

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ISSN 2664-7362 (Print)  
ISSN 2664-7370 (Online)



МАТЕРИАЛЫ  
IX Международной научной конференции  
**Донецкие чтения 2024:**  
образование, наука, инновации,  
культура и вызовы современности

**Том 1**

Механико-математические,  
компьютерные науки,  
управление





**Уважаемые коллеги! Дорогие друзья!**

От имени ректората, Ученого совета Донецкого государственного университета, всего академического сообщества Донецкой Народной Республики приветствую наших друзей из различных регионов Российской Федерации и зарубежных стран, принимающих участие в традиционной, теперь уже IX Международной научной

конференции **«Донецкие чтения 2024: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности».**

Минуло девять лет с тех пор, как в нашем университете прошла **первая конференция**, которая за прошедшие годы приобрела широкую известность, стала авторитетным научным собранием, привлекла внимание большого числа ученых. Расширился спектр рассматриваемых научных направлений и вовлеченность в научные дискуссии известных ученых и специалистов-практиков, возросли актуальность и практическая значимость представляемых научных результатов.

Международную многопрофильную научную конференцию «Донецкие чтения» мы проводим уже **третий раз в составе Российской Федерации**. Эпохальное событие – приём Донецкой Народной Республики в состав Российской Федерации – дало могучий толчок развитию и углублению наших научных исследований, благодаря России мы получили достойное финансирование, новейшее оборудование, новые перспективные научные направления и наша общая цель – приложить все усилия к решению задач, которые ставит перед нами Родина.

2022–2031 годы объявлены Президентом России Владимиром Владимировичем Путиным как **Десятилетие науки и технологий**. Полагаю, что наша многопрофильная конференция вносит достойный вклад в решение задач, поставленных Президентом, в том числе и по привлечению талантливой молодежи в науку – анализ поступивших тезисов показал, что три четверти докладов подготовлены молодыми учёными!

На Конференции будут представлены почти **1 900 научных докладов в четырнадцать профильных секциях**. Будут работать **семьдесят девять подсекций и одиннадцать круглых столов**.

Труды конференции уже сейчас доступны в электронной форме, составляют **десять томов в шестнадцати книгах** общим объемом **5 650 страниц** и будут размещены в наукометрической базе РИНЦ.

В ходе конференции приглашаю вас к обстоятельному разговору о способах и механизмах скорейшего внедрения новых, прорывных научных разработок, с тем чтобы наши достижения способствовали укреплению суверенитета и безопасности нашей и дружественных стран, росту качества жизни россиян.

Желаю успехов всем участникам конференции, а всем нам – новых научных достижений во благо России!

С наилучшими пожеланиями, ректор Донецкого государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор  
Светлана Владимировна Беспалова

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

## IX Международная научная конференция

Материалы  
конференции

**Том 1**

МЕХАНИКО-  
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ,  
КОМПЬЮТЕРНЫЕ  
НАУКИ,  
УПРАВЛЕНИЕ

# **Донецкие чтения 2024: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности**

г. Донецк  
15–17 октября 2024 г.

Донецк  
Издательство ДонГУ  
2024

ББК В1я431+В2я431+397я431

УДК 51+ 531/534 +004 (043.2)

Д672

*Редакционная коллегия:*

С.В. Беспалова (гл. ред.), А.В. Белый (зам. гл. ред.),  
М.В. Фоменко, И.А. Моисеенко, В.И. Сторожев,  
Вит.В. Волчков, А.С. Гольцев, Н.Ш. Пономаренко,  
Д.В. Шевцов, Н.Н. Щепин (отв. секр. секции).

**Д672 Донецкие чтения 2024: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности:** Материалы IX Международной научной конференции (Донецк, 15–17 октября 2024 г.). – *Том 1: Механико-математические, компьютерные науки, управление* / под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2024. – 245 с.

*Ответственность за содержание материалов, аутентичность цитат, правильность фактов и ссылок несут авторы.*

В первый том материалов IX Международной научной конференции «Донецкие чтения 2024: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности» вошли исследования по актуальным проблемам физико-математических и технических наук. Рассматриваются вопросы механики твердого тела и деформируемого твердого тела, математического анализа и дифференциальных уравнений, прикладной математики и информатики, теории систем управления и информационно-документационного обеспечения управления.

Освещенные в сборнике проблемы и направления их решения будут полезны научным работникам, преподавателям, студентам, аспирантам и докторантам, проводящим исследования в области механико-математических, и технических наук.

ББК В1я431+В2я431+397я431

УДК 51+ 531/534 +004 (043.2)

© Коллектив авторов, 2024

© Донецкий государственный университет, 2024

## ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

### ***Председатель:***

*Беспалова С.В.*, д-р физ.-мат. наук, профессор, ректор Донецкого государственного университета (г. Донецк).

### ***Заместитель председателя:***

*Бабурин С.Н.*, д-р юрид. наук, профессор, главный научный сотрудник Института государства и права РАН, Президент Международной славянской академии наук, образования, искусств и культуры, Президент Ассоциации юридических вузов (г. Москва).

### ***Члены программного комитета:***

*Андреев Д.А.*, д-р ист. наук, доцент, заместитель декана по научной работе исторического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

*Аноприенко А.Я.*, канд. техн. наук, профессор, ректор Донецкого национального технического университета (г. Донецк).

*Белый А.В.*, канд. хим. наук, доцент, проректор Донецкого государственного университета (г. Донецк).

*Вартанова Е.Л.*, д-р филол. наук, академик РАО, декан факультета журналистики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

*Воронова О.Е.*, д-р филол. наук, профессор, профессор кафедры литературы и журналистики Рязанского государственного университета имени С. А. Есенина, руководитель Есенинского научного центра РГУ имени С.А. Есенина, член Общественной палаты Российской Федерации, член Союза писателей и Союза журналистов России, руководитель Центра региональных проектов и межрегиональных связей РГУ имени С.А. Есенина (г. Рязань).

*Глухов А.З.*, д-р биол. наук, профессор, главный научный сотрудник Донецкого ботанического сада, профессор кафедры ботаники и экологии Донецкого государственного университета (г. Донецк).

*Данилюк Д.А.*, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., и.о. директора ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики» (г. Донецк).

*Зайченко Н.М.*, д-р техн. наук, профессор, ректор Донбасской национальной академии строительства и архитектуры (г. Макеевка).

*Зинченко Ю.П.*, д-р психол. наук, профессор, академик РАО, декан факультета психологии Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

*Кирпичников М.П.*, д-р биол. наук, профессор, академик РАН, декан биологического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

*Кишкань Р.В.*, директор филиала «Южный» ФГБУ «Всероссийский научно-исследовательский институт охраны окружающей среды – единый научный центр Минприроды России» (ВНИИ «Экология») (г. Донецк).

*Лингарт А.А.*, д-р филол. наук, профессор, декан филологического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

*Лубков А.В.*, д-р ист. наук, профессор, академик РАО, ректор Московского педагогического государственного университета (г. Москва).

*Некипелов А.Д.*, д-р экон. наук, профессор, академик РАН, директор Московской школы экономики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

*Половян А.В.*, д-р экон. наук, доцент, директор ГБУ «Институт экономических исследований» (г. Донецк).

*Приходько С.А.*, канд. биол. наук, ст. науч. сотр., директор ФГБНУ «Донецкий ботанический сад» (г. Донецк).

*Решидова И.Ю.*, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., и.о. директора ФГБНУ «Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина» (г. Донецк).

*Рябичев В.Д.*, д-р техн. наук, профессор, ректор Луганского государственного университета имени Владимира Даля (г. Луганск).

*Соболев В.И.*, д-р биол. наук, профессор кафедры здоровья и реабилитации Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского (г. Ялта).

