

**ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ ЗАДАЧ НА ЧАСТИ  
КАК СРЕДСТВА АКТИВИЗАЦИИ  
ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ  
БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ**

**Божко Вера Геннадиевна,**  
*кандидат педагогических наук, доцент,*  
*e-mail: vercol@yandex.ru*

**Калайдо Юлия Николаевна,**  
*старший преподаватель,*  
*e-mail: kalaydo28@yandex.com*

**ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет»,  
г. Луганск, Россия**



**Аннотация.** Статья посвящена проблеме активизации познавательной активности в учении, предполагающей создание оптимально направленных условий для выявления и развития способностей обучающихся, удовлетворения их интересов и потребностей. Предложен дидактический инструментарий, позволяющий эффективно активизировать познавательную деятельность студентов в процессе изучения математики (в том числе и у будущих учителей начальных классов). Рассмотрены математические задачи на части, обладающие особым эвристическим потенциалом.

**Ключевые слова:** познавательная активность студентов, задачи на части, эвристический потенциал, будущие учителя начальных классов, моделирование.



На современном этапе развития образования главной целью становится не вооружение обучающихся знаниями, а формирование у них потребности в самостоятельном и непрерывном овладении ими. На первый план выходит задача активизации познавательной активности в учении: создание оптимально направленных условий для выявления и развития способностей обучающихся, удовлетворения их интересов и потребностей, формирование творческой самостоятельности.

Проблема развития познавательной активности – одна из приоритетных задач в педагогике. К ней обращаются психологи (Б.Г. Ананьев, Л.С. Выготский, В.В. Давыдов, А.Н. Леонтьев, Г.И. Щукина и др.), педагоги (Ю.К. Бабанский, А.А. Вербицкий, И.Я. Лернер, А.К. Мавркова, К.Д. Ушинский и др.) и даже философы (М.К. Мамардашвили и др.).

В научных исследованиях существует как минимум два подхода к рассмотрению сущности познавательной активности человека. Так, одни

исследователи рассматривают ее как интенсивную деятельность человека, другие – как свойство или качество познающей личности. Оба подхода видятся недостаточными, если их рассматривать изолированно друг от друга. Поэтому познавательную активность можно рассматривать и как деятельность со своей целью и творческим использованием средств для достижения результата, и как интегративное качество личности, которое проявляется в его осознанном отношении к овладению новыми знаниями, умениями, способами действий и стремлении к преобразованию, конструированию себя и среды [4].

Для того, чтобы эффективно активизировать познавательную деятельность студентов в процессе изучения математики (в том числе и у будущих учителей начальных классов), необходим определенный дидактический инструментарий, в котором должны быть подобраны специальные методы, формы и средства. К последним можно отнести математические задачи. На наш взгляд, особым эвристическим потенциалом обладают задачи на части.

Традиционно задачами на части считаются те, для решения которых некоторую величину можно принять за одну или несколько частей, на основании этого составляются модели в виде отрезков или прямоугольников. К таким заданиям можно отнести задачи на нахождение части от целого; целого по его части; сколько одно число составляет от другого.

Согласно учебникам УМК «Школа России» [6] в третьем классе вводится понятие доли. Также младшие школьники интуитивно знакомятся с понятием дроби, решают простейшие задачи на использование этих понятий. В четвертом классе задания усложняются. Согласно УМК «Учусь учиться» (учебники математики под редакцией Л.Г. Петерсон) [5] в четвертом классе дети знакомятся с понятиями доли, дроби и даже процентов, решают три вида задач. В программе по математике для студентов направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «Начальное образование» задачи указанных типов решаются в разделе «Рациональные числа». Затруднений не возникает, поскольку имеются определенные правила, соблюдение которых гарантирует результат.

**Правило 1** (задачи на нахождение части числа): чтобы найти часть целого числа, выраженную дробью, нужно это целое разделить на знаменатель и умножить на числитель этой дроби.

**Правило 2** (задачи на нахождение числа по его части): чтобы найти число по его части, выраженной дробью, нужно значение части разделить на числитель и умножить на знаменатель.

**Правило 3** (задачи на нахождение части, которую составляет одно число от другого): чтобы найти часть, которую одно число составляет от другого, нужно одно число разделить на другое, которое приняли за целое.

Однако, следует заметить, что в математике к задачам на части относят не только задания указанных типов. Есть задачи, в которых «части» явно представлены и не явно.

Задачи с явным представлением «части» решаются по выработанному алгоритму:

- 1) узнать сколько всего частей в задаче;
- 2) определить сколько приходится единиц массы (количества) на одну часть;
- 3) вычислить массу или количество, приходящихся на определенное число «частей».

Данный вид задач применяется повсеместно: в строительстве (приготовление различных смесей, красок), в металлургии (различные виды сплавов), в химической промышленности (приготовление порошков, мыла), в медицине (различные виды препаратов), в парфюмерии (создание запахов), в пищевой промышленности (варка каш, варенья). Знание и умение решать задачи подобного типа имеют прикладной характер.

**Пример 1.** Маша решила приготовить малиновое варенье. По рецепту, на две части малины нужно взять три части сахара. Найдите, сколько нужно сахара на четыре килограмма малины?

|  |                                                                                                                                                    |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p style="text-align: right;"><i>Решение</i></p> <p>1) <math>4 : 2 = 2</math> (кг) – в одной части;</p> <p>2) <math>2 \cdot 3 = 6</math> (кг).</p> |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

*Ответ:* сахара понадобится 6 килограммов.

Программой по математике УМК «Школа России» [6] не предусмотрено рассмотрение заданий такого типа. В учебниках по математике для 1-4 классов они считаются задачами «с изюминкой», как правило, обозначены красным восклицательным знаком или же находятся в разделе «Для тех, кто хочет больше знать». В программе по математике для студентов направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «Начальное образование» есть раздел «Текстовые задачи», в котором рассматривается тема «Задачи на части». Именно задания такого вида и вызывают наибольшие трудности у студентов.

К причинам возникновения этих трудностей можно отнести: неумение распознать тип задачи; неумение найти целое и выделить части; не владение навыком математического моделирования, неумение найти закономерности и построить общий алгоритм. Все это происходит, как правило, от того, что именно в школе не уделялось достаточное внимание решению задач такого вида арифметическим методом, и поэтому для студентов они являются новыми. Для их решения обучающиеся применяют те знания, которыми они

владеют после окончания основной школы, то есть вводят переменную и решают уравнение. Однако в методике обучения математике младших школьников алгоритмы решения подобных уравнений алгебраическим способом не рассматриваются. Чтобы решить такие задачи арифметическим методом чаще всего используют вспомогательные модели, выполненные с помощью отрезков или прямоугольников. Это облегчает понимание сути задачи, поиск плана решения.

Во всех науках модели выступают как мощное орудие познания и развития логического мышления. Реальные объекты и процессы бывают столь многогранны и сложны, что лучшим способом их изучения часто является построение и исследование модели, отображающей лишь какую-то грань реальности и потому более простой, чем эта реальность. Эвристический потенциал задач на части заключается в умении построить каждый раз новую модель, увидеть нужные объекты, перевести условие задачи на математический уровень и решить арифметическим методом.

Наибольшее затруднение вызывают задачи, в которых условие не содержит слово «часть». Тогда следует принять подходящую величину за целое и далее решать по предложенному выше алгоритму. Здесь большую роль играет «математическая зоркость» обучающихся, происходит поиск нужной величины, что каждый раз является «открытием». В этом и раскрывается суть эвристического потенциала задач на части.

Чтобы решение задачи не превращалось в самоцель, а становилось действенным средством активизации познавательной деятельности студентов, средством развития их интеллектуальных способностей, очень важно уделять внимание обсуждению найденного решения, его анализу: выявлению недостатков, поискам лучшего решения, установлению и закреплению в памяти обучающихся тех приемов, которые были использованы в данном решении, выявлению характерных признаков возможности применения этих приемов.

Задачи на части очень часто встречаются в олимпиадных заданиях разного уровня. Опыт показывает, что учителя начальных классов боятся готовить учащихся к математическим олимпиадам, так как решение многих заданий вызывает затруднения. С этой точки зрения нужно отметить недостаточное рассмотрение в методической литературе проблемы работы со способными учащимися 3-4 классов. Учителя вынуждены опираться исключительно на свой собственный опыт, взгляды, то есть работать на интуитивном уровне без достаточной теоретической основы. Поэтому вопрос о том, как научить младших школьников решать нестандартные текстовые задачи на части, является одним из актуальных.

Но чтобы знать, как научить младшего школьника, учитель сам должен обладать достаточными знаниями и умениями. С этой целью на занятиях по математике с будущими учителями начальных классов мы уделяем большое внимание не только решению такого вида заданий, но и



воздействия, поскольку, попав в группу однокурсников, коллективно выполняющих определенную задачу, студент не может отказаться выполнять свою часть работы, потому что подпадет под моральное осуждение со стороны своих товарищей, а их мнение и уважение он, как правило, ценит даже больше, чем мнение преподавателя. Кроме того, работая в микро-коллективе, каждый его студент пытается быть не хуже других, возникает здоровое соревнование, которое способствует интенсификации работы, придает ей эмоциональную привлекательность и играет роль в становлении соответствующей мотивации [3].

Таким образом, эвристический потенциал задач на части предполагает усиление у будущих учителей начальных классов потребности в углублении и расширении своих знаний, вызывает у них необходимость дополнять заданные цели обучения новыми, что соответствует действительно творческому уровню активности. Этот уровень активизирует стремление студентов постичь сущность изучаемых явлений, усвоить и реализовать новые приемы мышления в преодолении трудностей, предполагает способность вносить элементы новизны в способы решения поставленных учебных задач. Кроме того, творческая активность вызывает позитивно-эмоциональное состояние, радость от открытия нового.

### **Литература**

1. Арифметика Магницкого. Точное воспроизведение подлинника. – Вып. 1 / Баранов П. – 1914. – URL: <https://djvu.online/file/E3ktrBr0tbGID> (дата обращения: 26.11.2023).

2. Баврин, И.И. Сельский учитель С.А. Рачинский и его задачи для умственного счета. – 2-е изд. испр. и доп. / И.И. Баврин. – Москва : Физматлит, 2015. – 124 с.

3. Божко, В.Г. Активизация учебно-познавательной деятельности студентов на основе группового взаимодействия / В.Г. Божко // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – Шадринск : ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», 2019. – Выпуск 4 (44). – С. 41–44.

4. Грибова, Е.П. Феномен познавательной активности в аспекте философских и психолого-педагогических исследований / Е.П. Грибова // Мир науки. Педагогика и психология, 2020. – №4 – URL: <https://mir-nauki.com/PDF/31PDMN420.pdf> (доступ свободный). – Текст электронный.

5. УМК «Учусь учиться» – [Электронный ресурс]. – URL: <https://schoolguide.ru/index.php/progs/peterson.html> (дата обращения: 26.11.2023). – Текст электронный.

6. УМК «Школа России» – [Электронный ресурс]. – URL: <https://schoolguide.ru/index.php/progs/shkola-rossii.html> (дата обращения: 26.11.2023). – Текст электронный.

## HEURISTIC POTENTIAL OF EXERCISES IN PARTS AS A MEANS OF ACTIVATING THE COGNITIVE ACTIVITY OF FUTURE PRIMARY SCHOOL TEACHERS

Bozhko Vera, Kalaydo Yulia

***Abstract.*** The article is devoted to the problem of activating cognitive activity in teaching: creating optimally directed conditions for identifying and developing students' abilities, meeting their interests and needs. A didactic toolkit is proposed that allows to effectively activate the cognitive activity of students in the process of studying mathematics (including future primary school teachers). Mathematical problems on parts with a special heuristic potential.

***Keywords:*** cognitive activity of students, tasks in parts, heuristic potential, future primary school teachers, modeling.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОВРЕМЕННЫХ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАССАХ

Гниздилова Виктория Александровна,

учитель,

*e-mail:* vika.ghnizdilova@mail.ru

МБОУ «Школа № 30 города Донецка»,

г. Донецк, Россия

***Аннотация.*** В статье рассмотрены теоретические аспекты использования современных инновационных технологий на уроках математики в 5-6 классах. Рассмотрены такие технологии как информационно-коммуникационные, проектные, технологии проблемного обучения и игровые технологии. Показано, что использование инновационных технологий на уроках математики в 5-6 классах способствует повышению качества знаний учащихся, содействует развитию инициативности, уверенности, самостоятельности, саморазвитию, самосовершенствованию.

***Ключевые слова:*** инновация, инновационные технологии, компьютерные технологии, проектная технология, проблемное обучение.

Актуальность проблемы использования инновационных технологий в образовательном процессе вызвана интеграционными и информационными процессами, происходящими в обществе, развитием системы

образования Донецкой Народной Республики и ее интеграцией в образовательное пространство Российской Федерации. Интенсивные изменения, происходящие в настоящее время в нашем обществе, требующие творчески развитой, креативно мыслящей, компетентной, активной личности, ориентируют педагогов на новый уровень преподавания и воспитания учащихся [2].

Проблема целесообразности использования инновационных технологий волнует учёных и педагогов последние десятилетия, но до конца так и не изучена. Ученые А.Е. Анисимова, К.С. Гордеев, А. А. Жидков, Е.Д. Закунова К.В. Слюзнева, в своих статьях раскрывают основные причины введения инноваций в образовательную систему, предпосылки введения инноваций, а также представляют классификацию инноваций в зависимости от специфики и места использования.

Большое количество работ учёных посвящено различным инновационным методам обучения. Так, проектная деятельность является объектом исследования в работах, А.Г. Асмолова, Н.Ю. Пахомовой. В работе Е.С. Полат рассматриваются особенности проектной деятельности на уроках математики. Игровым технологиям посвящены работы Т.А. Масловской, Г.К. Селевко, которые исследуют применение игровых технологий на уроках.

В своих работах Р. Атаханов, В.И. Загвязинский и Н.Р. Юсуфбекова определяют педагогическое новшество, как только лишь возможное изменение. В совместной работе Л.С. Подымовой и В.А. Сластенина, также, как и в работах А.В. Хуторского отмечается, что инновация — это процесс, который развивается по определенным этапам. С точки зрения Ю.В. Громыко, инновации с одной стороны, позволяют строить будущее в соответствии с существующими тенденциями, с другой – обогащают практику [3].

В этой работе мы ставили целью познакомить с теоретическими аспектами использования инновационных технологий на уроках математики в 5-6 классах.

Инновация – это всегда нововведение. Инновации в образовании – это целенаправленные нововведения, целью которых является получение стабильных и более эффективных результатов. Но инновация, по словам П.С. Лернера – «... это не просто некая новизна, а достижение принципиально новых качеств с введением системообразующих элементов, обеспечивающих новизну системе» [1].

Введение новых технологий вносит радикальные изменения в систему образования: ранее её центром являлся преподаватель, а теперь – учащийся. Это дает возможность каждому ученику обучаться в подходящем для него темпе и на том уровне, который соответствует его умениям, навыкам и способностям. Главным в процессе обучения являются связи между учениками, их взаимодействие и сотрудничество.

Ведь очень важно, чтобы на уроке дети не только слушали учителя, но и сотрудничали с ним, высказывали свои мысли, делились информацией. А результаты достигаются взаимными усилиями участников процесса обучения.

В практической деятельности на уроках математики в 5-6 классах широко используются следующие инновационные технологии:

**1. Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ).**

Использование на уроках математики ИКТ позволяет сделать их более интересными, необычными, продуманными, значимыми, мобильными, особенно в 5 классах и имеет следующие преимущества по сравнению с традиционным обучением:

- современность и актуальность учебного материала;
- наличие дополнительного и сопутствующего материала;
- эстетичность и наглядность;
- возможность блочного обзора темы, опережения знаний;
- обучение через игровую или практическую деятельность;
- повышение мотивации учащихся к учёбе;
- более чёткая организация деятельности учителя;
- обеспечение доступа к различным справочным системам, электронным библиотекам, другим информационным ресурсам.

Уроки с использованием ИКТ, электронных учебных пособий, различных сайтов, площадок стали привычными для учащихся. Особенно эффективно использовать ИКТ во время дистанционного обучения при проведении онлайн уроков, проверочных работ. Детям данной возрастной категории нравится работать с интерактивными тренажёрами на уроках математики, которые можно использовать на любом этапе урока.

Применение информационно-коммуникационных технологий актуально не только как способ передачи учебного материала, но и как демонстрация возможного пути познания, хода мыслительного процесса при решении проблемы, что и является неотъемлемой частью формирования математической грамотности школьников [7].

**2. Проектная технология.** Работа над проектом занимает особое место в системе образования, позволяя учащимся приобретать знания, которые не достигаются при традиционных методиках обучения. Это становится возможным потому, что дети сами делают свой выбор и проявляют активность, инициативу. С этой точки зрения проект должен:

- иметь практическую ценность;
- предполагать проведение учащимися самостоятельных исследований;
- быть в одинаковой мере предсказуемым как в процессе работы над ним, так и при его завершении;
- быть гибким в направлении работы и скорости ее выполнения;

- предполагать возможность решения актуальных проблем;
- давать ребенку возможность учиться в соответствии с его способностями;
- содействовать проявлению способностей ученика при решении задач более широкого спектра;
- способствовать налаживанию взаимодействия учеников.

Только при взаимном понимании и доверии, взаимном интересе и обмене мыслями и чувствами между учителем, учеником и родителями можно достигнуть хорошего результата в работе над проектом и развитии творческого потенциала ребенка [2].

Но существуют и трудности в работе:

- работа над проектом – объемная, кропотливая;
- возникает опасность перегрузки учащихся.

Участие в проектной деятельности позволяет организовать совместную деятельность учащихся и родителей [4, 5]

Например, при работе над проектом «Древние меры длины» учащиеся выполняли такие виды деятельности:

- выясняли, что такое мера;
- узнавали, какие меры длины существовали в древности;
- подбирали пословицы, поговорки о мерах длины;
- выполняли исследовательскую работу – измеряли рост одноклассников и членов своей семьи в саженьях, измеряли расстояние от школы до своего дома.

Сравнительная характеристика традиционного и проектного обучения, сделанная А.И. Савенковым, приведена в таблице 1.

*Таблица 1 – Характеристики традиционного и проектного подходов к обучению [8]*

| <b><i>Традиционный подход к обучению</i></b>                                   | <b><i>Проектный подход к обучению</i></b>                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ориентирован на учителя                                                        | Ориентирован на ученика                                                                          |
| Преподаватель – источник знаний, помогающий приобретать необходимые знания     | Преподаватель – наблюдатель, создающий условия для применения учащимися своих знаний на практике |
| Преподавание – процесс объяснения                                              | Преподавание – творческий процесс                                                                |
| Преподаватель выбирает для учащихся формы работы и уровень сложности материала | Учащиеся самостоятельно выбирают формы работы из ряда предложенных                               |
| Учащиеся работают индивидуально                                                | Учащиеся работают в сотрудничестве                                                               |

|                                                                    |                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Учащиеся воспринимают знания пассивно                              | Учащиеся активно вовлечены в процесс обучения                                                                   |
| Короткие и не связанные друг с другом виды деятельности и уроки    | Долгосрочные проекты                                                                                            |
| Мотивация учащихся определяется тем, чтобы учитель был ими доволен | Заинтересованность и вовлеченность учащихся обеспечивают внутреннюю мотивацию и способствуют достижению успехов |

**3. Проблемное обучение.** В 5-6 классах дети сталкиваются с многочисленными проблемными ситуациями, которые побуждают их к математическому мышлению.

