РЕШЕНИЕ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАНИЙ КАК СПОСОБ ДОСТИЖЕНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СТАРШЕЙ ШКОЛЕ

Абраменкова Юлия Владимировна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: abramenkovajulia@mail.ru
Барковская Светлана Вячеславовна,
магистрант,
e-mail: Sveta.barkovskaya@yandex.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

Аннотация. В статье описан способ достижения метапредметных результатов посредством решения практико-ориентированных заданий. Приведены приложения математики в географии и архитектуре. Выполнено сопоставление требований практико-ориентированных заданий с типовыми математическими.

Ключевые слова: *метапредметные результаты, практико-ориентированные задания, типовая математическая задача, производная.*

Знания, полученные в разрезе изучения школьных предметов, не могут быть оторваны от практики. Поэтому прикладная направленность школьного материала отображена в Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования в виде требований к метапредметным результатам освоения основной образовательной программы [7]. Также много времени уделяется формированию математической грамотности как в рамках урочной, так и во внеурочной деятельности, что накладывает отпечаток на тексты заданий государственной итоговой аттестации: большинство из них носят практико-ориентированный характер.

Несмотря на вышеперечисленное, большинство обучающихся до сих пор не могут распознать типовую математическую задачу в практико-ориентированной. Изменить сложившуюся ситуацию в положительную сторону поможет применение метапредметного подхода к изучению математики, что позволит преодолеть узкость мышления школьников, развить целостное восприятие мира.

Анализ современной периодической литературы и нормативно-правовых документов показал, что существуют различные способы достижения метапредметных результатов. Приведём некоторые из них:

– проведение системы интегрированных уроков [2];
– решение практико-ориентированных заданий [3, 4];
– организация эвристической, исследовательской и проектной деятельности обучающихся [5, 7];
– использование средств информационно-коммуникационных и цифровых технологий в обучении [1];
– организация проблемного обучения [6].

Рассмотрим возможности использования практико-ориентированных заданий в курсе алгебры и начал математического анализа старшей школы, в частности, при изучении темы «Производная. Применение производной».

Очевидно, что для решения задач на приложения математики в различных областях знаний обучающимся прежде всего необходимо владеть достаточной теоретической базой и навыками решения типовых математических задач. Но даже вышеперечисленное условие не гарантирует тот факт, что задача будет решена: школьники испытывают сложности в распознавании типовой математической задачи в практико-ориентированной. Поэтому становится целесообразным проведение сопоставлений практико-ориентированных задач с соответствующими типовыми, поскольку для решения обеих видов задач используется одинаковый математический аппарат.

Рассмотрим задачу из курса географии.

Задание 1. Область поверхности Земли, имеющая чётко выраженный горный рельеф, задана функцией $H = \dfrac{80x}{4+x^2}$, $x \in (0;39)$, описывающей зависимость высоты от расстояния.

1. Вычислить крутизну склона горы в точке $x_0 = 1$ и определить вид склона по значению его крутизны на основании данных таблицы (табл. 1).

Таблица 1 – Классификация склонов по значению уклона

Вид склона	***Значение уклона***
Пологие	0,03 – 0,04
Слабопокатые	0,05 – 0,08
Покатые	0,09 – 0,13
Сильнопокатые	0,14 – 0,18
Крутые	0,18 – 0,26
Очень крутые	0,27 – 0,35
Чрезвычайно крутые	0,36 – 0,99
Обрывистые	1,00 – 2,75
Отвесные	более 2,75

2. Найти гребневые точки (вершины горы) и килевые точки (точки

горной местности с минимальной высотой) функции *H*, а также значения функции *H* в этих точках.

3. Указать участки области земной поверхности с однообразным уклоном (склоны).

Для того, чтобы решить данную задачу необходимо предложить обучающимся провести аналогию между требованиями данной задачи и соответствующими типовыми задачами из курса алгебры и начал математического анализа старшей школы (табл. 2).

Таблица 2 – Сопоставление требований задания №1 с типовыми задачами из курса алгебры и начал математического анализа

№ п/п	***Требования практико-ориентированной задачи***	***Типовые задачи курса алгебры и начал математического анализа***
11	Вычислить крутизну склона горы в точке $x_0 = 1$.	Вычислить производную функции $H = \frac{80x}{4+x^2}$, $x \in (0;39)$ в точке $x_0 = 1$.
22	Найти гребневые точки и килевые точки функции *H*.	Найти точки экстремума функции $H = \frac{80x}{4+x^2}$ на промежутке (0;39).
33	Найти значения функции *H* в гребневых и килевых точках.	Найти экстремумы функции $H = \frac{80x}{4+x^2}$ на промежутке (0;39).
44	Указать участки области земной поверхности с однообразным уклоном (склоны).	Найти промежутки монотонности функции $H = \frac{80x}{4+x^2}$ на промежутке (0;39).

Проведение сопоставления, представленного в таблице 2, значительно облегчает решение задачи, поскольку обучающиеся сталкиваются с уже знакомыми формулировками заданий.

Рассмотрим задачу из области архитектуры.

Задание № 2. Дана схема вантового моста (рис. 1).

Если ввести систему координат, то цепь моста будет представлена в виде уравнения $y = 0,0061x^2 - 0,854x + 33$.

Найдите длину ванты, расположенной в 50 метрах от пилона и тангенс угла наклона цепи, расположенной в 50 метрах от пилона, к полотну моста.

Проведём аналогичное предыдущей задаче сопоставление (табл. 3).

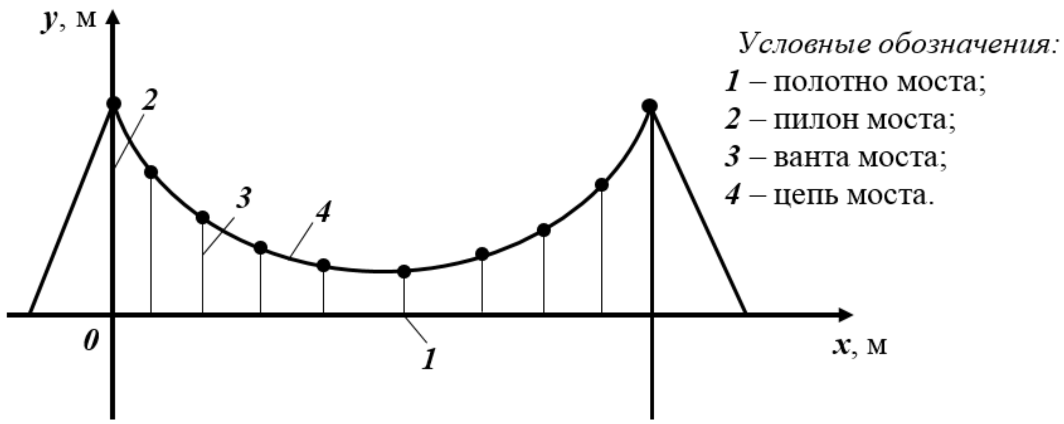


Рисунок 1 – Схема вантового моста

Таблица 3 – Сопоставление требований задания №2 с типовыми задачами из курса алгебры и начал математического анализа

№ п/п	**Требования практико-ориентированной задачи**	**Типовые задачи и курса алгебры и начал математического анализа**
11	Найдите длину ванты, расположенной в 50 метрах от пилона, если цепь моста представлена в виде уравнения $y = 0,0061x^2 - 0,854x + 33$.	Найти значение функции $y = 0,0061x^2 - 0,854x + 33$ в точке $x = 50$.
22	Найти тангенс угла наклона цепи, расположенной в 50 метрах от пилона, к полотну моста, если его цепь представлена в виде уравнения $y = 0,0061x^2 - 0,854x + 33$.	Вычислить производную функции $y = 0,0061x^2 - 0,854x + 33$ в точке $x_0 = 50$.

Посредством заданий такого типа у обучающихся формируются как *предметные* (находить производную функции, вычислять значение производной в указанной точке, находить точки экстремума функции, значение функции в этих точках, промежутки монотонности функции), так и *метапредметные* умения. Остановимся на последних более подробно:

– самостоятельно определять цель деятельности (*требования задачи*) и составлять план деятельности (*алгоритм решения задачи*);

– выбирать способ решения задачи с учётом имеющихся ресурсов (*данные из условия задачи*) и собственных возможностей;

– сравнивать информацию (*полученный результат крутизны склона со значениями в таблице*), проводить аналогию (*значением производной в точке и крутизной склона, точкой максимума функции и* *вершиной горы, точкой минимума функции и килевыми точками земной поверхности и т.д.*);

– осуществлять моделирование (*функция зависимости значений высоты от расстояния – модель области земной поверхности, имеющей горный рельеф*);

– участвовать в обсуждении хода решения задачи, грамотно аргументировать свою точку зрения.

Применение практико-ориентированных заданий на уроках математики способствует достижению предметных и метапредметных результатов, а значит выполнению требований Федерального государственного образовательного стандарта, подготовке обучающихся к прохождению государственной итоговой аттестации по математике, а также расширяет кругозор, формирует целостное мировоззрение, демонстрирует применение математического аппарата на практике.

Литература

1. Абдуллаев, А.Н. Методические аспекты использования информационно-коммуникативных технологий в процессе обучения математике / А. Н. Абдуллаев, К. Останов, Г. Д. Пошоходжаева // Проблемы науки. – 2022. – № 3. – С. 5–7.

2. Габайдулина, Е.Ю. О некоторых аспектах реализации метапредметного подхода в преподавании математики через систему интегрированных уроков / Е. Ю. Габайдулина, Л. И. Сербина // Вопросы педагогики. – 2020. – № 5-1. – С. 109–113.

3. Гребенкина, А.С. Имитационное моделирование в контексте практико-ориентированной математической подготовки будущих инженеров-спасателей / А.С. Гребенкина // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – Вып. 3 (59). – С. 21–28. DOI: 10.24412/2079-9152-2023-59-21-28.

4. Егупова, М.В. О роли задач на приложения математики в достижении метапредметных образовательных результатов / М. В. Егупова, Ю. В. Мошура // Наука и школа. – 2019. – № 2. – С. 80–88.

5. Киселёва, О.С. Методологические подходы к формированию метапредметных результатов обучения лицеистов / О.С. Киселёва // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – Вып. 56. – С. 23– 32. DOI: 10.24412/2079-9152-2022-56-23-32.

6. Кодирова, У.З. Метапредметный подход на уроках математики / У. З. Кодирова // Вопросы науки и образования. – 2020. – № 3. – С. 136–138.

7. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования [Электронный ресурс] : утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 г. № 413. – Режим доступа : https://docs.edu.gov.ru/document/bf0ceabdc

94110049a583890956abbfa/. – Заглавие с экрана. – Дата обращения 23.11.2023.

SOLVING PRACTICE-ORIENTED TASKS AS A WAY TO ACHIEVE METASUBJECT RESULTS OF TEACHING MATHEMATICS IN HIGH SCHOOL

Abramenkova Julia, Barkovskaya Svetlana

Abstract. The article describes a way to achieve meta-subject results by solving practice-oriented tasks. Applications of mathematics are given in geography and architecture. A comparison of the requirements of practice-oriented tasks with typical mathematical problems has been completed.

Keywords. meta-subject results, practice-oriented tasks, typical mathematical problem, derivative.

О СТОХАСТИЧЕСКОЙ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Бродский Яков Соломонович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент,
e-mail: y-brodsky@yandex.ru
Павлов Александр Леонидович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент,
e-mail: a.pavlov49@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

Аннотация. Обоснована необходимость изучения стохастической содержательной линии на всех ступенях общеобразовательной школы, целесообразность спиральности её рассмотрения, указаны возможности ее реализации в начальной школе и 5-6 классах основной школы.

Ключевые слова: *стохастика, статистика, вероятность, комбинаторика, непрерывность, спиральность.*

В новых нормативных документах общего образования предусмотрено изучение элементов комбинаторики, теории вероятностей и статистики отдельным учебным курсом в 7–11 классах. Этот курс направлен на формирование стохастического (вероятностно-статистического) мышления.

Речь идёт о таком виде умственной деятельности, который обеспечивает:

осознание того, является ли определённое явление детерминированным или случайным;

понимание того, что случайность можно измерять, как и другие величины;

умение строить и исследовать вероятностные модели;

умение различать содержание средних показателей и характеристик рассеивания статистических данных и соответствующих показателей и характеристик всевозможных значений случайной величин.

При этом существенно расширено содержание и требования к результатам его усвоения по сравнению с предыдущим этапом внедрения стохастической содержательной линии в школу. Реализация этого нововведения порождает комплекс проблем для всех участников образовательного процесса. Наиболее сложной из них является обеспечение готовности обучающихся усваивать указанное содержание. Такую готовность можно обеспечить, если изучение элементов вероятности и статистики начинается с младших классов.

Изучению вероятностных понятий, по мнению многих специалистов, должен предшествовать длительный процесс накопления необходимых интуитивных представлений о конкретных случайных явлениях окружающего мира. Причем такой процесс должен быть организованным и длительным. Начинаться он должен в младших классах. И не случайно во многих странах (Венгрия, Франция, Польша, Япония и др.) формирование стохастического мышления начинается в начальной школе.

Как правильно отметили Л. О. Бычкова и В. Д. Селютин «… практика показывает, что человеку, не понявшему вероятностных идей в детстве, в более зрелом возрасте они даются нелегко, ибо многое в теории вероятностей вроде бы противоречит жизненному опыту, а с возрастом опыт набирается и приобретает статус безусловности» [1, с. 10].

Чем моложе человек, тем легче усваиваются им новые идеи, которые станут в будущем фундаментом всей системы его представлений об окружающем мире. Но, как отмечают М. Глеман и Т. Варга: «То, что имеется возможность научить маленьких детей теории вероятностей, не является самодостаточной идеей или самоцелью. Главная причина для введения вероятности так рано, как только возможно, состоит в фундаментальном отличии этого раздела математики от других ее разделов. Когда соответствующие идеи слишком долго остаются скрытыми, дети получают узкое и деформированное представление обо всей математике, ее могуществе и возможностях» [2].

Что касается формирования статистического мышления у младших школьников, то Г. Фройденталь писал, что школьнику, «… вероятно, пойдёт на пользу изучение теории вероятностей в старших классах, если уже в младших классах введена описательная статистика. Да и сама по себе описательная статистика является весьма полезной, и трудно понять, почему ее давным-давно не ввели в школьные программы» [3].

Самые первые представления о мире случайного дети получают из наблюдений за ним в окружающей жизни. При этом важные характерные черты наблюдаемых явлений проясняются в ходе сбора статистических сведений и наглядного их представления. Необходимо учить детей, начиная с младшего школьного возраста, добывать, анализировать и обрабатывать информацию, принимать обоснованные решения на ее основе.

Введение вероятности и статистики в начальную школу существенно расширит связь математики с повседневной жизнью. Раннее введение понятия вероятности способствует формированию уверенности в том, что математика не оторвана от реальной действительности.

Полноценное внедрение вероятностно-статистической содержательной линии в школьный курс математики является системным преобразованием математического образования. Существуют общие закономерности формирования содержательных линий и их взаимодействия. Введение вероятностно-статистической содержательной линии должно основываться на этих закономерностях, одной из которых является непрерывность изучения материала каждой содержательной линии на протяжении всего курса математики. Не менее важным является обеспечение спирального характера новой содержательной линии.

Вероятностно-статистическая содержательная линия имеет три составляющие: статистику, вероятность, комбинаторику. Именно в таком порядке – статистика, вероятность, комбинаторика – должна проектироваться стохастическая содержательная линия на каждом этапе обучения – в начальной школе, 5–6 классах, 7–9 классах, 10–11 классах.

В первом классе для формирования представлений о статистике целесообразно рассматривать чтение и составление таблиц, учить сбору информации и её регистрации в виде таблиц.

Во втором классе – продолжить чтение информации в таблицах, её размещение в таблицы, начать сбор информации.

В третьем классе к перечисленным вопросам добавляется чтение и интерпретация графической информации, изображение информации с помощью отрезков, проведение наблюдений, регистрация и интерпретация их результатов.

В четвёртом классе обучающиеся должны познакомиться с различными способами сбора информации (опросом, наблюдениями, статистическими экспериментами), получить первые представления об оценивании неизвестных значений величин, о проверке статистических гипотез.

Указанные виды деятельности в значительной степени предусмотрены федеральной рабочей программой начального общего образования по математике. Вот перечень видов деятельности и учебных вопросов, предусмотренных программой: практически с первого класса находить и использовать для решения учебных задач текстовую, графическую информацию в разных источниках информационной среды; читать, интерпретировать графически представленную информацию (схему, таблицу, диаграмму, другую модель); представлять информацию в заданной форме (дополнять таблицу, текст).

Уже в раннем возрасте следует подвести детей к пониманию таких понятий, как «вероятнее», «менее вероятно», «равновозможно». Другими словами, можно научить детей качественно оценивать шансы наступления случайного события. Учащихся начальных классов целесообразно обучать пониманию, что если в ящике белых шаров больше, чем черных, то при извлечении с возвращением белые шары будут попадаться чаще по сравнению с черными. Аналогично, если в нескольких ящичках содержится одинаковое количество белых шаров, но общее количество шаров в этих ящичках разное, то возможность извлечь белый шар наибольшая для того ящичка, который содержит наименьшее общее количество шаров. К этим выводам дети могут прийти в ходе игровой деятельности. При этом формируется понимание взаимосвязи между вероятностью и её эмпирическим прообразом – частотой. В то же время важную роль играет и понимание того, что количественная оценка возможности наступления некоторого события может быть осуществлена до проведения эксперимента, исходя из некоторых теоретических соображений.

Для подведения обучающихся к понятию случайного, в частности, достоверного, невозможного, события целесообразно рассматривать ситуации, которые можно описать словами «Обязательно», «Ни в коем случае не», «Возможно», а для начала формирования понятия вероятности — «Чаще», «Реже», «Больше», «Меньше».

В первом классе можно провести простейшие опыты с монетами, пластинками домино, бочонками лото.

Во 2-м классе несколько усложняется работа, начатая с первоклассниками, добавляются ситуации, описываемые словами «выше», «ниже», дополнительно начинает формироваться понятие результата, исхода опыта.

В 3-м классе, кроме перечисленных вопросов, предлагается знакомить детей с понятием шанса наступления события, с различными способами сравнения шансов (путём перебора вариантов; с помощью проведения опытов; применением геометрических представлений).

В 4-м классе рассматриваются различные способы оценивания шансов наступления случайных событий, начинается анализ экспериментов.

Обучать комбинаторике можно, привлекая детей к проведению многочисленных опытов, к предметной деятельности с кубиками, игральными костями, флажками, монетами, шарами, бусинами и другими игрушками. Можно образовывать различные слова из букв азбуки или из слогов, числа из цифр, звуки из нот. Целесообразно эту деятельность организовывать в игровой форме. В ходе игры обучающиеся образуют различные последовательности, которые удовлетворяют определенным условиям.

Для формирования комбинаторного мышления в первом и во втором классах предполагается научить обучающихся пониманию того, что многие действия можно осуществить несколькими способами, выполнять варианты действий с заданными свойствами, подсчитывать их количество. При этом во 2-м классе можно научить приводить примеры существования или отсутствия комбинаций, имеющих заданные свойства. В 3-м классе начинается решение комбинаторных задач, в частности, вычисление количества комбинаций, имеющих заданные свойства, указание наилучшей комбинации с заданными свойствами. В 4-м классе рассматриваются различные способы решения комбинаторных задач методом перебора.

Спиральный характер новой содержательной линии означает, что к основным понятиям и фактам следует возвращаться неоднократно, на других уровнях, опираясь на понятия, сформированные на интуитивном уровне, повышая уровень обоснованности, увеличивая сложность решаемых задач, используя новые методы для их решения.

По статистике в начальной школе можно предусмотреть чтение таблиц, в частности, таблиц 2×2, проведение простейших экспериментов, регистрацию их результатов, например, в виде таблиц и их интерпретацию. В 5–6 классах – сбор, регистрацию статистических данных, представление их в виде таблиц, диаграмм, чтение таблиц и диаграмм, проведение статистических экспериментов и наблюдений. В 7–9 классах – первичную обработку и анализ статистических данных, графическое изображение статистических данных, применение выборочных характеристик (среднего арифметического, моды, медианы и др.). В старшей школе – выборочный метод в статистике, оценивание параметров, проверку гипотез.

По вероятности в начальной школе целесообразно рассмотреть формирование таких понятий, как «наверняка», «ни в коем случае», «возможно да, возможно нет», качественное оценивание шансов наступления того или иного события. В 5–6 классах – достоверное, невозможное, возможное события, сравнение шансов наступления случайных событий на основе интуитивных рассуждений, на классической, статистической основах, с помощью геометрических рассуждений. В 7–9 классах – случайный опыт, случайное событие, вычисление вероятностей наступления случайных событий на классической, статистической основах, с помощью геометрических знаний. В старшей школе – случайные величины, их распределение, числовые характеристики, закон больших чисел.

Комбинаторные задачи в начальной школе решаются перебором вариантов выбора, распределением конкретных предметов. В 5–6 классах остается перебор вариантов, но предметы заменяются их символами. Начиная с 7 класса, эти задачи могут решаться с помощью правил сложения и умножения. И уже в старшей школе целесообразно переходить к выводу и применению специальных комбинаторных формул. При этом остаются и метод перебора, и применение комбинаторных правил.

Изучение всех составляющих стохастической содержательной линии в каждом классе, спиральный характер овладения ею являются необходимыми условиями эффективности реализации её введения в школу.

Точка зрения на необходимость начинать формировать стохастическое мышление обучающихся в начальной школе в настоящее время широко распространена в отечественной литературе. Чаще всего она представлена как пропедевтика изучения статистики, вероятности, комбинаторики в основной школе и реализуется задачным подходом [см, например, [4]. Разработаны также учебно-методические комплексы для реализации стохастической содержательной линии в начальной школе [5].

Авторы длительное время занимаются проектированием и внедрением вероятностно-статистической содержательной линии в содержание школьного математического образования. Точка зрения авторов на проблемы, связанные с обучением статистике, вероятности и комбинаторике, изложена в работе [6], а в [7] представлен подход для их решения в старшей школе. В [6] приведен перечень учебных вопросов и видов деятельности учащихся начальной школы и 5–6 классов при обучении рассматриваемой содержательной линии. Подготовлены пособия для начальной школы, формирующие интуитивные представления о случайности, частоте, вероятности. Для 5-6 классов написано пособие [8].

Одним из важнейших путей подготовки к реализации стохастической содержательной линии в отечественном математическом образовании является использование внеурочной деятельности и системы дополнительного математического образования. Авторами разработана общеразвивающая программа «Реальная математика» [9] для дополнительного изучения математики обучающимися 5–11 классов. Она реализуется Учебно-методическим центром математического просвещения Донецкого государственного университета. Ею предусмотрено изучение, в частности, следующих тем: «Анализ статистических данных» (5–6 кл.), «Перебираем варианты» (6–7 кл.), «Сравниваем шансы» (7–8 кл.), «Комбинаторика без формул» (8–9 кл.), «События, вероятности, частоты» (9–10 кл. По каждой указанной теме подготовлены учебные пособия для обучающихся. Часть из них размещена на площадке Центра математического просвещения в электронном архиве ДонГУ [10].

Литература

1. Бычкова, Л. О. Об изучении вероятностей и статистики в школе / Л. О. Бычкова, В. Д. Селютин // Математика в школе. – 1991. – № 6. – С. 9–12.

2. Глеман, М. Вероятность в играх и развлечениях: Элементы теории вероятностей в курсе средней школы / М. Глеман, Т. Варга. – Москва : Просвещение, 1979. – 176 с.

3. Фройденталь, Г. Математика как педагогическая задача. Книга для учителя. Ч. II. / Г. Фройденталь. – Москва : Просвещение, 1983, 192 с.

4. Воробьева, Г.В. Пропедевтика изучения элементов стохастики на уроках математики в начальных классах / Г.В. Воробьева // Педагогическое образование в России. – 2015. − №4. − С. 70−76.

5. Тонких, А.П. Стохастика в начальной школе. Сборник задач: Пособие для учителей начальной школы / А.П. Тонких. – Москва : Баласс, 2013. − 125 с.