*Соколов И.А.*, д-р техн. наук, профессор, академик РАН, декан факультета вычислительной математики и кибернетики, зав. кафедрой информационной безопасности Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

*Тедеев В.Б.*, канд. техн. наук, профессор, ректор Юго-Осетинского государственного университета имени А.А. Тибилова (г. Цхинвал).

*Третьяков В.Т.*, профессор, декан Высшей школы телевидения Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

*Удодов И.А.*, канд. хим. наук, доцент, и.о. директора ФГБНУ «Научно-исследовательский институт «Реактивэлектрон» (г. Донецк).

*Хомутова Е.В.* – канд. биол. наук, и.о. директора ФГБНУ «Институт физико-органической химии и углехимии им. Л.М. Литвиненко» (г. Донецк).

# *Механика твердого тела*

УДК 531.38

## **О НОВОМ РЕШЕНИИ ПОЛИНОМИАЛЬНОГО КЛАССА КОНОСЕВИЧА – ПОЗДНЯКОВИЧА ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА**

**Зыза А.В.**, д-р физ.-мат. наук доц., ORCID 0009-0001-3452-4916  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*z9125494@mail.ru*

**Введение.** При интегрировании уравнений задач динамики твердого тела с неподвижной точкой и динамики гиростата с одной неподвижной точкой используют различные методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Среди них можно отметить: построение решений в виде рядов по вспомогательной переменной; исследование решений уравнений движения на основе дополнительного первого интеграла (метода Якоби); применение методов инвариантных соотношений, развитых Т. Леви-Чивита и П.В. Харламовым [1, 2].

Особый интерес представляют исследование и изучение условий существования в рассматриваемых задачах динамики твердого тела и гиростата инвариантных соотношений полиномиальной структуры по основным переменным. Это связано с тем, что частные решения различных полиномиальных видов занимают значительную часть в системе известных случаев интегрируемости уравнений Эйлера-Пуассона и Кирхгофа-Пуассона [2, 3].

В данном докладе продолжено изучение условий существования полиномиальных решений класса Коносевиचा-Поздняковича задачи о движениях гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил, начатое в [3]. Получен новый случай интегрируемости дифференциальных уравнений указанной задачи динамики гиростата.

**Цель исследования** – нахождение и анализ условий существования частных решений полиномиальной структуры класса Коносевиचा-Поздняковича, и построение их в замкнутом виде.

При таком исследовании использовались: метод инвариантных соотношений и полуобратный метод решения задач аналитической механики.

**Основная часть.** Рассмотрим движение заряженного и намагниченного гиростата с неподвижной точкой под действием потенциальных и гироскопических сил. Уравнения движения рассматриваемого гиростата относятся к уравнениям класса Кирхгофа и в векторной форме [1] таковы:

$$A\dot{\bar{\omega}} = (A\bar{\omega} + \bar{\lambda}) \times \bar{\omega} + \bar{\omega} \times B\bar{v} + \bar{v} \times (C\bar{v} - \bar{s}), \dot{\bar{v}} = \bar{v} \times \bar{\omega}. \quad (1)$$

Уравнение (1), как уравнения Кирхгофа-Пуассона допускают три первых интеграла:

$$\begin{aligned} A\bar{\omega} \cdot \bar{\omega} - 2(\bar{s} \cdot \bar{v}) + (C\bar{v} \cdot \bar{v}) &= 2E_0, \bar{v} \cdot \bar{v} = 1 \\ 2(\bar{\omega} + \bar{\lambda}) \cdot \bar{v} - (B\bar{v} \cdot \bar{v}) &= 2k_0. \end{aligned} \quad (2)$$

В (1), (2) обозначения таковы:  $\bar{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  – угловая скорость гири;  $\bar{v} = (v_1, v_2, v_3)$  – единичный вектор оси симметрии силовых полей;  $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$  – гиристатический момент;  $\bar{s} = (s_1, s_2, s_3)$  – вектор обобщенного центра масс;  $A = \text{diag}(A_1, A_2, A_3)$  – тензор инерции гири, построенный в неподвижной точке;  $B = \text{diag}(B_1, B_2, B_3)$  – матрица, характеризующая гироскопические силы;  $C = \text{diag}(C_1, C_2, C_3)$  – тензор инерции, характеризующий потенциальные силы;  $E_0$  и  $k_0$  – постоянные интегралов. В докладе рассматриваются и исследуются условия существования у уравнений (1) частных решений полиномиального класса вида:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sigma^2, \omega_2^2 = Q(\sigma) = \sum_{k=0}^n b_k \sigma^k, \omega_3^2 = R(\sigma) = \sum_{j=0}^m c_j \sigma^j, \\ v_1 &= \varphi(\sigma) = \sum_{j=0}^l a_j \sigma^j, v_2 = \psi(\sigma) \sqrt{Q(\sigma)}, v_3 = \chi(\sigma) \sqrt{R(\sigma)}, \\ \psi(\sigma) &= \sum_{i=0}^{n_1} g_i \sigma^i, \chi(\sigma) = \sum_{j=0}^{m_1} f_j \sigma^j. \end{aligned} \quad (3)$$

В соотношениях (3)  $b_k, c_j, a_j, g_i, f_i$  – действительные коэффициенты алгебраических многочленов, подлежащие определению;  $l, m, n, n_1, m_1$  – натуральные числа или нули.

К указанному полиномиальному классу (3) в классической задаче динамики твердого тела, описываемую уравнениями Эйлера-Пуассона, относится решение Б.И. Коносевица и Е.В. Поздняковича [2].

Построено новое частное решение вида (3) уравнений движения гири (1).

Не выписывая в общем виде значения коэффициентов нового решения и параметров задачи, укажем это решение:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sigma^2, \omega_2^2 = Q(\sigma) = b_2 \sigma^2 + b_1 \sigma + b_0, \\ \omega_3^2 &= R(\sigma) = c_4 \sigma^4 + c_3 \sigma^3 + c_2 \sigma^2 + c_1 \sigma + c_0, \\ v_1 &= a_2 \sigma^2 + a_1 \sigma + a_0, v_2 = (g_1 \sigma + g_0) \sqrt{Q(\sigma)}, v_3 = f_0 \sqrt{R(\sigma)}, \\ \dot{\sigma} &= \mu \sqrt{Q(\sigma)R(\sigma)}. \end{aligned}$$

Новое решение характеризуется шестью ненулевыми свободными параметрами и описывается гиперэллиптическими функциями времени.

**Заключение.** Указанное в докладе частное решение полиномиальной структуры класса Коносевича-Поздняковича задачи о движении гиростата в поле действия потенциальных и гироскопических сил является новым решением, которое не имеет аналогов в задаче о движении тяжелого твердого тела и в задаче о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой.

#### **Список литературы**

1. Горр Г.В. Динамика гиростата, имеющего неподвижную точку: моногр. / Г.В. Горр, А.В. Мазнев.– Донецк: ДонНУ. 2010. – 364 с. – ISBN 978-966-639-431-9.
2. Гашененко И.Н. Классические задачи динамики твердого тела: моногр. / И.Н. Гашененко, Г.В. Горр, А.М. Ковалев. – Киев. Наук. думка. 2012. – 401 с. – ISBN 978-966-00-1307-0.
3. Зыза А.В. Классификация полиномиальных решений уравнений динамики гиростата, имеющего неподвижную точку // Механика твердого тела. – 2021. – Вып. 51. – С.90-108.