Например, при изучении геометрических фигур можно предложить рассмотреть плакат, на котором изображены несколько четырехугольников и пятиугольников. Все эти фигуры никак не сгруппированы, но четырехугольники окрашены в красный цвет, а пятиугольники в зеленый. Дается информация, что все красные фигуры можно назвать четырехугольниками, а зеленые пятиугольниками. После этого перед классом ставится проблемный вопрос: «Как вы думаете, почему красные фигуры можно назвать четырехугольниками, а зеленые пятиугольниками?» Для решения данной проблемы дети должны провести ряд наблюдений, сопоставлений, сравнений.

Главная ценность проблемного обучения в том, что дети получают возможность сравнить, наблюдать, делать выводы; убеждаются в том, что не на каждый вопрос есть готовый ответ, что ответ может быть неоднозначным, что каждый из них имеет полное право искать и находить свой ответ, отстаивать свое мнение.

Изменения, происходящие в детях, указывают на то, что учебные проблемы создают благоприятные условия для общего развития каждого ребенка [6].

**4. Игровые технологии.** Игровые технологии являются одними из уникальных форм обучения, которая позволяет сделать любой урок более интересным и увлекательным. Одно из эффективных средств развития интереса к математике – дидактическая игра, которая помогает снять чувство усталости, раскрывает способности детей, их индивидуальность, усиливает произвольное запоминание.

Обучая детей посредством игры, необходимо соблюдать такие условия:

- 1) соответствие игры учебно-воспитательным целям урока;
- 2) доступность для учащихся данного возраста;
- 3) умеренность в использовании игр на уроках.

Кроме того, в рамках темы можно выделить такие виды уроков:

- инсценировки;
- игровая организация учебного процесса с использованием игровых заданий (урок-соревнование, урок-конкурс «Самый умный», урок-путешествие «В Стране невыученных уроков», урок-КВН, урок-исследование, урок-сказка);
- игровая организация учебного процесса с использованием заданий, которые обычно предлагаются на традиционном уроке (вычислить, составить текстовую задачу, разгадать математический ребус и т.д.);
- использование игры на определённом этапе урока (начало, середина, конец; знакомство с новым материалом, рефлексия, повторение и систематизация изученного);
- различные виды внеклассной работы (КВН, экскурсии, олимпиады, блиц-турниры, «Звёздный час», «Что? Где? Когда?» и т.п.) [4; 6].

На уроках математики учителя нашей школы применяют игровые методы, используя дидактические и сюжетно-ролевые игры, загадки, ребусы, кроссворды.

Практически на каждом уроке в той или иной степени проводятся игры. Это могут быть игры: «Кто быстрее?», «Сходим в гости», «Молчанка», «Исправь ошибку», «Поднимись по лестнке» и т.д.

В процессе проведения той или иной игры учителя стараются достичь цели, поставленной в начале урока. Это, как правило, совершенствование вычислительных навыков, умения сравнивать, решать задачи, выражения, делать выводы, аргументировать.

Дети с большим интересом принимают участие в играх и незаметно для себя усваивают необходимый материал.

Например, при изучении темы «Цена, количество, стоимость» в 5 классе проводится игра «**В магазине**». Ребята выступают в качестве продавца и покупателей. Дети во время игры знакомятся с новыми понятиями, учатся работать в паре, группе, свободно выражают свою точку зрения. Данная игра способствует быстрому усвоению материала, содействует развитию уверенности в собственных силах, самоанализу, повышению мотивации к изучению математики.

**Выводы.** Использование инновационных технологий на уроках математики в 5-6 классах способствует повышению качества знаний учащихся, содействует развитию инициативности, уверенности, самостоятельности, саморазвитию, самосовершенствованию.

### **Литература**

1. Классификация инноваций в педагогике / А.Е. Анисимова, К.С. Гордеев, А.А. Жидков, К.В. Слюзнева, Е.Д. Закунова // Современные

научные исследования и инновации. – URL: <https://web.snauka.ru/issues/2018/12/88352>. – Дата публикации: декабрь 2018.

2. Булаева, С.В. Система мирового образования: современные тенденции развития : монография / С.В. Булаева, О.Н. Исаева ; Ряз. гос. ун-т им. С.А. Есенина. – Рязань, 2012. – 128 с.

3. Осипова, Л.Б. Управление системой образования в условиях повышения качества обучения / Л.Б. Осипова, О.М. Горева // Современные проблемы науки и образования. – 2019. – № 1. – С. 18–21.

4. Гузеев, В. В. Образовательная технология: от приема до философии / В. В. Гузеев. – Москва : Издательская фирма «Сентябрь», 1996. – 112 с.

5. Ковальчук, О.В. Модернизация и проблемы инновационного управления развитием образовательных систем / О.В. Ковальчук // Человек и образование. – 2018. – № 3 (36). – С. 92–97.

6. Лизинский, В.М. Приёмы и формы в учебной деятельности / В.М. Лизинский. – Москва : Центр «Педагогический поиск», 2002. – 160 с.

7. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования : Учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров; под ред. Е.С. Полат. – Москва : Издательский центр «Академия», 2002. – 272 с.

8. Савенков, А.И. Учебное исследование в начальной школе / А.И. Савенков // Начальная школа. – 2012. – № 12. – С. 101–108.

## THE USE OF MODERN INNOVATIVE TECHNOLOGIES IN MATHEMATICS LESSONS IN GRADES 5-6 Gnizdilova Victoria



**Annotation.** The article discusses the theoretical aspects of the use of modern innovative technologies in mathematics lessons in grades 5-6. Such technologies as information and communication, design, problem-based learning technologies and game technologies are considered. It is shown that the use of innovative technologies in mathematics lessons in grades 5-6 contributes to improving the quality of students' knowledge, promotes the development of initiative, confidence, independence, self-development, self-improvement.

**Keywords:** *innovation, innovative technologies, computer technologies, project technology, problem-based learning.*



## НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ И ИНДИВИДУАЛИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Демченкова Наталья Анатольевна,  
кандидат педагогических наук, доцент,  
e-mail: ndemchenkova@yandex.ru

Смирнова Анна Юрьевна,  
магистрант,  
e-mail: 3044634ann@gmail.com

ФГБОУ ВО «Тольяттинский государственный университет»,  
г. Тольятти, Россия



**Аннотация.** Статья посвящена проблеме индивидуализации и дифференциации в математическом образовании и взаимосвязи между этими процессами. На основе анализа научных работ установлено, что индивидуализация – это предельный вариант дифференциации, когда учебный процесс строится с учетом особенностей не групп, а каждого отдельно взятого ученика. Рассматривая индивидуализацию как подход к обучению, авторы предлагают реализовать его в рамках определенной технологии, которая будет направлена на устранение несоответствия между реальными возможностями учащихся и требованиями учебных программ.

**Ключевые слова:** обучение математике, дифференциация обучения, индивидуализация обучения, технология обучения.



Одним из ключевых аспектов развития современного школьного математического образования является ориентация на личность ученика. В Федеральных государственных образовательных стандартах приведен список личностных характеристик выпускника (портрет выпускника школы), который должен достигнуть каждый выпускник.

Как отмечают авторы работы [7], «Дифференцированное обучение математике – разделение, расчленение целого на нераздельные части, формы и ступени; создание групп обучающихся, которые различаются по содержанию обучения, формам и уровню учебных требований к ним» [7, с. 161].

Цель дифференциации в образовательном процессе заключается в формировании уникальных условий для полноценного раскрытия индивидуальных способностей, предпочтений и увлечений каждого учащегося; удовлетворение познавательных потребностей учащихся в процессе освоения учебного материала.

Вопрос дифференциации и индивидуализации в обучении привлекает внимание многих ученых: методистов, педагогов, психологов. Существуют различные точки зрения относительно характера связи между дифференциацией и индивидуализацией обучения.

В процессе эволюции педагогической теории и практики концепция индивидуализации обучения претерпевала значительные изменения. Тем не менее, существует некоторая путаница в понимании терминов «индивидуализация» и «дифференциация». Некоторые авторы смешивают эти понятия, ассоциируя дифференциацию с образованием, а индивидуализацию с обучением. Другие считают, что индивидуализация представляет собой частный случай дифференциации, тогда как некоторые авторы предполагают, что дифференциация подчинена индивидуализации.

Как отмечает И.М. Осмоловская, в случае рассмотрения термина «индивидуализация» берутся индивидуальные, а в случае термина «дифференциация» – групповые особенности, «дифференцированное обучение выступает как условие и средство индивидуализации, а цель его – обучение каждого на уровне его возможностей и способностей, приспособление обучения к особенностям различных групп учащихся» [4, с. 176]. Автор пишет: «Дифференцированное обучение – учет индивидуальных особенностей, присущих группам обучающихся, организация вариативного учебного процесса в этих группах. Индивидуализация – это предельный вариант дифференциации, когда учебный процесс строится с учетом особенностей не групп, а каждого отдельно взятого ученика» [3, с. 99].

Методы дифференциации, основанные на поддержке учителя, представлены Р.А. Утеевой [9]:

- предоставление ответа: учитель может предоставить учащимся промежуточный или окончательный ответ в зависимости от потребностей;
- определение порядка действий в задаче: учитель может помочь учащимся, указывая порядок действий в задаче;
- предоставление образца для выполнения построений, рисунков или правил: учитель может предоставить образец выполнения для наглядности;
- использование определений, теорем, необходимых для решения задач: учитель может предоставить необходимые определения и теоремы, что облегчит учащимся выполнение задач.

Такие методы дифференциации способствуют более эффективному обучению, учитывая различные уровни подготовки и интересы учащихся.

Предложенные Г.И. Саранцевым дифференцированные задания охватывают разнообразные формы учебной деятельности. В их состав входят [5]:

– самостоятельные работы с множеством вариантов: ученикам предлагаются задания, позволяющие им работать над материалом самостоятельно с использованием различных вариантов;

– специальные задания на карточках: учебные задания представлены на отдельных карточках, снабженных четким планом решения; этот метод обеспечивает ясные указания, которые учитель может использовать для консультации учащихся.

На уроке предполагается взаимодействие различных форм учебной деятельности, таких как:

- фронтальная деятельность: обсуждение общих вопросов и тем урока в целом классе;
- групповая деятельность: работа в небольших группах для совместного решения задач или выполнения проектов;
- коллективная деятельность включает в себя совместные усилия всего класса для достижения общей цели;
- индивидуальная деятельность: самостоятельные задания и работы, направленные на развитие индивидуальных навыков и знаний каждого ученика [5].

Г.К. Селевко рассматривает понятие индивидуализации обучения как «организацию учебного процесса, при котором выбор способов, приемов, темпа обучения обусловливается индивидуальными особенностями учащихся» [6, с.102]. Данная стратегия управления учебным процессом включает в себя «различные учебно-методические, психолого-педагогические и организационно-управленческие мероприятия», направленные на адаптацию учебного процесса к индивидуальным потребностям учащихся.

И.М. Чередов считает, что «с точки зрения дидактических соотношений следует понимать индивидуализацию обучения как принцип процесса обучения, а дифференцированное обучение на уроке – как конкретную форму организации обучения, представляющую оптимальные условия для реализации этого принципа в условиях классно-урочной системы» [10, с. 19].

А.А. Кирсанов рассматривает индивидуализацию учебной деятельности как «систему воспитательных и дидактических средств, соответствующих целям деятельности и реальным познавательным возможностям класса, отдельных обучающихся и групп обучающихся, позволяющих обеспечить учебную деятельность обучаемого на уровне его потенциальных возможностей с учетом целей обучения» [2, с. 99].

Общие принципы индивидуализации можно рассматривать как стратегию обучения, учитывающую индивидуальные особенности; понимание индивидуализации как неотъемлемого элемента формирования личности обучаемого; применение индивидуализированных методов по разным школьным курсам; синтез индивидуальной работы с другими

формами деятельности для достижения максимального эффекта; а также ориентацию учебного процесса на индивидуальные темпы и стили обучения каждого ученика. Ключевой предпосылкой является анализ особенностей каждого школьника, включая его уровень обучаемости, учебные умения и познавательные интересы, что служит основой для успешной индивидуализации образовательного процесса. Эти изменения в подходах к индивидуализации обучения свидетельствуют о постоянной динамике в области педагогики, направленной на более эффективное удовлетворение потребностей каждого ученика в образовании.

Индивидуализация математического образования занимает важное место в современной отечественной педагогике, ставя своей целью адаптацию обучения к индивидуальным потребностям каждого ученика. Инновационные подходы, предложенные учеными И. Э. Унт, А. С. Границкой и В. Д. Шадриковым, являются значимыми шагами в этом направлении.

И.Э. Унт [8] разработала технологию индивидуализированного обучения, где акцент сделан на самостоятельную работу учащихся в школе и дома.

В контексте математического образования эта технология включает в себя создание индивидуальных математических заданий для самостоятельного выполнения, использование рабочих тетрадей и руководств к индивидуализированной самостоятельной работе. Данный подход помогает адаптировать материал к уровню понимания каждого ученика, обеспечивая оптимальное восприятие математических концепций.

Адаптивная система обучения А.С. Границкой предлагает нестандартный формат урока, где учитель выделяет значительную часть времени для индивидуальной работы с учащимися, «учитель не просто наблюдает за самостоятельной работой учащихся, а работает в это время с отдельными учащимися индивидуально» [1, с. 6].

В контексте математического образования это может включать в себя использование многоуровневых математических заданий, позволяющих каждому ученику двигаться вперед в соответствии с его собственными темпами и уровнем понимания материала.

В.Д. Шадриков рассматривает «систему объективных закономерностей, которые характеризуют индивидуальную деятельность, ее теоретические начала». В своей работе автор предлагает индивидуально-ориентированный учебный план, основанный на разработке математических программ для шести уровней сложности.

Этот подход позволяет адаптировать обучение к способностям каждого учащегося, предоставляя ему возможность выбирать уровень сложности задач в соответствии с его текущими возможностями [11, с. 2].

Под индивидуализацией мы будем понимать подход к обучению, где методы, приемы и темп адаптируются к индивидуальным способностям учащихся с учетом их уровня развития.

Этот подход реализуется в рамках групповой учебной деятельности и направлен на устранение несоответствия между реальными возможностями учащихся и требованиями учебных программ.

Анализ психолого-педагогической литературы подчеркивает, что индивидуализация в образовании ориентирована на учет индивидуальных потребностей, способностей и характеристик каждого учащегося, что помогает создать благоприятные условия для успешного обучения каждого ученика, учитывая их уникальные потребности и возможности. Технология, направленная на индивидуализацию образовательного процесса, представляет собой динамичную систему, охватывающую аспекты учебной деятельности, включая постановку целей, формирование содержания, применение методов и использование средств обучения.

В дальнейшей работе мы планируем создание именно такой педагогической технологии.

### **Литература**

1. Границкая, А.С. Научить думать и действовать. Адаптивная система обучения в школе : Книга для учителя / А. С. Границкая. – Москва : Просвещение, 1991. – 172.
2. Кирсанов, А.А. Индивидуализация учебной деятельности как педагогическая проблема / А.А. Кирсанов. – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 1982. – 224 с.
3. Осмоловская, И.М. Как организовать дифференцированное обучение / И.М. Осмоловская; Отв. ред. М.А. Ушакова. – Москва : Сентябрь, 2002. – 159 с.
4. Осмоловская, И.М. Дифференциация процесса обучения в современной школе : учеб. пособие: учеб.-метод. пособие / И.М. Осмоловская; Рос. акад. образования, Моск. психол.-соц. ин-т. – Москва : Изд-во Моск. психол.-соц. ин-та; Воронеж : Изд-во НПО "МОДЭК", 2004. – 175 с.
5. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике : методология и теория : учебное пособие для студентов бакалавриата высших учебных заведений по направлению «Педагогическое образование» (профиль «Математика») / Г.И. Саранцев. – Казань : Центр инновационных технологий, 2012. – 292 с.
6. Селевко, Г.К. Современные образовательные технологии : Учеб. пособие для пед. вузов и ин-тов повышения квалификации / Г.К. Селевко. – Москва : Нар. образование, 1998. – 255 с.

7. Темербекова, А.А. Методика обучения математике: учебное пособие / А.А. Темербекова, И.В. Чугунова, Г.А. Байгонакова. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 512 с.

8. Унт, И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения / И.Э. Унт. – Москва : Педагогика, 1990. – 188 с.

9. Утеева, Р.А. Теоретические основы организации учебной деятельности учащихся при дифференцированном обучении математике в средней школе: диссертация. ... доктора пед. наук :13.00.02 / Утеева Роза Азербайевна ; Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова. – Москва, 1998. – 363 с.

10. Чередов, И.М. Критерии проявления познавательной самостоятельности в образовательном процессе / И.М. Чередов // Развитие познавательной активности и самостоятельности учащихся : материалы обл. конф. / Омский гос. пед. ун-т, Лаб. эксперим. дидактики. – Омск, 2003. – С.11–13.

11. Шадриков, В.Д. Психология деятельности человека / В.Д. Шадриков ; Российская акад. наук, Ин-т психологии. – Москва : Институт психологии РАН, 2013. – 463 с.

#### **SOME ASPECTS OF DIFFERENTIATION AND INDIVIDUALIZATION OF MATHEMATICS EDUCATION** **Demchenkova Natalia, Smirnova Anna**



**Abstract.** The article is devoted to the problem of individualization and differentiation in mathematical education and the relationship between these processes. Based on the analysis of scientific papers, it has been established that individualization is the ultimate variant of differentiation, when the educational process is built taking into account the characteristics of each individual student, not groups. Considering individualization as an approach to learning, where methods, techniques and pace are adapted to the individual abilities of students, taking into account their level of development, the authors propose to implement it within the framework of a certain technology, which will be aimed at eliminating the discrepancy between the real capabilities of students and the requirements of curricula.

**Keywords:** *teaching mathematics, differentiation of teaching, individualization of teaching, learning technology.*



## **ПРИМЕНЕНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ ОГЭ ПО ТЕМЕ «ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ»**

**Жулидова Юлия Владимировна,**

*старший преподаватель,*

*e-mail: 009675@pnu.edu.ru*

**Тен Виктория Алексеевна,**

*студент,*

*e-mail: 2020101419@pnu.edu.ru*

**ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет»,**

**г. Хабаровск, Россия**



**Аннотация.** В статье рассматривается причина понижения процента выполнения задания основного государственного экзамена по теме «Числовые последовательности», а также возможности применения эвристических технологий обучения для облегчения освоения школьниками алгоритма анализа текстовых задач и развития интеллекта учащихся. Рассмотрены этапы эвристического обучения на примере формирования алгоритма решения задачи из тренировочного варианта ОГЭ 2023.