6. Бродський, Я. С. Про ймовірнісно-статистичну змістову лінію у шкільному курсі математики / Я.С. Бродський, О.Л. Павлов // Математика в школі. – 2006. − №7. − С. 2−11.

7. Бродский, Я. С. Статистика. Вероятность. Комбинаторика. / Я.С Бродский. – Москва : ООО «Издательство Оникс»: ООО Издательство «Мир и образование», 2008. − 544 с.

8. Бродський, Я. С. Статистика. Ймовірність. Комбінаторика. Навчальний посібник. 5–6 кл. / Я.С. Бродський . – Тернопіль : Навчальна книга-Богдан, 2013. − 256 с.

9. Бродский, Я.С. Дополнительная образовательная общеразвивающая программа «Реальная математика» / Я.С. Бродский, А.Л. Павлов [Электронный ресурс]. − Режим доступа URL: https://cloud.mail.ru/public/bA4L/5wG5fjSPY   (дата обращения: 25.11.2023)

10. Центр математического просвещения URL: http:// repo.donnu.ru: 8080/jspui/handle/123456789/2861 (дата обращения: 25.11.2023). – Режим доступа: Электронный архив ДонГУ, свободный. – Текст: электронный.

ABOUT THE STOCHASTIC CONTENT LINE IN TEACHING MATHEMATICS

Brodsky Yakov, Pavlov Alexander

Annotation. The necessity of studying the stochastic content line at all levels of secondary school is substantiated, the expediency of its spiral consideration, the possibilities of its implementation in elementary school and grades 5-6 of primary school are indicated.

Keywords: *stochastics, statistics, probability, combinatorics, continuity, helicity.*

ФОРМИРОВАНИЕ ПРИЁМОВ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЕ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

Варавина Вероника Сергеевна,
учитель,
e-mail: veronikavaravina@gmail.com
МОБУ «Средняя общеобразовательная школа № 7 города Сочи»
г. Сочи, Россия

Аннотация. В статье рассмотрена необходимость использования экономико-математического моделирования на уроках математики для классов с экономическим профилем подготовки при изучении курса «Вероятность и статистика». Раскрыты возможности реализации межпредметных связей (стохастики и экономики) при рассмотрении профессионально-ориентированных задач на различных этапах экономико-математического моделирования. Показан процесс решения некоторых экономических задач с помощью теории вероятностей.

Ключевые слова: *профессионально-ориентированные задачи, экономико-математическое моделирование, вероятность и статистика, профильное обучение.*

Введение. Развитие системы профильного обучения в России было обусловлено социально-экономическими изменениями в обществе и трудностями, с которыми сталкивается значительное количество выпускников школ при адаптации к новым условиям жизни в нестабильном обществе. Основная цель обучения в классах с экономическим профилем заключается в подготовке обучающихся к получению образования в сфере экономики, бизнеса и финансов. Профильное обучение призвано обеспечить индивидуализацию обучения, учет потребностей и интересов каждого ученика, профессиональную ориентацию, направленную на формирование у обучающихся представления о профессиональной деятельности и требованиях к ней.

На сегодняшний день, приоритетными целями обучения математике в 10-11 классах на базовом уровне являются [7]:

- формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;
- подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, понимание математики как части общей культуры человечества;
- развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;
- формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Такая трактовка стратегического целеполагания в системе математического образования означает необходимость обеспечения прикладной направленности обучения математике, ориентации ее содержания и методов преподавания на применение в смежных науках и технике, в быту.

К вопросам обеспечения качества стохастической подготовки обучающихся основной и средней школы, в последние десятилетия обращались многие ученые такие, как В.А. Болотюк, Е.А. Бунимович, Т.А. Полякова, Д.М. Скрыльников, Л.А. Терехова, О.Н. Троицкая, И.В. Цулина, С.В. Щербатых.

Развитие методической компетентности учителя математики по проектированию обучения содержательной линии «Элементы комбинаторики, теории вероятностей и статистики» в курсах математики основной и средней школы рассмотрено в работе [4].

Вопросами использования метода математического моделирования, как средства решения профессионально-ориентированных задач, рассматривались в работе Ю.В. Абраменкова [1], ею предложена методика подготовки будущих учителей химии, которая может быть адаптирована к обучению стохастике будущих экономистов.

В теории и методике обучения математике нет целостной концепции реализации образовательного потенциала моделирования в обучении математике в профильной школе: разработаны лишь отдельные аспекты проблемы моделирования (прикладная и практическая направленность, осуществление межпредметных связей и др.). Эти проблемы раскрываются в работе Е. Е. Алексеевой [2]. Подготовку бакалавров направления «Педагогическое образование» (математика) к проектированию и реализации элективных курсов экономико-математической направленности с использованием экономико-математического моделирования рассматривает В. Ю. Белаш [7]. Однако такой аспект, как усиление профессиональной направленности в средней школе за счет использования метода математического моделирования в рамках курса «Вероятность и статистика» для классов с экономическим профилем подготовки недостаточно рассмотрен в литературе.

Таким образом, рассмотрев работы, посвященные обучению теории вероятностей и статистике, мы пришли к выводу, что повышению прикладной направленности стохастической подготовки обучающихся классов экономического профиля способствует интеграция теории вероятностей и экономики средствами профессионально-направленных задач экономического содержания, а также использование в обучении метода математического моделирования.

Математическое моделирование играет важную роль в образовательном процессе. Имея мощный потенциал по формированию мышления учащихся, сочетая в себе знания и научного, и повседневного уровней, моделирование является одним из стержней учебной и мировоззренческой функции образования. Математическое моделирование как прием деятельности предполагает владение большим количеством специфических приемов деятельности.

Задачи экономики чрезвычайно разнообразны, но в первую очередь к ним относятся задачи сбора и обработки статистической информации, оценка состояния и прогнозирование развития экономических процессов. Для этого применяют различные методы современного математического аппарата, включая эконометрику, финансовую математику, статистические методы прогнозирования и др. В основе их лежат вероятностно-статистические методы. Это обуславливает необходимость изучения обучающимися в классах экономического профиля методов теории вероятностей и математической статистики.

Рассмотрим примеры профессионально-направленных задач экономического содержания, которые можно использовать в обучении курсу «Вероятность и статистика» в классах экономического профиля.

Задача № 1 [6]. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу определенного продукта по телевидению, равна 0,04. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу того же продукта на рекламном стенде, равна 0,06. Предполагается, что оба события – независимы. Чему равна вероятность того, что потребитель увидит обе рекламы? Чему равна вероятность того, что потребитель увидит хотя бы одну рекламу?

Решение. Введем случайные события:

А = «потребитель увидит рекламу по телевидению»;

В = «потребитель увидит рекламу на рекламном стенде»;

С = «потребитель увидит хотя бы одну рекламу».

По условию $P(A) = 0{,}04; P(B) = 0{,}06.$

События А и В совместные и независимые.

Найдем вероятность того, что потребитель увидит две рекламы. В наших обозначениях это произведение событий А и В. Так как события являются независимы, то по теореме произведения вероятностей для независимых событий имеем:

$$P(AB) = P(A)P(B) = 0{,}04 \cdot 0{,}06 = 0{,}0024. \qquad (1)$$

Таким образом, с вероятностью в 0,0024 потребитель увидит обе рекламы. Найдем теперь вероятность того, что потребитель увидит хотя бы одну рекламу.

Событие С есть сумма событий А и В, т.е. выполняется

$$C = A + B. \qquad (2)$$

Так как эти события совместны, то воспользуемся теоремой о вероятности суммы совместных событий:

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B). \qquad (3)$$

Подставляя в (3) вероятности событий A и B, а также вероятность $A \cdot B$, полученную в (1), имеем

$$P(C) = 0{,}04 + 0{,}06 - 0{,}0024 = 0{,}0976.$$

Эту же вероятность можно было найти, используя свойство противоположных событий:

$$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}. \qquad (4)$$

Так как события А и В независимые, то и противоположные им события также являются независимыми и для них выполняется теорема умножения вероятностей:

$$\mathrm{P}(\bar{A} \cdot \bar{B}) = \mathrm{P}(\bar{A}) \cdot \mathrm{P}(\bar{B}). \qquad (5)$$

Выразим вероятность события С через вероятность противоположного события C с учетом (1), (4), (5). Получим

$$P(C) = P(A + B) = 1 - P(\overline{A + B}) = 1 - P(\bar{A})P(\bar{B});$$
$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}04 = 0{,}94;$$
$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}06 = 0{,}96;$$
$$P(C) = 1 - 0{,}94 \cdot 0{,}96 = 1 - 0{,}9024 = 0{,}0976.$$

Ответ: потребитель увидит обе рекламы = 0,0024; потребитель увидит хотя бы одну рекламу $= 0{,}0976$.

Задача №2 [6]. Консультационная фирма претендует на два заказа от двух крупных корпораций. Эксперты фирмы считают, что вероятность получения консультационной работы в корпорации А (событие А) равна 0,45. По предположению экспертов, если фирма получит заказ у корпорации А, то вероятность того, что и корпорация В обратится к ним, равна 0,9. Какова вероятность получения консультационной фирмой обоих заказов?

Решение.

Пусть А = «Получение консультационной работы в корпорации А»;

В = «Получение консультационной работы в корпорации В».

Из условия следует, что $P(A) = 0{,}45; P(B \backslash A) = 0{,}9$.

События А и В – зависимые, так как событие В зависит от того, произойдет или нет событие А. Необходимо найти вероятность того, что оба события (и событие A, и событие B) произойдут, т.е. $P(AB)$. Для этого используем теорему умножения вероятностей для зависимых событий:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B \backslash A) = 0{,}45 \cdot 0{,}9 = 0{,}405.$$

Ответ: вероятность получения консультационной фирмой обоих заказов равна 0,405.

Задача №3 [5]. Каждый четвертый клиент банка приходит в банк для снятия со своего счета процентов с вложенной суммы. В настоящий момент в кассе банка имеется очередь из 5 человек. Какова вероятность того, что только двое из них будут снимать проценты со вклада?

Испытания Бернулли – это независимые эксперименты с двумя исходами и с вероятностью успеха, не меняющиеся от испытания к испытанию.

Решение. Для решения данной задачи будем использовать формулу Бернулли

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}, \text{ где } q = 1 - p. \tag{6}$$

По условию задачи имеем: $n = 5, m = 2, p = \frac{1}{4}; q = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, по формуле (6) получаем:

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{27}{64} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 27}{2 \cdot 16 \cdot 64} \approx 0{,}26.$$

Ответ: вероятность того, что только двое из них будут снимать проценты со вклада $\approx 0{,}26$.

Мы рассмотрели некоторые случаи применения теории вероятностей при решении профессионально-направленных задач экономического содержания, математическая модель в которых описывалась теоремами сложения и умножения вероятностей. Подобные задачи, решаемые в курсе «Вероятность и статистика», могут включать в себя анализ вероятности успеха или неудачи определенного экономического решения, оценку вероятности возникновения определенных событий на рынке, прогнозирование изменений цен на товары и услуги и многое другое.

Таким образом, формирование приёмов экономико-математического моделирования у обучающихся в классах экономического профиля при изучении курса «вероятность и статистика» целесообразно осуществлять путем использования в обучении профессионально-направленных задач, при решении которых школьники могут рассматривать вероятностные экономико-математические модели для оценки вероятности различных событий и принятия обоснованных экономических решений. Для решения таких задач ученики должны применять аппарат теории вероятностей, математической статистики, анализа данных и другие математические методы. Это способствует усилению учебной мотивации учащихся, так как они видят прямую связь между изучаемым материалом и его прикладной направленностью при изучении курса «Вероятность и статистика». Кроме того, использования метода математического моделирования при изучении теории вероятностей и статистики в профильных классах способствует их профессиональному самоопределению, осознанному выбору профессии.

Литература

1. Абраменкова, Ю.В. Профессионально ориентированное обучение математике будущего учителя химии : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Абраменкова Юлия Владимировна; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2017. – 28 с.

2. Алексеева, Е. Е. Задачи с экономическим содержанием – форма моделирования реального процесса / Е.Е. Алексеева // Математическое образование в цифровом обществе: материалы 38-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (г. Самара, 26-28 сентября 2019 г.). – Самара: СФ ГАОУ ВО «МПГУ», 2019. – С. 114–117.

3. Белаш, В. Ю. Подготовка бакалавров направления «Педагогическое образование» (математика) к проектированию и реализации элективных курсов экономико-математической направленности : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Белаш Виктория Юрьевна ; Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева. – Орел, 2021. – 24 с.

4. Евсеева, Е.Г. Развитие методической компетентности учителя математики по проектированию обучения содержательной линии «Элементы комбинаторики, теории вероятностей и статистики» / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – Вып. 56. – С. 57–66. DOI: 10.24412/2079-9152-2022-56-57-66

5. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 538 с.

6. Трофимова, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / Е.А. Трофимова, Н.В. Кисляк, Д.В. Гилёв ; [под общ. ред. Е.А. Трофимовой] ; М-во образования и науки Рос. Феде- рации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2018. – 160 с.

7. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Математика (базовый уровень) для 10-11 классов. [Электронный ресурс] : Режим доступа : https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/19_ФРП-Математика-10-11-классы_база.pdf – Заглавие с экрана. – Дата общения 07.12.2023 г.

FORMATION OF ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING METHODS IN A SPECIALIZED SCHOOL WHILE STUDYING THE COURSE "PROBABILITY AND STATISTICS"

Varavina Veronika

Abstract. The article discusses the reasons for the need to use the ideas of economic and mathematical modeling in mathematics lessons for classes with an economic profile of preparation when studying the course "Probability and Statistics". The possibilities of implementing interdisciplinary connections (mathematics and economics) when considering professionally oriented tasks at various stages of economic and mathematical modeling are revealed. The process of solving some economic problems using probability theory is shown.

Keywords: *professionally oriented tasks, economic and mathematical modeling, probability and statistics, specialized training.*

ТЕХНОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ МЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА МНОГОГРАННИКАХ ВЕКТОРНО-КООРДИНАТНЫМ МЕТОДОМ

Дербеденева Наталья Николаевна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: nnderbedeneva@mail.ru
Трунина Кристина Валериевна,
магистрант,
Долгачева Татьяна Васильевна,
магистрант
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет им. М. Е. Евсевьева», г. Саранск, Россия

Аннотация. Авторы статьи рассматривают особенности применения векторно-координатного метода к решению стереометрических на

заданных многогранниках на вычисление их метрических характеристик (вычисление расстояний и величин углов). На примере задачи на вычисление величины угла между двумя прямыми в пространстве представлен алгоритм решения и продемонстрировано его применение на конкретном примере.

Ключевые слова: *стереометрическая задача, методы решения геометрических задач, векторно-координатный метод.*

Анализ результатов государственной итоговой аттестации по математике свидетельствует о серьезных затруднениях выпускников в решении геометрических, особенно стереометрических задач. Основные причины низких результатов в части выполнения стереометрических задач заключаются как в особенностях аксиоматического построения курса геометрии, так и в конкретных практических навыках учащихся. Для выполнения большинства стереометрических задач учащийся должен иметь достаточное пространственное воображение, владеть аксиоматикой курса геометрии, знать и уметь применять основные теоремы и формулы, т.е. владеть на достаточном уровне понятийным аппаратом.

Единый государственный экзамен, как система диагностики уровня сформированности знаний учащихся, проходит в условиях строго ограниченного времени, поэтому требует применения наиболее оптимальных методов решения, которые позволяют сократить временные затраты на выполнение определенного задания.

Для определенного круга стереометрических задач преимущественным является векторно-координатный метод, что обусловлено его отличительными особенностями. Решение геометрических задач векторно-координатным методом определяется аналитическим заданием геометрических объектов (с помощью уравнений), что позволяет производить их исследования и решать соответствующие геометрические задачи алгебраическими средствами. Кроме того, достоинство векторно-координатного метода состоит в том, что его применение позволяет отстраниться от наглядного представления сложных пространственных конфигураций, что, например, является неотъемлемой составляющей синтетических (чисто геометрических) методов: метода преобразований, метода треугольников, метода площадей, метода построений, метода вспомогательных фигур и др.

Рассмотрим особенности применения векторно-координатного метода к решению метрических задач на многогранниках, которые связаны с нахождением их характеристик, определяемых числовыми значениями.

Тогда все многообразие таких задач можно свести к двум видам:

- задачи на определение расстояния между двумя точками (расстояние от точки до плоскости, расстояние между плоскостями, расстояние между скрещивающимися прямыми);

- задачи на нахождение величины угла между двумя пересекающимися прямыми (расстояние между плоскостями, расстояние между прямой и плоскостью).

В качестве примера рассмотрим тип задачи на определение величины угла между двумя прямыми.

Опишем **алгоритм решения**:

1. Задаем прямоугольную декартову систему координат в пространстве.
2. Выбираем оптимальное расположение заданного многогранника относительно системы координат таким образом, чтобы значения координат точек, задействованных в решении, имели целочисленное значение, либо их определение не было сопряжено со сложными вычислениями или необходимостью проведения сложных математических преобразований.
3. Учитывая расположение заданного многогранника в системе координат, выбираем для каждой прямой по две точки их задающих (оптимальный выбор, как правило, связан с выбором вершин многогранника, либо середины какого-либо ребра, либо центра какой-либо грани).
4. Определяем координаты выбранных точек.
5. Зная, что любую прямую характеризует ее направляющий вектор, переходим от самих прямых к соответствующим векторам (начало и конец вектора определяется выбранными выше точками, принадлежащими прямым).
6. Находим (вычисляем) координаты направляющих вектор по соответствующей формуле.
7. Используя полученные выше данные (координаты направляющих векторов), вычисляем величину угла между векторами по формуле:

$$\cos\varphi = \frac{m_x n_x + m_y n_y + m_z n_z}{\sqrt{{m_x}^2 + {m_y}^2 + {m_z}^2} \cdot \sqrt{{n_x}^2 + {n_y}^2 + {n_z}^2}}$$

8. Определяем значение угла φ по полученному значению $\cos\varphi$.

Пример. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки E и K – середины ребер соответственно A_1B_1 и B_1C_1. Найдите угол между прямыми AE и BK.

Решение:

1-2. Введем прямоугольную декартову систему координат (рисунок 1). Поместим куб в системе таким образом, чтобы он располагался в 1 октанте (тогда значения координат интересующих нас точек будут принимать положительные значения). Вершину А совместим с началом системы координат. Для удобства вычислений ребра куба примем за 1.

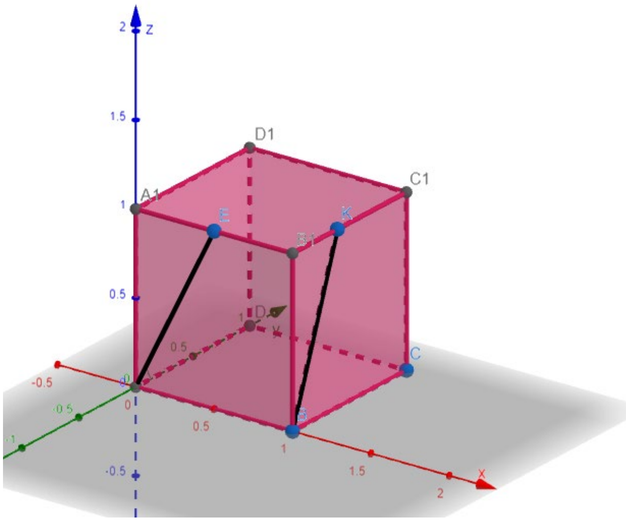


Рисунок 1 – Расположение заданного многогранника в системе координат

3-4. Заметим, что первая прямая проходит через точки A и E, вторая – через B и K. Следовательно, для решения задачи необходимо определить координаты данных точек. При заданном расположении многогранника в системе координат , получаем А (0; 0; 0), В (1; 0; 0), $B\ (1; 0; 0), K\ (1; \frac{1}{2}; 1)$.

5-6. Найдем координаты векторов $\overrightarrow{AE}$ и $\overrightarrow{BK}$.

$\overrightarrow{AE}\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), \overrightarrow{BK}(0; \frac{1}{2}; 1).$

7. Используя полученные данные, применяем формулу для определения угла межу векторами:

$$\cos\varphi = \frac{m_x n_x + m_y n_y + m_z n_z}{\sqrt{{m_x}^2 + {m_y}^2 + {m_z}^2} \cdot \sqrt{{n_x}^2 + {n_y}^2 + {n_z}^2}}$$

$$cos\,\varphi = \frac{\left|0 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 0 + 1 \cdot 1\right|}{\sqrt{0^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{|0 + 0 + 1|}{\sqrt{1\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{1\frac{1}{4}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2}} = 1 \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

В ходе решения задачи промежуточные результаты удобно записывать в таблицу 1, которая заполняется в соответствии с этапами решения задачи.

Таблица 1 – Этапы решения задачи

	Прямая ***AE***	*Прямая* ***BK***
Координаты точек, необходимых для решения задачи	$A(0;0;0),\quad E\left(\frac{1}{2};0;1\right)$	$B(1;0;0), K(1;\frac{1}{2};1)$
Направляющий вектор прямой	$\overrightarrow{AE}\left(\frac{1}{2};0;1\right)$	$\overrightarrow{BK}(0;\frac{1}{2};1)$
Угол между прямыми	$\cos\varphi=\frac{m_x n_x+m_y n_y+m_z n_z}{\sqrt{m\ ^2+m_y{}^2+m_z{}^2}\cdot\sqrt{n_x{}^2+n_y{}^2+n_z{}^2}}=\frac{\lvert 1\rvert}{\sqrt{\frac{5}{4}}\cdot\sqrt{\frac{5}{4}}}=\frac{4}{5}$	

Отметим, что систематическая работа по овладению векторно-координатным методом решения стереометрических задач дает положительные результаты в практике обучения, а именно позволяет: усилить межпредметную составляющую в изучении математических дисциплин школьного курса; выработать необходимые навыки решения стереометрических задач данным методом; сформировать представления о преимуществах и недостатках различных методов решения стереометрических задач.

Кроме того, способствует повышению познавательного интереса к изучению геометрии, формированию устойчивой мотивации учащихся у учебной деятельности, преодолению психологического барьера перед сложными, нестандартными геометрическими задачами, обеспечению учащихся альтернативными, более рациональными методами решения стереометрических задач.

Литература

1. Геометрия. 10-11 классы : учебник для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 22-е изд. – Москва : Просвещение, 2013. – 255 с.

2. Готман, Э.Г. Стереометрические задачи и методы их решения: задачник / Э.Г. Готман. – Москва : МЦНМО, 2006. – 160 с.

3. Корянов, А.Г. Многогранники: типы задач и методы их решения: учебник / А.Г. Корянов, А.А. Прокофьев – Москва : Первое сентября, 2012. – 102 с.

4. Москвитина, Е.О. Методические особенности применения векторно-координатного метода к решению стереометрических задач (на примере заданий ЕГЭ по математике) / Е.О. Москвитина, Н.Н. Дербеденева // Математика и математическое образование: современные тенденции и перспективы развития : Всероссийская научно-практическая

конференция, 27 ноября 2015 г.: [материалы] / редкол.: С.М. Мумряева (отв. ред.) и [и др.]; Мордов. гос. пед. ин-т. – Саранск, 2015. – С. 107–112.

5. Погорелов, А.В. Геометрия. 10-11 классы : учебник для общеобразоват. организаций : базовый и профил. уровни / А.В. Погорелов. – 13-е изд. – Москва : Просвещение, 2014. − 175 с.

6. Потоскуев, Е.В. Векторный метод решения стереометрических задач / Е.В. Потоскуев. – Москва : Математика, 2009. – 86 с.

7. Саранцев, Г.И. Методика обучения геометрии: учебное пособие для студентов вузов по направлению «Педагогическое образование» / Г.И. Саранцев. – Казань: Центр инновационных технологий, 2011. – 228 с.

TECHNOLOGY FOR SOLVING METRIC PROBLEMS ON POLYHEDRONS USING THE VECTOR-COORDINATE METHOD

Derbedeneva Natalya, Trunina Kristina, Dolgacheva Tatyana

Abstract. The authors of the article consider the features of applying the vector-coordinate method to solving stereometric polyhedra on given polyhedra for calculating their metric characteristics (calculating distances and angles). Using the example of a problem of calculating the angle between two straight lines in space, a solution algorithm is presented and its application is demonstrated using a specific example.