УДК 62.592

## **ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКИЙ МЕХАТРОННЫЙ МОДУЛЬ РАБОЧЕГО ТОРМОЗНОГО МЕХАНИЗМА ДЛЯ АВТОМОБИЛЯ**

*Калибачук А.О.<sup>1,2</sup>, Калибачук М.П.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>ФГК ВОУ ВО «Военная Академия Связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного», г. Санкт-Петербург, РФ

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана», г. Москва, РФ  
*armterrus@gmail.com*

**Введение.** Автомобильная промышленность нуждается в унифицированных модульных компонентах [1], а 48-вольтовые сети [2] питания в автомобилях позволяют использовать мощные приводы. Возникает потребность в совершенствовании тормозных систем, включая автоматизацию процесса торможения [3]. Поэтому ставится задача разработки отечественного мехатронного модуля тормозного механизма с индивидуальной регулировкой тормозного усилия на каждом колесе, что позволит создать систему АБС без использования зарубежных модуляторов тормозного усилия.

**Основная часть.** Тормозная система должна быть реализована таким образом, чтобы объединить в себе следующие функциональные особенности:

1. Возможность индивидуального регулирования тормозного усилия для каждого колеса.

2. Отсутствие или минимизация нелинейностей в приводе.
3. Возможность резервирования тормозной системы.
4. Высокий КПД привода.
5. Небольшая неподрессоренная масса тормозного механизма.

На рисунке 1 показана схематичная конструкция предлагаемого к рассмотрению электрогидравлического привода, который должен вобрать в себя все указанные выше преимущества.

Показанная конструкция состоит из следующих элементов: 1 — электродвигатель; 2 — редуктор; 3 — упор; 4 — реечная передача; 5 — пружина; 6 — поршень главного тормозного цилиндра; 7 — датчик давления в гидросистеме; 8 — резервная гидравлическая линия от педали тормоза; 9 — клапан для резервирования тормозной системы с электронным управлением; 10 — гидравлическая магистраль между главным тормозным цилиндром и тормозным суппортом; 11 — поршень в тормозном суппорте; 12 — тормозная колодка; 13 — тормозной диск; 14 — колесо автомобиля; 15 — датчик скорости колеса; ИП — источник питания; ПН — преобразователь напряжения; Педаль — электронная педаль тормоза; УМ — усилитель мощности; МК — микроконтроллер.

Работа системы: при включении автомобиля клапан резервирования переходит в режим соединения главного тормозного цилиндра и тормозного суппорта. При нажатии на педаль тормоза электродвигатель создаёт определённый момент, передаваемый на реечную передачу и далее в гидравлическую магистраль, что создаёт определённую силу прижима тормозной колодки к тормозному цилиндру. Зависимость тормозного момента от силы прижима тормозной колодки прямо пропорциональная (без учёта температурного влияния). Поэтому тормозной момент оценивается при помощи датчика давления в тормозной магистрали. Таким образом управление приводом замыкается по развиваемому тормозному моменту.

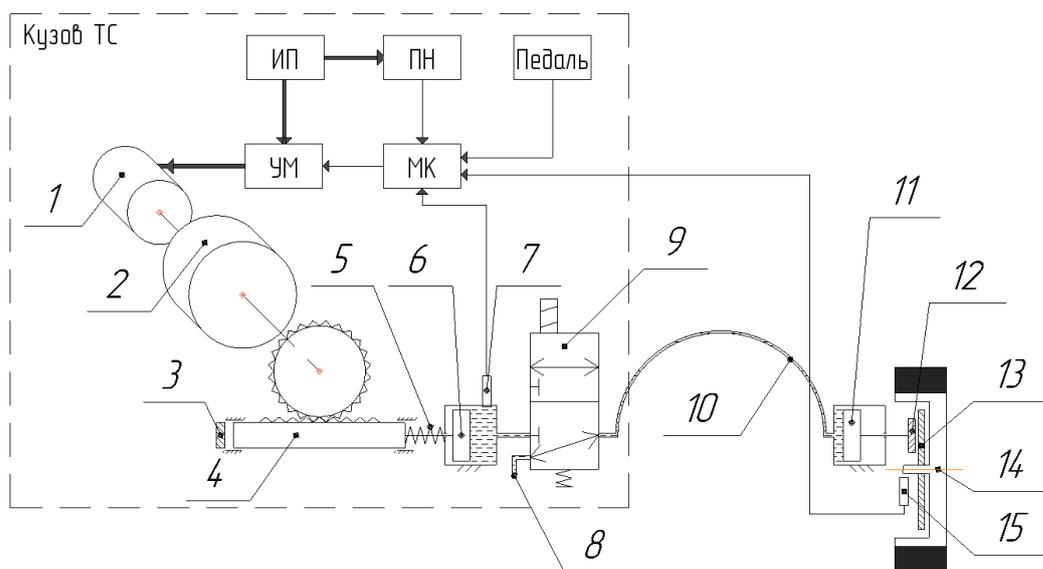


Рис. 1. Схематичная конструкция тормозного механизма

Для растормаживания колеса момент с двигателя снимается. Пружина возвращает привод в исходное нулевое положение (рейка касается упора). Возможно применение концевого датчика рейки, а также включение электродвигателя в реверс для более динамичного растормаживания тормозной системы.

В случае неисправности (например, падение давления в тормозной магистрали) клапан резервирования переключается, и тормозное усилие прикладывается напрямую от педали тормоза, если в ТС предусмотрено резервирование тормозной системы. Важно отметить, что при неисправности одного из тормозных приводов у 4-х колёсного транспортного средства останутся функционировать ещё три тормозных привода. Система резервирования желательна на случай полного обесточивания ТС. А также для упрощения конструкции стояночной тормозной системы, которую можно реализовать через клапан резервирования тормозной системы [4].

Электродвигатель, редуктор, реечная передача, главный тормозной цилиндр и клапан резервирования расположены в кузове ТС. Тормозной суппорт, тормозной диск и тормозные колодки представляют из себя типовые изделия, применяемые в автомобилях. Главный тормозной цилиндр соединён с тормозным суппортом гидравлической магистралью, как это и реализуется на современных автомобилях.

То есть показанная конструкция подразумевает использование большого количества элементов типовых современных тормозных систем. Как минимум сохраняются все элементы, расположенные вне кузова ТС. Возможно использование уже существующих главных тормозных цилиндров. Отличие заключается в том, что многие главные тормозные цилиндры рассчитаны под 2 или 4 тормозные линии, а в предлагаемой конструкции необходима только одна тормозная линия от главного тормозного цилиндра.

Вновь спроектировать необходимо конструкцию редуктора и реечную передачу, а также их соединение между главным тормозным цилиндром. Также необходимо интегрировать клапан резервирования в гидравлическую магистраль. Спроектированная система подразумевает установку тормозного мехатронного модуля в любой части кузова ТС. Это позволит не привязываться к установке модулятора тормозных усилий и усилителя тормозов близко к двигателю автомобиля.

Мехатронный тормозной модуль удобно применять на крупногабаритных транспортных платформах, т.к. отпадёт необходимость протягивать через весь кузов многометрового ТС множество гидравлических линий от единого модулятора тормозных усилий. Будет достаточно разместить у каждого колеса индивидуальный тормозной привод. Что также повысит отказоустойчивость тормозной системы.

**Заключение.** Таким образом, предложенная конструкция тормозной системы объединяет в себе ключевые функциональные особенности и предоставляет возможность её эффективного применения на крупногабаритных и легковых транспортных средствах, повышая отказоустойчивость и удобство интеграции в различные конструкции.

