

Министерство образования и науки
Донецкой Народной Республики
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Донецкий национальный университет»

На правах рукописи



Пачева Марина Николаевна

**ВОЛНОВЫЕ ДЕФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОМ,
ПЕРФОРИРОВАННОМ И СОСТАВНОМ СЛОЕ С УСЛОЖНЕННЫМИ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ И ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ**

Специальность 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Донецк – 2022

Работа выполнена в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Донецкий национальный университет», г. Донецк.

Научный руководитель **Сторожев Валерий Иванович**
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Наседкин Андрей Викторович,**
доктор физико-математических наук, профессор,
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет», г. Ростов-на-Дону, заведующий кафедрой математического моделирования

Моисеенко Виктор Алексеевич,
кандидат физико-математических наук, доцент,
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», г. Макеевка, доцент кафедры специализированных информационных технологий и систем

Ведущая организация: Государственное бюджетное учреждение «**Республиканский академический научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт горной геологии, геомеханики, геофизики и маркшейдерского дела**», г. Донецк

Защита состоится 22 февраля 2023 года в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 01.016.03 при ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» по адресу: 83001, г. Донецк, проспект Гурова, 14, ауд. 603.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» по адресу: 83001, г. Донецк, ул. Университетская, 24, <http://science.donnu.ru>.

Автореферат разослан «___» _____ 2022 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 01.016.03
кандидат физико-математических наук



А.Б. Мироненко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Процессы распространения, отражения, преломления и локализации волн деформаций в упругих телах и элементах конструкций в форме слоя с различными особенностями физико-механических свойств и геометрического строения являются одними из важнейших и масштабных по разнообразию классами объектов исследований в механике деформируемого твердого тела. Результаты анализа этих проблем на сегодняшний день представлены в многочисленных трудах отечественных и зарубежных ученых, и в концентрированной обобщенной форме отражены в публикациях В.А. Бабешко, А.О. Ватульяна, М.В. Вильде, Л.П. Вовка, И.П. Гетмана, О.В. Глушкова, В.Т. Головчана, Э.И. Григолюка, В.Т. Гринченко, Н.С. Городецкой, А.Н. Гузя, Л.А. Игумнова, В.В. Калинин, Л.Ю. Коссовича, П.В. Крауклиса, С.В. Кузнецова, В.Т. Маципуры, В.В. Мелешко, Л.А. Молоткова, А.Н. Наседкина, Г.И. Петрашеня, А.Н. Соловьева, Ю.А. Устинова, Л.А. Фильштинского, Н.А. Шульги и ряда других авторов. Данные разработки представляют большой теоретический интерес для фундаментальной науки, а также для предпроектных прочностных расчетов в строительной механике и механике подземных горно-шахтных сооружений, в механике конструкций машин, приборов и сооружений, в технологических расчетах для таких современных научно-технических отраслей, как горная сейсмоакустика, неразрушающий ультразвуковой контроль, акустоэлектроника, гидроакустика.

При этом, несмотря на наличие весьма обширного ряда работ по различным аспектам данной проблематики, некоторые ее крайне актуальные тематические разделы стали предметом результативных теоретических и прикладных численно-аналитических разработок лишь в течение нескольких последних десятилетий, и на сегодняшний день остаются областью дальнейших перспективных, важных для фундаментальной науки и инженерной практики исследований. Так, в рассматриваемых моделях динамического деформирования упругого слоя открытыми до настоящего времени остаются многие вопросы учета факторов выраженной механической анизотропии и непрерывной неоднородности функционально-градиентных материалов, а также ряда специфических усложнений в структуре и геометрическом строении исследуемых объектов. К числу последних относятся наличие наклонных торцевых граничных поверхностей, участков излома и дугообразного искривления слоя, многосвязная геометрия слоя с внутренними туннельными цилиндрическими неоднородностями. Представляет теоретический и прикладной интерес анализ закономерностей распространения упругих сдвиговых волн в меандровых волноводах и составных кусочно-однородных волноводах, образуемых состыкованными под различными углами анизотропными однородными и функционально-градиентными полуслоями, а также изучение полей дифракции на внутренних неоднородностях. В качестве инструмента таких исследований подлежат дальнейшему развитию и совершенствованию теоретические основы и методологические приемы применения численно-аналитического метода частичных областей и метода рядов по базисным множествам бегущих и краевых стоячих волн в структурных элементах рассматриваемых волноводов.

Таким образом, тематика диссертации, посвященной разработке и апробации численно-аналитических методов исследования волновых деформационных процессов в полубесконечном, перфорированном и составном слоях с усложненными геометрическими и физико-механическими свойствами, является актуальной с теоретической и прикладной точек зрения.

Связь работы с научными программами, планами, темами.

Представленные в работе исследования связаны с тематикой конкурсных исследовательских проектов: «Волны деформаций в анизотропных телах с локализованными участками неоднородности геометрических и физико-механических свойств» (МОНУ, МОН ДНР, номер государственной регистрации 0113U001529, 2013-2016 гг.); «Математическое моделирование прочностных и волноводных свойств деформируемых элементов конструкций и геоструктур с усложненными физико-механическими свойствами» (МОН ДНР, номер государственной регистрации 0117D000071, 2017-2019 гг.); «Методы исследования линейных и нелинейных моделей статического и динамического деформирования анизотропных функционально-градиентных упругих тел» (МОН ДНР, номер государственной регистрации 0120D000014, 2020-2022 гг.). Ведущие результаты диссертационной работы включены в отчеты по указанным НИР.

Целью работы является разработка и апробация теоретических численно-аналитических методик анализа полей сдвиговых волн в упругих телах в форме слоя из анизотропных однородных и функционально-градиентных материалов при учете особенностей геометрического строения в виде наклонных плоских торцевых граничных поверхностей, изломов, дугообразных искривлений, внутренних туннельных цилиндрических полостей и включений, а также компьютерная реализация разработанных методик и проведение параметрических исследований ведущих закономерностей в структуре и свойствах анализируемых полей.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих задач:

– разработку методического приема учета при исследовании рассматриваемых классов краевых задач динамической антиплоской деформации специфики распределения полей напряжений в окрестностях краевых точек областей контакта сопрягаемых элементов составных волноводов и возможностей появления в указанных точках особенностей степенного типа для этих полей;

– разработку методики теоретического анализа проблемы отражения нормальных волн продольного сдвига от наклонной торцевой граничной поверхности анизотропного полуслоя при различных вариантах задания краевых условий на его плоских гранях и на наклонной торцевой поверхности;

– разработку численно-аналитической методики исследования процессов распространения нормальных сдвиговых упругих волн вдоль составных волноводов из стыкуемых под углом анизотропных однородных прямолинейных компонентов и волноводов с прямолинейными участками зигзагообразного излома;

– разработку численно-аналитической методики исследования процессов распространения сдвиговых упругих волн вдоль трансверсально-изотропных составных меандровых волноводов в форме слоя с искривленными участками полукольцевого либо четвертькольцевого поперечного сечения;

- разработку алгоритма построения теоретического численно-аналитического решения задачи о распространении сдвиговых упругих волн в составном поперечно-анизотропном волноводе из полуслоев с контактирующими полуцилиндрическими боковыми поверхностями;

- изучение процессов трансформации энергетических потоков при распространении сдвиговых нормальных упругих волн по составному волноводу из идеально контактирующих изотропного и ортотропного полуслоев;

- анализ эффектов трансформации нормальных упругих волн сдвига при падении на ортогональную граням плоскую поверхность контакта трансверсально-изотропных функционально-градиентных полуслоев;

- разработку алгоритмов численно-аналитического анализа процессов дифракционного рассеяния нормальных упругих волн продольного сдвига в прямолинейно-ортотропном слое с внутренней туннельной цилиндрической полостью либо туннельным ортотропным цилиндрическим включением эллиптического поперечного сечения с произвольным соотношением полуосей, а также дифракционного рассеяния сдвиговых бегущих нормальных волн на туннельной полости в изотропном функционально-градиентном слое;

- разработку численно-аналитической методики анализа модели расчета характеристик гидроакустических экранов в виде многосвязного деформируемого слоя с периодическим рядом коллинеарных плоским граням внутренних цилиндрических полостей либо радиально-неоднородных цилиндрических включений.

Объект исследования – процессы упругих колебаний и распространения стационарных волн деформаций в волноводах в форме плоскопараллельного, однородного, составного, искривленного либо содержащего внутренние неоднородности упругого слоя.

Предмет исследования – кинематические, энергетические и силовые характеристики полей сдвиговых упругих волн в полубесконечном, перфорированном и составном однородном либо функционально-градиентном слое при учете факторов механической анизотропии и усложненных геометрических свойств.

Методы исследования. В исследованиях применяются линейные модели стационарного динамического деформирования однородных и неоднородных анизотропных упругих сред; концептуальные основы метода динамических однородных решений и метода частичных областей; методы анализа особенностей в полях напряжений около угловых точек областей исследования при антиплоской деформации; аппарат теории дифференциальных уравнений в частных производных и уравнений математической физики; теория разложений в степенные и обобщенно степенные ряды; теория специальных цилиндрических функций; метод ортогональных рядов и алгоритм обобщенной граничной ортогонализации функциональных систем; дискретный и интегральный метод наименьших квадратов; методы разработки специализированных программных приложений для реализации расчетных алгоритмов в среде C++.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Эффекты влияния параметра наклона торцевой граничной поверхности анизотропного полуслоя на структуру полей рассеиваемых на ней нормальных сдвиговых волн варьируемой относительной длины эффективно описываются с применением предложенных в работе численно-аналитических методик синтеза теории однородных решений и принципа частичных областей.

