эмп}$ вычисляется по следующей формуле:

$$\varphi_{эмп} = \left|2\cdot\arcsin(\sqrt{p}) - 2\cdot\arcsin(\sqrt{q})\right|\cdot\sqrt{\frac{M\cdot N}{M+N}}$$

Критическое значение $\varphi_{0.05}$ критерия Фишера для уровня значимости 0,05 равно 1,64.

Таблица 5.10 – Средние значения показателей критериев (в долях от единицы)

Кол-во испытуемых	***Группа***	***Срез в начале подготовки***				***Группа***	***Срез в конце подготовки***			
		Критерии			***Средние по критериям***		***Критерии***			***Средние по критериям***
		ЦО	**МЦ**	**ПД**			**ЦО**	**МЦ**	**ПД**	
403	КГ	0,46	0,38	0,28	*0,373*	КГ	0,5	0,41	0,31	*0,407*
409	ЭГ	0,44	0,39	0,31	*0,380*	ЭГ	0,57	0,56	0,43	*0,520*
	$\varphi_{эмп}$	0,57	0,29	0,94		$\varphi_{эмп}$	2,00	4,29	3,55	

Алгоритм определения достоверности совпадений и различий для экспериментальных данных, измеренных в дихотомической шкале, заключается в следующем: 1) вычислить для сравниваемых выборок $\varphi_{эмп}$ – эмпирическое значение критерия Фишера; 2) сравнить это значение с критическим значением $\varphi_{0.05} = 1{,}64$: если $\varphi_{эмп} \leq 1{,}64$, то сделать вывод: характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05; если $\varphi_{эмп} > 1{,}64$, то сделать вывод: достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95%.

Исходя из таблицы 5,10, мы видим, что для всех критериев эффективности методической системы обучения студентов математическому моделированию в начале подготовки эмпирическое значение критерия Фишера $\varphi_{эмп} \leq 1{,}64$ $(0{,}57 \leq 1{,}64;\ 0{,}29 \leq 1{,}64;\ 0{,}94 \leq 1{,}64)$, а в конце подготовки $\varphi_{эмп} > 1{,}64$ $(2{,}00 > 1{,}64;\ 4{,}29 > 1{,}64;\ 3{,}55 > 1{,}64)$. Следовательно, в начале подготовки – характеристики сравниваемых критериев эффективности методической системы обучения студентов математическому моделированию совпадают с уровнем значимости 0,05, а в конце подготовки – достоверность различий характеристик сравниваемых критериев составляет 95%.

В общем, можно указать на увеличение значений показателей критериев эффективности методической системы обучения студентов в экспериментальных группах по сравнению с контрольными. Изменение средних по уровням значений показателей для каждого из критериев в конце эксперимента по сравнению с начальными замерами составило:

- в КГ по ЦО критерию с 0,46 до 0,5 (рост на 8,7 %), по МЦ – с 0,38 до 0,41 (рост на 7,89 %), по ПД критерию с 0,28 до 0,31 (рост на 10,71 %);
- в ЭГ по ЦО критерию с 0,44 до 0,57 (рост на 29,55 %), по МЦ – с 0,39 до 0,56 (рост на 43,59 %), по ПД критерию с 0,31 до 0,43 (рост на 38,71 %).

Наибольший рост среднего по уровням значения показателя в ЭГ по сравненю с КГ наблюдался по МЦ критерию (43,59 %) и по ПД критерию (38,71 %), а наименьшее возрастание зафиксировано по ЦО критерию (29,55%).

Визуализация результатов представленна на рисунке 5.11.

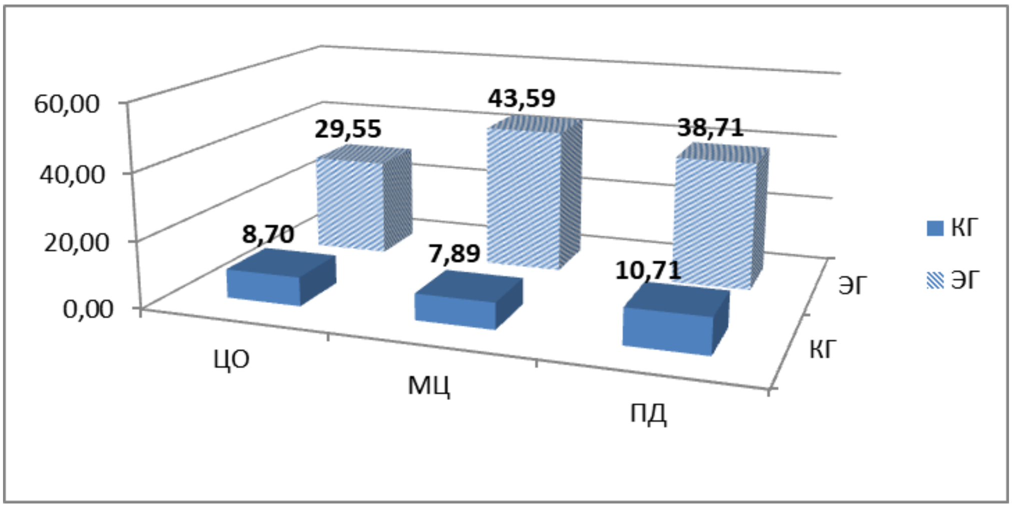


Рисунок 5.11 – Визуализация итоговых результатов исследования по критериям эффективности методической системы обучения математическому моделированию (в %)

Такую ситуацию можно объяснить эффективностью внедрения методической системы обучения математическому моделированию будущих инженеров в контексте цифровизации высшего инженерного образования путем сформированности математической цифровой компетентности у студентов экспериментальных групп на более высоком уровне, чем у студентов контрольных групп.

Таким образом, на основании полученных результатов педагогического эксперимента нами обоснована эффективность построенной методической системы обучения математическому моделированию студентов, в результате которой у будущих инженеров формируется математическая цифровая компетентность, что имеет важное значение для развития в Донецкой Народной Республике новой генерации инженерных кадров.

Выводы к разделу 5

В пятом разделе представлены основные этапы педагогического экспермента, в котором описана методика организации всей экспермиментальной работы по разработанной методической системе обучения студентов математическому моделированию и формированию у будущих инженеров математической цифровой компетентности. При этом установлено и доказано, что:

1) формирование у студентов инженерных направлений подготовки творческого мышления, математического стиля мышления развитие интереса к исследованию математических моделей возможно только в процессе специально созданной системы обучения в высшей технической школе, на основе интеграции математических и профессиональных дисциплин, связанных с математическим и компьютерным моделированием;

2) усвоение студентами фундаментальных математических знаний, необходимых в инженерии для математического описания технических объектов и процессов происходит в рамках обучения математике, построенном на основе освоения студентами действий по математическому моделированю с применением информационно-коммуникационных технологий;

3) особое значение имеет формирование у студентов компетенции по использованию математического аппарата для решения задач в их профессиональной деятельности, в том числе и в компьютерном моделировании;

4) формирование у студентов приемов имитационного моделирования, позволяющих исследовать сложные процессы и явления в реальном времени,

направлены на овладение цифровыми компетенциями по использованию при решении задач пакетов прикладных программ для проведения инженерных расчетов. Они позволяет освоить дисциплины прикладной математики и сформировать у студентов математическую цифровую компетентоность;

5) результаты проведенных экспериментов констатируют, что использование различных методик для диагностики уровня сформированности математической цифровой компетентности и эффективности методической системы обучения студентов методам математического и компьютерного моделирования позволяют выявить развитость у студентов и выпускников математической цифровой компетентности;

6) наиболее действенными средствами обработки результатов данного педагогического эксперимента являются непараметрические методы статистики, которые позволили наиболее вероятностно оценить полученные результаты;

7) созданная методическая система обучения математическому моделированию студентов в условиях цифровизации высшего инженерного образования эфективна, что подтверждается повышением уровня овладения учебными достижениями по математике, по прикладной математике, уровня овладения математическими и цифровыми компетенциями и как следствием повышением уровня развития математической цифровой компетентности будущих инженеров.

Основные результаты пятого раздела опубликованы в работах [37; 141; 150; 264; 383].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе предложено новое направление в теории и методике обучения и воспитания (по областям и уровням образования: математика) – технологический подход к обучению математическому моделированию студентов инженерных направлений подготовки, основанный на интеграции высшей и прикладной математики в контексте цифровизации высшего инженерного образования, формирующий у будущих инженеров математическую цифровую компетентность. Разработана концепция обучения математическому моделированию в условиях цифровизации высшего технического образования и создана методическая система обучения студентов математическому моделированию в контексте цифровой дидактики, реализующая ее. Полученные результаты позволили заключить следующее.

1. Математическое моделирование – это специальный способ приближенного описания какого-либо явления или процесса, который позволяет при его анализе использовать формально-логический аппарат математики. Математическое моделирование является основополагающим компонентом в прикладных исследованиях системной инженерии, основным путем передачи методологии математических наук. Приложения математического моделирования используются во многих аспектах производственного цикла, являясь технологической базой современного инженера. Однако из-за недостаточного владения инженерными работниками методами математического моделирования в условиях цифровизации промышленности возникает проблема поиска современных технологических цифровых подходов к обучению математическому моделированию студентов инженерных направлений подготовки. В связи с этим важной задачей подготовки будущих инженеров является обучение студентов математическому моделированию и формирование у них математической цифровой компетентности.

2. Теоретическим базисом обучения будущих инженеров является концепция обучения математическому моделированию студентов в контексте

цифровизации высшего инженерного образования. Эта концепция строится на основе современных методологических подходов инженерной педагогики, с учетом принципов цифровой дидактики и информационно-образовательной среды вуза.

Цифровая трансформация образовательной деятельности современного технического университета влияет на выбор основных методологических подходов к обучению в высшей школе, на организацию образовательного процесса, связанного с обучением студентов – будущих инженеров математическому моделированию.

3. Для реализации концепции важно создать методическую систему обучения математическому моделированию студентов, которая обеспечит эффективность формирования математической цифровой компетентности для осуществления инновационной инженерной деятельности.

Методическая система разрабатывается исходя из требований к построению такой системы, в нее закладываются требования к целям, содержанию, организационным формам, методам и средствам обучения, с учетом информатизации современного инженерного образования.

Обучение математическому моделированию студентов технических университетов с применением построенной методической системы нацелено на сокращение разрыва между академической математикой и промышленным использованием математики, на расширение интеллектуального кругозора, на овладение математической цифровой компетентностью, а значит, и на повышение потенциальной полезности студентов в будущей профессиональной деятельности.

4. Процесс обучения математическому моделированию будущих инженеров необходимо начинать с профориентационной работы технических вузов через внедрение в систему дополнительного образования школьников математических кружков, направленных на понимание сути математического моделирования на основе ИКТ. Рассматривать такую деятельность необходимо как фактор преемственности системы общего среднего и высшего технического образования.

Усвоение студентами фундаментальных математических знаний, необходимых в инженерии для математического описания технических объектов и процессов, происходит в рамках обучения математике и прикладной математике, построенных на основе освоения студентами действий по математическому моделированию с применением ИКТ, технологий смешанного, гибридного обучения, технологии «перевернутый класс», которые позволяют будущим инженерам активно погружаться в изучаемый материал на основе компьютерного моделирования.

Эффективность обучения математическому и компьютерному моделированию достигается путем включения в образовательный процесс приемов имитационного моделирования, позволяющих исследовать сложные процессы и явления в реальном времени, они направлены на овладение цифровыми компетенциями по использованию при решении задач пакетов прикладных программ для проведения инженерных расчетов, позволяют освоить дисциплины прикладной математики и сформировать у студентов математическую цифровую компетентоность. Такие виртуальные модели должны входить в информационно-образовательную среду технического университета.

5. Виртуальная лаборатория как организационно-техническая система, являющаяся составляющей информационно-образовательной среды инженерного вуза, предназначена для управления процессом обучения математическому моделированию при проведении различных видов учебных занятий по математике, прикладной математике, дисциплинам профессионального блока, реализована в виде человеко-машинного комплекса, основным режимом которого является адаптивный диалог между обучающимися и пакетом прикладных программ.

6. Эффективность методической системы обучения студентов математическому моделированию в контексте цифровизации высшего инженерного образования зависит от уровня усвоения математического аппарата и сформированных умений применять его при построении математических моделей в дисциплине «Математика», уровня сформированности компонентов

математической цифровой компетентности в дисциплине «Прикладная математика», уровня овладения методами математического и компьютерного моделирования в дисциплинах профессионального блока. Опытно-экспериментальная проверка эффективности авторской методической системы обучения математическому моделированию студентов показала свою состоятельность по трем критериям (ценностно-ориентационному, математически-цифровому, практико-деятельностному).

Таким образом, задачи, поставленные в исследовании, полностью выполнены, что подтверждено теоретико-методическим обоснованием и результатами педагогического эксперимента.

Дальнейшего решения требуют вопросы, тесно связанные с проведенным исследованием, в частности: разработка системы обучения математическому и компьютерному моделированию обучающихся среднего профессионального образования; обобщение опыта внедрения методической системы обучения математическому моделированию на основе ИКТ в практику работы магистратуры при подготовке будущего учителя математики и информатики; формирование у преподавателей математики в высшей технической школе методической компетентности по созданию технологий смешанного и гибридного обучения студентов математике и математическому моделированию на основе внедрения ИКТ, что будет обеспечивать развитие цифровизации образования. Развитие заложенных в диссертации идей по обучению студентов методам математического моделирования на основе внедрения системы компьютерного моделирования при изучении математики и прикладной математики можно экстраполировать в плоскость обучения специальным дисциплинам в высшей технической школе, а также в систему обучения математике в школе на основе изучения математических моделей реальных процессов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Абдрахманова, Г. И. Цифровая экономика. 2020: краткий статистический сборник / Г.И. Абдрахманова, К.О. Вишневский, Л.М. Гохберг. – Москва : НИУ ВШЭ, 2020. – 112 с.

2. Аввакумова, И. А. Развитие мыслительных операций обучаемых посредством использования кейс-заданий в курсе математики / И.А. Аввакумова, Н.В. Дударева // Педагогическое образование в России. – 2018. –№8. – С. 6–11.

3. Агаянц, И. М. Азы статистики. Обработка экспериментальных данных / И.М. Агаянц. – Санкт-Петербург : Профессия, 2015. – 614 с.

4. Агиней, Р. В. «Большие вызовы» и региональный технический университет: ценности и действия / Р.В. Агиней, О.И. Беляева // Высшее образование в России. – 2020. – № 2. – С. 105–114.

5. Алексеев, Г. В. Численное экономико-математическое моделирование и оптимизация / Г.В. Алексеев. – Санкт-Петербург : Гиорд, 2014. – 272 с.

6. Алексеенко, А. В. Модель формирования профессиональной компетентности будущих инженеров / А.В. Алексеенко, А.Е. Алексеенко // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2018. – № 3. – С. 112–121.

7. Альтшуллер, Г. С. Творчество как точная наука / Г.С. Альтшуллер. – Москва : Сов. радио, 1979. – 184 с.

8. Антонелене, Э. Н. Преемственность и целостность образовательной сферы / Э.Н. Антонелене. – Текст: электронный // SuperInf.ru : Информационные материалы для студентов. – 2011. – URL: https://superinf.ru/view_helpstud.php?id=954 (дата обращения: 30.08.2020).

9. Антонова, Н. Л. Модель «перевернутого обучения» в системе высшей школы : проблемы и противоречия / Н. Л. Антонова, А. В. Меренков // Интеграция образования. – 2018. – Т. 22, № 2. – С. 237–247.

10. Аронов, А. М. О понятии «математическая компетентность» / А.М. Аронов, О.В. Знаменская // Вестник Московского университета. Серия: Педагогическое образование. – 2010. – № 4 – С. 31–43.

11. Атанов, Г. А. Обучение и искусственный интеллект, или основы современной дидактики высшей школы / Г. А. Атанов, И. Н. Пустынникова; Донецкий открытый университет. – Донецк : Изд-во ДОУ, 2002. – 504 с.

12. Аюпов, В. В. Математическое моделирование технических систем : учебное пособие / В.В. Аюпов; М-во с.-х. РФ, федеральное гос. бюджетное образов. учреждение высшего образования «Пермская гос. с.-х. акад. им. акад. Д.Н. Прянишникова». – Пермь : ИПЦ «Прокростъ», 2017. – 242 с.

13. Баранова, В. А. VR-приложение для образовательного процесса: основные требования к графическому интерфейсу / В.А. Баранова, О.П. Жигалова // Педагогическая информатика. – 2020. – № 3. – С. 59-68.

14. Батова, М. М. Формирование цифровых компетенций в системе «образование – наука – производство» / М.М. Батова // Вопросы инновационной экономики. – 2019. – Том 9. – № 4. – С. 1573-1584.

15. Берестова, С. А. Математическое моделирование в инженерии : учебник / С.А. Берестова, Н.Е. Мисюра, Е.А. Митюшов; науч. ред. Т.А. Рощева. – Екатеринбург : Изд-во Уральского гос. университета, 2018. – 244 с.

16. Беспалько, В. П. Слагаемые педагогической технологии /В.П. Беспалько. – Москва : Педагогика, 1989. – 192 с.

17. Білик, О. С. Педагогічні умови інтеграції методів навчання фахових дисциплин майбутніх будівельників у вищих технічних навчальних закладах : 13.00.04 «Теорія та методика фізичного виховання» : автореф. дис. … канд. наук / Оксана Сергіївна Білик; Вінницький державний педагогічний ун-т імені М. Коцюбинського. – Вінниця, 2009. – 21 с.

18. Блинов, С. М. Обучающая компьютерная программа «Виртуальные лабораторные работы по дисциплине «Теплоснабжение предприятий лесного комплекса» / С.М. Блинов, А.А. Орлов // Информация и образование. – 2020. – № 10. – С. 54-61.

19. Богомолова, Е. В. Интеграция личностно-ориентированного и синергетического подходов как методологическая основа подготовки современного специалиста / Е.В. Богомолова // Гуманизация образования. – 2017. – № 4. – С. 33-38.

20. Болдовская, Т. Е. Методика формирования математической компетентности студента инженерного ВУЗа : цели и перспективы / Т.Е. Болдовская, Т.А. Полякова, Е.А. Рождественская. – Текст: электронный // Концепт : науч.-метод. электрон. журн. – 2016. – № 3 (март). – С. 76–80. – URL: http:// ekoncept.ru/2016/16054.htm (дата обращения: 28.11.2020).

21. Боно де Э. Латеральное мышление / Боно де Э. – Санкт-Петербург : Питер Паблишинг, 1997. – 320 с.

22. Бровка, Н. В. Об интеграции теории и практики в обучении студентов математике / Н.В. Бровка // Математические методы в технике и технологиях : сб. тр. междунар. науч. конф.: (пленарные доклады), (22–25 окт. 2017 г.; Санкт-Петербургский гос. техн. ун-т) / под общ. ред. А.А. Большакова. – Санкт-Петербург : Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – Т. 11. – С. 63–69.

23. Бровка, Н.В. Дидактические особенности преподавания математики в современном вузе / Н.В. Бровка // Ориентации и предприятия в образовании : материалы междунар. научно-практ. конф., (23-25 мая 2017 г., г. Седлице (Польша), Universytet Przyrodnicno-Humanistyzny,). – Седлище, 2017. – Т. 1. – Р. 27–32.

24. Бровка, Н. В. Некоторые аспекты разработки компьютерных средств обучения математике / Н.В. Бровка // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы IV Междунар. науч. конф., (4-5 дек. 2018 г., МПГУ); под. ред. М.В. Егуповой, Л.В. Боженковой. – Калуга : Политоп, 2018. – Т. 2 – С. 135-142.

25. Бровка, Н. В. О моделировании при обучении студентов математике и информатике / Н.В. Бровка // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов: материалы 40-го Междунар. научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, (7-9 окт. 2021 г., Брянский гос. ун-т им. И.Г. Петровского). – Брянск : Изд-во БГУ, 2021. – С. 135–138.

26. Бродер, Р. Переосмысление инженерного образования. Подход CDIO / Р. Бродер, Й. Малмквист, К. Эдстрем, Э. Кроули, С. Остлунд. – Москва : ВШЭ, 2015. – 540 с.

27. Бугров, Я. С. Высшая математика : в 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – Москва : Дрофа, 2004. – Т. 1. – 288 с. Т. 2. – 512 с. Т. 3. – 512 с.

28. Булейко, О. І. Інтеграція знань майбутніх будівельників засобами інформаційних технологій у процесі фахової підготовки : 13.00.04 «Теорія та методика фізичного виховання» : автореф. дис. … канд. пед. наук / Ольга Іванівна Булейко; Вінницький держ. пед. ун-т імені М. Коцюбинського. – Вінниця, 2009. – 20 с.

29. Бурмистрова, Н. А. Математическая компетентность как качество многоуровневой инновационной математической подготовки студентов экономических университетов в интересах устойчивого развития / Н.А. Бурмистрова. – Текст: электронный // Образование через всю жизнь: непрерывное образование в интересах устойчивого развития : материалы XIV Междунар. научно-практ. конф. – Красноярск: Изд-во Сибирского федерального ун-та, 2016. – URL: http://conf.sfukras.ru/lifelong-education/participant/15309 (дата обращения: 30.08.2020).

30. Бурнаева, Э. Г. Обработка и представление данных в MS Excel : учебное пособие / Э.Г. Бурнаева, С.Н. Леора. – Санкт-Петербург : Лань, 2016. – 160 с.

31. Буш, Г. О. Рождение изобретательских идей / Г.О. Буш. – Рига, 1976. – 168 с.

32. Ваганова, О. И. Вебинар в системе смешанного обучения в университете / О.И. Ваганова, И.Р. Воронина, Е.А. Челнокова // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2020. – Т. 9, № 4 (33). – С. 52–56.

33. Ваганова, В. Г. Информационная образовательная среда технического университета как условие выполнения требования ФГОС ВО 3++ / В.Г. Ваганова. – Текст: электронный // Современные проблемы науки и образования. – 2020. – № 2. – URL: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=29719 (дата обращения: 20.12.2020).

34. Ваганова, О. И. Использование мультимедиа-технологий на лекционных занятиях в вузе / О.И. Ваганова, Е.А. Челнокова, О.Г. Шагалова // Балтийский гуманитарный журнал. – 2020. – Т. 9, № 3(32). – С. 203–207.

35. Ваганова, О. И. Особенности разработки электронных лекций для смешанного обучения в вузе / О.И. Ваганова, М.Н. Гладкова, И.Р. Воронина // Балтийский гуманитарный журнал. – 2020. – Т. 9, № 2(31). – С. 41–44.

36. Ваганова, О. И. Психологические аспекты реализации игровых технологий / О.И. Ваганова, Е.А. Алешугина // Научный вектор Балкан. – 2020. – Т. 4, № 2 (8). – С. 21–24.

37. Василенко, Т. Е. Подання та первинна обробка статистичних даних у багатовимірному школюванні. Класична модель багатовимірного шкалювання Торгерсона / Т.Е. Василенко, М.Е. Королев, А.И. Мельник // Вісті Автомобільно-дорожнього інституту Донецького національного технічного університету. – 2013. – №1(16). – С.67–73.

38. Васильева, М. А. Профессионально-прикладная направленность обучения математике как средство формирования математической компетентности : на примере аграрного вуза : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. … канд. пед. наук / Марина Александровна Васильева; Морд. гос. пед. ин-т им. М.Е. Евсевьева. – Саранск, 2014. – 23 с.

39. Васяк, Л. В. Формирование профессиональной компетентности будущих инженеров в условиях интеграции математики и спецдисциплин средствами профессионально ориентированных задач : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : дис. … канд. пед. наук / Любовь Владимировна Васяк; Забайкальский гос. гуманитарно-педагогический ун-т им. Н. Г. Чернышевского. – Чита, 2007. – 170 с.

40. Вахрушева, И. А. Формирование математической направленности студентов технического вуза в процессе профессиональной подготовки : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис. … канд.

пед. наук / Инна Алексеевна Вахрушева; Магнитогорский гос. тех. университет им. Г.И. Носова. – Магнитогорск, 2021. – 24 с.

41. Ветрова, Т. А. Автоматизация модели «Бродячий торговец» / Т. А. Ветрова, М. Е. Королёв // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – Т. 3, № 7-3 (18-3). – С. 437–440.

42. Вечтомов, Е. М. Философия математики : монография / Е.М. Вечтомов. – Киров : Радуга-ПРЕСС, 2013. – 316 с.

43. Вінник, М. О. Формування науково-дослідницької компетентності майбутніх інженерів-програмістів в умовах освітнього середовища вищого навчального закладу : 13.00.04 «Теорія та методика викладання» : автореф. дис. … канд. пед. наук / Максим Олександрович Вінник ; Херсонський держ. університет. – Херсон, 2016. – 20 с.

44. Вишнякова, С. М. Профессиональное образование: ключевые понятия, термины, активная лексика : словарь / С.М. Вишнякова. – 3-е изд. – Москва : НМЦ СПО, 2019. – 266 с.

45. Власенко, К. В. Геометрія для майбутніх інженерів: навчально-методичний посібник для учнів старшої школи / К.В. Власенко, І.М. Реутова ; за ред. проф. О. І. Скафи. – Донецьк : Вебер, 2009. – 191 с.

46. Власенко, К. В. Теоретичні й методичні аспекти навчання вищої математики з використанням інформаційних технологій в інженерній машинобудівній школі : монографія / К.В. Власенко; наук. ред. проф. О.І. Скафа. – Донецьк : Ноулідж, 2011. – 410 с.

47. Волгина, О. А. Математическое моделирование экономических процессов и систем : учебное пособие / О.А. Волгина, Н.Ю. Голодная, Н.Н. Одияко. – Москва : КноРус, 2012. – 200 с.

48. Воробьев, А. Е. Анализ особенностей применения технологии «Перевернутого обучения» в экономических вузах / А.Е. Воробьев, А.К. Мурзаева // Открытое образование. – 2018. – Т. 22, № 2. – С. 4–13.

49. Газизов, А. Р. Инструментарий реализации возможностей технологии «виртуальная реальность» в образовании в условиях информатизации обществ /

А.Р. Газизов, А.И. Кухта. – Текст: электронный // Трибуна ученого. – 2020. – Выпуск 06. – С. 64–71. – URL: https://tribune-scientists.ru (дата обращения: 20.12.2020).

50. Галибина, Н. А. Практикум по решению профессионально направленных математических задач для инженеров-строителей с использованием ИКТ : методическое пособие / Н.А. Галибина, Е.Г. Евсеева. – Донецк, 2015. – 267 с.

51. Галиханов, М. Ф. Основные тренды инженерного образования: пять лет международной сетевой конференции «Синергия» / М.Ф. Галиханов, С.В. Барабанова, А.А. Кайбияйнен // Высшее образование в России. – 2021. – Т. 30, № 1. – С. 101–114.

52. Гамбеева, Ю. Н. Развитие электронного обучения как новой модели образовательной среды / Ю.Н. Гамбеева, Е.И. Сорокина // Креативная экономика. – 2018. – № 3 (12). – С. 285–303.

53. Гиль, Л. Б. Развитие интеллектуальных умений и способности к саморазвитию студентов технического ВУЗа в процессе математической подготовки : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. ... канд. пед. наук / Людмила Болеславовна Гиль ; Томский гос. пед. ун-т. – Томск, 2010. – 196 с.

54. Глотова, М. Ю. Цифровая таксономия Блума и модель цифровой трансформации образования в учебном процессе вуза / М.Ю. Глотова, Е.Н. Самохвалова // Информатика и образование. – 2019. – № 6. – С. 42–46. doi.org/10.32517/0234-0453-2019-34-6-42-48

55. Глушкова, Л. М. Методическая система математической подготовки студентов технических ВУЗов на основе личностно ориентированного подхода : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : дис. … канд. пед. наук / Лариса Михайловна Глушкова ; Нижегородский гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. – Нижний Новгород, 2009. – 222 с.

56. Голубева, Н. В. Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие / Н.В. Голубева. – Санкт-Петербург : Лань, 2013. – 192 с.