**Ключевые слова:** эвристическое обучение, метод символического видения, метод открытых заданий, геометрическая прогрессия, задание 14 ОГЭ по математике.



**Постановка проблемы.** Современные школьники нередко испытывают затруднения при работе с текстовыми задачами в связи с неспособностью установить соответствие между данными, сформулированными на бытовом языке в условии задачи, и переменными, действующими в математических формулах. Этот факт подтверждают результаты выполнения девятиклассниками задания из раздела «Прогрессии» ОГЭ по математике. Согласно сведениям, размещенным на сайте Регионального центра оценки качества образования [5], процент верно решенных задач заметно снизился после изменения в 2022 году формулировки задач. Ранее они содержали требование найти неизвестный элемент прогрессии посредством подстановки известных в формулу. Сейчас для получения ответа на вопрос задачи необходимо не только знать формулы, но и уметь опознать элементы теории прогрессии в описанных условии задачи предметах и явлениях.

Проведенный автором статьи в марте 2023 года опрос школьников подтвердил предположение о том, что «непонятная» формулировка является одной из основных причин неудач при попытках выполнить задание [2]. Также многие ученики сообщили, что даже не приступали к решению, причиной чему могла стать как нехватка времени, так и нежелание анализировать на первый взгляд не поддающийся представлению в виде математической модели набор взаимосвязанных данных, а некоторые участники опроса отметили, что учились решать только задачи с коротким и относительно простым условием.

Умение решать текстовые задачи не только способствует успешной сдаче экзамена, но и является фундаментом для успешного решения в дальнейшем бытовых вопросов. Поэтому исследование способов обучения школьников работе с такими задачами является актуальной темой исследования.

Эвристические методы обучения, впервые примененные и описанные в эпоху античности, были включены в самостоятельный тип обучения в конце XX века благодаря исследованиям А.В. Хуторского. К текущему моменту опубликовано большое количество научных исследований на тему описания сущности и практического применения эвристических идей в учебном процессе, в числе которых работы Ю.М. Колягина, И.И. Ильясова, И.Я. Лернера, Б.М. Балка, Дж. Пойа и др. Также существуют статьи об эффективности использования различных эвристических приемов при рассмотрении решений некоторых математических задач. Среди них публикации Е.И. Скафы [8; 9], В.Н. Клепикова [3] и др. Однако для получения полного представления о возможностях применения эвристических методов при подготовке к выполнению ряда заданий ОГЭ ознакомления с этими материалами может быть недостаточно.

Цель статьи состоит в описании применения некоторых эвристических методов при обучении школьников решению текстовых задач ОГЭ из раздела «Прогрессии».

Готовиться к сдаче рассматриваемого фрагмента экзамена можно посредством изучения приведенных в открытых источниках или преподнесенных учителем решений некоторого количества задач. В таком случае при должном уровне развития способности обобщать схожие алгоритмы ученик может усвоить последовательность выполнения действий, требующихся для получения верного ответа на вопросы конкретной группы задач.

Однако предпочтительнее использование другого способа подготовки, позволяющего не только обеспечить понимание школьником структуры алгоритма, но и развивать у него в процессе обучения интуитивное мышление, умения исследовать, решать проблемы путем сопоставления известных фактов для «открытия» новой информации,

формировать математическую картину мира. Этот способ позволяет в процессе рассмотрения ограниченного количества заданий выработать навыки, полезные при разрешении значительно большего объема разнообразных учебных и бытовых вопросов. Он заключается в применении эвристических технологий обучения.

Эвристическое обучение – это способ организации творческих, продуктивных процессов мышления обучающихся путем овладения ими новыми, более рациональными вариантами действий в новых ситуациях [10]. Согласно точке зрения И. Лернера и М. Скаткина, суть эвристического подхода к обучению заключается в прививании учащимся ряда навыков, применение которых позволило бы решать проблемные задачи самостоятельно, без активного содействия учителя.

Для понимания сути и правильного применения данного подхода к организации учебного процесса следует получить представление о его основных признаках [1]:

1. «Открытое» т.е. многовариантное знание. Ученики могут изобрести несколько различных способов решения поставленной задачи.

2. Для осуществления деятельности ученики объединяются в группы разного состава (от двух человек). Возможно создание разновозрастных групп.

3. Освоение знаний происходит в совместной деятельности учителя и учеников, включающей несколько этапов:

- создание проблемной ситуации;
- выявление затруднения и определение проблемы;
- предложение возможного замысла решения проблемы;
- логическая проверка гипотез;
- наблюдение или эксперимент, позволяющие подтвердить или опровергнуть гипотезу.

4. Учитель обращает внимание в первую очередь не на знания, умения и навыки учащихся, а на их личный опыт впечатлений практической деятельности в рамках учебного предмета, взаимодействия и общения, основных компетенций личности.

5. Учитель минимизирует свою организующую роль в учебном процессе, предоставляя учащимся свободу выбора темпа работы, содержания решения, состава группы. Также исключаются контроль и оценка работы в баллах.

Для нахождения способов решения текстовых задач целесообразно применять следующие методы эвристического обучения [4]:

- метод символического видения, заключающийся в установлении соответствия между символическим обозначением и обозначаемым предметом. Учащимся необходимо освоить его, научившись записывать условие задачи и процесс решения на языке математики. Задание, предполагающее реализацию этого метода при решении задач из раздела

«Прогрессии», может звучать следующим образом: «Запишите условие задачи, обозначив каждую известную величину соответствующей ей переменной»;

– методы эмпатии и смыслового видения, предполагающие образное представление описанного задачей процесса, формирование у учащихся познавательного интереса, основанного на понимании практической значимости приобретаемого знания. Данный метод может быть применен в первую очередь при решении задач с экономическим содержанием;

– метод открытых заданий, направленный на закрепление, более глубокое усвоение знания и предоставляющий учащимся возможность творческого самовыражения. В рамках реализации метода ученикам может быть предложено решить или придумать собственные задачи, аналогичные рассмотренным ранее по уровню сложности, и представить их решение;

– метод «Если бы...», развивающий воображение учащихся и позволяющий осознать влияние изменения формулировки условия на выбор алгоритма решения, результат расчетов. На образовательном портале «Сдам ГИА» [7] авторами были найдены две задачи по теме «Геометрическая прогрессия», отличающиеся небольшим уточнением рассматриваемых обстоятельств и имеющие совершенно разные решения. После решения одной из таких задач ученикам можно предложить поработать с другой.

Рассмотрим перечисленные в п. 3 списка признаков эвристического подхода к обучению этапы освоения знаний на примере описания последовательности действий, реализация которых возможна при исследовании учениками девятого класса способов решения задачи по теме «Геометрическая прогрессия» (рис. 1).

|                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3                                                                                                                                                                                                                                                  | Тип 14 № <a href="#">394318</a>     |
| Клиент взял в банке кредит в размере 50 000 р. на 5 лет под 20% годовых. Какую сумму он должен вернуть в банк в конце срока, если проценты начисляются ежегодно на текущую сумму долга и весь кредит с процентами возвращается в банк после срока? |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

*Рисунок 1 – Задание из тренировочного варианта ОГЭ 2023 года по теме «Геометрическая прогрессия»*

Проблемная ситуация – это столкновение человека с задачей, для решения которой требуется преобразовать и дополнить уже имеющиеся у него знания новыми. В данном случае ученикам предлагается решить ранее не встречавшиеся им текстовые задачи, содержание которых основано на теории прогрессий. Затруднением является не всегда очевидная взаимосвязь между переменными, используемыми при расчетах, и данными, представленными в задаче.

С целью преодоления этого затруднения разделившись на группы ученикам девятого класса может быть предложено изучить несколько различных по содержанию задач, для которых существует не менее одного (подходящего для каждой из этих задач) алгоритма решения. Каждая группа должна сформировать таблицы соответствия переменных и элементов условия задачи (табл. 1, 2), реализуя таким образом метод символического видения, а также предположение о шагах решения. Следует проинформировать учащихся об отсутствии необходимости рассматривать задачу непременно с точки зрения теории прогрессий, чтобы предоставить им большую свободу в поиске взаимосвязей между элементами задачи и предложении альтернативных решений.

*Таблица 1 – Вариант 1 таблицы  
к задаче №394318*

| <i>Переменная</i> | <i>Элемент условия</i>           |
|-------------------|----------------------------------|
| $S_0$             | Сумма, взятая в кредит           |
| $S_1$             | Сумма с процентами: через год    |
| $S_2$             | Сумма с процентами: через 2 года |
| $S_3$             | Сумма с процентами: через 3 года |
| $S_4$             | Сумма с процентами: через 4 года |
| $S_5$             | Сумма с процентами: через 5 лет  |
| $r$               | Увеличение суммы в год           |

*Таблица 2 – Вариант 2 таблицы  
к задаче №394318*

| <i>Переменная</i> | <i>Элемент условия</i>              |
|-------------------|-------------------------------------|
| $S_1$             | Взято в кредит                      |
| $S_2$             | Нужно вернуть                       |
| $n$               | Сколько прошло лет                  |
| $r$               | Сколько процентов начислялось в год |

Логическая проверка гипотез сводится к выведению из них таких следствий, которые допускают эмпирическую проверку, т.е. сопоставление полученных результатов с данными наблюдений и специально поставленных экспериментов [6].

На основе предполагаемых шагов решения рассмотренной задачи группе учеников необходимо представить набор формул (табл. 3), последовательное применение которых может привести к верному решению, т. е. построить математическую модель описанной в задаче ситуации.

Таблица 3 – Примеры алгоритмов решения

| Алгоритм №1<br>(соотв. табл. 1)                                                                                           | Алгоритм №2<br>(соотв. табл. 2)                                                                                                                                                   | Алгоритм №3<br>(соотв. табл. 2)                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| $S_1 = (1 + r) * S_0$<br>$S_2 = (1 + r) * S_1$<br>$S_3 = (1 + r) * S_2$<br>$S_4 = (1 + r) * S_3$<br>$S_5 = (1 + r) * S_4$ | $S_2 = S_1 (1 + r)(1 + r)(1 + r) \times$<br>$\times \dots (1 + r)(1 + r),$<br>где $r = \frac{\text{к-во \% по усл.задачи}}{100\%},$<br>(1+r) включается в<br>произведение $n$ раз | $S_2 = \frac{(100 + r)^n * S_1}{100^n},$<br>где $r = \text{к – во \%}$<br>по усл. задачи |

Для подтверждения или опровержения применимости разработанных учащимися алгоритмов каждая группа получит для решения ещё несколько задач, аналогичных рассмотренной, это является вариантом применения метода открытых заданий. Если в результате применения изобретенного алгоритма выяснится, что с его помощью можно получить верные ответы на вопросы всех задач, он будет вынесен на оценку всем классом.

Среди сформулированных группами последовательностей действий посредством обсуждения может быть определена та, применение которой позволит затратить минимум времени на решение. При рассмотрении задач из раздела «Прогрессии» использование относящихся к нему формул является, как правило, наиболее рациональным. В рассмотренном случае наиболее рациональным будет применение алгоритма №2.

**Заключение.** Чтобы эффективность применения эвристических технологий обучения была максимальной, необходимо выделять значительное количество времени на самостоятельную работу учеников, однако регулярное проведение уроков такого формата в условиях нынешней образовательной программы не представляется возможным. Тем не менее, для реализации интеллектуально-развивающей функции и повышения качества математических знаний и умений школьников, необходимых для выполнения экзаменационных заданий, решение которых включает построение математической модели бытовой ситуации, крайне важно использовать элементы эвристического обучения при организации традиционных учебных мероприятий. При рассмотрении темы «Геометрическая прогрессия» наиболее полезно применять метод символического видения, метод эмпатии, метод открытых задач и метод «Если бы. . .».

### Литература

1. Голованова, Н.Ф. Педагогика : учебник и практикум для вузов / Н.Ф. Голованова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 372 с. – Текст : электронный // Образовательная

платформа Юрайт [сайт]. — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/511716> (дата обращения: 04.11.2023).

2. Жулидова, Ю.В. Применение карт визуализации в обучении школьников решению задач ОГЭ по теме «Прогрессия» (на примере геометрической прогрессии) / Ю.В. Жулидова, В.А. Тен // Актуальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования : материалы междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 120-летию со дня рождения А.Н. Колмогорова (25–27 мая 2023 г.) / Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Тихоокеанский государственный университет; редколлегия: Е. Г. Агапова (ответственный редактор) [и др.]. — Хабаровск: ОЭПИ РИОЦ ТОГУ, 2023. — С. 122–129. — Текст: электронный. — 405, [1] с. — URL: <https://pnu.edu.ru/ru/library/elektronnye-izdaniya/collections/#digest>. — Дата публикации: 10.07.2023.

3. Клепиков, В.В. Эвристические методы решения задач в современной школе / В.Н. Клепиков // Школьные технологии. — 2017. — № 3. — С. 41–51.

4. Морозова, Н.Н. Применение эвристических методов при изучении математических дисциплин в техническом вузе / Н.Н. Морозова, Л.К. Проскурякова // Ученые записки Орловского государственного университета. — 2019. — №3(84). — С. 282–289.

5. Региональный центр оценки качества образования КГКУ РЦОКО. Режим доступа: <https://rcoko27.ru/gia-9/info-gia/> (дата обращения: 26.04.2023).

6. Рузавин, Г.И. Логика и аргументация : Учебн. пособие для вузов / Г.И. Рузавин. — Москва : Культура и спорт, ЮНИТИ, 1997. — 351 с.

7. Сдам ГИА: Решу ЕГЭ : сайт. — URL: <https://inf-ege.sdamgia.ru/> (дата обращения: 05.11.2023).

8. Скафа Е.И. Методологический подход к пониманию роли эвристической задачи в математическом образовании школьников / Е.И. Скафа, М.В. Дрозд // Дидактика математики : проблемы и исследования. — 2017. — Вып. 46. — С. 15–20.

9. Скафа Е.И. Эвристические технологии обучения конструированию математических задач / Е.И. Скафа / Эвристическое обучение математике: сборник материалов V Междунар. научно-метод. конф. (Донецк, ДонНУ, декабрь, 2021 г.). — Донецк : изд-во ДонНУ, 2022. — С. 6–12.

10. Эвристическое обучение. В 5 т. Т.3. Методика / под ред. А.В. Хуторского. — Москва : Эйдос; Издательство Института образования человека, 2012. — 208 с.

**APPLICATION OF HEURISTIC METHODS IN TEACHING  
SCHOOLCHILDREN TO SOLVING OGE TEXT PROBLEMS  
ON THE TOPIC “PROGRESSION”**

**Zhulidova Yulia, Ten Victoria**

—•—•—•—•—•—•—

**Abstract.** The article discusses the reason for the decrease in the percentage of task completion in the main state exam on the topic “Numerical Sequences,” as well as the possibility of using heuristic learning technologies to facilitate schoolchildren’s mastery of the algorithm for analyzing word problems and the development of students’ intelligence. The stages of heuristic training are considered using the example of forming an algorithm for solving a problem from the training version of the OGE 2023.

**Keywords:** *heuristic learning, symbolic vision method, open task method, geometric progression, task 14 of the OGE in mathematics.*

—•—•—•—•—•—•—

## ОРГАНИЗАЦИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Капкаева Лидия Семеновна,  
доктор педагогических наук, профессор,  
*e-mail: lskapkaeva@mail.ru*

Пивкина Юлия Александровна,  
магистрант  
*e-mail: pivkinay@list.ru*

ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический  
университет имени М. Е. Евсевьева»,  
г. Саранск, Россия

—•—•—•—•—•—•—

**Аннотация.** В статье рассмотрено понятие эвристики, обоснована необходимость и целесообразность использования эвристик при изучении трансцендентных уравнений, а именно показательных, логарифмических и тригонометрических. Приведены основные эвристики, которые следует применять при решении данных уравнений.

**Ключевые слова:** *эвристика, эвристические приемы, трансцендентные уравнения, эвристическая беседа, использование эвристик.*

—•—•—•—•—•—•—

В настоящее время федеральные государственные образовательные стандарты общего образования стремятся к тому, чтобы средняя школа создавала оптимальные условия для развития интеллектуальных и творческих способностей учащихся, а также их самостоятельному приобретению знаний, умений и способов действий. Одним из ключевых

подходов к созданию таких условий в стандартах определен системно-деятельностный подход. Он предполагает, что новые знания необходимо не просто «передавать» ученикам, а научить их самостоятельно анализировать, исследовать, делать выводы и применять на практике. Иными словами, учащимся необходимо научить использовать в учебно-познавательной деятельности разные эвристики и эвристические приемы.

Под эвристикой будем понимать любой способ, который может помочь в отыскании нужного метода решения задачи или доказательства теоремы [2, с. 147]. Эвристические приемы являются особыми приемами, которые сформировались в ходе решения одних задач и более или менее сознательно переносятся на другие задачи [3, с. 97]. Хотя они могут помочь в общем поиске решения, но не гарантируют получение конечного результата.

Разработкой методики организации эвристической деятельности занимались многие ведущие ученые, такие как В.М. Брадис, В.А. Гусев, Т.А. Иванова, Ю.М. Колягин, С.Р. Мугаллимова, Д. Пойа, Г.И. Саранцев, Е.И. Скафа, Л.М. Фридман и другие. Они раскрыли сущность эвристики, предложили классификацию эвристик и эвристических приемов решения задач, разработали идеи и методы эвристического обучения математике, показали важность использования эвристик при решении задач и открытии новых знаний. В частности, Е.И. Скафа в своей монографии раскрыла теоретико-методические основы формирования приемов эвристической деятельности учащихся при обучении математике в условиях внедрения современных технологий обучения [3].

Однако, на практике становится очевидным, что учащиеся слабо владеют умением применять эвристические приемы при решении задач и доказательстве теорем. Особенно это проявляется при изучении алгебры, поскольку применение эвристик в обучении математике обычно больше связано с геометрией. Тем не менее, в старших классах все же есть возможности для использования эвристических приемов, особенно при изучении трансцендентных уравнений [1].

В обучении алгебре следует опираться на основные виды эвристик в математике, такие как общие, базовые, специальные приемы и методы научного познания. Рассмотрим эвристики, которые могут быть использованы при изучении показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений в школьном курсе математики. Следует отметить, что данные уравнения являются трансцендентными, т. е. не алгебраическими, но в некоторых случаях их решение сводится к решению алгебраических уравнений.

Решение трансцендентных уравнений представляет собой сложную задачу, требующую от учеников не только знаний основных формул и свойств функций, но и умения анализировать, сравнивать, выделять ключевые моменты, применять различные приемы и методы решения.