Key words: *stereometric problems, methods for solving geometric problems, vector-coordinate method.*

ТЬЮТОРСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ

Дербеденева Наталья Николаевна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: nnderbedeneva@mail.ru
Волкова Анастасия Александровна,
магистрант,
Орешина Евгения Ивановна,
студент
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет им. М. Е. Евсевьева», г. Саранск, Россия

Аннотация. В статье рассматриваются особенности реализации проектной деятельности в обучении геометрии в контексте тьюторского

сопровождения. Определены необходимые условия для успешной реализации учебной проектной деятельности, рассмотрен пример организации проектной деятельности на уроках геометрии.

Ключевые слова: *обучение геометрии, проектная деятельность, исследовательские умения, тьюторское сопровождение проектной деятельности.*

Требования к образовательному процессу, прописанные во ФГОС, и изменения в современном обществе обуславливают необходимость внедрения в образовательный процесс школы новых педагогических технологий, которые ориентированы на индивидуальное развитие личности, их творческую инициативу, формирование навыков ориентации в глобальном информационном пространстве, способности ставить и решать определенные задачи. В связи с этим традиционные подходы в образовании, направленные на усвоение учащимися определенной суммы знаний и умений, претерпевают кардинальные изменения. На первый план выступают инновационные личностно ориентированные методы и технологии обучения и воспитания, направленные на развитие самостоятельности мышления и чувства личной ответственности учащихся за результаты своей деятельности.

Одним из средств развития названных личностных качеств обучающихся является проектная деятельность, которая позволяет решить ряд образовательных и воспитательных задач: расширение кругозора учащихся в области математических достижений, развитие их творческих способностей, возможность саморазвития и самообразования учащихся, повышение уровня самостоятельной работы школьников.

Вместе с тем, проблема эффективной реализации проектной деятельности в обучении возможна в условиях четко скоординированных действий учителя и ученика. Поэтому на сегодняшний день становится актуальной задача тьюторского сопровождения проектной деятельности в школе, направленной на воспитание социально активной, всесторонне развитой личности.

В данном случае под тьюторским сопровождением проектной деятельности учащихся будем понимать педагогическую деятельность, которая ориентирована на создание условий для выявления и осмысления учащимся своего познавательного интереса.

На сегодняшний день существует несколько подходов к определению понятия «проект»:

1 подход. Проект является видом самостоятельной работы школьников;

2 подход. Проект является определенной деятельностью (учебно-познавательная, игровая, творческая);

3 подход. Проект является одним из средств обучения.

В общем виде структуру реализации проектной деятельности в обучении математике можно представить в виде следующей схемы (рис.1).

Рисунок 1 – Структура реализации проектной деятельности

Учитывая особенности ситуационного подхода к процессу обучения, выделяют три этапа индивидуальной проектной деятельности:

1 этап: ситуационно-исследовательский. На данном этапе основной целью у учителя является мотивация учащихся к исследовательской деятельности, понимание учащимися проблемы исследования и формулировка цели деятельности, а так же планирование этапов выполнения исследовательского проекта, поиск информации по теме исследования в различных источниках.

2 этап: инструментально-операциональный. Целью второго этапа является анализ и обработка учащимися полученной информации, самоконтроль учащимися своих действий, реализация разработанного плана выполнения проекта с применением соответствующих технологических операций, оформление результатов исследования.

3 этап: рефлексивно-оценочный. На третьем этапе ставится цель по формулировке выводов в соответствии с полученными результатами исследования, так же осуществляется проверка наиболее подходящих действий по выполнению проекта, обозначаются перспективы дальнейшего развития проблемы, представление и защита исследовательских проектов в виде презентации, публикации, сообщения и т. д.

Отметим наиболее существенные требования, которые необходимо учитывать учителю при выборе объектов проектной деятельности:

– подготовка учеников к проектной деятельности;

– интерес учащихся к проблеме;

– новые знания, которые приобретают учащиеся в процессе выполнения проекта:

– значимость проекта и его практическая направленность;

– творческая постановка задачи.

Основные этапы работы над учебным проектом можно структурировать следующим образом (табл. 1).

Таблица 1 – Этапы работы над проектом

№ п/п	***Этап***	***Деятельность учащихся, выполняющих проект***
1	Постановка проблемы	*Оценка имеющихся обстоятельств и формулировка проблемы.* На данном этапе проявляется первичный мотив к выполнению каких либо действий по решению обозначенной проблемы
2	Целепола-гание	*Определение и формулировка цели деятельности.* На данном этапе проблема преобразуется в значимую цель, а так же получает образ желаемого результата. На втором этапе у ученика (группы учеников) возникает множество идей по достижению цели, что способствует укреплению мотива к деятельности.
3	Планирова-ние	*Разработка плана, который приведет от исходной проблемы к конечной цели.* В процессе планирования выполнения проекта, необходимо выявить задачи, решение которых необходимо для достижения цели, и способы, которыми эти задачи следует решить.
4	Реализация плана	В процессе реализации плана иногда требуется изменить задачи или скорректировать порядок выполнения проекта.
5	Самооценка и рефлексия	Сравнение полученного результата с поставленной целью, осмысление и анализ допущенных ошибок (при их наличии), оценка личностных достижений, эмоций и чувств.
6	Представле-ние результатов	Представление результатов проектной деятельности в виде презентации, доклада, сообщения и т. д.

Проектные задания по математике имеют следующие требования:

– Задание должно соответствовать учебной теме урока.

– Задание должно иметь необычную и интересную формулировку, выходящую за рамки школьного учебника по математике:

а) содержать сведения и открытия из истории математики (если проект историко-методологический);

б) направлено на осмысление математических свойств, изучение различных математических понятий и способов доказательств (если проект теоретический);

в) направлено на практическое применение теоретических знаний (если проект практико-ориентированный).

– Задание должно давать возможность пополнения запаса основных математических понятий.

– Задание должно направлять учащихся за дополнительной информацией к литературе по теме проекта.

– Задание должно систематизировать и обобщать теоретические знания по математике.

Рассмотрим пример организации проектной деятельности на уроке геометрии по теме «Признаки подобия треугольников».

Этап постановки проблемы. Важнейшей задачей проектной деятельности, является проблема целеполагания. Постановка цели, видение проблемы и формулировка, способствует определению предполагаемого результата.

Обучающимся предлагается ***сюжетная задача:*** *«Перед новогодними праздниками в центре города N запланировали установку ели. Организаторы сделали заказ в лесничестве, на дерево высотой не менее 30 метров. Два работника отправились в лес, а когда прибыли на место обнаружили, что забыли высотомер. Тогда один из лесников принес из машины зеркало, положил его так, чтобы в отражении видеть макушку дерева. Он знал, что угол падения луча (зрения), равен углу отражения. Измерив шагами расстояния от себя до зеркала (6 шагов), от дерева до зеркала (100 шагов), лесник составил пропорцию, в которую включил значение своего рост (1,8 м) и с третьей попытки нашел подходящее дерево. Как лесник измерил дерево с помощью зеркала?»*

Вопрос 1: *«Какую общую задачу решили работники лесничества?»*

Предполагаемый ответ: *«Определяли высоту недосягаемого объекта с помощью отражающей поверхности».*

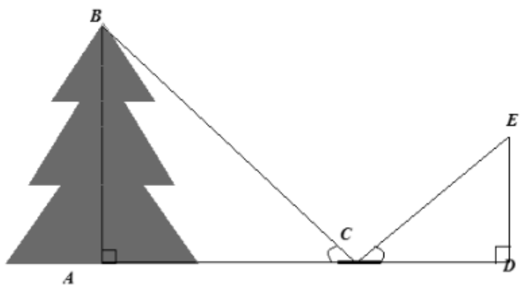
Вопрос 2: *«Какой результат должен быть достигнут к концу урока?»*

Предполагаемый ответ: *«Необходимо определить способ измерения высоты недосягаемого объекта».*

Подготовительный этап. В рамках урока геометрии, обучающиеся изучают первый признак равенства треугольников. Проводят доказательство теоремы.

Этап планирования. Построение математической модели, рассмотренной в начале урока ситуации. Выделение этапов работы с проблемной задачей.

Анализ исходной ситуации: «*Из условия известно, что угол падения равен углу отражения. Человек, здание или дерево, перпендикулярны относительно земли, соответственно образуют угол* 90^0*, следовательно, треугольники равны по первому признаку подобия треугольников».*



Дано:
ED =1,8 м; AB = 6 шагов
AC=100 шагов

Найти AB.

Решение:

AB – высота дерева, DC – расстояние от лесника до зеркала, AC – расстояние от дерева до зеркала, ED – рост лесника.

Угол ACB равен углу ECD, угол A равен углу D, следовательно, треугольники ABC и CED подобны.

Получаем AB $= \frac{AC \cdot ED}{CD} = \frac{100 \cdot 1{,}8}{6}$ =30 м.

Ответ: высота ели 30 метров.

Вопрос 3: *«Смогли ли мы решить проблему, обозначенную в начале урока?»*

Предполагаемые ответы: *«Измерить высоту недосягаемого объекта можно применив признак подобия треугольников».*

Вопрос 4: *«Выделите этапы выполнения работы над задачей».*

Предполагаемые ответы:

1. Выделение проблемы. Постановка цели;

2. Определение метода решения;

3. Перевод задачи с языка жизненной ситуации на язык математики;

4. Решение математической задачи;

5. *Перевод математического результата на язык исходной жизненной ситуации (интерпретация).*

Этап реализации проекта. Домашнее задание (подготовить проект) на тему «Измерение высоты недосягаемого объекта (дерева или дома). Результаты оформить в виде презентации, по следующему плану:

1. Тема, проблема, цель, предполагаемый результат;

2. Найти способы измерения высоты недосягаемых объектов в

открытых источниках информации;

3. Наполнить измерение дома или любого дерева данными способами;

4. Построить математическую модель ситуаций;

5. Сравнить результаты измерений, сделать выводы, относительно достоверности полученных результатов.

Заключительный этап. На следующем уроке обучающиеся защищают подготовленные проекты. Оценивается соответствие материала заявленной теме, четкость и правильность чертежа и решения задачи, грамотность и правильность речи, самостоятельность в выполнении задания.

Урок, построенный таким образом, позволяет организовать проектную деятельность на уроке геометрии, повысить мотивацию на уроке, показать практическую значимость изучаемого предмета.

Литература

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. 7-9 классы : учебник для общеобразовательных организаций / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов. – Москва : Просвещение, 2017. – 383 с.

2. Ковалева, Т. М. Тьюторство как ресурс для системы развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова / Т.М. Ковалева, М.Ю. Чередилина. – Москва : Авторский Клуб, 2015. – 56 с.

3. Матяш, Н.В. Инновационные педагогические технологии. Проектное обучение : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования / Н.В. Матяш. – Москва : Издательский центр «Академия», 2014 – 160 с.

4. Полат, Е.С. Метод проектов : история и теория вопроса / Е.С. Полат // Современные педагогические и информационные технологии в системе образования. – 2010. – № 1. – С. 193– 200.

5. Саранцев, Г.И. Упражнения в обучении математике / Г.И. Саранцев – Москва : Просвещение, 1995. – 240 с.

TUTOR SUPPORT OF PROJECT ACTIVITIES IN GEOMETRY TRAINING

Derbedeneva Natalya, Volkova Anastasia, Oreshina Evgenia

Abstract. The article discusses the features of the implementation of project activities in teaching geometry in the context of tutor support. The necessary conditions for the successful implementation of educational project activities are determined, and an example of organizing project activities in geometry lessons is considered.

Keywords: *teaching geometry, project activities, research skills, tutor support of project activities.*

ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

Егупова Марина Викторовна,
доктор педагогических наук, доцент,
e-mail: mv.egupova@mpgu.su,
Колемагин Михаил Юрьевич,
аспирант
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва, Россия

Аннотация. В статье анализируется проблема воспитания средствами учебного предмета в истории школьного математического образования, рассматриваются возможности использования практико-ориентированных задач для достижения целевых ориентиров в области формирования ценности научного познания.

Ключевые слова**:** *история школьного образования, ценность научного познания, воспитание, математика, практико-ориентированные задачи.*

Современное общее математическое образование в России базируется на накопленном педагогическом опыте в период развития массовых школ XVIII-XIX веков, а также на достижениях методико-математической науки XX века, обусловивших формы, методы, средства и содержание обучения математике, а также его результаты. В настоящее время в нормативных документах определены направления дальнейшего развития системы общего математического образования, в которых прослеживаются исторические параллели.

В общем образовании всегда присутствовала воспитательная составляющая. Это обусловлено социальной позицией общества в отношении детей и подростков, которая обобщенно состоит в том, что учитель – это посредник между обучающимся и миром науки и культуры, а также окружающей действительностью.

Связь с реальным миром в обучении математике устанавливается через практические приложения. В настоящее время во ФГОС ОО этому уделено специальное внимание. В требования к предметным результатам обучения включены требования использовать математический аппарат «для описания реальных процессов и явлений», «приводить примеры математических закономерностей в природе и общественной жизни, распознавать проявление законов математики в искусстве» и т.п. как на базовом, так и на углубленном уровне [7]. В свою очередь, целевые ориентиры результатов воспитания школьников, заданные в Примерной рабочей программе воспитания [6] согласованы с требованиями ФГОС ОО к личностным результатам освоения обучающимися образовательных программ, но средства их достижения напрямую связаны с предметным содержанием, а, значит, и с предметными результатами обучения.

Так, реализация целевых ориентиров в области формирования ценности научного познания средствами учебного предмета «Математика» невозможна без включения в содержание обучения специально подобранных практических приложений, с помощью которых будут установлены связи «человека с природной и социальной средой», развиты «познавательные интересы в разных предметных областях» [6].

Но необходим отбор таких приложений для школьников, которые действительно будут иметь воспитательную ценность, а не только служить иллюстрацией изучаемой теории.

Проследим, какую роль в обучении математике играли практические приложения в разные исторические периоды. Это позволит определить их воспитательную значимость для школьников.

В период становления массового образования в XVIII веке сюжеты задач носят утилитарный характер и связаны с различной профессиональной деятельностью. В XIX веке система образования совершенствуется, и в школе основной функцией практико-ориентированных задач становится иллюстрация изучаемой теории, но в сюжетах сохраняется направленность на подготовку к производительному труду.

В этот период Н.И. Лобачевский в «Наставлениях учителям математики в гимназиях» (1830 г.) отмечает, что цель обучения математике состоит «в двоякой пользе сего учения: … применение его к потребностям в нашей жизни и дальнейшее развитие самой науки» [4]. Подтверждение этому тезису находим в школьной программе по математике 1852 года, в которую включены измерительные работы на местности с использованием различных геодезических приборов [3]. В дореволюционные учебники математики включены задачи, связанные с различными областями сельского хозяйства, производства, быта, а также с общими знаниями о мире, например, такого содержания: «*Определить окружность Луны, когда известно, что диаметр ее равен 468 географических миль.*» (1894 г.) [2].

Начало XX века отмечено международным движением за реформу преподавания математики, которое возглавил Ф. Клейн. В России в рамках этой реформы успели провести два съезда учителей математики. В материалах съездов отмечается, что «на первомъ планѣ изученія математики должно быть воспитаніе мышленія», а изучение практических приложений математики в школе не является самоцелью, а средством «миропониманія» [8, с. 163]. К сожалению, реформа была приостановлена в связи с началом Первой мировой войны.

Произошедшая смена политического устройства России в этот же период не могла не повлиять на сложившуюся систему школьного образования. В СССР провозглашается политехническая и прикладная направленность обучения математике. Это выразилось в том, что в сюжеты задач включались упоминания о значимых для страны событиях, таких как выполнение Продовольственной программы, полет первого человека в космос. Также были изданы сборники задач с производственным, сельско-хозяйственным содержанием. Использованные сюжеты часто были не понятны не только школьникам, но и учителям. Такой подход к обучению математике сохранялся примерно до второй половины XX века, что оправдывалось необходимостью ранней профессиональной ориентацией школьников в связи с индустриализацией страны и восстановлением народного хозяйства в послевоенные годы.

В 70-80-х годах XX века отношение к практическим приложениям существенно меняется, да и обучение математике в школе все больше приобретает черты общекультурной значимости. В.И. Арнольд в этой связи отмечает, что важно не только и не столько изучать приложения математики, сколько научиться «математическому пониманию природы» присущим ей методом [1]. Действительно, изучение метода математического моделирования могло бы стать основой для формирования математического взгляда на окружающий мир у школьников, изучающих этот предмет как на базовом, так и на углубленном уровнях. Но в нормативных документах и конца XX века, и современных, прямых требований обучения этому методу не находим.

Использование в обучении метода математического моделирования в сочетании со специально подобранными практическими приложениями, доступными для понимания школьников и близкими к их обыденной жизни, может иметь серьезное воспитательное значение и оказывать непосредственное влияние на формирование математической культуры как составляющей функциональной (математической) грамотности.

Наиболее важным в этом отношении этапом метода является этап математизации, на котором проводится предварительный анализ предлагаемой в задаче проблемной ситуации с целью установления возможности применения математики для ее разрешения, определяются все нематематические термины, дается им математическая интерпретация, выявляются отношения между значимыми для разрешения ситуации объектами. Формирование умений выполнять перечисленные действия непосредственно связано с математической культурой. В этом исследовании будем рассматривать математическую культуру как способность школьника взаимодействовать с окружающей действительностью доступными ему математическими средствами.

Приведем примеры таких заданий, разделив их на две категории:

1) на нахождение несоответствий в описании реальной ситуации;

2) на оценку корректности использования математической терминологии.

Задание 1.1. Для вычисления площади земельного участка, имеющего форму произвольного четырехугольника, в сети Интернет предлагается воспользоваться онлайн калькуляторами (рис. 1а и рис. 1б). Для получения результата необходимо измерить несколько величин и ввести в специальную форму их значения. Площади каких четырехугольных участков земли нельзя вычислить с помощью этих калькуляторов?

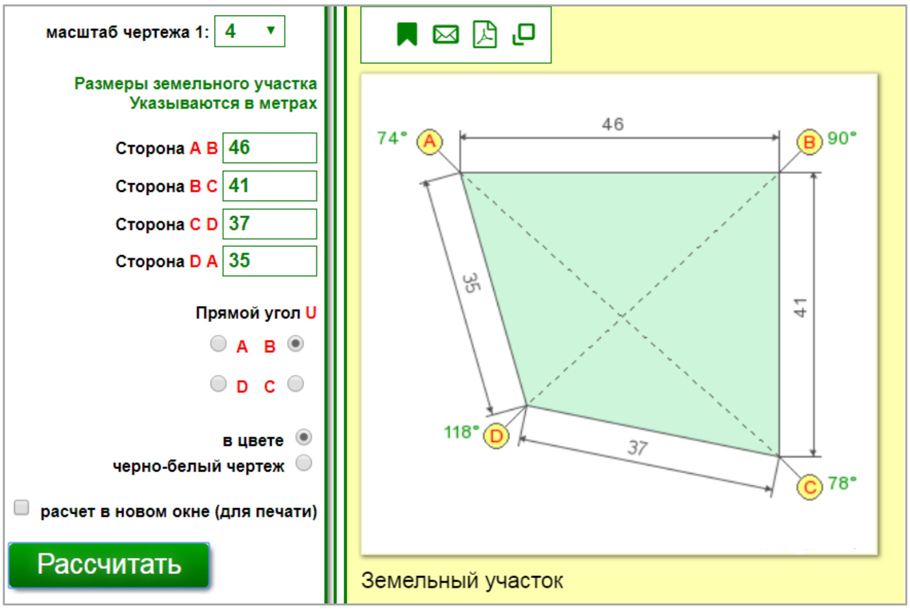


Рисунок 1а – Рановидности онлайн калькуляторов

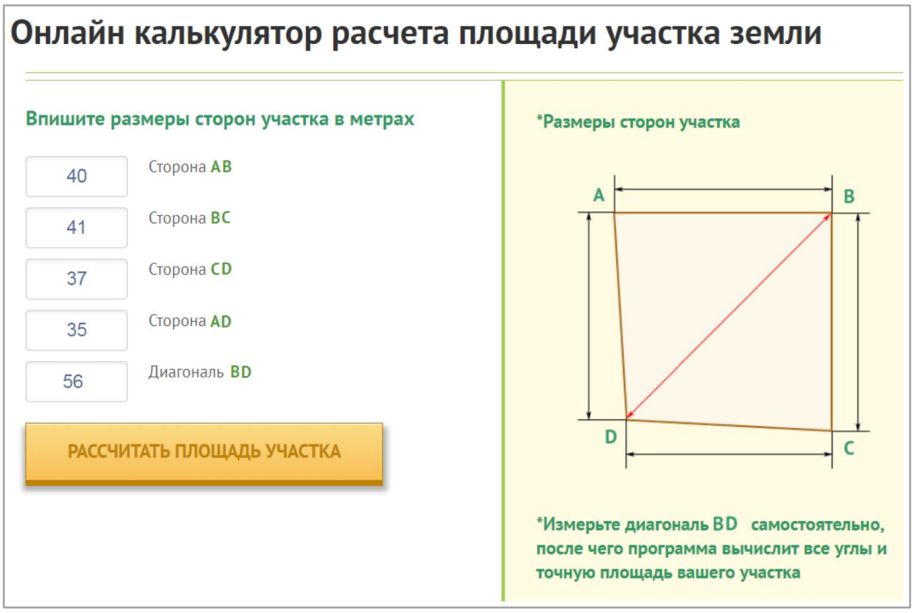


Рисунок 1б – Рановидности онлайн калькуляторов

Решение. Калькулятор на рис. 1а позволяет вычислять только площади земельных участков, имеющих форму четырехугольника с одним прямым углом. Вычисление площади участка с помощью калькулятора на рис. 1б может быть возможным только при условии измерения диагонали четырехугольника. Такому прямому измерению могут препятствовать зеленые насаждения и строения, возведенные на участке.

Задание 2.1. В 2019 году в Москве запустили новый вид городского транспорта. Это целая сеть связанных железнодорожных маршрутов, которые образуют линии наземного метро. На рисунке представлена схема этого транспорта, который был назван Московскими Центральными Диаметрами (МЦД). Удачно ли подобрано название для этого транспортного проекта?

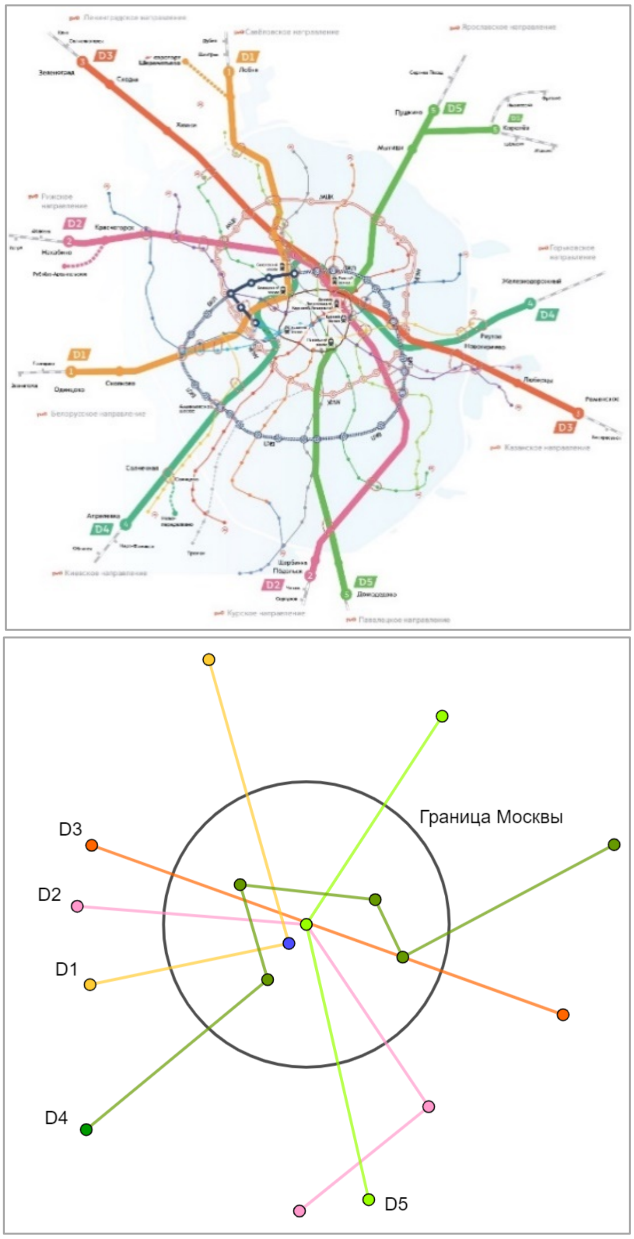


Рисунок 2 – Рисунки к заданию 2.1

Решение. Диаметр – это отрезок, соединяющий две точки окружности, и проходящий через центр.