#### Список литературы

1. Тимохин-Смирнов М. А. Модульность в автомобильной промышленности-процесс глобальных изменений // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. — 2015. — № 5—1. — С. 79—82. — ISSN 2073- 071.
2. Описание технологии MHEV в Audi A8: [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.audi-technology-portal.de/en/drivetrain/hybridtechnologies/audi-a8-mild-hybrid-electric-vehicle-mhev-withactive-suspension> (дата обращения: 4.09.2024).
3. ТР ТС 018/2011. Технический регламент Таможенного союза. О безопасности колесных транспортных средств: [Электронный ресурс]. — URL: <https://sudact.ru/law/reshenie-komissii-tamozhennogo-soiuzao-09122011-n19/tr-ts-0182011/?ysclid=lnhcobq9a7670213874> (дата обращения: 4.09.2024).
4. ГОСТ Р 51709-2001. Государственный стандарт Российской Федерации. Автотранспортные средства. Требования безопасности к техническому состоянию и методы проверки: [Электронный ресурс]. — URL: <https://legalacts.ru/doc/gost-r-51709-2001-gosudarstvennyi-standartrossiiskoi-federatsii/> (дата обращения: 4.09.2024).

УДК 531.36, 51-37

### ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ГЛОБАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОМОТОРА

**Коносевич Б.И.**, д-р физ.-мат. наук, ORCID 0009-0008-2474-6321,  
**Коносевич Ю.Б.**, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0001-4080-7744  
ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ  
*konos.donetsk@yandex.ru*

Простейшая адекватная модель асинхронного электродвигателя получена в [1] из двухтоковой модели синхронного электродвигателя. После введения вместо токов переменных  $x, y$  она описывается системой трех обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} C\ddot{\varphi} &= -a\dot{\varphi} + M_d(\varphi), \\ \dot{x} &= -bx - \dot{\varphi}y, \\ \dot{y} &= -by + \dot{\varphi}(x + 1) \end{aligned} \quad (1)$$

с фазовым вектором  $\dot{\varphi}, x, y$ . Здесь  $\dot{\varphi} = \dot{\phi} - \omega t$ ,  $\dot{\phi}$  — угловая скорость ротора относительно статора,  $\omega$  — постоянная угловая скорость вращения магнитного поля в статоре. Через  $C$  обозначен осевой момент инерции

ротора,  $a$  и  $b$  – положительные постоянные,  $M_d(\dot{\varphi})$  – момент диссипативных сил относительно оси ротора, который предполагается непрерывной нечетной монотонно убывающей функцией относительной угловой скорости.

Статической характеристикой асинхронной машины называется функция

$$M_a(\dot{\gamma}) = \frac{ab\dot{\gamma}}{b^2 + \dot{\gamma}^2}. \quad (2)$$

**Теорема 1.** Пусть в случае  $\omega - b > 0$  диссипативный момент, будучи отрицательным на промежутке  $(0, \omega - b)$ , удовлетворяет на нем условию малости

$$M_d(\dot{\varphi}) > M_a(\dot{\varphi} - \omega), \quad (3)$$

где  $M_a(\dot{\varphi} - \omega) = M_a(\dot{\gamma})$  – статическая характеристика (2) асинхронного электромотора,  $\omega > 0$  – угловая скорость вращения магнитного поля в его статоре.

Тогда

а) дифференциальные уравнения (1), описывающие двухтоковую модель асинхронного электромотора, имеют стационарное решение

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}^0, \quad x = x^0, \quad y = y^0, \quad (4)$$

когда тройка постоянных  $\dot{\gamma}^0, x^0, y^0$  является решением системы конечных уравнений

$$-ay^0 + M_d(\omega + \dot{\gamma}^0) = 0, \quad bx^0 + \dot{\gamma}^0 y^0 = 0, \quad -by^0 + \dot{\gamma}^0(x^0 + 1); \quad (5)$$

б) решение (4) уравнений (5) существует и единственно; в этом решении постоянная  $\dot{\gamma}^0$  выражается по формуле

$$\dot{\gamma}^0 = \omega^0 - \omega, \quad (6)$$

где  $\omega^0$  ( $0 < \omega^0 < \omega$ ) – единственное решение уравнения

$$M_d(\dot{\varphi}) = M_a(\dot{\varphi} - \omega), \quad (7)$$

относительно  $\dot{\varphi}$ , а постоянные  $x^0, y^0$  равны

$$y^0 = \frac{1}{a} M_d(\omega^0), \quad x^0 = \frac{1}{ab} (\omega - \omega^0) M_d(\omega^0). \quad (8)$$

Принимая стационарное решение (4) уравнений (1) в качестве невозмущенного, введем возмущения  $\dot{\gamma}_1, x_1, y_1$ , полагая

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}^0 + \dot{\gamma}_1, \quad x = x^0 + x_1, \quad y = y^0 + y_1. \quad (9)$$

Чтобы вывести дифференциальные уравнения для возмущений, подставим выражения (9) в уравнения (1), учитывая при этом соотношения (5). Получаем систему уравнений возмущенного движения

$$C\ddot{\gamma}_1 = -ay_1 + \Delta M(\dot{\gamma}_1),$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -bx_1 - \dot{\gamma}^0 y_1 - y^0 \dot{\gamma}_1 - \dot{\gamma}_1 y_1, \\ \dot{y}_1 &= -by_1 + \dot{\gamma}^0 x_1 + (x^0 + 1)\dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_1 x_1. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь возмущение диссипативного момента

$$\Delta M_d(\dot{\gamma}_1) = M_d(\omega^0 + \dot{\gamma}_1) - M_d(\omega^0) \quad (11)$$

является непрерывной монотонно убывающей функцией переменной  $\dot{\gamma}_1$  знака, противоположного знаку  $\dot{\gamma}_1$ . Таким образом,

$$\dot{\gamma}_1 \Delta M_d(\dot{\gamma}_1) < 0 \quad (\dot{\gamma}_1 \neq 0), \quad \Delta M_d(0) = 0. \quad (12)$$

Уравнения возмущенного движения (10) имеют нулевое решение

$$\dot{\gamma}_1 = 0, \quad x_1 = 0, \quad y_1 = 0, \quad (13)$$

которое соответствует стационарному решению (4) уравнений (1).

Воспользовавшись теоремой 12.1 из [2], получаем следующий результат.

**Теорема 2.** Пусть

- 1) выполнены условия теоремы 1;
- 2) существует постоянная  $k > 0$  такая, что для возмущения диссипативного момента выполняются неравенства

$$\Delta M_d(\dot{\gamma}_1) < -k\dot{\gamma}_1 \quad (\dot{\gamma}_1 > 0), \quad \Delta M_d(\dot{\gamma}_1) > -k\dot{\gamma}_1 \quad (\dot{\gamma}_1 < 0);$$

- 3) выполнено неравенство

$$abk - \frac{1}{4} [M_d(\omega^0)]^2 \left[ 1 + \frac{(\omega - \omega^0)^2}{b^2} \right] > 0,$$

в котором  $a, b > 0$  – параметры системы уравнений (10),  $\omega > 0$  – угловая скорость вращения магнитного поля в статоре,  $M_d(\omega^0) < 0$  – момент диссипативных сил при стационарной угловой скорости  $\omega^0$  вращения ротора, которая при условиях теоремы 1 определена уравнением (7).

Тогда нулевое решение уравнений (10) возмущенного движения двухтоковой модели асинхронного электромотора, которое соответствует стационарному решению (4) уравнений (1) двухтоковой модели асинхронного электромотора, асимптотически устойчиво, и любое решение уравнений (10) при  $t \rightarrow \infty$  стремится к нулевому решению.

**Информация о финансовой поддержке:** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках базовой части госзадания в сфере науки, тема № 1023020900001-4-1.1.2;1.1.

### Список литературы

1. Леонов Г.А. Фазовая синхронизация. Теория и приложения // Автоматика и телемеханика. – 2006. – Т. 10. – С. 47-85.
2. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука, 1967. – 224 с.