Поэтому в старших классах в процессе изучения показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений целесообразно использовать систему вопросов, направляющих поиск решения, а в конце решения следует выделять вместе с учащимися основные действия (эвристики), которые приводят к получению необходимых результатов и могут быть использованы в дальнейшем при самостоятельном решении уравнений данного типа. Продемонстрируем сказанное на конкретном примере.

**Пример 1.** Решите уравнение:  $3 \cdot 2^{x+1} + 2 \cdot 5^{x-2} = 5^x + 2^{x-2}$ .

Решение данного уравнения начинается с эвристической беседы:

– Является ли данное уравнение показательным? (Да, является, так как в его записи содержатся степени с основанием 2 и 5.)

– Какие особенности вы заметили в записи данного уравнения? (Степени в левой и правой частях уравнения имеют разные основания.)

– Можно ли привести их к одному основанию? Как это сделать? (Да, можно, сначала необходимо перенести степени с одним основанием в левую часть уравнения, а степени с другим основанием – в правую часть.)

– Какое уравнение тогда получим?

(Тогда получим следующее уравнение:  $3 \cdot 2^{x+1} - 2^{x-2} = 5^x - 2 \cdot 5^{x-2}$ ).

– Как можно преобразовать данное уравнение? (Надо вынести общий множитель в левой и правой частях уравнения за скобки:

$$2^{x-2}(3 \cdot 2^3 - 1) = 5^{x-2}(5^2 - 2),$$

преобразовав, получим:  $2^{x-2} = 5^{x-2}$ ).

– Как можно решить такое уравнение? (Поскольку степени с одинаковыми показателями можно делить, то уравнение можно записать в виде:  $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-2} = 1$ , отсюда  $x - 2 = 0$ , тогда  $x = 2$ ).

В дальнейшем, при самостоятельном решении аналогичных уравнений способом группировки и вынесения общего множителя школьники могут использовать следующие эвристики:

1. Установить, имеет ли показательное уравнение одинаковые основания степени, если нет, то привести к такому виду путем перенесения слагаемых из одной части уравнения в другую или использовать другие приемы.

2. Выяснить, нельзя ли вынести за скобки общий множитель или привести это уравнение к виду, удобному для вынесения общего множителя за скобки.

3. Установить, нельзя ли использовать формулы свойств степени для решения уравнения или привести это уравнение к виду, удобному для использования свойств степени.

4. Определить, является ли полученное уравнение простейшим показательным уравнением, если нет, то привести его к такому виду.

Организация эвристической деятельности ещё более необходима при решении логарифмических уравнений и неравенств, где необходимо учитывать в решении область допустимых значений. Приведем пример эвристической беседы при решении логарифмического уравнения методом, основанном на использовании свойств логарифма.

**Пример 2.** Решить уравнение:  $\log_2(1 - x) = 3 - \log_2(3 - x)$ .

Решение уравнения начинается с ответов на вопросы:

- Является ли данное уравнение логарифмическим? (Да, является.)
- В чем особенность решения логарифмических уравнений? (При решении этих уравнений надо находить область допустимых значений.)
- Как найти ОДЗ в данном случае?

(Надо решить систему неравенств:  $\begin{cases} 1 - x > 0, \\ 3 - x > 0 \end{cases}$ ).

- Что представляет собой ОДЗ? (Промежуток  $(-\infty; 1)$ ).

- Какие особенности имеет данное уравнение?

(В уравнении присутствуют логарифмы одного основания; логарифм есть и в правой, и в левой частях уравнения.)

- Можно ли использовать свойства логарифмов при решении уравнения? Как это сделать?

(Надо перенести логарифм из правой части уравнения в левую часть.)

- Какое уравнение тогда получим?

(Тогда получим уравнение:  $\log_2(1 - x) + \log_2(3 - x) = 3$ ).

- Как можно преобразовать левую часть уравнения? (Применить свойство суммы логарифмов с одинаковым основанием, тогда получим:

$$\log_2(1 - x)(3 - x) = 3).$$

- Как можно решить полученное уравнение?

(Ответы могут быть разные:

а) использовать определение логарифма;

б) правую часть уравнения представить в виде логарифма с основанием 2.)

- Какое уравнение получается в итоге?

(Получим алгебраическое уравнение:  $(1 - x)(3 - x) = 8$ ). И т. д.

В дальнейшем, при самостоятельном решении логарифмических уравнений такого типа, школьники могут использовать эвристики:

1. Определить ОДЗ уравнения.

2. Установить, содержит ли уравнение в левой и правой частях логарифмы или нет; если логарифмы есть только в одной части уравнения, то продолжить решение; если нет, то привести к такому виду путем перенесения слагаемых из одной части уравнения в другую.

3. Выяснить, нельзя ли использовать свойства логарифмов в решении, если нет, то привести это уравнение к виду, удобному для использования свойств логарифмов.

4. Установить, нельзя ли использовать определение логарифма для решения уравнения или привести это уравнение к виду, удобному для использования определения логарифма.

5. Определить, все ли корни уравнения удовлетворяют ОДЗ, если нет, то выбрать те корни, которые удовлетворяют ОДЗ.

Большие трудности возникают у школьников при решении тригонометрических уравнений. Организация эвристической деятельности учащихся здесь особенно необходима для оптимального выбора приемов и методов их решения. Приведем пример поиска решения однородного тригонометрического уравнения с помощью наводящих вопросов.

**Пример 3.** Решить уравнение  $4 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x - 6 \cos^2 x = 0$ .

Решение следует начать с эвристической беседы:

– Является ли данное уравнение тригонометрическим? (Да, является.)

– К какому типу тригонометрических уравнений относится данное уравнение? (Уравнение является однородным, так как каждое слагаемое в левой части уравнения второй степени, а правая часть равна нулю.)

– Какой прием будем использовать в решении этого уравнения? (Возможны разные ответы, среди них следующий: можно поделить обе части уравнения на  $\cos^2 x$  (или  $\sin^2 x$ ) при условии,  $\cos x \neq 0$  ( $\sin x \neq 0$ )).

– Какое уравнение тогда получим?

(Тогда получим уравнение:  $4 \operatorname{tg}^2 x - 5 \operatorname{tg} x - 6 = 0$ .)

– Как решить это уравнение? (Нужно сделать замену, получим квадратное уравнение.) И т. д.

В дальнейшем, при самостоятельном решении однородных тригонометрических уравнений или сводящихся к ним, учащиеся могут использовать следующие эвристики:

1. Установить, к какому виду относится данное уравнение.

2. Установить, равна ли правая часть уравнения нулю, если нет, то привести к такому виду путем перенесения слагаемых из правой части уравнения в левую.

3. Выяснить, являются ли тригонометрические функции в левой части уравнения одного или разного аргументов, если функции одного аргумента, то надо поделить левую часть уравнения на  $\sin^2 x$  или  $\cos^2 x$ .

4. Определить, нельзя ли заменить тригонометрическую функцию новой переменной, если нет, то привести к такому виду и решить полученное квадратное уравнение.

Таким образом, применение эвристик позволяет более систематически подходить к решению трансцендентных уравнений. Однако следует помнить о необходимости проверки полученных корней.

В целом, эвристики способствуют развитию творческих способностей, помогают сформировать логическое, алгоритмическое и математическое мышления учащихся, и готовят их к поисково-исследовательской деятельности.

### **Литература**

1. Капкаева, Л.С. Использование эвристик при обучении алгебре и началам математического анализа в средней школе / Л.С. Капкаева, Ю.А. Пивкина // Эвристическое обучение математике : Материалы V международной научно-методической конференции (23-25 декабря 2021 г.). – Донецк: Изд-во ДОННУ, 2021. – С. 38–42.

2. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике : методология и теория : учебное пособие для студентов бакалавриата высших учебных заведений по направлению «Педагогическое образование» (профиль «Математика») / Г.И. Саранцев. – Казань : Центр инновационных технологий, 2012. – 292 с.

3. Скафа, Е.И. Эвристическое обучение математике : теория, методика, технология : монография / Е.И. Скафа. – Донецк: Издательство ДонНУ, 2004. – 439 с.

### **ORGANIZATION OF STUDENTS' HEURISTIC ACTIVITY IN SOLVING EQUATIONS IN THE COURSE OF ALGEBRA AND THE PRINCIPLES OF MATHEMATICAL ANALYSIS**

**Kapkaeva L., Pivkina Yu.**



**Abstract.** The article considers the concept of heuristics, substantiates the necessity and expediency of using heuristics in the study of transcendental equations, namely exponential, logarithmic and trigonometric. The main heuristics that should be used in solving these equations are given.

**Keywords:** *heuristics, heuristic techniques, transcendental equations, heuristic conversation, use of heuristics.*



## О РАЗВИТИИ КОГНИТИВНОГО МЫШЛЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ ИТ-СПЕЦИАЛИСТА

Ковальчук Софья Викторовна,  
студент,

*mail: sofya.kovalchuk6@gmail.com*

Бадак Бажена Александровна,  
старший, преподаватель,

*e-mail: badak.bazhena@bk.ru*

*Белорусский национальный технический университет,  
г. Минск, Республика Беларусь*



**Аннотация.** Статья посвящена исследованию решений творческих задач в обучении математике для развития когнитивного мышления студентов, обучающихся в области информационных технологий (ИТ). Интеграция творческих методов в математическую подготовку студентов ИТ-направления может сыграть ключевую роль в формировании у них не только критического математического базиса, но и развития абстрактного мышления и навыков решения нетривиальных задач, что является важным аспектом профессиональной подготовки будущих инженеров.

**Ключевые слова:** творческие задачи, когнитивное мышление, математическое моделирование, коучинг, сторителлинг, криптография, эвристические алгоритмы.



В современном обществе, где технологии играют ключевую роль, спрос на высококвалифицированных инженеров в области информационных технологий неуклонно растет. Эффективная математическая подготовка является важной частью формирования карьеры в ИТ-сфере. Однако, помимо технических навыков, требуется развитие креативности и когнитивного мышления, что обуславливает актуальность исследования творческих методов в обучении математике.

Важным периодом в формировании креативности и когнитивных компетенций является обучение в высшем учебном заведении. Именно в это время происходит процесс интеграции творческого мышления в учебную среду, а также закрепление профессиональных навыков будущих специалистов. Поэтому стоит уделить значительное внимание процессу преподавания математики и преподнесения новой информации.

В собственной образовательной практике нами выделены некоторые принципы, которые способствуют развитию когнитивных компетенций и

креативности будущих специалистов в процессе обучения математике в высшей школе:

формирование креативного подхода к научно-исследовательской деятельности (проектная деятельность студентов);

разработка творческих задач для практических занятий (задачи с четко выраженными противоречиями, с недостатком данных);

вовлечение студентов в олимпиадную деятельность;

создание условий для адаптации студентов к будущей профессиональной деятельности, проведение сетевых мастер-классов, применение интерактивных технологий обучения.

Реализацию данных принципов рассмотрим на следующих примерах:

1. **«Открытые задачи».** Задачи, с которыми человек сталкивается в своей жизни, не имеют однозначных ответов, в отличие от тех же компьютерных игр, где определённые кнопки ведут к предсказуемому результату. Для прогресса же необходимо независимое мышление. Одним из возможных путей преодоления данных противоречий, по мнению методистов, является внедрение в практику методики решения «открытых задач» [2]. Закрытые задачи имеют четкое условие: один способ решения и один правильный ответ. При обучении математике студентов Белорусского национального технического университета по специальности «Информационные системы и технологии в проектировании и производстве» нами рассматриваются открытые задачи: с нечетким, расплывчатым, до конца непонятным условием, с возможностью применить различные подходы к решению. Целью решения «открытой задачи» является формирование сильного творческого мышления, развитие способности генерировать идеи и готовности к решению нестандартных задач, возникающих в различных областях человеческой деятельности [5].

2. **«Коучинг»** для студентов-программистов может быть эффективным способом поддержки в их учебном и профессиональном росте. Персональный тренинг ориентирован на развитие духовных и профессиональных качеств, а также на достижение конкретных целей. Коуч-преподаватель может проводить сессии с каждым студентом для определения их короткосрочных и долгосрочных целей. Например, обсудить, хотят ли они сосредоточиться на разработке веб-приложений, машинном обучении или разработке игр. Основной идеей коучинга в системе образования является создание условий для личностного роста, повышения мотивации к обучению [3]. Поэтому коучинг является не столько методом обучения, сколько инструментом повышения эффективности, где при помощи специальных вопросов преподаватель

помогает студентам самим выстроить логические и причинно-следственные связи.

3. **«Сторителлинг»** – педагогическая техника, построенная на использовании историй с определенной структурой и героем, направленная на решение педагогических задач обучения, наставничества, развития и мотивации [4]. Эта методика может привлечь внимание студентов к решению разнообразных задач, связанных с их специальностью.

Одним из ярких примеров «Сторителлинг» является шоколадный бренд M&M's, который отстаивает силу веселья для создания мира, в котором каждый чувствует себя своим. Чтобы донести эту мысль целевой аудитории, компания показывает различные позитивные истории о приключениях цветных драже. Такой сторителлинг помог построить прочную эмоциональную связь с брендом и завоевать расположение миллионной аудитории по всему миру.

4. **Математическое моделирование** – это идеальное научное моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием тех или иных математических методов [1]. Математическое моделирование «служит как бы мостом» между словесной, предметно ориентированной постановкой задачи и программным обеспечением ПК [6]. Практика преподавания показала, что, опуская этап математического моделирования и сразу переходя от тестовой формулировки к решению задачи по образцу, студенты очень часто допускают ошибки в решениях, даже при наличии у них шаблона задачи определённого типа. Процесс создания математических моделей в любой предметной области является трудоёмким, так как приходится учитывать много факторов. Не смотря на это, математическое моделирование оказывает помощь при анализе конкретных объектов, явлений и процессов. Именно поэтому метод математического моделирования занимает ведущее место среди методов научного познания, но особую наглядность и широту применения он получил с развитием новых информационных технологий. Изучение математического моделирования в экономике с помощью проектного метода позволит студентам непосредственно применить свои знания и умения для решения практико-ориентированных задач. Приведём пример задания на основе использования математического моделирования, предлагаемого студентам первого курса при изучении дисциплины «Дискретная математика»: <http://www.stefanom.org/spc/>.

5. **Использование криптографических задач.** Одной из важнейших областей применений математики является криптография — наука о шифрах, т. е. способах преобразования информации, позволяющих скрывать её содержание от посторонних. Криптография может обеспечить развитие когнитивного мышления посредством операций с

числами, логическими операциями и алгоритмами. Задачи, связанные с криптографией, могут не только увлекать, но и стимулировать логическое мышление. Можно предложить студентам найти методы шифрования и дешифрования, основанные на математических принципах.

Реализацию данного принципа рассмотрим на примере решения следующей задачи: предполагается, что есть шифротекст, закодированный с использованием шифра Цезаря, и студенту нужно расшифровать сообщение. Шифр Цезаря ставит каждую букву алфавита в фиксированное количество позиций. Шифротекст: «ДРХЦ оцъыюм прёезуфлхзх!» Чтобы разгадать это сообщение, нужно использовать когнитивные навыки, такие как: абстрактное мышление, а также понимание того, что шифр Цезаря включает смену букв.

**6. Использование эвристических задач и алгоритмов.** Эвристика – отрасль, которая изучает специфику творческой деятельности. По мнению Е.И. Скафы, в обучении эвристические задачи выступают как средство мотивации, средство создания проблемных ситуаций, их используют как средство конструирования новых математических задач и ситуаций, как поиск развития задачи, как средство построения гипотез, высказывания догадок и др. Эвристические задачи (имеют высокий уровень структурной организации) являются эффективным средством целенаправленного математического развития обучающихся [7]. Многие известные психологи считают, что посредством эвристического познания люди лучше понимают суть проблемы и намного быстрее находят пути решения. Поэтому на этот принцип стоит обратить внимание. Также существуют эвристические алгоритмы.

Под эвристическими алгоритмами будем понимать алгоритмы, правильность которых для всех возможных случаев не доказана, но о которых известно, что они дают достаточно правильное решение в большинстве случаев. Они подразделяются на следующие типы: жадный алгоритм, алгоритм имитации отжига, муравьиный алгоритм, генетический алгоритм.

Рассмотрим пример задачи, в которой показано назначение эвристических алгоритмов: имеется память компьютера, которая подразделяется на разные типы: ПЗУ, ОЗУ, Кэш-память, Видео-память, ПЛ, ПК, НМЛ, НГМД, НЖМД, CD-ROM. Нужно расставить эти типы по приоритетности. Как мы можем заметить, данная задача актуальна не только для демонстрации эвристических алгоритмов, но и для других методов, описанных выше.

В ходе проводимого исследования в Белорусском национальном техническом университете выяснилось, что развитие когнитивного мышления посредством решения творческих задач может повысить мотивацию студентов, выработать самостоятельность мышления, а также

стать эффективным средством подготовки высококвалифицированных инженеров, способных эффективно решать проблемы в области информационных технологий.

### **Литература**

1. Абдуразаков, М.М. Математическое моделирование как средство обучения / М.М. Абдуразаков, О. Доржпалам // Балтийский гуманитарный журнал. – 2017. – Т. 6. – № 4 (21). – С. 223–226.

2. Бадак, Б.А. «Открывающее обучение» как одна из перспективных форм развития творческого потенциала студентов в процессе преподавания высшей математики / Б.А. Бадак // Проблемы преподавания высшей математики и информатики в условиях новой образовательной парадигмы: Материалы междунар. науч.-практ. конференции, Минск, 14–15 апреля 2022 г. / БГУ, Механико-математ. фак.; [редкол. С. А. Самаль (отв. ред.) и др.]. – Минск: БГУ, 2022. – 146 с. – С.9–11.

3. Бадак, Б.А. Использование «коучинг»-технологии в образовательном процессе современной высшей школы / Б.А. Бадак, О.Б. Долгополова // THEORIA: педагогика, экономика, право. – 2022. – № 3(4). – С. 14–22. – DOI: 10.51635/27129926\_2022\_4\_14

4. Бадак, Б.А. Использование технологии «сторителлинг» в преподавании математического анализа / Б.А. Бадак // THEORIA: педагогика, экономика, право. – 2021. – № 4 (5). – С. 87–93. – DOI: 10.51635/27129926\_2021\_4\_87

5. Гин, А. Открытые задачи как инструмент развития креативного мышления / А. Гин, М. Баркан. – Москва : Народное образование, 2014. – 84 с.

6. Глухов, В.В. Математические методы и модели для менеджмента : учебное пособие для студентов, обучающихся по специальности 060800 Экономика и управление на предприятии / В.В. Глухов, М.Д. Медников, С.Б. Коробко. – Изд. 3-е, стер. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2007. – 523с.

7. Скафа, Е.И. Методологический подход к пониманию роли эвристической задачи в математическом образовании школьников / Е.И. Скафа, М.В. Дрозд // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2017. – Вып. 46. – С. 15–20.