В качестве модели границы Москвы рассмотрим окружность. Во-первых, концы МЦД не лежат на окружности, поэтому диаметрами в математическом смысле их назвать нельзя. Все МЦД проходят через центральный административный округ города (модель – центр окружности), и это название считаем корректным.

Можно ли выбрать в качестве моделей этих железнодорожных путей прямые? Для МЦД D_1, D_2, D_4 и D_5 - нет, скорее, это ломаные. Но, например, для D_3 название вполне удачное.

Задание 2.2. В 2019 году в Москве начали строительство магистралей, которые сегодня обеспечивают съезды-выезды транспорта в местах пересечения (рис. 3). Эта сеть магистралей получила название Хорды. Удачно ли в этом случае подобрано название?

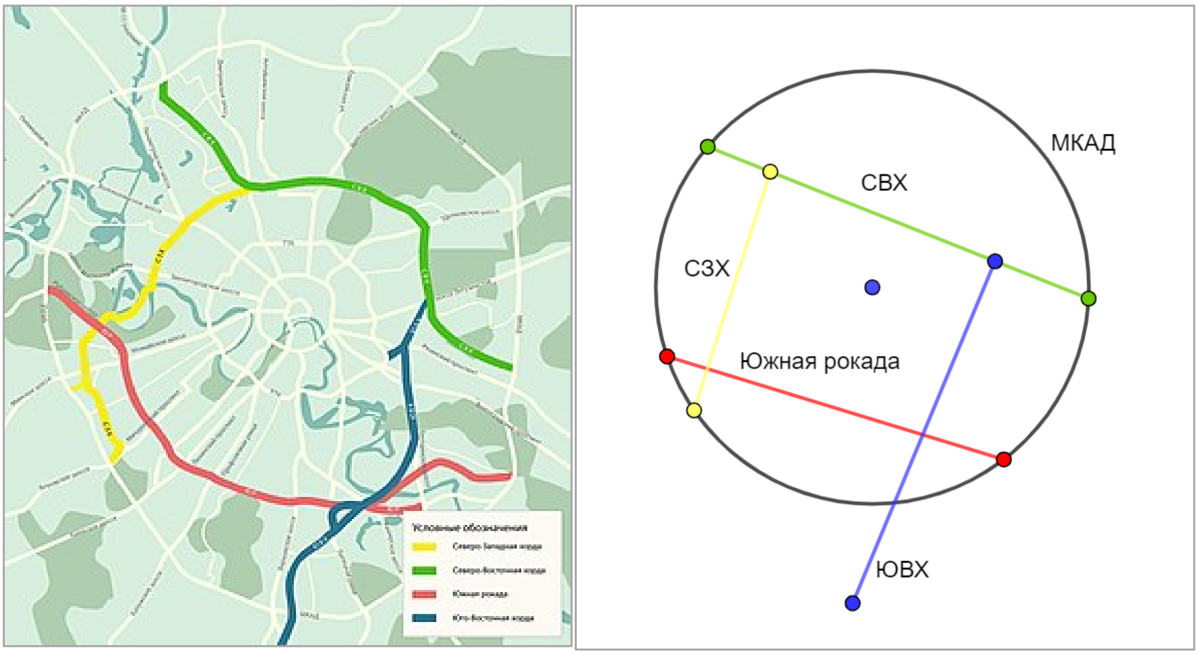


Рисунок 3 – Рисунок к заданию 2.2.

Решение. Хордами называют отрезки, соединяющие две точки окружности. В этом случае окружность является моделью МКАД.

Как видим, СВХ и Южная рокада действительно находятся внутри МКАД. Конечно, они не являются частью прямых, но можно этим пренебречь, поэтому для них название вполне удачное, а вот для СЗХ и ЮВХ название «хорды» не подходит, так как один их конец не находится на МКАД (рис. 3).

Итак, в традициях школьного математического образования изучение практических приложений имеет давнюю историю, однако в современных условиях актуализируется задача поиска таких приложений и методов работы с ними, которые открывали бы широкие возможности для личностного развития и воспитания обучающихся.

Одним из перспективных подходов представляется использование практико-ориентированных задач для обучения методу математического моделирования как универсальному методу описания действительности. Это открывает большие возможности не только для применения изучаемой науки, но и для формирования у учащихся научного мировоззрения и ценностного отношения к знаниям. Использование подобных заданий может оказывать воздействие на формирование личностной сферы школьника и способствовать достижению целевых ориентиров в области формирования ценности научного познания. Такое направление имеет большое значение для повышения воспитательного потенциала учебного предмета математики и может стать перспективной темой дальнейших исследований.

Литература

1. Арнольд, В.И. Математическое понимание природы / В.И. Арнольд. – Москва : МЦНМО, 2009. – 144 с.

2. Борышкевич, М.Ф. Курс элементарной геометрии с практическими задачами. Для городских училищ по программе Винницкого съезда учителей / М.Ф. Борышкевич. – Киев, 1894. – 109 с.

3. Колягин, Ю.М. Русская школа и математическое образование: Наша гордость и наша боль / Ю.М. Колягин. – Москва : Просвещение, 2001. – 318 с.

4. Материалы для биографии Н.И. Лобачевского / Сост. Л.Б. Модзалевский. – Москва-Ленинград, 1948. – 134 с.

5. Мрочек В.Р. Педагогика математики : истор. и метод. этюды / В.Р. Мрочек, Ф.В. Филиппович. – Т.1. – Санкт-Петербург : Кн-во О. Богдановой, 1910. – VIII, 380 с.

6. Реестр примерных основных общеобразовательных программ: Примерная рабочая программа воспитания для общеобразовательных организаций Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 23 июня 2022 г. № 3/22): офиц. сайт. – URL: fgosreestr.ru (дата обращения: 13.11.2023).

7. Реестр примерных основных общеобразовательных программ: Федеральные государственные образовательные стандарты общего образования: офиц. сайт. – URL: fgosreestr.ru (дата обращения: 13.11.2023).

8. Труды 2-го Всероссийского съезда преподавателей математики. Доклады. – Москва, 1915. – 320 с.

THE EDUCATIONAL POTENTIAL OF THE SCHOOL MATHEMATICS COURSE

Egupova Marina, Kolemagin Mikhail

Abstract: the article analyzes the problem of education by means of a subject in the history of school mathematical education, considers an example of using practice-oriented tasks to achieve planned personal results in various areas of education.

Keywords: *planned results, personal results, education, mathematics, practice-oriented tasks.*

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ СИСТЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛУГАНЩИНЫ

Жукова Виктория Николаевна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: v.zhukova.lnu@gmail.com
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, РФ

Аннотация. В статье представлен общий анализ истории развития системы математического образования Луганщины в период с XIX века по настоящее время. Рассматривается специфика создания учебных заведений в целом, проблемы математического образования.

Ключевые слова: *история развития математического образования, математическое образование на Луганщине, учебные заведения, преподавание математики, первые учителя математики.*

В рамках научного исследования по проекту «Летопись математического образования Луганщины» на базе ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет» был проведен общий анализ истории развития системы математического образования Луганщины в период с XIX века по настоящее время.

Описание системы математического образования Луганщины до начала XIX века затруднено из-за отсутствия доступных письменных источников о том времени. Тем не менее, можно сказать, что в то время на Руси уже использовалась десятичная нумерация и литерный способ записи чисел. Чтобы записать числа, следовали римско-греческой традиции и использовали буквы древнеславянского алфавита. Математические знания передавались через церковную среду и использовались для расчета дат церковных праздников и других важных событий.

В XVI–XVII веках появились переводные книги, которые были необходимы для землемерия, топографии, военного дела и торговли. В них содержались знания об арифметике и геометрии.

Государственная система математического образования в России начала развиваться с XVIII века, с петровских времен. В 1701 г. в Москве была открыта школа математических и навигационных наук, где преподавали различные предметы, включая арифметику, алгебру, геометрию, тригонометрию, астрономию и навигацию.

Выпускники навигационной школы были направлены во все губернии России для открытия школ для обучения молодых людей. В этих школах основное внимание уделялось вычислениям и геометрии. Духовенство обучалось в епархиальных школах, а военные в гарнизонных, где также изучалась математика в различных объемах. Таким образом, система школьного математического образования в России начала формироваться в начале XVIII века.

История развития системы математического образования Луганщины началась с основания Киевской Руси. В этот период математика считалась одним из важнейших предметов образования и изучалась в монастырских и церковных школах. Однако на территории Луганщины в то время не существовало специализированных учебных заведений по математике.

Создание учебных заведений на Луганщине имеет глубокую историческую подоплеку, связанную с промышленным развитием региона. Исторические исследования свидетельствуют, что ростки математического образования были заложены еще в XIX веке.

Существенным отличием Луганщины от других областей являлось то, что образование сюда пришло вместе с началом промышленной добычи угля. Горное дело требовало знаний, поэтому первым учебным заведением на Луганщине была начальная горная школа, открытая на Луганском литейном заводе в 1823 году. В школе изучались Закон Божий, чтение, письмо, начало арифметики и линейного рисования [5, с. 262].

В апреле 1839 года утверждено «Положение об учебных заведениях Луганского горного округа», в соответствии с которым была создана система профессионального образования на предприятиях и в горных селениях округа. Согласно Положению, в эти учебные заведения принимались все без исключения дети нижних чинов и рабочих Луганского горного округа, которые проходили обучение с восьмилетнего возраста до достижения 13 лет.

Кроме начальных горных школ, в августе того же года в Луганске и в Лисичанске были открыты два училища: Луганское заводское и Лисичанское. Каждое на 24 ученика. В училище принимались лучшие выпускники начальной горной школы по достижению 12-летнего возраста [5, с. 263].

«Военно-статистическое обозрение Российской империи», изданное в 1850 году сообщало: «На Лисичьем буераке, или так называемые Лисичанские каменно-угольные месторождения...Там устроено два селения горнорабочих с 2400 душ обоего пола жителей, прекрасно заселены, с ланкастерскими школами для всех детей вообще, и горным училищем – для избранных учеников» [1, с. 127-128].

Данные учебные заведения просуществовали до отмены крепостного права в 1861 году, в последствии были переданы Министерству народного просвещения Российской империи.

1 ноября 1877 года в «Екатеринославских епархиальных ведомостях» сообщалось об объявленной благодарности епархиального начальства законоучителю Лисичанской сельской школы – священнику Петру Фирсову. Поводом было отношение директора народных училищ от 10 июля 1877 года за № 1020-м «О похвальной деятельности некоторых законоучителей на пользу народного образования» [3, с. 391].

28 февраля 1883 года сообщалось о рассмотрении епархиальным начальством прошения псаломщика Покровской церкви с. Аннинского Луганского уезда Николая Боголюбова о переводе его в Митрофановскую церковь с. Лисичанск. Данное прошение было оставлено без удовлетворения, при этом решение было мотивировано заявлением благочинного 4-го округа церквей Бахмутского уезда священника И. Левандовского о том, что прихожане с. Лисичанска желают иметь при своей церкви псаломщиком «человека с богословским образованием или же такого, который, при существовании в означенном селе 4-х школ, мог быть помощником приходскому священнику по законоучительской должности» [4, с. 83].

К сожалению, описания этих школ ведомости не дали, но, как видим, церковно-приходская школа в Лисичанске ещё отсутствует. В то же время заботой и благочинного, и священника Свято-Митрофановской школы было преподавание во всех этих учебных заведениях Закона Божия.

На основании «Отчета Екатеринославского епархиального училищного совета о состоянии школ церковно-приходских и грамоты в Екатеринославской епархии за 1901 год» удалось установить, что церковно-приходская школа при Свято-Митрофановской церкви была открыта только в 1895 году. Школьное здание принадлежало церкви, при нём имелась квартира для учителя. В 1901 году в ней обучалось 62 мальчика и 66 девочек [7, с. 31].

Информацию о Лисичанской церковно-приходской школе мы встречаем в отчете Екатеринославского епархиального наблюдателя за 1903–1904 учебный год: «Хорошо поставлено обучение церковнославянскому языку в школах: … Лисичанской…» [6, с. 23]; «К лучшим школам по успехам в счислении относятся: … Лисичанская...» [6, с. 32].

Таким образом, можно констатировать, что в XIX веке, с развитием промышленности и образования, на Луганщине появились первые школы и училища, где математика стала одним из ключевых предметов. Однако недостаток квалифицированных учителей и оборудования сказывался на качестве математического образования в регионе.

В согласии с указом Совета Народных Комиссаров от 24 марта 1920 года «О срочном выпуске инженеров-специалистов», в Луганске 27 марта 1920 года был основан Луганский народный техникум, используя ресурсы паровозостроительного завода [2].

Соответственно, техникум стал первым высшим учебным учреждением в Донбассе по подготовке кадров для машиностроительных предприятий, а в конце августа 1920 года техникум переименовали в «Луганский вечерний рабочий техникум» (ЛВРТ). В нем готовили инженеров на трех факультетах (механическом, электротехническом и строительном). Студентам, завершившим 3-летнее обучение в техникуме и прошедшим годичную практику по своей специальности, присваивалось звание инженера.

В 1930 году Совет Народных Комиссаров СССР изменил статус Луганского вечернего рабочего техникума и реорганизовал его в Луганский вечерний рабочий машиностроительный институт. Первый выпуск инженеров этого института по специальности «Строительное дело» состоялся в 1932 году.

Так, в начале XX века на Луганщине начали действовать первые высшие учебные заведения, в том числе технические и педагогические институты. Это обеспечило более высокий уровень математического образования в регионе.

В этот период также активно развивались математические школы и кружки, повышая интерес к этому предмету среди школьников.

В советское время математика стала одним из основных предметов образования и получила большое значение в рамках научно-технического прогресса. На Луганщине открывались новые учебные заведения, в которых предлагались специализации в области математики и естественных наук. Были созданы математические научные центры и лаборатории, которые занимались проведением научных исследований и развитием математической науки.

С началом независимости Украины в 1991 году система математического образования на Луганщине также продолжила развиваться. Было создано больше математических кафедр и лабораторий в университетах и научных центрах, проводились научные конференции и семинары по математике.

В настоящее время система математического образования Луганщины включает в себя школы, лицеи, гимназии, вузы и научные учреждения, где проводятся уроки, лекции, семинары и научные исследования по математике. Популярными стали также олимпиады и конкурсы по математике, которые активно развивают математический потенциал юных людей в регионе.

Таким образом, развитие системы математического образования на Луганщине имеет долгую историю и связано с важными научными и образовательными достижениями. Благодаря усилиям ученых, учителей и студентов, математика остаётся одним из важнейших предметов в образовании и вносит значимый вклад в науку и технологический прогресс.

Литература

1. Военно-статистическое обозрение Российской империи: издаваемое по высочайшему повелению при 1-м отделении Департамента Генерального штаба. Т. 11, ч. 4: Екатеринославская губерния. – СПб., 1850. – 186 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://elib.shpl.ru/ru/nodes/83-t-11-ch-4-ekaterinoslavskaya-guberniya-1850#mode/inspect/page/135/zoom/4 (дата обращения 17.09.2023).

2. Декрет Совета Народных Комиссаров. О срочном выпуске инженеров-специалистов. Собрание узаконений и распоряжений правительства за 1920 г. Управление делами Совнаркома СССР. – Москва, 1943. – С. 151–152. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://istmat.org /node/41240 (дата обращения 17.09.2023).

3. Екатеринославские епархиальные ведомости. 1878. № 21. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://pravoslavnoe-duhovenstvo.ru/library/material/7243/ (дата обращения 27.10.2023).

4. Екатеринославские епархиальные ведомости. 1883. № 6. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.pravoslavnoe-duhovenstvo.ru/library/material/7255/ (дата обращения 11.10.2023).

5. История Луганского края : Учебное пособие / Ефремов А.С., Курило В.С., Бровченко И.Ю., Климов А.А., Красильников К.И., Семистяга В.Ф., Подов В.И. – Луганск: Альма-матер, 2003. – 432 с.

6. Отчет Екатеринославского епархиального наблюдателя церковных школ. За 1903–1904 учебный год. – Екатеринослав, 1905. – 115 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.prlib.ru/item/435292 (дата обращения 22.10.2023).

7. Отчет Екатеринославского епархиального училищного совета о состоянии школ церковно-приходских и грамоты в Екатеринославской епархии за 1901 гражданский год. – Екатеринослав, 1902. – 173 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.prlib.ru/item/713496 (дата обращения 16.09.2023).

HISTORY OF THE DEVELOPMENT OF THE MATHEMATICAL EDUCATION SYSTEM IN LUGANSK REGION

Zhukova Viktoriia

Abstract. The article presents a general analysis of the history of the development of the mathematical education system in the Luhansk region from the 19th century to the present. The specifics of creating educational institutions in general and the problems of mathematical education are considered.

Key words: *history of the development of mathematical education, mathematical education in the Luhansk region, educational institutions, teaching mathematics, the first teachers of mathematics.*

О СОСТОЯНИИ ШКОЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ПРЕДРЕВОЛЮЦИОННЫЙ ПЕРИОД В РОССИИ

Котова Марина Алексеевна,
ассистент,
e-mail: enjoykin1998@gmail.com
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, ЛНР

Аннотация. На сегодняшний день имеет место глобальная трансформация всего математического образования, однако, в российской истории подобные трансформации уже имели место, в частности наиболее кардинальные изменения в математическом образовании произошли в начале XX века, когда произошла не только смена содержания программ математического образования, но и всей образовательной парадигмы.

Ключевые слова: *математическое образование, СССР, дореволюционный период, учебные программы, учебные пособия.*

Современное общество переживает очередную стадию реформирования математического образования. В частности имеет место попытки стандартизировать математическое образование, привести его к единому виду по всей территории Российской Федерации. Данный процесс достаточно противоречив и сопровождается трудностями, связанными как с внедрением новых программ, так и подготовкой и апробацией новых учебников. Однако необходимость данного процесса обусловлена многочисленными причинами, в частности снижением уровня математического образования в России.

Как и любое преобразование, данная реформа требует изучения педагогического опыта, накопленного в отечественной педагогике, который позволит провести реформирование на более высоком уровне и избежать ошибок, которые уже были допущены в прошлом. Наиболее ярким примером из отечественной истории являются революционные события начала XX века.

Целью статьи является обзорное изучение состояния математического образования в России в предреволюционный период.

Согласно исследованию И.К. Андронова в его книге «Полвека развития школьного математического образования в СССР» [1], к началу XX в. Россия занимала среди капиталистических стран почти последнее место по грамотности населения, обойдя лишь Индию, Мексику и Турцию.

Причину этого тяжелого наследия вскрыл В.И. Ленин: «Такой дикой страны, в которой бы массы народа настолько были ограблены в смысле образования, света и знания, – такой страны в Европе не осталось ни одной, кроме России. И эта одичалость народных масс, в особенности крестьян, не случайна, а неизбежна при гнете помещиков, захвативших десятки и десятки миллионов десятин земли, захвативших и государственную власть...» [4]. Подобная ситуация с неграмотностью в стране влекла за собой проблемы и в математическом образовании.

Содержание школьного математического образования определялось тем учебным учреждением, в котором обучался учащийся. Существовало множество типов начальных школ (одноклассные, двухклассные, министерские, земские, церковноприходские, городские, инородческие, миссионерские), школ повышенного уровня (высшие начальные училища, мужские и женские прогимназии, духовные училища, торговые школы и др.) и школ, дающих среднее образование (мужские и женские гимназии, реальные и коммерческие училища, кадетские корпуса, духовные семинарии, епархиальные училища, институты благородных девиц).

Математическое образование носило дифференцированный характер: для кого-то оно ограничивалось знаниями, которые они получали в начальной школе (т. е. четырьмя арифметическими действиями над натуральными числами и простейшими сведениями о дробях), дети, продолжавшие обучение в гимназиях получали образование на более высоком уровне. Однако не все имели возможность обучаться в гимназиях, реальных училищах, институтах и т.д., так как в дореволюционной России существовало классовое различие и школы также носили классовый характер.

Основными общеобразовательными средними учебными заведениями дореволюционной России были гимназии, реальные и коммерческие училища. Гимназии имели явно выраженное гуманитарное направление. Об этом свидетельствует распределение часов по отдельным предметам.

В 1914 г., например, на гуманитарные дисциплины отводилось 138 часов, а на математику, природоведение и географию — всего 62 часа (химия в учебный план вообще не входила). На математику отводилось примерно 10% всего учебного времени. Программа по математике включала арифметику, алгебру, геометрию и тригонометрию. Реальные училища являлись общеобразовательными школами с семилетним сроком обучения, шесть основных классов (V и VI классы делились на два отделения – основное и коммерческое) и VII дополнительный. Этот последний предназначался для подготовки в высшие технические и сельскохозяйственные учебные заведения, а с начала XX в. – на физико-математические и медицинские факультеты университетов. На основном отделении реальных училищ математика изучалась в значительно большем объеме, чем в гимназиях, на нее отводилось около 17% всего учебного времени [7].

Здесь изучался ряд тем, не входивших в гимназическую программу. В частности, начиная с 1907 г., программа реальных училищ включала в себя основы аналитической геометрии и математического анализа. В 1913 г. в стране было 17 тыс. реальных училищ. Коммерческие училища с семи- и восьмилетним курсом обучения давали общее и коммерческое образование. Окончившие такие училища могли поступать в коммерческие институты или высшие технические учебные заведения. На математику здесь отводилось около 14% учебного времени. Коммерческие училища из-за малочисленности практически не влияли на общую картину математической подготовки в стране.

В целом в царской России сложилась следующая система школьного математического образования: в начальной школе изучали арифметику целых чисел путем решения огромного количества однообразных задач, в средней школе – элементарную математику, включающую систематический курс арифметики, алгебру, геометрию и тригонометрию. Типичным недостатком преподавания математики в дореволюционной средней школе был его формальный характер.

В 1901–1907 гг. вопросы реформы школьного математического образования выносятся на обсуждение съездов директоров коммерческих училищ, деятелей технического и профессионального образования; появляются проекты программ на страницах педагогических журналов, обсуждаются на заседаниях научных обществ [«Журнал элементарной математики» (Киев, 1884–1886); «Вестник опытной физики м элементарной математики» (Киев – Одесса, 1886–1917); «Физико-математические науки в их настоящем а прошедшем» (Москва, 1885–1898); «Математические образование (журнал Московского математического кружка, 1912–1914); «Сообщения Харьковского математического общества» (1889–1917); Педагогический сборник «Русская школа»; «Журнал Министерства народного просвещения» и др.].

Вопросам преподавания математики уделяло должное внимание Киевское физико-математическое общество [2], которое в 1907 г. разработало проект программы по математике для мужских гимназий. Он характеризовался последовательным развитием в курсе арифметики н алгебры двух основных идей – понятия числа и понятия функции, включением элементов теории пределов, понятия производной и интеграла, начал аналитической геометрии на плоскости, использованием геометрических преобразований. В целом проект получил положительную оценку педагогической общественности.