57. Гончарова, О. Н. О развитии пространственного мышления студентов физико-математических, машиностроительных и архитектурных факультетов / О.Н. Гончарова, Е.А. Стус, В.Д. Стус // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – 2018. – Вып. 47. – С. 29–35.

58. Гончарова, О. Н. Связь теории с практикой в преподавании математики / О.Н. Гончарова, Е.А. Стус // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – 2016. – Вып. 44. – С. 12–17.

59. Гончарова, О.Н. К вопросу об оценке уровня сформированности ключевых компетенций обучающихся / О.Н. Гончарова, Е.А. Стус // Ученые записки Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского. Социология. Педагогика. Психология. – 2020. – Том 6 (72). № 4. – С. 108–116.

60. Гончарова, О.Н. Математическое моделирование как средство формирования социально-адаптационных качеств студентов высших учебных заведений / О.Н. Гончарова // Дидактика математики : проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – 2021. – № 54. – С. 68–74.

61. Горбунова, Е. А. Дидактические методы обучения / Е.А. Горбунова, Л.И. Красноплахтова // Вопросы науки и образования – 2018. – № 7. – С. 197–199.

62. Горлач, Б. А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация / Б.А. Горлач, В.Г. Шахов. – Санкт-Петербург : Лань, 2016. – 292 с.

63. Горнов, А. О. Инвариантная структура основной профессиональной образовательной программы инженерной подготовки на основе логики деятельности / А.О. Горнов, В.В. Кондратьев, Л.А. Шацилло // Новые стандарты и технологии инженерного образования: возможности вузов и потребности нефтегазохимической отрасли. СИНЕРГИЯ-2017: сб. докладов и науч. ст. междунар. сетевой конференции / под ред. В.В. Кондратьева. – Казань : Бронто, 2017. – С. 98–103.

64. Грабарь, М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М.И. Грабарь, К.А. Краснянская. – 3-е изд. – Москва : Просвещение, 1997. – 136 с.

65. Гребенкина, А. С. Математическое моделирование как основа проектирования практико-ориентированного обучения математике инженеров пожарной и техносферной безопасности / А.С. Гребенкина // Вестник Академии гражданской защиты : научный журнал. – Донецк : ГОУ ВПО «Академия гражданской защиты» МЧС ДНР, 2021. – Вып. 2 (26). – С. 99–108.

66. Гриб, Е. В. Игровые методы формирования компетенции «Командная работа и лидерство» в подготовке инженеров / Е.В. Гриб, Е.Н. Коломоец, В.В. Латышева // Высшее образование в России. – 2020. – № 10. – С. 125–134.

67. Григорьева, Н.В. Формирование профессиональной компетентности будущих инженеров горной промышленности в условиях дуального обучения : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. … канд. пед. наук / Наталья Валентиновна Григорьевна ; Алтайский гос. гуманитарно-педагогический ун-т им. В.И. Шукшина. – Бийск, 2018. – 249 с.

68. Григораш, О. В. Интерактивные методы обучения в современном вузе / О. В. Григораш, А. И. Трубилин. – Текст: электронный // Научный журнал КубГАУ. – 2014. – № 101 (01). – URL: http:// ej.kubagro.ru/ 2014/ 07/pdf/84.pdf. (дата обращения: 24.03.2020).

69. Гридчина, И. Н. Взаимосвязь математических и специальных дисциплин в подготовке инженера : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания»: дис. … канд. пед. наук / Ирина Николаевна Гридчина; Елецкий гос. пед. ун-т имени И. А. Бунина. – Елец, 2010. – 157 с.

70. Гринева, С. В. Реализация интерактивных технологий в профориентационной работе на примере технологического института сервиса (филиала) Донского государственного технического университета / С.В. Гринева. – Текст: электронный // Филологические науки. Вопросы теории и практики : в 3-х ч. – Тамбов : Грамота, 2017. – Ч. 1. – С. 189-195. – URL: www.gramota.net/ materials/ 2/2017/6-1/. (дата обращения: 21.08.2019).

71. Данилкова, М. П. Аксиологический подход как фактор повышения качества образования в техническом университете / М.П. Данилкова // Вестник

Омского государственного педагогического университета. Гуманитарные исследования. – 2020. – № 3 (28). – С. 109–113.

72. Дашкова, А. К. Сопровождение процесса адаптации будущих инженеров к учебно-профессиональной деятельности в вузе : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис. … канд. пед. наук / Алена Карловна Дашкова; Красноярский гос. пед. ун-т имени В.П. Астахова. – Красноярск, 2020. – 24 с.

73. Днепровская, Н. В. Открытые образовательные ресурсы и цифровая среда обучения / Н.В. Днепровская, И.В. Шевцова // Высшее образование в России. – 2020. – № 12. – С. 144–155.

74. Довузовская инженерная подготовка в международном контексте / М.В. Журавлева, Л.В. Овсиенко, Н.Ю. Башкирцева [и др.] // Высшее образование в России. – 2018. – № 1. – С. 54–60.

75. Дорофеев, С. Н. Высшая математика. Полный конспект лекций / С.Н. Дорофеев. – Москва : Litres, 2019. – 592 с.

76. Дорофеев, С. Н. Задача как средство формирования у студентов технических вузов математической компетенции / С.Н. Дорофеев, В.Г. Плахова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Гуманитарные науки. – 2009. – № 3. – С. 123–131.

77. Дорофеев, С. Н. Тернарные отношения как средство обучения старшеклассников математическому моделированию физических процессов / С.Н. Дорофеев, Е.А. Емелина // Мир науки, культуры, образования. – 2015. – № 5. – С. 157–159.

78. Дослідження операцій і методи оптимізації : навчальний посібник / М.Є. Корольов, І.В. Павленко, О.В. Савіна, А.Г. Тимошенко. – Київ : Університет «Україна», 2007. – 177 с.

79. Дудырев, Ф. Ф. Симуляторы и тренажеры в профессиональном образовании / Ф.Ф. Дудырев, О.В. Максименкова // Вопросы образования. – 2020. – № 3. – С. 255–276.

80. Дулов, В. Г. Математическое моделирование в современном естествознании : учебное пособие / В. Г. Дулов, В. А. Цибаров; под ред. В.Г. Дулова. – Санкт-Петербург: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2001. – 244 с.

81. Дьячкова, М. А. Гуманитаризация технического университетского образования : эффективные стратегии и практики / М.А. Дьячкова, А.Н. Новгородцева, О. Н. Томюк // Перспективы науки и образования. – 2020. – № 5 (47). – С. 75–87.

82. Євсеєва, О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О.Г.Євсеєва ; наук. ред. проф. О.І.Скафа. – Донецьк : Ноулідж, 2012. – 455 с.

83. Евсеева, Е. Г. Математическое моделирование в профессионально ориентированном обучении математике будущих химиков / Е.Г. Евсеева, С.С. Попова // Дидактика математики : проблемы и исследования : междунар. сб. научных работ. – 2018. – Вып. 48. – С. 28–36.

84. Евсеева, Е. Г. Математическое моделирование в химии : учебно-метод. пособие для студентов химических специальностей / Е.Г. Евсеева, Ю.В. Абраменкова, С.С. Попова. – Донецк : ДонНУ, 2016. – 194 с.

85. Евсеева, Е. Г. Методика обучения теории игр будущих бакалавров экономики и менеджмента / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования: междунар. сб. научных работ. – 2017. – Вып. 46. – С. 38–48.

86. Евсеева, Е. Г. Моделирование обучаемого в математическом образовании : монография / Е.Г. Евсеева, Е.И. Скафа. – Beau Bassin : LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2019. – 196 с.

87. Евсеева, Е. Г. Формирование образного мышления студентов технического университета при обучении математике / Е.Г. Евсеева, Б.В. Забельский // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. научных работ. – 2017. – Вып. 46. – С. 38–47.

88. Евсеева, Е. Г. Психолого-педагогические теории учебной деятельности : учеб. пособие / Е.Г. Евсеева. – 2-е изд. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2019. – 288 с.

89. Ефремова, М. И. Организация управляемой самостоятельной работой студентов физико-инженерного факультета / М.И. Ефремова, С.В. Игнатович // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов: материалы 40-го Междунар. научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (7-9 окт. 2021 г., Брянский гос. ун-т им. академика И.Г. Петровского). – Брянск : Изд-во БГУ им. И.Г. Петровского, 2021. – С. 150–153.

90. Жарина, О. А. Смешанное обучение деловому английскому языку студентов неязыковых специальностей: модель «перевернутый класс» / О.А. Жарина, А.Д. Шулепова, В.А. Борисенко // Перспективы науки и образования. – 2021. – № 1 (49). – С. 265–275.

91. Жигалова, О. П. Использование среды виртуальной реальности при решении учебных задач / О.П. Жигалова, М.Л. Лисенко // Балтийский гуманитарный журнал. – 2019. – Т. 8, № 4 (29). – С. 59–63.

92. Жигалова, О. П. Учебные симуляторы в системе профессионального образования : педагогический аспект / О.П. Жигалова // Азимут научных исследований : педагогика и психология. – 2021. – Т. 10, № 1(34). – С.109–112.

93. Жирков, А. М. Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие / А.М. Жирков, Г.М. Подопригора, М.Р. Цуцунава. – Санкт-Петербург : Лань КПТ, 2016. – 192 с.

94. Жуков, И. А. Интеграция технологий виртуальной реальности и виртуальных учебных стендов / И.А. Жуков // Наука и образование сегодня. – 2017. – № 1 (12). – С. 20–22.

95. Загитова, Л. Р. Математическая подготовка будущих инженеров в ВУЗах нефтяного профиля на основе компетентностного подхода : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Лилия Расимовна Загитова; Ин-т педагогики и психологии профессионального образования РАО. – Казань, 2013. – 23 с.

96. Заседание Совета по науке и образованию. – Текст: электронный. – URL: http:// kremlin.ru/events/ president/news/45962 (дата обращения: 18.10.2019).

97. Захарова О.А. Опыт создания системы компьютерного тестового контроля учебных достижений / О.А. Захарова, М.В. Ядровская // Вестник МНЭПУ. – 2019. – Т. 1. № S. – С.491–493.

98. Захарова О.А. Моделирование информационно-аналитической системы мониторинга производственной безопасности на основе экспертных оценок / О.А. Захарова, А.В. Селихина, Т.Г. Везиров // Вестник Донского государственного технического университета. – 2020. – Т.20, №1. – С. 100–105.

99. Захарова О.А. Электронные курсы по математике в системе реализации практики как новой формы образовательной деятельности вузов / О.А. Захарова, А.В. Селихина // Образовательные технологии и общество. – 2020. – Т. 23. – № 1. – С. 77–83.

100. Зеер, Э. Ф. Психология профессионального образования : учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / Э.Ф. Зеер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издат. цент «Академия», 2013. – 416 с.

101. Зельдович, Б. В. Активные методы обучения : учеб. пособие / Б.В. Зельдович, Н.М. Сперанская. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2019. – 178 с.

102. Зимняя, И. А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования / И.А. Зимняя // Эксперимент и инновации в школе. – 2009. – № 2. – С. 7–14.

103. Иванов, А. П. Информационно-образовательное пространство учреждений высшего профессионального образования / А.П. Иванов // Педагогическая информатика. – 2017. – № 3. – С. 29–36.

104. Иванов, В. Г. Инженерная педагогика: попытка типологии / В.Г. Иванов, З.С. Сазонова, М.Б. Сапунов // Высшее образование в России. – 2017. – № 8-9. – С. 32–42.

105. Иванов, В. Г. Инженерное образование в цифровом мире / В.Г. Иванов, А.А. Кайбияйнен, Л.Т. Мифтахутдинова // Высшее образование в России. – 2017. – № 12 (218). – С. 136–143.

106. Иванова, О. В. SMART-лекция как модульная визуализация математической информации в высшей школе / О.В. Иванова // Информатика и образование. – 2020. – № 6. – С. 27–35.

107. Игнатьева, Т. В. Конструирование задач-компактов прикладной направленности и их использование в качестве средства совершенствования обучения математике в технических ВУЗах : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : дис. ... канд. пед. наук / Татьяна Викторовна Игнатьева; Нижегор. гос. ун-т имени Н. И. Лобачевского. – Нижний Новгород, 2009. – 158 с.

108. Ие, О. Н. Использование среды MATHCAD при обучении студентов технических специальностей теории вероятностей / О.Н. Ие // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – Донецк, 2017. – Вып. 45. – С. 44–49.

109. Ильин, В. П. Мотивация и мотивы / В.П. Ильин. – Санкт-Петербург : Питер, 2006. – 512 с.

110. Индивидуализация образования в условиях электронного обучения : опыт и перспективы / Ю.В. Вайнштейн, В.А. Шершнева, Р.В. Есин, М.В. Носков. – Текст: электронный // Национальный агрегатор открытых репозиториев. – 2019. – URL: https://www. openrepository.ru/ article?id=497830. (дата обращения: 11.04.2020).

111. Инженерное образование: мировой опыт подготовки интеллектуальной элиты / А.И. Рудской, А.И. Боровков, П.И. Романов, К.Н. Киселева. – Санкт-Петербург : Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – 216 с.

112. Информационно-образовательное пространство как помощник участников педагогического процесса / А.А. Зиненко, Т.В. Красавина, Т.С. Лавруха М.С. Хозяенко // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов: материалы 40-го Междунар. науч. семинара преподавателей математики и

информатики университетов и педагогических вузов, (7-9 окт. 2021 г., Брянский гос. ун-т им. академика И.Г. Петровского). – Брянск, 2021. – С. 97–101.

113. Иорданский, М. А. Учебные компьютерные тренажеры – важный класс новых образовательных продуктов / М.А. Иорданский, Н.А. Мухин // Вестник Мининского университета. – 2016. – № 2 (15). – С. 1–11.

114. Исаева, М. А. Сущность и содержание проектной деятельности педагога в системе педагогического образования / М. А. Исаева // Мир науки, культуры, образования. – 2018. – № 1 (68). – С. 50–51.

115. Исмагилова, Е. И. Интегративно-модульный компонент профессиональной направленности обучения математике будущих инженеров радиоэлектротехнических специальностей : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : дис. … канд. пед. наук / Елена Ивановна Исмагилова; Ярослав. гос. пед. ун-т имени К. Д. Ушинского. – Ярославль, 2009. – 193 с.

116. Ихсанова, Ф. А. Методика формирования творческой самостоятельности студентов технических ВУЗов в обучении математике с использованием системы Mathematica : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. ... канд. пед. наук : / Фания Ахуновна Ихсанова; Казанский (Приволжс.) федеральный ун-т. – Елабуга, 2015. – 27 с.

117. Каверіна, О. Г. Інтегративний підхід до формування готовності студентів вищих технічних навчальних закладів до професійної комунікації : 13.00.04 «Теорія і методика професійної освіти» : автореф. дис. … докт. пед. наук / Ольга Геннадіївна Каверіна; АПН України, Ін-т пед. освіти і освіти дорослих. – Київ, 2010. – 48 с.

118. Каверина, О. Г. Проблемы модернизации высшего профессионального образования как объект педагогического исследования / О.Г. Каверина // Лингвистические исследования и их использование в практике преподавания русского и иностранных языков : материалы 1 Междунар. научно-метод. конф., (21.09.2018 г., Донецкий нац. технический ун-т). – Донецк : ДонНТУ, 2018. – С. 78.

119. Казаков, Ю. М. Инженерное образование на основе интеграции с наукой и промышленностью / Ю.М. Казаков, Н.Ю. Башкирцева, М.В. Журавлева // Высшее образование в России. – 2020. – № 12. – С. 105–118.

120. Казарбин, А. В. Научно-исследовательская работа студентов как фактор развития инженерного мышления / А.В. Казарбин, Ю.В. Лунина. – Текст: электронный // Проблемы современного образования. – 2020. – № 4. – С. 124–131. – URL: www.pmedu.ru/index.php/ru/2020-year/nomer-4. (дата обращения: 21.12.2020).

121. Казун, А. П. Практики применения проектного метода обучения: опыт разных стран / А.П. Казун, Л.С. Пастухова // Образование и наука. – 2018. – Т. 20, № 2. – С. 32–59.

122. Кайгородцева, Н. В. Определение содержания и технологии геометро-графической подготовки будущих инженеров на основе интеграции информационных сред : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. ... докт. пед. наук / Наталья Викторовна Кайгородцева; Ярослав. гос. пед. ун-т имени К. Д. Ушинского. – Омск, 2015. – 39 с.

123. Камалеева, А. Р. Системный подход в педагогике / А.Р. Камалеева // Научно-педагогическое обозрение. – 2015. – № 3 (9).– С. 13–22.

124. Каракозов, С. Д. Виртуальная реальность: генезис понятия и тенденции использования в образовании / С.Л. Каракозов, Н.И. Рыжова, Н.Ю. Королева // Информация и образование. – 2020. – № 10. – С. 6–16.

125. Карелина, М. В. Принципы типизации высокотехнологичных тренажеров для инженеров транспорта / М.В. Карелина // Педагогическая информатика. – 2019. – № 2. – С. 48–61.

126. Катержина, С. Ф. Развитие познавательной самостоятельности студентов технического ВУЗа при обучении математике с использованием Web-технологий : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. … канд. пед. наук / Светлана Федоровна Катержина; Ярослав. гос. пед. ун-т имени К. Д. Ушинского. – Ярославль, 2010. – 23 с.

127. Каюмов, О. Р. О целях и идеалах образования при «компетентностном подходе» / О.Р. Каюмов // Идеи и идеалы. – 2017. – № 4. – Т. 1. – С. 95–104.

128. Кейс-технологии в интерактивном обучении математическим дисциплинам студентов естественно-технических профилей / Ж.А. Сарванова, И.В. Кочетова, С.Н. Дорофеев, А.В. Порваткин // Современные наукоемкие технологии. – 2019. – № 12. – С. 195–199.

129. Кийко, П. В. Математическое моделирование как системообразующий фактор в реализации межпредметных связей математики и спецдисциплин в обучении будущих экономистов : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : дис. ... канд. пед. наук / П.В. Кийко. – Омск, 2006. – 193 с.

130. Кириченко, О. Е. Межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом ВУЗе связи как средство профессиональной подготовки студентов : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Ольга Евгеньевна Кириченко; Орловский гос. ун-т. – Орел, 2003. – 17 с.

131. Кирноз, И. А. Минимальные поверхности / И.А. Кирноз, Е.А. Королёв, М.Е. Королёв // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – Т. 2, № 4 (62). – С. 20–26.

132. Коган, Е. А. Опыт организации научно-исследовательских кружков в школах как направление профориентационной работы кафедры вуза / Е.А. Коган, Д.И. Пономарева // Высшее образование в России. – 2020. – № 10. – С. 135–143.

133. Кодекс профессиональной этики инженера : (на основе FEANI position paper on Code of Conduct: Ethics and Conduct of Professional Engineers, approved by the FEANI GENERAL Assembly on 29 September 2006). – Текст: электронный.– URL: http:// icc.tomsktpp.ru/кодекс-профессиональнойэтики-инженера (дата обращения: 21.12.2020).

134. Кожевников, В. М. Методическая компетентность инновационной деятельности преподавателя высшей школы / В.М. Кожевников // Сборник научных работ ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы». Серия: Право. – Донецк : ДонАУ и ГС, 2019. – Вып. 13. – С. 135–143.

135. Колбина, Е. В. Методика формирования математической компетентности студентов технических ВУЗов в проблемно-прикладном контексте обучения : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. ... канд. пед. наук : / Елена Владимировна Колбина; Алтайский гос. пед. ун-т. – Барнаул, 2016. – 24 с.

136. Коляда, М. Г. Реализация идей искусственного интеллекта для нахождения иерархии мотивов обучения / М.Г. Коляда, Т.И. Бугаева // Информатика и образование. – 2018. – № 10. – С. 12–19.

137. Комиссарова, С. А. Имитационно-моделирующие технологии в условиях реализации практико-ориентированной подготовки магистров направления «Педагогическое образование» / С.А. Комиссарова, Т.В. Клеветова // Известия ВГПУ. – 2016. – №4 (108). – С. 50–54.

138. Коновалова, И. Н. Диалектическое единство теоретической и прикладной математики как основа профессионализации математической подготовки специалиста экономического профиля / И.Н. Коновалова // Балтийский гуманитарный журнал. – 2020. – Т. 9, № 2(31). – С. 99–102.

139. Конькова, М. И. Обучение основам дифференциального исчисления студентов технических направлений подготовки с опорой на образные представления : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : дис. ... канд. пед. наук / М.И. Конькова; Нижегород гос. ун-т имени Н. И. Лобачевского. – Арзамас, 2013. – 183 с.

140. Коржуев, А. В. Основы учебно-исследовательской деятельности в педагогике : учеб. пособие для СПО / А.В. Коржуев, Н.Н. Антонова. – Москва : Юрайт, 2019. – 177 с.

141. Королев, М. Е. Автоматизация проверки компетенций специалистов в области транспорта / М.Е. Королёв, Е.А. Королёв, В.А. Дрямин // Актуальные проблемы автотранспортного комплекса : межвузовский сборник научных статей (с международным участием) / отв. ред. О.М. Батищева. – Самара, 2019.– С. 250–253.

142. Королев, М. Е. Автоматизированное рабочее место студент – преподаватель общенаучных дисциплин / М.Е. Королев // Качество естественно-математического образования: проблемы, реалии, перспективы : материалы IV Республ. электронной научно-практ. конф., (25–27 апр. 2018 г., ДонРИДПО). – Донецк : ДонРИДПО, 2018. – Том 1. – С. 152–156.

143. Королев, М. Е. Автоматизированное рабочее место студент – преподаватель раздела методы обработки статистических данных / М.Е. Королёв, Е.А. Королев, М.С. Яворенко // Проблемы и пути совершенствования учебной, учебно-методической и воспитательной работы: материалы VII научно-метод. конф., (ГОУ ВПО «ДОННТУ»). – Донецк, 2019. – С. 113–120.

144. Королев, М. Е. Анализ экономических проблем конкуренто-способности региона на основе обобщённой модели индивидуальных различий / М.Е. Королев // Географические и экономические исследования в контексте устойчивого развития государства и региона: коллективная монография / [Е.Г. Кошелева, А.М. Гизатулин и др.]; под общ. ред. Е.Г. Кошелевой. – Курск : ЗАО «Университетская книга», 2020. – С. 130–140.

145. Королев, М. Е. Блоковое программирование метода половинного деления решения трансцендентных уравнений / М.Е. Королёв, Е.Д. Запорожец // Форум молодых ученых : мир без границ : сборник материалов V Междунар. заочной научной конф. в рамках междунар. научного форума Донецкой Народной Республики «Инновационные перспективы Донбасса», (г. Донецк, 06 апреля–10 июня 2020 г.). В 5 ч. – Донецк : ДОНМАН, 2020. – Ч. 1. Секции 1,2,3. – С. 82–84.

146. Королев, М.Е. Выполнение расчетно-графических работ по дисциплине «Прикладная математика» : учебно-методическое пособие / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 212 с.

147. Королев, М. Е. Динамическое программирование оптимального распределения инвестиций между смежными отраслями / М.Е. Королёв, Е.А. Королёв, В.А. Дрямин // Экономические, экологические и социальные проблемы промышленных регионов: сборник материалов X международной

научно-практической конференции, (г. Краснодон, 22-23 мая 2019 г.). – Краснодон, 2019. – С. 55–56.

148. Королев, М. Е. Интернет технологии эвристического обучения построению математических моделей в высшей технической школе / М.Е. Королев, Е.А. Королев, В.А. Дрямин // Научные вести : Междунар. научный журнал. – 2020. – № 12 (29). – С. 87–95.

149. Королев, М.Е. Информатика : учебно-методическое пособие / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 80 с.

150. Королев, М.Е. Использование вычислительной техники и пакета прикладной программы Mathcad в отрасли : учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 23.03.01 «Технология транспортных процессов» всех форм обучения) / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 76 с.

151. Королев, М. Е. Использование метода многомерного статистического анализа в оценке аграрного развития / М.Е. Королев, Е.А. Королев, Н.В. Юшков // Научные горизонты : Междунар. научный журнал. – 2018. – № 11(15). – С. 23–28.

152. Королев, М. Е. Использование многомерных статистических методов факторного анализа в исследовании автомобильных рынков / М.Е. Королев, Е.А. Королев, Н.Н. Дудникова // Вести Автомобильно-дорожного института. – 2016. – № 1(18). – С. 37–46.

153. Королев, М.Е. Исследование операций : учебно-методическое пособие / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДОННТУ» АДИ, 2020. – 114 с.

154. Королев, М. Е. Компьютерная симуляция на уроках информатики как фактор преемственности школьного образования при обучении математическому моделированию / М.Е. Королев // Информатика и образование. – 2021. – № 5. – С. 52–58.

155. Королев, М. Е. Компьютерные технологии прикладной математики в управлении предприятием / М.Е. Королев, Е.А. Королев, В.Л. Гетьманская // Инновационные перспективы Донбасса : материалы международной научно-практической конференции. – Донецк, 2015. – С. 181–185.

156. Королев, М. Е. Линеаризация экспериментальных данных средствами методо-ориентированного прикладного программного пакета MATHCAD в управлении транспортных систем / М.Е. Королёв, Е.А. Королёв, С.А. Чубучный // Инновационные технологии в машиностроении, образовании и экономике. – 2016. – Т. 2, № 2 (2). – С. 67–71.

157. Королев, М. Е. Математическое моделирование инвестиционной деятельности в оптимальном распределении средств между смежными отраслями / М.Е. Королев, Е.А. Королев, В.А. Дрямин // Актуальные вопросы экономики и управления: теоретические и прикладные аспекты : материалы IV междунар. научно-практич. конф. – 2019. – С. 575–580.

158. Королев, М. Е. Математическое моделирование как инструмент инженерного конструирования / М.Е. Королев // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сборн. науч. работ. – Донецк, 2020. – Вып. 52. – С. 71–77.

159. Королев, М. Е. Методика организации математического кружка для абитуриентов «математическое моделирование в технических задачах» / М.Е. Королев, Е.И. Скафа, А.С. Черкез // Научные вести : Междунар. научный журнал. – 2021. – № 3(32). – С. 50–69.

160. Королев, М. Е. Методические приемы обучения созданию математических моделей будущих инженеров при изучении высшей математики / М.Е. Королев // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе: материалы Всероссийской научно-практич. конф. (г. Омск, 1–3 марта 2021 г.) / под ред. М. В. Дербуш, С. Н. Скарбич. – Омск : Изд-во ОмГПУ, 2021. – С. 145–149.

161. Королев, М. Е. Методы обучения математическому моделированию в высшей технической школе на основе информационно-коммуникационных технологий / М.Е. Королев // Вестник Донецкого национального университета. Серия Б. Гуманитарные науки. – 2020. – № 4. – С. 145–150.

162. Королёв, М. Е. Минимальные затраты / М.Е. Королёв, А.В. Савина, А.С. Глотова // Наука і освіта 2004 : матеріали VII Міжнар. науково-практ. конф.

(м. Дніпропетровськ, 10–15 лют. 2004 р.). – Дніпропетровськ : Наука і освіта, 2004. – С. 36–38.

163. Королев, М. Е. Моделирование маневренности и устойчивости автомобиля / М.Е. Королёв, Е.А. Королёв, С.А. Чубучный // Научно-технические аспекты развития автотранспортного комплекса: материалы второй Межд. науч.-практ. конф., (г. Горловка, 26 мая 2016 г.). – Горловка: АДИ ГОУВПО ДонНТУ, 2016. – С. 49-54.

164. Королев, М. Е. Моделирование транспортных технологий в междисциплинарном аспекте интегративности / М.Е. Королев, Е.А. Королев // Научная сокровищница образования Донетчины : научно-метод. журнал. – 2016. – № 1. – С. 28–34.

165. Королев, М. Е. Неметрические методы оценки в сфере развития автомобильного транспорта / М.Е. Королев, Е.А. Королев, Н.В. Юшков // Инновационные технологии в машиностроении, образовании и экономике. – 2018. – № 41 (10). – С. 14–24.

166. Королев, М. Е. О формировании математической цифровой компетентности будущих инженеров / М.Е. Королев // Донецкие чтения 2021: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : материалы VI Междунар. научной конф., (г. Донецк, 26-28 окт. 2021 г.). – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2021. – С. 58–60.