2. Получивший развитие в диссертации прием комбинирования метода рядов по базисным системам бегущих и краевых стоячих нормальных волн и метода частичных областей позволяет эффективно реализовать анализ моделей распространения нормальных сдвиговых упругих волн вдоль составных волноводов из стыкуемых под углом анизотропных однородных прямолинейных компонентов и волноводов с прямолинейными участками зигзагообразного излома, моделей распространения сдвиговых упругих волн вдоль трансверсально-изотропных составных волноводов в виде слоя с искривленными участками полукольцевой либо четвертькольцевой формы, моделей сдвиговых упругих волн в составном волноводе из полуслоев с контактирующими полуцилиндрическими боковыми поверхностями.

3. Применение в работе синтеза теории однородных решений и принципа частичных областей позволяет эффективно изучить особенности трансформации энергетических потоков при распространении сдвиговых нормальных упругих волн варьируемой частоты по составному волноводу из изотропного и ортотропного полуслоев, а также реализовать анализ эффектов трансформации нормальных упругих волн сдвига при падении на ортогональную граням плоскую поверхность контакта трансверсально-изотропных функционально-градиентных полуслоев,

4. Разработанная методика исследования дифракционного рассеяния нормальных волн сдвига в функционально-градиентном либо прямолинейно-ортотропном слое с внутренней туннельной цилиндрической полостью, с туннельным ортотропным цилиндрическим включением эллиптического сечения, либо с периодическим рядом описанных неоднородностей, позволяет описать эффекты в полях рассеиваемых и преломляющихся во включениях волн различной относительной длины, заключающиеся в появлении и локализации областей фокусной концентрации волновых перемещений в точках включения и слоя, в специфике распределения каналов отгибания, специфике структуры дифракционных полей в дальнем поле при варьировании параметров слоя и включения.

Научная новизна полученных результатов.

1. Предложена и реализована новая базирующаяся на синтезе теории однородных решений и принципе частичных областей модификация метода теоретического анализа проблемы отражения нормальных волн продольного сдвига от наклонной торцевой граничной поверхности анизотропного полуслоя при различных вариантах задания краевых условий на его плоских гранях и на наклонной торцевой поверхности.

2. Предложена новая модификация метода анализа моделей распространения нормальных сдвиговых упругих волн вдоль составных волноводов из стыкуемых под углом анизотропных однородных прямолинейных компонентов и волноводов с прямолинейными участками зигзагообразного излома, основанная на

комбинировании метода рядов по базисным системам бегущих и краевых стоячих нормальных волн и метода частичных областей.

3. Предложен новый алгоритм теоретического анализа моделей распространения сдвиговых упругих волн вдоль трансверсально-изотропных составных волноводов в форме слоя с искривленными участками полукольцевого либо четвертькольцевого поперечного сечения, а также моделей распространения сдвиговых упругих волн в составном поперечно-анизотропном волноводе из полуслоев с контактирующими полуцилиндрическими боковыми поверхностями.

4. Впервые разработан алгоритм применения метода обобщенной граничной ортогонализации базисного множества нормальных волн сдвига в анизотропном упругом слое для решения задачи о распространении стационарной сдвиговой волны по составному волноводу из контактирующих полуслоев.

5. Получила развитие методика решения задачи о взаимодействии нормальной упругой волны с границей контакта полуслоев в составном плоскопараллельном волноводе с распространением ее на случай трансверсально-изотропных функционально-градиентных полуслоев.

6. Впервые разработана базирующаяся на синтезе теории динамических однородных решений, принципа отображений и аппарата теории специальных цилиндрических функций методика численно-аналитического решения задач о дифракционном рассеянии нормальных упругих продольного сдвига на туннельной полости в изотропном функционально-градиентном слое и на внутренней туннельной цилиндрической полости либо на туннельном ортотропном цилиндрическом включении эллиптического поперечного сечения в однородном прямолинейно-ортотропном слое.

7. Впервые осуществлено распространение метода решения задач о дифракционном рассеянии нормальных упругих волн продольного сдвига на внутренних туннельных полостях либо включениях в упругом слое на задачи расчета характеристик функционирования гидроакустических экранов в виде многосвязного изотропного слоя с периодическим рядом коллинеарных плоским граням внутренних туннельных цилиндрических полостей либо радиально-неоднородных туннельных изотропных цилиндрических включений.

8. Впервые установлены, систематизированы и обобщены некоторые физико-механические закономерности волновых деформационных процессов в полубесконечном, перфорированном и составном слоях с усложненными геометрическими и физико-механическими свойствами.

Достоверность и обоснованность научных положений, основных результатов и выводов работы обосновывается использованием в процессе исследований апробированных математических моделей деформационных процессов; строгостью и корректностью постановок рассматриваемых задач; применением апробированных корректных математических методов; верификацией полученных решений по критериям удовлетворения граничным условиям исследуемых краевых задач; сходимостью в представлениях, получаемых в форме функциональных рядов; согласованностью результатов применения разработанных

методик в предельных частных случаях с опубликованными результатами других исследователей.

Теоретическая значимость результатов работы заключается в создании, совершенствовании и расширении областей применения предложенных эффективных численно-аналитических методик решения новых классов задач теории волновых процессов в полубесконечном, перфорированном и составном слое с усложненными геометрическими и физико-механическими свойствами.

Практическое значение полученных результатов заключается в применимости разработанных методик, алгоритмов их числовой реализации, установленных и обобщенных свойств и закономерностей анализируемых волновых процессов в предпроектном моделировании и конструкторских расчетах новых поколений волноводных акустоэлектронных компонентов, при разработке технологий геоакустических исследований, неразрушающего ультразвукового контроля, при проектировании систем гидроакустического экранирования, в практике прочностных расчетов элементов строительных конструкций и деталей машин из анизотропных функционально-градиентных композиционных материалов.

Результаты диссертационного исследования, а именно методики синтеза теории динамических однородных решений, принципа частичных областей и принципа отражения для исследования волновых деформационных процессов, внедрены в учебный процесс в ГОУ ВО «Донецкий национальный университет» в качестве материала разделов учебного курса «Методы компьютерно-математического моделирования в задачах волновой механики» для студентов образовательного направления 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Личный вклад автора. Все основные теоретические и расчетные результаты исследований получены лично соискателем. Из 34 публикаций по теме работы 17 подготовлены самостоятельно. В совместно проведенных исследованиях и опубликованных работах, соавторам В.Е. Болнокину, В.И. Сторожеву, Зыонг Минь Хай, Чан Ба Ле Хоанг принадлежат участие в постановке рассматриваемых задач, рекомендации по схемам анализа и обобщения, а также направлениям практического применения полученных результатов; соавторам Д.С. Вуколову, А.А. Глухову, С.А. Прийменко, А.С. Телевному, Л.В. Дубяго принадлежат консультационные рекомендации по разработке программных приложений для осуществления численных экспериментов на базе предложенных методик, а также участие в обработке и систематизации их результатов.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты работы были представлены, доложены и обсуждены на: IV Международной научной конференции «Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела», посвященной памяти академика НАН Украины А.С. Космодамианского (г. Донецк, ДонНУ, 2006 г.); Всеукраинской научной конференции молодых ученых и студентов по дифференциальным уравнениям и их приложениям, посвященной 100-летнему юбилею Я.Б. Лопатинского (г. Донецк, ДонНУ, 2006 г.); Акустическом симпозиуме «Консонанс–2007» (Киев, ИГМ НАНУ, 2007 г.); Международной научно-технической конференции памяти академика НАН Украины В.И. Моссаковского (Днепропетровск, ДНУ, 2007 г.); I, II, III, IV, V, VI и VII

Международных научно-практических интернет-конференциях «Современные тенденции развития математики и ее прикладные аспекты» (Донецк, ДонНУЭТ, 2012 г., 2013 г., 2014 г., 2015 г., 2016 г., 2017 г., 2018 г.); X, XI и XIV Всероссийских школах-семинарах «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» (пос. Дивноморское, ЮФУ, 2015 г., 2016 г., 2019 г.); VI и VII Международных научных конференциях «Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела» (пос. Мелекино, ДонНУ, 2010 г., 2013 г.); I, IV, V, VI и VII Международных научных конференциях «Донецкие чтения. Образование, наука и вызовы современности» (г. Донецк, ДонНУ, 2016 г., 2019 г., 2020 г., 2021 г., 2022 г.); научных конференциях профессорско-преподавательского состава ДонНУ (г. Донецк, ДонНУ, 2009 г., 2013 г.).

Работа по отдельным полученным результатам и в целом была доложена и обсуждена на объединенных научных семинарах по механике сплошных сред кафедры теории упругости и вычислительной математики им. академика А.С. Космодамианского ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» и отдела аналитической механики горных пород ГУ «Институт прикладной математики и механики» под руководством д.ф.-м.н., проф. С.А. Калоерова (2018 – 2022 гг.).

Публикации. По теме диссертации опубликованы 34 научные работы, в том числе: в рецензируемых научных изданиях из перечня ВАК ДНР – 5, одна из которых в издании, включенном в Международные наукометрические базы; в других изданиях – 29. Список 20 основных публикаций приведен в автореферате.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти разделов, заключения с основными выводами и результатами, списка литературы из 180 наименований и приложения. Работа содержит 68 рисунков и 3 таблицы, изложена на 199 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, определяются цели, задачи, предмет, объект и методологические основания исследования, дается характеристика степени новизны, теоретической и практической значимости результатов исследования, публикаций и апробаций по теме работы, а также личного вклада автора в получение представленных в диссертации результатов.