### **ON THE DEVELOPMENT OF COGNITIVE THINKING IN THE MATHEMATICAL TRAINING OF AN IT SPECIALIST**

**Kovalchuk Sofya, Badak Bazhena**



**Abstract.** The article is devoted to the study of solutions to creative problems in teaching mathematics for the development of cognitive thinking of students studying in the field of information technology (IT). The integration of creative methods into the mathematical training of IT students can play a key role in the formation of not

only a critical mathematical basis, but also the development of abstract thinking and skills for solving non-trivial problems, which is an important aspect of the professional training of future engineers.

**Keywords:** *creative tasks, cognitive thinking, mathematical modeling, coaching, storytelling, cryptography, heuristic algorithms.*



## **ПРИМЕНЕНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ БЕСЕДЫ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАССАХ**

**Кульченко Татьяна Михайловна,  
учитель,**

***e-mail: t\_kulchenko@mail.ru***

***МБОУ «Гимназия № 70 города Донецка», г. Донецк, Россия***



**Аннотация.** Статья посвящена проблеме применения эвристических технологий обучения математике в основной школе. Рассмотрены примеры применения эвристической беседы на уроках математики при решении математических задач. Показаны преимущества эвристического метода решения задач, который повышает заинтересованность обучающихся математикой, повышает их познавательную активность.

**Ключевые слова:** *эвристическая беседа, активные методы обучения, эвристический метод, математическая задача, эвристика.*



В школьном курсе математики довольно много внимания уделяется последовательному изложению доказательств теорем, аккуратному и грамотному оформлению решений задач, логическому обоснованию различных этапов решения и доказательства. А самому процессу поиска решения задачи или способа доказательства теоремы, процессу открытия новых математических фактов внимания уделяется значительно меньше [1].

Как подчеркивает Е.И. Скафа, технологический процесс в современной школе должен быть по своей сути эвристическим. В этом понимании введение в процесс обучения математике (при изучении понятий, доказательстве теорем, решении задач) современных технологий обучения, с помощью которых формируются у школьника эвристические приемы, является, безусловно, важным элементом организации всего образовательного процесса [3].

Эвристическую систему обучения широко применял еще Сократ. Путем особых вопросов и рассуждений он помогал собеседнику самостоятельно приходить к постановке или к решению проблемы. Причем истина открывалась подчас не только ученику, но и самому учителю [4].

Определение эвристики в наиболее коротком и четком виде звучит как «наука о том, как делать открытия». Это определение принадлежит выдающемуся математику и педагогу XX в. Дж. Пойа [2].

В современной школе перед учителем математики стоит дополнительная задача: научить детей не только решать математические задачи, но и формулировать свои размышления, уметь делать выводы, общаться с одноклассниками и т. д. Применение эвристического метода на уроках математики помогает учителю решить сразу несколько учебных задач, поскольку эвристика – это синтез логики, педагогики, философии.

В эвристическом методе решение задачи сравнимо с открытием, а это повышает заинтересованность обучающихся математикой, повышает их познавательную активность. Также эвристика дает возможность учителю открыть математику для обучающихся с другой, еще неизвестной, стороны, пробудить желание у обучающихся решать математические задачи.

Рассмотрим несколько примеров применения эвристической беседы на уроках математики в 5-6 классах.

Тема урока *«Симметрия: центральная, осевая и зеркальная симметрии. Построение симметричных фигур»*.

Вопросы, на которые обучающие дают ответы:

- Объясни, что мы называем центральной симметрией?
- Назови примеры, где люди могут использовать симметрию?
- Предложи фигуры, обладающие осевой симметрией?
- Придумай примеры фигур с вертикальной осью симметрии?
- Поделись схемой построения симметричных фигур?
- Почему нужно изучать симметрию?

Тема урока *«Решение текстовых задач»*. Обучающиеся 5 класса изучили признаки делимости на 3, но не умеют применять буквенные выражения.

Учитель: «Сегодня мы научимся решать задачи. Ребята, вы сильно удивлены, ведь вы уже умеете решать задачи. Вы знаете, что решить задачу – значит *вывести* ответ? Работаем над задачами вместе, всем классом. Сначала рассматриваем легкие, потом переходим к сложным».

**Задача 1.** Класс писал диктанты по русскому языку. В двух текстах диктантов было 216 слов. В первом было слов в два раза больше, чем во втором. Сколько слов было в каждом диктанте?

**Решение.** Учитель: «Давайте уточним, что означает «в два раза больше»? Ребята, как представить наглядно «в два раза больше»?»

Школьники выдвигают идеи: рассмотрение геометрических объектов: два треугольника (квадрата) и один.

Учитель: «Остановимся на треугольниках. Рисуем их на доске (рисунок 1).



*Рисунок 1 – Геометрическое представление о сравнении*

Эвристический метод успешно применяется при изучении геометрии. Изучение наглядной геометрии начинаем с игры: обучающиеся строят различные геометрические фигуры с подручных материалов (спичек, ручек, карандашей, бумаги). Но важно, подобрать такие игры, в ходе которых можно размышлять.

Игровой метод «Да или нет» заключается в том, что один ученик загадывает фигуру (например, треугольник) и может отвечать на вопросы «да» или «нет». Одноклассники спрашивают:

- |                              |        |
|------------------------------|--------|
| – Это геометрическая фигура? | – Да.  |
| – Она имеет форму круга?     | – Нет. |
| – Она имеет углы?            | – Да.  |
| – Углы все прямые?           | – Нет. |
| – Это треугольник?           | – Да.  |

Обучающиеся перечисляют свойства геометрической фигуры, стараясь точнее формулировать вопросы, ведь некоторые фигуры имеют одинаковые свойства. Также можно применять задачи, содержащие признаки геометрических фигур.

*Например*, о фигуре известно, что она:

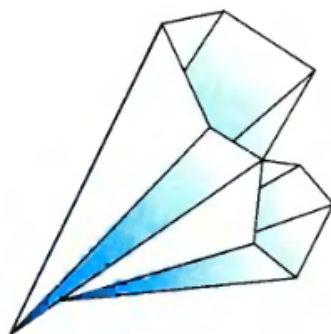
- 1) плоская;
- 2) имеет один конец;
- 3) может быть сконструирована из отрезков.

Нарисуй эту фигуру.

Игра «Ассоциация» заключается в том, что учитель выбирает картинку (рис. 2), а обучающиеся должны связать слова или словосочетания с ней и объяснить свой выбор.

*Например*, общая вершина, штриховая линия, пятиугольник, треугольник.

Используя эвристическую беседу, обучающиеся развивают самостоятельность, все вопросы являются стадиями поиска истины. Чтение условия задачи требует более глубокого анализа и, как результат, лучшего понимания.



*Рисунок 2 – Фрагмент игры «Ассоциация»*

Таким образом, учителя, применяющие эвристические методы обучения, развивают у обучающихся грамотную математическую речь, умение вести диалог, что способствует достижению открытий на каждом уроке. Современный школьник как представитель «цифрового поколения» с развитым клиповым мышлением остро нуждается в развитии логического мышления, умения формулировать высказывания, наблюдать, проводить аналогии, анализировать и синтезировать решение задач, поэтому применение эвристических методов и организация эвристических бесед позволяют развивать у школьников все вышеперечисленные качества.

### **Литература**

1. Гончарова, И.В. Эвристический факультатив по математике: рабочая тетрадь для учащихся 11 кл. профильного уровня / И.В. Гончарова, Ю.В. Пустовая; под ред. проф. Е.И. Скафы. – Донецк : Изд-во «Ноулидж» (донецкое отделение), 2014. – 180 с.
2. Диривянкина, О.В. Становление, сущность эвристического обучения в педагогической науке и практике / О.В. Диривянкина // Вестник Санкт-Петербургского ун-та МВД России. – 2006. – № 4. – С. 406–413.
3. Скафа, Е.И. Технологии обучения как инструмент формирования эвристических приемов в современной школе / Е.И. Скафа // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2020. – Вып. 52. – С. 17–21.
4. Скафа Е.И. Инновации во внеурочной работе по математике в 5-6 классах / Е.И. Скафа // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе: материалы III Всероссийской научно-практич. конф. (Омск, 1–3 марта 2023 года) / под ред. М. В. Дербуш, С. Н. Скарбич. – Омск : Изд-во ОмГПУ, 2023. – С. 122–126.
5. Федоров, К.П. Эвристические методы обучения в преподавании курса информатики и ИКТ для учащихся нематематического профиля / К.П. Федоров // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. – 2014. – № 170. – С. 116–124.

## THE USE OF HEURISTIC CONVERSATION IN MATH LESSONS IN GRADES 5-6

Kulchenko Tatyana



**Abstract.** The article is devoted to the problem of using heuristic technologies for teaching mathematics in primary school. Examples of the application of heuristic conversation in mathematics lessons in solving mathematical problems are considered. The advantages of the heuristic method of solving problems, which increases the interest of students in mathematics, increases their cognitive activity, are shown.

**Keywords:** *heuristic conversation, active learning methods, heuristic method, mathematical problem, heuristics.*



## ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ

Пугачева Екатерина Николаевна,  
*студент,*

*e-mail: pugacheva\_mdm219@mail.ru*

Кочетова Ирина Викторовна,  
*кандидат педагогических наук, доцент,*

*e-mail: ir-vi\_kochetova@mail.ru*

*ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический  
университет имени М.Е. Евсевьева», г. Саранск, Россия*



**Аннотация.** Статья посвящена актуальной проблеме использования эвристических технологий в обучении математике учащихся 5-6 классов. Рассмотрено пять основных понятий эвристики. Приведены примеры эвристических задач, а также эвристических методов и приёмов, необходимых для их решения.

**Ключевые слова:** *эвристика, эвристические технологии, эвристические методы и приемы, эвристическая задача, обучение математике.*



Термин эвристика происходит от греческого слова (heurisko – нахожу) и определяется, как методология и методика обучения, которая основывается на открытии или догадке [1].

Выделяют 5 основных понятий эвристики, которые представлены на рисунке 1.

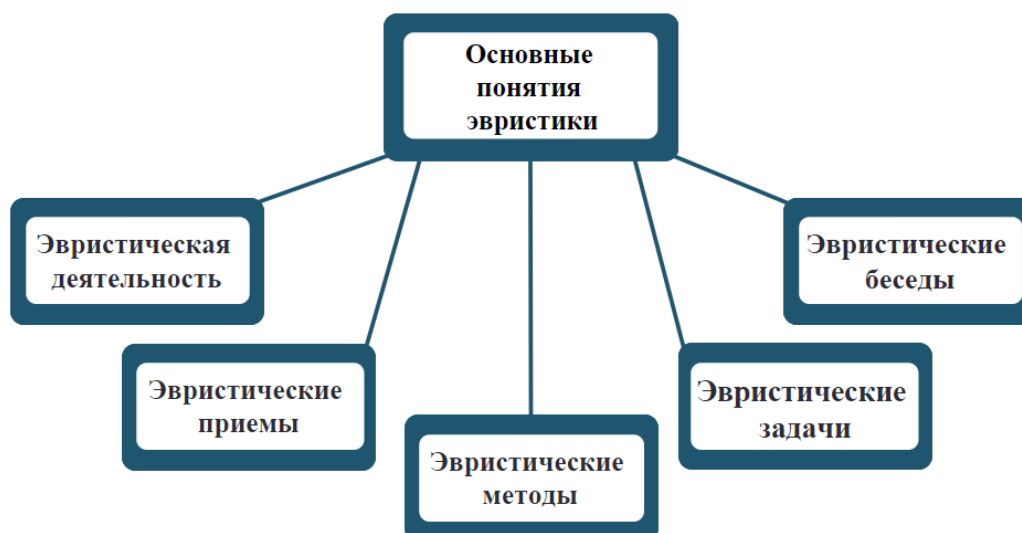


Рисунок 1 – Основные понятия эвристики

В научной и учебно-методической литературе разными авторами приводятся следующие трактовки понятия эвристики [3; 4; 5].

1. Наука, изучающая продуктивное творческое мышление (эвристическую деятельность).

*Эвристическая деятельность* – это способ мышления, который помогает находить решения сложных задач, используя логические шаги, интуицию и опыт. Она позволяет искать различные подходы и стратегии, чтобы найти наилучшее решение.

2. *Эвристические приемы* – приемы, которые перешли из решения одних задач в другие, без потери смысловой нагрузки.

3. *Эвристические методы* применяются в открытии чего-то нового.

Ясного и четкого понятия эвристическому методу долго никто не мог сформулировать. Для многих авторов, отмечает Ю.В. Пустовая, он является эффективным, так как дает возможность сократить подбор решений до момента, когда был принят нужный путь [2]. Поэтому можно сделать вывод, что термин «эвристический метод» описывает лишь его внешнюю форму, но не раскрывает сути.

Один из плюсов такого метода, это возможность школьнику получить больше свободы в своем творческом начинании.

Когда учитель выбирает методики для формирования творческих способностей детей, используя эвристический метод, он не должен упускать следующие факты:

- подготовленность аудитории;
- индивидуальность ребенка;
- специфику преподаваемого предмета.

Без определенных условий невозможно развить творческие способности. Перечислим их:

- мотивация обучения;

- творческая активность;
- дружественная обстановка в коллективе;
- сильные эмоции.

И, наконец, учитель должен отслеживать:

- багаж знаний по математике у учащихся равномерно пополнялся;
- повышался уровень общеучебных умений и навыков;
- развивалась самостоятельность в творческой деятельности.

#### **4. Эвристические беседы (сократический метод обучения)**

Этот довольно старый метод дидактической работы. Название пришло от имени Сократа, который пользовался данным методом. Суть его заключалась в том, чтобы подобно тому, как мать помогала рождаться детям, Сократ помогал своим ученикам рождать истину [6].

5. *Эвристика* – деятельность человека, которая направлена на поиск решения для той или иной ситуации при помощи экспериментов, проб и ошибок. В контексте статьи, эвристика определяется, как мотив творческой деятельности.

6. *Эвристика* – еще одно определение, трактуемое, как совет по разрешению проблемы. Можно сказать, что это любой способ решения задачи.

Приведем пример задачи на сообразительность.

**Задача 1.** В комнате стоят три лампочки и три выключателя, каждый из которых соответствует одной лампочке. Вначале все лампочки выключены. Ваша задача – определить, какой выключатель соответствует какой лампочке. У Вас есть только одна возможность проверить состояние лампочек, но Вы не можете одновременно нажать на несколько выключателей. Как Вы определите, какой выключатель соответствует какой лампочке?

*Решение*

1. Включите первый выключатель и оставьте его включенным на несколько минут.

2. Выключите первый выключатель и одновременно включите второй выключатель.

3. Войдите в комнату и посмотрите на лампочки.

Теперь проанализируем результаты:

1. Если одна лампочка горит, то это означает, что первый выключатель соответствует первой лампочке.

2. Если ни одна лампочка не горит, а одна из них теплая, то это означает, что второй выключатель соответствует второй лампочке.

3. Если две лампочки горят, то это означает, что третий выключатель соответствует третьей лампочке.

*Ответ:* Вы сможете определить, какой выключатель соответствует какой лампочке, используя только одну проверку.

Рассмотрим пример задачи – шутки.

**Задача 2.** В классе учатся 30 учеников. 20 из них играют в футбол, 15 играют в баскетбол, а 10 играют и в футбол, и в баскетбол. Сколько учеников не играют ни в одну из этих игр?

*Решение*

Воспользуемся принципом включений-исключений. Первым делом, сложим количество учеников, играющих в футбол и баскетбол:  $20 + 15 = 35$ . Однако, мы посчитали дважды тех, кто играет и в футбол, и в баскетбол, поэтому вычтем их количество:  $35 - 10 = 25$ . Таким образом, 25 учеников играют хотя бы в одну из игр. Остается вычесть это число из общего количества учеников:  $30 - 25 = 5$ . Получается, что 5 учеников не играют ни в футбол, ни в баскетбол.

*Ответ:* 5 учеников не играют ни в одну из этих игр.

7. Эвристические задачи – суть этого метода заключается в поиске скрытых связей между элементами условия и требования задачи для ее решения. Для успешного решения эвристической задачи ученик должен уметь применять эвристические методы и приемы, которые представлены на рисунке 2.

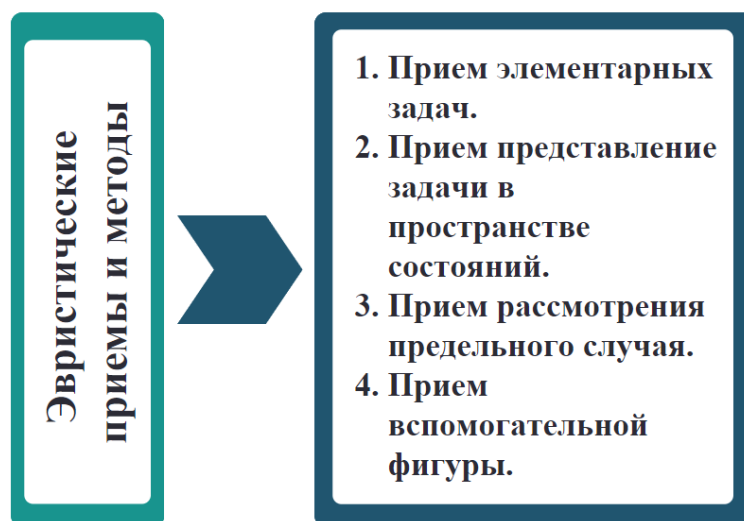
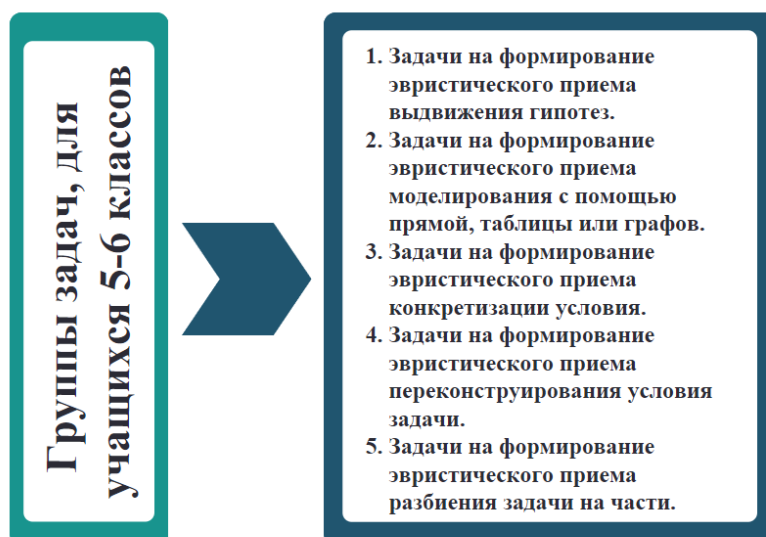


Рисунок 2 – Эвристические приемы и методы

Выделяют 5 групп задач, для учащихся 5-6 классов, представленных на рисунке 3, которые направлены на развитие творческого мышления.