В начале XX в. в России выходит ряд новых учебных пособий по математике для средних учебных заведений. В связи с введением в 1907 г. новой программы для реальных училищ выходят из печати «Основания анализа бесконечно малых» Н.И. Билибина, «Начала дифференциального исчисления» А.П. Киселева, «Начала анализа» М.Г. Попруженко, «Краткий курс аналитической геометрии на плоскости» Д.М. Синцова, переработанные учебники алгебры «Курс алгебры для средних учебных заведений» К.Ф. Лебединцева, «Начала алгебры» Д.А. Граве, «Систематический курс алгебры для средних учебных заведений» П.А. Долгушина, новые систематические курсы геометрии Н.А. Извольского, П.А. Долгушина, пропедевтический курс «Наглядная геометрия» А.М. Астряба и др.

Вопросы реформы школьного математического образования широко обсуждались на Всероссийских съездах преподавателей математики. Первый съезд состоялся в Петербурге с 27 декабря 1911 г. по 3 января 1912 г. (ст. ст.), а второй – через два года в Москве. Съезды были очень представительными: в работе первого участвовало 1217, второго – 1061 человек. Активное участие в подготовке и работе съездов приняли К.А. Поссе, Д.М. Синцов, С.Н. Бернштейн, С.А. Богомолов, В.В. Бобынин, Д.Д. Мордухай-Болтовской, В.Ф. Каган, А.В. Васильев, Б.К. Млодзеевский, П.А. Некрасов, П.С. Эренфест, М.Г. Попруженко, С.И. Шохор-Троцкий, К.Ф. Лебединцев, И.Н. Кавун, Н.Н. Володкевич, П.А. Долгушии, И.И. Чистаков, Н.А. Извольский, Д.Д. Галанин и др.

На съездах обсуждались вопросы улучшения содержания математического образования (системы преподавания, методического совершенствования школьного курса арифметики, функциональной направленности школьного курса алгебры, введения начальных сведений из дифференциального и интегрального исчислений, приближенных вычислений, элементов теории вероятностей, обоснования пропедевтического курса геометрии, движения в курсе геометрии, введения основ аналитической геометрии в школьный курс, возможности изучения неевклидовых геометрий в средней школе и др.), обоснования принципов и методов обучения математике (психологических основ обучения, связи преподавания математики с жизнью, активности и самодеятельности учащихся на уроках, лабораторного метода, элементов историзма в школьном курсе математики и др.).

Материалы съездов содержат интересные мысли по многим узловым вопросам школьного курса математики, Некоторые идеи, обсуждавшиеся на этих съездах, получили реальное воплощение в практике преподавания математики в нашей стране.

Многие методические проблемы, рассматривавшиеся на этих съездах, являются актуальными и сегодня [3; 5; 6]. Материалы Всероссийских съездов преподавателей математики представляют собой важный этап в развитии отечественной педагогической мысли.

Рекомендации первого съезда носили общий характер, проработкой деталей должен был заняться второй съезд. Он ограничился рекомендациями следующей направленности: пересмотреть место аналитической геометрии и анализа в школьных программах, выделив на их изучение достаточное количество времени; уделять большее внимание методике их преподавания. Пусть менее широко, но на съезде обсуждалось введение в школы теории вероятностей и математической статистики, элементы которых изучались в коммерческих училищах и кадетских корпусах. И если аналитическая геометрия и начало анализа еще появятся в советской школе, то элементы математической статистики исчезнут из программ на очень долгий срок.

В 1915 г. была создана комиссия по реформе народного образования. Были пересмотрены учебные планы, изданы примерные программы и объяснительные записки к ним. Среднее образование предполагалось начинать после начальной школы (с 10–11 лет). Средняя школа подразделялась на две ступени: первая – I-III классы, вторая – IV–VII. Вторая ступень делилась на три ветви: гуманитарно-классическую, новогуманитарную и реальную, общее время на изучение математики в которых составляло соответственно 11,8; 14,9; 17,2 и 22,1% общего времени, отведенного на изучение общеобразовательных предметов. Однако и этот проект не был осуществлен.

Претворению этих идей в жизнь помешали Первая мировая война, революция, Гражданская война, выдвинув в 1917 г. на первый план иные проблемы. На повестку дня встал вопрос о ликвидации безграмотности при отсутствии должного количества квалифицированных учителей в условиях бесплатного, то есть общедоступного образования и низкой материальной базы.

Великая Октябрьская социалистическая революция, открывшая новую эру в истории человечества, сломила старую буржуазно-помещичью систему образования и положила начало строительству новой, действительно народной социалистической школы. Развитие демократической системы образования было неразрывно связано с осуществлением ленинской национальной политики. «Декларация прав народов России» провозгласила независимость и свободное развитие всех национальностей бывшей царской России.

В целом математическое образование в дореволюционной России носило неоднородный характер: с одной стороны имелись учебные учреждения, которые показывали высокие результаты в области математического образования, что позволило России занимать высокое место в области математических наук в мире, но с другой стороны имел место огромный разрыв между количеством людей, имевших высокий уровень математического образования, и количеством малограмотного населения. Данная ситуация требовала немедленного решения, однако решить данную проблему удалось уже в Советской России в середине XX века.

Литература

1. Андронов, И.К. Полвека развития школьного математического образования в СССР / И.К. Андронов. – Москва : Просвещение, 1967. – 180 с.

2. Белый, Б. Н. Вопросы методики математики в работе Киевского физико-математического общества / Б.Н. Белый // Математика в школе. – 1962. – № 4. – С. 84–88.

3. Глушков, П.М. Всеросійські з'їзди викладачів математики / П.М. Глушков // В кн: Методика викладання математики. – Київ : Радянська школа, 1964.

4. Ленин, В.И. Собрание сочинений / В.И. Ленин. – 1 издание. – Том19. – Москва, Ленинград, 1925. – С. 115.

5. Метельский, Н. В. Очерки истории методики математики. К вопросу о реформе преподавания математики в средней школе / Н.В. Метольский. – Минск : Вышэйшая школа, 1968. – 340 с.

6. О Всероссийских съездах преподавателей математики // Никитин Н.И. Съезды преподавателей математики в России (историко-библиографический очерк). – Известия Академии педагогических наук РСФСР, 1946, вып. 6.

7. Правила и программы реальных училищ ведомства Министерства Народнаго просвещения [Текст] : неофициальное [издание] / В.А. Маврицкого. – Изд. 16-е значительно измененное и доп. – Москва : Тип. газеты "Русская земля", 1908. – 145 с.

ON THE STATE OF SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION IN THE PRE-REVOLUTIONARY PERIOD IN RUSSIA

Kotova Marina

Abstract. Today, there is a global transformation of the entire mathematical education, however, in Russian history such transformations have already taken place,

in particular, the most drastic changes in mathematical education occurred at the beginning of the twentieth century, when there was not only a change in the content of mathematical education programs, but also the entire educational paradigm.

Keywords: *mathematical education, the USSR, the pre-revolutionary period, curricula, textbooks.*

ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В.Ф. ШАТАЛОВА[1]

Кривко Яна Петровна,
доктор педагогических наук, доцент,
e-mail: *yakrivko@yandex.ru*
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, РФ
Дудик Александр Александрович,
учитель,
e-mail: *alexdudick@yandex.ru*
«Луганское общеобразовательное учреждение – средняя общеобразовательная школа № 11», г. Луганск, РФ

Аннотация. В статье представлен анализ публикаций по вопросам применения методической системы Виктора Федоровича Шаталова в современном образовании. Рассмотрены основные отличительные черты системы, ее базовые основы. Выделены перспективные направления использования идей В.Ф. Шаталова с точки зрения развития модульной системы обучения, информационно-коммуникативных технологий.

Ключевые слова: *В.Ф. Шаталов, учитель-новатор, опорный конспект, учебный процесс, «система Шаталова», учащийся.*

Реализация Федеральных государственных образовательных стандартов основного общего образования в содержании математического образования требует от учителя в процессе его работы достижения планируемых личностных, метапредметных и предметных результатов обучения. В тоже время на современном этапе развития педагогической науки имеет место сохранение традиций российского, советского

[1] *Работа выполнена в рамках проекта «Летопись математического образования на Луганщине: на перепутье времен»*

образования, а том числе и математического [6, с. 6], изучение результатов педагогической деятельности, что позволит повысить эффективность учебного процесса.

В этом отношении научный интерес представляет опыт донецкого учителя-новатора Виктора Федоровича Шаталова – Народного учителя СССР, преподавателя математики.

Первые экспериментальные классы им были созданы в середине 50-х годов XX века, в 70-х годах о новой методике стали появляться публикации, в 80-х годах В.Ф. Шаталов становится одним из самых известных учителей математики в СССР [7, с. 104].

Его новаторские идеи были изложены в многочисленных работах – как самого В.Ф. Шаталова (более 60 книг), так и исследователей его деятельности. Отметим, что далеко не все педагоги безоговорочно согласились с успешностью идей В.Ф. Шаталова – имели место, как позитивные публикации, так и статьи критического характера, а научные споры продолжаются и в современном информационном поле.

Цель статьи: проанализировать исследования вопросов эффективности и перспектив применения системы В.Ф. Шаталова в современном образовании.

Основная идея системы В.Ф. Шаталова заключалась в том, что школьная программа посильна для любого ребенка. Для практической реализации этой идеи им было предложено создание комплекса так называемых опорных конспектов, представляющих из себя минимизированный вариант основных положений той или иной крупной темы школьного курса математики, организацию работы учащихся на уроке, как во время изучения нового материала, так и во время контроля знаний – по блок-схемам, основываясь на развитии мышления учащихся [11; 13] и др.

Используя приемы логического свертывания (аббревиатуры, метафоры, сравнения и т.д.), а также графических средств, с применением условных обозначений, символов, пространственной субординации, цветовых выделений и т.п., В.Ф. Шаталов добивался максимальной лаконичности и информативности опорного конспекта [2, с. 17].

С.Н. Виноградов, исследователь педагогического наследия В.Ф. Шаталова, выделяет ряд естественных законов усвоения знаний, на которые опирается методическая система В.Ф. Шаталова. Прежде всего, это то, что «знания должны расти систематизировано, целостно» [1, с. 134], предполагая, что, прежде чем создавать целостную картину преподаваемого учащимся материала, необходимо наметить его «контур», спрогнозировать конечный результат. Во-вторых, постепенное наращивание информации. В-третьих, дозированная информационная нагрузка на учащегося, с учетом его физиологических особенностей. Кроме того, систематика инспектирования знаний – проверка усвоения темы, повторение изученного материала до полного его усвоения учеником [1, с. 135–136].

Отметим, что Виктор Федорович настаивал на том, что опорные конспекты не являются залогом успеха: «Сами по себе листы с опорными сигналами не решают общей педагогической задачи – обеспечить высокую результативность учебного процесса» [10, с. 243]. Базисным элементом всей системы в концепции Шаталова выступает учитель, который способен организовать учащихся, создать соответствующую комфортную для ученика атмосферу, в которой он будет чувствовать себя уверенно, достигать успеха в тех сферах знания, которые ранее ему были непосильны. Как было сказано выше, идеи В.Ф. Шаталова находили как своих последователей, так и критиков уже в 80–90-х годах XX века. Так Г.Г. Левитас, в своем труде по методике преподавания математики указывал ни излишнюю индивидуализированность творческих систем, по его мнению, «…система Шаталова создана Шаталовым для Шаталова» [5, с. 4].

М.Б. Волович писал, что подход укрупнения материала нецелесообразен потому, что «…они отрывают объединение в блоки от самого важного в организации усвоения знаний – от собственных действий учащихся» [3, с. 99].

На сегодняшний день методическая система В.Ф. Шаталова рассматривается так же с разных позиций. Так С.В. Шедина рассматривает шаталовскую систему как одну из «…наиболее известных и значимых систем в области информационно-коммуникативных технологий», как оказывающую огромное влияние на развитие современных информационных технологий и имеющую многообещающие перспективы в будущем [14, с. 427].

Липецкие исследователи Н.В. Гаврилов и В.С. Топильская рассматривают систему В.Ф. Шаталова как прообраз концепции современного модульного обучения, позволяющую осуществить интенсификацию процесса обучения в школе. Они предлагают заложить систему обучения В.Ф. Шаталова в основу процесса обучения единой технологией – организацией «…такого вида учёбы, при котором краткий конспект той или иной темы, применяется для достижения наивысшего уровня усвоения знаний,…возможности точного его воспроизведения, рационализации преподавания и контроля за самостоятельной работой» [4, с. 182].

Идеи В.Ф. Шаталова нашли свое применение в подготовке кадров в современной системе высшего образования. Например, А.В. Смирнов и др. предлагают схему для студентов процесса самостоятельного овладения системой и техникой составления опорных конспектов: разбиение текста вопроса на отдельные смысловые пункты; выделение главного пункта – основы содержания ответа; дополнение плана чертежами и графиками; анализ получившейся структуры; окончательное оформление опорного конспекта, добавление в него определений, формул, формулировки законов [9, с. 72].

В тоже время Ф.А. Сайфуллин говорит о том, что опорные сигналы лишают учащихся самостоятельности в познавательной деятельности, приводят к излишней схематизации учебного процесса. Он ставит под сомнения эффективность системы оценивания учащихся, предлагаемую В.Ф. Шаталовым, так как «…ежедневная оценка унижает их, лишает внутренней движущей силы, самостоятельности» [8, с. 81].

Приведенный обзор публикаций по вопросам целесообразности применения педагогического наследия В.Ф. Шаталова позволяет говорить о том, что его разработки отличались яркой самобытностью, во многом опережая свое время. Его правило «…4-х «П»: надо научить учащегося представлять, понимать, помнить и применять свои знания в нестандартных условиях» [12], остаются важным для современного учителя. Идеи Виктора Фёдоровича Шаталова по вопросам эффективной организации учебного процесса до сих пор актуальны и выступают поводом для проведения педагогических дискуссий.

Литература

1. Виноградов, С.Н. Качество образования и научная методология В.Ф. Шаталова в условиях информационного общества / С. Н. Виноградов, В. В. Слепушкин // Стратегические приоритеты. – 2019. – № 3-4(23-24). – С. 124–146.
2. Виноградов, С.Н. Система Шаталова: взгляд из современности / С. Н. Виноградов // Математическое образование. – 2006. – № 4(39). – С. 8–19.
3. Волович, М.Б. Не мучить, а учить : о пользе педагог. психологии / М. Б. Волович. – Москва : Изд-во Российского открытого университета, 1992. – 231 с.
4. Гаврилов, Н.В. Концепция модульного обучения В.Ф. Шаталова и её значение для современного образования / Н.В. Гаврилов, В.С. Топильская // Гуманитаристика в условиях современной социокультурной трансформации : Мат. IX Всерос. науч.-практ. конф., Липецк, 23–24 октября 2020 г. / Редколлегия: А.Н. Тарасов, Д.А. Беляев, Ю.В. Караваева [и др.]. – Липецк: ЛГПУ им. П.П. Семенова-Тян-Шанского, 2020. – С. 180–184.
5. Левитас, Г.Г. Современный урок математики. Методы преподавания : Метод. пособие для ПТУ / Г. Г. Левитас. – Москва : Высш. шк., 1989. – 85 с.
6. Математика. Реализация требований ФГОС основного общего образования : метод. пос. для учителя / Л. О. Рослова, Е. Е. Алексеева, Е. В. Буцко ; под ред. Л. О. Рословой. – Москва : ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО», 2022 – 264 с.
7. Ретюнских, И.В. Педагогическая система В. Ф. Шаталова как яркое достижение средового подхода к образованию и педагогике / И. В. Ретюнских // Гуманитарный вестник Военной академии Ракетных войск стратегического назначения. – 2018. – № 2(10). – С. 103–114.

8. Сайфуллин, Ф.А. Педагогический опыт В.Ф. Шаталова / Ф.А. Сайфуллин // Ядкяр. – 2008. – № 2(42). – С. 73–83.

9. Смирнов, А.В. Обучение в вузе по системе Шаталова (научно-методическое пособие) / А. В. Смирнов, Р. Н. Сафина, И. В. Валиахметова // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2. – С. 71–72.

10. Шаталов, В.Ф. Соцветие талантов / В.Ф. Шаталов. – Москва : ГУП ЦРП Москва – Санкт Петербург, 2001. – 380 с.

11. Шаталов, В.Ф. Куда и как исчезли тройки. Из опыта работы школ Донецка / В. Ф. Шаталов. – Москва, 1980. – 134 с.

12. Шаталов, В.Ф. Шесть шагов за горизонт / В. Ф. Шаталов. // Вечерняя Одесса. – 1986. – 5 сент.

13. Шаталов, В.Ф. Эксперимент продолжается / В. Ф. Шаталов. – Донецк : «Сталкер», 1998. – 396 с.

14. Шедина, С.В. Авторская система В.Ф. Шаталова и идеи её применения в информационно-коммуникативных технологиях / С. В. Шедина, С. А. Бобрышева // Эпоха науки. – 2023. – № 33. – С. 425–429.

REVIEW OF RESEARCH ON THE APPLICATION OF SHATALOV'S METHODOLOGICAL SYSTEM

Krivko Ia., Dudik A.

Abstract. The article presents an analysis of publications on the application of the methodological system of Viktor Fedorovich Shatalov in modern education. The main distinctive features of the system and its basic principles are considered. Promising directions for using V.F.'s ideas are highlighted. Shatalov from the point of view of the development of a modular training system, information and communication technologies.

Key words: *V.F. Shatalov, innovative teacher, supporting notes, educational process, "Shatalov system", student.*

О СОСТАВЛЕНИИ СИСТЕМЫ ЗАДАЧ

Нейман Алина Абрамовна,
учитель,
e-mail: anejman@mail.ru
МБОУ «Школа № 20 города Донецка», г. Донецк, Россия

Аннотация. Статья посвящена проблеме проектирования дифференцированного обучения математике, ориентированного на учёт возможностей и потребностей обучающихся, их различий. Обоснована целесообразность составления систем задач по каждой теме для учащихся с различными уровнями математической подготовки, удовлетворяющие приведенным требованиям. Сформулированы требования, которым должны удовлетворять задачи системы для обеспечения уровневой дифференциации обучения математике. Приведён пример системы задач по теме «Сложение положительных и отрицательных целых чисел» для 6 класса.

Ключевые слова: *обучение математике, дифференциация обучения, система задач, требования к системе задач, сложение целых чисел.*

Состояние школьного математического образования во многих странах мира, в том числе и в России, в последние годы значительно ухудшилось. В работе [1] проанализированы причины такого положения и предложены пути его модернизации. Одной из причин такого положения является низкая мотивация учащихся к обучению вообще, к обучению математике в частности. Именно она является главным препятствием в обеспечении достойного качества математического образования [2]. Одним из путей модернизации образования является дифференциация образования в общеобразовательных учреждениях: ведь дифференциация обучения является одним из основных принципов организации обучения. Дифференцированное обучение, прежде всего, ориентировано на учёт возможностей и потребностей обучающихся, их различий. Поэтому важнейшим видом дифференциации является уровневая дифференциация, которая предполагает, что обучающиеся могут усваивать материал на различных уровнях.

В данной работе будут рассматриваться некоторые аспекты обеспечения уровневой дифференциации обучения математике. Прежде всего, уровневая дифференциация касается обеспечения базового уровня математической подготовки, который дает возможность продолжать обучение.

Уровень обучения математике существенно определяется уровнем и характером задач, которые рассматриваются учителем и предлагаются учащимся для решения. В учебниках, как правило, подавляющее количество задач рассчитано на так называемого «среднего» учащегося. А в классе, с одной стороны, есть немало таких учащихся, для которых эти задачи недоступны, а с другой стороны, у некоторых учащихся решение предлагаемых задач вызывает скуку, они недогружены. Ясно, что нельзя всему классу предлагать во время самостоятельной работы одну и ту же систему задач. Перед учителем стоит непростая проблема – создать свою систему задач.

В методике обучения математике задачи по своим функциям можно разделить на такие типы:

1) задачи для усвоения математических понятий;

2) задачи на овладение символикой, то есть задачи, направленные на овладение математическим языком;

3) задачи для обучения обоснованиям;

4) задачи для формирования математических умений и навыков;

5) задачи, направленные на подготовку к изучению нового материала и др. [4; 5].

Важное значение имеет построение системы задач, которые предлагаются обучающимся, как для работы в классе, так и для домашнего задания. Эта система задач должна отвечать определенным требованиям: полноте; дифференцированности, соответствию подготовке учащихся; наличию дублей; разнообразию постановок; возрастающей сложности; возможности применения различных методов решения; применимости.

Нами разработаны системы задач, удовлетворяющие перечисленным положениям и предназначенные для одного блока уроков (не для одного урока, а для подтемы, на изучение которой отводится несколько уроков).

Системы задач разработаны для пяти уровней математической подготовки обучающихся***:*** *ниже низкого, низкого, среднего, высокого, высшего*.

К набору задач для каждого уровня предлагаются вопросы для самоконтроля, причём имеют место не только вопросы на воспроизведение изучаемого материала, но и такие вопросы, которые способны выявить, понимает ли обучающийся этот материал, способен ли он решить подобные задачи, насколько сознательно он усвоил пройденную тему или подтему.

На каждом уроке отводится время для самостоятельного решения задач. На этой части урока и выдаются учащимся задачи, подготовленные пока на карточках. Работа довольно трудоёмкая. Начата разработка соответствующей компьютерной программы, что даст возможность охватывать подобным подходом большее количество тем.

Во время самостоятельной работы учащихся учитель старается общаться с каждой группой учащихся. Если есть уверенность, что учащийся справляется с задачами предложенного уровня, то ему предлагаются задачи следующего уровня, причём об этом учащиеся предупреждаются заранее. Возможна и противоположная ситуация, когда учащимся приходится уменьшать уровень предлагаемых задач.

Подготовлена система задач по теме «Сложение положительных и отрицательных целых чисел» для 6 класса, соответствующая изложению в учебнике [3]. В связи с низким уровнем математической подготовки учащихся, в данной работе указанная выше тема сокращена в двух направлениях. Во-первых, задачи направлены на выполнение только одного действия. А во-вторых, в неё не включены задачи, направленные на формирование навыков выполнения сложения обыкновенных и десятичных дробей.

Почему выбрана эта тема? Опыт показывает, что учащиеся плохо её усваивают и немало старшеклассников не владеют соответствующими умениями и навыками. Кроме того, указанная тема позволяет обеспечить учащихся с различной математической подготовкой задачами, соответствующими уровню их подготовки. Очень важным является и то, она готовит учащихся к овладению этими действиями над рациональными числами.

Эта система задач состоит из следующих по содержанию типов задач.

1. Приводить примеры применения положительных и отрицательных чисел.

2. Записывать с помощью знаков «+» и «–» характеристики реальных явлений и событий.

3. Указывать результаты таких действий над величинами, как увеличение, уменьшение, изменение «на».

4. Указывать число, противоположное данному.

5. Для каждого значения x указывать значение $-x$ и наоборот.

6. Называть по порядку целые числа в указанном промежутке.

7. Сравнивать целые числа, располагать их по возрастанию или убыванию.

8. Подсчитывать итоги денежных операций и записывать их с помощью знаков «+» и «–».

9. Для каждого целого числа указывать несколько последовательных целых чисел, меньших или больших данного.

10. Определять знак суммы целых чисел.

11. Складывать противоположные числа и целые числа с 0.

12. Складывать числа с одинаковыми знаками.

13. Складывать числа с противоположными знаками.

14. Находить значения числовых выражений, имеющих несколько слагаемых.

15. Учитывать, что одно целое число больше, меньше, отличается от другого.

16. Решать простейшие уравнения, приводящие к сложению целых чисел.

17. Решать простейшие текстовые задачи, решение которых требует сложения целых чисел.

18. Применять свойства сложения целых чисел.

В качестве примера приведём систему задач для учащихся с высоким уровнем математической подготовки.

Задачи для усвоения понятий положительных и отрицательных чисел

1. Подводная лодка сначала плыла на глубине 250 м, затем опустилась еще на 300 м, после этого поднялась на 350 м. На какой глубине оказалась подводная лодка?

2. В первом семестре количество учащихся в школе увеличилось на 15 человек, а во втором – уменьшилось на 23 человека. Как изменилось количество учащихся в школе за учебный год?

3. Термометр показывал $a°$. Затем температура изменилась на $b°$. Сколько градусов показывает термометр теперь?