В первом разделе работы изложен аналитический обзор научных публикаций, в которых представлены основные методы и ведущие результаты исследований по проблемам волнового динамического деформирования упругих тел в виде полубесконечного и составного слоя, дана общая характеристика рассматриваемых в диссертации классов задач и приведены основные концептуальные методологические положения, используемые для реализации поставленной цели исследования. На основе обобщенной характеристики предшествующих этапов исследований по рассматриваемой проблематике выделены и охарактеризованы классы актуальных не исследованных ранее проблем, имеющих как фундаментальное теоретическое значение, так и важнейшие современные

приложения в технологиях ультразвуковой диагностики и сейсродинамики, гидроакустике, технологиях обработки сигналов, методиках оценки динамической прочности и надежности конструкций и сооружений. Дана общая формулировка исследовательских заданий работы, включающих: задачи об отражении нормальных волн продольного сдвига от наклонной торцевой поверхности трансверсально-изотропного полуслоя при различных вариантах граничных условий на участках поверхности; задачи описания полей сдвиговых упругих волн в составном волноводе из состыкованных под углом полуслоев разнотипных прямолинейно-ортотропных материалов, задачи описания поля сдвиговых упругих волн в составном ортотропном упругом слое с прямолинейным участком зигзагообразного излома и задачи о распространении упругих волн вдоль составного волновода с компонентами дугообразной формы; задачи исследования структуры волновых полей в составных плоскопараллельных волноводах из состыкованных полуслоев с усложненной геометрией торцевых поверхностей контакта либо усложненными физико-механическими свойствами сопрягаемых компонентов. Классом рассматриваемых объектов являются также упругие тела в виде перфорированного слоя с внутренними туннельными неоднородностями в виде полостей либо цилиндрических включений. Дана характеристика используемых методологических подходов, в том числе принципа описания исследуемых полей в форме спектральных разложений по базисным множествам распространяющихся и краевых стоячих нормальных упругих волн (метода динамических однородных решений), метода частичных областей (метода сшивания), а также принципа суперпозиции рядов по базисным системам частных решений волновых уравнений в локальных координатных системах для многосвязных областей. Представлена также методика учета возможного появления особенностей степенного типа в представлениях полей напряжений для краевых точек областей контакта сопрягаемых элементов составных волноводов.

Второй раздел работы посвящен разработке и реализации методик анализа проблемы отражения нормальных волн продольного сдвига от наклонной торцевой поверхности анизотропного полуслоя. В его первом подразделе представлен вариант методики решения задачи рассматриваемого типа для занимающего область $V = \{x_1 \in (-\infty, -x_3 \operatorname{tg} \phi], x_2 \in (-\infty, \infty), x_3 \in [-h, h]\}$ в пространстве безразмерных координат $Ox_1x_2x_3$ трансверсально-изотропного полуслоя со свободными гранями и наклоненной под острым углом ϕ свободной плоской торцевой поверхностью Γ . Функция волновых перемещений записывается в форме разложения по базисному множеству нормальных сдвиговых волн, а для определения коэффициентов введенного разложения получена редуцируемая бесконечная система линейных алгебраических уравнений на основе алгебраизации функциональных краевых условий на Γ с применением метода ортогональных рядов.

Далее рассматривается построение и численная реализация базирующейся на концепции частичных областей методики решения задачи об отражении нормальной симметричной по толщине $L_h^{(\xi)}$ поляризованной вдоль $O\xi_3$ волны продольного сдвига с круговой частотой ω из произвольной моды соответствующего

дисперсионного спектра от наклоненной под углом $\psi_0^{(\xi)}$ торцевой поверхности закрепленного по всем участкам границы ортотропного полуслоя толщины h из материала с упругими постоянными $\{\tilde{c}_{44}, \tilde{c}_{55}\}$ и параметром плотности ρ , занимающего в прямоугольных координатах $O\xi_1\xi_2\xi_3$ область $L_h^{(\xi)}$ (рис. 1).

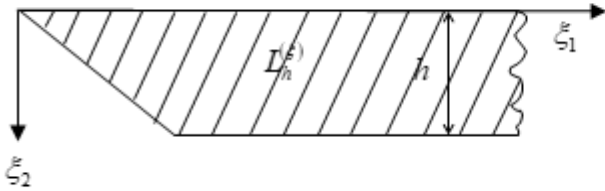


Рис.1.

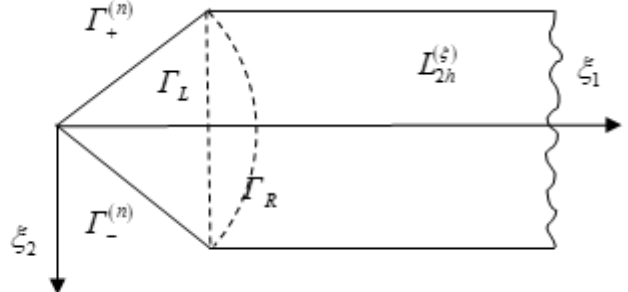


Рис.2.

Полуслой $L_h^{(\xi)}$ интерпретируется как нижняя половина слоя $L_{2h}^{(\xi)}$ толщины $2h$ с закрепленной треугольной клиновидной боковой поверхностью $\Gamma_+^{(n)} \cup \Gamma_-^{(n)}$ (рис. 2). Этапами построения решения являются аффинное преобразование координат $x_1 = \xi_1$, $x_2 = \mu \xi_2$, $\mu = (c_{55} / c_{44})^{1/2}$ для трансформации уравнения сдвиговых колебаний полуслоя в классическое волновое уравнение; введение в получаемой этими преобразованиями из $L_{2h}^{(\xi)}$ области сечения полуслоя L_{2h} вспомогательной системы координат $Or\psi$ ($x_1 = r \cdot \cos \psi$, $x_2 = r \cdot \sin \psi$) и выделение в ней частичных подобластей в виде сектора $L_R = \{r \in [0, R], \psi \in [-\psi_0, \psi_0]\}$, $\psi_0 = \arctg(\mu \cdot \tg \psi_0^{(\xi)})$, полуполосы $L = \{x_1 \in [l, \infty), x_2 \in [-h_\mu, h_\mu]\}$, $h_\mu = \mu h$ и треугольника, $L_T \subset L_R$. Для описания поля волн в подобласти L вводится удовлетворяющее волновому уравнению и краевым условиям $(u_3)_{x_2=0} = (u_3)_{x_2=\mu h} = 0$ представление $u_3^{(L)}$ в виде суммы падающей и отраженной составляющих

$$u_3^{(L)} = u_{30}^{(p)} \sin(p\pi x_2 / h_\mu) \cdot \exp(-i(\omega t + k_p(x_1 - l))) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\pi x_2 / h_\mu) \cdot \exp(-i(\omega t - k_n(x_1 - l))),$$

а для поля в L_R – представление $u_3^{(C)} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_{\alpha_n}(kr) \sin \alpha_n \psi \cdot \exp(-i\omega t)$.

Коэффициенты A_n , B_n во введенных представлениях определяются из функциональных краевых условий $(u_3^{(L)})_\Gamma = (u_3^{(C)})_\Gamma$, $(\sigma_{13}^{(L)})_\Gamma = (\sigma_{13}^{(C)})_\Gamma$ на границе $\Gamma = \{x_1 = l, x_2 \in [-h_\mu, h_\mu]\}$ контакта частичных областей L и L_T , и для их алгебраизации используется метод наименьших квадратов. Для моментов времени, соответствующих началу периода волновых колебаний, в случаях рассеяния нормальной волны из низшей моды дисперсионного спектра симметричных сдвиговых волн в закрепленном слое с варьируемым параметром относительной длины $\lambda = 2\pi / (kh)$, осуществлены расчеты полей волновых упругих перемещений

в подобласти $\xi_1 \leq 6h / \operatorname{tg}(\psi_0^{(\xi)})$ у наклонной торцевой поверхности полуслоя с показателем наклона $\psi_0^{(\xi)}$. Анализ описываемых тонированными изображениями полей, на которых переход от темных тонов к светлым соответствует росту интенсивности, для случаев $\psi_0^{(\xi)} = \pi/3$ (рис. 3–5) и $\psi_0^{(\xi)} = \pi/4$ (рис. 6–8) показывает малое влияние наклона торцевой поверхности в дальнем поле при $\lambda = 3.0$, рост степени локализации интенсивных волновых смещений с появлением фокусных зон в окрестности вершины клиновидной границы и трансформацию полей рассеяния в приторцевой области с продвижением зоны возмущений от торца вглубь полуслоя при уменьшении относительной длины падающих волн.

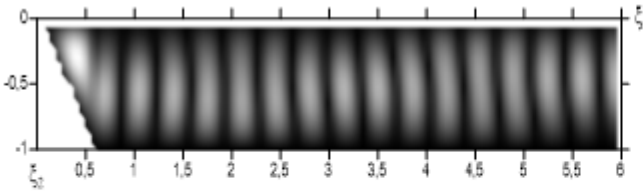


Рис.3.

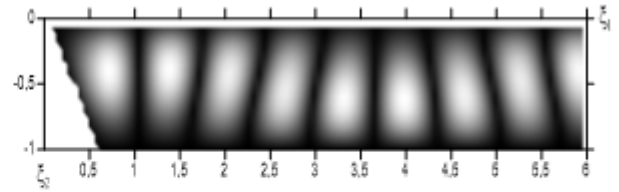


Рис.4.

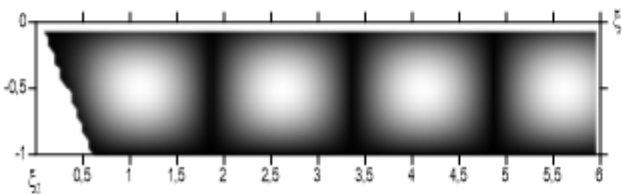


Рис.5.

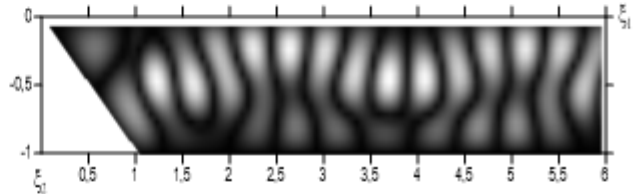


Рис.6.