## ОДИН СЛУЧАЙ ПРЕЦЕССИЙ В ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ СИММЕТРИЧНОГО ГИРОСТАТА

*Мазнев А.В.*, д-р физ.-мат. наук доц., ORCID 0009-0002-1824-0136

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ

*a.mazniev.dongu@mail.ru*

**Введение.** Прецессионные движения твердого тела, имеющего неподвижную точку, применяются при моделировании различных технических объектов. Прецессии гиростата определяются свойством постоянства угла между двумя осями, проходящими через неподвижную точку, первая из которых неизменно связана с гиростатом, а вторая неподвижна в пространстве [1].

Особый интерес представляет случай соизмеримости скоростей прецессии и собственного вращения. В данном докладе изучается задача о движении твердого тела в трех однородных силовых полях в случае, когда скорость прецессии в два раза больше скорости собственного вращения тела.

**Цель исследования** – нахождение частного решения уравнений движения, которое описывает прецессии гиростата с указанным соотношением на скорости прецессии и собственного вращения.

**Основная часть.** Рассмотрим движение твердого тела, имеющего неподвижную точку в силовом поле, которое является суперпозицией трех однородных и постоянных силовых полей. Предполагается, что в качестве подвижной системы координат выбрана прецессионная система координат. Тогда уравнения движения гиростата можно записать в виде [2]:

$$A\dot{\omega} = A\omega \times \omega + s \times \gamma + r \times \gamma^{(1)} + p \times \gamma^{(2)}, \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = \gamma \times \omega, \quad \dot{\gamma}^{(1)} = \gamma^{(1)} \times \omega, \quad \dot{\gamma}^{(2)} = \gamma^{(2)} \times \omega, \quad (2)$$

где  $A$  – тензор инерции,  $\gamma, \gamma^{(1)}, \gamma^{(2)}$  – единичные векторы, характеризующие направления сил каждого из полей;  $\omega$  - угловая скорость гиростата; точка над переменными  $\omega, \gamma, \gamma^{(1)}, \gamma^{(2)}$  обозначает дифференцирование по времени  $t$ . В формулах (1), (2) полагаем

$$\gamma \cdot \gamma^{(1)} = 0, \quad \gamma^{(2)} = \gamma \times \gamma^{(1)}, \quad |\gamma| = 1, \quad |\gamma^{(1)}| = 1, \quad (3)$$

Уравнения (1),(2) имеют интеграл энергии

$$A\omega \cdot \omega - 2(s \cdot \gamma + r \cdot \gamma^{(1)} + p \cdot \gamma^{(2)}) = 2E, \quad (4)$$

где  $E$  – постоянная. Как показано в [1], нахождение условий существования прецессий в задачах динамики твердого тела на основании (4) значительно упрощаются.

Рассмотрим прецессии тела относительно вектора  $\boldsymbol{\gamma}$ . Они характеризуются инвариантным соотношением (ИС)

$$\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma} = a_0 \quad (a_0 = \cos \theta_0), \quad (5)$$

где  $\theta_0$  – угол между векторами  $\mathbf{a}$  и  $\boldsymbol{\gamma}$  ( $\dot{\mathbf{a}} = \mathbf{0}$ ,  $|\mathbf{a}| = 1$ ). Вектор угловой скорости тела на ИС (5) представим так [1]

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\varphi} \mathbf{a} + \dot{\psi} \boldsymbol{\gamma}. \quad (6)$$

Пусть скорость прецессии и собственного вращения тела удовлетворяют условию

$$\dot{\psi} = 2\dot{\varphi}, \quad (7)$$

а тело имеет динамическую симметрию относительно оси, проходящей через вектор  $\mathbf{a}$ . Следуя [1] значение векторов  $\boldsymbol{\gamma}$ ,  $\boldsymbol{\gamma}^{(1)}$ ,  $\boldsymbol{\gamma}^{(2)}$  таково

$$\boldsymbol{\gamma} = a'_0 \sin \varphi \cdot \mathbf{i}_1 + a'_0 \cos \varphi \cdot \mathbf{i}_2 + a_0 \mathbf{i}_3, \quad (\mathbf{i}_3 = \mathbf{a}). \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\gamma}^{(1)} = b_0 [a_0 \boldsymbol{\gamma} \sin(\psi + \psi_0) - \mathbf{a} \sin(\psi + \psi_0) + (\mathbf{a} \times \boldsymbol{\gamma}) \cos(\psi + \psi_0)], \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\gamma}^{(2)} = b_0 [\mathbf{a} \cos(\psi + \psi_0) - a_0 \boldsymbol{\gamma} \cos(\psi + \psi_0) + (\mathbf{a} \times \boldsymbol{\gamma}) \sin(\psi + \psi_0)] \quad (10)$$

Проведем редукцию уравнения (10) на ИС(5),(6). Внесем в уравнение (1) значение  $\boldsymbol{\omega}$  из (6) и спроектируем полученное равенство на базисные векторы  $\mathbf{a}$ ,  $\boldsymbol{\gamma}$ ,  $\mathbf{a} \times \boldsymbol{\gamma}$  и распишем интеграл (4)

$$\ddot{\varphi}(A\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}) + \ddot{\psi}(A\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}) - \dot{\psi}^2 [\mathbf{a} \cdot (A\boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\gamma})] + \tilde{f}_0(\varphi) - b_0 (f_3(\varphi) \sin(\psi + \psi_0) + f_4(\varphi) \cos(\psi + \psi_0)) = 0, \quad (11)$$

$$\ddot{\varphi}(A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma}) + \ddot{\psi}(A\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\gamma}) + 2\dot{\varphi}\dot{\psi} [\mathbf{a} \cdot (A\boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\gamma})] + \dot{\varphi}^2 [\boldsymbol{\gamma} \cdot (\mathbf{a} \times A\mathbf{a})] - b_0 (f_1(\varphi) \cos(\psi + \psi_0) - f_2(\varphi) \sin(\psi + \psi_0)) = 0, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{\varphi}[A\mathbf{a} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{a})] + \dot{\varphi}\dot{\psi}[2(A\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\gamma}) - a_0'^2 Sp(A) - 2a_0(A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma})] + \\ & + \ddot{\psi}[A\boldsymbol{\gamma} \cdot (\mathbf{a} \times \boldsymbol{\gamma})] + \dot{\varphi}^2 [(A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma}) - a_0(A\mathbf{a} \cdot \mathbf{a})] + \dot{\psi}^2 [a_0(A\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\gamma}) - (A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma})] \\ & + f_5(\varphi) + -b_0 (f_1(\varphi) \cos(\psi + \psi_0) - f_2(\varphi) \sin(\psi + \psi_0)) = 0. \quad (13) \end{aligned}$$

$$(A\mathbf{a} \cdot \mathbf{a})\dot{\varphi}^2 + 2(A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma})\dot{\varphi}\dot{\psi} + (A\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\gamma})\dot{\psi}^2 - 2[f_0(\varphi) + b_0 (f_1(\varphi) \sin(\psi + \psi_0) - f_2(\varphi) \cos(\psi + \psi_0))] = 2E. \quad (14)$$

В результате, при условии невырожденности уравнений (11),(12) (т.е. при исключении множества решений, на котором эти уравнения становятся тождествами), приходим к заключению, что одну из проекций

можно заменить интегралом (14), а проекцию уравнения (1) на вектор  $\mathbf{a} \times \boldsymbol{\gamma}$  рассматривать необходимо всегда. Сформулируем окончательный результат изучения указанных уравнений. Вначале запишем условия на параметры задачи

$$p_1 = r_2, \quad p_2 = -r_1, \quad p_3 = 0, \quad r_3 = 0, \quad (15)$$

$$s_1 = \frac{(1-a_0)R_0}{a'_0 Q_0} (r_1 \sin \psi_0 - r_2 \cos \psi_0), \quad s_2 = -\frac{(1-a_0)R_0}{a'_0 Q_0} (r_1 \cos \psi_0 + r_2 \sin \psi_0), \quad (16)$$

$$(1 - a_0)(6a_0 + 1)A_1 + (2a_0 + 1)(3a_0 - 1)A_3 = 0. \quad (17)$$

Далее приведем дифференциальное уравнение из которого определяется функция  $\varphi(t)$

$$\dot{\varphi}^2 = \frac{2}{\bar{L}_0} (S_1 \sin \varphi + S_2 \cos \varphi + S_3), \quad (18)$$

откуда следует, что  $\varphi(t)$  – эллиптическая функция времени.