4. Некоторый участок железной дороги в районе пункта А почти прямолинейный и направлен с запада на восток. Укажите положение поезда, который сначала прошел 10 км от пункта А и оказался в пункте В, а затем 7 км от пункта В?

Подготовительные задачи

5. Расположите в порядке возрастания температуры кипения некоторых веществ, представленные в таблице.

Вещество	*Йод*	*Азотная кислота*	*Аргон*	*Гелий-4*	*Алюминий*	*Медь*	*Железо*	*Азот*
Температура, $°C$	183	83	-186	-269	2464	2567	2750	-196

6. На координатной прямой отмечена точка $A(-3)$. Укажите на этой прямой точку отстоящую от точки A:

1) в положительном направлении на 5 единиц; 2) в отрицательном направлении на 3 единицы; 3) на 4 единицы.

7. Найдите число, противоположное числу, противоположному следующему:

а) –5; б) 7; в) 0.

8. Чему равняется координата точки, если она находится на координатной прямой на расстоянии 5 от точки $A(3)$?

9. Какое число надо записать в скобках, чтобы получилось верное равенство:

а) –(…) = –2; б) –(…3) = –3; в) –8 = –(…); г) –(…) = 6; 7 = –(…)?

10. На чемпионате мира по футболу результаты команд сравнивают по разности забитых и пропущенных мячей. Запишите с помощью знака «+» или знака «–» разницу забитых и пропущенных мячей:

Команда	***Германия***	***Швейцария***	***Испания***	***Боливия***	***Колумбия***
Число забитых	2	5	3	0	2
Число пропущ.	1	2	3	1	5
Разница					

11. Сравните числа, противоположные числам:

а) 5 и 10; б) –7 и –9; в) –6 и 1; г) 3 и –4.

12. Найдите значение a, если:

1) $–a = 5$, 2) $–a = –5$, 3) $–a = –15$, 4) $–a = 17$.

13. Сколько целых чисел расположено на координатной прямой между числами:

а) –3 и 5; б) 0 и –6; в) –2 и 20; г) 2 и 3?

14. Укажите все целые числа, которые можно подставить вместо буквы x, чтобы неравенство стало верным:

а) $–3 < x < 1$; б) $–5 < x < 5$; в) $–16 < x < –9$.

Задачи на формирование умений складывать целые числа

15. Где окажется точка, имеющая на координатной прямой координату:

а) 2, если её переместить вправо на 5 единичных отрезков;

б) –3, если её переместить влево на 6 единичных отрезков?

16. Вычислите:

а) 675 + 575; б) –987 + (–5609); в) –1232 + (–298).

17. Проверьте справедливость равенства:

а) (6 + 1) + (–3) = 6 + (1 + (–3));

б) (8 + (–5)) + 0 = 8 + ((–5) + 0);

в) ((–4) + 3) + 5 = (–4) + (3 + 5);

г) ((–1) + (–7)) + (–2) = (–1) + ((–7) + (–2)).

18. Выполните сложение:

а) 4275 + (–119); б) –147 + 146;

в) 15067 + (–11069); г) (–11069) + 7384.

19. Какие из следующих неравенств верны, а какие нет:

а) $200 + (–50) > 0$; б) $–57 + 87 < 0$;

в) $–20 + 10 < –20$; г) $–370 + 500 < 0$?

20. В каком случае сумма $a + b$: а) меньше a; б) равна a; в) больше a?

21. Представьте в виде суммы положительного и отрицательного слагаемых число:

а) –10; б) –32; в) –88; г) –201.

22. Найдите неизвестное число:

а) $–2 + x = 0$; б) $x + 4 = 0$: в) $0 + x = –5$.

23. Составьте числовое выражение и вычислите его значение:

а) к сумме чисел –8 и –25 прибавить число 18;

б) к числу –36 прибавить сумму чисел – 72 и 45:

в) к сумме чисел –14 и –18 прибавить сумму чисел –52 и 45.

24. Найдите сумму, слагаемыми которой являются наименьшее целое положительное трёхзначное число и наибольшее целое отрицательное четырёхзначное число.

25. В кассе было 50 000 руб. В течение дня кассир несколько раз принимал и выдавал деньги, делая записи: –1200 руб., –3000 руб., 4600 руб., 5300 руб., –12 700 руб., –6500 руб. Сколько денег осталось в кассе в конце дня?

26. Водолаз опустился до отметки –34 м. Выполняя работу он изменял глубину погружения на 6 м, 12 м, –17 м. –3 м, 20 м, –5 м. На какой глубине оказался водолаз после завершения работы?

Задачи на применение

27. Вертолёт поднялся на 120 м. Затем его высота менялась несколько раз: на –80 м, на 50 м, на –30 м, на 20 м, на –40 м, на 60 м. На какой высоте оказался вертолёт?

28. Выполните сложение дважды: сначала в указанном порядке, затем группируя слагаемые по усмотрению:

а) 50 + (–2) + 12;

б) –1000 + 14 + (–4);

в) 7 + 5 + (–13) + (–2) + 8 + (–5); г) 3 + (–5) + 9 + 1 + (–3) + 5.

29. Сергею теперь $a = 15$ лет. Сколько лет ему будет через m лет? Подставьте следующие числовые значения, разъясняя смысл утверждения:

а) $m = 6$; б) $m = 1$; в) $m = –3$; г) $m = –10$; д) $m = 0$.

30. Решите уравнение:

а) $x + 19 – 25 = –8$; б) $10 – x – 4 = –2$;

в) $40 – x + 35 – 70 = 8$; г) $x – (–19) = 10$.

31. Какую координату имеет левый конец отрезка AB, расположенного на координатной прямой, если его середина расположена в точке $C(1)$, а $B(8)$?

32. Показания термометра отмечаются раз в сутки, в 8 часов утра. Первого марта термометр показал 1° мороза; 2 марта температура была на 2° ниже, чем накануне; к утру 4 марта потеплело на 3°; к утру 5 марта — на 1°; затем произошло резкое похолодание, и за следующие сутки температура упала на 11°. Что показывал термометр утром 6 марта?

33. Какие равенства имеют место для чисел a и b, если точка $A(a)$ находится на том же расстоянии от начала отсчёта, что и точка $B(b)$?

Задачи на включение сложения положительных и отрицательных целых чисел в систему задач

34. При каких значениях c в следующих выражениях не могут быть выполнены указанные действия:

а) $\frac{1}{c-1}$; б) $\frac{1}{c+1}$; в) $\frac{1}{c+2}$; г) $\frac{1}{c-2}$?

35. Петин доход от его бизнеса за месяц составил 2500 руб., а его расходы выражаются отрицательным числом a руб. При каких значениях a Петина работа приведёт к убытку и в каких размерах?

36. Команда «Крылья Советов» в футбольном чемпионате РФ в 2022 – 2023 годах забила 32 гола, а пропустила 45 мячей в свои ворота. Найдите разницу забитых и пропущенных голов.

Вопросы для самоконтроля

1. Как записать с помощью знаков «+» и «–» предложение: а) убытки составили 2 000 руб.; б) прибыль составила 10 000 руб.?

2. Как записать без скобок: а) –(+14); б) –(–8)?

3. Какие целые числа стоят между числами $-6\frac{3}{4}$ и $6\frac{3}{8}$?

4. Какой знак имеет сумма: а) (–8) + (+ 13); б) (+10) + (–13)?

5. Каждое ли натуральное число является целым?

6. Каждое ли целое число является натуральным?

7. Какие из указанных пар чисел имеют одинаковые знаки и какие противоположные:

а) 2 и 15; б) –8 и –13; в) 8 и –13; г) 13 и –8?

8. Укажите число, противоположное числу:

а) 6; б) –6; в) 1; г) –1; д) –8; е) 8.

9. Каков результат сложения:

а) (+4) + (+5); б) (–5) + (–1);

в) (+2) + (–5); г) (–10) + (–21); д) (+3) + (–5)?

10. Чему равняется сумма:

а) (+9) + (+9); б) (–9) + (–9); в) (+9) + (–9)?

11. По каким правилам складываются положительные и отрицательные числа?

12. Как принято записывать точку с её координатой?

13. Как сложить два целых числа с разными знаками?

14. Может ли число *а* равняться числу –*а*?

Безусловно, приведенные рекомендации не решают сложной проблемы формирования мотивации учащихся к обучению математике, но мы надеемся, что они внесут определенный вклад в решение этой проблемы.

Литература

1. Павлов, А.Л. Пути развития математического образования / А.Л. Павлов, Я.С. Бродский // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2018. – Вып. 47. – С. 7–14.

2. Тестов, В.А. Основные задачи развития математического образования / В.А. Тестов // Образование и наука. – 2014. – № 4 (113). – С. 3–16.

3. Математика. 6 класс: учебник: в 2 частях / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков [и др.]. – 2-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2022. Ч.2. – 143, [1] с.

4. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике ; учебное пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2002. – 224 с.

5. Скафа, Е.И. Методика обучения математике : эвристический подход. Общая методика / Е.И. Скафа. – Издание второе. – Москва : ООО «Директ-Медиа», 2022. – 441 с.

ABOUT CREATING A TASK SYSTEM

Neiman Alina

Abstract. The article is devoted to the problem of designing differentiated mathematics education, focused on taking into account the capabilities and needs of students, their differences. The consistency of drawing up systems of tasks on each topic for students with different levels of mathematical training that meet the above requirements is substantiated. The requirements that must be met by the tasks of the system to ensure the level differentiation of teaching mathematics are formulated. An example of a problem system on the topic "Addition of positive and negative integers" for grade 6 is given.

Keywords: *teaching mathematics, differentiation of learning, system of tasks, requirements for the system of tasks, addition of integers.*

ОБ ОБЕСПЕЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

Павлов Александр Леонидович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент,
e-mail: a.pavlov49@mail.ru
Бродский Яков Соломонович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент,
e-mail: y-brodsky@yandex.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

Аннотация. Обоснована необходимость широкого внедрения идеологии математического моделирования в содержание обучения математике для формирования математической грамотности обучающихся, представлен опыт ее реализации в системе дополнительного математического образования.

Ключевые слова: *математическая грамотность, математическое моделирование, прикладная направленность, содержательная линия.*

Проблема обеспечения функциональной грамотности школьников является важнейшей в современном образовании. Одной из основных ее составляющих является математическая грамотность. Формирование понятия математической грамотности началось с исследований TIMSS и PISA в конце прошлого века. Определения этого понятия менялись со временем вместе со средствами, предназначенными для диагностики уровня математической грамотности.

Имеется много публикаций по рассматриваемой проблеме. Но, как справедливо отмечено в [1], в них нет убедительного ответа на главный вопрос «Как обеспечить математическую грамотность школьников?»

В настоящей работе представлены точка зрения авторов на обеспечение математической грамотности школьников, многолетний опыт проектирования содержания математического образования.

Многие авторы публикаций явно или неявно связывают понятие математической грамотности с математическим моделированием. В статье [2] представлено соответствие между индикаторами достижения математической грамотности и этапами процесса математического моделирования. В работе [1] содержится обстоятельный анализ понятия математической грамотности и проблемы ее формирования в целом. В ней дано следующее описание состава математической грамотности:

1) *анализ задачи и выделение необходимых данных;*

2) *схематизация основных отношений между этими данными;*

3) *формулировка, с помощью схемы, математической постановки задачи;*

4) *решение математической задачи в рамках той или иной системы операций со знаковыми средствами;*

5) *переход, при необходимости, от одной знаковой системы к другой (например, от алгебраической к графической и обратно);*

6) *формулировка ответа для математической задачи;*

7) *интерпретация ответа и, при необходимости, промежуточных результатов, на схеме;*

8) *формулировка ответа на исходную задачу в терминах этой задачи, и оценка соответствия ответа смыслу задачи.*

Это описание является конкретизацией схемы математического моделирования:

1. Построение математической модели – 1) - 3).
2. Исследование математической задачи – 4) - 6).
3. Интерпретация результатов исследования – 7) - 8).

Формирование математической грамотности невозможно без широкого внедрения идеологии математического моделирования в проектируемое содержание математического образования, в учебные средства, в учебный процесс. Обучающиеся должны чётко различать реальный объект и его математическую модель, уметь идеализировать этот объект при переходе к модели, отбрасывать второстепенные свойства объекта, выдвигать гипотезы при построении моделей, строить одинаковые модели для различных объектов и различные модели для одного объекта, устанавливать соответствие между свойствами объекта и его модели, пытаться строить простые модели, учитывать приближённый характер модели и многое другое, которое нужно целенаправленно формировать в течение длительного времени.

А это означает, что обеспечение прикладной направленности обучения математике или, как сейчас принято говорить, практико-ориентированного обучения математике, является важнейшим направлением совершенствования математического образования. Проблема состоит в понимании сущности прикладной направленности обучения математике и путей ее реализации.

Магистральным путем обеспечения прикладной направленности обучения математике является выделение содержательной линии “математическое моделирование” или «реальная математика». В отличие от традиционных содержательных линий, эта линия характеризуется, прежде всего, не перечнем видов знаний, а совокупностью соответствующих видов деятельности. Речь идет не о выделении отдельных тем в школьном курсе математики, а об обучении математическому моделированию практически во всех темах. При этом возможно наличие отдельных тем и учебных вопросов, посвященных этой содержательной линии. Как и другие содержательные линии школьного курса математики, она должна удовлетворять условиям непрерывности, спиральности, системности, метапредметности и др.

Прикладная направленность обучения математике не противоречит фундаментальности обучения математики, а наоборот способствует ей. Фундаментальность математического образования требует построения школьного курса математики на основе базовой науки — математики с использованием доступного для обучающихся содержания и видов деятельности. Она характеризуется, прежде всего, определенным уровнем абстрактности понятий и логической обоснованности фактов, наличием универсальных математических методов. И обеспечить этот уровень позволяет рассмотрение понятий и фактов на основе математического моделирования. Уровень обоснования фактов должен соответствовать возрастным возможностям обучающихся, но недопустимым является рецептурный стиль преподавания. В тех случаях, когда полное обоснование не доступно обучающимся, вполне допустимо показывать справедливость утверждения с помощью физических соображений, или применением численных экспериментов, и т. п.

Потребности исследовать реальные процессы были, есть и будут основным источником развития математики. Они должны быть основным стимулом обучения математике и источником знаний. Поэтому уверенно можно утверждать, что качественное овладение математикой невозможно без полноценной прикладной направленности обучения математике. Тезис "Математику надо учить так, чтобы уметь ее применять", который выражали известные математики и педагоги, в частности Г. Фройденталь, В. И. Арнольд и др., является актуальным для школы как никогда [3].

Реализация прикладной направленности обучения математике осуществляется на трех уровнях – уровне планирования и проектирования образования, уровне реализации и уровне достигнутых результатов.

Решение проблемы прикладной направленности обучения математике на уровне планирования и проектирования требует в соответствии с современными психолого-педагогическими принципами обучения, в частности деятельностного подхода, обеспечить владение определенными видами или приемами деятельности, и не только предметными. А это требует "анатомирования" этой деятельности, то есть выделения действий, операций, которые являются составляющими этой деятельности, и путей формирования соответствующего опыта.

Выделение операционного состава деятельности по применению математического моделирования при решении практико-ориентированных задач, формирования средств диагностики и технологий освоения его составляющих являются необходимым условием овладения этой деятельностью в учебном процессе.

На уровне реализации планируемого содержания прикладная направленность обучения математике обеспечивается методикой обучения, организацией учебного процесса в целом. Речь идет о выборе понятий, способов обоснования тех или иных фактов, методике введения понятий, изучении утверждений, о выборе средств обучения и т.п. Введению математического понятия должна предшествовать подготовительная работа, включающая мотивацию целесообразности его изучения, работа, направленная на то, чтобы рассматриваемое определение было для обучающихся естественным, понятным. С этой целью нужно рассматривать различные объекты, для моделирования которых используется изучаемое понятие. Стремление обеспечить прикладную направленность обучения математике существенно влияет и на характер изложения материала, методы обоснования тех или иных фактов. Для обоснования некоторых математических утверждений целесообразно использовать там, где это возможно, свойства тех физических объектов или явлений, которые моделируются соответствующими математическими понятиями.

Уровень достигнутых результатов в значительной мере определяется уровнями проектирования образования и его реализации. Но не только. Он существенно зависит от отношения обучающихся к предмету «математика». И полноценная реализация прикладной направленности обучения математике способствует формированию положительного отношения.

Таким образом, обеспечение прикладной направленности обучения математике является первоочередной задачей в деле обеспечения добротности математического образования, в том числе и в профессиональной школе. Прикладная направленность обучения математике обеспечивается системным преобразованием целей, содержания, методики, контроля ориентированным на овладения обучающимися методом математического моделирования.

Для этого необходимо:

– создание учебных комплексов по математике, которые способны обеспечить реализацию прикладной направленности обучения математике;

– наличие вариативной составляющей содержания обучения математике, главной функцией которой является обеспечение готовности обучающихся применять математику в проектной и исследовательской деятельности;

– обеспечение готовности учителей реализовывать прикладную направленность обучения математике, овладевать приемами формирования математической грамотности.

Существенный вклад в формирование математической грамотности школьников может внести организация внеурочной деятельности обучающихся, система дополнительного математического образования.

Опыт применения общеразвивающей программы «Реальная математика» [4] для дополнительного изучения математики обучающимися 5-11 классов, реализуемой Учебно-методическим центром математического просвещения (ЦМП) Донецкого государственного университета, свидетельствует о возможности обучающихся овладевать методом математического моделирования и его применять для решения жизненных задач.

Главной целью деятельности ЦМП является создание системы обучения школьников математике, обеспечивающей математическую грамотность высокого уровня, фундаментальность математической подготовки на основе современных подходов и средств обучения. Одной из главных особенностей предлагаемой системы обучения является формирование обучающей среды, в которой учащийся должен научиться самостоятельно управлять своей учебной деятельностью: управлять мотивационной сферой, ставить цели, формировать планы и стратегии деятельности, расширять средства деятельности, анализировать её результаты.

Авторами созданы учебные пособия для каждого из 5-11 классов, обеспечивающие реализацию указанной программы. Их значительная часть размещена на площадке Центра математического просвещения в электронном архиве ДонГУ [5]. Вот, для примера, тематика пособий для 6 класса: «Учись применять математику», «Измерение величин», «Наглядная геометрия», «Делимость натуральных чисел», «Учимся рассуждать», «Анализ статистических данных». Содержательная направленность этих пособий ясна из их названий.

Структура этих пособий практически одна и та же. Каждое пособие состоит из двух частей. В первой части, разделённой на блоки, представлен материал для обучения, основу которого составляет система задач. Для каждой задачи приводится анализ и решение. Для контроля усвоения приемов решения задач предлагаются вопросы после решения каждой задачи, задания в конце блока. Вторая часть пособия содержит систему заданий для проверки овладения обучающимися действиями и приёмами, представленными в первой части. Некоторые из перечисленных пособий содержит задания для исследования.

Использование этих пособий в дополнительном обучении математике, начатое более 10 лет тому назад, свидетельствует о доступности заданий этих пособий и их эффективности в формировании математической грамотности обучающихся.

Одним из эффективных средств выявления и развития способностей, наклонностей, интересов обучающихся, их уровня математической подготовки являются математические соревнования. Сегодня в образовательном пространстве России проводится огромное количество математических соревнований разного содержания, разной направленности, разного уровня, разных масштабов, разной длительности и с различными условиями проведения. И многие из них непосредственно или косвенно ориентированы на формирование математической грамотности обучающихся.

Факультет математики и информационных технологий Донецкого государственного университета уже более четверти века проводит массовые математические конкурсы для обучающихся 4-9 классов с целью формирования у них интереса к математике, развития их математических способностей, логического мышления, формирования умений применять математику для решения жизненных задач. Уже в течение последних 15 лет задания конкурсов «Золотой сундучок», «Золотой ключик» [6] ориентированы на формирование умений применять математику для решения жизненных задач и способствуют обеспечению математической грамотности школьников разного уровня компетентности, в том числе и высокого. Структура и содержание заданий способствуют участию в нем обучающихся с разными уровнями математической подготовки.

Результаты конкурсов свидетельствуют о том, что многие обучающиеся проявляют интерес к математике и ее применениям, умеют решать жизненные задачи с помощью математики. Вместе с этим эти результаты показывают необходимость существенного усиления прикладной направленности обучения математике, более полного использования потенциала математического образования в формировании навыков математического моделирования, развития умений обосновывать суждения.

Литература

1. Боровских, А.В. О понятии математической грамотности / А.В. Боровских // Педагогика. – 2022. − № 3. − С. 33−43.
2. Нахман, А.Д. Индикаторы математической грамотности / А.Д. Нахман // Вопросы педагогики. – 2021. − № 4-1. − С. 234−239.

3. Павлов, А.Л. Пути развития математического образования / А.Л. Павлов, Я.С. Бродский // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2018. – Вып.47. – С. 7 –14.

4. Бродский, Я.С. Дополнительная образовательная общеразвивающая программа «Реальная математика» / Я.С. Бродский, А.Л. Павлов [Электронный ресурс]. − Режим доступ доступа: URL: https://cloud.mail.ru/public/QwwR/xSRRxvGsd (дата обращения: 25.11.2023)

5. Центр математического просвещения URL: http://repo. donnu.ru: 8080/ jspui/handle/123456789/2861 (дата обращения: 25.11.2023). – Режим доступа: Электронный архив ДонГУ, свободный. – Текст: электронный.

6. Математические конкурсы. 4−9 классы. Пособие для подготовки к математическим соревнованиям. [Электронный ресурс]. − Режим доступ доступа: URL: https://cloud.mail.ru/public/ZMx1/cJNBrKmMC (дата обращения: 25.11.2023)

ON THE STOCHASTIC CONTENT LINE IN TEACHING MATHEMATICS

Pavlov Alexander, Brodsky Jacob

Abstract. The need for widespread introduction of the ideology of mathematical modeling into the content of mathematics teaching for the formation of mathematical literacy of students is substantiated, and the experience of its implementation in the system of additional mathematical education is presented.

Keywords: *mathematical literacy, mathematical modeling, applied orientation, content line.*

ИСТОРИЗАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ ДЕЛЕНИЮ МНОГОЗНАЧНЫХ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Саввина Ольга Алексеевна,
доктор педагогических наук, профессор,
e-mail: oas5@mail.ru,
Жигулина Анастасия Александровна,
студент,
e-mail: nasta-3913@yandex.ru
ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина», г. Елец, Россия,
Черных Павел Александрович,
учитель,
pavel.chernykh24@mail.ru,
МБОУ СОШ с. Афанасьево Измалковского района, Россия,

Долгова Ангелина Алексеевна,
учитель,
e-mail: li.koroli748@gmail.com
МБОУ СОШ п. Соколье Елецкого района, Россия

Аннотация. Рассматривается методика историзации обучения делению многозначных натуральных чисел. Особенностью разработанной методики является непосредственное использование текстов учебников математики XVIII–XIX вв. и их адаптация для современных школьников. Описан алгоритм деления способом «галеры», основанный на двух принципах: 1) специфическая запись компонентов операции (делителя, делимого, вычитаемого, остатка и пр.); 2) вычёркивание использованных цифр. Приведены результаты опытно-экспериментальной работы.

Ключевые слова: *историзация обучения математике, методика изучения арифметических действий, «Арифметика» Л.Ф. Магницкого.*

В современных условиях бурного развития технических средств и информационных ресурсов наблюдается падение уровня вычислительных навыков школьников. Удобство использования калькуляторов приводит к тому, что дети и взрослые всё реже прибегают к ручному способу арифметических вычислений. Возникает проблема поиска новых средств и методов обучения арифметическим действиям. Одним из таких средств является историзация обучения математике.

Проблеме внедрения исторических сведений в процесс обучения математике посвящены исследования С.В. Белобородовой, Ю.А. Добрышева, Ю.М. Колягина, Т.С. Поляковой, О.В. Тарасовой и других [3], [4]. В исследованиях Ю.В. Романова [1] и И.А. Михайловой [5] уточнён категориальный аппарат историзации школьного математического образования.

В исследованиях Г.И. Глейзера, И.Я. Депмана, А.Е. Томиловой предложены богатые материалы по историзации обучения разделам арифметики, алгебры, геометрии. Однако при этом историзация обучения делению натуральных чисел остаётся вне поля зрения учёных.