167. Королев, М. Е. Основные содержательные линии изучения методов математического моделирования студентами технических университетов на основе профессиональных стандартов / М.Е. Королев // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сборн. науч. работ. – 2021. – Вып. 54. – С. 35–41.

168. Королев, М. Е. Педагогический дизайн и эффективность электронного обучения от школы к университету / М.Е. Королев // Научные горизонты : Междунар. научный журнал. – 2021. – № 2(42). – С. 23–36.

169. Королев, М. Е. Перевернутое обучение математическому моделированию как организационная форма подготовки будущих инженеров / М.Е. Королев

// Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях : сборник материалов IV Междунар. научно-практ. конф., (г. Луганск, 4–5 мая 2021 г.) / под общ. ред. С.В. Темниковой, О.В. Давыскибы; ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет». – Луганск : Книта, 2021. – С. 210–215.

170. Королев, М. Е. Построение моделей финансово-кредитных отношений в условиях конкуренции / М.Е. Королев, Е.А. Королев, В.А. Дрямин // Конкурентоспособность субъектов хозяйствования в условиях новых вызовов внешней среды : проблемы и пути их решения : сборник материалов Междунар. научно-практ. конф. / под общей ред. Н.В. Мальцева. – Екатеринбург : Уральский гос. горный ун-т., 2019. – С. 191–194.

171. Королев, М.Е. Практикум для выполнения работ по «Прикладному программированию» / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 101 с.

172. Королев, М.Е. Практикум для практических и лабораторных работ, учебных практик по теме «Электронная таблица MS Excel» / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 81 с.

173. Королев, М.Е. Практические задания по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» : учебно-методическое пособие / М.Е. Королев, Е.А. Королев; Автомобильно-дорожный институт ГОУ ВПО «Донецкого национального технического университета». – Горловка : АДИ ГОУ ВПО «ДОННТУ», 2020. – 40 с.

174. Королев, М.Е. Практические занятия по дисциплине «Прикладное программирование» : учебно-методическое пособие / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 55 с.

175. Королев, М.Е. Практические работы по дисциплине «Компьютерные технологии в науке» : учебно-методическое пособие / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 79 с.

176. Королев, М. Е. Прикладные аспекты математики: учебное пособие для студентов образовательных учреждений высшего профессионального образования / М.Е. Королев. – Донецк: Изд-во «Фолиант», 2021. – 215 с.

177. Королев, М. Е. Применение информационных технологий при тестировании компетенций персонала транспортно-технологических систем и комплексов / М.Е. Королёв, Е.А. Королёв, В.А. Дрямин // Научно-технические аспекты развития автотранспортного комплекса : материалы V международной научно-практической конференции. – 2019. – С. 356–358.

178. Королев, М. Е. Применение метода экспертной оценки при изучении особенностей движения автомобиля / М.Е. Королев, Н.Н. Дудникова // Вести Автомобильно-дорожного института. – 2017. – № 2(21). – С. 25–34.

179. Королев, М. Е. Применение неметрических методов многомерного шкалирования при выборе модели управления автотранспортным предприятием / М.Е. Королев, Е.А. Королев, В.Л. Гетьманская // Вісті Автомобільно-дорожнього інституту. – 2013. – № 2(17). – С. 20–33.

180. Королев, М. Е. Применение технологий эвристического обучения математическим методам студентов технического университета / М.Е. Королев // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании : материалы IV Междунар. науч. конф., (г. Красноярск, 6–9 окт. 2020 г.) : в 2 ч. / под общ. ред. М.В. Носкова. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. – Ч. 1. – С. 196–200.

181. Королев, М. Е. Принципы цифрового обучения математическому моделированию в высшей технической школе / М.Е. Королев // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании : материалы V Междунар. науч. конф., (г. Красноярск, 21–24 сент. 2021 г.) : в 2 ч. / под общ. ред. М.В. Носкова. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2021. – Ч. 2. – С. 162–167.

182. Королев, М. Е. Принятие решений в условиях неопределенности в интеллектуальных транспортных системах / М.Е. Королев, Е.А. Королев, Д.С. Никульшин // Научно-технические аспекты развития автотранспортного комплекса :

материалы III Междунар. научно-практ. конф. в рамках третьего Международного научного форума Донецкой Народной Республики «Инновационные перспективы Донбасса: Инфраструктурное и социально-экономическое развитие». – Донецк: ДонНТУ, 2017. – С. 188–193.

183. Королев, М. Е. Психолого-педагогические предпосылки повышения эффективности обучения студентов в контексте информатизации высшего образования / М.Е. Королев, И.А. Дерий // Вестник Академии гражданской защиты : научный журнал. – Донецк : ГОУ ВПО «Академия гражданской защиты» МЧС ДНР, 2021. – Вып. 2 (26). – С. 115–121.

184. Королев, М. Е. Размещение на сайте графиков функций в полярных координатах с использованием технологии asp.net среды Visual Studio – C# / М.Е. Королев, А.Д. Ковалев // Молодежная наука вызовы и перспективы : материалы III междунар. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых : в 3-х томах. (6 апреля 2020 г.). – Макеевка : ГОУ ВПО «ДОНАГРА», 2020. – Т. 3. – С. 89–93.

185. Королев, М.Е. Сборник индивидуальных заданий по дисциплинам «Информатика», «Прикладное программирование», «Прикладное программирование и пакеты программ» / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 109 с.

186. Королев, М.Е. Система управления базами данных MS Access : практикум для практических и лабораторных работ, учебных практик / М.Е. Королев – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 135 с.

187. Королев, М. Е. Современные подходы к изучению особенностей автомобильной отрасли / М.Е. Королев, Н.Н. Дудникова // Инновационные технологии в машиностроении, образовании и экономике. – 2017. – Т. 5, № 2(4). – С. 6–19.

188. Королев, М. Е. Создание автоматического рабочего места тестирования компетенций персонала дорожно-транспортной отрасли / М.Е. Королёв, Е.А. Королёв, В.А. Дрямин // Инновационные технологии в машиностроении, образовании и экономике. – 2018. – № 42(10). – С. 24–31.

189. Корольов, М. Є. Створення автоматизованого робочого місця з дисципліни «Багатовимірний статистичний аналіз» / М.Є. Корольов, Є.О. Корольов, В.І. Павленко // Комп’ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – Луцьк, 2012. – № 10. – С. 35–51.

190. Королев, М. Е. Создание обучающего интерактивного пособия эвристического обучения интернет технологиям / М.Е. Королёв, А.Д. Ковалёв // Форум молодых ученых: мир без границ : материалы VI Междунар. заочной научной конф., приуроч. ко Дню народного единства, в 8 ч.– Донецк: ДОНМАН, 2020. – Ч.2. Секции 3,4. – С. 45–48.

191. Королев, М.Е. Теоретико-методические основы обучения будущих инженеров математическому моделированию в системе высшего технического образования. Монография / М.Е. Королев. – Донецк : изд-во ДонНУ, 2021. – 336 с.

192. Королев, М. Е. Теоретико-методологические основы повышения эффективности образовательного процесса / М.Е. Королев // Актуальные проблемы государственного и муниципального управления: теоретико-методологические и прикладные аспекты: Материалы Международного круглого стола, (г. Донецк, 18 мая 2021 г.) / под общей ред. д-ра физ.-мат. наук, проф. С.В. Беспаловой. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2021 – С. 91–93.

193. Королев, М. Е. Технология и методика внедрения автоматиированного рабочего места дисциплины «Исследование операций» в учебном процессе / М.Е. Королев, Е.А. Королёв, Т.А. Ветрова // Проблемы и пути совершенствования учебной, учебно-методической и воспитательной работы : материалы VI науч.-метод. конф., (г. Донецк, 04 февр. 2016 г.). – Донецк: ДонНТУ, 2016. – С. 271–275.

194. Королев, М.Е. Требования к выполнению курсовой работы по дисциплине «Информатика» : учебно-методическое пособие / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2017. – 102 с.

195. Королев, М.Е. Требования к выполнению практических работ по дисциплинам «Эконометрика», «Методы обработки статистических данных» : учебно-методическое пособие / М.Е. Королев. – Горловка : ГОУ ВПО «ДонНТУ» АДИ, 2018. – 74 с.

196. Королев, М. Е. Управление предприятием на основе метода экспертных оценок / М.Е. Королев, Н.Н. Дудникова, С.А. Чубучный // Актуальные проблемы экономики и управления : теоретические и прикладные аспекты : материалы I междунар. научно-практич. конф., (г. Горловка, 17-18 мая 2016 г.) / отв. ред. Е.П. Мельникова. – Горловка, 2016. – С. 570–573.

197. Королев, М. Е. Управление самостоятельной работой будущих инженеров в процессе обучения математическому моделированию / М.Е. Королев // Вестник Донецкого национального университета. Серия Б. Гуманитарные науки. – 2021. – № 2. – С. 170–177.

198. Королев, М. Е. Управленческие решения в конфликтных ситуациях транспортных систем / М.Е. Королев, Е.А. Королев, Д.С. Никульшин // Вести Автомобильно-дорожного института. – 2018. – № 2(25). – С. 12–18.

199. Королев, М. Е. Целеполагание в обучении математическому моделированию будущих инженеров / М.Е. Королев // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сборн. науч. работ. – 2021. – Вып. 53. – С. 40–48.

200. Королев, М. Е. Цифровизация образования в педагогических экспериментах / М.Е.Королев // Педагогический дизайн в высшем и среднем профессиональном образовании : материалы региональной научно-практ. online-конф., (г. Брянск, 25 февр. 2021 г.). – Брянск : Изд-во БГТУ, 2021. – С. 96–102.

201. Королев, М.Е. Эвристическое обучение дисциплине «Информатика» : учебно-методическое пособие для студентов инженерных специальностей (всех форм обучения) / М.Е. Королев; Автомобильно-дорожный институт ГОУ ВПО «Донецкого национального технического университета». – Горловка : АДИ ГОУ ВПО «ДОННТУ», 2020. – 54 с.

202. Королев, М.Е. Эвристическое обучение дисциплине «Общая теория систем» : учебно-методическое пособие / М.Е. Королев, Е.А. Королев; Автомобильно-дорожный институт ГОУ ВПО «Донецкого национального технического университета». – Горловка : АДИ ГОУ ВПО «ДОННТУ», 2020. – 44 с.

203. Королев, М. Е. Экономические проблемы конкурентноспособности региона / М.Е. Королев, Е.А. Королев, Ф.В. Молозин // Географические и экономические исследования в контексте устойчивого развития государства и региона : материалы междунар. научно-практич. конф. / под общей ред. Е.Г. Кошелевой. – Донецк : ДонНУ, 2019. – С. 119–121.

204. Королев, М. Е. Эффективность информационных систем при эвристическом обучении студентов технических специальностей с использованием элементов блокового программирования среды Mathcad / М.Е. Королев // Научные горизонты : Междунар. научный журнал. – 2020. – № 8(36). – С. 65–71.

205. Королев, М. Е. Эффективность методики обучения прикладной математике студентов технических специальностей средствами игровых моделей на основе эвристического подхода / М.Е. Королев // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сборник науч. работ. – 2020. – Вып. 51. – С. 54–62.

206. Король, А.Д. Информационно-коммуникативное пространство на эвристической платформе: потенциал телекоммуникаций в организации продуктивной образовательной деятельности / А.Д. Король // Народная асвета. – 2015. – № 5. – С. 10–13.

207. Король, А. Д. Об актуальности исследований по теории обучения математике и информатике / А.Д. Король, Н.В. Бровка // Педагогическая информатика. – 2018. – № 1. – С. 119–130.

208. Красько, А. С. Преподавание инженерной дисциплины по дистантной технологии : научное издание / А. С. Красько // Дистанционные образовательные технологии. – Томск : ТУСУР, 2004. – С. 136–141.

209. Кремер, Н. Ш. Исследование операций в экономике: учеб. пособие для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, М.Н. Фридман; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – Москва : ЮНИТИ, 2002. – 407 с.

210. Кругликов, В. Н. Интерактивные образовательные технологии : учебное пособие / В.Н. Кругликов, М.В. Оленникова. – Москва : Юрайт, 2017. – 353 с.

211. Кругликов, В. Н. Лекция в эпоху информационного общества и ее перспективы в будущем / В.Н. Кругликов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Общество. Коммуникация. Образование. – 2017. – Т. 8, № 1. – С. 142–151.

212. Кругликов, В. Н. Экспириентивные методы изучения теории в инженерном вузе / В.Н. Кругликов // Образование и наука. – 2018. – Т. 20, № 6. – С. 50–69.

213. Кузнецов, В. А. Об использовании виртуальной и дополненной реальности / В.А. Кузнецов, Ю.Г. Руссу, В.П. Куприяновский // International Journal of Open Information Technologies. – 2019. – № 4. – С. 75–84.

214. Кутепов, М. М. Дидактические возможности интерактивных электронных образовательных ресурсов / М.М. Кутепов, А.А. Лебедева, К.А. Максимова // Балтийский гуманитарный журнал. – 2020. – Т. 9, № 3(32). – С. 128–130.

215. Лактионова, Д. А. Использование электронного учебного пособия «Математика в профессиональной деятельности инженера» в обучении математике студентов технического университета / Д. А. Лактионова, Н. А. Прокопенко // Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях : материалы Междунар. заоч. науч.-практ. конф., (4-10 июня 2018 г.). – Луганск, 2018. – С. 105–114.

216. Леонтьев, А. Н. Лекции по общей психологии / А. Н. Леонтьев. – Москва : Смысл, 2002. – 508 с.

217. Лернер, И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – Москва : Педагогика, 1981. – 185 с.

218. Лернер, И. Я. Развивающее обучение с дидактических позиций / И.Я. Лернер // Педагогика. – 1996. – № 2. – С. 45–51.

219. Личностно-ориентированные технологии в теории и практике вузовского обучения / О.И. Ваганова, Е.А. Алешугина, Е.Ю. Коновалова, И.Е. Барабина // Балтийский гуманитарный журнал. – 2020. – Т. 9, № 2(31). – С. 20–23

220. Лосева, Н. Н. Разнообразие моделей организации и проведения практических занятий по математическим курсам / Н.Н. Лосева, Е.И. Скафа. – Донецк : ДонНУ, 2005. – 120 с.

221. Максимова, Т. С. Дидактические аспекты формирования самообразовательных умений студентов технических специальностей при изучении линейной алгебры / Т. С. Максимова // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – 2017.– Вып. 45. – С. 50–54.

222. Малин, С. В. Активизирующие технологии профориентационной работы со старшеклассниками в современной школе / С.В. Малин, А.А. Поляруш. – Текст электронный // Теория и практика общественного развития. – 2010. – № 4. – URL: http://cyberleninka. ru/article/n/ aktiviziruyuschie-tehnologii-proforientatsionnoy-raboty-so-starsheklassnikami-v-sovremennoy-shkole (дата обращения: 22.04.2021).

223. Малыгин, Е.Н. Математические методы в технических расчётах : учебное пособие / Е.Н. Малыгин. – Тамбов : Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. – 80 с.

224. Малыгина, О. А. Обучение высшей математике на основе системно-деятельностного подхода : учеб. пособие / О.А. Малыгина. – Москва : Изд-во ЛКИ, 2008. – 256 с.

225. Мамаева, Н. А. О преемственности математического образования при переходе из школы в технический вуз / Н.А. Мамаева // Вестник Астраханского государственного технического университета. – Астрахань : Изд-во Астрахан. гос. техн. ун-та, 2011. – № 1. – С. 73–78.

226. Маслов, С. И. Аксиологический подход в педагогике / С.И. Маслов, Т.А. Маслова // Народное образование. Педагогика. – 2018. – № 3. – С. 202–212.

227. Маслоу, А. Мотивация и личность / А. Маслоу. – Санкт-Петербург : Питер, 2014. – 378 с.

228. Мастицкий, С. Э. Статистический анализ и визуализация данных (черно-белые графики) / С.Э. Мастицкий. – Москва : ДМК, 2015. – 496 с.

229. Математическое моделирование в технике : учебник для вузов / В.С. Зарубин [и др.]; под ред. В. С. Зарубина. – Москва: Изд-во МГТУ имени. Н.Э. Баумана, 2001. – 496 с.

230. Матлин, А. О. Методика построения виртуальной лабораторной работы с помощью автоматизированной системы создания интерактивных тренажеров / А.О. Матлин, С.А. Фоменков // Известия Волгоградского государственного технического университета. – 2012. – № 12. – С. 142–144.

231. Машбиц, Е. И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е. И. Машбиц. – Киев : Вища шк., 1987. – 224 с.

232. Методические аспекты организации процесса обучения с использованием современных интерактивных дидактических средств / О.И. Ваганова, Л.А. Хохленкова, Е.А. Челнокова, Е.А. Алешугина // Балтийский гуманитарный журнал. – 2020. – Т. 9, № 3(32). – С. 29-33.

233. Методы и средства электронного обучения / О.И. Ваганова, О.Н. Абрамов, А.А. Коростелев, К.А. Максимова // Балтийский гуманитарный журнал. – 2020. – Т. 9, № 2(31). – С. 13–16.

234. Мешкова, Л. М. Формирование основы профессиональной подготовки студентов технического ВУЗа при изучении естественнонаучных дисциплин : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. ... канд. пед. наук / Людмила Михайловна Мешкова; Рос. гос. социал. ун-т. – Москва, 2011. – 211 с.

235. Миншин, М. М. Формирование профессионально-прикладной математической компетентности будущих инженеров: на примере подготовки инженеров по программному обеспечению вычислительной техники и автоматизированных систем : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : дис. ... канд. пед. наук / М.М. Миншин; Тольяттинский гос. ун-т. – Тольятти, 2011. – 286 с.

236. Михайленко, І. В. Методика навчання диференційних рівнянь майбутніх інженерів-механіків : 13.00.02 «Теорія і методика навчання та

виховання» : дис. ... канд. пед. наук / Ірина Володимирівна Михайленко; Харківський нац. пед. ун-т імені Г. С. Сковороди. – Харків, 2016. – 291 с.

237. Мормужева, Н. В. Мотивация обучения студентов профессиональных учреждений / Н.В. Мормужева // Педагогика: традиции и инновации : материалы IV Междунар. науч. конф., (Челябинск, дек. 2013 г.). – Челябинск: Два комсомольца, 2013. – С. 160–163.

238. Мужикова, А. В. Развитие грамотной математической речи студентов в техническом вузе / А.В. Мужикова, М.Н. Габова // Высшее образование в России. – 2020. – Т. 29, № 1. – С. 66–75. DOI 10.31992/ 0869-3617-2020-29-1-66-75.

239. Муратова, Е. И. Модель адаптации студентов к профессиональной среде / Е.И. Муратова, И.В. Федоров // Высшее образование в России. – 2009. – №6. – С. 91–97.

240. Мурашко, В. С. Использование интерактивных элементов в курсе «Математическое моделирование и алгоритмизация инженерных задач» / В.С. Мурашко // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов : материалы 40-го Междунар. научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, (7-9 окт. 2021 г., Брянский ГУ им. И.Г. Петровского). – Брянск : Изд-во БГУ, 2021. – С. 81–84.

241. Натырова, Е. М. Формирование универсальных учебных действий обучающихся в системе математической подготовки «Старшая школа – ВУЗ» : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. ... канд. пед. / Екатерина Михайловна Натырова; Елецкий гос. ун-т им. И.А. Бунина. – Елец, 2016. – 22 с.

242. Нейман, Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж. Фон Нейман, О. Моргенштерн ; пер. с англ. под ред. и с добавлениями Н.Н. Воробьева. – Москва : Наука, 1970. – 708 с.

243. Никитина, Е. Ю. Сущность и особенности проектной деятельности в профессиональном обучении / Е. Ю. Никитина, К. Н. Чалина // Вестник Южно-

Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета. – 2019. – № 1. – С. 82–101.

244. Никонова, Г. Б. Самостоятельная работа студентов в системе непрерывного образования / Г.Б. Никонова, Т.Б. Булычева // Балтийский гуманитарный журнал. – 2018. – № 1. – С. 10–15.

245. Никулина, Т. В. Виртуальные образовательные лаборатории: принципы и возможности / Т.В. Никулина, Е.Б. Стариченко // Педагогическое образование в России. – 2016. – № 7. – С. 62–66.

246. Никулина, Т. В. Информатизация и цифровизация образования: понятия, технологии, управление / Т.В. Никулина, Е.Б. Стариченко. – Текст: электронный // Педагогическое образование в России. – 2018. – №8. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/informatizatsiya-i-tsifrovizatsiya-obrazovaniya-ponyatiya-tehnologii-upravlenie (дата обращения: 01.12.2020).

247. Новиков, Д. А. Статистические методы в педагогических исследованиях: (типовые случаи) / Д. А. Новиков. – Москва : МЗ-Пресс, 2004. – 67 с.

248. Носков, М. В. Прикладная математика. Введение в профессиональную деятельность : учебное пособие / М.В. Носков, И.М. Федотова; Сиб. федер. ун-т, Ин-т космич. и информ. технологий. – Красноярск : СФУ, 2020. – 83 с.

249. Носков, М. В. Реализация межпредметных связей математики и информатики в современном учебном процессе / М.В. Носков, В.В. Попова // Вестник Красноярского государственного педагогического университета имени В.П. Астафьева. – 2015. – № 1(31). – С. 65–68.

250. Нравственно-правовые риски использования виртуальной реальности в образовательной деятельности / Р.И. Дремлюга, А.Ю. Мамычев, А.В. Крипакова, А.А. Яковенко // Азимут научных исследований: экономика и управление. – 2020. – Т. 9, № 1 (30). – С. 22–25.

251. О национальных целях и стратегических задачах Российской Федерации на период до 2024 года: Указ Президента РФ от 07 мая 2018 № 204 // Собрание законодательства РФ. – 2018. – № 20. – Ст. 2817.

252. О стратегии развития информационного общества Российской Федерации на 2017–2030 годы : Указ Президента Российской Федерации от 09.05.2017 г. № 203. – Текст: электронный // Сайт Администрации Президента РФ : Документы. – URL: http://www.kremlin.ru/acts/bank/41919 (дата обращения: 06.08.2019).

253. Об образовании: Закон Донецкой Народной Республики. – Текст: электронный / принят постановлением Народного Совета ДНР 19 июня 2015 г, № 1-233П-НС. – URL: https://dnrsovet.su/zakon-dnr-ob-obrazovanii/. (дата обращения: 12.04.2021).

254. Об образовании в Российской Федерации : Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ. – Текст: электронный // Собрание законодательства РФ. – URL: http://www.consultant.ru/ document/cons_doc_ LAW_ 140174. (дата обращения: 06.08.2021).

255. Овсиенко, Л. В. Модель профориентационной работы в вузе в контексте непрерывного образования / Л.В. Овсиенко, И.В. Зимина // Высшее образование в России. – 2020. – № 12. – С. 134–143

256. Овчарук, О. Сучасні тенденції розвитку освіти в зарубіжних країнах / О. Овчарук // Шлях освіти. – 2003. – № 2. – С. 17–21.

257. Ожегов, С. И. Толковый словарь русского языка. – Текст: электронный // Электронная библиотека RoyalLib.com / – URL: https://rouallib.com/book/ogegov_sergey/tolkoviy_slovar_russcogo_yazika (дата обращения: 17.01.2021).

258. Осипова, С. И. Методическая система обучения и ее развитие в личностно ориентированном образовании / С. И. Осипова, Т. В. Соловьева // Сибирский педагогический журнал. – 2010. – № 11. – С. 46–57.

259. Особенности обучения в классах инженерно-технологического профиля / А.А. Лепешев, В.В. Куимов, С.А. Подлесный [и др.] // Вестник Красноярского гос. пед. ун-та им. В. П. Астафьева. – 2016. – № 3 (37). – С. 19–22.

260. Параил, В. А. Высшее техническое образование в США / В.А. Параил. – Киев : Наукова думка, 1980. – 296 с.

261. Петракова, Е. А. Разработка сценария электронного курса на основе таксономии Блума / Е.А. Петракова, Т.В. Дивина, М.Ю. Белякова // Педагогическая информатика. – 2019. – № 4. – С. 59–63.

262. Повышение уровня профессиональных компетенций с использованием виртуальной образовательной среды / В.А. Немтинов, А.Б. Борисенко, В.В. Морозов, Ю.В. Немтинова // Высшее образование в России. – 2021. – № 3. – С. 104–113.

263. Павленко, В. И. Выбор факторных направлений в производственно-экономических процессах алгоритмом Хоттелинга / В.И. Павленко, М.Е. Королев, Е.А. Королев // Вісник університету «Україна». – 2011. – №2. – С.18–23.

264. Павленко, В. И. Использование классической модели многомерного шкалирования Торгерсона для оценки предложений поставщиков / В.И. Павленко, М.Е. Королев, Е.А. Королев // Наукові нотатки. – Луцьк. – 2011. – №32. – С.291–294.

265. Павленко, В. І. Методологія пошуку факторних направлень / В.І. Павленко, М.Є. Корольов, Є.О. Корольов // Комп’ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – Луцьк, 2013. – № 12. – С. 41–45.

266. Педагогическая концепция цифрового профессионального образования и обучения / В.И. Блинов, И.С. Сергеев, Е.Ю. Есенина и др. – Москва : Издат. дом «Дело» РАНХиГС, 2020. – 112 с.

267. Подласый, И. П. Педагогика: учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений / И.П. Подласый. – Москва : Просвещение; Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2006. – 630 с.

268. Полат, Е. С. Метод проектов: история и теория вопроса / Е.С. Полат. – Текст: электронный // Современные педагогические и информационные технологии в системе образования.– Москва : Академия, 2010. – С. 193–200. – URL: https://studfiles.net/preview/ 6306194 (дата обращения: 18.08.2019).

269. Полещук, Ю. А. Профессиональная направленность личности: теория и практика: пособие / Ю. А. Полещук. – Минск : БГПУ, 2006. – 92 с.

270. Полякова, Т. Ю. Современные тенденции развития инженерной педагогики / Т.Ю. Полякова // Высшее образование в России. – 2019. – № 12. – С. 132–140.

271. Потапова, О. М. Комп’ютерно орієнтована методична система навчання математичного аналізу студентів технічних спеціальностей вищіх навчальних закладів : 13.00.02 «Теорія і методика навчання та виховання» : дис. ... канд. пед. наук / Олександра Миколаївна Потапова; Черкас. нац. ун-т імені Богдана Хмельницького. – Черкаси, 2016. – 353 с.

272. Поторочина, К. С. Развитие познавательной самостоятельности студентов технических ВУЗов в процессе обучения высшей математике : 13.00.02 «теория и методика обучения и воспитания» : дис. ... канд. пед. наук / Ксения Сергеевна Поторочина; Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2009. – 228 с.

273. Похолков, Ю. П. Национальная доктрина опережающего инженерного образования России в условиях новой индустриализации: подходы к формированию, цель, принципы / Ю.П. Похолков // Инженерное образование. – 2012. – № 10. – С. 50–65.

274. Похолков, Ю. П. Подходы к формированию национальной доктрины инженерного образования России в условиях новой индустриализации: проблемы, цели, вызовы / Ю.П. Похолков, Б.Л. Агранович // Инженерное образование. – 2012. – № 9. – С. 5–11.

275. Прач, В. С. Формирование инженерного профессионального мышления студентов технического университета в процессе обучения высшей математике / В.С. Прач // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – 2016. – Вып. 43. – С. 58–63.

276. Пригодина, А. Г. Дидактическая адаптация студентов первого курса инженерного ВУЗа к изучению научных понятий : на примере математики : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Анна Геннадьевна Пригодина; Кубанский гос. ун-т. – Краснодар, 2013. – 22 с.

277. Приходько, В. М. Инженерная педагогика – основа профессиональной подготовки инженеров и научно-педагогических кадров / В.М. Приходько, З.С. Сазонова // Высшее образование в России. – 2014. – № 4. – С. 6–12.

278. Приходько, М. А. Учебная мотивация как средство управления личностно ориентированным обучением математике студентов аграрного университета : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. … канд. пед. наук / Маргарита Анатольевна Приходько; Омский гос. пед. ун-т. – Омск, 2008. – 22 с.