Рассмотрим уравнение (17) в общем случае. Введем следующие параметры:  $z = \frac{A_3}{A_1}$ ,  $a_0 = x$ . Тогда уравнение (17) представимо в виде

$z = \frac{(6x+1)(x-1)}{(2x+1)(3x-2)}$ . В силу условия  $2A_1 > A_3 (z < 2)$ , которое является следствием неравенств треугольника на моменты инерции  $A_i$ , параметр  $a_0$  изменяется в промежутке

$$-\frac{1}{6} < a_0 < \frac{1}{2}. \quad (19)$$

Если же рассмотреть частный случай и положить в равенстве (17)  $A_3 = A_1$ , то получим, что  $a_0 = \frac{1}{4}$ .

**Заключение.** В докладе рассмотрены прецессионные движения динамически симметричного тела с неподвижной точкой. Получено новое решение исходных уравнений в эллиптических функциях времени в случае  $\dot{\psi} = 2\dot{\varphi}$  и установлены условия существования таких прецессий. В дальнейших исследованиях предполагается рассмотреть случаи  $\dot{\psi} = n\dot{\varphi}$ ,  $\dot{\varphi} = n\dot{\psi}$ ,  $n > 2$ .

**Информация о финансовой поддержке:** Исследования проводились в рамках государственного задания (номер госрегистрации 1023020900001-4-1.1.2;1.1.1).

### Список литературы

1. Горр Г.В. Динамика гиростата, имеющего неподвижную точку: моногр. / Г.В. Горр, А.В. Мазнев. – Донецк: ДонНУ. 2010. – 364 с. – ISBN 978-966-639-431-9.
2. Гашененко И.Н. Классические задачи динамики твердого тела: моногр. / И.Н. Гашененко, Г.В. Горр, А.М. Ковалев. – Киев. Наук. думка. 2012. – 401 с. – ISBN 978-966-00-1307-0.

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

**Щепин Н.Н.**, канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0007-7973-7038  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*shchepin\_nick@mail.ru*

**Введение.** В работе проведено исследование необходимых условий устойчивости положения относительного равновесия конечномерной модели замкнутого упругого стержня, с круговой конфигурацией упругой оси. Изучаемая система твердых тел представляет собой  $n$  одинаковых гироскопов Лагранжа, связанных упругими сферическими шарнирами. В работе полагалось, что система как целое вращается с угловой скоростью  $\Omega$  вокруг неподвижной оси и ее центр масс неподвижен. Внешние силы и моменты отсутствуют.

**Цель** работы состояла в изучении необходимых условий устойчивости найденного ранее положения относительного равновесия во вращающейся системе координат.

**Постановка задачи.** Рассмотрим систему  $n$  одинаковых гироскопов Лагранжа, связанных упругими сферическими шарнирами, расположенными в точках  $O_k$  пересечения осей симметрии тел  $S_k$  и  $S_{k-1}$ ,  $k = \overline{1, n}$ . Полагаем, что на систему не действуют внешние силы и моменты, т.е. ее центр масс  $C$  неподвижен [1].

Свяжем с каждым телом  $S_k$  систему координат  $C_k X_k Y_k Z_k$  ( $k = \overline{1, n}$ ), где  $C_k$  — центр масс тела  $S_k$ , а ось  $C_k Z_k$  направлена вдоль его оси симметрии. Кроме того, введем неподвижную систему координат  $CXYZ$  и осевую систему координат  $CX'Y'Z'$ , которая вращается вокруг неподвижной оси  $CY$  со скоростью  $\Omega$ . В случае, когда все оси симметрии тел  $O_k O_{k+1}$  лежат в одной плоскости  $CXZ$ , ось  $CY$  направлена перпендикулярно этой плоскости.

Определим положение связанной системы координат  $C_k X_k Y_k Z_k$  по отношению к осевой углами Крылова  $\psi_k, \theta_k, \varphi_k$ .

Уравнения движения системы в случае, когда ее обобщенные координаты удовлетворяют дополнительным связям, могут быть записаны в виде [1]

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \sum_{k=1}^m \lambda_k \frac{\partial f_k}{\partial q_i} = 0, \quad (1)$$

где  $\lambda_k$  — неопределенные множители Лагранжа, характеризующие реакции дополнительных связей. В нашем случае  $m = 3$  и обобщенными координатами являются  $\psi_i, \theta_i, \varphi_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ).

Рассмотрим случай, когда оси симметрии системы образуют плоскую кривую, которая равномерно вращается, как целое, со скоростью  $\Omega$  вокруг оси перпендикулярной этой плоскости. Во вращающейся системе координат этот режим описывает положение равновесия изучаемой системы. Определим условия, при которых существует такое относительное равновесие. Полагая в (1) скорости и ускорения обобщенных координат равными нулю, а  $\psi_k = \psi_k^0, \theta_k = 0, \varphi_k = \varphi_k^0$  ( $k = \overline{1, n}$ );  $\lambda_i = \lambda_i^0$  ( $i = \overline{1, 3}$ ) получаем  $\varphi_k^0 - \varphi_{k-1}^0 = const = a$ . Это равенство возможно либо при  $a = 0$ , либо при  $a = 2\pi/n$ . Кроме того, находим  $\lambda_2^0 = k_2 a (\psi_k^0 - \psi_{k-1}^0)$ , а также значения множителей Лагранжа  $\lambda_1^0, \lambda_3^0$  и углы  $\psi_k^0$  ( $k = \overline{1, n}$ ), определяющие форму замкнутой конфигурации.

Если замкнутая фигура симметрична относительно оси  $CY$ , а это возможно в случае, когда система содержит четное количество тел, то как целое, она представляет собой симметричное твердое тело с осью симметрии  $CY$ , для которого существует режим равномерного вращения вокруг оси  $CY$ .

Для системы с круговой конфигурацией  $\psi_k^0 = 2\pi k/n + \alpha_1$  ( $k = \overline{1, n}$ ), где  $\alpha_1$  — произвольная постоянная [2].