Путем освоения этих задач ученики знакомятся с эвристическими приемами. Рассмотрим, как это может выглядеть на практике, рассмотрев решение задачи 1 с использованием эвристических приемов.

*1 этап.* Производим анализ условия задачи. Что дано в задаче? Что требуется решить в задаче? Как Вы определите, какой выключатель соответствует какой лампочке?



*Рисунок 3 – Группы задач для учащихся 5-6 классов*

*2 этап.* Производим поиск решения.

*Учитель:* Какой выключатель мы включим?

Ученики начинают высказывать предположения. Учитель записывает их гипотезы на доске:

- второй;
- третий;
- первый.

*Учитель:* Ваши гипотезы записаны на доске. Давайте проверим каждую из них. Начнем с первой: можем ли мы включить второй выключатель?

*Ученики:* Нет, так как мы не узнаем, каким лампочкам соответствуют 1 и 3 выключатели.

*Учитель:* Получается, первая гипотеза оказалась не верной. Вычеркнем ее. Вторая: можем ли мы включить третий выключатель?

*Ученики:* Нет, так как мы не узнаем, каким лампочкам соответствуют 1 и 2 выключатели.

*Учитель:* И вторая гипотеза оказалась не верной. Проверим третью гипотезу: можем ли мы включить первый выключатель?

*Ученики:* Да, можем. Так мы сможем выяснить принадлежность 2 и 3 выключателей.

*Учитель:* Мы выяснили, что третья гипотеза верна, первым мы включим первый выключатель. Что будем делать дальше? Запишем все гипотезы на доске:

- выключим первый выключатель и зайдем в комнату;
- не выключая первый выключатель зайдем в комнату;

Также, как и в прошлый раз, проверяем эти гипотезы. Замечаем, что ни одна из них нам не подходит. Появляется много идей, с помощью

которых ученики пытаются решить проблему. После того, как все предположения закончились, ребята замолкают, так и не найдя решения. В такой ситуации можно использовать прием «Анализ отвергнутых гипотез».

*Учитель:* Наши оба предположения оказались не верными. Что нам помешало найти ответ?

*Ученики:* В первом случае, если мы выключим первый выключатель и зайдем в комнату, то узнаем только принадлежность одного выключателя к одной лампочке по температуре.

*Ученики:* Во втором случае, не выключив первый выключатель, мы сможем узнать только про одну лампочку по свечению.

*Учитель:* В обоих случаях нам мешало то, что было недостаточно только одного выключателя. Что же делать?

*Ученики:* Задействовать второй выключатель.

*Учитель:* У нас появилась третья гипотеза включить второй выключатель после того, как выключим первый. Давайте проверим это предположение.

Проверив гипотезу, мы смогли найти решение проблемы.

### **Литература**

1. Пойа, Дж. Пойа Дж Как решать задачу / Дж. Пойа. – Москва: Либроком, 2010. – 208 с.

2. Пустовая, Ю.В. Организация деятельности школьников по формированию эвристических приемов в процессе обучения математике / Ю.В. Пустовая // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2015. – Вып. 42. – С. 71-75.

3. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике : методология и теория : учебное пособие для студентов бакалавриата высших учебных заведений по направлению «Педагогическое образование» (профиль «Математика») / Г.И. Саранцев. – Казань : Центр инновационных технологий, 2012. – 292 с.

4. Скафа, Е.И. Методика обучения математике : эвристический подход. Общая методика / Е.И. Скафа. – Издание второе. – Москва : ООО «Директ-Медиа», 2022. – 441 с.

5. Хуторской, А.В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения / А.В. Хуторской. – Москва: МГУ, 2003. – 416 с.

6. Хуторской, А.В. Эвристическое обучение. В 5 т. Т.3. Методика / под ред. А.В. Хуторского. – Москва: Эйдос, 2012. – 208 с.

### **HEURISTIC TECHNOLOGIES IN TEACHING MATHEMATICS TO STUDENTS IN GRADES 5-6**

**Pugacheva Ekaterina, Kochetova Irina**



**Abstract.** The article is devoted to the actual problem of using heuristic technologies in teaching mathematics to students of grades 5-6. Five basic concepts of heuristics are considered. Examples of heuristic problems are given, as well as heuristic methods and techniques necessary to solve them.

**Keywords:** heuristics, heuristic technologies, heuristic methods and techniques, heuristic problem, teaching mathematics.



## **ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ АФФИННЫХ ЗАДАЧ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ**

**Савельев Валерий Михайлович,**

*кандидат физико-математических наук, доцент,*

*e-mail: svm59@mail.ru*

**Киричевский Ростислав Викторович,**

*кандидат технических наук, доцент,*

*e-mail: rost71@mail.ru*

**ФГБОУ ВО «Луганский государственный университет им. В. Даля»,  
г. Луганск, Россия**



**Аннотация.** В статье подробно рассмотрены некоторые примеры решения задач аналитической геометрии, имеющие аффинный характер. Использование эвристических приемов решения аффинных задач дает возможность эффективно строить учебный процесс при изучении курса аналитической геометрии.

**Ключевые слова:** эвристика, геометрические преобразования, аффинные преобразования, аффинная задача, метрическая задача.



Объем понятия эвристики настолько широк, что каждый автор наполняет определение собственным пониманием, которое зависит от того, с позиций какой науки ведется исследование. Ученые раскрывают сущность понятия на частных, конкретных примерах, иллюстрирующих только отдельные аспекты [2]. Нами будет предпринята попытка проиллюстрировать эвристические приемы обучения решению аффинных задач аналитической геометрии широкого круга студентов. Мы считаем, что эти приемы обучения могут быть также полезными учащимся старших классов на факультативных занятиях.

В курсе аналитической геометрии обычно рассматриваются стандартные ( типовые ) задачи. В существующих задачниках по аналитической геометрии почти нет примеров с более сложными фигурами, чем прямая и плоскость, однако, в школьном курсе геометрии они присутствуют. Например, такие фигуры как многоугольники и многогранники, в школьных курсах обычно излагаются в разделе геометрии, а вот вопросы аффинной геометрии в основном курсе школьной геометрии обычно не излагаются. В аналитической геометрии решение задач производится преимущественно посредством алгебраических действий. В этой связи алгоритм решения многих задач аналитической геометрии прост и прозрачен, зачастую достаточно аккуратно применить нужные формулы – и ответ готов! Нет, конечно, совсем без чертежей тут не обойдется, к тому же для лучшего понимания материала можно приводить их для себя сверх необходимости.

Геометрические преобразования являются одним из действенных методов решения геометрических задач. Суть применения метода преобразований к решению задач состоит, как известно, в следующем:

1) Заданная фигура  $F$  (а иногда, часть ее) преобразуется в некоторую фигуру  $F'$ , подобранную таким образом, чтобы поставленная для нее задача в соответственно измененной формулировке, решалась бы проще.

2) Находится фигура  $R'$  – решение задачи, сформулированной для фигуры  $F'$ .

3) Решение, найденное для фигуры  $F'$ , надлежащим образом истолковывается для заданной фигуры  $F$ .

При решении задач в курсе геометрии применяются преобразования параллельного переноса, поворота вокруг точки, осевой и центральной симметрии, гомотетии, инверсии.

В настоящей статье приводятся задачи, для решения которых целесообразно применить аффинные преобразования. Теоретическая база аффинной геометрии подробно изложена в [1].

**Пример 1.** Доказать, что если стороны  $AB$  и  $CD$  выпуклого четырехугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $R$ , а точки  $P$  и  $Q$  – середины диагоналей этого четырехугольника, то  $S_{\Delta PQR} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$ .

*Доказательство.* Убедившись в том, что рассматриваемая задача – аффинная (лучше предварительно поставить перед обучающимися вопрос о том, чтобы проверить это самостоятельно), отнесем данную фигуру  $F$  к аффинной системе координат, которую выберем следующим образом: точка  $A$  – начало координат, прямая  $AD$  – ось  $Ox$ , прямая  $AB$  – ось  $Oy$ ,  $|AD|=1$ ,  $|AB|=1$ .

Зададим теперь аффинное преобразование, которое треугольнику  $ABD$  ставит в соответствие прямоугольный равнобедренный треугольник  $A'B'D'$  (перед обучающимися ставится вопрос о самостоятельном построении). Таким образом фигура  $F'$  будет связана с прямоугольной декартовой системой координат (рис.1).

Решим теперь поставленную задачу для фигуры  $F'$ . Так как аффинные координаты точки являются инвариантом аффинного преобразования, то координаты точек  $A', D', B'$  будут соответственно следующие:  $(0,0), (1,0), (0,1)$ .

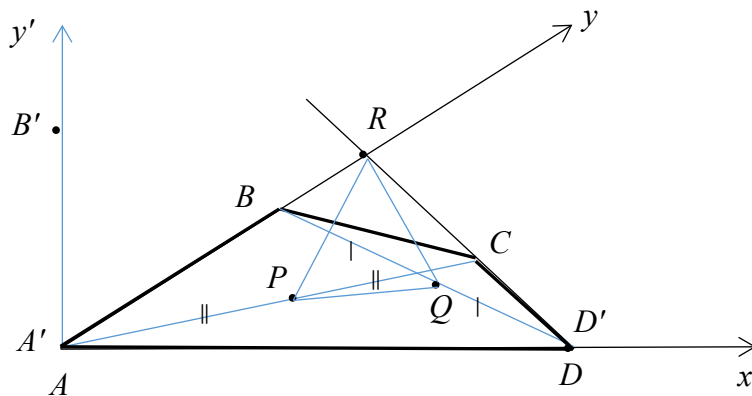


Рисунок 1 – Иллюстрация к задаче 1

Координаты точки  $Q'$  – середины диагонали  $B'D'$  будут  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ .

Пусть координаты точки  $C'$  соответственно  $p$  и  $q$ . Тогда координаты точки  $P'$  будут соответственно  $\frac{p}{2}$  и  $\frac{q}{2}$ . Для нахождения координат точки  $R'$ , найдем предварительно уравнение прямой  $C'D'$ . Затем решим полученное уравнение прямой  $C'D'$  совместно с уравнением прямой  $A'B'$ :  $\frac{x-p}{1-p} = \frac{y-q}{-q}$ , откуда  $qx + (1-p)y - q = 0$ , и из системы уравнений

$$\begin{cases} qx + (1-p)y - q = 0, \\ x = 0 \end{cases}$$

находим координаты точки  $R' : \left(0, \frac{q}{1-p}\right)$ .

Теперь подсчитаем площадь четырехугольника  $A'B'C'D'$ . Так как этот четырехугольник – выпуклый, то его площадь можно представить суммой площадей треугольников  $A'B'D'$  и  $B'D'C'$ :

$$S_{A'B'C'D'} = S_{A'B'D'} + S_{B'D'C'} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \text{abs} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ p & q & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} |1 - (q + p)|.$$

Для снятия знака абсолютной величины в полученном значении площади воспользуемся снова тем, что этот четырехугольник – выпуклый, то есть вершины  $A'$  и  $C'$  его лежат по разные стороны от диагонали  $B'D'$ . Тогда отклонение  $\delta$  точки  $C'$  от прямой  $B'D'$  положительно.

Так как  $\delta = \frac{p+q-1}{\sqrt{2}} > 0$ , то находим, что  $p+q > 1$ , то есть  $1 - (q + p) < 0$ . Итак,  $S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} [1 - (q + p)] = \frac{p+q}{2}$ .

Далее, подсчитаем площадь треугольника  $P'Q'R'$ :

$$S_{\Delta P'Q'R'} = \frac{1}{2} \text{abs} \begin{vmatrix} \frac{p}{2} & \frac{q}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & \frac{q}{1-p} & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{4} \left| \frac{p}{2} + \frac{q}{1-p} - \frac{q}{2} - \frac{pq}{1-p} \right| =$$

$$= \frac{1}{4} \left| \frac{p-q}{2} + \frac{q(1-p)}{1-p} \right| = \frac{|p+q|}{8}.$$

Поскольку  $p+q > 0$ , то  $S_{\Delta P'Q'R'} = \frac{p+q}{8}$ . Таким образом для фигуры  $F'$  получаем:  $\frac{S_{\Delta P'Q'R'}}{S_{A'B'C'D'}} = \frac{1}{4}$ . Но отношение площадей двух фигур является инвариантом аффинного преобразования, то есть  $\frac{S_{\Delta PQR}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{4}$ , откуда

$S_{\Delta PQR} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$ , что и требовалось доказать.

**Пример 2.** Через вершину  $C_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена плоскость, пересекающая продолжения ребер  $AB$ ,  $AD$  и  $AA_1$

соответственно в точках  $B_0$ ,  $D_0$  и  $A_0$  таких, что  $\frac{|AB_0|}{|AB|} = \frac{|AD_0|}{|AD|} = 3 \frac{|AA_0|}{|AA_1|}$ .

Найти отношение объема параллелепипеда к объему тетраэдра  $AB_0D_0A_0$ .

*Решение.* Введем аффинный репер (аффинную систему координат) с началом в точке  $A$  и базисными векторами  $\mathbf{e}_1 = \overrightarrow{AA_1}$ ,  $\mathbf{e}_2 = \overrightarrow{AB}$ ,  $\mathbf{e}_3 = \overrightarrow{AD}$ . По условию задачи  $A_0 = (\lambda/3, 0, 0)$ ,  $B_0 = (0, \lambda, 0)$ ,  $D_0 = (0, 0, \lambda)$ , где  $\lambda > 0$ . Уравнение плоскости  $A_0B_0D_0$  во введенной системе:  $3x + y + z = \lambda$ . Точка  $C_1$  имеет координаты  $(1, 1, 1)$  и принадлежит плоскости  $A_0B_0D_0$ ; значит,  $\lambda = 5$ .

Объем параллелепипеда равен  $V = |(\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})|$ . Объем тетраэдра:

$$V' = \frac{1}{6} |(\overrightarrow{AA_0}, \overrightarrow{AB_0}, \overrightarrow{AD_0})| = \frac{1}{6} \left| \left( \frac{\lambda}{3} \overrightarrow{AA_1}, \lambda \overrightarrow{AB}, \lambda \overrightarrow{AD} \right) \right| = \frac{\lambda^3}{18} V = \frac{125}{18} V.$$

Таким образом, при выборе преобразования для решения конкретной задачи следует прежде всего уточнить характер задачи. Так, если для решения задачи метрического характера могут быть применены метрические преобразования (параллельный перенос, поворот вокруг точки, симметрия), то для решения задачи аффинного характера эти преобразования, как правило, уже не могут быть применены.

Для решения задач аффинного характера могут быть применены аффинные преобразования. Применение аффинных преобразований к решению задач основано на определении этого преобразования и его свойствах. При решении некоторых задач оказывается целесообразным, применяя аффинное преобразование заданной фигуры, предварительно связать ее с аффинной системой координат, подобранной подходящим для конкретного случая образом.

### Литература

1. Геометрия 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский ; под ред. С. Л. Атанасяна. – Эл. изд. – Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 334 с.). – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10".

2. Жукова, Т.С. Теория и практика обучения эвристикам учащихся основной школы : специальность: 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика) : автореферат диссертации ... кан. пед. наук // Жукова Татьяна Сергеевна ; Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева. – Саранск: 2009. – 19 с.

## HEURISTIC METHODS OF TEACHING THE SOLUTION OF AFFINE PROBLEMS OF ANALYTICAL GEOMETRY

Saveljev V.M., Kirichevskiy R.V.



**Abstract.** The article describes in detail examples of solving problems of analytical geometry that have an affine character. Using the considered heuristic techniques for solving affine problems makes it possible to effectively build the educational process when studying the course of analytical geometry.

**Keywords:** *heuristics, geometric transformations, affine transformations, affine problem, metric problem.*



## РАЗНОУРОВНЕВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ КАК СРЕДСТВО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ИНЖЕНЕРНО-МАТЕМАТИЧЕСКОМ КЛАССЕ

Сапегин Владимир Андреевич,  
аспирант,

*e-mail: vladimir.sapegin2012@yandex.ru*

**ФГБОУ ВО «Армавирский государственный педагогический университет», г. Армавир, Россия**



**Аннотация.** В статье обоснована роль разноуровневых тестовых заданий при изучении иррациональных уравнений с параметрами, которые являются средством обучения математике в инженерно-математическом классе. Для уровней групп А, Б, В (предложенных автором) показаны разноуровневые тестовые задания, распределенные в соответствии с их содержанием. Приведены задания с выбором одного ответа, открытой формы и на установление соответствия.

**Ключевые слова:** *тестовые задания, разноуровневые тестовые задания, иррациональные уравнения с параметрами, уровневые группы, методика обучения математике, инженерно-математический класс.*



Организация обучения в инженерно-математическом классе привлекает внимание отечественных ученых и учителей. Отметим, что многие исследователи (А.А. Лепешев [4], Д.Р. Мерзлякова [5], А.А. Мирошниченко [5] и др.) показывают методические особенности обучения математике в данных классах. Для обучающихся инженерно-матема-

тического класса авторы проектирует специальные средства обучения. Придерживаясь позиции М.В. Дербуш [3], С.Н. Скарбич [3], которые говорят о том, что средством информационных технологий при обучении математике является тест, мы выделяем тестовые задания, как одно из составляющих данного окружения.

Отметим, что школьники инженерно-математического класса имеют разный уровень математической подготовки. В связи с этим возникает необходимость в проектировании разноуровневых тестовых заданий. Под разноуровневым тестовым заданием будем понимать специально подобранное стандартизированное задание для проверки знаний и умений обучающихся трех уровней групп (А, Б, В), сформированных в соответствии с их математической подготовкой [6].

Экспериментальным путем нами было установлено, что обучающиеся распределены в уровневые группы в соответствии:

- 1) с владением методами решения задач с параметрами;
- 2) со скоростью восприятия информации, представленной в символьном виде;
- 3) с особенностями восприятия информации, представленной в графическом виде;
- 4) с готовностью воспринимать информацию, представленную в текстовом виде [6].

Опрос учителей математики школ Кавказского района (Краснодарский край) в 2022-2023 году, а также анализ заданий государственной итоговой аттестации в форме ОГЭ и ЕГЭ по математике позволили выделить следующие типы тестовых заданий:

- 1) с выбором одного или нескольких ответов;
- 2) открытой формы;
- 3) на установление соответствия.

Приведем пример разноуровневого тестового задания с выбором одного ответа. На рисунке 1 показано иррациональное уравнение с параметром  $\sqrt{2ax - 1} = x - 1$ .

Отметим, что вышепоказанные тестовые задания используются при проведении уроков-практикумов, а также для проведения оценочных процедур, необходимых для проверки умения решать иррациональные уравнения с параметрами.

Таким образом, данное тестовое задание необходимо для проверки усвоения обучающимися ранее изученного материала, а также для дальнейшего изучения нового материала.