279. Приходченко, Е. И. Управление образовательным процессом : теоретический аспект / Е.И. Приходченко, Е.А. Маркова // Вестник Донецкого национального университета. Серия Б. Гуманитарные науки. – 2018. – № 1. – С. 233–237.

280. Программа развития цифровой экономики в Российской Федерации до 2035 года. [Электронный ресурс]. URL: http://spkurdyumov.ru/uploads/2017/05/strategy.pdf (дата обращения 24.10.2019).

281. Прокопенко, Н. А. Деятельностный подход как методологическая основа интеграции высшей математики и фундаментальных дисциплин в системе высшего инженерного образования / Е. Г. Евсеева, Н. А. Прокопенко // Современные тенденции развития математики и ее прикладные аспекты 2015 : материалы IV Междунар. науч.-практ. интернет-конф., (25 мая 2015 г). – Донецк: ДонНУЭТ, 2015. – С. 134–137.

282. Прокопенко, Н. А. Интегрированное учебное пособие как средство обучения математике студентов технического университета на основе интегративного и деятельностного подходов / Н.А. Прокопенко // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – 2017. – Вып. 45. – С. 55–65.

283. Прокопенко, Н. А. Методика обучения математике будущих инженеров на основе интегративного подхода : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Наталья Анатольевна Прокопенко; ГОУ ВПО «Донецкий нац. ун-т». – Донецк, 2019. – 28 с.

284. Прохорова, О. Л. Управление самостоятельной работой студентов вузов как условие повышения качества высшего профессионального образования

в России / О.Л. Прохорова. – Текст: электронный // Образование и общество. – URL: http://education.rekom.ru/62005/24.html (дата обращения: 24.07.2019)

285. Профессиональный стандарт «Логист автомобилестроения», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 14 окт. 2014 г. № 721н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 21 ноября 2014 г., № 34821). – Текст: электронный // Профессиональные стандарты. – URL: http://education.rekom.ru/62005/24.html. (дата обращения: 24.07.2020).

286. Профессиональный стандарт «Руководитель проектов в области информационных технологий», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 ноября 2014 г. № 893н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 9 дек. 2014 г., № 35117), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 12 дек. 2016 г. № 727н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 13 янв. 2017 г., № 45230). – Текст: электронный // Профессиональные стандарты. – URL: https:// obshchiy-informatsionnyy-blok/natsionalnyy-reestr-professionalnykh-standartov/reestr-professionalnykh-standartov/index.php? ELEMENT_ID=50432 (дата обращения: 24.07.2020).

287. Профессиональный стандарт «Системный аналитик». – Текст: электронный // Профессиональные стандарты. – URL: https://profstandart.rosmintrud.ru/obshchiy-informatsionnyy-blok/natsionalnyy-reestr-professionalnykh-standartov/reestr-trudovyh-funkcij/index.php? ELEMENT_ID=50195&CODE=50195 (дата обращения: 24.07.2020).

288. Профессиональный стандарт «Специалист по автоматизированным системам управления производством», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 14 октября 2014 г. № 721н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 21 ноября 2014 г., № 34821). – Текст: электронный // Профессиональные стандарты. – URL: http://education.rekom.ru/ 62005/24.html (дата обращения: 24.07.2020).

289. Профессиональный стандарт «Специалист по информационным системам», утв. приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 ноября 2014 г. № 896н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 24 дек.

2014г., № 35361), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 12 дек. 2016 г. № 727н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 13 янв. 2017 г., № 45230). – Текст: электронный // Консорциум «Кодекс»: Электронный фонд правовых и нормативно-технических документов. – URL: https://docs.cntd.ru/ document/420236914 (дата обращения: 24.07.2020).

290. Профессиональный стандарт «Специалист по логистике на транспорте», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 14 окт. 2014 г. № 721н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 21 ноября 2014 г., № 34821). – Текст: электронный // Профессиональные стандарты. – URL: http://education.rekom.ru/62005/ 24.html. (дата обращения: 24.07.2020).

291. Профессиональный стандарт «Специалист по управлению персоналом», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 6 окт. 2015 г. № 691н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 19 окт. 2015 г., № 39362). – Текст: электронный // Профессиональные стандарты. – URL: http://education.rekom.ru/62005/24. html. (дата обращения: 24.07.2020).

292. Пучков, Н. П. Традиционная и цифровая дидактика в учебном процессе вуза : проблемы сочетания и пути их разрешения / Н.П. Пучков, Т.Ю. Забавникова // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов : материалы 40-го Междунар. научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, (7-9 окт. 2021 г., Брянский ГУ имени академика И.Г. Петровского). – Брянск : Изд-во БГУ, 2021. – С. 214–218.

293. Пышкало, А. М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе : авторский доклад по монографии «Методика обучения элементам геометрии в начальных классах», представленной на соискание ученой степени доктора пед. наук / А. М. Пышкало. – Москва : Акад. пед. наук СССР, 1975. – 60 с.

294. Рабинович, П. Д. Цифровая трансформация образования: от изменения средств к развитию деятельности / П.Д. Рабинович, К.Е. Заведенский, М.Э. Кушнир // Информатика и образование. – 2020. – № 5. – С. 4–14.

295. Развитие цифровой экономики в России: Программа до 2035 года. – Текст: электронный // АНО «Центр междисциплинарных исследований им. С.П. Курдюмова «Сретенский клуб». – URL: http://spkurdyumov.ru/uploads/2017/05/strategy.pdf (дата обращения 24.10.2019).

296. Ратнер, Ф. Л. Качество образования: педагогический аспект / Ф.Л. Ратнер, Н.В. Тихонова // Высшее образование в России. – 2019. – Т. 28, № 12. – С. 87–96.

297. Рейзлин, В. И. Математическое моделирование : учебное пособие для магистратуры / В.И. Рейзлин. – Люберцы : Юрайт, 2016. – 126 с.

298. Роберт, И. В. Интеллектуализация интерактивного взаимодействия обучающегося и обучающего со средствами информатизации в информационно-образовательном пространстве / И.В. Роберт // Информационная среда образования и науки. – 2018. – № 18. – С. 63–83.

299. Роберт, И. В. Развитие понятийного аппарата педагогики: цифровые информационные технологии образования / И.В. Роберт // Педагогическая информатика. – 2019. – № 1. – С. 108–121.

300. Розанова, С. А. Математическая культура студентов технических университетов : монография / С. А. Розанова. – Москва : Физматлит, 2003. – 176 с.

301. Рудской, А. И. Какие инженеры нужны России? / А.И. Рудской // Инновации. – 2015. – №5 (199). – С. 3–7.

302. Русаков, А.А. Основы повышения эффективности образования XXI века / А.А. Русаков, В.В. Казаченок // Информатизация образования – 2018 : Труды Междунар. науч.-практич. конф. (Москва 11-12 сентября 2018 г). В 2-х ч. Ч.1. – Москва : изд-во СГУ, 2018. – С. 107-117.

303. Русаков, А. А. Некоторые аспекты информатизации отечественного образования в условиях цифровой образовательной среды / А.А. Русаков // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2019. – № 3 (15). – С. 42–46.

304. Русаков, А.А. SMART-технологии в образовании (по материалам Национальной научно-практической конференции с Международным участием

«SMART-технологии в образовании 2020») / А.А. Русаков, Н.В. Кузовлева Н.Н. Пачина // Педагогическая информатика. – 2020. – № 3. – С. 178–183.

305. Сазонов, Б. А. Организация образовательного процесса: возможности индивидуализации обучения / Б.А. Сазонов // Высшее образование в России. – 2020. – № 6. – С. 35–50.

306. Сакулина, Ю. В. Возможности использования скрайбинг-технологии для повышения уровня усвоения теоретического материала / Ю.В. Сакулина. – Текст: электронный // Проблемы современного образования. – 2020. – № 4. – С. 172–180. – URL: www.pmedu.ru/index.php/ru/2020-year/nomer-4. (дата обращения: 21.12.2020).

307. Селевко, Г. К. Компетентности и их классификация / Г. К. Селевко // Народное образование. – 2004. – № 4. – С. 138–144.

308. Селевко, Г. К. Энциклопедия образовательных технологий: в 2т. / Г.К. Селевко. – Москва : T8RUGRAM, 2019. – Т1. – 818 с.

309. Семененкова, Т.М. Педагогический проект «Профессиональная ориентация, как средство профессионального самоопределения учащихся» / Т.М. Семененкова. – Текст: электронный // Образовательный портал «educontest. net». – URL: https://educontest.net/ru/103601/педагогический-проект-профессионал/ (дата обращения: 22.04.2019).

310. Семенова, Г. М. Формирование исследовательской компетентности будущих радиофизиков в обучении математике на основе междисциплинарной интеграции : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : дис. ... канд. пед. наук / Галина Михайловна Семенова; Ярослав. гос. пед. ун-т имени К.Д. Ушинского. – Ярославль, 2011. – 169 с.

311. Сенина, О. А. Организация самостоятельной работы студентов по общепрофессиональным дисциплинам технического ВУЗа с использованием электронных учебных пособий : на примере электротехнических дисциплин : 13.00.08 «Техника и методика профессионального образования» : дис. ... канд. пед. наук / Ольга Анатольевна Сенина; Тольяттинский гос. ун-т. – Астрахань, 2011. – 201 с.

312. Сергеева, Е. В. Критерии, определяющие уровень развития математической компетентности студентов / Е.В. Сергеева. – Текст: электронный // Мир науки: Интернет-журнал. – 2016. – Т. 4, № 1. – URL: http://mir-nauki.com/PDF/37PDMN116.pdf

313. Сергеева, Е. В. Развитие математической компетентности студентов ВУЗов в процессе профессиональной подготовки по техническим профилям : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Е.В. Сергеева; Магнитогор. гос. техн. ун-т имени Г.И. Носова. – Екатеринбург, 2017. – 23 с.

314. Сериков, В. В. Развитие личности в образовательном процессе / В.В. Сериков. – Москва : Логос, 2012. – 325 с.

315. Система подготовки нового поколения учителей математики на основе проектно-эвристической деятельности / Е.И. Скафа, Е.Г. Евсеева, Ю.В. Абраменкова, И. В. Гончарова // Перспективы науки и образования. – 2021. – № 5 (53). – С. 208-222. doi: 10.32744/pse.2021.5.14108.

316. Скафа, О. І. Евристична складова професійно орієнтованого навчання математики у технічному університеті / О.І. Скафа // Збірник науково-методичних робіт ДонНТУ. – Донецьк : ДонНТУ, 2013. – Вип. 8. – С. 288–296.

317. Скафа, Е. И. Интегрированные лабораторные работы по математике как форма цифрового обучения в высшей школе / Е.И. Скафа, М.Е. Королев // Интернет-технологии в образовании : материалы междунар. научно-практ. конф., (Чебоксары, 17 – 21 мая 2021 г.). – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2021. – С. 452–459.

318. Скафа, Е. И. Математическое моделирование как фактор преемственности в системе общего среднего и высшего технического образования / Е.И. Скафа, М.Е. Королев // Непрерывная система образования «Школа – Университет». Инновации и перспективы : сборник статей IV Межунар. научно-практ. конф., посв. 100-летию БНТУ, (29-30 окт. 2020 г.). – Минск : БНТУ, 2020. – С. 345–348.

319. Скафа, Е. И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика : учебное пособие / Е.И Скафа; ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет». – Донецк : ДонНУ, 2020. – 440 с.

320. Скафа, Е. И. Методологический подход к пониманию роли эвристической задачи в математическом образовании школьников / Е.И. Скафа, М.В. Дрозд // Дидактика математики : проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – 2017. – Вып. 46. – С. 15–20.

321. Скафа, Е. И. Методология и методы научно-педагогических исследований : учебное пособие / Е.И. Скафа, Е.Г. Евсеева. – Beau Bassin : LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2019. – 228 с.

322. Скафа, О. І. Наукові засади методичного забезпечення кредитно-модульної системи навчання у вищій школі : монографія / О .І. Скафа, Н. М. Лосєва, О. В. Мазнєв. – Донецьк : ДонНУ, 2009. – 320 с.

323. Скафа, Е. И. Организационные формы обучения математическому моделированию в высшей технической школе / Е.И. Скафа, М.Е. Королев // Вестник Донецкого национального университета. Серия Б. Гуманитарные науки. – 2021. – № 1. – С. 168–175.

324. Скафа, О. І. Организация эвристической деятельности по решению прикладных задач с параметрами / О.І. Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – 2009. – Вип. 32. – С. 161–166.

325. Скафа, Е. И. Основные этапы процесса адаптации студентов к обучению в высшем учебном заведении / Е.И. Скафа // Сборник научно-методических работ Донецкого национального технического университета. – Донецк : ДонНТУ, 2015. – Вып. 9. – С. 197–208.

326. Скафа, Е. И. Технологии эвристического обучения математике: учебное пособие / Е.И. Скафа, И.В. Гончарова, Ю.В. Абраменкова. – 2-е изд. – Донецк : ДонНУ, 2019. – 220 с.

327. Скафа, Е. И. Технология смешанного обучения математическому и компьютерному моделированию будущих инженеров / Е.И. Скафа, М.Е. Королев // Педагогическая информатика. – 2021. – № 2. – С. 95–104.

328. Скафа, Е. И. Эвристико-дидактические конструкции как средство овладения цифровыми навыками будущим учителем математики / Е.И. Скафа. – Текст: электронный // Педагогика информатики. – 2021. – № 1. – URL: Http://pcs.bsu.by/2021_1/5ru.pdf

329. Скафа, Е. И. Эвристический подход к разработке мультимедийных средств обучения в высшей школе / Е.И. Скафа // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании : материалы IV Междунар. науч. конф., (Красноярск, 6–9 окт. 2020 г.) : в 2 ч. / под общ. ред. М. В. Носкова. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. – Ч. 2. – С. 227–231.

330. Скафа, Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология : монография / Е.И. Скафа. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

331. Скибицкий, Э. Г. Информационно-образовательная среда вуза – инструментарий повышения уровня подготовки студентов / Э.Г. Скибицкий, Е.Т. Китова // Инновации в образовании. – 2016. – № 8. – С. 116–125.

332. Скибицкий, Э. Г. Опыт использования смешанного обучения в вузе в условиях пандемии / Э.Г. Скибицкий, Е.П. Яхина // Педагогическая информатика. – 2020. – № 4. – С. 74–82.

333. Сластенин, В. А. Педагогика: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / В.А. Сластенин. – 6-е изд. – Москва : Академия, 2007. – 480 с.

334. Слєпкань, З. І. Наукові засади організації педагогічного процесу у вищій школі / З. І. Слєпкань. – Київ : Вища шк., 2005. – 239 с.

335. Слепухин, А. В. Проектирование компонентов методики формирования профессиональных умений студентов педагогических вузов в условиях использования виртуальной образовательной среды / А.В. Слепухин // Педагогическое образование в России. – 2016. – № 7. – С. 82–90.

336. Смирнов, А. С. Технологии виртуальной реальности в образовательном процессе: перспективы и опасности / А.С. Смирнов, К.А. Фадеев, Т.А. Аликовская // Информатика и образование. – 2020. – № 6. – С. 4–16.

337. Соболев, Л. Б. Проблемы инженерного образования в России / Л.Б. Соболев // Экономический анализ: теория и практика. – 2018. – Т. 17, № 7. – С. 1252–1267.

338. Современная цифровая образовательная среда в Российской Федерации : приоритетный проект, утв. президиумом Совета при Президенте Российской Федерации по стратегическому развитию и приоритетным проектам (протокол от 25.10.2016 № 9). – Текст: электронный // Сайт Правительства России. – URL: http://government.ru/ projects/selection/643/. (дата обращения: 29.03.2021).

339. Сорокина, О. А. Инженерная компетентность бакалавров-строителей как профессионально педагогический феномен / О.А. Сорокина // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2018. – № 8. – С. 54–57.

340. Сорокина, О. А. Модель реализации профессионально-ориентированных проектных задач формирования инженерной компетентности будущих бакалавров / О.А. Сорокина // Современные проблемы науки и образования. – 2016. – № 5. – С. 216.

341. Средства обучения математике : сб. статей / сост. А. М. Пышкало. – Москва : Просвещение, 1980. – 208 с.

342. Стандарт профессиональной деятельности инженера-проектировщика. – Москва : Ассоциация инженеров «Национальная палата инженеров», 2015. – 14 с.

343. Стародубцев, В. А. Элементы геймификации в LMS MOODLE / В.А. Стародубцев, И.В. Ряшенцев // Международный научно-исследовательский журнал. – 2017. – № 7-1 (61). – С. 98–102.

344. Стародубцев, В. А. Элементы игровых технологий в электронном обучении / В.А. Стародубцев, И.В. Ряшенцев // Дистанционное и виртуальное обучение. – 2018. – № 1. – С. 69–76.

345. Стельмах, Я. Г. Формирование профессиональной математической компетентности студентов – будущих инженеров : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования»: дис. ... канд. пед. наук / Янина Геннадьевна Стельмах; Поволж. гос. соц.-гуманитар. акад. – Самара, 2011. – 233 с.

346. Степанов, С. Ю. К проблеме выбора стратегии развития цифрового образования как непрерывного / С. Ю. Степанов // Непрерывное образование: XXI век. – 2019. – № 1 (25). – С. 18–27.

347. Стратегия научно-технологического развития Российской Федерации : утверждена Указом Президента Российской Федерации № 642 от 01.12.2016 г. – Текст: электронный // Гарант.ру: Информационно-правовой портал. – URL: http://base.garant.ru/71551998/. (дата обращения: 19.08.2019).

348. Стратегия развития инженерного образования в Российской Федерации на период до 2020 года. Проект / А.И. Рудской, А.А. Александров, П.С. Чубик [и др.]. – Санкт-Петербург : Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – 53 с.

349. Сундукова, Т. О. Математическая цифровая компетентность: что это? / Т.О. Сундукова, Г.В. Ваныкина // Научные и методические аспекты математической подготовки в университетах технического профиля: материалы Междунар. научно-практ. конф., (2019; Белорусский гос. ун-т). – Минск: БелГУТ, 2019. – С. 54–58.

350. Суртаева, Н. Н. Педагогика : педагогические технологии : учеб. пособие для студентов вузов / Н.Н. Суртаева. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Изд-во Юрайт, 2019. – 250 с.

351. Талызина, Н. Ф. Теоретические основы разработки модели специалиста / Н.Ф. Талызина. – Москва : Просвещение, 1986. – 126 с.

352. Тарасевич, Ю. Ю. Математическое и компьютерное моделирование. Вводный курс : учебное пособие / Ю.Ю. Тарасевич. – Москва : ЛИБРОКОМ, 2013. – 152 с.

353. Тарасов, Н. А. Использование синергетического подхода при подготовке специалистов в области информационных технологий в вузе / Н.А. Тарасов. – Текст: электронный // Современные проблемы науки и образования. – 2017. – № 5. – С. 255–255. – URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=26835 (дата обращения: 16.08.2021).

354. Татаринов, К. А. Развитие цифровых компетенций у преподавателей и студентов / К.А. Татаринов, С.М. Музыка // Балтийский гуманитарный журнал. – 2020. – Т.9. – № 4(33). – С. 171–174.

355. Татьяненко, С. А. Математическая подготовка инженеров на основе ФГОС 3++ / С.А. Татьяненко, Е.С. Чижикова. – Текст: электронный // Высшее образование в России. – 2020. – Т. 29, № 1. – С. 76–87. – URL: https://doi.org/ 10.31992/0869-3617-2020-29-1-76-87 (дата обращения: 18.10.2020).

356. Татьяненко, С. А. Формирование профессиональной компетентности будущего инженера в процессе обучения математике в техническом ВУЗе : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : дис. … канд. пед. наук / Светлана Александровна Татьяненко; Тобольский гос. пед. ин-т имени Д.И. Менделеева. – Тобольск, 2003. – 240 с.

357. Тимошенко, О. В. Лабораторні роботи в курсі вищої математики як інтегрована форма навчання майбутніх біологів-дослідників / О.В. Тимошенко // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету. (Педагогічні науки). – Бердянськ: БДПУ, 2010. – № 4. – С. 253–257.

358. Троицкий, Д. И. Виртуальные лабораторные работы в естественнонаучном образовании / Д.И. Троицкий, Е.Е. Дикова. – текст: электронный // Интернет и современное общество : сборник научных статей XVIII Объединенной конференции IMS-2015, (Санкт-Петербург, 23–25 июня 2015 г). – URL: http://ojs.itmo.ru/index.php/ IMS/article/ view/443 (дата обращения: 18.10.2020)

359. Трухин, А. В. Об использовании виртуальных лабораторий в образовании / А.В. Трухин. – Текст: электронный // Открытое и дистанционное образование. – 2002. – № 4 (8). – С. 67–69. – URL: https://ido.tsu.ru/ files/pub2002/ 4(8)309 Truhin _A._(TUSUR).pdf. (дата обращения: 18.10.2020)

360. Усатова, В. М. Формирование готовности к функционально математическому моделированию при обучении математике студентов технического ВУЗа : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. ... канд. пед. наук / Валентина Михайловна Усатова; Балт. гос. акад. рыбопромыслового флота. – Калининград, 2011. – 145 с.

361. Фаритов, А. Т. Анализ современного состояния проблемы формирования инженерного образования учащихся основного общего образования / А.Т. Фаритов. – Текст: электронный // Проблемы современного образования. 2020. – № 4. – С. 215–224. – URL: www.pmedu.ru/index.php/ru/2020-year/nomer-4. (дата обращения: 21.08.2020).

362. ФГОС ВО по направлению подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов : утвержден приказом Минобрнауки России 07.08.2020, №911. – Текст: электронный // Федеральные государственные образовательные стандарты. – URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/ FGOS% 20VO%203++/Bak/ 230301_B_3_23082020.pdf (дата обращения: 18.11.2020).

363. ФГОС ВО по направлению подготовки 23.03.02 Наземные транспортно-технологические комплексы : утвержден приказом Минобрнауки России 07.08.2020, №915. – Текст: электронный // Федеральные государственные образовательные стандарты. – URL:http://fgosvo.ru/ uploadfiles/FGOS% 20VO% 203++/Bak/230302B_3_23082020.pdf (дата обращения: 18.11.2020).

364. ФГОС ВО по направлению подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов: утвержден приказом Минобрнауки России 07.08.2020, №916. – Текст: электронный // Федеральные государственные образовательные стандарты. – URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/ FGOS%20VO%203++/Bak/230303(дата обращения: 18.11.2020).

365. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учеб. пособие для студентов физ. и мех.-мат. специальностей ВУЗов : в 3 т. / Г.М. Фихтенгольц. – 8-е изд. – Москва : Физматлит ; СанктПетербург : Невский диалект, 2001. – Т. 1. – 2001. – 680 с.Т. 2. – 2001. – 864 с.Т. 3. – 2002. – 728 с.

366. Формирование системного мышления в обучении / З. А. Решетова, Е.Н. Логинова, С. А. Баляева и др. ; под ред. З. А. Решетовой – Москва : ЮНИТИ : Единство, 2002. – 344 с.

367. Фридман, Л. М. Психологический справочник учителя / Л.М. Фридман, И.Ю. Кулагина. – Москва : Просвещение, 1991. – 288 с.

368. Хасанова, Г. Ф. Виртуальная реальность в инженерном образовании химического профиля / Г.Ф. Хасанова // Казанский педагогический журнал. – 2019. – № 1 (132). – С. 43–49.

369. Хачатурян, А. Л. Цифровизация образования / А.Л. Хачатурян, Е.А. Пономарева // Россия, Европа, Азия: цифровизация глобального пространства : сборник научных трудов I международного научно-практического форума. – Москва, 2018. – С. 283–286.

370. Хозяинова, М. С. Обучение содержательному анализу математического материала при изучении алгебры в техническом вузе : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : дис. … канд. пед. наук / Мария Семеновна Хозяинова; Сыктывкарский гос. ун-т имени Питирима Сорокина. – Сыктывкар, 2017. – 158 с.

371. Хохлова, М. В. Методика конструирования системы задач и ее применение в обучении математике студентов технических ВУЗов : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. … канд. пед. наук / Марина Владиславовна Хохлова; Вятский гос. пед. ун-т. – Киров, 2004. – 19 с.

372. Хубетдинов, Г. К. Графическая подготовка будущих инженеров в ВУЗе на основе интегративного подхода : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. … канд. пед. наук / Галим Камилович Хубетдинов; Юж.-Уральс. гос. ун-т. – Челябинск, 2009. – 172 с.

373. Хуторской, А. В. Методологические основания применения компетентностного подход к проектированию образования / А.В. Хуторской // Высшее образование в России. – 2017. – № 12. – С. 85–91.

374. Хуторской, А. В. Педагогика : учебник для вузов. Стандарт третьего поколения / А.В. Хуторской. – Санкт-Петербург : Питер, 2019. – 608 с.

375. Цифровая трансформация образования: от изменения средств к развитию деятельности / П.Д. Рабинович, К.Е. Заведенский, М.Э. Кушнир, Ю.Е. Храмов, А.Р. Мелик-Парсаданов // Информатика и образование. – 2020. – № 5. – С. 4–14.

376. Цифровые горизонты развития педагогического образования / А.Н. Макаренко, Л.Г. Смышляева, Н.Н. Минаев, О.М. Замятина // Высшее образование в

России. – 2020. – Т. 29, № 6. – С. 113–121. DOI. 10.3-1992/0869-3617-2020-6-113-121.

377. Цхадая, Н. Д. Актуальные вопросы ценностно-акцентированного инженерно-технического образования / Н.Д. Цхадая, Д.Н. Безгодов // Высшее образование в России. – 2020. – № 2. – С. 115–126.

378. Челнокова, Е. А. Интерактивная лекция как современная форма обучения в вузе / Е.А. Челнокова, А.А. Лебедева, Е.А. Алешугина // Балтийский гуманитарный журнал. – 2020. – Т.9, № 3(32). – С. 199–202.

379. Черкез, А. С. Эвристическое обучение векторам в элективном курсе по геометрии / А.С. Черкез // Эвристика и дидактика математики : материалы IX Междунар. научно-метод. дистанционной конф.-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2020. – С. 134–136.

380. Чиганов, А. С. Начала инженерного образования в школе / А.С. Чиганов, А.С. Грачев // Вестник Красноярского гос. пед. ун-та им. В.П. Астафьева. – 2015. – № 2 (32). – С. 30–35.

381. Чомаева, Л. Х. Профессионально-ориентированная математическая подготовка инженеров-технологов на основе компьютерных средств обучения : 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. ... канд. пед. наук / Лариса Хасановна Чомаева; Северо-Кавказский социальный ин-т. – Ставрополь, 2010. – 223 с.

382. Чубик, П. С. Изменение инфраструктуры технического университета: новые инициативы / П.С. Чубик, В.А. Стародубцев, Е.Ю. Валитова // Проектирование механизмов реализации образовательных инициатив : материалы I Всерос. науч.-метод. конф., (г. Чебоксары, 22 авг. 2017 г.) / редкол.: Ж.В. Мурзина, Г.В. Николаева, С.П. Русское. – Чебоксары: ООО «Издательский дом «Среда», 2017. – С. 52–60.

383. Чубучный, С.А. Неметрические методы статистики / С.А. Чубучный, М.Е. Королёв // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – Т. 3, № 8-1 (19-1). – С. 405–408.

384. Чудина, Е. Ю. Реализация принципа внутренней дифференциации при обучении математике в условиях дистанционного обучения в инженерном вузе / Е.Ю. Чудина, Т.В. Жмыхова // Вестник Донецкого национального университета. Серия Б. Гуманитарные науки. – 2020. – № 3. – С. 235–239.

385. Шарипов, Ф. В. Педагогика и психология высшей школы : учеб. пособие / Ф.В. Шарипов. – Москва : Логос, 2012. – 448 с.

386. Шершнева, В. А. Формирование математической компетентности студентов инженерного вуза на основе полипарадигмального подхода : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. ... доктора пед. наук / В.А. Шершнева. – Красноярск, 2011. – 40 с.