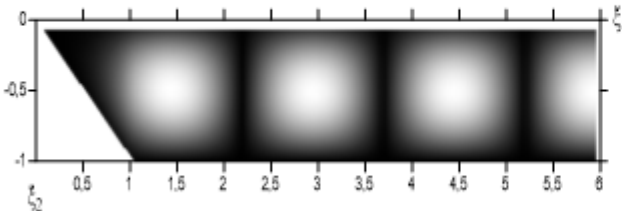


Рис.7.

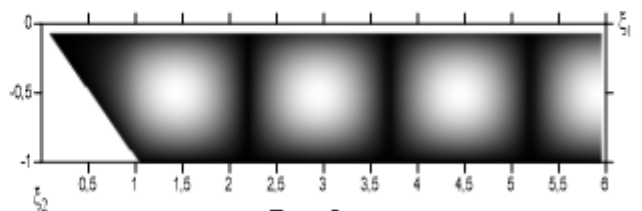


Рис.8.

Аналогичный метод решения задачи об отражении нормальных сдвиговых волн от наклонной торцевой поверхности свободного ортотропного полуслоя изложен в подразделе 2.3. Рассчитанные для этого варианта краевых условий картины поля рассеиваемых волн при $\lambda = 0.7$ и $\lambda = 1.3$ в случае $\psi_0^{(\xi)} = \pi/3$ (рис. 9, 10) при сопоставлении с результатами подраздела 2.2 позволяют заключить,

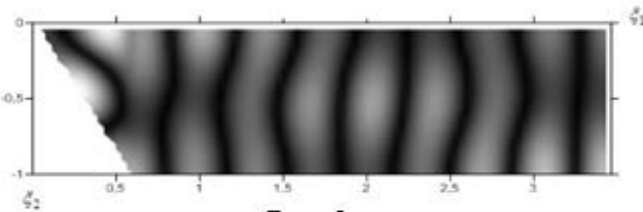


Рис.9.

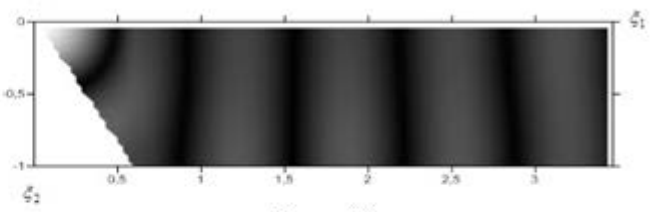


Рис.10.

что для свободного полуслоя наблюдается выраженное формирование фокусных зон повышенной интенсивности волновых перемещений в окрестности вершины

острого угла сечения полуслоя с наклоненным торцом; в случае $\lambda = 0.7$ фокусное пятно смещается вглубь слоя с локализацией у торцевой и верхней плоской границы.

Далее излагается решение задачи об отражении нормальных волн сдвига от свободной наклонной боковой поверхности ортотропного полуслоя на жестком основании. Рассчитанные для данного случая распределения полей волновых перемещений в сечении полуслоя с параметром наклона торца $\psi_0^{(\xi)} = \pi/3$ ($\lambda = 0.7$, $\lambda = 1.3$) и $\psi_0^{(\xi)} = \pi/4$ ($\lambda = 0.7$, $\lambda = 1.3$) соответственно представлены на рисунках 11 – 14.

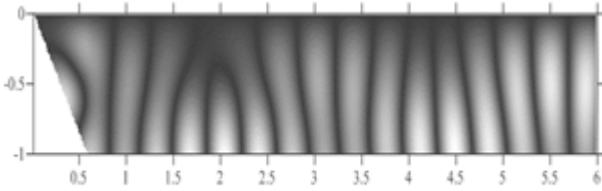


Рис. 11.

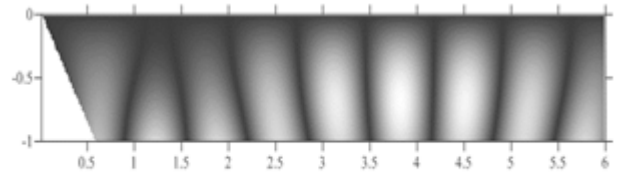


Рис. 12.

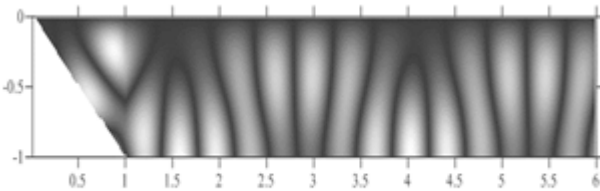


Рис. 13.

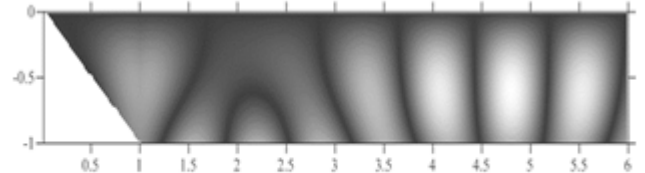


Рис. 14.

Охарактеризован ряд закономерностей и сопоставительных отличий этих распределений в сравнении со случаями, когда все участки граничной поверхности полуслоя свободны от напряжений либо жестко закреплены. В качестве эффекта влияния величины угла наклона торцевой поверхности $\psi_0^{(\xi)}$ можно отметить, что его уменьшение в диапазоне $\pi/4 \leq \psi_0^{(\xi)} \leq \pi/3$ обуславливает картину выраженного затенения в условно выделяемой треугольной приторцевой области сечения полуслоя в диапазоне относительных длин падающих волн $1.0 \leq \lambda \leq 3.0$. При дальнейшем уменьшении относительной длины падающей волны этот эффект выражено не проявляется, и вместе с тем, для $\lambda = 0.7$ можно указать на наличие «синусоидально» размещающихся в рассматриваемой подобласти сечения подобластей, в которых достигаются максимальные уровни волновых смещений. Установлено, что степень влияния величины угла наклона скошенной торцевой поверхности на структуру анализируемых полей в рассматриваемом частотном диапазоне для случая слоя на жестком основании является более существенной в сравнении со случаями закрепленного либо свободного по всей границе полуслоя. Описанные эффекты могут быть использованы при анализе обратной задачи идентификации степени наклона торца по характеристикам поля отраженных волн.

В третьем разделе представлены результаты исследования процессов распространения сдвиговых волн вдоль составных волноводов со стыкуемыми под углом однородными прямолинейными или криволинейными компонентами.

Осуществлена разработка численно-аналитической методики анализа прохождения сдвиговой волны по волноводу в виде составного ортотропного тела

из полуслоя V_1 толщины $2h_1$ с ортогональным к граням плоским торцом Γ_1 и полуслоя V_2 толщины $2h_2$, $h_2 = h_1 \cdot \sin \alpha$, с плоской торцевой границей Γ_2 , который наклонен на угол α по отношению к V_1 . Торцевые поверхности Γ_1 и Γ_2 при стыковочном наложении образуют плоскость Γ идеального механического контакта полуслоев V_1 и V_2 . Во введенных в V_1 и V_2 локальных координатных системах $Ox_1^{(j)}x_2^{(j)}x_3^{(j)}$ ($j = \overline{1,2}$) с общим полюсом O , расположенный в центре Γ , составные части волновода занимают области $V_1 = \{-\infty < x_1^{(1)} \leq 0, x_3^{(1)} \in [-h_1, h_1], x_2^{(1)} \in (-\infty, \infty)\}$ и $V_2 = \{x_3^{(2)} / \operatorname{tg} \alpha \leq x_1^{(2)} < \infty, x_3^{(2)} \in [-h_2, h_2], x_2^{(2)} \in (-\infty, \infty)\}$, а их плоские грани $x_3^{(1)} = \pm h_1$, $x_3^{(2)} = \pm h_2$ свободны от напряжений. Упруго-эквивалентные направления для материалов полуслоев V_j коллинеарны осям $Ox_1^{(j)}x_2^{(j)}x_3^{(j)}$ и характеризуются упругими постоянными $c_{44}^{(j)}, c_{55}^{(j)}$, и при этом $c_{44}^{(2\alpha)} = c_{44}^{(2)} \cos^2 \alpha + c_{55}^{(2)} \sin^2 \alpha$, $c_{55}^{(2\alpha)} = c_{55}^{(2)} \cos^2 \alpha + c_{44}^{(2)} \sin^2 \alpha$, $c_{45}^{(2\alpha)} = (c_{44}^{(2)} - c_{55}^{(2)}) \sin \alpha \cos \alpha$. Методика базируется на использовании представлений волновых полей для компонентов волновода в виде рядов по соответствующим базисным множествам бегущих и краевых стоячих волн с последующим определением коэффициентов этих рядов из алгебраизированных функциональных краевых условий контакта полуслоев. В реализуемом исследовании учитывается возможность появления особенностей степенного типа для полей касательных напряжений в крайних угловых точках $x_3^{(1)} = h_1$ и $x_3^{(1)} = -h_1$ контактного отрезка Γ . Данные точки в асимптотическом смысле интерпретируются как вершины двух тел в виде составного клина со свободными границами из анизотропных материалов с упругими постоянными $c_{44}^{(1)}, c_{55}^{(1)}$ и $c_{44}^{(2\alpha)}, c_{55}^{(2\alpha)}$. При этом параметры ζ асимптотического поведения поля напряжений в угловой точке подлежат определению из уравнений $(\chi + 1) \sin \zeta (\phi_1 + \phi_2) + (\chi - 1) \sin \zeta (\phi_1 - \phi_2) = 0$, в которых $\chi = ((c_{44}^{(2)} \cos^2 \alpha + c_{55}^{(2)} \sin^2 \alpha) (c_{55}^{(2)} \cos^2 \alpha + c_{44}^{(2)} \sin^2 \alpha) - ((c_{44}^{(2)} - c_{55}^{(2)}) \sin \alpha \cos \alpha)^2) / (c_{44}^{(1)} c_{55}^{(1)})^{1/2}$; $\phi_1 = \arg(-\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha)$, $\phi_2 = \arg(-\bar{\mu}_2)$ для точки $x_1^{(1)} = 0$, $x_3^{(1)} = h_1$ и $\phi_1 = \arg(\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha)$, $\phi_2 = \arg(-\bar{\mu}_2)$ для точки $x_1^{(1)} = 0$, $x_3^{(1)} = -h_1$; $\mu_j = i(c_{44}^{(j)} / c_{55}^{(j)})^{1/2}$. В частности, в случае выявления особенности с параметром $0 < \zeta_1 < 1$ в окрестности точки $x_1^{(1)} = 0$, $x_3^{(1)} = h_1$ при решении задачи удовлетворения контактными условиям на Γ для полуслоя V_1 на основе разложения функции $\tau_1(x_3^{(1)}) = (h_1 - x_3^{(1)})^{\zeta_1}$ по множеству базисных функций $\{\cos q_{sp1} x_3^{(1)}, \sin q_{cp1} x_3^{(1)}\}_{p=0}^{\infty}$, $q_{cp1} = (2p + 1)\pi / (2h_1)$, $q_{sp1} = (p + 1)\pi / h_1$, образуемому граничными значениями представлений базисных нормальных сдвиговых волн в V_1

$$\{u_{2p}^{(1)}(x_1^{(1)}, x_3^{(1)})\} = \{\cos(q_{sp1} x_3^{(1)}) \exp(ik_{sp1} x_1^{(1)})\} \cup \{\sin(q_{cp1} x_3^{(1)}) \exp(ik_{cp1} x_1^{(1)})\},$$