Это решение удовлетворяет системе уравнений (1), а  $\lambda_1^0 = \lambda_1^0(\Omega), \lambda_3^0 = \lambda_3^0(\Omega)$  имеют вид [1]

$$\lambda_1^0 = -n\mu\Omega^2 ctg \frac{\pi}{n}, \quad \lambda_3^0 = -n\mu\Omega^2 ctg^2 \frac{\pi}{n}$$

Найдем необходимые условия устойчивости найденного положения равновесия в случае, когда число тел в системе равно четырем. В этом случае уравнения движения системы допускают решение

$$\dot{\psi}_k^0 = \dot{\theta}_k^0 = \dot{\varphi}_k^0 = \dot{\theta}_k^0 = 0, \quad \psi_k^0 = \varphi_k^0 = \frac{\pi k}{2}, \quad k = \overline{1, 4},$$

$$\lambda_1^0 = \lambda_3^0 = -4\mu\Omega^2, \quad \lambda_2^0 = (\pi/2)^2.$$

Полагаем

$$\dot{\psi}_k = \dot{\psi}_k^1, \quad \dot{\theta}_k = \dot{\theta}_k^1, \quad \dot{\varphi}_k = \dot{\varphi}_k^1, \quad \dot{\theta}_k = \dot{\theta}_k^1, \quad \psi_k = \psi_k^0 + \psi_k^1,$$

$$\varphi_k = \varphi_k^0 + \varphi_k^1, \quad \lambda_1 = \lambda_1^0 + \lambda_1^1, \quad \lambda_2 = \lambda_2^0 + \lambda_2^1, \quad \lambda_3 = \lambda_3^0 + \lambda_3^1.$$

С учетом соотношений  $\psi_3^1 = \psi_1^1, \psi_4^1 = \psi_2^1, \theta_4^1 = -\theta_1^1 - \theta_2^1 - \theta_3^1$  система уравнений возмущенного движения может быть представлена в следующем виде

$$A_{ij}\ddot{X}_i + B_{ij}\dot{X}_i + C_{ij}X_i = 0, \quad i, j = \overline{1, 7}. \quad (2)$$

Здесь  $X_i$  – вектор неизвестных. Разыскивая решение системы (2) в виде  $X_i = D_i e^{\lambda t}$ , получаем характеристическое уравнение

$$\Delta = \Delta_3 \Delta_4 = \sum_{i=0}^3 a_i \lambda^{2i} \sum_{j=0}^4 b_j \lambda^{2j} \quad (3)$$

Коэффициенты характеристического уравнения (3) зависят от четырех безразмерных параметров

$$\kappa = \frac{k_2}{k_1}, \quad \omega^2 = \frac{A\Omega^2}{k_1}, \quad \varepsilon = \frac{B}{A}, \quad \alpha = \frac{a}{A}.$$

Следует отметить, что представляет интерес случай, когда  $A \gg B$ , так как система является моделью упругого стержня. Поэтому  $\varepsilon$  можно считать малым параметром.

В частном случае, когда тела представляют собой одинаковые круговые цилиндры, имеют место соотношения

$$A = \frac{1}{12} m(3R^2 + h^2), \quad B = \frac{1}{2} mR^2.$$

Вводя малый параметр  $\varepsilon_0 = R/h$ , получаем

$$\bar{\varepsilon} = \frac{6\varepsilon_0^2}{1 + 3\varepsilon_0^2}, \quad \alpha = 10 - \frac{9}{2}\varepsilon.$$

Таким образом, в изучаемом частном случае остается три безразмерных параметра:  $\omega$ ,  $\kappa$ ,  $\bar{\varepsilon}$ , причем  $\bar{\varepsilon}$  – малый параметр.

Необходимые условия устойчивости решения соотношений (2) будут выполнены в случае, когда характеристическое уравнение (3) не имеет положительных корней. Это условие эквивалентно тому, что уравнения  $\Delta_3 = 0$ ,  $\Delta_4 = 0$  должны иметь действительные отрицательные корни. Учитывая сказанное, условия устойчивости этих уравнений могут быть представлены следующим образом:

коэффициенты уравнений положительны –

$$a_i > 0 \quad (i = \overline{1,3}), \quad b_j > 0 \quad (j = \overline{1,4});$$

дискриминант первого уравнения отрицателен –

$$a_3(4a_3^2 - 18a_3a_2a_1 + 27a_4a_0^2) + a_3^2(4a_3a_0 - a_1) < 0;$$

выполнен критерий Покровского действительности корней второго уравнения четвертой степени –

$$F_1 > 0, \quad 12F_1^2 - b_4^2F_2 > 0, \quad F_2^3 - 27(F_3 - M_5F_1)^2 > 0,$$

где

$$F_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{8} b_3^2 - \frac{1}{3} b_2 b_4 \right), \quad F_2 = b_4 b_0 - \frac{1}{4} b_2 b_3 + \frac{1}{12} b_2^3,$$

$$F_3 = \frac{1}{8} \left( \frac{1}{6} b_1 b_2 b_3 - \frac{1}{2} b_1^2 b_4 - \frac{1}{27} b_2^3 \right).$$

В работе исследованы области выполнения условий устойчивости при учете малости параметра  $\bar{\varepsilon}$ . При этом учитывалось, что параметр  $\kappa$  для

прикладных исследований не является произвольной величиной. Этот параметр не равен нулю (жесткость кручения отлична от нуля) и ограничен (величины жесткостей изгиба и кручения имеют один порядок).

**Заключение.** Проведенный анализ показал, что необходимые условия устойчивости решения уравнений (2) выполнены на интервалах

$$\omega^2 > \omega_1 \text{ при } \kappa^2 > \frac{2}{2 + \gamma} \text{ и } \omega^2 > \max(\omega_2, \omega_3) \text{ при } \kappa^2 \leq \frac{2}{2 + \gamma},$$

и замкнутая система, состоящая из четырех тел, неустойчива в случае  $\Omega = 0$ .

### Список литературы

1. Щепин Н.Н. Исследование положения относительного равновесия замкнутой системы твердых тел / Н.Н. Щепин // Материалы VIII Международной научной конференции (Донецк, 25–27 октября 2023 г.). – Том 1: Механико-математические, компьютерные и химические науки, управление / под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2023. – С. 25-28.
2. Болграбская И.А., Щепин Н.Н. Конечномерная модель замкнутого упругого стержня / И.А. Болграбская, Н.Н. Щепин // Механика твердого тела. – 2005. – Вып.35. – С. 33-39.

# Механика деформируемого твердого тела

УДК 539.3

## ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ МАТРИЦА ОБОБЩЁННЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ДЛЯ ИЗГИБА ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН

*Бондаренко Н.С.*, канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0001-5254-5545  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*n.bondarenko123@mail.ru*

**Введение.** Решение задач упругости и термоупругости для ортотропных пластин весьма актуально. При этом часто рассматриваются различные методики, позволяющие понизить размерность задачи, т. е. свести трёхмерную краевую задачу к двумерной, например, методика осреднения [1]. В статье [2] предлагается и вводится новая обобщённая теория деформации сдвига с пятью переменными для расчёта статического отклика функционально-градиентных прямоугольных пластин из керамики и металла. В частности, данная теория устраняет необходимость в поправочном коэффициенте сдвига и обеспечивает условия нулевого напряжения сдвига как на верхней, так и на нижней поверхностях.

Целью данной работы является построение фундаментальной матрицы обобщённых перемещений в ортотропной пластине на базе обобщённой теории пластин в варианте  $\{1,0\}$ -аппроксимации. При этом на упругие постоянные ортотропного материала не накладывается никаких ограничений в виде «гипотетического» модуля сдвига.

**Постановка задачи.** Рассмотрим состояние изгиба ортотропной пластины толщины  $2h$ , обусловленное действием сосредоточенной силы, приложенной в начале координат. Отнесём пластину к безразмерной системе координат  $x_1, x_2, x_3$ , определённых с точностью до полутолщины пластины  $h$ , причём  $x_1, x_2$  – координаты точки в срединной плоскости пластины,  $x_3$  – толщинная координата.