387. Широкова, Е. А. Лабораторная работа как средство понимания усвоения старшеклассниками понятий математического анализа / Е.А. Широкова // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. – 2008. – № 3. – С. 508–513.

388. Шищенко, Е. В. Формирование профессиональных компетенций у студентов технических специальностей на основе интеграции электротехнических дисциплин : на примере железнодорожного техникума : 13.00.08 «Теория и методи профессионального образования» : дис. … канд. пед. наук / Елена Вячеславовна Шищенко; Самарский госуд. техн. ун-т. – Самара, 2005. – 243 с.

389. Шульга, Е. В. Математическая деятельность как средство преемственности в обучении математике / Е.В. Шульга // Вестник Омского государственного педагогического университета. Гуманитарные исследования. – 2019. – № 3 (24). – С. 185–188.

390. Эволюция образования в условиях цифровизации : коллективная монография / М.В. Носков, П.П. Дьячук, Б.С. Добронец [и др.]; под ред. М.В. Носкова. – Красноярск : Изд-во Сибир. Федерал. ун-т, 2019. – 212 с.

391. Эльконин, Д. Б. Избранные психологические труды / Д. Б. Эльконин ; под ред. В. В. Давыдова, В. П. Зинченко. – Москва: Педагогика, 1989. – 560 с.

392. Юматова, Э. Г. Методическая система формирования геометро-графической культуры будущих инженеров, обучающихся по специальности

«Строительство уникальных зданий и сооружений» в архитектурно-строительном университете : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. … доктора пед. наук / Эвелина Геннадиевна Юматова; Московский пед. гос. ун-т. – Москва, 2020. – 44 с.

393. Юшко, С. В. Интегративная подготовка будущих инженеров к инновационной деятельности для постиндустриальной экономики / С.В. Юшко, М.Ф. Галиханов, В.В. Кондратьев // Высшее образование в России. – 2019. – Т. 28, № 1. – С. 65–75.

394. Явич, Р. П. Управление математической подготовкой студентов технического ВУЗа на основе телекоммуникационных технологий : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» : автореф. дис. …канд. пед. наук / Роман Павлович Явич; Уральский госуд. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2008. – 23 с.

395. Ягафарова, Х. Н. Применение математических методов при формировании общеинженерных компетенций у студентов технических ВУЗов / Х. Н. Ягафарова, А. И. Ямалтдинов. – Текст: электронный // Нефтегазовое дело: электронный научный журнал. – 2015. – № 2. – С. 477–490. – URL: http://www.ogbus.ru (дата обращения: 22.05.2018).

396. Ярославова, Е. Н. Формирование иноязычной коммуникативной компетенции студентов в рамках смешанного обучения: (модель «перевернутый класс») / Е.Н. Ярославова, И.А. Колегова, И.В. Ставцева // Проблемы науки и образования. – 2020. – № 1 (43). – С. 399–412.

397. Abdullaeva S. Use of MathCad software in the preparation of students majoring in engineering / S. Abdullaeva, U. Sultonova // International Journal of Scientific and Research Publications. – 2020. – Volume 10. – Pp. 650–662.

398. Azmandian, M. Haptic Retargeting: Dynamic Repurposing of Passive Haptics for Enhanced Virtual Reality Experiences / M. Azmandian, M. Hancock, H. Benko // Proceedings of the CHI Conference on Human Factors in Computing Systems. – 2016. – Pp. 1968–1979.

399. Becker, K. Effects of integrative approaches among science, technology, engineering, and mathematics (STEM) subjects on students' learning : A preliminary

meta-analysis / K. Becker, K. Park // Journal of STEM Education: Innovations & Research. – 2011. – 12(5). – Pp. 23–37.

400. Bergsten, C. Conceptual or procedural mathematics forengineering students– views of two qualified engineers from two countries / C. Bergsten, J. Engelbrecht, O. Kågesten // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. – 2015. – 46(7). – Pp. 979–990.

401. Berlin, D.F. Integrating science and mathematics education: Historical analysis / D.F. Berlin, H. Lee // School Science and Mathematics. – 2005. – 105(1). – Pp. 15–24.

402. Biehler, R. Conceptualizing and studying students' processes of solving typical problems in introductory engineering courses requiring mathematical competences / R. Biehler, J. Kortemeyer, N. Schaper // Proceedings of CERME 9 ; K. Krainer & N. Vondrová (Eds.). – 2015. – Pp. 2060–2066.

403. Bloom, B.S. Taxonomy of Educational Objectives Volume II : The Affective Domain / B.S. Bloom, B.B. Masia, D.R. Krathwohl. – New York : McKay, 1964. – URL: https://www. tandfonline.com/doi/abs/10.1080/ 00131726509339406.

404. Blum, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? / W. Blum // S. J. Cho (Ed.), The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education. – 2015. – Pp. 73–96.

405. Code of Ethics for Engineers. – URL: www.nspe.org (Publication date as revised: July 2007, Publication No.1102).

406. Dreher, R. Von PBL zu PBE: Notwendigkeit der Weiterentwicklung des didaktischen Konzepts des problembasierten Lernenes // H. Hortsch, S. Kersten, M. Köhler (ed.). Renaissance der Ingenieurpädagogik. Entwicklungslinienim Europäischen Raum. – Dresden, 2012. – Pp. 68–75.

407. Dreher, R. Engineering Education in the 21st Century / R. Dreher, G. Kammasch // Proceedings of 2014 International Conference on Collaborative Learning (ICL). – 2014. – Pp. 432–435.

408. Dreher, R. Concept of the Natural Structure of Engineering Training and the Code of Professional Ethics of an Engineer / R. Dreher, A. Gornov, V. Kondratyev // Higher Education in Russia. – 2019. – V. 28, No. 1. – Pp. 76–85.

409. Frejd, P. Mathematical modelling as a professional task / P. Frejd, C. Bergsten // Educational Studies in Mathematics. – 2016. – No. 91. – Pp. 11–35.

410. Greefrath, G. Teaching and learning mathematical modelling: Approaches and developments from German speaking countries / G. Greefrath, K. Vorhölter. – Berlin, 2016. – 126 p.

411. Halverson, L. R. Prepublication draft version of: Blended learning research in higher education and k-12 settings / L.R. Halverson, K.J. Spring, S. Huyett // Learning, design, and technology: An international compendium of theory, research, practice, and policy. Eds.: J. M. Spector, B. B. Lockee, M. D. Childress. Springer International Publishing, 2017. – http://doi.org/10.1007/978-3-319-17727-4_31-1

412. Hankeln, C. Assessing Sub-competencies of Mathematical Modelling-Development of a New Test Instrument / C. Hankeln, C. Adamek, G. Greefrath // G. Stillman & J. P. Brown (Eds.), Lines of inquiry in mathematical modelling research in education. – 2019. – P. 143–160.

413. Jankvist, U.T. The KOM framework's aids and tools competency in relation to digital technologies: a networking of theories perspective / U.T. Jankvist, M. Misfeldt // Mathematics Education in the Digital Age (MEDA). – Københavns Universitet, 2018. – Pp. 123–130.

414. Kaiser, G. Modelling competencies: Past development and further perspectives / G. Kaiser, S. Brand // G. A. Stillman, W. Blum & M. Salett Biembengut (Eds.), Mathematical modelling in education research and practice. – 2015. – Pp. 129–149.

415. Klock, H. AspekteprofessionellerKompetenz zum Lehren mathematis cher Modellierung bei (angehenden) Lehrkräften-Erfassungund Evaluation / H. Klock, R. Wess, G. Greefrath, H. Siller // Fachdidaktische Forschung zur Lehrerbildung. – 2019. – Pp. 135–146.

416. Kreitzberg, P. The legitimation of educational aims: paradigms and metaphors / P. Kreitzberg. – Lund, 1993. – 234 p.

417. Larson, L. Problem-Solving Through Problems / L. Larson. – Springer-Verlag, Now York, Berlin, Heidelberg, Tokyo, 1983. – 344 p.

418. Leslie, J. Briggs Instructional Design: Principles and Applications / J. Leslie, B. Briggs // Educational Technology. – 1977. – Pp. 532.

419. Lyon, Joseph A. Computational Modeling and Simulation in Engineering Education / Lyon Joseph A, Magan Alejandra J. // International Journal of Engineering Education. – 2020. – No. 36(1). – Pp. 101–116.

420. Magana, A. J., and Coutinho, G. S. (2017). Modeling and simulation practices for a computational thinking-enabled engineering workforce / A. J. Magana, G. S. Coutinho // Comput. Appl. Eng. Educ. – 2017. – No. 25(1). – Pp. 62–78.

421. Mise-Unseen: Using Eye Tracking to Hide Virtual Reality Scene Changes in Plain Sight / S. Marwecki, A. Wilson, E. Ofek, M-G. Franco, C. Holz // UIST '19: Proceedings of the 32nd Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology. October 2019. – P. 777–789.

422. Nechaevskiy A. The computer simulation development stages / A. Nechaevskiy // Systems analysis in science and education. – 2013. – № 2. – URL: http: // sanse.ru/ archive/28

423. Niss, M.A., Højgaard T. Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark / M.A. Niss, T. Højgaard. – Roskilde : Roskilde Universitet, 2011. – 206 p.

424. Osborn, A.F. How to become more creative. – New York, 1964. – 129 p.

425. Pócsová, J. Matlab in engineering education / J. Pócsová, A.Mojžišová, M. Mikulszky // 19th International Carpathian Control Conference (ICCC), 2018. – Pp. 532-535. doi: 10.1109/CarpathianCC.2018.8399688.

426. Post, L. S., Guo P., Saab N., Admiraal W. Effects of remote labs on cognitive, behavioral, and affective learning outcomes in higher education / L.S. Post, P. Guo, N. Saab // Computers & Education. – 2019. – Vol. 140. – Pp. 343–351.

427. Probability & statistics for engineers & scientists / Ronald E. Walpole ... [et al.]. – 9th ed. – Boston: Pearson Education, 2012. – 812 p.

428. Rüütmann, T. Engineering Pedagogy as the Basis for Effective Teaching Competencies of Engineering Faculty / T. Rüütmann // Higher Education in Russia. – 2019. – V. 28, n. 12. – Pp. 123–131.

429. Roehl, A. The flipped classroom: An opportunity to engage millennial students through active learning strategies / A. Roehl, L. S. Reddy, G. J. Shannon // Journal of Family and Consumer Sciences. – 2013. – № 105(2). – C. 44–49. https://pdfs.semanticscholar.org/daa3/b94cdc7b52b3381a7c7e21022a7a8c005f84.pdf (дата обращения: 24.03.2021).

430. Salleh, T., Zakaria, E. The Effects of Maple Integrated Strategy on Engineering Technology Students' Understanding of Integral Calculus / T. Salleh, E. Zakaria // TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology. – 2016. – volume 15, issue 3. – Pp. 183–194.

431. Siller, H.-S. Modelling tasksin central examinations based on the example of Austria / H.-S. Siller, G. Greefrath, // G. A. Stillman, G. Kaiser, & C.E. Lampen (Eds.), Mathematical modelling education and sense-making. – 2020. – Pp. 383–392.

432. Stone, D.C. Teaching Chromatography Using Virtual Laboratory Exercises / D.C. Stone // Journal of Chemical Education. – 2007. – n. 84 (9). – Pp. 1488.

433. Svensson, I. Conceptions as the content of teaching: Improving education in mechanics / I. Svensson, C. Hogfors // Improving learning / ed. By U. Ramsden. – London, 1988. – 232 p.

434. Wess, R. Measuring Professional Competence for the Teaching of Mathematical Modelling / R. Wess, H. Klock, H.-S. Siller. – Berlin : Springer, 2021. – 134 p.

435. Zwicky, F. The morphological approach to discovery, invention, research and construction / F. Zwicky, A.G. Wilson // New methods of thought and procedure. – Berlin, 1967. – 328 p.

Приложение А

CD-диск с авторскими программами

1. Автоматизированное рабочее место «Преподаватель – студент» по дисциплинам: «Исследование операций», «Многомерный статистический анализ», «Информатика».

2. Демонстрация построения графиков замечательных кривых в полярных координатах, параметрическом виде и в явном задании.

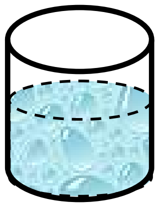
3. Моделирование систем массового обслуживания «Бензозаправочная станция» (модель Эрланга).

4. Моделирование Марковских процессов «Графы состояний»

Приложение Б

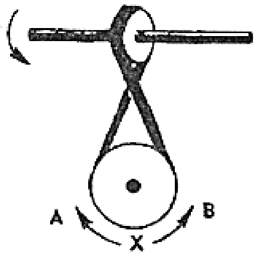
Тест Беннета
(*диагностика абитуриентов по расположенности к инженерным специальностям*)

1. В ёмкости находится лёд. Как изменится уровень воды по сравнению с уровнем льда после его таяния?



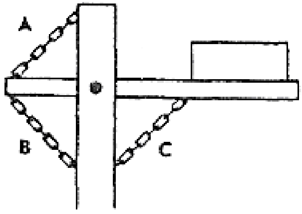
1. Уровень повысится. 2. Уровень понизится. 3. Уровень не изменится.

2. Если верхнее колесо вращается в направлении, указанном стрелкой, то в каком направлении вращается нижнее колесо?



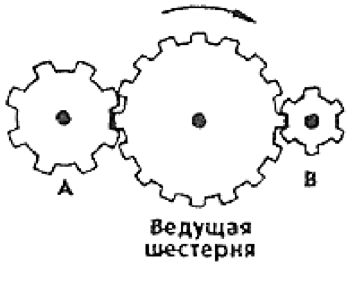
1. В направлении А. 2. В обоих направлениях. 3. В направлении В.

3. Какая цепь нужна для поддержки груза?



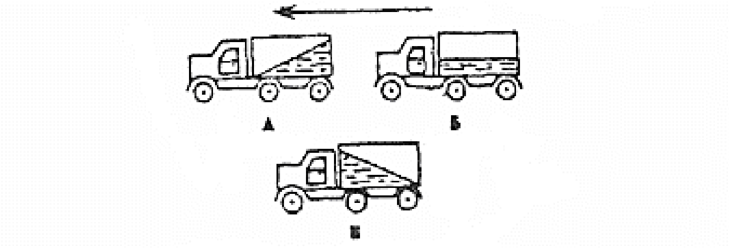
1. Цепь А. 2. Цель В. 3. Цепь С.

4. Какая из шестерен вращается в том же направлении, что и ведущая шестерня? А может быть, в этом направлении не вращается ни одна из шестерен?



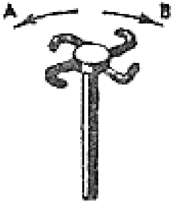
1. Шестерня А. 2. Шестерня В. 3. Не вращается ни одна.

5. Какая из машин с жидкостью в бочке тормозит?



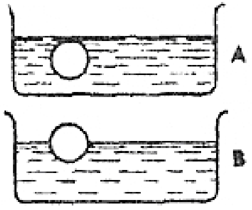
1. Машина А. 2. Машина Б. 3. Машина В.

6. В каком направлении будет вращаться вертушка, приспособленная для полива, если в нее пустить воду под напором?



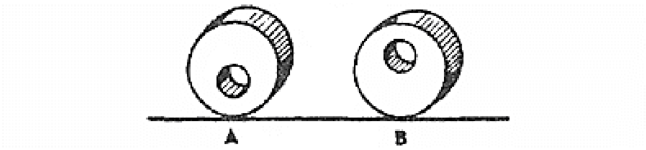
1. В обе стороны. 2. В направлении стрелки А. 3. В направлении стрелки В.

7. Одинаковой ли плотности жидкостями заполнены емкости или одна из жидкостей более плотная, чем другая (шары одинаковые)?



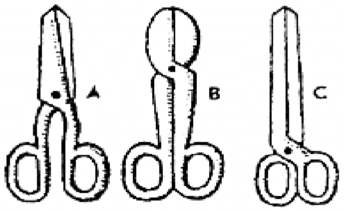
1. Обе жидкости одинаковые по плотности. 2. Жидкость А плотнее. 3. Жидкость В плотнее.

8. В каком положении остановится диск после свободного движения по указанной линии?



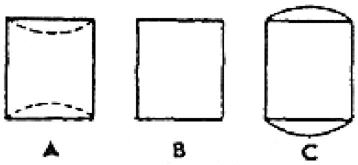
1. В каком угодно. 2. В положении А. 3. В положении В.

9. Какими ножницами легче резать лист железа?



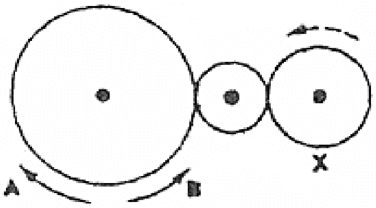
1. Ножницами А. 2. Ножницами В. 3. Ножницами С.

10. Как будет изменяться форма запаянной тонкостенной жестяной банки, если ее нагревать?



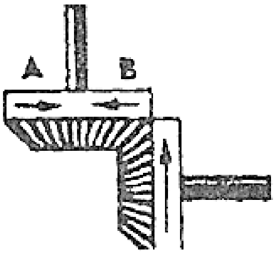
1. Как показано на рисунке А. 2. Как показано на рисунке В.
3. Как показано на рисунке С.

11. Предположим, что нарисованные колеса изготовлены из резины. В каком направлении нужно вращать ведущее колесо (левое), чтобы колесо Х вращалось в направлении, указанном пунктирной стрелкой?



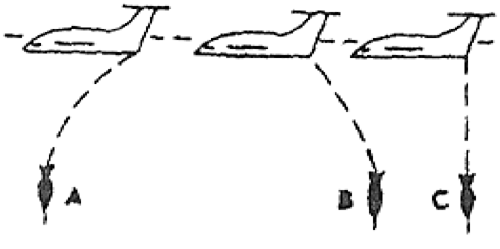
1. В направлении стрелки А. 2. В направлении стрелки В.
3. Направление не имеет значения.

12. Если первая шестерня вращается в направлении, указанном стрелкой, то в каком направлении вращается верхняя шестерня?



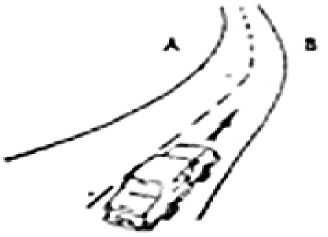
1. В направлении стрелки А. 2. В направлении стрелки В. 3. Не знаю.

13. На какой картинке правильно изображено падение бомбы из самолета?



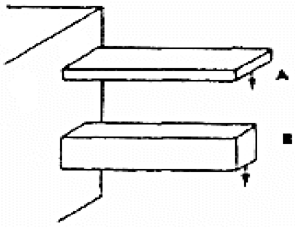
1. На картинке А. 2. На картинке В. 3. На картинке С.

14. В какую сторону занесёт эту машину, движущуюся по стрелке, на повороте?



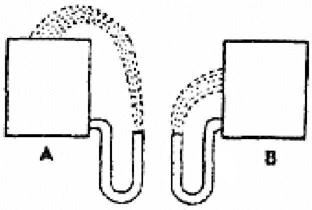
1. В любую сторону. 2. В сторону А. 3. В сторону В.

15. Бруски А и В имеют одинаковые сечения и изготовлены из одного и того же материала. Какой из брусков может выдержать больший вес?



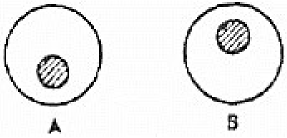
1. Оба выдержат одинаковую нагрузку. 2. Брусок А. 3. Брусок В.

16. На какую высоту поднимется вода из шланга, если ее выпустить из резервуаров А и В, заполненных доверху?



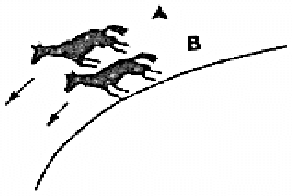
1. Как показано на рисунке А. 2. Как показано на рисунке В.
3. До высоты резервуаров.

17. В каком положении остановится деревянный диск со вставленным в него металлическим кружком, если диск катнуть?



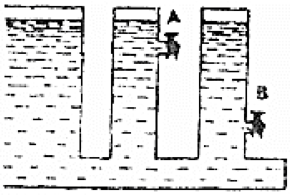
1. В положении А. 2. В положении В. 3. В любом положении.

18. Какая из лошадок должна бежать на повороте быстрее для того, чтобы её не обогнала другая?



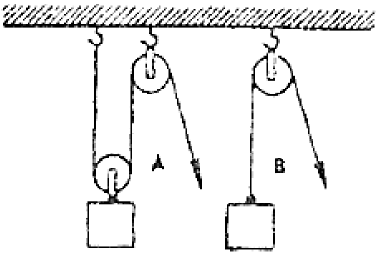
1. Лошадка А. 2. Обе должны бежать с одинаковой скоростью. 3. Лошадка В.

19. Из какого крана сильнее должна бить струя воды, если их открыть одновременно?



1. Из крана А. 2. Из крана В. 3. Из обоих одинаково.

20. В каком случае легче поднять одинаковый по весу груз?



1. В случае А. 2. В случае В. 3. В обоих случаях одинаково.

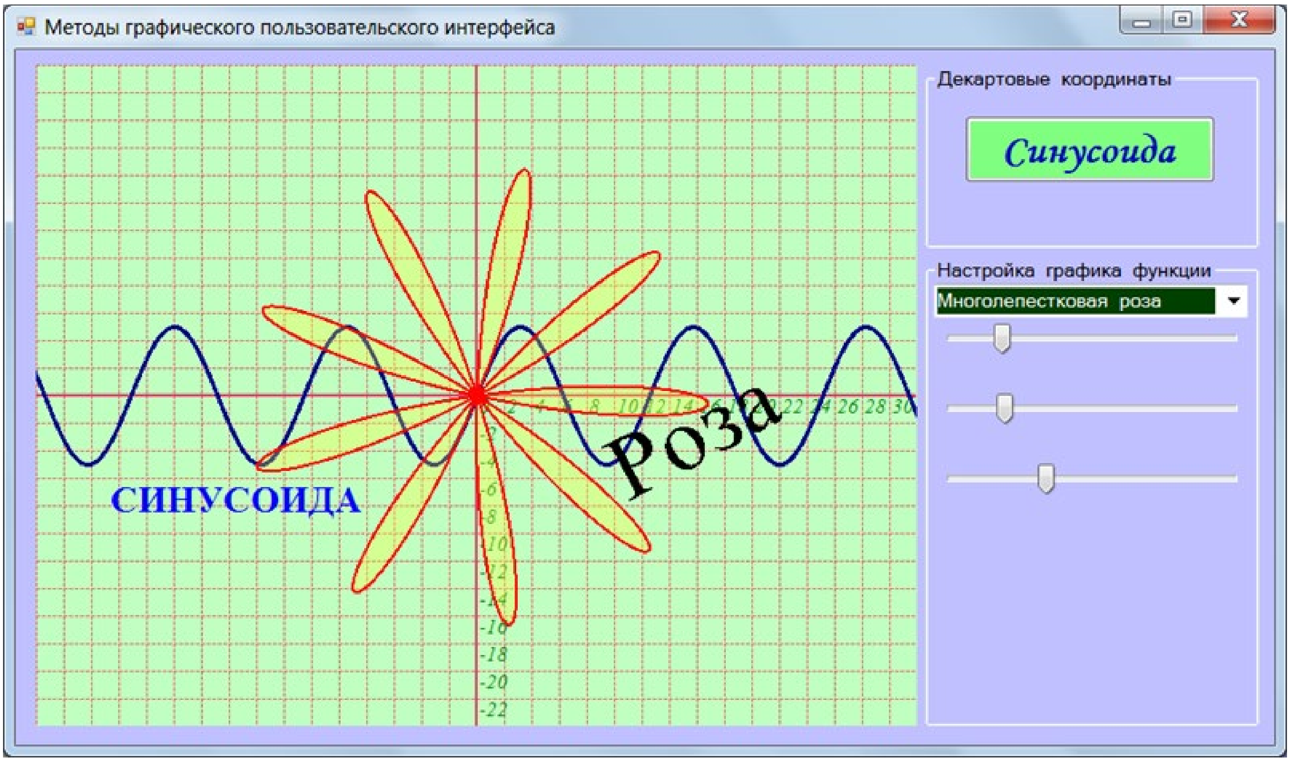
Описание теста

Тест Беннета относится к тестам на техническое понимание. За каждое правильное решенное в течение 25 минут задание испытуемый получает по 1 баллу.