формируется представление для специального частного однородного решения вида

$$u_{2\xi_1}(x_1^{(1)}, x_3^{(1)}) = \sum_{p=0}^{\infty} (\xi_{cp1} \cos q_{sp1} x_3^{(1)} \exp(ik_{sp1} x_1^{(1)}) + \xi_{sp1} \sin q_{cp1} x_3^{(1)} \exp(ik_{cp1} x_1^{(1)})),$$

$$\xi_{cp1} = (2h_1)^{-1} \left(\int_{-h_1}^{h_1} (h_1 - x_3^{(1)})^{\xi_1} \cos q_{sp1} x_3^{(1)} dx_3^{(1)} \right), \quad \xi_{sp1} = (2h_1)^{-1} \left(\int_{-h_1}^{h_1} (h_1 - x_3^{(1)})^{\xi_1} \sin q_{cp1} x_3^{(1)} dx_3^{(1)} \right),$$

которое с неопределенным коэффициентом вводится в представление волнового поля в V_1 в виде разложения по базисному множеству бегущих и краевых стоячих нормальных волн. По аналогичной схеме формируются специальные частные однородные решения для V_2 и в случаях выявления особенности в точке $x_1^{(1)} = 0$, $x_3^{(1)} = -h_1$. При алгебраизации функциональных граничных условий задачи методами ортогональных рядов учитывается соотношение связи координат на границе контакта полуслоев $(x_1^{(2)})_{\Gamma} = x_3^{(1)} \sin \alpha$, $(x_3^{(2)})_{\Gamma} = x_3^{(1)} \cos \alpha$. Изложен также вариант представленного подхода, в рамках которого алгебраизация функциональных контактных краевых условий проводится с использованием метода наименьших квадратов либо алгоритма обобщенной граничной ортогонализации по Шмидту для базисных множеств нормальных волн в компонентах волновода.

Предложен итерационный алгоритм удовлетворения контактных краевых условий, в котором следующая из алгебраизируемых граничных условий механического сопряжения система линейных алгебраических уравнений рассматривается совместно с нелинейным квадратичным по искомым коэффициентам условием баланса средних за период суммарных потоков мощности для волновых полей в стыкуемых фрагментах волновода. На первом шаге алгоритма полагается равным нулю последний удерживаемый коэффициент с номером N в разложении по базисным нормальным волнам для первой компоненты волновода, и оставшееся множество коэффициентов определяется из системы линейных уравнений с пониженным на единицу порядком; далее, с учетом полученных значений коэффициентов, соотношение энергетического баланса трансформируется в квадратичное алгебраическое уравнение относительно вышеуказанного коэффициента с номером N , после определения величины которого, соответствующее значение подставляется в систему алгебраических уравнений для отыскания новых значений оставшихся коэффициентов разложения. Далее указанная процедура нахождения коэффициента с номером N , а затем остальных коэффициентов, повторяется вплоть до выполнения устанавливаемого критерия сходимости процесса. Представлена также методика исследования свойств Γ -образного волновода из двух стыкуемых под прямым углом ортотропных полуслоев со свободными от напряжений внешними граничными поверхностями на основе комплексной итерационной процедуры с алгебраизацией контактных функциональных граничных условий путем совместного применения метода коллокаций и метода наименьших квадратов, а также использования нелинейных соотношений баланса средних за период потоков мощности для волновых полей в стыкуемых фрагментах.

Далее, в разделе 3.3 работы представлено численно-аналитическое решение задачи о распространении сдвиговых упругих волн в закрепленном упругом слое с участком локального зигзагообразного излома (рис. 13), базирующееся на принципе разложения волновых полей по базисным множествам бегущих и краевых стоячих нормальных волн и приеме алгебраизации краевых условий на торцевых поверхностях контакта компонентов с применением метода наименьших квадратов.

Заключительный подраздел третьей главы посвящен разработке метода решения задачи о распространении волн сдвига по волноводу в виде слоя с изломом, имеющим сечение четвертькруговой либо полукруговой дугообразной формы (рис. 15). Полученное решение основывается на концепции введения частичных областей в виде двух полуслоев и фрагмента цилиндрического слоя с сечением в виде кольцевого сектора четвертькруговой или полукруговой угловой меры. На поверхностях контакта выделяемых составных частей волновода задаются условия идеального механического сопряжения.

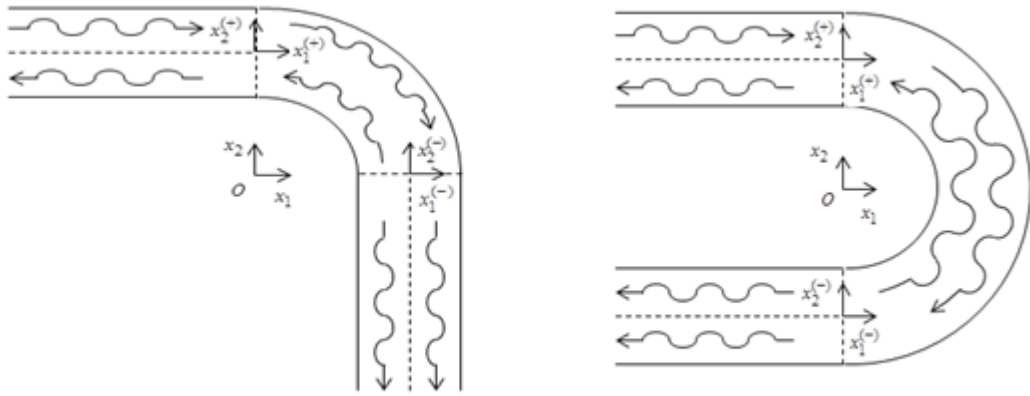


Рис. 15.

Для волновых полей в полубесконечных составляющих вводятся представления рядами с неопределенными коэффициентами по базисным множествам симметричных и антисимметричных нормальных волн сдвига для упругого слоя со свободными либо жесткозакрепленными гранями, а для фрагмента кольцевого цилиндрического слоя исходные представления волновых полей имеют форму разложений в ряды с неопределенными коэффициентами по базисным множествам нормальных волн сдвига, распространяющихся вдоль окружного направления в сечении протяженного полого цилиндра со свободными либо жестко закрепленными граничными поверхностями

$$u_3^{(R)}(r, \theta, t) = \sum_{p=1}^{\infty} [(a_p^{(R+)}) J_{k_p}(\Omega r) + b_p^{(R+)} Y_{k_p}(\Omega r) \exp(-i(\omega t + k_p \theta)) + (a_p^{(R-)} J_{k_p}(\Omega r) + b_p^{(R-)} Y_{k_p}(\Omega r) \exp(-i(\omega t - k_p \theta))],$$

где, в частности, для закрепленного слоя k_p – корни дисперсионного уравнения

$$J_{k_p}(\Omega R) Y_{k_p}(\Omega(R + 2h)) - Y_{k_p}(\Omega R) J_{k_p}(\Omega(R + 2h)) = 0.$$

С применением метода ортогональных рядов для алгебраизации контактных функциональных граничных условий, задача сведена к системе линейных

алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложений по базисным семействам нормальных волн с матрицей блочно-ленточной структуры.

Четвертый раздел работы содержит исследования по проблемам описания свойств сдвиговых нормальных волн в волноводах из состыкованных полуслоев в случаях усложненной геометрии поверхностей контакта либо усложненных физико-механических свойств стыкуемых компонентов. В его первом подразделе представлена методика решения задачи о сдвиговых волнах в составном поперечно-анизотропном волноводе из полуслоев с контактирующими полуцилиндрическими боковыми поверхностями. Представления полей в компонентах волновода задаются в виде рядов по базисным нормальным волнам с волновыми числами k_n и преобразуются к виду

$$u_2^{(j)} = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(j)} / 2) [\exp(v_{1nj}x_1 + v_{3nj}x_3) + \exp(v_{1nj}x_1 - v_{3nj}x_3)], \quad v_{1n} = (-1)^j ik_n, \quad v_{3nj} = i\alpha_n,$$

после чего для них на круговом контуре Γ радиуса h с использованием граничных

разложений вида $(\exp(v_{1nj}x_1 + v_{3nj}x_3))_{\Gamma} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} Q_{pnj}(v_{1nj}, v_{3nj}) \exp(ip\theta)$,

$Q_{pnj}(v_{1nj}, v_{3nj}) = ((v_{3nj} - iv_{1nj}) / (v_{1nj}^2 + v_{3nj}^2)^{1/2})^p J_p(-ih(v_{1nj}^2 + v_{3nj}^2)^{1/2})$ записываются представления

$$u_2^{(j)} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^{(j)} / 2) [Q_{pnj}(v_{1nj}, v_{3nj}) + Q_{pnj}(v_{1nj}, -v_{3nj})] \exp(ip\theta),$$

обеспечивающие возможность эффективной алгебраизации контактных граничных условий на полуцилиндрической поверхности с использованием метода ортогональных рядов.