Приведем характеристику содержания разноуровневого тестового задания открытой формы, в котором необходимо восстановить план по решению уравнения с параметрами (таблица 1).

Решите уравнение  $\sqrt{2ax-1} = x-1$ . Укажите значение параметра  $a$ , при которых уравнение имеет единственное решение.

- ☐  $a \in (-\infty; \sqrt{2}-1)$
- ☐  $a \in (\sqrt{2}-1; \frac{1}{2}]$
- ☒  $a \in \{\sqrt{2}-1\} \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$
- ☐  $a \in (-\infty; \sqrt{2}-1)$

Группа А

Решите уравнение  $\sqrt{2ax-1} = x-1$ . Укажите наибольшее целое значение параметра  $a$ , при котором уравнение не имеет решения.

- ☐  $a = 1$
- ☒  $a = 0$
- ☐  $a = -2$
- ☐  $a = -1$

Группа Б

Решите уравнения  $\sqrt{2ax-1} = x-1$  и  $\sqrt{2x+1} = x-a$ . Укажите наибольшее общее целое значение параметра  $a$ , при котором уравнения не имеют решений.

- ☐  $a = 1$
- ☐  $a = 0$
- ☒  $a = -2$
- ☐  $a = -1$

Группа В

Рисунок 1 – Пример разноуровневого задания с выбором одного ответа

Приведем характеристику содержания разноуровневого тестового задания открытой формы, в котором необходимо восстановить план по решению уравнения с параметрами (таблица 1).

*Таблица 1 – Характеристика содержания разноуровневого тестового задания открытой формы*

| <i>Содержание задания</i>                                                                       |                                                                              | <i>Уровневая группа</i> |          |          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------|----------|
|                                                                                                 |                                                                              | <i>А</i>                | <i>Б</i> | <i>В</i> |
| Таблица, схема содержат этапы решения иррационального уравнения с параметрами                   |                                                                              | +                       | +        | +        |
| Содержание этапа по решению иррационального уравнения с параметрами представлено                | в текстовом виде, запись уравнения в символьном виде                         | +                       | -        | -        |
|                                                                                                 | в символьном виде (имеются краткие комментарии)                              | -                       | +        | -        |
|                                                                                                 | в символьном виде                                                            | -                       | -        | +        |
| Заполнение пропуска этапа по решению иррационального уравнения с параметрами                    |                                                                              | +                       | +        | +        |
| Заполнение пропусков в этапе и его содержании по решению иррациональных уравнений с параметрами | по одному пропуску в этапе и его содержании (текстовый вид)                  | +                       | -        | -        |
|                                                                                                 | по несколько пропусков в этапе и его содержании (символьный и текстовый вид) | -                       | +        | -        |
|                                                                                                 | по несколько пропусков в этапе и его содержании (символьный вид)             | -                       | -        | +        |

Покажем пример разноуровневого тестового задания открытой формы, в котором необходимо записать слово или последовательность слов (рисунок 2). Условие тестового задания заключается в восстановлении плана по решению иррационального уравнения с параметрами (заполнить пробелы в предлагаемой таблице, схеме и т.д.).

Отметим, что вышепоказанные задания используются при проведении фронтального опроса, необходимого для проверки умений работы с информацией, представленной в таблицах. Таким образом, тестовое задание необходимо для проверки усвоения обучающимися плана по решению иррационального уравнения с параметрами.

Анализируя работы В.И. Голубева и А.М. Гольдмана [2], мы приходим к тому, что при решении задач с параметрами аналитическими методами целесообразно использовать ось параметров для иллюстрации решения. Отметим, что Э.С. Беляева [1] акцентирует внимание на использовании оси ответов при решении задач с параметрами.

| Этапы решения иррационального уравнения с параметрами                         | Содержание этапа по решению иррационального уравнения                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Вид иррационального уравнения с параметрами                                   | Определить вид иррационального уравнения с параметром<br>$\sqrt{f(x)}(g(x, a)) = 0$                                                                                                  |
| Метод решения иррационального уравнения с параметром                          | аналитический (использование формул, правил, равносильных переходов), функционально-графический (построение эскизов графиков нескольких функций, нахождение точек пересечения) и др. |
| Рекомендации по выбору метода решения иррационального уравнения с параметрами | аналитический (использование равносильного перехода в совокупность уравнения и системы уравнений и неравенств)                                                                       |
| _____ схема _____ решения иррационального уравнения с параметрами             | $f(x) = 0$ или $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x, a) = 0 \end{cases}$                                                                                                                |
| Решение иррационального уравнения, записать ответ                             | Найти _____ пересечение _____ системы, после нахождения пресечения, найти объединение решения уравнения с системой. Записать полученный ответ.                                       |

### Группа А

| Этапы решения иррационального уравнения с параметрами                         | Содержание этапа по решению иррационального уравнения                               |
|-------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Вид иррационального уравнения с параметрами                                   | Определить вид иррационального уравнения с параметром<br>$\sqrt{f(x)}(g(x, a)) = 0$ |
| Метод решения иррационального уравнения с параметром                          | аналитический функционально-графический и др.                                       |
| Рекомендации по выбору метода решения иррационального уравнения с параметрами | аналитический ( _____ равносильный _____ переход к совокупности)                    |
| _____ схема _____ решения иррационального уравнения с параметрами             | $f(x) = 0$ или $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x, a) = 0 \end{cases}$               |
| Решение иррационального уравнения, записать ответ                             | система – _____ пересечение _____, совокупность – _____ объединение _____           |

### Группа Б

Рисунок 2 – Пример разноуровневого тестового задания открытой формы

Мы придерживаемся этого и выделяем тестовые задания на выбор одного ответа или на установление последовательности, в которых будут

представлены иррациональные уравнения с параметрами и графическая интерпретация ответа.

На рисунке 3 предложено тестовое задание для группы Б.

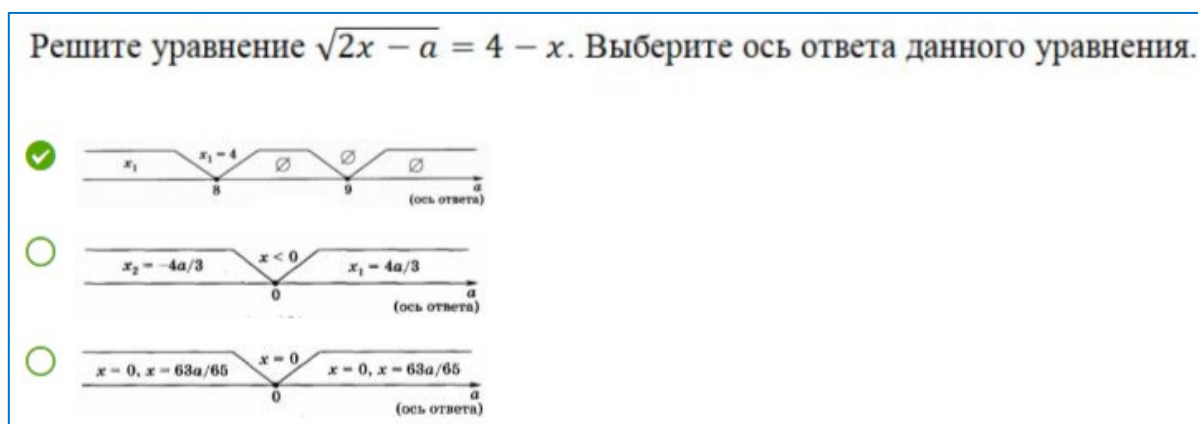


Рисунок 3 – Пример разноуровневого задания с выбором одного ответа для группы Б

Отметим, что для уровней групп предлагается единое иррациональное уравнение с параметром. Отличительные особенности имеет ось ответов: для группы А – оси ответов имеют одинаковое минимальное количество промежутков; для группы Б – оси ответов, имеют различное минимальное количество промежутков; для группы В – оси ответов имеют максимально возможное количество промежутков.

Покажем тестовое задание на соответствие для уровня группы В (рисунок 4).



Рисунок 4 – Пример разноуровневого задания на установления соответствия для группы В

Нами обосновано, что для уровня группы А необходимо в задание включать разные типы иррациональных уравнений с параметрами для нахождения учениками соответствующей оси ответов; для уровня

группы Б – иррациональные уравнения с параметрами могут быть одного типа, но оси ответов, с которыми устанавливается соответствие, должны сопровождаться комментариями; для уровневой группы В – иррациональные уравнения с параметрами обязательно должны быть одного типа, а осей ответов – больше, чем предложенных уравнений.

Отметим, что вышепоказанные задания используются при проведении фронтального опроса, необходимого для проверки умения работать с информацией, представленной в графическом виде. Таким образом, тестовое задание необходимо для проверки усвоения обучающимися умения записывать решение уравнения, используя ось параметров (графическая интерпретация).

Нами отобрано содержание тестовых заданий в зависимости от уровневых групп. Отметим, что у обучающихся имеется различный уровень математической подготовки, а, следовательно, для обучения математике в инженерно-математическом классе возникает необходимость использования эффективных средств обучения. Мы приходим к выводу, что таким средством обучения являются разноуровневые тестовые задания в связи с тем, что они позволяют обучающимся показать свой образовательный потенциал в соответствии с его запросом на изучение математики в инженерно-математическом классе.

### **Литература**

1. Беляева, Э.С. Математика. Уравнения и неравенства с параметрами. В 2 ч. Ч. 2: учебное пособие / Э.С. Беляева, А.С. Потапов, С.А. Титоренко. – Москва : Дрофа, 2009. – 444 с.
2. Голубев, В.И. О задачах с параметрами / В.И. Голубев, А.М. Гольдман. – Текст электронный // Математика. – 2002. – № 23. – URL: [http://mat.1september.ru/view\\_article.php?ID=200202302](http://mat.1september.ru/view_article.php?ID=200202302) (дата обращения: 11.11.2023).
3. Дербуш, М.В. Инновационные подходы к использованию информационных технологий в процессе обучения математике / М.В. Дербуш, С.Н. Скарбич // Непрерывное образование: XXI век. – 2020. – Вып. 2 (30). – DOI: 10.15393/j5.art.2020.5689.
4. Особенности обучения в классах инженерно-технологического профиля / А.А. Лепешев, В.В. Куимов, С.А. Подлесный, Д.А. Толстой, А.В. Козлов, Т.В. Погребная, О.В. Сидоркина // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2016. №3 (37). – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-obucheniya-v-klasseh-inzhenerno-tehnologicheskogo-profilya> (дата обращения: 16.10.2023).
5. Мерзлякова, Д.Р. Разработка методики обучения школьников в профильных инженерно-технологических классах / Д.Р. Мерзлякова, А.А. Мирошниченко // Современные наукоемкие технологии. – 2018. – № 10 – С. 211–215.

6. Сапегин, В.А. Разноуровневые тестовые задания по теме «Иррациональные уравнения с параметрами» / В.А. Сапегин, Т.К. Смыковская // Обзор педагогических исследований. – 2023. – Том 5. № 6. – С. 152–157.

### **MULTI-LEVEL TEST TASKS AS A MEANS OF TEACHING MATHEMATICS IN AN ENGINEERING AND MATHEMATICS CLASSROOM**

**Sapegin Vladimir**



**Abstract.** The article substantiates the role of multi-level test tasks in the study of irrational equations with parameters, which are a means of teaching mathematics in an engineering and mathematical classroom. For level groups A, B, C (proposed by the author), multi-level test tasks are shown, distributed according to their content. Tasks with a choice of one answer, an open form and to establish compliance are given.

**Keywords:** *test tasks, multi-level test tasks, irrational equations with parameters, level groups, methods of teaching mathematics, engineering and mathematical class.*



### **СЕМАНТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СМЫСЛОВЫХ ЕДИНИЦ И МОРФОЛОГИЧЕСКИЙ РАЗБОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕРМИНОВ ДЛЯ РАЗВИТИЯ МЫСЛИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Семенова Ирина Николаевна,  
кандидат педагогических наук, доцент,  
e-mail: [semenova\\_i\\_n@mail.ru](mailto:semenova_i_n@mail.ru)**

**Слепухин Александр Владимирович,  
кандидат педагогических наук, доцент,  
e-mail: [ikto2016@gmail.com](mailto:ikto2016@gmail.com)**

**ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический  
университет», г. Екатеринбург, Россия**



**Аннотация.** В рамках решения проблемы достижения всей совокупности результатов, в том числе – развития мышления, на примерах заданий для курса математики иллюстрируется идея обогащения методики ее обучения специальной деятельностью, включающей морфологический,

лексический и семантический анализ названий математических объектов для выделения смысловых взаимосвязей между их компонентами.

**Ключевые слова:** *семантический анализ, морфологический анализ, лексический анализ, учебно-познавательные задания, мыслительная деятельность.*



Для успешного осуществления социальных, профессиональных, бытовых и других действий в условиях динамично изменяющегося мира человеку необходимо развитие разных стилей мышления (образного, научного, художественного). Эти стили проявляются в определённых умственных навыках, поэтому современному обучающемуся необходимо владеть определёнными приёмами и методами мышления. Для формирования заявленного овладения значимую роль играет развитие таких типов и форм мышления как индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация, систематизация, аналогия (терм. [6]) и др. В указанном аспекте могут быть использованы математические объекты при исследовании не только механизмов логических построений для получения математических умозаключений, но и правил конструирования их определений, а также появления названий и образования терминов.

В контексте сказанного сформулируем задачу, связанную с выделением примеров из школьного курса математики, которые способствуют выработке умения формулировать и обосновывать суждения не только на личностном и метапредметном уровнях, но и определяют успешность овладения материалом на предметном уровне за счет, например, прогностической деятельности.

Решение поставленной задачи будем искать в поле требований Федеральной рабочей программы Математика. 5–9 классы (базовый уровень), 2023 г. (ФРПМ), определяющей один из функционалов предмета в возможности «развивать у обучающихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления» (С.4).

При этом в качестве специфического инструмента для решения поставленной задачи выделим морфологический анализ слова, а также лексический и семантический анализ предложений, устоявшихся конструкций математических словосочетаний, названий объектов, позволяющий установить смысловые отношения между словами.

Обратимся к теме «Алгебраические выражения» (27 часов), содержание которой включает «Формулы сокращённого умножения» и в качестве результата устанавливает следующий регламент умений обучающихся: «Выполнять умножение одночлена на многочлен и

многочлена на многочлен, применять формулы квадрата суммы и квадрата разности. Осуществлять разложение многочленов на множители путём вынесения за скобки общего множителя, применения формулы разности квадратов, формул сокращённого умножения» (ФРПМ, С. 48-49).

Смысл названия темы «Формулы сокращенного умножения» в представленных вариантах печатной учебной литературы для школьников (например, [4], [5]), а также большого количества содержащихся в интернете источников вообще не раскрывается, содержательный подход не фиксируется, что не способствует тому, чтобы обучающиеся через некоторое время после изучения темы вспомнили (или предположили на первом уроке изучения), о чем этот материал.

Основной материал для «запоминания» (термин трактуется согласно языку деятельностного подхода [3]) представлен следующим образом:

1.  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ ;
2.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ;
3.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ;
4.  $(a + b)^3 = a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3$ ;
5.  $(a - b)^3 = a^3 - 3ab^2 + 3a^2b - b^3$ ;
6.  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ;
7.  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ .

Формулы 1–5 (при дополнительном, в случае необходимости, указании того, что  $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$  и  $(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b)$  и, аналогично, для 4 и 5 при специальном выяснении вариативности последовательности слагаемых в выражении правой части каждого равенства) в самом деле показывают суть сокращения процедуры выполнения умножения, раскрывая смысл заявленной темы (дополним, что не только для понимания и запоминания, а также и для формирования регулятивных универсальных учебных действий можно провести работу по сравнению времени выполнения умножения при использовании формул и при умножении «по алгоритму почленного перемножения многочленов» с обсуждением того, какой вариант важнее выбрать, выполняя задания, предполагающие умножение многочленов в ситуации ограничения времени или, может, в ситуации «от волнения забыл формулу»).

Но формулы 6 и 7, читаемые по привычке «слева направо», не раскрывают сути действия, которое называется «сокращенным умножением».

Визуализацию представленного материала следует изменить не только для раскрытия содержания процедуры, обозначенной словами в названии темы (основа – семантический разбор), но и для выделения (построения предположения на каком-нибудь символическом языке) того, что же будет предметом и результатом изучения (по смысловому названию темы будем учиться быстро, то есть «сокращенно» умножать многочлены по формулам, то есть использовать правила для перехода от произведения

– выражения, содержащего множители, к другому выражению). Предложенная после такого анализа прогностическая работа по представлению материала в логике «произведение – выражение, как результат выполнения умножения» позволит не только создать аналогию для закрепления знаний (терм. [1]), но и условия, которые обеспечат грамотный выбор учащимися заданий, связанных с рассматриваемой темой, а также самостоятельное получение новых знаний и умений (отбора, классификации, структурирования, обобщения, прогнозирования и др.), которые, например,

- а) требуют использование знаний по теме;
- б) требуют дополнения материала, например, получения формул для  $(a + b)^n$ .

Комментируя идеи п. а), приведем примеры учебно-познавательных заданий при изучении тем алгебры 7 кл.

В теме «Преобразование выражений» специального рассмотрения требуют задания на преобразования выражений в определенный вид многочлена и на преобразования выражений, связанные с разложением многочлена на множители. В контексте сказанного целесообразно дополнить материал учебно-познавательным заданием на выбор и обоснование выбора конкретной формулы сокращенного умножения и правилом ее прочтения (слева направо или наоборот).

В теме «Сокращение дробей» задание на сокращение (упрощение, необходимое для вычисления, если оно требуется) дроби следует сопровождать комментарием смысла слов и связей в названии темы (сократить – значит упростить, уменьшить) и дополнить включением соответствующих учебных заданий, связанных:

- с выделением (проговариванием) тех дополнительных действий и преобразований, в результате которых может произойти упрощение;
- с выбором порядка прочтения необходимых для преобразования формул.

Описанный подход может быть применен при изучении различных тем школьного курса математики, например:

«Квадратные уравнения. Неполные и полные квадратные уравнения»;

«Движение плоскости» (при выяснении содержательного смысла разницы «движение плоскости»);

«Преобразование плоскости» (на основе морфологического анализа слов «движение» и «преобразование») и др.

Представленный подход, иллюстрируемый приведенными материалами, имеет дидактическую значимость на каждом из уровней образования: личностном, предметном, метапредметном, создавая условия для развития мышления при диалектических переходах от формального к

содержательному и наоборот (по схеме Х.Ж. Ганеева [2]), а также обеспечивая:

- понимание ценности научного познания за счет овладения языком математики и математической культурой как средством познания мира;
- овладение простейшими навыками исследовательской деятельности;
- аргументирование и корректировку вариантов решений (не только узко тематических предметных задач, но и решений, связанных с логикой построения материала) при структурном включении новой информации;
- прогнозирование направления поиска для получения (в том числе – самостоятельно) новой информации;
- выявление и формулировку характеристик существенных признаков математических объектов, понятий, отношений между понятиями;
- формирование умения выбирать основания для обобщения и сравнения.