Приложение В

Индивидуальные работы для студентов по построению графиков функций в декартовой или полярной системе координат

на основе использования графического пользовательского интерфейса
для построения кривых


Методы графического пользовательского интерфейса

Настройка графика функции: Многолепестковая роза

Рисунок Г.1 – Графический интерфейс пользователя

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Задание: *построить графики функций на основе использования графического пользовательского интерфейса для построения кривых*

1	$y = -\dfrac{\cos^2(x+8)^3 + \sin(x+7)}{\sqrt{\left\|(1+2x)^3\right\|}}$, окно (–7, –7) – (7, 7)
2	$y = -\dfrac{3\cos^2(x^2+5)}{\sqrt[5]{(x+10)}^3}$, окно (–9, –9) – (9, 9)
3	$y = -\dfrac{3\sin^3 x^2}{3\cos^2 x^3 + 1}$, окно (–7, –7) – (7, 7)

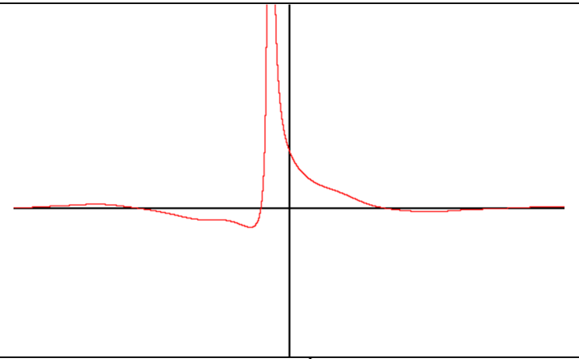
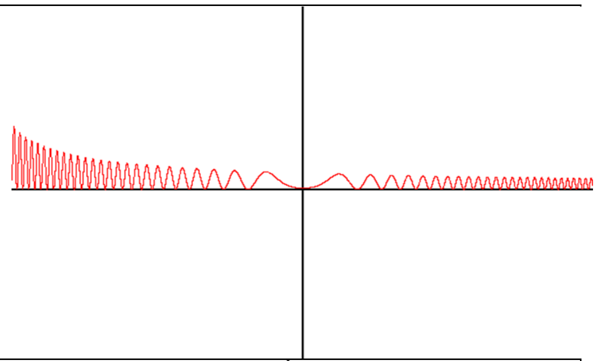
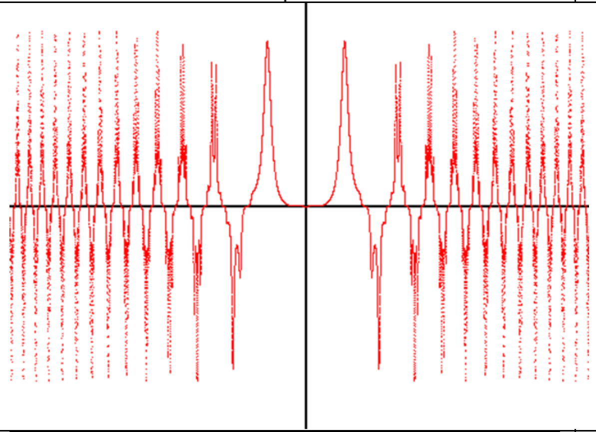
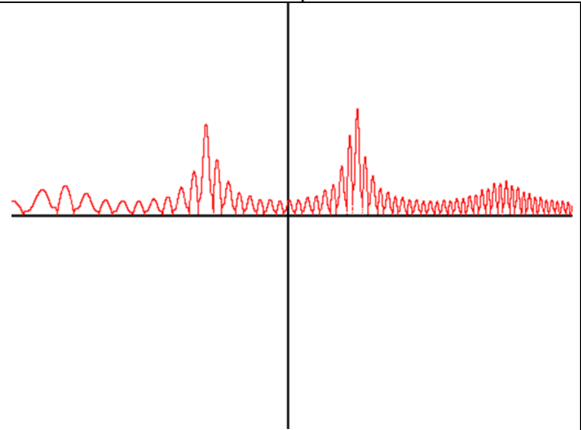
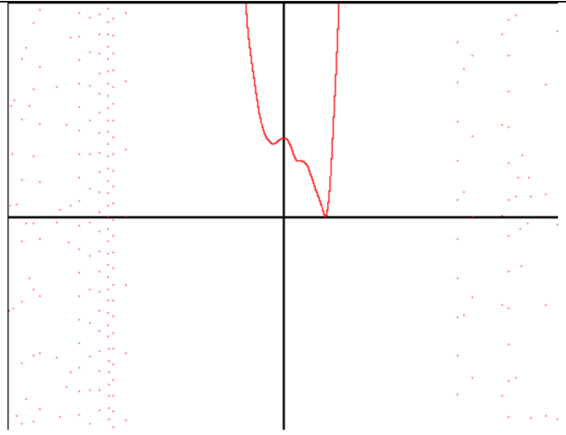
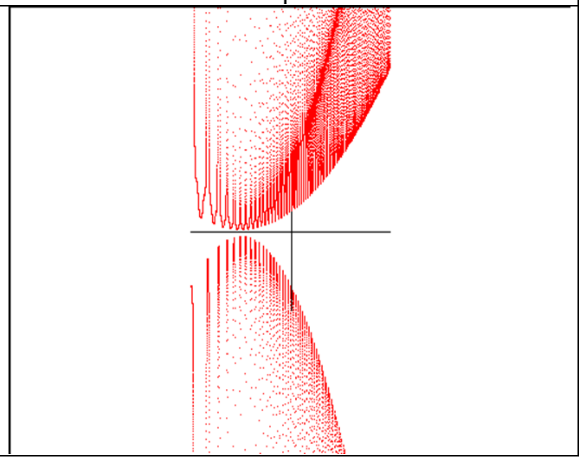
4	$y=-\frac{\sqrt{\left\lvert 15\sin^3(x+8)^2+1\right\rvert}}{\sqrt{105\cos^2(x-3)+x^2}}$, окно (–6, –6) – (6, 6)
5	$y=-\sqrt{\left\lvert\left(5-\frac{7\sin^2 x+x^3}{6\cos^3(x+2)+15}\right)\right\rvert}$, окно (–30, –30) – (30, 30)
6	$y=-\frac{2(x+5)^2+5}{15\sin^3\left(\frac{x}{3}+5\right)^3+7}$, окно (–28, –28) – (28, 28)
7	$y=-\frac{3(x+5)^2+5}{\sqrt{300\sin^2\left(\frac{x}{5}+5\right)^3}+5+20x}$, окно (–9, –9) – (9, 9)
8	$y=-\frac{10\ln(x+5)^2+5}{\sqrt{300\sin^2\left(\frac{x}{3}+5\right)^3}+5+20x}$, окно (–9, –9) – (9, 9)
9	$y=-\frac{10\ln(x+5)^2+5}{\sqrt{300\sin^2\left(\frac{x}{3}+5\right)^3}+5+2}$, окно (–30, –30) – (30, 30)
10	$y=-\frac{10\ln(x+5)^2+5}{300\sin^2\left(\frac{x}{3}+5\right)^3+7}$, окно (–30, –30) – (30, 30)
11	$y=-\frac{10\ln(x+5)^2+5}{10\sin^2(3x+10)^3+7}$, окно (–10, –10) – (10, 10)
12	$y=-\frac{10\ln(x+5)^2+5}{30\sin^2(3x+10)^3+7x}$, окно (–10, –10) – (10, 10)
13	Астроида $y=\pm\sqrt{\left\lvert\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{x^2}\right)^3\right\rvert}$, окно (–10, –10) – (10, 10), при а = 8

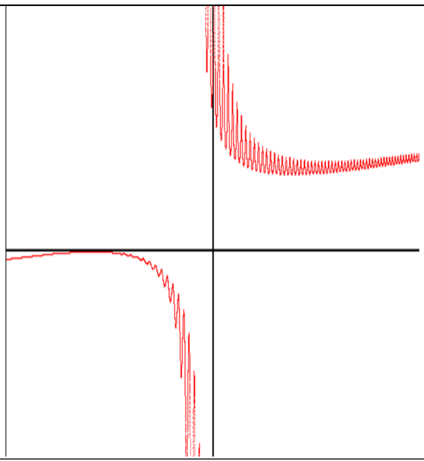
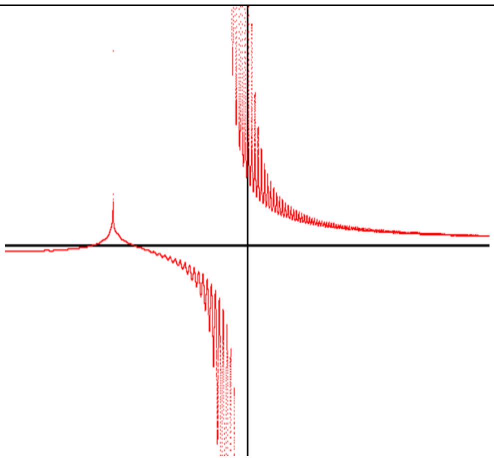
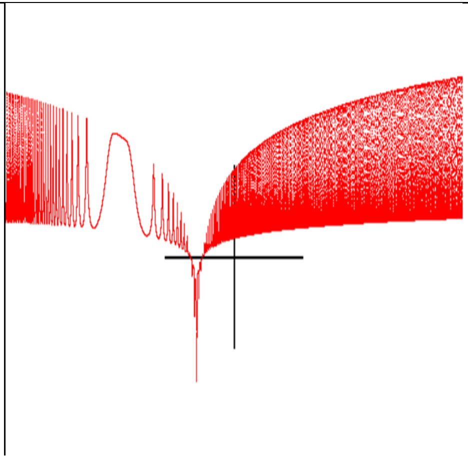
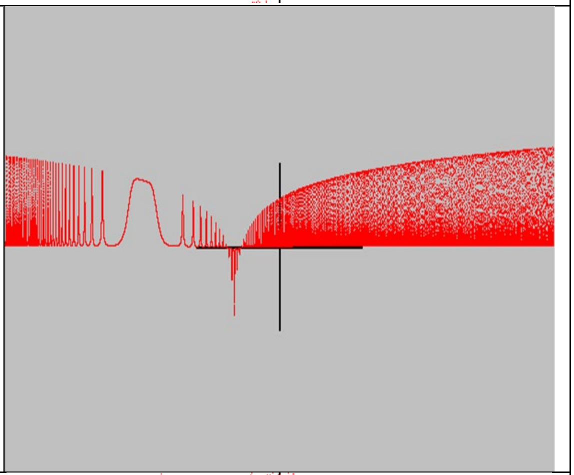
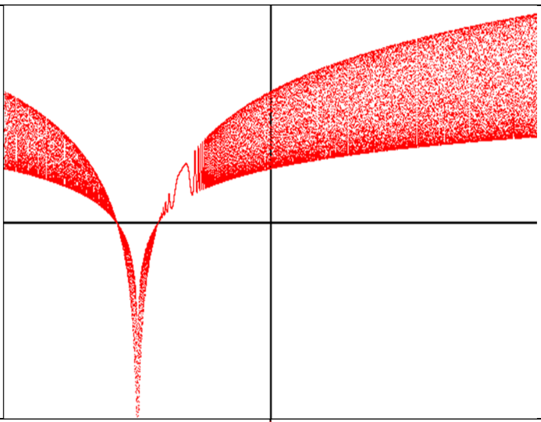
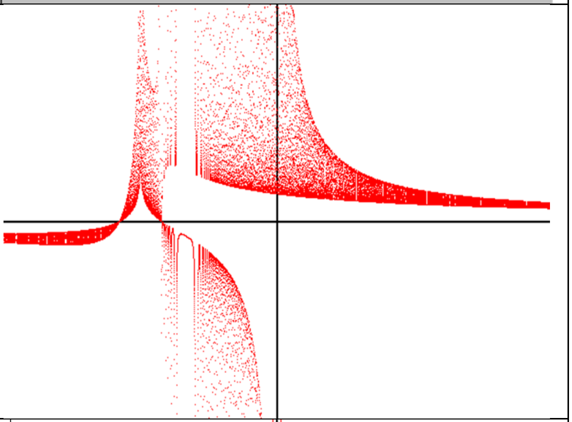
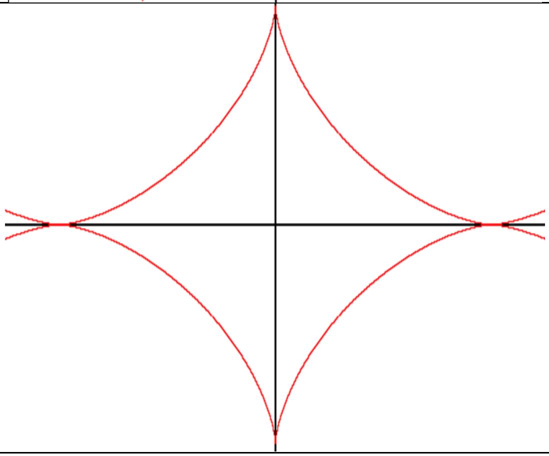
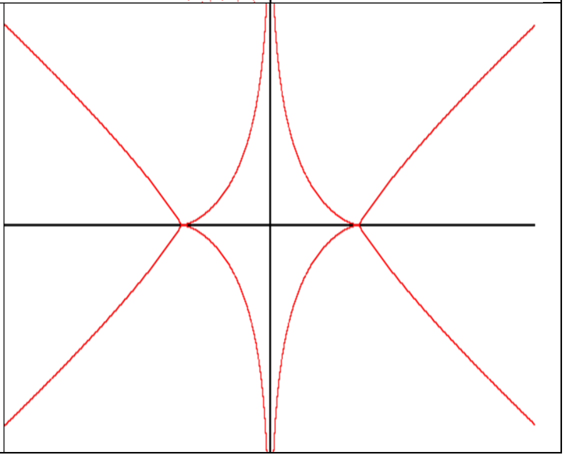
14	$y = \pm\left(a \times \ln\left\|\frac{a+\sqrt{\|a^2-x^2\|}}{x}\right\| - \sqrt{\|a^2-x^2\|}\right)$, окно (–30, –30) – (30, 30), при a = 10
15	$y = -\frac{1+\log_2(x^2+2)}{1+\log_{2x}(x+1)}$, окно (–9, –9) – (9, 9)
16	Локон Аньези $y = \frac{a^3}{a^2+x^2}$, $a > 0$
17	Показательная функция: $y = \mathrm{e}^{-x} + A$
18	Показательная функция: $y = e^{x} + A$
19	Дробная функция $y = \frac{1}{x^2}$
20	Гипербола $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
21	Строфоида $y^2 = x^2\frac{a+x}{a-x}$
22	Цепная линия $y = \frac{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}{2}$
23	Гиперболическая функция $y = \mathrm{sh}x = \frac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{2}$
24	Гиперболическая спираль $\rho = \frac{a}{\varphi}$
25	$\rho = \mathrm{e}^{a\varphi}$
26	парабола Нейля $y = x^{\frac{2}{3}} = \begin{cases} x = t^3 \\ y = t^2 \end{cases}$
27	Кривая «вероятностей» $Y = \mathrm{e}^{-x^2}$
28	Гиперболическая функция $\mathrm{y} = \mathrm{thx} = \frac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}$

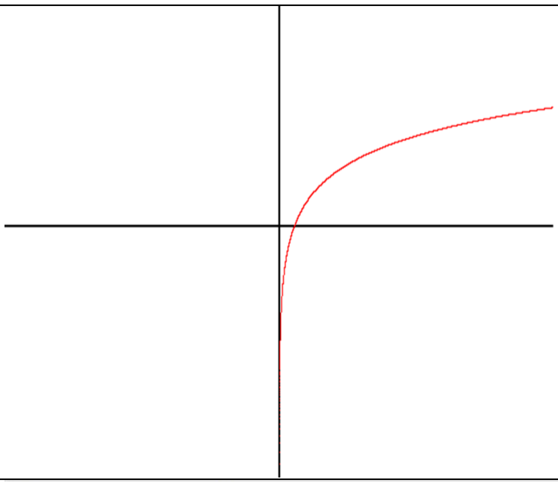
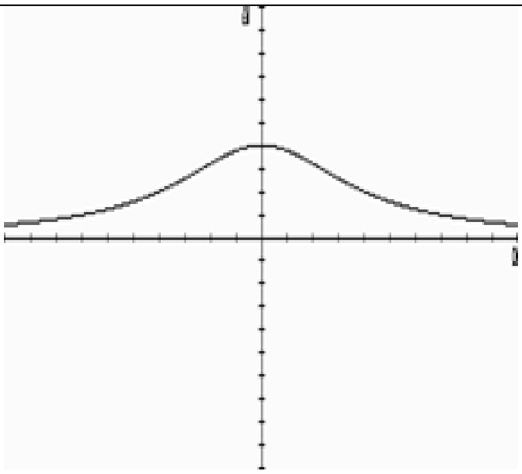
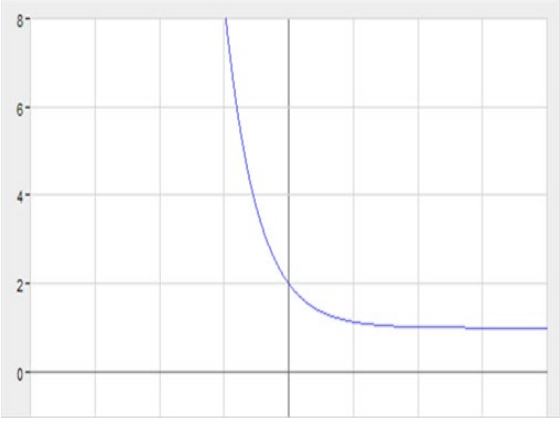
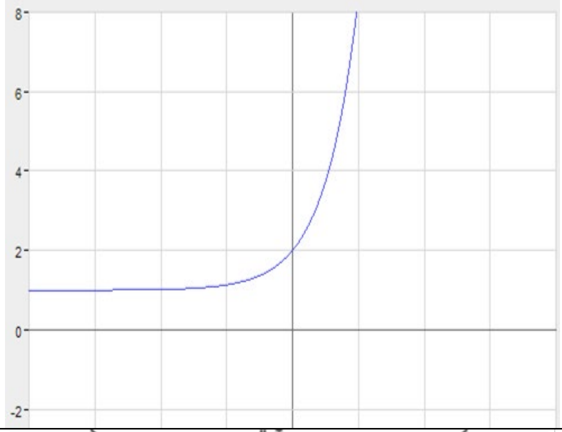
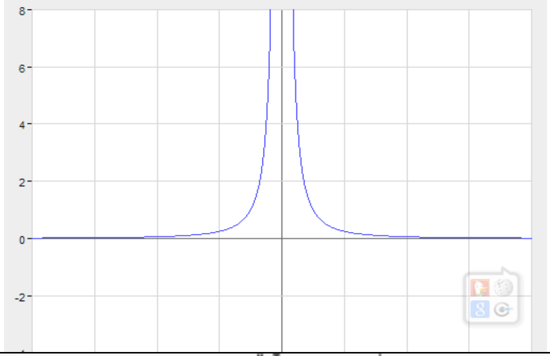
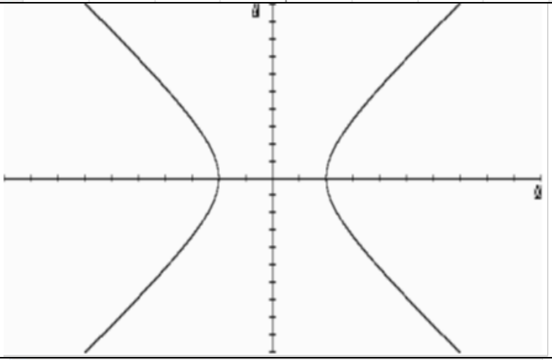
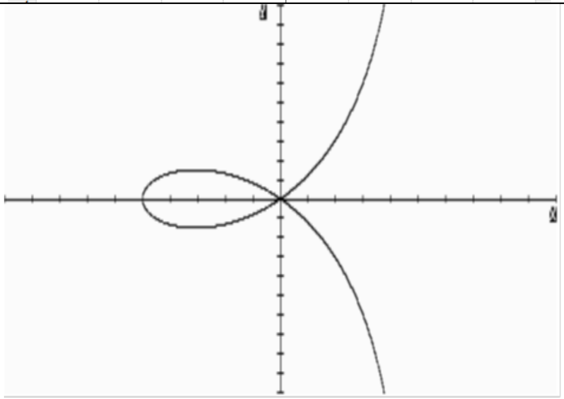
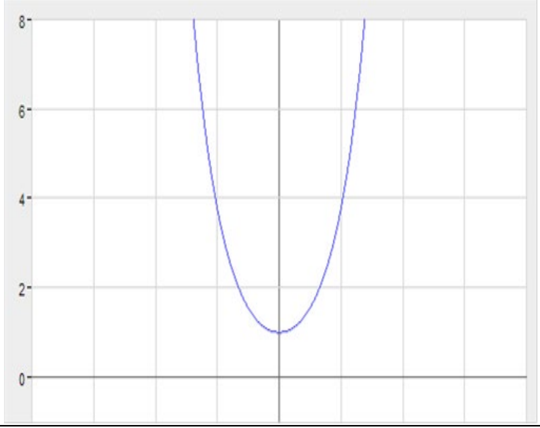
29	Кардиоида $\rho = a\cdot\cos(\varphi) + L,\ L > a$
30	3-х лепестковая роза $\rho = a\cdot\sin(3\cdot\varphi); \quad a = \text{const}$
31	Улитка Паскаля $\rho = a\cdot\cos(\varphi) + L,\ L < a$
32	Циклоида $\begin{cases} x = \xi\cdot\varphi - \mu\cdot\sin(\varphi) \\ y = \xi - \mu\cdot\cos(\varphi) \end{cases} \quad \varphi = \overline{0{,}6\times\pi}$
33	Спираль Архимеда $\rho = a\cdot\varphi$
34	4-х лепестковая роза $\rho = a\cdot\sin(2\cdot\varphi); \quad a = \text{const}$
35	Циссоида Диокла $y^2 = \dfrac{x^3}{a-x} = \begin{cases} x = \dfrac{at^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{at^3}{1+t^2} \end{cases}$
36	8-ми лепестковая роза $\rho = a\cdot\sin(4\cdot\varphi); \quad a = \text{const}$
37	Астроида $\rho = -\dfrac{a\cdot\cos(2\varphi)}{\cos(\varphi)}$
38	Декартов лист $\rho = \dfrac{3}{2}\dfrac{a\cdot\sin(2\varphi)}{\sin^3(\varphi) + \cos^3(\varphi)}$
39	Эвольвента окружности $\begin{cases} \mathrm{x} = \xi(\cos(\varphi) + \varphi\cdot\sin(\varphi)) \\ \mathrm{y} = \xi(\sin(\varphi) - \varphi\cdot\cos(\varphi)) \end{cases}$
40	Лемниската Бернулли $\rho^2 = 2\cdot\mathrm{a}^2\cdot\cos(2\varphi)$
41	Циссоида Диокла $\rho = -\dfrac{2\mathrm{a}\cdot\sin^2(\varphi)}{\cos(\varphi)}$
42	Декартов лист (параметрический вид) $\begin{cases} \mathrm{x} = \dfrac{3\mathrm{a}\cdot\mathrm{t}}{1+\mathrm{t}^3}; \\ \mathrm{y} = \dfrac{3\mathrm{a}\cdot\mathrm{t}^2}{1+\mathrm{t}^3}. \end{cases}$

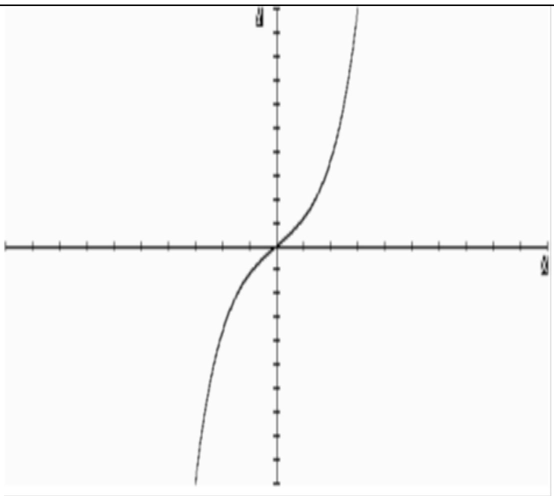
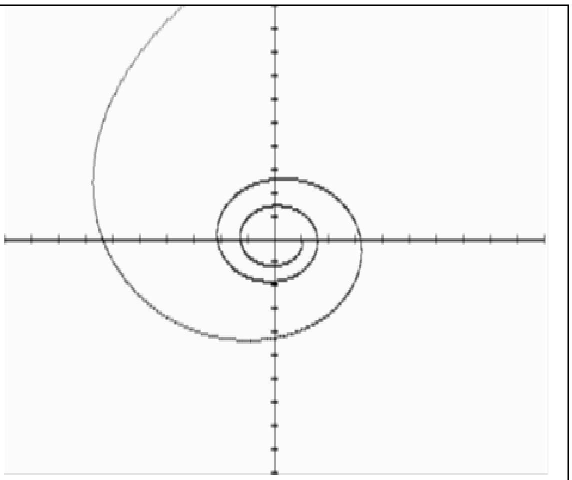
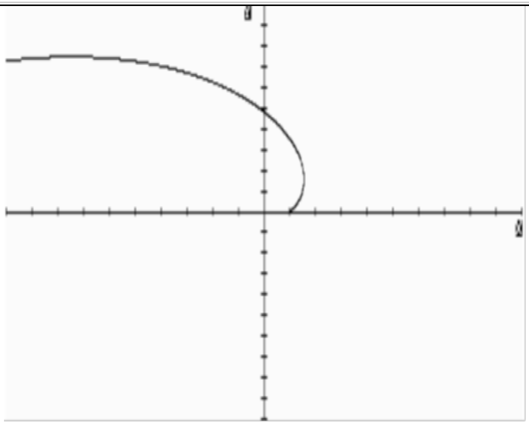
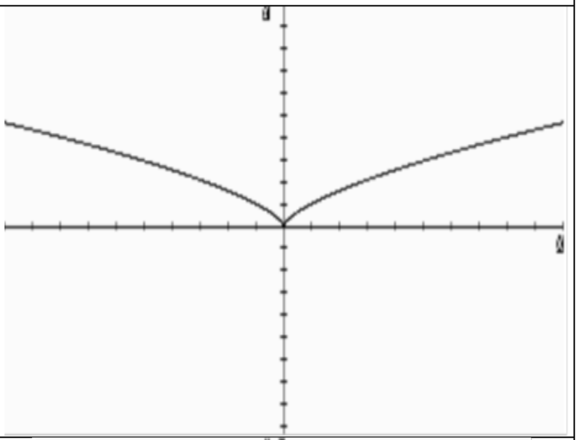
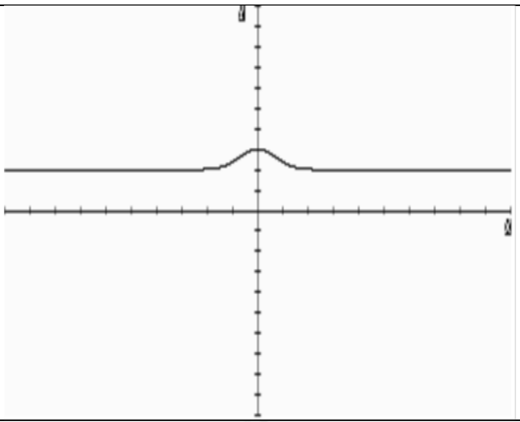
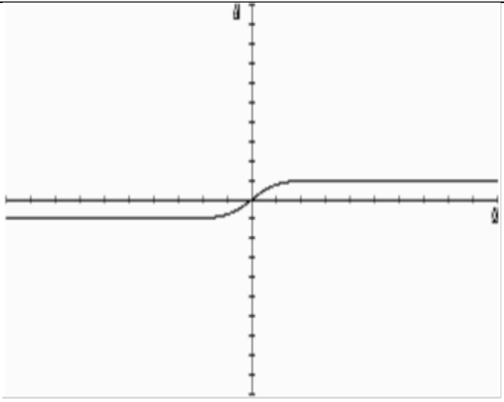
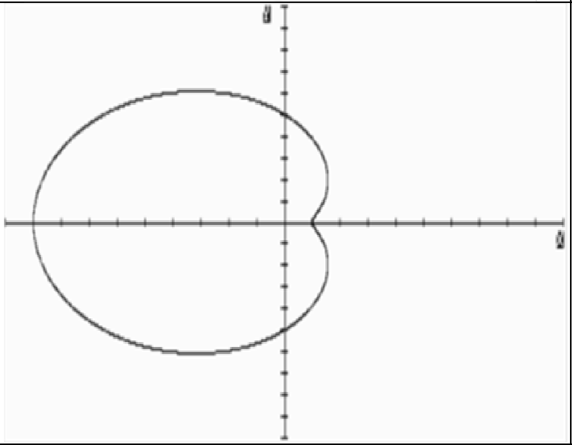
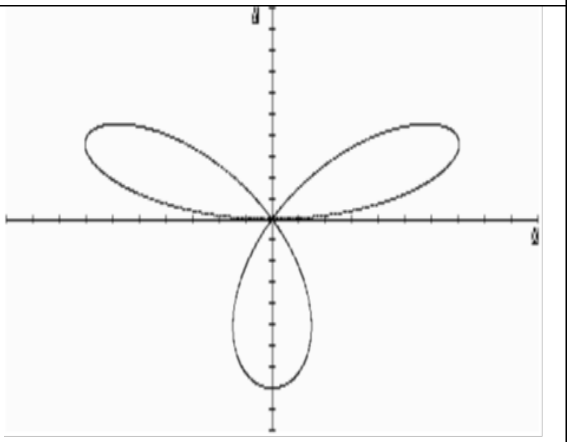
ОТВЕТЫ