В подразделе 4.2 изложена методика исследования энергетических характеристик нормальных волн сдвига в составном волноводе, образуемом изотропным полуслоем из материала с параметром Ламе μ и плотностью ρ_1 , и полуслоем из ортотропного материала с модулями упругости c_{44}, c_{66} и плотностью ρ_2 , имеющими свободные от напряжений грани. В задаче о распространении движущейся из глубины изотропного полуслоя нормальной волны с безразмерной амплитудой u и круговой частотой ω , принадлежащей моде с номером n из соответствующего дисперсионного спектра, получены представления для парциальных величин средних за период суммарных по сечению потоков мощности в падающих P_0 , отраженных P_{1n} и преломленных P_{2n} волнах

$$P_0 = \mu k_n^{(1)} u^2, \quad P_{1n} = -\mu k_n^{(1)} ((\beta_n - \alpha_n) / (\beta_n + \alpha_n))^2 u^2, \quad P_{2n} = 4c_{66} k_n^{(2)} (\beta_n / (\beta_n + \alpha_n))^2 u^2,$$

и осуществлен их параметрический частотный анализ для разных соотношений параметров c_{44}, c_{66} . Результаты расчетов на рисунках 16–18, указывают на эффект доминирования во всем частотном диапазоне потока в преломленных волнах при $c_{44} / c_{66} = 6$, и появления при увеличении показателя c_{44} / c_{66} низкочастотных диапазонов, в которых фиксируется доминирование потока в отраженных волнах.

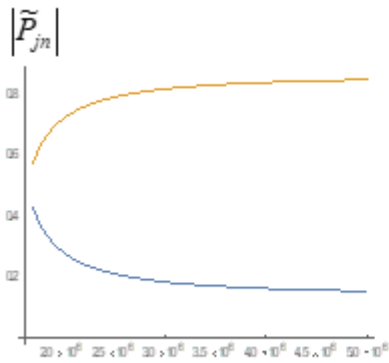


Рис. 16.

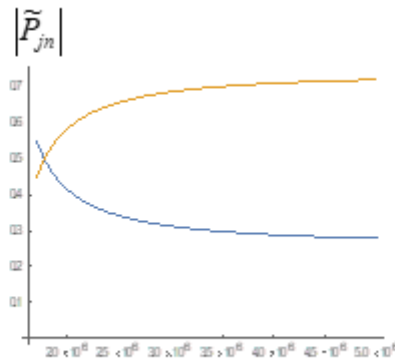


Рис. 17.

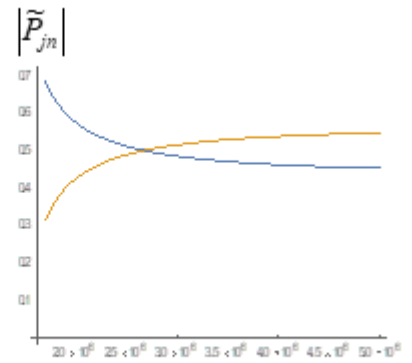


Рис. 18.

Далее в четвертой главе работы представлено решение задачи о трансформации нормальных упругих волн сдвига при падении на поверхность контакта трансверсально-изотропных функционально-градиентных полуслоев с экспоненциальным законом непрерывной неоднородности по толщине. Метод базируется на аналитическом интегрировании уравнений волновой динамики трансверсально-изотропных функционально-градиентных материалов рассматриваемого типа и алгебраизации функциональных граничных условий идеального механического контакта торцевых поверхностей полуслоев с применением метода ортогональных рядов. Для различных сочетаний параметров экспоненциальной неоднородности материалов (рис. 19 – 21) исследованы распределения по толщинной координате на контактной поверхности для

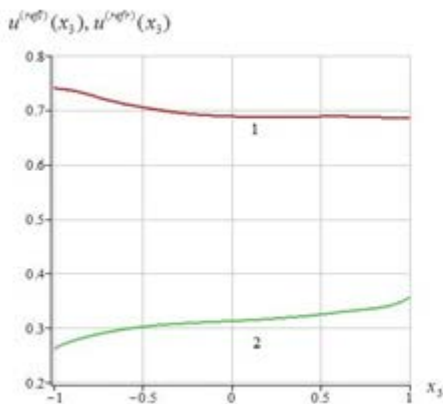


Рис. 19.

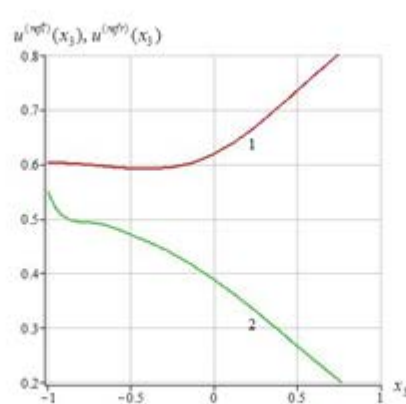


Рис. 20.

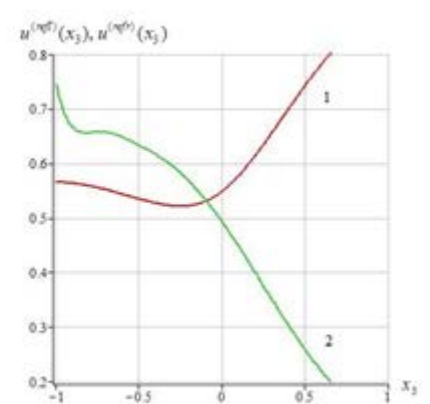


Рис. 21.

показателей относительных амплитуд отраженной $u^{(refl)}(x_3)$ и преломленной $u^{(refr)}(x_3)$ волн из низшей моды дисперсионного спектра.

В пятом разделе диссертации представлены разработка и примеры применения численно-аналитических методик анализа волновых деформационных процессов в перфорированном слое. Рассмотрена модель распространения сдвиговой нормальной волны вдоль ортотропного слоя с локализованной незаполненной либо содержащей анизотропное упругое включение внутренней туннельной цилиндрической полостью эллиптического сечения. Методика ее исследования включает использование принципа зеркальных изображений; применение аффинного преобразования координат для сведения дифференциального уравнения гармонических колебаний антиплоской деформации

в ортотропной среде к метагармоническому уравнению; введение представлений амплитудной функции волновых перемещений в дифракционном поле суперпозицией рядов по системам базисных решений метагармонических уравнений во вспомогательных локальных аффинно-преобразованных координатных системах с зеркально размещаемыми относительно плоских границ слоя полюсами; процедуру алгебраизации функциональных краевых условий на поверхности полости. Применительно к закрепленному по граням ортотропному слою с туннельным ортотропным включением эллиптического сечения, для поля рассеиваемых волн вводится удовлетворяющее краевым условиям на плоских гранях представление с подлежащими определению коэффициентами A_n :

$$U_3^{(omp)} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n^{(1)}(\Omega_1 r_0) \cos(n\theta_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_n (H_n^{(1)}(\Omega_1 r_k) \cos(n\theta_k) + H_n^{(1)}(\Omega_1 r_{-k}) \cos(n\theta_{-k})),$$

а для поля возбуждаемых во включении (преломленных) волн – представление

$$U_3^{(прел)} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n J_n(\Omega_2 r_0) \cos(n\theta_0).$$

С использованием теорем сложения цилиндрических функций и ортогональных контурных разложений на эллиптических кривых, приводящих к соотношениям вида

$$\begin{aligned} (J_n(\Omega_1 r_0) e^{in\theta_0})_{\tilde{\Gamma}} &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} Q_{n,p}^{(1)}(\Omega_1, R, \eta_1, \eta_2) e^{ip\varphi}, \\ (H_n^{(1)}(\Omega_1 r_0) e^{in\theta_0})_{\tilde{\Gamma}} &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} Q_{n,p}^{(2)}(\Omega_1, R, \eta_1, \eta_2) e^{ip\varphi}, \\ Q_{n,p}^{(1)}(\Omega_1, R, \eta_1, \eta_2) &= \delta_{np} J_{(n+p)/2}(\Omega_1 |\eta_1|) \tilde{\eta}_1^{(n+p)/2} J_{(n-p)/2}(\Omega_1 |\eta_2|) \tilde{\eta}_2^{(n-p)/2}, \\ Q_{n,p}^{(2)}(\Omega_1, R, \eta_1, \eta_2) &= \delta_{np} H_{(n+p)/2}^{(1)}(\Omega_1 |\eta_1|) \tilde{\eta}_1^{(n+p)/2} J_{(n-p)/2}(\Omega_1 |\eta_2|) \tilde{\eta}_2^{(n-p)/2}, \\ (\exp(v_1 x_1 + v_2 x_2))_{\tilde{\Gamma}} &= \sum_{p=-\infty}^{\infty} Q_p^{(\varepsilon)}(v_1, v_2) e^{ip\varphi}, \\ Q_p^{(\varepsilon)}(v_1, v_2) &= \sum_{s=-\infty}^{\infty} [J_s(-i\varepsilon R v_{12}) J_{p-s}(-iR v_{12}) e^{i(p-s)\delta_1} e^{is\delta_2}], \end{aligned}$$