### **Литература**

1. Современные аспекты методики обучения математике: учеб. пособие / Т.Л. Блинова, Э.А. Власова, И.Н. Семенова, А.В. Слепухин ; под ред. И.Н. Семеновой, А.В. Слепухина. – 2-е изд.; ГОУ ВПО «Урал. гос. пед. университет». – Екатеринбург, 2009. – С. 66–75.
2. Ганеев, Х.Ж. Теоретические основы развивающего обучения математике / Х.Ж. Ганеев ; Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург : УрГПУ, 1997. – 160 с.
3. Епишева, О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: кн. для учителя / О.Б. Епишева. – Москва: Просвещение, 2003. – 223 с.
4. Мерзляк, А.Г. Алгебра: 7 класс : углубленный уровень : учебник / А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков / под ред. Е. В. Подольского. – 8-е изд. – Москва : Просвещение, 2022. – 336 с.
5. Мордкович, А.Г. Алгебра. 7 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. Ч.1 / под ред. А.Г. Мордковича. – Москва : Мнемозина, 2021. – 234 с.
6. Шадриков, В.Д. Психология деятельности человека. Психология деятельности человека / В. Д. Шадриков ; Российская акад. наук, Ин-т психологии. – Москва : Институт психологии РАН, 2013. – 463 с.

### **SEMANTIC ANALYSIS OF MEANING UNITS AND MORPHOLOGICAL ANALYSIS OF MATHEMATICAL TERMS FOR THE DEVELOPMENT OF STUDENTS THINKING ACTIVITY**

**Semenova Irina, Slepukhin Alexander**

—•—•—•—•—•—•—

**Abstract.** As part of solving the problem of achieving the entire set of results, including the formation of mental operations, examples of tasks for a mathematics course illustrate the idea of enriching the methodology of its teaching with specially organized activities, including morphological, lexical and semantic analysis of the names of mathematical objects to highlight the semantic relationships between their components.

**Keywords:** *semantic analysis, morphological analysis, lexical analysis, educational and cognitive tasks, mental activity.*

—•—•—•—•—•—•—

## ПОДГОТОВКА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ: ОТ ОВЛАДЕНИЯ ЭВРИСТИЧЕСКИМИ ПРИЕМАМИ К ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНО-ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

**Скафа Елена Ивановна,**  
*доктор педагогических наук, профессор,*  
*e-mail: e.skafa@mail.ru*  
**ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,**  
**г. Донецк, Россия**

—•—•—•—•—•—•—

**Аннотация.** Современный учитель математики должен быть готов к трансформации основных видов своей педагогической деятельности в направлении цифровизации и технологизации. Такой подход предполагает перестройку и системы подготовки будущего учителя в высшей педагогической школе. В статье делается акцент на раскрытии одного из компонентов такой системы: внедрение технологии организации эвристической деятельности студентов по овладению эвристическими приемами, позволяющими в дальнейшем будущим учителям математики организовывать проектно-эвристическую деятельность обучающихся.

**Ключевые слова:** *эвристические приемы, подготовка будущего учителя математики, технологии эвристического обучения математике, цифровые образовательные проекты, проектно-эвристическая деятельность.*

—•—•—•—•—•—•—

В последние годы в педагогической литературе активно обсуждается проблема подготовки учителя, который сможет обучать школьников поколения Z, важной особенностью которых является слабая развитость

самостоятельности мышления, поскольку они отдают предпочтение электронной деятельности в цифровом пространстве, что предусматривает в основном наличие шаблонов и алгоритмических указаний. В этих условиях работа учителя, особенно учителя математики, усложняется, так как ему необходимо находить такие современные технологии обучения, которые смогли бы формировать у обучающихся не только алгоритмические приемы, обеспечивающие освоение базового учебного материала, но и прививать интерес школьников к предмету, овладевать эвристическими приемами деятельности, служащими предпосылкой формирования познавательных потребностей и творческих способностей.

Таким образом, чтобы будущий учитель математики смог обучать современных школьников эвристическим приемам, организовывать учебно-познавательную эвристическую деятельность, создавать эвристико-дидактические конструкции для организации индивидуальной познавательной деятельности обучающихся, ему необходимо освоить эвристические приемы (особые приемы, составляющие поисковые стратегии и тактики, определяющие самое общее направление мысли, сформированные в ходе решения одних задач и более или менее сознательно переносящиеся на другие), овладеть идеологией эвристического обучения математике [2; 5; 7; 10], развить ИКТ-компетентность как основу цифровой грамотности обучающихся [1].

То есть авторский инновационный подход – это построение системы подготовки нового поколения учителей математики на основе организации эвристической и проектной деятельности студентов, что обеспечит им овладение фундаментальными математическими знаниями в сочетании со сформированной методической компетентностью и свободным владением цифровыми технологиями [6].

Остановимся на опыте внедрения технологии организации эвристической и проектной деятельности будущих учителей математики организованном в Донецком государственном университете.

Технология включает несколько этапов. *На первом этапе* обучения в университете студенту предлагается овладеть эвристическими приемами, формируются умения использовать такие приемы при решении нестандартных математических задач. *На втором этапе* будущий учитель математики должен сформировать умения создавать эвристические подсказки («размытые» наведения на поиск решения задачи), которые помогут ему в процессе овладения методической компетентностью. *Третий этап* предполагает овладение будущими учителями математики в рамках эвристической деятельности проектными технологиями, которые расширяют их возможности по созданию эвристических образовательных проектов для школьников.

Третий этап технологии обеспечивается дисциплиной «Основы проектной деятельности», которая изучается студентами на третьем курсе, и выполнением научно-исследовательской работы студентов в рамках

курсовых работ и выпускных квалификационных работ в бакалавриате. Он частично описан нами в работах [7; 9]. Второй этап связан с изучением дисциплины «Методика обучения математике», идеология которой построена на идее эвристического конструирования учебной деятельности [3]. Этот подход представлен в нашем учебном пособии [8]. Поэтому в данной статье более подробно остановимся на характеристике первого этапа технологии.

Целенаправленное овладение эвристическими приемами студентами – будущими учителями математики происходит в рамках изучения дисциплины «Эвристики в решении математических задач». В ней организуется эвристическая деятельность, которая, по мнению А.В. Хуторского, в наибольшей мере подготавливает обучаемых к восприятию современного мира и предоставляет возможность через приобретение ими эвристических приемов и умений, участвовать в разработке разнообразных ученических проектов, гармонически развиваться [10].

Дисциплина «Эвристики в решении математических задач» относится к вариативной части образовательной программы, изучается студентами на втором курсе бакалаврской программы подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (Профиль: математика и информатика).

*Целью дисциплины* является изучение основ эвристик и эвристической деятельности в обучении математике и ознакомление с разными приемами, формами, методами и средствами формирования эвристической деятельности школьников в процессе обучения решению математических задач; ознакомление студентов с приемами поиска решения математических задач с применением эвристических приемов.

Содержание основывается на базе дисциплин: «Практикум по решению математических задач», «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Теория чисел» и др. Формирует основу для освоения дисциплин: «Основы проектной деятельности», «Методика обучения математике», «Дополнительные разделы методики обучения математике», «Избранные разделы математики: алгебра и геометрия», «Технологии эвристического обучения математике», «Методика подготовки учащихся к участию в математических конкурсах и олимпиадах» и др.

Нами сформулированы основные задачи дисциплины:

- ознакомить с различными трактовками понятия «эвристика», раскрыть суть понятия «эвристика», ее цель, функции;
- охарактеризовать эвристические приемы на основе их классификации;
- обучить использовать эвристические приемы общего и специального видов в процессе поиска решения нестандартных задач;
- сформировать представление об эвристических задачах и их системах;
- научить составлять алгоритмические и эвристические подсказки к

математическим задачам;

– ознакомить с приемами конструирования математических задач на основе расширения содержания эвристик.

Для обеспечения реализации поставленных задач нами выделены четыре содержательных модуля дисциплины:

1. Эвристики, их виды и классификация.
2. Базовые эвристики в решении нестандартных математических задач.
3. Эвристические задачи и их системы в обучении математике.
4. Методика обучения решению эвристических задач по математике.

В первом содержательном модуле студенты вводятся в мир эвристики: они знакомятся с сущностью понятия «эвристика», различными трактовками понятия эвристики с точки зрения философии, психологии, техники, кибернетики, педагогики, а также целью и функциями эвристик в обучении математике. В этом модуле происходит знакомство студентов с эвристическими приемами и их классификацией в авторской трактовке (рисунок 1).

Представленная классификация служит показателем целесообразности применения эвристических приемов как поисковых стратегий решения проблем в различных областях знаний, а также в нестандартных математических задачах при пошаговом поиске их решения.

Более подробно студенты знакомятся с общими эвристиками в виде приемов мыслительной деятельности и эвристическими ориентирами (общими и специфическими), а также специальными эвристиками и их видами. Анализ вышеперечисленных эвристических приемов дает возможность будущему учителю математики глубже исследовать вопросы влияния эвристик на управление процессом обучения математике, формирование приемов познавательной и творческой деятельности обучаемых.

Во втором содержательном модуле дисциплины студенты изучают базовые эвристики в решении нестандартных математических задач. Акцент делается на следующих приемах: введение вспомогательной переменной; выражение одной переменной через другую; выделение целой части дроби; разбиение «целого на части»; реконструкция «целого по части»; инверсия; переформулировка задачи; индукция; испытания на правдоподобие; введение вспомогательного элемента и др. Особым блоком выделяется комбинирование различных эвристик при решении математических задач, где рассматриваются примеры заданий по обучению школьников эвристическим приемам, студентами выполняются задания на распознавание эвристик.

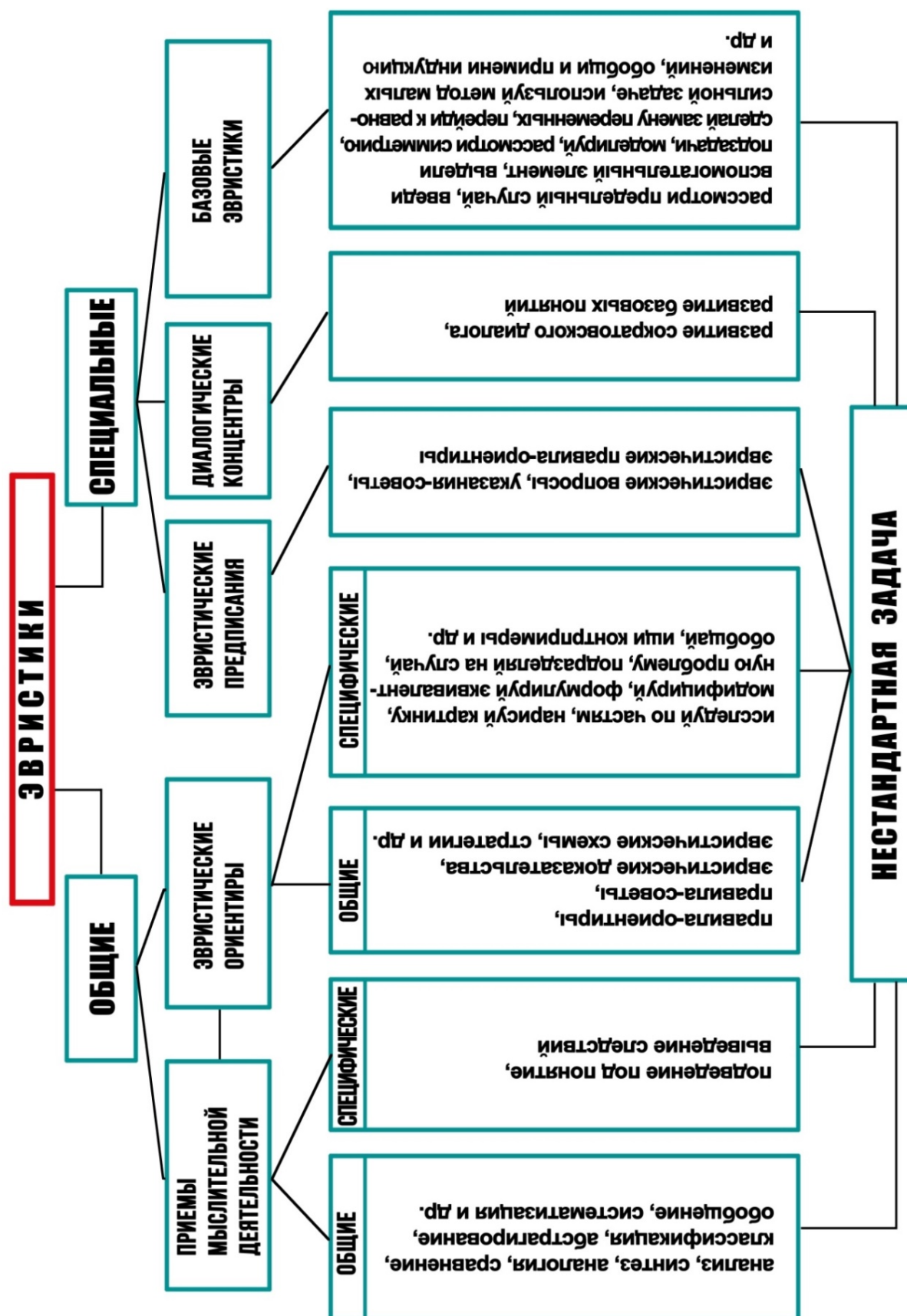


Рисунок 1 – Схема классификации эвристических приемов

В содержательном модуле «Эвристические задачи и их системы в обучении математике» на основе исследования методологического подхода к пониманию роли эвристической задачи в математическом образовании школьников вводятся понятия *эвристической задачи* (как нестандартной задачи, допускающей самостоятельное формулирование способа ее решения, в процессе которого ученик попадает в ситуацию проявления своих эвристических позиций) и *эвристически ориентированной системы задач* (система задач, в состав которой входят как алгоритмические, так и эвристические задачи, при решении которых используются как наборы ранее усвоенных алгоритмов, так и эвристики общего и специального вида, система, которая способствует управлению эвристической деятельностью обучающихся) [4]. Изучается алгоритмическая и эвристическая составляющие в решении математической задачи. Происходит обучение студентов построению эвристических подсказок.

В четвертом модуле вводится понятие *эвристического умения* (как умения осуществлять целенаправленный поиск решения нестандартной задачи путем использования эвристических приемов), изучаются этапы формирования эвристических умений в процессе решения нестандартных математических задач, а также строятся приемы конструирования математических задач, используя принцип развития задачи.

Четвертый содержательный модуль (методика обучения решению эвристических задач по математике) подготавливает студентов к осознанному и мотивированному освоению дисциплины «Методика обучения математике» на третьем курсе [8]. Такой подход продиктован тем, что, подготавливая студентов ко второму этапу технологии организации эвристической и проектной деятельности будущих учителей математики (овладение умениями создания эвристических подсказок при решении математических задач и конструировании компьютерных тренажеров), мы исходим из того, что формирование методической компетентности будущего учителя математики нужно строить на основе овладения идеологией эвристического обучения математике в сочетании с проектными технологиями и цифровыми навыками.

В рамках самостоятельной работы по дисциплине «Эвристики в решении математических задач» будущим учителям математики и информатики предлагается, выбрав одну из тем школьного курса математики 7–9 классов:

- создать компьютерный продукт (игру, тренажер, тест) на распознавание эвристик;
- создать систему эвристически ориентированных заданий (возле каждой задачи написать, какие эвристики используются при ее решении);
- создать тренажер по обучению решению системы задач с обязательным использованием эвристических подсказок.

В конце семестра проходит защита студенческих проектов по разработке тренажеров по решению задач с эвристическими подсказками.

Таким образом, технология организации эвристической и проектной деятельности будущих учителей математики в высшей педагогической школе подготавливает студентов к продуктивной работе в условиях нового технологического уклада. Направлена такая технология на обучение цифрового поколения школьников.

### **Литература**

1. Роберт И. В. Дидактика эпохи цифровых информационных технологий / И.В. Роберт // Профессиональное образование. – 2019. – № 3. – С. 16–26.
2. Саранцев Г.И. Эвристики в школьном курсе геометрии / Г.И. Саранцев // Математика в школе. – 2008. – №4. – 28 с.
3. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студ. мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2002. – 224 с.
4. Скафа Е.И. Методологический подход к пониманию роли эвристической задачи в математическом образовании школьников / Е.И. Скафа, М.В. Дрозд // Дидактика математики : проблемы и исследования. – 2017. – Вып. 46. – С.15–20.
5. Скафа Е.И. Технологии эвристического обучения математике : учебное пособие / Е.И. Скафа, И.В. Гончарова, Ю.В. Абраменкова. – 2-е изд. – Донецк: ДонНУ, 2019. – 220 с.
6. Скафа, Е.И. Как изменяется методическая компетентность учителя математики в цифровую эпоху? / Е.И. Скафа // Человеческий капитал. – 2021. – №12 (156), том 2. – С. 71–78. DOI: 10.25629/НС.2021.12.44
7. Скафа, Е.И. Организация проектно-эвристической деятельности будущих учителей математики по созданию мультимедийных средств обучения / Е.И. Скафа // Информатика и образование. – 2021. – № 5. – С. 59–64. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-5-59-64
8. Скафа, Е.И. Методика обучения математике : эвристический подход. Общая методика / Е.И. Скафа. – Издание второе. – Москва : ООО «Директ-Медиа», 2022. – 441 с.
9. Скафа Е.И. Эвристические образовательные проекты для старшеклассников в условиях цифровизации образования / Е.И. Скафа, О.С. Киселёва // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании : Материалы VII Международной научной конференции, Красноярск, 19-22 сентября 2023 года / под общей редакцией М.В. Носкова. – Красноярск : Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2023. – С. 518–522.

10. Хуторской А.В. Эвристическое обучение. В 5 т. Т.3. Методика / под ред. А.В. Хуторского. – Москва: Эйдос, 2012. – 208 с.

**PREPARATION OF A FUTURE MATHEMATICS TEACHER: FROM MASTERING  
HEURISTIC TECHNIQUES TO ORGANIZING DESIGN AND HEURISTIC  
ACTIVITIES**

*Skafa Elena*



**Abstract.** *A modern mathematics teacher should be ready to transform the main types of his teaching activities in the direction of digitalization and technologization. This approach involves the restructuring of the system of training future teachers in higher pedagogical schools. The article focuses on the disclosure of one of the components of such a system: the introduction of technology for organizing students' heuristic activities to master heuristic techniques that allow future mathematics teachers to organize students' design and heuristic activities in the future.*

**Key word:** *heuristic techniques, training of a future mathematics teacher, technologies of heuristic teaching mathematics, digital educational projects, design and heuristic activities.*