«Золотой» способ деления (современный «уголок» или «столбик») имеет длинную и интересную историю. Он представляет собой один из способов деления «вниз», однако до начала XIX века большое распространение имели способы деления «вверх», среди которых наиболее известен способ «галеры». Рассмотрим методику реализации исторического подхода в процессе обучения делению.

Обучение письменнному приему деления «галерой» должна предшествовать подготовительная работа. Дело в том, что от способа «уголка» («столбика») способ «галеры» отличается записью чисел. В процессе деления способом «галеры» учащиеся столкнутся с тем, что некоторые числа будут записываться не в одну строчку, как они привыкли. Цифры одного числа могут быть записаны на разной высоте, причём последняя цифра в записи числа может оказаться выше его начала (первой его цифры). При этом последовательность записи числа слева направо и принцип деления (вычитания из делимого результата умножения цифры частного на делитель) остаётся неизменной.

Сначала вниманию школьников предлагается рисунок (слайд) с примером из «Арифметики» Леонтия Филипповича Магницкого (рис. 1 а) и дается задание визуально сравнить записи способов «галеры» и «уголка» (рис. 1 б), найти делимое, делитель и частное.

а) б)

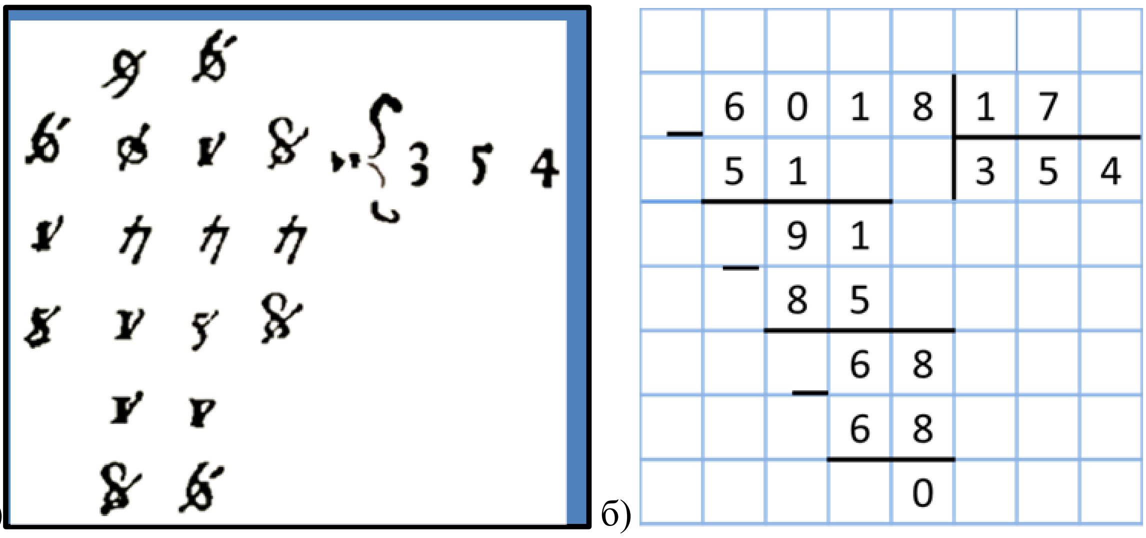


Рисунок 1 – а) фрагмент из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого,
б) решение примера «уголком» («столбиком»)

Прежде чем приступить к объяснению хода действий в этом сложном примере, следует рассмотреть более простые случаи.

Рассмотрим первый пример. 144:12=12.

Целесообразно решить его сначала «уголком» («столбиком»), а затем способом «галеры» (рис. 2):

I этап

1 шаг. Запишем делимое 144, справа от него ставим скобку (черту), за которой будем писать цифры частного.

2 шаг. Под делимым слева пишем делитель 12 (цифра под цифрой).

3 шаг. Делим 14 на 12, берём по 1, записываем эту единицу за скобкой.

4 шаг. Умножаем 12 на 1, получаем 12, записываем это число под

делимым (цифра под цифрой).

5 шаг. Вычитаем 12 из 14, остаётся 2, эту двойку пишем сверху над делимым (над четвёркой).

6 шаг. Первый шаг деления закончен. Теперь, чтобы не запутаться, зачёркиваем цифры, с которыми мы работали, то есть 1 и 4 из делимого, 1 и 2 из делителя и 1 и 2 – результат произведения делителя и частного.

II этап

7 шаг. На втором шаге будем делить 24 на 12, напишем делитель ещё раз (цифра под цифрой, то есть 1 под 2, 2 под 4, не трогая уже записанные цифры!).

8 шаг. Делим 24 на 12, берём по 2, записываем эту двойку за скобкой рядом с единицей.

9 шаг. Умножаем 12 на 2, получается 24, пишем 2 под 2, 4 под 4 (опять не трогая написанные ранее цифры!).

10 шаг. Вычитаем 24 из 24, получается 0. Деление закончено. Зачёркиваем все оставшиеся цифры, кроме частного за чертой. Получили 144:12=12.

	~~2~~			
~~1~~	~~4~~	~~4~~	{1	2
~~1~~	~~2~~	~~2~~		
~~1~~	~~2~~	~~4~~		
	~~1~~			
	~~2~~			

Рисунок 2 – Решение примера способом «галеры»

Далее для лучшего усвоения способа аналогично рассматривается второй пример (253:11=23). После этого возвращаемся к примеру из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого (6018: 17=354).

Затем для лучшего закрепления навыка деления натуральных чисел способом «галеры» рассматриваются другие примеры (4230:18; 255:17),

В конце изучения темы предлагается решить текстовую задачу из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого, для усиления эффекта наглядности и историзма снова приводится аутентичный фрагмент книги (рис. 3).

Чтобы понять смысл задачи, учитель предлагает учащимся познакомиться со значением старорусских слов:

1) купецкий человек – купец;
2) сукно – ткань;
3) аршин – мера длины, равная 71,12 см;
4) восхотев – захотев;
5) ведати – знать;
6) смечать – замечать, догадываться о чём-либо;
7) сице – так.

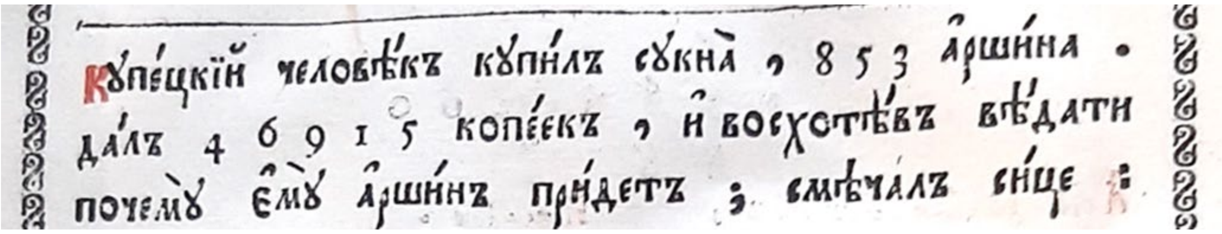

Купецкїй человѣкъ купилъ сукна . 853 аршина . далъ 46915 копѣекъ . и восхотѣвъ вѣдати почему ему аршинъ придетъ : смѣчалъ сице :

Рисунок 3 – Фрагмент из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого

После перевода задачи на современный язык, имеем: «Купец купил 385 аршин ткани. Заплатил 46915 копеек и, захотев узнать, сколько отдал за 1 аршин, считал так…». Ответом задачи будет

46915:853=55 (рублей).

Сначала следует ее решить «уголком» («столбиком») (рис. 4 а), а затем – «галерой» (рис. 4 б)).

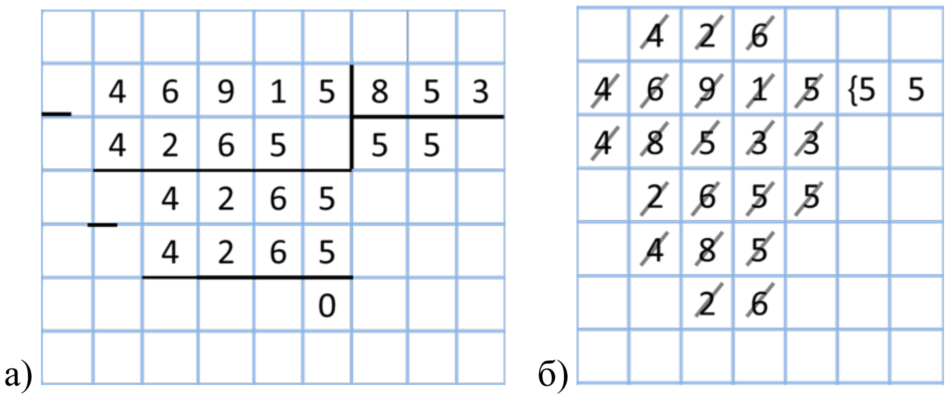


Рисунок 4 – а) решение задачи «уголком»,
б) решение задачи способом «галеры»

Желающим можно предложить в качестве необязательного домашнего задания решить какие-либо примеры (2888:76=38, 2820:12=235) двумя способами, а также познакомиться с историей создания «Арифметики» Л.Ф. Магницкого.

Разработанная методика историзации обучения делению была опробована в школах села Афанасьево Измалковского района (5-й класс) и посёлка Соколье Елецкого района (6-й класс). В опытно-экспериментальной работе приняли участие 17 школьников. Первые результаты подтвердили эффективность разработанной методики (рис.5 и рис.6).

Рисунок 5 – Результаты анкетирования до начала опытно-экспериментальной работы

Рисунок 6 – Результаты анкетирования после внедрения методики историзации обучения делению

Таким образом, имеет место положительная динамика в ответах, касающихся исследования уровня сформированности познавательного интереса к изучению математики.

Выводы. Особенностью разработанной методики обучения делению многозначных натуральных чисел является непосредственное использование текстов учебника математики XVIII века и их адаптация для современных школьников.

Элементы историзации оказали положительное влияние на формирование познавательного интереса учащихся к изучению математики. Поскольку способ деления «галерой» отличается от способа «уголком» только записью чисел, то знакомство с ним будет также способствовать закреплению ранее полученных навыков деления у школьников.

Литература

1. Михайлова, И.А. Технология историзации школьного математического образования : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика) : автореферат диссертации … кандидата педагогических наук / Михайлова Ирина Алексеевна – Ростов-на-Дону, 2006. – 22 с.
2. Магницкий, Л.Ф. Арифметика / Л.Ф. Магницкий. – Москва : Синодальная типография, 1703.
3. Полякова, Т.С. Средства историзации специальной подготовки учителя математики / Т.С. Полякова, Ю.В. Романов //Актуальные проблемы подготовки будущего учителя математики : Межвуз. сб. науч. тр. Выпуск 5. / Под ред. Ю.А. Дробышева и И.В. Дробышевой. – Калуга: Изд-во КГПУ им. К.Э. Циолковского, 2003. – С. 4–24.
4. Полякова, Т.С. Современные научные школы по истории математического образования в России / Т.С. Полякова // История науки и техники. – 2023. – №4. – С.23–30.
5. Романов, Ю.В. Историзация специальной подготовки будущих учителей математики как один из факторов повышения качества математического образования / Ю.В. Романов // Alma Mater (Вестник высшей школы). – 2012. – № 5. – С.51–56.

HISTORICALIZATION OF TEACHING DIVISION OF MULTIPLE NATURAL NUMBERS

Savvina Olga, Zhigulina Anastasia, Chernykh Pavel, Dolgova Angelina

Abstract. The method of historicization of teaching division of multivalued natural numbers is considered. The peculiarity of the developed methodology is the direct use of texts of mathematics textbooks of the XVIII–XIX centuries and their adaptation for modern schoolchildren. The algorithm of division by the "galley" method, consisting of two steps, is described: 1) recording the components of the operation (divisor, divisible, subtracted, remainder, etc.); 2) crossing out the digits used. The results of experimental work are presented.

Keywords: *historicization of teaching mathematics, methods of studying arithmetic operations.*

КЕЙС-ИГРА КАК ИНСТРУМЕНТ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО САМООПРЕДЕЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ

Уроженко Александра Владимировна,
ассистент,
e-mail: ura.77@mail.ru
Касымова Насиба Равшановна,
студент,
e-mail: nasiba.kasymova03@yandex.ru
Моргачева Светлана Алексеевна,
студент,
e-mail: morgachewa.sweta@mail.ru
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный педагогический университет», г. Воронеж, Россия

Аннотация. Статья посвящена проблеме реализации требований обновленных ФГОС по математике. В частности, поиску путей формирования функциональной грамотности и профессиональной ориентации школьников в процессе обучения математике. Авторами статьи предлагается, в качестве варианта решения проблемы, применение кейс-игры. Приводится пример игры, разработанной студентами Воронежского педагогического университета. Материалы статьи могут быть полезны учителям математики средней школы.

Ключевые слова: *функциональная грамотность, кейс-технология, кейс-метод, игра, строительство, образовательные результаты.*

В соответствие с идеями одного из основателей метода проектов Дж. Дьюи в педагогическом процессе необходимо сначала научить обучающихся применять знания на практике, а уже потом изучать их на теоретическом уровне. Похожих идей придерживался и К.Д. Ушинский. Однако, он считал, что сначала необходимо изучить теоретические знания, а уже потом применять их на практике в жизненных задачах. Такие умения сегодня обобщают под термином «функциональная грамотность».

На современном этапе развития образования особое внимание уделяется повышению качества школьного образования. С этой целью в 2022 году были введены обновленные федеральные государственные стандарты основного и среднего общего образования, в которых детализированы требования к образовательным результатам. Функциональная грамотность вошла в их состав, тем самым поставив перед учителями новые задачи. Введение ФГОС нового поколения кардинально изменило представление о том, каким должно быть содержание образования.

В ФГОС нового поколения четко обозначены предметные и метапредметные результаты, которые делятся на 3 блока: познавательные, регулятивные и коммуникативные. Метапредметные результаты — это ключевой раздел, который называется «Овладение универсальными учебными познавательными действиями». Так, к познавательным метапредметным результатам, который в значительной степени связан с предметными результатами, относят блоки: базовых логических действий, базовых исследовательских действий и блок работы с информацией.

Универсальные коммуникативные действия, это действия, связанные с общением: действия, связанные с совместной деятельностью, командной деятельностью. Универсальные регулятивные действия – это действия по самоорганизации и самоконтролю [11].

Функциональная грамотность в Федеральной рабочей программе среднего общего образования по предмету «Математика» базового уровня также обозначена как обязательный результат обучения. Под функциональной грамотностью понимается умение распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты. В ФРП СОО по предмету «Математика» указаны те же образовательные результаты, что и в программе среднего общего образования.

Однако, помимо самоорганизации и самоконтроля, относящихся к регулятивным универсальным учебным действиям, к ним добавляется совместная деятельность. Она подразумевает понимание и использование преимуществ командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принятие цели совместной деятельности, планирование организации совместной работы, участие в групповых формах работы, выполнение своей части работы и координации действий с другими членами команды и многое другое [11].

Освоение учебного предмета «Математика» также должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных результатов: патриотического воспитания, гражданского и духовно-нравственного воспитания, трудового воспитания, эстетического воспитания, воспитание ценностей научного познания, физического воспитания, экологического воспитания, адаптацию к изменяющимся условиям социальной и природной среды. Также одним из результатов воспитания является развитие собственных представлений обучающегося о перспективах своего профессионального образования и будущей профессиональной деятельности [10].

Исходя из всего вышеперечисленного, можно сделать выводы, что в обучении математике учителя должны применять методы, которые будут способствовать формированию личности обучающегося, развитию у него функциональной грамотности. Также, внеклассные воспитательные мероприятия должны помимо направленности на развитие личности ребенка иметь еще и профориентационный подтекст.

В связи с перестройкой системы образования и изменением ФГОС встает задача разработки математических заданий, отвечающих вышеизложенным требованиям стандартов и современного общества. Было принято решение создать не просто задачи, а объединить определенные тематические задачи в деловую игру так как применение игровых технологий в обучении математике способствует повышению мотивации к учебной деятельности школьников. Для создания нашей игры был выбран именно кейс-метод, ведь он является одним из эффективных методов формирования функциональной грамотности. Он формирует множество навыков у его участников. Рассмотрим его подробнее.

Кейс-метод или ***метод конкретных ситуаций*** – это метод активного проблемного, эвристического обучения. Отличительной особенностью данного метода является создание проблемной ситуации на основе фактов из реальной жизни. При этом сама проблема должна быть актуальна на сегодняшний день и иметь несколько решений. Для работы с такой ситуацией необходимо правильно поставить учебную задачу, и для ее решения подготовить «кейс» с различными информационными материалами (статьи, литературные рассказы, сайты в сети Интернет, статистические отчеты и пр.) [9]. Работа в режиме кейс-метода предполагает *групповую деятельность* - совместными усилиями каждая из подгрупп, обучающихся анализирует ситуацию, и вырабатывает практическое решение. Далее организуется деятельность по оценке предложенных решений и выбору лучшего для разрешения поставленной проблемы.

В ходе её решения идёт развитие системы ценностей обучающихся, их жизненных установок и формирование практических навыков. Они учатся аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения, принимать коллективное решение, что соответствует требованиям ФГОС. Кейс-метод позволяет увидеть учащимся неоднозначность решения проблем в реальной жизни, быть готовыми соотносить изученный материал с практикой [3].

Главное предназначение кейса – научить обучающихся работать с информацией, что в контексте ФГОС называется читательской грамотностью.

При работе над кейсом прослеживается сотворчество учителя и обучаемого - они равноправны в процессе обсуждения проблемы. Учитель не должен навязывать свою точку зрения обучающимся, а дать им возможность аргументировано высказать свои предположения и самим найти путь решения проблемы. Но для этого ученики должны быть готовы к такой работе, иначе существует риск поверхностного обсуждения темы и формального ведения дискуссии.

Самым главным в кейсе является не столько компонент получения знаний, сколько компонент приобретения способов деятельности. Постепенное освоение деятельности в режиме от обучающего кейса к работе в режиме исследовательского кейса даёт возможность учащимся проявить и усовершенствовать аналитические и оценочные навыки, научиться работать в команде, применять на практике теоретический материал, что положительно скажется при формировании компетенций [9].

Не следует ошибочно предполагать, что кейс-технология идеальна. Она имеет несколько недостатков: большие затраты времени на уроке для обсуждения конкретного задания; возможность недостижения планируемых результатов, если обучающиеся не обладают необходимыми знаниями; затраты времени преподавателя для организации такого задания.

Безусловно, все эти недостатки невозможно предугадать и поэтому применение кейс-технологии на уроке – своего рода «рулетка». Никогда нельзя быть полностью уверенным, что такой вид работы подойдет определенному классу для конкретного урока. Для его эффективного применения необходимо учитывать особенности коллектива.

Таким образом, кейс-метод является одним из эффективных способов обучения, который сочетает в себя элементы как обучения, так и воспитания. Также с помощью него, школьники учатся работать в команде и взаимодействовать друг с другом. Помимо этого, в кейсе можно говорить и о функциональной грамотности, ведь обучающиеся решают задачи практического содержания, формируется осознание того, что математические знания требуются им в реальной жизни. Также он направлен на формирование читательской грамотности, анализа и систематизации информации. С помощью такого метода достигаются и метапредметные результаты. Можно смело говорить о том, что кейс является одним из инструментов, с помощью которого соблюдаются требования ФГОС и происходит полноценное развитие личности.

Студентами ВГГПУ разработана кейс-игра «Что нам стоит дом построить?», формирующая у обучающихся представление о профессии строителя и роли математики в строительстве.

Целевая аудитория: ученики 10-11 классов образовательной школы.

Объем учебного времени: 2 урока по 45 минут.

Цель игры: формирование функциональной грамотности и профессиональной ориентации школьников.

Задачи игры:

1. Познакомить учащихся с процессом строительства частного дома;
2. Организовать процесс решения кейса.

1 этап. Погружение в игру

На этом этапе учитель рассказывает обучающимся о процессе строительства, знакомит с основными понятиями, задачей, планом достижения цели, приводит примеры расчетов.

2 этап. Решение кейсов

Школьники делятся на 4 команды, каждая из которых получает свое задание:

1 команда:

«Объем котлована». Зная длину, ширину и высоту дома рассчитайте объем котлована.

«Крыша». Посчитайте, какое количество материала понадобится на возведение крыши (без кровельного материала). Какую сумму нужно потратить на это?

2 команда:

«Утепление фасада». Рассчитайте, какое количество материала необходимо закупить для утепления стен дома снаружи. Сколько на это придется потратить?

«Заливка пола». Рассчитайте, какое количество материала необходимо закупить для заливки полов во всех комнатах. Какую сумму необходимо потрать на эти цели?

3 команда:

«Строительство коробки». Посчитайте, какое количество блоков понадобится закупить для строительства коробки дома. Какую сумму необходимо на это потратить?

«Облицовка фасада». Рассчитайте, какое количество материала необходимо для облицовки фасада. Какую сумму необходимо на это потратить?

4 команда:

«Окна и двери». Рассчитайте, какую сумму нужно потратить на установку окон и дверей для всего дома.

«Фундамент». Определите, какой должна быть толщина фундамента по периметру и между комнатами.

Посчитайте объём бетона, который необходим для заливки фундамента.

Какую сумму необходимо потратить на эти цели?

При решении задач школьникам нужно пользоваться таблицей материалов, в которой есть необходимая информация для проведения расчётов материалов и их стоимости. А также перед командой будет инструкция, в которой описан процесс строительства дома и его нюансы.

Для наглядности разберём одну из предложенных задач. Необходимо выполнить расчеты для заливки фундамента. Для этого участникам игры нужно определить, из каких блоков будут возведены стены дома по периметру и межкомнатные стены, а также знать толщину утеплителя и фасада.

Для стен дома рекомендуется использовать блоки размером $0{,}625 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}25$ м (t - толщина 0,25 м), а для межкомнатных стен – $0{,}625 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}1$ м (толщина 0,1 м), толщину утеплителя возьмём 0,05 м, а фасада 0,15 м. Соответственно, учитывая проект, получаем, что толщина фундамента по периметру – 0,45 м, а толщина фундамента под межкомнатные стены – 0,1 м. Таким образом, периметр фундамента для межкомнатных стен дома:

$$Р_{мк} = 3{,}955 + 4{,}9 + 10{,}75 + 3{,}4 + 4{,}9 = 27{,}872 \text{ м}.$$

Высота фундамента h=1,8 м, а ширина – 0,1 м. Таким образом, объем фундамента для межкомнатных стен:

$$V\text{мк} = 0{,}1 \cdot 1{,}8 \cdot 27{,}872 = 5{,}01 \text{ м}^3.$$

Рассчитаем объем фундамента для стен по периметру дома:

$$V_{осн} = aht = 2 \cdot (8{,}9\text{м} + 10{,}75\text{м}) \cdot 1{,}8\text{м} \cdot 0{,}45\text{м} = 31{,}83\text{м}^3.$$

Определим объем бетона для заливки фундамента:

$$5{,}01 \text{ м}^3 + 31{,}83 \text{ м}^3 = 36{,}84 \text{ м}^3.$$

3 этап. Подведение итогов игры.

Для оценивания результатов игры разработана критериальная система. На втором этапе игры (когда школьники выполняют задания по строительству самого дома) каждое задание имеет определенный уровень сложности. Для того, чтобы определить победителей в данной игре мы ввели бально-рейтинговую систему.

За каждое выполненное задание команда может получить от 0 до 3 баллов. 3 балла выставляется, если ответ к заданию правильный, верна логика рассуждений, верно выбраны материалы, соответствующие условиям. Если командой выполнен один, два или три критерия из списка выставляется соответственно 1 балл, 2 балла или 3 балла. Задания имеют 4 уровня сложности. Например, задание на постройку крыши обладает 4 уровнем сложности и баллы, набранные командой за это задание, увеличиваются в 4 раза.

По окончанию игры суммируются баллы каждой команды. Команда, набравшая наибольшее количество баллов, побеждает.