для амплитудных функций падающей, рассеиваемых и преломленных во включении волн записываются представления

$$\begin{aligned} (\tilde{U}_3^{(nad)})_{\tilde{\Gamma}} &= (U_{30} / 2) \sum_{p=-\infty}^{\infty} (Q_p^{(\varepsilon)}(ik_n, i\alpha_n) + Q_p^{(\varepsilon)}(ik_n, -i\alpha_n)) e^{ip\varphi}, \\ (U_3^{(прел)})_{\Gamma} &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n \sum_{p=-\infty}^{\infty} (Q_{n,p}^{(1)}(\Omega_2, R, \eta_1, \eta_2) + (-1)^n Q_{-n,p}^{(1)}(\Omega_2, R, \eta_1, \eta_2)) e^{ip\varphi}, \end{aligned}$$

с последующим формированием системы алгебраических уравнений для A_n , B_n . Аналогичные соотношения получены в случае слоя со свободными плоскими

гранями. Выполнены расчеты картин распределения волновых перемещений внутри эллиптических включений и в подобластях вне включения для моментов времени, соответствующих началу периодов волновых колебаний. Описаны эффекты, обусловленные варьированием показателем пропорциональности δ модулей сдвига для материалов слоя и включения с одинаковой плотностью, а также относительной длины падающей волны λ . Отдельные результаты расчетов даны на рисунках 22, 23, где переход от светлых тонов к темным отвечает нарастанию показателей интенсивности характеризуемых величин. Описаны эффекты фокусирующей либо рассеивающей функции включения для преломляющихся в нем волн в зависимости от соотношения сдвиговых жесткостей материалов включения и слоя; эффекты появления зон выраженной фокусировки в полях перемещений во включении и в теневой зоне за включением; эффекты малости искажений, вносимых отраженными от включения волнами во фронтальной области взаимодействия. Отмечено, что специфика поля рассеянных волн может рассматриваться как обобщенный параметр в обратных задачах по идентификации формы и физико-механических свойств рассеивающего препятствия.

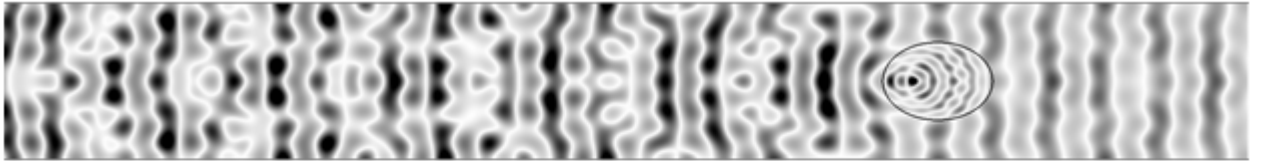


Рис. 22. Картина распределения волновых перемещений для случая $c_{44} = 2c_*, c_{55} = c_*, R = 0,5h, \lambda = 0,5h, \delta = 0,25$.

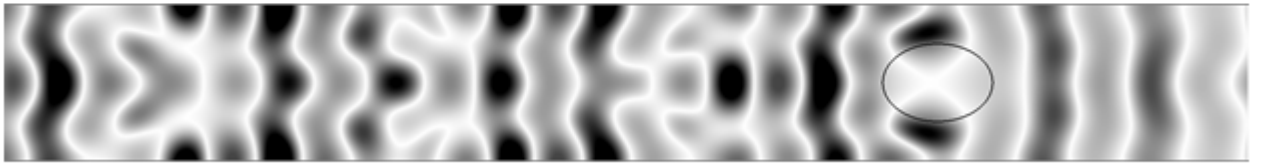


Рис. 23. Картина распределения волновых перемещений для случая $c_{44} = 2c_*, c_{55} = c_*, R = 0,5h, \lambda = h, \delta = 4$.

Далее в пятой главе работы изложены результаты разработки методики исследования полей сдвиговых волн в функционально-градиентном изотропном упругом слое с туннельной цилиндрической полостью, неоднородный материал которого характеризуется параметрами плотности $\tilde{\rho}(x_2) = \rho \exp(\lambda x_2)$ и модуля сдвига $\tilde{\mu}(x_2) = \mu \exp(\lambda x_2)$. В частном случае закрепления граней слоя и поверхности полости, задача сведена к решению системы алгебраических уравнений вида

$$\begin{aligned}
 & A_n H_n^{(1)}(\Omega R) + \delta_n^0 \sum_{p=0}^{\infty} A_p (i^{p-n} + i^{-p+n}) J_n(\Omega R) \times \\
 & \times \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left[H_{p-n}^{(1)}(2 \cdot \Omega \cdot h \cdot k) + H_{n+p}^{(1)}(2 \cdot \Omega \cdot h \cdot k) \right] = \\
 & = U_{30} \delta_n^0 J_n \left(R \sqrt{k_n^2 + \alpha_n^2} \right) i^n \left(\left(\frac{k_n + i\alpha_n}{k_n - i\alpha_n} \right)^{n/2} + \left(\frac{k_n - i\alpha_n}{k_n + i\alpha_n} \right)^{n/2} \right),
 \end{aligned}$$

относительно коэффициентов A_n разложения поля рассеиваемых волн по базисной системе динамических однородных решений.

В заключительном подразделе дано описание методики решения задачи определения характеристик гидроакустического экрана в виде деформируемого слоя с периодическим рядом коллинеарных внутренних туннельных цилиндрических полостей либо радиально-неоднородных изотропных цилиндрических включений кругового сечения. Использован комплекс приемов получения ортогональных контурных представлений в рядах для характеристик волнового деформирования слоя многосвязного поперечного сечения. Задача сведена к решению редуцируемых бесконечных систем линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов рядов по базисным частным решениям волновых уравнений.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В итоге проведенных в работе исследований осуществлены разработка и апробация комплекса численно-аналитических методик анализа полей стационарных сдвиговых волн деформаций в упругих телах в форме слоя из анизотропных однородных и функционально-градиентных материалов при учете особенностей геометрического строения в виде наклонных плоских торцевых поверхностей, изломов, дугообразных искривлений, внутренних туннельных цилиндрических полостей и включений, компьютерная реализация разработанных методик и численные параметрические исследования анализируемых полей с выявлением ведущих закономерностей в их структуре и свойствах.

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. Разработана методика теоретического анализа проблемы отражения нормальных волн сдвига от наклонной торцевой поверхности анизотропного полуслоя при различных вариантах задания краевых условий на отдельных участках его границы.

2. Разработана численно-аналитическая методика исследования процессов распространения нормальных сдвиговых упругих волн вдоль составных волноводов из стыкуемых под углом анизотропных однородных прямолинейных компонентов, включая ортотропные волноводы из состыкованных под углом полуслоев, волноводы Г-образного профиля и анизотропные волноводы, состоящие из двух упругих полуслоев, между которыми расположен стыкующийся с ними под углом прямолинейный участок зигзагообразного излома.

3. Предложен модифицированный алгоритм алгебраизации контактных функциональных граничных условий задачи о сдвиговых упругих волнах в составном волноводе, основывающийся на концепции обобщенной граничной ортогонализации базисных множеств нормальных волн в компонентах волновода.

4. Разработана численно-аналитическая методика исследования процессов распространения сдвиговых упругих волн вдоль трансверсально-изотропных составных волноводов в форме слоя с искривленными участками полукольцевой либо четвертькольцевой геометрии.

5. Предложен алгоритм построения теоретического численно-аналитического решения задачи о распространении сдвиговых упругих волн в составном поперечно-

анизотропном волноводе из полуслоев с контактирующими полуцилиндрическими боковыми поверхностями, базирующийся на комбинации метода сшиваемых частичных областей и метода рядов по базисным множествам бегущих и стоячих краевых нормальных волн.

6. Изучены процессы трансформации энергетических потоков при распространении сдвиговых нормальных упругих волн по составному волноводу из идеально контактирующих изотропного и ортотропного полуслоев.

7. Получено и численно исследовано решение задачи о трансформации нормальных упругих волн сдвига при падении на ортогональную граням поверхность контакта трансверсально-изотропных функционально-градиентных полуслоев.

8. Предложен теоретический алгоритм численно-аналитического решения двумерной краевой задачи о дифракционном рассеянии сдвиговых нормальных волн в прямолинейно-ортотропном жестко закрепленном либо свободном по граням слое с незаполненной либо содержащей ортотропное упругое включение внутренней туннельной цилиндрической полостью эллиптического поперечного сечения. Установлен и описан ряд закономерностей в распределениях волновых перемещений в ближнем и дальнем дифракционном поле при варьировании соотношения полуслоев включения, относительной длины падающей волны, а также коэффициента пропорциональности модулей сдвига для материалов слоя и включения. Описаны эффекты фокусирующей либо рассеивающей функции включения для преломляющихся в нем волн, эффекты малости искажений, вносимых отраженными от включения волнами во фронтальной области взаимодействия, которые могут использоваться в обратных задачах по волновой идентификации свойств рассеивающего препятствия.

9. Получено численно-аналитическое решение краевой задачи о дифракционном рассеянии нормальных волн продольного сдвига при падении на внутреннюю цилиндрическую туннельную полость кругового сечения со свободой либо закрепленной граничной поверхностью в деформируемом слое из изотропного материала с экспоненциальной неоднородностью физико-механических характеристик вдоль поперечной координаты.

10. Разработана методика численно-аналитического исследования элементов систем гидроакустического экранирования в виде многосвязного изотропного слоя с периодическим рядом коллинеарных внутренних туннельных цилиндрических полостей либо радиально-неоднородных туннельных изотропных цилиндрических включений одинакового кругового сечения.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых научных изданиях из перечня ВАК ДНР

1. Пачева М.Н. Рассеяние нормальных сдвиговых волн у наклонной торцевой поверхности свободного полуслоя / М.Н. Пачева, В.И. Сторожев // Теоретическая и прикладная механика. – 2014. – Вып. 9(55). – С. 82–90.

2. Пачева М.Н. Отражение волн сдвига от свободной наклонной боковой поверхности полуслоя на жестком основании / М.Н. Пачева // Проблемы вычислит. механики и прочности конструкций. – 2015. – Вып. 24. – С. 208–219.