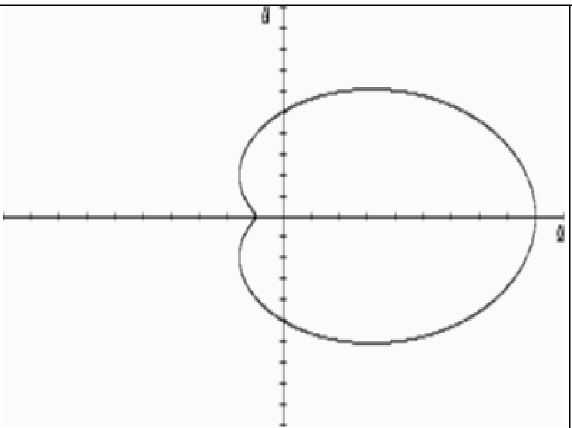
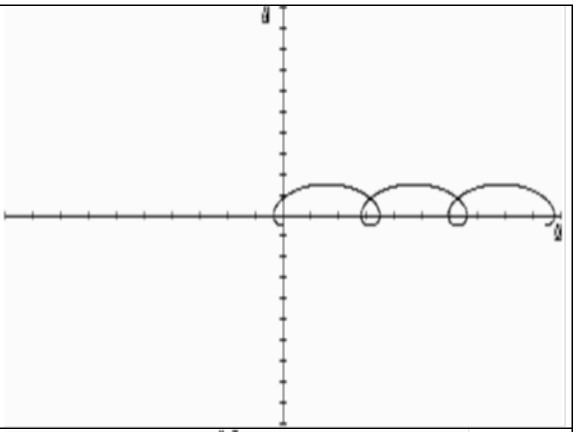
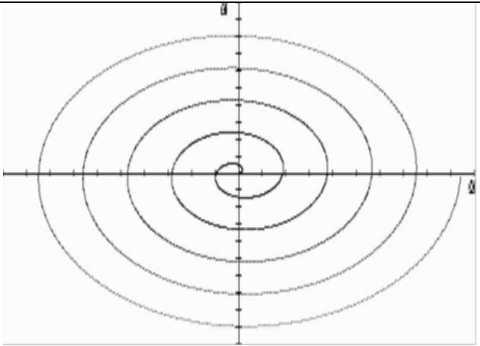
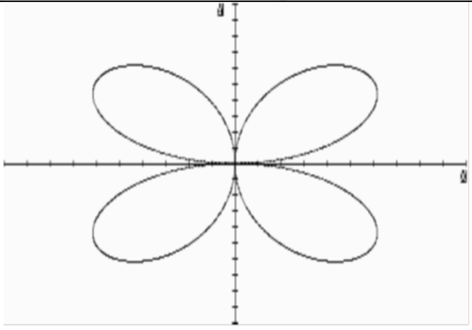
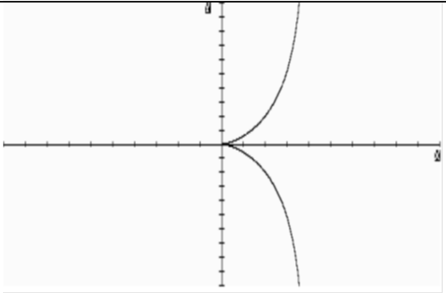
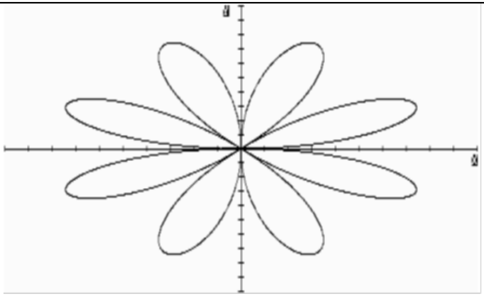
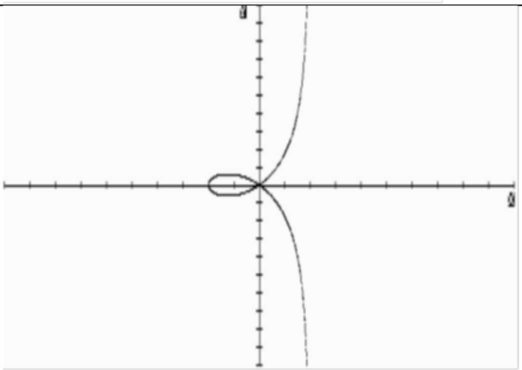
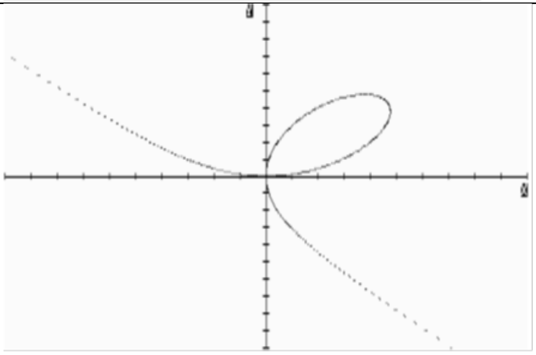
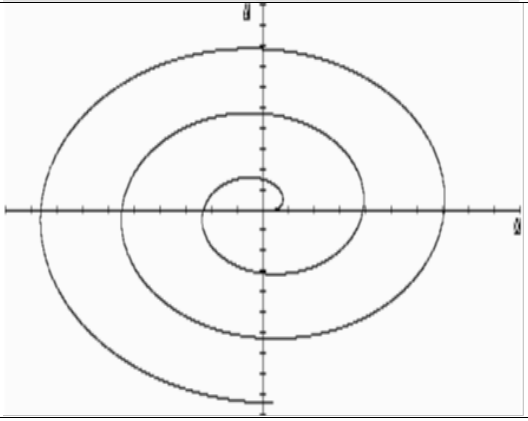
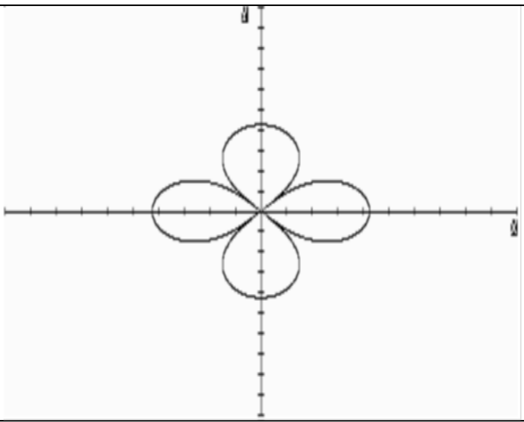
(геометрический вид графиков функций)

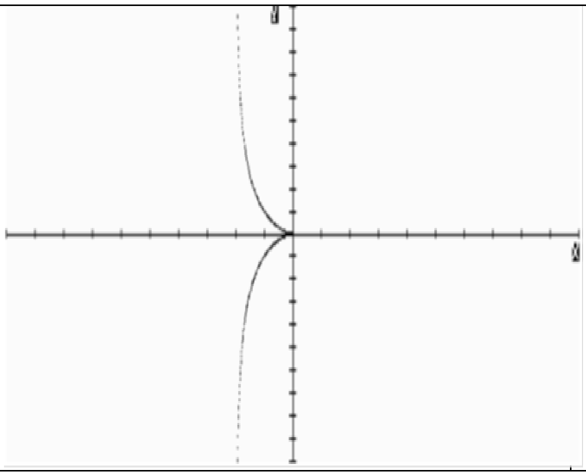
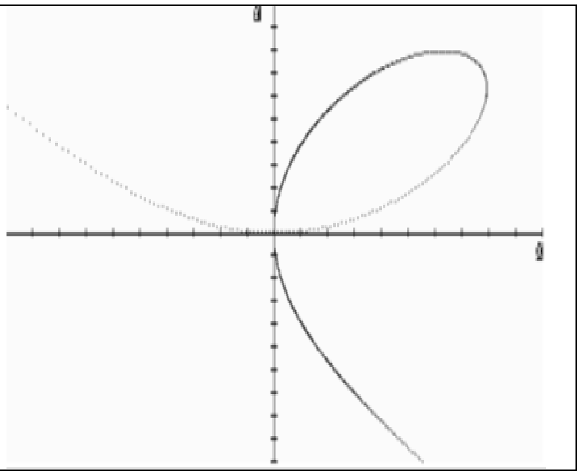
1		2	
3		4	
5		6	

7		8	
9		10	
11		12	
13		14	

15		16	
17		18	
19		20	
21		22	

23		24	
25		26	
27		28	
29		30	

31		32	
33		34	
35		36	
37		38	
39		40	

41		42	

Приложение Г

Результаты нулевой контрольной работы по математике, проведенной в Горловском автомобильно-дорожном институте в 2013 г.

№	Ф.И.О.	КГ	Ф.И.О.	ЭГ
1	Б.Ю.В.	24	Б.В.О.	30
2	Г.И.С.	22	Б.М.С.	26
3	И.И.И.	30	В.А.В.	22
4	К.К.Г.	34	В.К.А.	36
5	К.В.В.	36	Г.С.В.	20
6	К.П.Р.	12	Г.О.С.	16
7	Л.В.Ю.	16	Д.О.М.	40
8	М.В.В.	20	З.М.О.	14
9	О.О.А.	32	К.О.И.	16
10	О.М.В.	24	К.И.И.	24
11	П.Д.Т.	30	Д.Р.Ю.	30
12	П.Д.В.	28	К.В.Ю.	32
13	Т.А.Г.	38	К.Е.А.	26
14	Ф.А.Н.	26	Л.Ю.О.	28
15	Ч.В.В.	38	М.Д.Р.	28
16	А.Д.В.	24	Н.А.Е.	38
17	Б.М.Н.	22	Н.И.Ю.	14
18	И.Д.А.	32	П.А.В.	16
19	В.Е.Г.	24	С.Е.О.	22
20	Г.Г.А.	16	С.А.М.	24
21	З.В.С.	26	Ф.Р.М.	30
22	И.О.И.	14	Ф.А.А.	32
23	М.В.И.	30	Б.С.М.	26
24	М.Г.Ю.	16	Б.В.С.	10
25	М.В.И.	12	В.С.О.	22
26	П.О.И.	11	Г.А.Г.	38
27	П.О.И.	15	Д.А.Р.	36
28	П.Р.И.	17	И.В.Ю.	18
29	П.Л.А.	18	Д.А.В.	12
30	П.А.С.	6	И.В.С.	30
31	С.М.И.	8	И.Г.С.	15
32	Т.В.А.	10	К.Я.С.	13
33	Ф.Д.Р.	16	С.Р.В.	11
34	Х.Г.Н.	12	С.Д.Р.	18

Продолжение таблицы

№	Ф.И.О.	КГ	Ф.И.О.	ЭГ
35	Б.О.О.	15	Т.Д.Д.	10
36	Б.В.Д.	14	Т.К.С.	8
37	В.В.В.	19	Т.С.М.	20
38	Е.Е.И.	13	Ф.А.В.	7
39	К.О.С.	19	Ф.В.В.	8
40	М.О.В.	12	Ш.Ю.В.	12
41	М.О.Н.	11	Ш.Ю.В.	15
42	М.Д.И.	16	Ш.Д.С.	16
43	Т.В.И.	12	Я.И.В.	13
44	Б.Т.Ю.	8	Б.И.О.	14
45	Г.М.А.	13	Я.Д.С.	14
46	Ж.С.Ф.	7	Ч.Д.В.	19
47	К.Д.И.	15	В.К.О.	7
48	М.И.И.	8	В.Т.О.	8
49	С.О.В.	9	З.Р.О.	11
50	Ш.О.Н.	10	З.И.О.	12
51	А.В.И.	11	К.В.Е.	15
52	А.Н.И.	12	Т.Р.С.	16
53	Б.О.С.	13	Р.Б.С.	13
54	Б.Д.И.	14	Р.В.В.	5
55			В.Я.Ю.	11
56			В.В.И.	19

Приложение Д

Обработка результатов нулевой контрольной работы по математике (критерий Вилкоксона-Манна-Уитни)

Критерий Вилкоксона-Манна-Уитни (I этап)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	55	56
	54/56	**30**	**26**	**22**	**36**	**20**	**16**	**40**	**14**	**16**	**24**	**30**	**32**	**26**	**28**	**28**	**38**	**14**	**16**	**22**	**24**	**30**	**32**	**26**	**10**	**22**	**38**	**36**	**18**	**12**	**30**	**15**	**13**	**11**	**18**	**10**	**8**	**20**	**7**	**8**	**11**	**19**
1	**24**	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0,5	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0,5	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	**22**	1	1	0,5	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0,5	1	1	1	1	0	0,5	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	**30**	0,5	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0,5	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0,5	1	0	0	0	1	1	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	**34**	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	**36**	0	0	0	0,5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	**12**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0,5	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
7	**16**	1	1	1	1	1	0,5	1	0	0,5	1	1	1	1	1	1	1	0	0,5	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
8	**20**	1	1	1	1	0,5	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0
9	**32**	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0,5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	**24**	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0,5	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0,5	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	**30**	0,5	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0,5	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0,5	1	0	0	0	1	1	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	**28**	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0,5	0,5	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	**38**	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	**26**	1	0,5	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0,5	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0,5	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	**38**	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	**24**	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0,5	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0,5	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	**22**	1	1	0,5	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0,5	1	1	1	1	0	0,5	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	**11**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	0	0	1	0	0	0,5	1
52	**12**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0,5	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
53	**13**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0,5	0	1	0	0	1	0	0	0	1
54	**14**	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
	Итог	**47**	**43**	**37**	**52**	**36**	**29**	**54**	**22**	**29**	**40**	**47**	**49**	**43**	**45**	**45**	**53**	**22**	**29**	**37**	**40**	**47**	**49**	**43**	**7**	**37**	**53**	**52**	**33**	**14**	**47**	**25**	**19**	**9,5**	**33**	**7**	**3,5**	**36**	**1,5**	**3,5**	**9,5**	**34**

U: **1615,5**
кол. горизонтально: **56**
кол. вертикально: **54**

значение критерия: **0,61884**

$$W_{эмп} = \frac{\left|\frac{N\cdot M}{2} - U\right|}{\sqrt{\frac{N\cdot M\cdot(N+M+1)}{12}}}$$

Возьмем две выборки: {xi} i = 1…N и {yj} j=1…M и для каждого элемента первой выборки xi, i = 1…N, определим число ai элементов второй выборки, которые превосходят его по своему значению (то есть число таких yj, что yj > xi), а также число bi элементов второй выборки, которые по своему значению равны ему (то есть число таких yj, что yj = xi). Сумма

$$U = a_1 + a_2 + \ldots + a_N + \frac{1}{2}\,(b_1 + b_2 + \ldots + b_N) = \sum_{i=1}^{N} a_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} b_i$$

Сравним это значение с критическим значением W0.05 = 1,96: если Wэмп <= 1,96, то сделать вывод: характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05; если Wэмп > 1,96, то сделать вывод "достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95%".

Нулевая контрольная		
0,61884	**<=**	**1,96**

Приложение Е

Результаты итоговой контрольной работы по математике, проведенной в Горловском автомобильно-дорожном институте в 2015 г.

№	ФИО	КГ	ФИО	ЭГ
1	Б.Ю.В.	32	Б.В.О.	30
2	Г.И.С.	24	Б.М.С.	36
3	И.И.И.	28	В.А.В.	24
4	К.К.Г.	34	В.К.А.	40
5	К.В.В.	22	Г.С.В.	32
6	К.П.Р.	18	Г.О.С.	22
7	Л.В.Ю.	30	Д.О.М.	26
8	М.В.В.	16	З.М.О.	38
9	О.О.А.	12	К.О.И.	28
10	О.М.В.	26	К.И.И.	34
11	П.Д.Т.	34	Д.Р.Ю.	38
12	П.Д.В.	38	К.В.Ю.	32
13	Т.А.Г.	30	К.Е.А.	24
14	Ф.А.Н.	22	Л.Ю.О.	30
15	Ч.В.В.	18	М.Д.Р.	38
16	А.Д.В.	38	Н.А.Е.	36
17	Б.М.Н.	16	Н.И.Ю.	28
18	И.Д.А.	12	П.А.В.	26
19	В.Е.Г.	18	С.Е.О.	36
20	Г.Г.А.	24	С.А.М.	26
21	З.В.С.	22	Ф.Р.М.	26
22	И.О.И.	34	Ф.А.А.	30
23	М.В.И.	20	Б.С.М.	36
24	М.Г.Ю.	16	Б.В.С.	18
25	М.В.И.	16	В.С.О.	12
26	П.О.И.	40	Г.А.Г.	15
27	П.О.И.	38	Д.А.Р.	18
28	П.Р.И.	12	И.В.Ю.	12
29	П.Л.А.	28	Д.А.В.	20
30	П.А.С.	20	И.В.С.	16
31	С.М.И.	16	И.Г.С.	38
32	Т.В.А.	12	К.Я.С.	13
33	Ф.Д.Р.	14	С.Р.В.	39
34	Х.Г.Н.	17	С.Д.Р.	14
35	Б.О.О.	11	Т.Д.Д.	17

продолжение таблицы

№	**Ф.И.О.**	**КГ**	**Ф.И.О.**	**ЭГ**
36	Б.В.Д.	9	Т.К.С.	19
37	В.В.В.	15	Т.С.М.	16
38	Е.Е.И.	8	Ф.А.В.	25
39	К.О.С.	6	Ф.В.В.	15
40	М.О.В.	13	Ш.Ю.В.	19
41	М.О.Н.	17	Ш.Ю.В.	18
42	М.Д.И.	19	Ш.Д.С.	14
43	Т.В.И.	15	Я.И.В.	13
44	Б.Т.Ю.	11	Б.И.О.	18
45	Г.М.А.	9	Я.Д.С.	13
46	Ж.С.Ф.	19	Ч.Д.В.	13
47	К.Д.И.	8	В.К.О.	15
48	М.И.И.	6	В.Т.О.	18
49	С.О.В.	9	З.Р.О.	9
50	Ш.О.Н.	12	З.И.О.	14
51	А.В.И.	11	К.В.Е.	28
52	А.Н.И.	17	Т.Р.С.	29
53	Б.О.С.	10	Р.Б.С.	30
54	Б.Д.И.	8	Р.В.В.	39
55			В.Я.Ю.	25
56			В.В.И.	25

Приложение Ж

Обработка результатов итоговой контрольной работы по математике (критерий Вилкоксона-Манна-Уитни)

Критерий Вилкоксона-Манна-Уитни (II этап)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	55	56
	54/56	**30**	**36**	**24**	**40**	**32**	**22**	**26**	**38**	**28**	**34**	**38**	**32**	**24**	**30**	**38**	**36**	**28**	**26**	**36**	**26**	**26**	**30**	**36**	**18**	**12**	**15**	**18**	**12**	**20**	**16**	**38**	**13**	**39**	**14**	**17**	**19**	**16**	**25**	**25**
1	**32**	0	1	0	1	0,5	0	0	1	0	1	1	0,5	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
2	**24**	1	1	0,5	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
3	**28**	1	1	0	1	1	0	0	1	0,5	1	1	1	0	1	1	1	0,5	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
4	**34**	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0,5	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
5	**22**	1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
6	**18**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	0	0	0,5	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
7	**30**	0,5	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0,5	1	1	0	0	1	0	0	0,5	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
8	**16**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0,5	1	0	1	0	1	1	0,5	1	1
9	**12**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	**26**	1	1	0	1	1	0	0,5	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0,5	1	0,5	0,5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
11	**34**	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0,5	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
12	**38**	0	0	0	1	0	0	0	0,5	0	0	0,5	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	1	0	0	0	0	0	0
13	**30**	0,5	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0,5	1	1	0	0	1	0	0	0,5	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
14	**22**	1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
15	**18**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	0	0	0,5	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
16	**38**	0	0	0	1	0	0	0	0,5	0	0	0,5	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	1	0	0	0	0	0	0
17	**16**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0,5	1	0	1	0	1	1	0,5	1	1
18	**12**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	**18**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	0	0	0,5	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
20	**24**	1	1	0,5	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
52	**17**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0,5	1	0	1	1
53	**10**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
54	**8**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Итог		**45**	**50**	**40**	**54**	**47**	**38**	**42**	**52**	**43**	**49**	**52**	**47**	**40**	**45**	**52**	**50**	**43**	**42**	**50**	**42**	**42**	**45**	**50**	**31**	**15**	**20**	**31**	**15**	**35**	**24**	**52**	**18**	**53**	**19**	**28**	**33**	**24**	**41**	**41**

U: **2015,5**
кол. горизонтально: **56**
кол. вертикально: **54**

$$W_{эмп} = \frac{\left|\dfrac{N \cdot M}{2} - U\right|}{\sqrt{\dfrac{N \cdot M \cdot (N+M+1)}{12}}}$$

значение критерия: **3,010494**

Возьмем две выборки: {xi} i = 1…N и {yj} j=1…M и для каждого элемента первой31 выборки xi, i = 1…N, определим число ai элементов второй выборки, которые превосходят его по своему значению (то есть число таких yj, что yj > xi), а также число bi элементов второй выборки, которые по своему значению равны ему (то есть число таких yj, что yj = xi). Сумма

$$U = a_1 + a_2 + \ldots + a_N + \frac{1}{2}\ (b_1 + b_2 + \ldots + b_N) = \sum_{i=1}^{N} a_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} b_i$$

Сравнить это значение с критическим значением $W_{0.05}$ = 1,96: если $W_{эмп}$ <= 1,96, то сделать вы… характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05; если $W_{эмп}$ > 1,96, то сделать вывод "***достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95%***".

Срез знаний

3,010494 > 1,96

Приложение И

Тест-опросник определения уровня сформированности внутренней мотивации к изучению математики студентов инженерных направлений подготовки (по методике Т. Д. Дубовицкой)

Содержание тест-опросника.

Инструкция. *Вам предлагается принять участие в исследовании, направленном на повышение эффективности обучения математике. Прочитайте каждое высказывание и выразите свое отношение к изучаемому предмету, проставив напротив номера высказывания свой ответ, используя для этого следующие обозначения:*

- *верно* (+ +);
- *пожалуй, верно* (+);
- *пожалуй, неверно* (–);
- *неверно* (– –).

Помните, что качество наших рекомендаций будет зависеть от искренности и точности Ваших ответов.

Благодарим за участие в опросе.

1. Изучение математики дает мне возможность узнать много важного для себя, проявить свои способности.

2. Изучаемая дисциплина мне интересна. Я понимаю, что она важна для дальнейшего изучения технических дисциплин.

3. В изучении математики мне достаточно тех знаний, которые я получаю на занятиях.

4. Учебные задания по математики мне неинтересны, я их выполняю, потому что этого требует преподаватель.

5. Трудности, возникающие при изучении математики, делают обучение этой дисциплине для меня еще более увлекательным.

6. При изучении математики кроме учебников и конспектов лекций самостоятельно читаю дополнительную литературу.

7. Считаю, что трудные теоретические вопросы по математике можно было бы не изучать.

8. Если что-то не получается по математике, стараюсь разобраться и дойти до сути.

9. На занятиях по математике у меня часто бывает такое состояние, когда «совсем не хочется учиться», т.к. не вижу связи математики с профессиональными дисциплинами.

10. Активно работаю на практических занятиях по математике и выполняю задания только под контролем преподавателя.

11. Мне интересны задачи технического содержания, которые решаются средствами математики, в свободное время со своими одногрупниками обсуждаю их.

12. Стараюсь самостоятельно выполнять задания по математике, не люблю, когда мне подсказывают и помогают.

13. По возможности стараюсь списать у товарищей или прошу кого-то выполнить задание за меня.

14. Считаю, что все знания по математике являются ценными и по возможности нужно знать по данному предмету как можно больше, особенно рассматривая математические модели технических процессов.

15. Оценка по математике для меня важнее, чем знания.

16. Если я плохо подготовлен к практическим занятиям по математике, то особо не расстраиваюсь и не переживаю.

17. Мои интересы и увлечения связаны с применением математического аппарата при решении задач технической направленности.

18. Математика дается мне с трудом, и мне приходится заставлять себя выполнять учебные задания.

19. Если при изучении темы по математике не предлагаются задачи, показывающие связь математической темы с инженерными процессами, то меня это огорчает.

20. Если бы было возможно, то я исключил бы математику из учебного плана, не вижу её необходимость для инженера.

Обработка результатов. Подсчет показателей опросника производится в соответствии с ключом, где “Да” означает положительные ответы (“верно”; “пожалуй, верно”), а “Нет” – отрицательные (“пожалуй, неверно”; “неверно”).

Ключ

Да	1, 2, 5, 6, 8, 11, 12, 14, 17, 19
Нет	3, 4, 7, 9, 10, 13, 15, 16, 18, 20

За каждое совпадение с ключом начисляется один балл. Чем выше суммарный балл, тем выше показатель внутренней мотивации изучения предмета. При низких суммарных баллах доминирует внешняя мотивация изучения предмета.

Анализ результатов. Полученный в процессе обработки ответов испытуемого результат расшифровывается следующим образом:

0 -10 баллов – внешняя мотивация;

11-20 баллов – внутренняя мотивация.

Для определения уровня внутренней мотивации могут быть использованы также следующие нормативные границы:

0-5 баллов – низкий уровень внутренней мотивации;

6-14 баллов – средний уровень внутренней мотивации;

15-20 баллов – высокий уровень внутренней мотивации.

Приложение К

Результаты контрольного среза по прикладной математике, проведенного в Горловском автомобильно-дорожном институте

№	Ф.И.О.	КГ	Ф.И.О.	ЭГ
1	Б.Ю.В.	16	Б.В.О.	15
2	Г.И.С.	12	Б.М.С.	18
3	И.И.И.	14	В.А.В.	12
4	К.К.Г.	17	В.К.А.	18
5	К.В.В.	11	Г.С.В.	16
6	К.П.Р.	9	Г.О.С.	11
7	Л.В.Ю.	10	Д.О.М.	13
8	М.В.В.	4	З.М.О.	5
9	О.О.А.	3	К.О.И.	14
10	О.М.В.	13	К.И.И.	17
11	П.Д.Т.	17	Д.Р.Ю.	14
12	П.Д.В.	4	К.В.Ю.	16
13	Т.А.Г.	14	К.Е.А.	19
14	Ф.А.Н.	11	Л.Ю.О.	15
15	Ч.В.В.	2	М.Д.Р.	19
16	А.Д.В.	19	Н.А.Е.	18
17	Б.М.Н.	8	Н.И.Ю.	14
18	И.Д.А.	4	П.А.В.	13
19	В.Е.Г.	2	С.Е.О.	18
20	Г.Г.А.	12	С.А.М.	13
21	З.В.С.	11	Ф.Р.М.	13
22	И.О.И.	17	Ф.А.А.	15
23	М.В.И.	10	Б.С.М.	18
24	М.Г.Ю.	16	Б.В.С.	15
25	М.В.И.	12	В.С.О.	18
26	П.О.И.	14	Г.А.Г.	12
27	П.О.И.	17	Д.А.Р.	20
28	П.Р.И.	11	И.В.Ю.	16
29	П.Л.А.	9	Д.А.В.	11
30	П.А.С.	15	И.В.С.	13
31	С.М.И.	8	И.Г.С.	5
32	Т.В.А.	6	К.Я.С.	14
33	Ф.Д.Р.	13	С.Р.В.	17
№	**Ф.И.О.**	**КГ**	**Ф.И.О.**	**ЭГ**
34	Х.Г.Н.	17	С.Д.Р.	19

№	**Ф.И.О.**	**КГ**	**Ф.И.О.**	**ЭГ**
35	Б.О.О.	19	Т.Д.Д.	16
36	Б.В.Д.	15	Т.К.С.	12
37	В.В.В.	11	Т.С.М.	15
38	Е.Е.И.	9	Ф.А.В.	19
39	К.О.С.	19	Ф.В.В.	18
40	М.О.В.	8	Ш.Ю.В.	14
41	М.О.Н.	6	Ш.Ю.В.	13
42	М.Д.И.	9	Ш.Д.С.	18
43	Т.В.И.	12	Я.И.В.	13
44	Б.Т.Ю.	11	Б.И.О.	13
45	Г.М.А.	17	Я.Д.С.	15
46	Ж.С.Ф.	10	Ч.Д.В.	18
47	К.Д.И.	8	В.К.О.	3
48	М.И.И.	8	В.Т.О.	13
49	С.О.В.	20	З.Р.О.	13
50	Ш.О.Н.	19	З.И.О.	15
51	А.В.И.	6	К.В.Е.	18
52	А.Н.И.	14	Т.Р.С.	15
53	Б.О.С.	4	Р.Б.С.	7
54	Б.Д.И.	5	Р.В.В.	5
55			В.Я.Ю.	10
56			В.В.И.	5

Приложение Л

Обработка результатов контрольной работы по прикладной математике (критерий χ^2)

Применение критерия χ^2 (III этап)

Критические значения критерия для уровня значимости а = 0.05

$L-1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\chi^2_{0.05}$	3,84	**5,99**	7,82	9,49	11,07	12,59	14,07	15,52	16,92

$$\chi^2_{эмп} = N \cdot M \cdot \sum_{i=1}^{L} \frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2}{n_i + m_i}$$

В процессе использования мет.мат.мод.

	Значение	КГ	ЭГ	
Низкий	X<=5	8	5	0,0002665
Средний	5<X<=14	31	22	0,0006196
Высокий	14<X<=20	15	29	0,00131
	сумма	54	56	0,0021961

значение критерия: 6,64099

т.к.: ***6,64*** > ***5,99*** , то:

"достоверность различий характеристик экспериментальной и контрольной групп после окончания эксперимента составляет 95%".