Для того, чтобы учителю было удобно проводить проверку используется таблица Excel, в которой уже прописаны все формулы, нужно ввести лишь недостающие данные.

На этап проверки и разбора ошибок детям даётся 15 минут. Далее идёт этап подведения итогов и награждения победителей.

Подводя итоги, можно сказать, что данная разработка имеет место в современном обучении математике, так как отвечает требованиям обновленных ФГОС. Помимо формирования функциональной грамотности, в процессе проведения такой игры у учеников формируются личностные и метапредметные результаты. Данное занятие можно использовать как внеурочное профориентационное занятие, урок закрепления новых знаний или как заключительный урок четверти или году или мероприятие в рамках недели математики. Так же данная разработка может быть полезна для проведения «Парада профессий».

Учителю не рекомендуется жестко оценивать обучающихся на этом занятии. Здесь, все включены в деятельность и каждый выполняет свою часть работы, что также положительно влияет на развитие дружеских отношений в коллективе.

Мы считаем, что данная разработка поможет школьным учителям, преподавателям СПО и вузов организовать образовательно-досуговую деятельность учеников в рамках урока или внеурочного занятия.

Литература

1. Боданов, Ю.Ф. Фундаменты от А до Я. Строительство и ремонт фундаментов. Планировка. Технология. Материалы / Ю.Ф. Боданов. – Москва : РИПОЛ классик, 2005. – 224 с.

2. Гузеев, В.В. Образовательная технология: от приема до философии / В.В. Гузеев . – Москва : Сентябрь, 1996. – 112 с.

3. Кайзер, Ф-Й. Методика преподавания экономических дисциплин (основы концепции, направленной на активизацию процесса обучения) / Ф-Й. Кайзер, Х. Каминский. – Москва : ВИТА ПРЕСС, 2007. – 182 с.

4. Крашенинников, А.В. Придумай свой дом / А.В. Крашенинников. – Москва : Высшая школа, 1993. – 158 с.

5. Михайлова, Е.И. Кейс и кейс-метод: общие понятия / Е.И. Михайлова // Маркетинг. – 1999. – № 1. – С. 109–117.

6. Мухина, С.А. Современные инновационные технологии обучения / С.А. Мухина, А.А. Соловьева. – Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2008. – 360 с.

7. Пономаренко, В.Г. Строим дом из кирпича и блоков / В.Г. Пономаренко. – Москва : Эксмо, 2015. – 257 с.

8. Рыженко, В.И. Как возводить фундаменты и стены / В.И. Рыженко. – Москва : Оникс, 2008. – 33 с.

9. Селевко, Г.К. Современные образовательные технологии : учебное пособие / Г.К. Селевко. – Москва : Народное образование, 1998. – 256 с.

10. Трефф, Э. Долговечные конструкции плоских крыш / Э. Трефф. – Москва : Стройиздат, 1988. – 136 с.

11. Федеральная рабочая программа среднего общего образования : Математика (базовый уровень) : (для 10-11 класса образовательных организаций). – Москва, 2023. – 65 с. URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/19_B0-10-11-pdf (дата обращения: 17.11 2023).

A CASE GAME AS A FORMATION TOOL FUNCTIONAL MATHEMATICAL LITERACY AND PROFESSIONAL SELF-DETERMINATION OF SCHOOLCHILDREN

Urozhenko Alexandra, Kasymova Nasiba, Morgacheva Svetlana

Abstract. The article is devoted to the problem of implementing the requirements of the updated GEF in mathematics. In particular, finding ways to form functional literacy and vocational guidance for schoolchildren in the process of teaching mathematics. The authors of the article propose, as an option to solve the problem, the use of a case game. An example of a game developed by students of Voronezh Pedagogical University is given. The materials of the article can be useful for high school mathematics teachers.

Keywords: *functional literacy, case technology, case method, game, construction, educational results.*

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ОБУЧЕНИЮ УЧАЩИХСЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАФИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Фролова Елизавета Владимировна,
студент,
e-mail: frolova_mdm219@mail.ru
Ульянова Ирина Валентиновна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: klyaksa13r@gmail.com
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет им. М.Е. Евсевьева», г. Саранск, Россия

Аннотация. В статье рассматривается прием графического моделирования при решении текстовых задач. Этот прием помогает учащимся упростить представление условий текстовых задач для дальнейшего успешного решения. Поэтому школьному учителю необходимо уделить данной теме внимание.

Ключевые слова: *моделирование, текстовые задачи, графическое моделирование, виды графических моделей, этапы решения текстовых задач.*

Прежде, чем разбираться в текстовых задачах и графическом моделировании, необходимо разобраться, что такое математическое моделирование.

Математическое моделирование – средство для изучения математического объекта или процесса, путем представления их в виде модели, упрощённой для исследования.

Основной задачей математического моделирования является наглядное представление объекта, который описан математическим языком.

Что такое объект моделирования в математике?

Объект моделирования в математике – абстрактный элемент, который представляет собой математическое описание процесса или явления [4].

Помимо объектов, важно знать и виды математических моделей (рисунок 1).

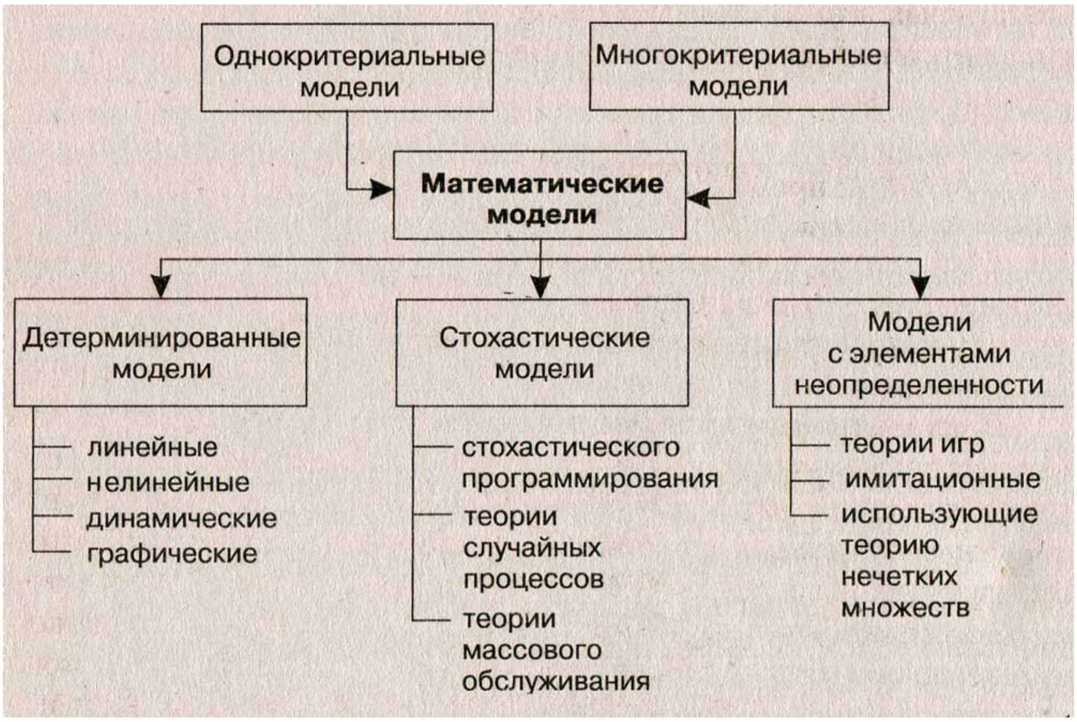


Рисунок 1 – Виды математических моделей

Объектом математического моделирования в текстовых задачах является ситуация, в которой описывается условие задачи. Умение решать такие задачи является одним из важнейших навыков, как для формирования математической грамотности учащихся, так и для успешной сдачи выпускных экзаменов [1].

Текстовые задачи в математике – описание ситуации на естественном языке, требующие дать количественную характеристику объектам данной ситуации и установить отношение между этими объектами [2].

Почему же текстовые задачи являются важным компонентом обучения в курсе математики? С их помощью можно проектировать решение задач на жизненный опыт, и с помощью этого учиться применять математику в повседневных делах.

Для текстовых задач придуманное огромное количество квалификаций. Но в этой статье будет рассмотрена наиболее распространенная:

1) на проценты (например, задачи взятых денег в кредит у банка);
2) на переливание (из одной емкости переливают в другую);
3) на смеси и сплавы (примером таких задач обычно является смесь золота и примесей для сплава изделия, или химические задачи);
4) старинные (обычно это задачи от мудрецов);
5) на совместную работу (такие задачи описывают ситуацию, когда два рабочих выполняют работу совместно);
6) на движение и на движение по воде (движение лодок или). [5]

Самое важное, не разделять задачи по типологии, а знать этапы решения таких задач, чтобы было возможно решить все задачи из типологии. Этапы решения представлены на рисунке 2.

Рисунок 2 – Этапы решения текстовых задач

В данной статье рассматривается решение текстовых задач при помощи графического моделирования. Поэтому необходимо ввести определение графического моделирования.

Графическое моделирование в математике – процесс замены реального объекта, описанного математическим языком, на визуальную модель в виде схемы, чертежа и тд. Виды графических моделей представлены на рисунке 3.

Рисунок 3 – Виды графических моделей

Разобравшись со всей теорией данной темы, необходимо понять, как тщательно она разбирается в школьных учебниках.

В основном в учебниках рассматриваются задачи на движение, движение по воде, смеси и сплавы, работу. Основная часть задач приходится на 7–8 класс, где как раз учащиеся изучают квадратное уравнение. В основном как раз все задачи решаются через них. Квадратное уравнение тоже считается математической моделью, но все же не графической. Однако понятие модели рассматривает далеко не каждый автор. Понятие математической модели подробно рассматривается в учебнике по алгебре для 7 класса Муравина Г. К. в главе «Уравнения» [3].

Автор начинает рассматривать данную главу с параграфа «Математическая модель текстовой задачи». Здесь описываются этапы решения текстовых задач при помощи математической модели, но четкого определения не вводится. Также не вводятся примеры математических моделей, просто приводятся примеры решения текстовых задач при помощи уравнений.

Рассмотрим пример решения текстовой задачи при помощи чертежа. Задача представлена в параграфе «Математическая модель текстовой задачи» учебника представленного выше. Автор решает задачу только при помощи уравнения, что не совсем удобно. Попробуем упростить понимания условия задачи при помощи чертежа. [3]

Задача 1. Из пункта А в пункт В велосипедист ехал со скоростью 16 км/ч, а возвращался по другой дороге, которая была на 8 км длиннее, со скоростью 18 км/ч. Обратный путь занял у велосипедиста на 7,5 мин больше, чем путь из А в В. Найти длину каждой дороги.

1 этап: учащиеся читают условие задачи.

2 этап: представление условия задачи в виде записи.

3 этап: представление условий в виде чертежа (рисунок 4).

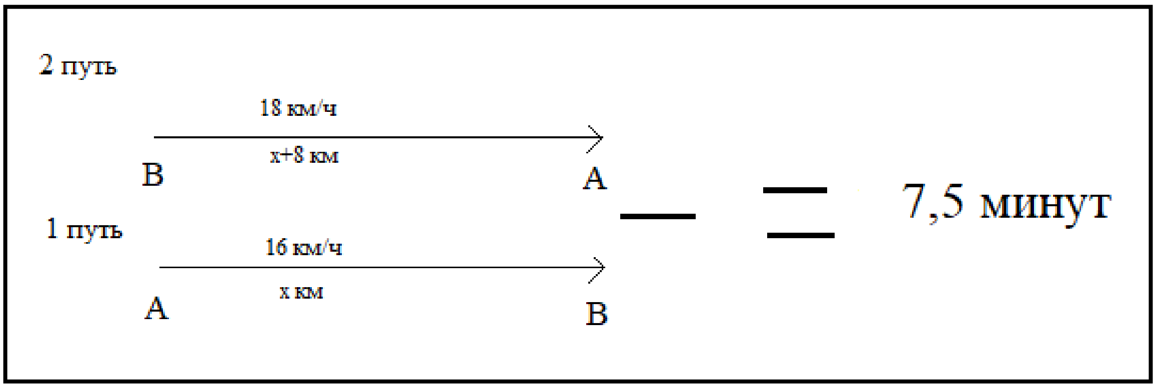


Рисунок 4 – Условие задачи 1

4 этап: составление выражения, представив десятичные дроби в обыкновенные.

$$\frac{x}{16} = \frac{x+8}{18} - \frac{1}{8}$$

5 этап: интерпретация ответа. 1 дорога равна 46 км, а вторая 54 км.

В заключение статьи можно сказать, что графическое моделирование значительно облегчает решение текстовых задач. Графические модели позволяют наглядно представить условие задачи. Однако авторы учебников мало уделяют этому внимание, поэтому учителю необходимо создавать условия для открытия этих знаний на уроке.

Литература

1. Балл, Г.А. О психологическом содержании понятия «задача» / Г.А. Балл // Вопросы психологии. – 1970. – № 6. – С. 75–85.

2. Демидова, Т.В. Теория и практика решения текстовых задач : учеб. пособие для студ, высш. пед. учеб. заведений / Т.Е. Демидова, А.П. Тонких. – Москва : Издательский центр «Академия», 2002. – 288 с.

3. Муравин, Г. К. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Г. К. Муравин, К. К. Муравин, О. В. Муравина. – 9-е изд., стереотип. – Москва : Дрофа, 2013. – 285 с.

4. Фридман, Л.М. Теоретические основы методики обучения математике / Л.М. Фридман. – Москва : КомКнига, 2009. – 248 с.

5. Шапиро, И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: книга для учителя / И.М. Шапиро. – Москва : Просвещение, 1990. – 90 с.

METHODOLOGICAL RECOMMENDATIONS FOR TEACHING SECONDARY SCHOOL STUDENTS TO SOLVE TEXT PROBLEMS USING GRAPHICAL MODELING

Frolova Elizaveta, Ulyanova Irina

Abstract. The article "Methodological recommendations for teaching secondary school students to solve text problems using graphical modeling" by Frolova Elizaveta Vladimirovna and Ulyanova Irina Valentinovna discusses the technique of graphical modeling in solving text problems. This technique helps students simplify the presentation of the conditions of text tasks for further successful solutions. Therefore, the school teacher needs to pay attention to this topic.

Keywords: *modeling, text problems, graphical modeling, types of graphical models, stages of solving text problems.*

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Храмова Надежда Александровна,
кандидат физико-математических наук, доцент,
e-mail: nadegdalem@mail.ru
Балаева Ольга Ивановна,
студент,
e-mail: olga.balaeva@inbox.ru
ФГБОУ ВО ***«Мордовский государственный педагогический университет имени М.Е. Евсевьева», г. Саранск, Россия***

Аннотация. Данная статья представляет собой анализ использования показательных и логарифмических уравнений, а также научной и методической литературы, связанной с изучением этих тем. В работе приводятся методические рекомендации для учителей, которые помогут им более эффективно объяснить материал, связанный с показательными и логарифмическими уравнениями.

Ключевые слова: *показательные уравнения, логарифмические уравнения, логарифм, показатель, методические рекомендации.*

Взаимосвязь логарифмических и показательных уравнений – это захватывающая и значимая тема в школьном курсе алгебры и математического анализа для старших классов. Оба типа уравнений, логарифмические и показательные, имеют свои уникальные свойства, но они также тесно связаны друг с другом.

Рассмотрим определения показательных и логарифмических уравнений:

Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное число находится в показательной форме.

Общий вид показательного уравнения выглядит следующим образом: $a^x = b$, где a – это основание показателя, x – неизвестное число, а b – значение, к которому мы стремимся при возведении a в степень x.

Показатель – это обратная операция к логарифму. Он представляет собой степенное выражение, где число возводится в некоторую степень. Показатели позволяют описывать рост или убывание величин во времени или в пространстве.

Логарифмическое уравнение – это уравнение, в котором неизвестное число находится под логарифмом или связано с логарифмическими функциями.

Общий вид логарифмического уравнения выглядит следующим образом: $log_a(x) = b$, где a – это основание логарифма, x – неизвестное число, а b – значение логарифма.

Логарифм числа b по основанию a, обозначаемый как $log_a(b)$ представляет собой значение показательной функции при $x = a$ [3].

Цель данных уравнений состоит в том, чтобы найти значение x, удовлетворяющее уравнению.

Важно уметь работать с логарифмическими и показательными уравнениями, так как они часто возникают в контексте моделирования и анализа различных явлений и процессов.

Логарифмы могут быть использованы для решения показательных уравнений и наоборот. Рассмотрим данные ситуации более подробно.

Использование логарифмов для решения показательных уравнений. Предположим, что у нас есть показательное уравнение: $a^x = b$, где a и b – известные числа. Чтобы найти значение x, мы можем воспользоваться логарифмами. Возьмем логарифм с основанием a от обеих сторон уравнения: $log_a(a^x) = log_a(b)$. Это приводит к уравнению $x = log_a(b)$. Таким образом, мы нашли значение x с использованием логарифма.

Пример 1. Решить уравнение $2^x = 8$.

Мы можем преобразовать его в логарифмическое уравнение с основанием 2 следующим образом:

$log_2(2^x) = log_2(8)$.

Используем свойство логарифмов, которое гласит, что

$log_a(b^m) = m \cdot log_a(b)$.

Это позволяет нам вынести показатель степени x вперед:

$x \cdot log_2(2) = log_2(8)$.

Так как $log_2(2) = 1$ (логарифм любого числа по его собственному основанию равен 1), упрощаем уравнение: $x = log_2(8)$.

Мы знаем, что $2^3 = 8$, поэтому $log_2(8) = 3$.

Ответ: $x = 3$ [2].

Использование показательных уравнений для решения логарифмических уравнений.

Предположим, у нас есть логарифмическое уравнение:

$log_a(x) = b$,

где a – основание логарифма, а b – известное число.

Чтобы найти значение x, мы можем возвести обе стороны уравнения в степень a:

$a^{log_a(x))} = a^b$.

Это приводит к уравнению $x = a^b$x.

Таким образом, мы нашли значение x с использованием показательного уравнения.

Пример 2. Решить уравнение $log_3(x) = 2$.

Предположим, у нас есть логарифмическое уравнение:

$log_3(x) = 2$.

Мы можем преобразовать его в показательное уравнение следующим образом:

$3^{log_3(x))} = 3^2$, что приводит к уравнению $x = 9$.

Ответ: $x = 9$.

Надо сказать что, логарифмы и показательные уравнения взаимосвязаны и могут использоваться взаимозаменяемо при решении математических задач. Понимание этой связи может помочь при решении сложных уравнений.

При решении показательных и логарифмических уравнений могут возникать различные трудности, и умение выделять и осознавать их является важным аспектом в обучении математике. Рассмотрим некоторые из этих трудностей подробнее:

Незнание четкого алгоритма решения: это одна из основных проблем, с которой сталкиваются учащиеся. Четкий и систематический метод решения показательных и логарифмических уравнений может значительно облегчить процесс. Обучение таким методам и алгоритмам может помочь учащимся лучше понять, как подходить к различным уравнениям.

Преобразования, не равносильные исходным уравнениям: это связано с необходимостью сохранения эквивалентности всех шагов при решении уравнения. Учащиеся иногда допускают ошибки, выполняя неравносильные преобразования, что может привести к неверным ответам. Здесь важно учить учащихся анализу и контролю каждого шага в процессе решения.

Введение новой переменной: иногда для решения сложных показательных или логарифмических уравнений используется введение дополнительных переменных. Тем не менее, важно обучать учащихся правильным методам введения и дальнейшего использования этих переменных, чтобы не допускать ошибок [1].

При изучении темы «Показательные уравнения» следует обратить внимание на следующие ключевые моменты:

1) *Понимание показательной функции и ее свойств:* начните обучение с напоминания учащимся о показательных функциях, как они определяются и какие у них основные свойства (например, свойства степени, произведения степеней) и построении графиков показательных функций. Это поможет учащимся лучше понять, как работать с этими функциями.

2) *Свойства степени*: вспомните основные свойства степени, такие как умножение степеней с одинаковыми основаниями, возведение в степень степени, степень нуля и единицы. Эти свойства могут быть полезными при упрощении показательных уравнений.

3) *Методы решения показательных уравнений:* подчеркните различные методы решения показательных уравнений. Объясните, как каждый метод может быть использован в зависимости от конкретного уравнения. Важно показать примеры и провести учащихся через шаги решения разных типов показательных уравнений.

При изучении темы «Логарифмические уравнения» следует обратить внимание на следующие ключевые моменты:

1) *Понимание логарифмической функции и ее свойств:* начните с объяснения, что такое логарифмическая функция. Расскажите, что логарифмическая функция связана с экспоненциальной функцией и используется для нахождения показателя степени (показателя степени, при котором число возведено в степень, равно данному числу). Подчеркните, что логарифмы работают с положительными числами.

2) *Свойства логарифма*: вспомните, что такое логарифм и как он связан с экспонентой. Рассмотрите основные свойства логарифмов, включая изменение основания логарифма, их сложение и вычитание.

3) *Методы решения логарифмических уравнений:* подчеркните различные методы решения логарифмических уравнений. Объясните методы решения логарифмических уравнений, включая сокращение логарифмов, изменение основания логарифма, применение свойств логарифмов, и использование таблиц логарифмов. Покажите, как каждый метод может быть использован в зависимости от конкретного уравнения [4].

Объяснение этих трудностей и предоставление методических рекомендаций по их преодолению может быть частью вашей работы и помочь учащимся более успешно усваивать материал по показательным и логарифмическим уравнениям.

Все, что было рассмотрено, позволяет сделать следующие выводы:

Общие черты: как логарифмические, так и показательные уравнения могут содержать переменные в показателях.

Например, логарифмическое уравнение может выглядеть так: $log_a(x) = b$, а показательное – $a^x = b$.

Использование логарифмов: для решения показательных уравнений можно применять логарифмы.

Например, если дано уравнение $a^x = b$,

то его можно преобразовать в логарифмическое уравнение $log_a(a^x) = log_a(b)$,

что приведет к $x = log_a(b)$.

Таким образом, мы перешли от показательного уравнения к логарифмическому.

Подобным образом, логарифмическое уравнение: $log_a(x) = b$ можно решить, преобразовав его в показательное уравнение: $a^b = x$.

Практическое применение: логарифмические и показательные уравнения находят применение в различных областях, включая естественные науки, экономику, инженерию и многое другое.

Логарифмические уравнения часто используются для моделирования процентного роста или убывания, в то время как показательные уравнения описывают процессы экспоненциального роста или убывания.

Исследование методических особенностей между этими типами уравнений предоставляет широкий спектр инструментов для решения математических задач и моделирования реальных ситуаций. Взаимосвязь данных уравнений подчеркивает важность изучения как логарифмических, так и показательных уравнений в школьном курсе математики.

Литература

1. Кирсанова, Л.В. Методические особенности решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств в едином государственном экзамене по математике профильного уровня / Л.В. Кирсанова. – Текст : электронный // Фундаментальные и прикладные научные исследования. – 2021. – С. 56–64. – URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46159444. – Дата обращения: 17.10.2022.

2. Показательные уравнения и методы решения показательных уравнений : [сайт], – 2023. – URL: https://mathematics-repetition.com/pokazatelnye-uravneniya-i-metody-resheniya-pokazatelnyh-uravnenij. – Дата обращения: 17.10.2022. – Текст : электронный.

3. Рисберг, В.Г. Решение показательных и логарифмических уравнений, неравенств и систем уравнений повышенного и высокого

уровня сложности : учебное пособие (часть I) / В.Г. Рисберг; под общей ред. И. Ю. Черниковой. – Пермь : Издательство «Пушка», 2015. – 56 с.

METHODOLOGICAL FEATURES OF THE STUDY OF EXPONENTIAL AND LOGARITHMIC EQUATIONS

Khramova Nadezhda, Balaeva Olga

Abstract. This article is an analysis of the use of exponential and logarithmic equations, as well as scientific and methodological literature related to the study of these topics. The paper provides methodological recommendations for teachers that will help them explain the material related to exponential and logarithmic equations more effectively.

Keywords: *exponential equations, logarithmic equations, logarithm, indicator, methodological recommendations.*