3. Пачева М.Н. Трансформация нормальных упругих волн сдвига при падении на поверхность контакта трансверсально-изотропных функционально-градиентных полуслоев / М.Н. Пачева // Журн. теоретической и прикладной механики. – 2021. – № 2(75). – С. 5–17.

4. Пачева М.Н. Алгоритм исследования волн сдвига в волноводе из состыкованных под углом ортотропных полуслоев с учетом сингулярности полей напряжений в крайних точках области контакта составляющих / **М.Н. Пачева** // Журн. теоретической и прикладной механики. – 2022. – № 2 (79). – С. 31–38.

В рецензируемых научных изданиях из перечня ВАК ДНР, включенных в Международные наукометрические базы

5. Пачева М.Н. Отражение нормальных сдвиговых волн от наклонной торцевой поверхности полуслоя с закрепленной границей / М.Н. Пачева // Механика твердого тела. – 2014. – Вып. 44. – С. 140–149. (**MathSciNet**)

В других изданиях

6. Пачева М.Н. Упругие волны в слое с продольной цилиндрической полостью / М.Н. Пачева // Матер. IV Междунар. научн. конф. «Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела». – Донецк: Юго-Восток, 2006. – С. 292–294.

7. Пачева М.Н. Нормальные волны в продольно анизотропном свободном слое с периодическим рядом внутренних цилиндрических полостей / М.Н. Пачева // Актуальные пробл. механики деформ. твердого тела: Матер. VI Междунар. науч. конф. (п. Мелекино, 8–11 июня 2010 г.). – Донецк: Юго-Восток, 2010. – С. 187–190.

8. Пачева М.Н. Сдвиговые волны в анизотропном упругом слое с участком зигзагообразного излома / М.Н. Пачева // Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела: Матер. VII Междунар. науч. конф. (п. Мелекино, 11–14 июня 2013 г.). – Донецк: ДонНУ, 2013. – Т. 2. – С. 99–103.

9. Пачева М.Н. Прохождение сдвиговой волны по ортотропному волноводу из состыкованных под углом полуслоев / М.Н. Пачева // Математич. моделирование и биомеханика в современном университете. Тез. докл. X Всеросс. школы-семинара (пос. Дивноморское, 25-30 мая 2015 г.). – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2015. – С. 86.

10. Пачева М.Н. Моделирование волновых процессов в изотропном волноводе из состыкованных под углом полуслоев / М.Н. Пачева // Современные тенденции развития математики и ее прикладные аспекты–2015: Матер. IV Междунар. научн.-практ. интернет-конф. (25 мая 2015 г.). – Донецк: ДонНУЭТ, 2015. – С. 51–54.

11. Болнокин В.Е. Трансформация поперечных волн в зоне прямоугольного излома волноводного слоя с сечением меандровой структуры / В.Е. Болнокин, **М.Н. Пачева**, В.И. Сторожев // Донецкие чтения 2016. Образование, наука и вызовы современности: Матер. I Междунар. научн. конф. (Донецк, 16 – 18 мая 2016 г.) – Т.1. Физ.-мат., технич. науки и экология. – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2016. – С. 25–27.

12. Сторожев В.И. Распространение волн сдвига по ортотропному волноводу меандровой геометрической структуры / В.И. Сторожев, **М.Н. Пачева**,

С.А. Прийменко // Математич. моделирование и биомеханика в современном университете. Тез. докл. XI Всеросс. школы-семинара (пос. Дивноморское, 23-27 мая 2016 г.). – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2016. – С. 124.

13. Пачева М.Н. Моделирование волновых процессов в ортотропном полуслое на жестком основании с закрепленной наклонной боковой поверхностью / М.Н. Пачева // Современные тенденции развития математики и ее прикладные аспекты – 2016: Матер. V Междунар. научн.-практ. интернет-конф. (27 мая 2016 г.). – Донецк: ГО ВПО «ДонНУЭТ», 2016. – С. 13–15.

14. Вуколов Д.С. Методика исследования дифракции сдвиговых волн на туннельной цилиндрической полости в функционально-градиентном изотропном упругом слое / Д.С. Вуколов, **М.Н. Пачева**, В.И. Сторожев // Журн. теорет. и прикл. механики. – 2016. – № 1(56). – С. 3–9.

15. Вуколов Д.С. Численно-аналитическая методика анализа дифракционного рассеяния нормальных волн сдвига в ортотропном слое с внутренней туннельной цилиндрической полостью произвольного эллиптического сечения / Д.С. Вуколов, **М.Н. Пачева**, В.И. Сторожев // Журн. теорет. и прикл. механики. – 2016. – № 2(57). – С. 3–13.

16. Сторожев В.И. Модифицированная схема алгебраизации функциональных граничных условий задачи о поперечных упругих волнах в Г-образном волноводе / В.И. Сторожев, **М.Н. Пачева** // Современные тенденции развития математики и ее прикладные аспекты – 2017: Матер. VI Междунар. научн.-практ. интернет-конф. (26 мая 2017 г.). – Донецк: ГО ВПО «ДонНУЭТ», 2017. – С. 45–48.

17. Пачева М.Н. Модифицированная методика алгебраизации краевых условий в задаче о распространении упругой волны сдвига по волноводу из состыкованных под углом полуслоев / М.Н. Пачева, В.И. Сторожев, А.С. Телевной // Журн. теоретической и прикладной механики. – 2017. – № 2(59). – С. 65–74.

18. Болнокин В.Е. Методика анализа модели плоского гидроакустического экрана с периодической системой внутренних туннельных цилиндрических полостей / В.Е. Болнокин, **М.Н. Пачева**, В.И. Сторожев, Зыонг Минь Хай, Чан Ба Ле Хоанг // Журн. теорет. и прикл. механики. – 2018. – № 1-2 (62-63). – С. 3–15.

19. Болнокин В.Е. Анализ модели плоского гидроакустического экрана с периодической системой внутренних туннельных радиально-неоднородных цилиндрических включений / В.Е. Болнокин, **М.Н. Пачева**, В.И. Сторожев, Зыонг Минь Хай, Чан Ба Ле Хоанг // Журн. теоретической и прикладной механики. – 2018. – № 3-4 (64-65). – С. 24–37.

20. Болнокин В.Е. Сдвиговые волны в волноводе из состыкованных под углом функционально-градиентных трансверсально-изотропных полуслоев / В.Е. Болнокин, В.И. Сторожев, **М.Н. Пачева** // Донецкие чтения 2021: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: Матер. VI Междунар. научн. конф. (Донецк, 26-27 октября 2021 г.). – Том 1. Механико-математические, компьютерные и химические науки, управление. – Донецк: ДонНУ, 2021. – С. 30–32.

АННОТАЦИЯ

Пачева М.Н. Волновые деформационные процессы в полубесконечном, перфорированном и составном слое с усложненными геометрическими и физико-механическими свойствами. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание научной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела. – Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Донецкий национальный университет». – Донецк, 2022 г.

В диссертации на основе концепции описания исследуемых полей сдвиговых упругих волн спектральными разложениями по базисным множествам распространяющихся (бегущих) и краевых стоячих нормальных волн (метода динамических однородных решений), концепции метода частичных областей (метода сшивания), а также принципа суперпозиции рядов по базисным системам частных решений волновых уравнений в локальных координатных системах, связываемых с центрами сечений неоднородностей в виде полостей и включений, разработаны теоретические численно-аналитические методы анализа полей стационарных сдвиговых волн деформаций и энергетических потоков в упругих телах в форме слоя из изотропных, анизотропных однородных и функционально-градиентных материалов, составного анизотропного слоя, при учете особенностей геометрического строения в виде наклонных плоских торцевых граничных поверхностей, изломов, дугообразных искривлений, внутренних туннельных цилиндрических полостей и включений.

На основе компьютерной реализации разработанных методов проведены численные параметрические исследования анализируемых полей с выявлением и обобщением свойственных им физико-механических закономерностей.

Ключевые слова: процессы волнового деформирования, численно-аналитические исследования, распространение упругих волн, однородный и составной слой, анизотропные и функционально-градиентные материалы, элементы усложнения геометрии, наклонные торцевые поверхности, прямолинейные изломы, участки дуговой формы, внутренние туннельные полости и включения, анализ и систематизация физико-механических закономерностей.

ABSTRACT

Pacheva M.N. Wave deformation processes in semi-infinite, perforated and composite layer with complicated geometric and physico-mechanical properties. – Manuscript.

Thesis for a Candidate of Physico-Mathematical Sciences degree. Specialty 01.02.04 – Mechanics of Deformable Solids. – State Educational Institution of Higher Professional Education “Donetsk National University”. – Donetsk, 2022

In the dissertation, based on the concept of describing the studied fields of shear elastic waves by spectral expansions over the basic sets of propagating (traveling) and

edge standing normal waves (the method of dynamic homogeneous solutions), the concept of the partial domain method (the stitching method), as well as the principle of superposition of series over the basic systems of partial solutions of wave equations in local coordinate systems associated with centers of cross-sections of inhomogeneities in the form of cavities and inclusions, theoretical numerical and analytical methods have been developed for analyzing the fields of stationary shear waves of deformations and energy flows in elastic bodies in the form of a layer of isotropic, anisotropic homogeneous and functionally gradient materials, a composite anisotropic layer, taking into account the features of the geometric structure in the form of inclined flat end boundary surfaces, sharp bends, arc-like bends, internal tunnel cylindrical cavities and inclusions.

Based on the computer implementation of the developed methods, numerical parametric studies of the analyzed fields were carried out with the identification and generalization of their inherent physical and mechanical patterns.

Keywords: wave deformation processes, numerical and analytical research methods, elastic wave propagation, homogeneous and composite layer, anisotropic and functionally gradient materials, elements of geometry complication, inclined end surfaces, rectilinear sharp bends, arc-like sections, internal tunnel cavities and inclusions, analysis and systematization of physico-mechanical regularities.