№	КГ	ЭГ	КГ				ЭГ			
			X<=5	5<X<=14	14<X<=20		X<=5	5<X<=14	14<X<=20	
1	16	15	0	0	1		0	0	1	
2	12	18	0	1	0		0	0	1	
3	14	12	0	1	0		0	1	0	
4	17	18	0	0	1		0	0	1	
5	11	16	0	1	0		0	0	1	
6	9	11	0	1	0		0	1	0	
7	10	13	0	1	0		0	1	0	
8	4	5	1	0	0		1	0	0	
9	3	14	1	0	0		0	1	0	
10	13	17	0	1	0		0	0	1	
11	17	14	0	0	1		0	1	0	
12	4	16	1	0	0		0	0	1	
13	14	19	0	1	0		0	0	1	
14	11	15	0	1	0		0	0	1	
15	2	19	1	0	0		0	0	1	
16	19	18	0	0	1		0	0	1	
17	8	14	0	1	0		0	1	0	
18	4	13	1	0	0		0	1	0	
19	2	18	1	0	0		0	0	1	
20	12	13	0	1	0		0	1	0	
52	14	15	0	1	0		0	0	1	
53	4	7	1	0	0		0	1	0	
54	5	5	1	0	0		1	0	0	
55	–	10					0	1	0	
56	–	5					1	0	0	
		Сумма:	8	31	15	54	5	22	29	56

Приложение М

АНКЕТА
на выявление отношения студентов инженерных направлений подготовки к необходимости изучения математического моделирования для использования его в будущей профессиональной деятельности

1. Выразите Ваше отношение относительно необходимости изучения математического моделирования будущему инженеру:

1) я не разделяю понятия “математика”, “прикладная метематика”, “математическое моделирование”.
2) я просто не люблю саму математику, но ничего не поделаешь, необходимо ее изучать;
3) я с удовлетворением изучаю прикладную математику и метематическое моделирование, потому что это необходимо мне для будущей инженерной деятельности.
4) я не люблю математическое моделирование и не хочу его изучать, потому что математики вполне достаточно для будущей инженерной деятельности;

2. Нужно ли, с вашей точки зрения, владение методами математического моделирования будущему инженеру?

1) нужна только геометрия, т.к. в инженерии рассматриваются механические системы;
2) очень нужны;
3) нужна только стереометрия, т.к. в инженерии рассматриваются механические системы;
4) нет, т.к. существуют современные компьютерные программы, позволяющие моделировать сложные системы.

3. Интересы ли для Вас математические задания, отражающие профессиональную инженерную деятельность?

1) очень интересны;
2) не интересны;
3) интересны, если их решение не связано с трудностями;
4) не могу ответить, они очень сложны для меня.

4. Имеете ли Вы определенные трудности при решении профессионально направленных заданий, если преподаватель их предлагает?

1) не знаю, я никогда не решал такие задачи;
2) конечно имеют, потому что мне тяжело дается математика;
3) имею, но с помощью преподавателя я способен их преодолеть;
4) имею очень редко.

5. С чем связаны Ваши трудности при решении профессионально направленных инженерных заданий, если они есть?

1) у меня нет достаточного уровня подготовки по прикладной математике;
2) у меня нет достаточного уровня математической подготовки;
3) с недостатком опыта в решении инженерных задач;
4) с отсутствие какого-либо алгоритма решения инженерных задач.

6. Является ли достаточным уровень Ваших знаний и умений по математическому моделированию для создания *профессиональных моделей?*

1) нет;
2) скорее нет, чем да;
3) скорее да, чем нет;
4) да.

7. Есть ли у Вас потребность в детальном анализе, постановке и решении профессионально направленных заданий с использованием математического моделирования?

1) да;
2) скорее нет, чем да;
3) скорее да, чем нет;
4) нет.

8. Знаете ли Вы, как создаются математические модели технических объектов, явлений и процессов?

1) нет;
2) скорее нет, чем да;
3) скорее да, чем нет;
4) да.

9. Приходилось ли Вам самостоятельно когда-либо строить математические модели технических объектов, явлений и процессов?

1) не понимаю, о чем идет речь;
2) нет, никогда;
3) да, но с помощь преподавателя;
4) да, приходилось.

10. Умеете ли Вы планировать эксперимент на основании предложенной модели реального технического объекта, явления или процесса?

1) не понимаю, о чем идет речь;
2) нет;
3) не уверен;
4) да.

11. Целесообразно ли изучать численные методы для планирования эксперимента и инженерного анализа?

1) да;
2) нет;
3) не уверен;
4) не понимаю, о чем идет речь.

12. Как вы считаете, должны ли прикладные задачи (инженерной направленности) включаться в задания для контрольных и экзаменационных работ по математике?

1) нет, ни в коем случае;
2) не уверен, может лишь для получения наивысшей оценки;
3) да, если студент хочет получить наивысшую оценку;
4) да, это обязательно для всех.

13. Можно ли применять компьютер при решении задач с использованием математического моделирования?

1) только если ты знаешь как;
2) да, если задачу удалось решить, и нет, если не удалось;
3) не уверен, так как это может испортить оценку;
4) да, это целесообразно.

14. Выразите Ваше отношение к включению прикладных задач математики в программу курса высшей математики:

1) они не нужны, потому что и так тяжело всё понять;
2) можно решать такие задачи на консультациях;
3) желательно решать такие задачи на практических занятиях;
4) обязательно и на лекциях, и на практических занятиях, и в качестве индивидуальных заданий.

15. Как Вы считаете, полезны ли задачи на составление математических моделей для Вас – будущего инженера?

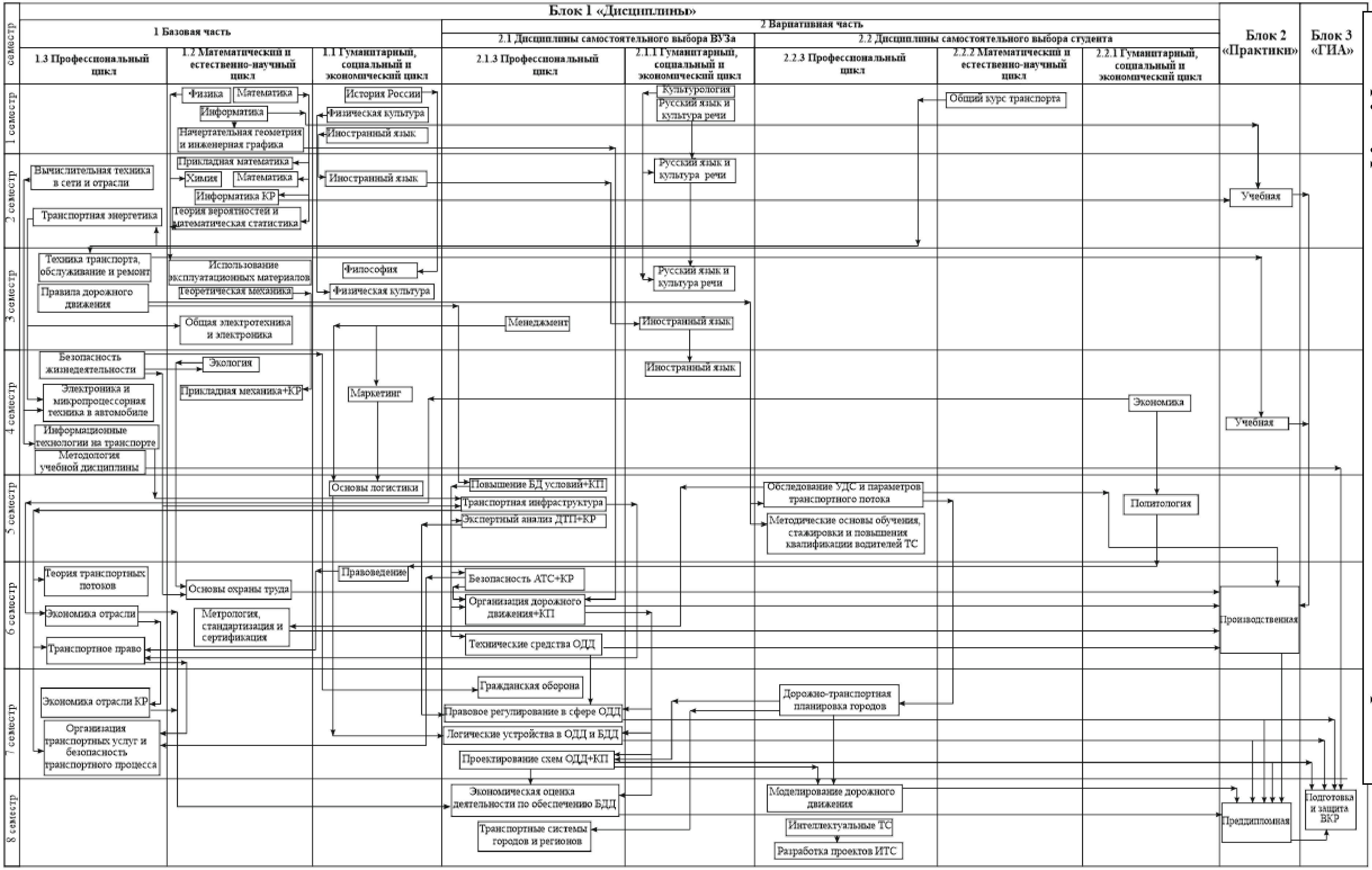
1) да;
2) нет;
3) не уверен;
4) не понимаю, о чем идет речь.

Открытый вопрос: ***«Почему мне нужно (не нужно) обучение математическому моделированию?»***

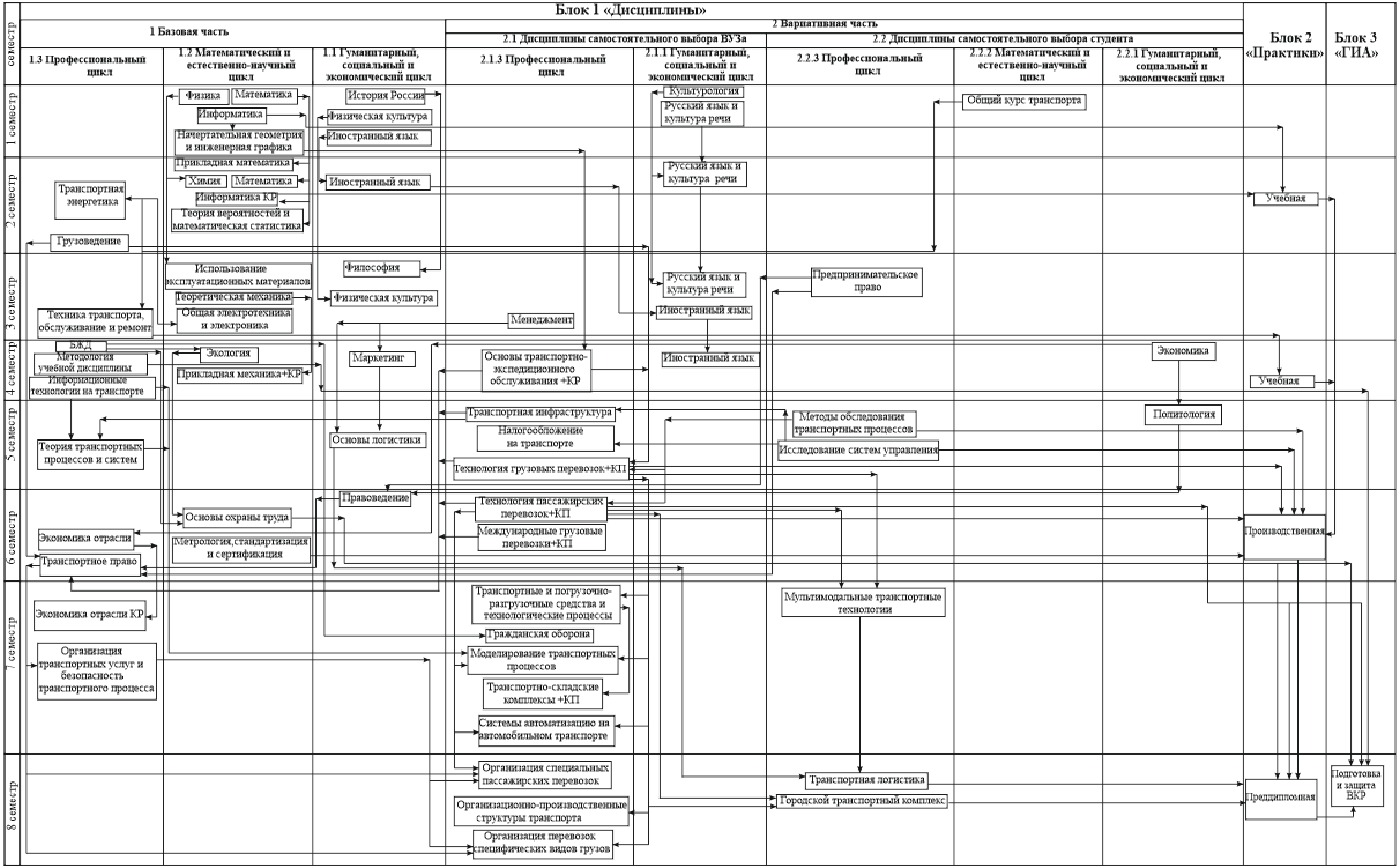
(ответ на вопрос должен быть конкретным, максимально субъективным, писать лишь о себе, о своих планах, ощущениях и мыслях).

Приложение Н
Структурно-логические схемы подготовки бакалавров

Структурно-логическая схема подготовки бакалавров направления подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов (профиль: *Организация безопасности движения)*



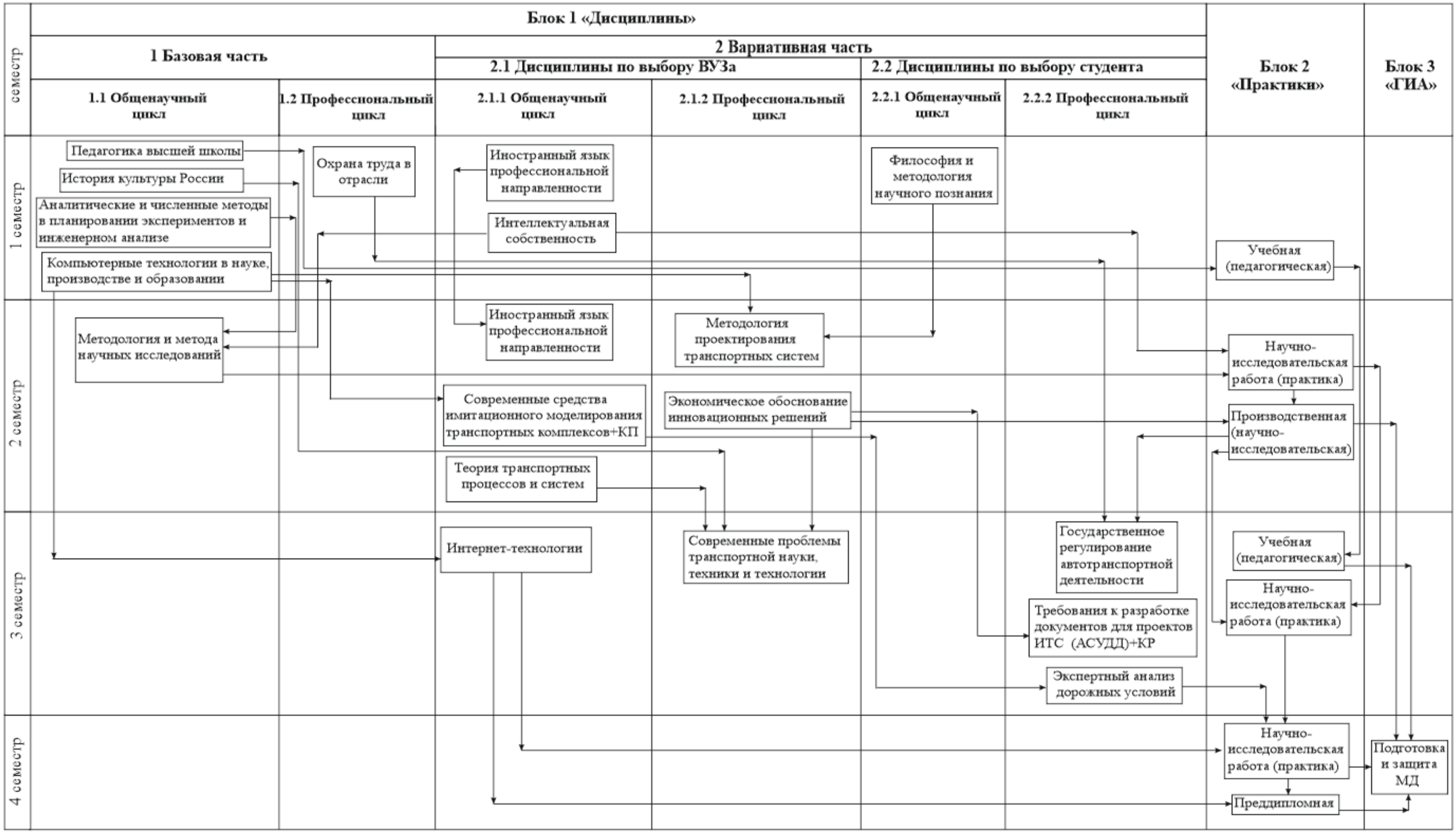
Структурно-логическая схема подготовки *бакалавров* по направлению подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов (профиль: *Организация перевозок и управление на автомобильном транспорте)*



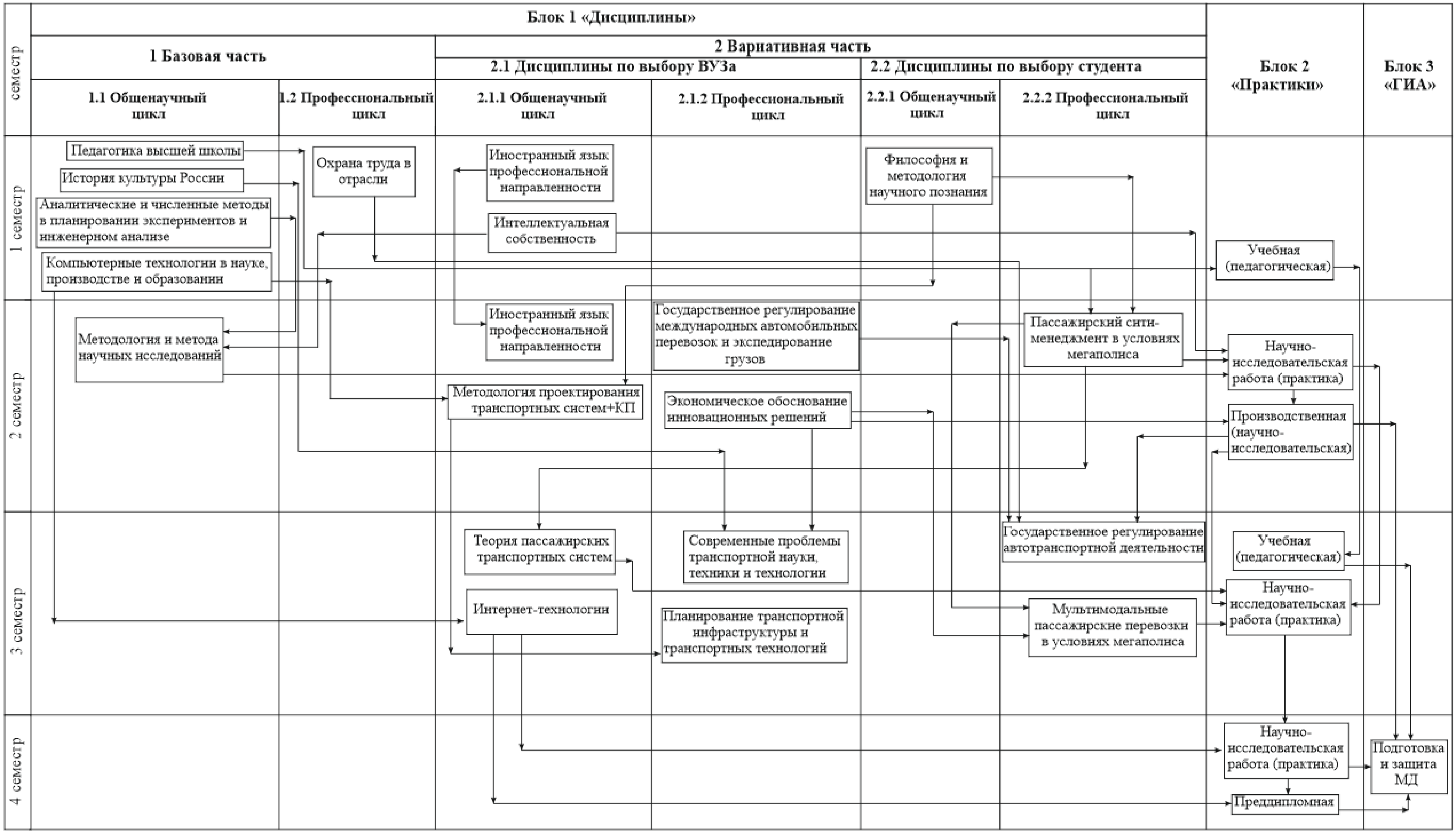
Приложение П

Структурно-логические схемы подготовки магистров

Структурно-логическая схема подготовки *магистров* направления подготовки 23.04.01 Технология транспортных процессов (магистерская программа: *Организация безопасности движения)*



Структурно-логическая схема подготовки *магистров* направления подготовки 23.04.01 Технология транспортных процессов (магистерская программа: О*рганизация перевозок и управление на автомобильном транспорте)*



семестр	Блок 1 «Дисциплины»						Блок 2 «Практики»	Блок 3 «ГИА»
	1 Базовая часть		2 Вариативная часть					
			2.1 Дисциплины по выбору ВУЗа		2.2 Дисциплины по выбору студента			
	1.1 Общенаучный цикл	1.2 Профессиональный цикл	2.1.1 Общенаучный цикл	2.1.2 Профессиональный цикл	2.2.1 Общенаучный цикл	2.2.2 Профессиональный цикл		
1 семестр	Педагогика высшей школы История культуры России Аналитические и численные методы в планировании экспериментов и инженерном анализе Компьютерные технологии в науке, производстве и образовании	Охрана труда в отрасли	Иностранный язык профессиональной направленности Интеллектуальная собственность		Философия и методология научного познания		Учебная (педагогическая)	
2 семестр	Методология и метода научных исследований		Иностранный язык профессиональной направленности Методология проектирования транспортных систем+КП	Государственное регулирование международных автомобильных перевозок и экспедирование грузов Экономическое обоснование инновационных решений		Пассажирский сити-менеджмент в условиях мегаполиса	Научно-исследовательская работа (практика) Производственная (научно-исследовательская)	
3 семестр			Теория пассажирских транспортных систем Интернет-технологии	Современные проблемы транспортной науки, техники и технологии Планирование транспортной инфраструктуры и транспортных технологий		Государственное регулирование автотранспортной деятельности Мультимодальные пассажирские перевозки в условиях мегаполиса	Учебная (педагогическая) Научно-исследовательская работа (практика)	
4 семестр							Научно-исследовательская работа (практика) Преддипломная	Подготовка и защита МД

Приложение Р

Результаты выполнения комплексной творческой работы по математическому и компьютерному моделированию

№	ФИО	КГ	ФИО	ЭГ
1	А.Д.В.	5	Б.В.С.	26
2	Ф.А.Н.	32	П.А.В.	27
3	Ч.В.В.	22	С.Е.О.	24
4	Б.М.Н.	5	С.А.М.	23
5	И.Д.А.	22	Ф.Р.М.	35
6	В.Е.Г.	18	Ф.А.А.	22
7	Г.Г.А.	33	Б.С.М.	26
8	З.В.С.	16	Н.И.Ю.	28
9	И.О.И.	12	В.С.О.	28
10	М.В.И.	31	Г.А.Г.	34
11	М.Г.Ю.	23	Д.А.Р.	16
12	М.В.И.	32	И.В.Ю.	32
13	П.О.И.	31	Д.А.В.	38
14	П.О.И.	22	И.В.С.	29
15	П.Р.И.	18	И.Г.С.	21
16	П.Л.А.	32	К.Я.С.	36
17	П.А.С.	16	С.Р.В.	34
18	С.М.И.	12	С.Д.Р.	26
19	Т.В.А.	18	Т.Д.Д.	36
20	Ф.Д.Р.	24	Т.К.С.	26
21	Х.Г.Н.	22	Т.С.М.	26
22	Б.О.О.	23	Ф.А.В.	36
23	Б.В.Д.	20	Ф.В.В.	36
24	В.В.В.	16	Ш.Ю.В.	18
25	Е.Е.И.	16	Ш.Ю.В.	22
26	К.О.С.	10	Ш.Д.С.	15
27	М.О.В.	14	Я.И.В.	18
28	М.О.Н.	12	Б.И.О.	12
29	М.Д.И.	28	Я.Д.С.	20
30	Т.В.И.	20	Ч.Д.В.	16
31	Б.Т.Ю.	16	В.К.О.	27
32	Г.М.А.	12	В.Т.О.	13
33	Ж.С.Ф.	14	З.Р.О.	23
34	К.Д.И.	17	З.И.О.	14
35	М.И.И.	11	К.В.Е.	17
36	С.О.В.	9	Т.Р.С.	19
37	Ш.О.Н.	15	Р.Б.С.	16
38	А.В.И.	8	Р.В.В.	25

Продолжение таблицы

№	**ФИО**	**КГ**	**ФИО**	**ЭГ**
39	А.Н.И.	6	В.Я.Ю.	15
40	Б.О.С.	13	В.В.И.	19
41	Б.Д.И.	17	К.О.И.	18
42	Б.Ю.В.	19	К.И.И.	14
43	Г.И.С.	15	Д.Р.Ю.	13
44	И.И.И.	11	К.В.Ю.	18
45	К.К.Г.	9	К.Е.А.	12
46	К.В.В.	19	Л.Ю.О.	13
47	К.П.Р.	8	М.Д.Р.	15
48	Л.В.Ю.	6	Н.А.Е.	18
49	М.В.В.	9	Б.В.О.	9
50	О.О.А.	12	Б.М.С.	14
51	О.М.В.	11	В.А.В.	31
52	П.Д.Т.	17	В.К.А.	32
53	П.Д.В.	10	Г.С.В.	6
54	Т.А.Г.	8	Г.О.С.	5
55			Д.О.М.	22
56			З.М.О.	17

Приложение С

Обработка результатов выполнения комплексной творческой работы по математическому и компьютерному моделированию (критерий χ^2)

Критерий χ^2 профессионального этапа эксперимента

Критические значения критерия для уровня значимости a = 0.05

$L-1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\chi^2_{0.05}$	3,84	5,99	7,82	9,49	11,07	12,59	14,07	15,52	16,92

$$\chi^2_{\text{эмп}} = N \cdot M \cdot \sum_{i=1}^{L} \frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2}{n_i + m_i}$$

№	КГ	ЭГ	КГ				ЭГ			
			X<=20	20<X<=30	30<X<=40		X<=20	20<X<=30	30<X<=40	
1	5	26	1	0	0		0	1	0	
2	32	27	0	0	1		0	1	0	
3	22	24	0	1	0		0	1	0	
4	5	23	1	0	0		0	1	0	
5	22	35	0	1	0		0	0	1	
6	18	22	1	0	0		0	1	0	
7	33	26	0	0	1		0	1	0	
8	16	28	1	0	0		0	1	0	
9	12	28	1	0	0		0	1	0	
10	31	34	0	0	1		0	0	1	
11	23	16	0	1	0		1	0	0	
12	32	32	0	0	1		0	0	1	
13	31	38	0	0	1		0	0	1	
14	22	29	0	1	0		0	1	0	
15	18	21	1	0	0		0	1	0	
16	32	36	0	0	1		0	0	1	
17	16	34	1	0	0		0	0	1	
18	12	26	1	0	0		0	1	0	
19	18	36	1	0	0		0	0	1	
20	24	26	0	1	0		0	1	0	
53	10	6	1	0	0		1	0	0	
54	8	5	1	0	0		1	0	0	
55		22					0	1	0	
56		17					1	0	0	
			40	**8**	**6**	**54**	**27**	**18**	**11**	**56**

Ранжирование

	Значение	КГ	ЭГ	
Низкий	X<=20	40	27	0,001
Средний	20<X<=30	8	18	0,00115
Высокий	30<X<=40	6	11	0,00043
	Сумма	54	56	0,00258

значение критерия: 7,80535

т.к.: ***7,81*** > ***5,99*** , то:

достоверность различий характеристик экспериментальной и контрольной групп после окончания эксперимента составляет 95%