Система уравнений равновесия в перемещениях на базе  $\{1,0\}$ -аппроксимации, описывающая напряжённое состояние при изгибе, включает в себя [3]:

$$L_{i1}\gamma_1 + L_{i2}\gamma_2 + L_{i3}w_0 = -m_i \quad (i=1,2); \quad L_{31}\gamma_1 + L_{32}\gamma_2 + L_{33}w_0 = q, \quad (1)$$

где  $\gamma_1, \gamma_2, w_0$  – обобщённые усилия, из которых  $\gamma_1, \gamma_2$  являются аналогами углов поворота нормали,  $w_0$  – аналог прогиба срединной поверхности;  $L_{ij}$  – дифференциальные операторы второго порядка, например:

$$L_{22} = D_{12} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + D_2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \Lambda_2,$$

$D_{12}$ ,  $D_2$ ,  $\Lambda_i$  – коэффициенты, зависящие от упругих постоянных ортотропного материала: модулей Юнга  $E_1$ ,  $E_2$  для направлений  $x_1$ ,  $x_2$  соответственно, коэффициентов Пуассона  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  ( $E_2\nu_{12} = E_1\nu_{21}$ ), модулей сдвига  $G_{12}$ ,  $G_{13}$ ,  $G_{23}$ , характеризующих изменение углов между главными направлениями  $x_1$  и  $x_2$ ,  $x_1$  и  $x_3$ ,  $x_2$  и  $x_3$  соответственно.

В формулах (1)  $m_i = m_i(x_1, x_2)$ ,  $q = q(x_1, x_2)$  – коэффициенты разложения компонент вектора объёмной силы  $F_i = F_i(x_1, x_2, x_3)$  в ряды Фурье по полиномам Лежандра  $P_k = P_k(x_3)$ :

$$F_i = \frac{3}{2} m_i P_1 \quad (i=1, 2); \quad F_3 = \frac{1}{2} q P_0.$$

Необходимо найти фундаментальную матрицу обобщённых усилий:

$$\begin{pmatrix} \gamma_1^{01} & \gamma_2^{01} & w_0^{01} \\ \gamma_1^{02} & \gamma_2^{02} & w_0^{02} \\ \gamma_1^{03} & \gamma_2^{03} & w_0^{03} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь и в дальнейшем верхние индексы соответствуют действию единичной сосредоточенной силы такого вида:

а) индекс «01» отвечает силе

$$m_1(x_1, x_2) = \delta(x_1, x_2); \quad m_2(x_1, x_2) = 0; \quad q(x_1, x_2) = 0, \quad (3)$$

где  $\delta(x_1, x_2)$  – двумерная дельта-функция Дирака;

б) индекс «02» соответствует силе

$$m_1(x_1, x_2) = 0; \quad m_2(x_1, x_2) = \delta(x_1, x_2); \quad q(x_1, x_2) = 0; \quad (4)$$

в) индекс «03» отвечает силе

$$m_1(x_1, x_2) = 0; \quad m_2(x_1, x_2) = 0; \quad q(x_1, x_2) = \delta(x_1, x_2). \quad (5)$$

В силу линейности системы (1) решение задачи для случая действия произвольной сосредоточенной силы может быть найдено как линейная комбинация суммы трёх решений, соответствующих случаям а)–в) нагружения пластины.

Предполагаем, что линия внешней границы пластины находится на значительном удалении от места приложения сосредоточенной силы.

**Методика решения** основана на применении двумерного интегрального преобразования Фурье к разрешающей системе дифференциальных уравнений (1) с правыми частями (3)–(5). Нахождение оригиналов искомых функций (элементов фундаментальной матрицы (2))

осуществляется с помощью методики обращения, основанной на применении специальной  $G$ -функции [4].

Оригиналы обобщённых перемещений имеют вид:

$$\gamma_1^{0m} = \sum_{k=0}^{14} \beta_{1k}^m K_k; \quad \gamma_2^{0m} = \sum_{k=0}^{14} \beta_{2k}^m K_k; \quad w_0^{0m} = \sum_{k=0}^{14} \beta_{3k}^m K_k \quad (m = \overline{1, 3}), \quad (6)$$

где  $\beta_{jk}^m$  – коэффициенты, зависящие от упругих постоянных ортотропного материала; функции  $K_k$  представляют собой ряды, члены которых содержат интегралы от специальных  $G$ -функций. В качестве примера такой функции, записанной в обобщённой полярной системе координат

$$r_0 = \sqrt{\frac{x_1^2}{\Lambda_1} + \frac{x_2^2}{\Lambda_2}}; \quad \cos \varphi_0 = \frac{x_1}{\sqrt{\Lambda_1} r_0}; \quad \sin \varphi_0 = \frac{x_2}{\sqrt{\Lambda_2} r_0}$$

укажем

$$K_7 = r_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sin 2n\varphi_0 \int_0^{\infty} b_{7,n}(\theta) G_{n+1,n-1}(r_0 c(\theta)) d\theta,$$

где  $G_{n+1,n-1}(z)$  – специальная  $G$ -функция [4];  $b_{7,n} = b_{7,n}(\theta)$ ,  $c = c(\theta)$  – функции, зависящие от полярного угла  $\theta$  и упругих постоянных ортотропного материала.

**Заключение.** Результаты, полученные в работе, послужат в дальнейшем для определения внутренних силовых факторов, возникающих при изгибе ортотропных пластин. Это позволит произвести численные исследования НДС пластин, изготовленных из современных композиционных материалов на базе обобщённой теории в варианте  $\{m,n\}$ -аппроксимации.

**Информация о финансовой поддержке:** *Исследования проводились в рамках государственного задания (номер госрегистрации 124012400353-3).*

#### Список литературы

1. Шешенин, С. В. Асимптотическое исследование изгиба пластины для сильно ортотропного материала / С. В. Шешенин, Р. Р. Мурадханов // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2023. – № 3. – С. 36-57. – DOI: 10.31857/S0572329922600608. – EDN: FTLVUA.
2. Zitouni, A. Bending examination of advanced generation of composite structures with specific properties exposed to different loads / A. Zitouni, B. Boudierba, A. Dellal, H. M. Berrabah // Military Technical Courier. – 2024. – Vol. 72, No. 1. – P. 123–148. – DOI: <https://doi.org/10.5937/vojtehg72-47852>.
3. Пелех Б. Л. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений / Б. Л. Пелех, В. А. Лазько. – Киев: Наукова думка, 1982. – 296 с.
4. Хижняк В. К. Смешанные задачи теории пластин и оболочек : учебное пособие / В. К. Хижняк, В. П. Шевченко. – Донецк : ДонГУ, 1980. – 128 с.

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ПЛАСТИНАХ ПРИ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

**Бондаренко Н.С.**, канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0001-5254-5545,  
**Тимошенко Г.В.**

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*n.bondarenko123@mail.ru, cornaple@gmail.com*

**Введение.** Актуальной задачей в настоящее время является определение напряженно-деформированного состояния (НДС) пластин в окрестности концентраторов напряжений, к которым относятся сосредоточенные или локальные силовые воздействия. В данной работе произведен расчет НДС тонких изотропных пластин под действием сосредоточенных сил.

Вопрос проведения данных исследований стоит наиболее остро, так как имеет существенное влияние при разработке техники, служащей в среде постоянного сосредоточенного воздействия. К образцам подобной техники относятся, например, корпуса кораблей, крылья самолетов и др. Рассчитав напряженное состояние возможно определить критические области и принять меры по снижению рисков разрушения конструкции. При этом важно заметить, что существующие исследования [1] показали, что характер таких воздействий имеет контекстуальный характер, из-за чего можно сделать вывод о необходимости дополнительных исследований концентрации напряжений.

При решении поставленной задачи использована обобщенная теория пластин и оболочек в варианте  $\{m, n\}$ -аппроксимации, основанная на методе И. Н. Векуа разложения заданных и искомым функций в ряды Фурье по полиномам Лежандра от поперечной координаты [2]. Этот метод особенно эффективен при решении сложных задач анализа НДС толстых пластин и оболочек, где классические теории тонких пластин, такие как теории Кирхгофа, не работают из-за ограничений в точном отображении трехмерного распределения напряжений, особенно по толщине материала. К ключевым преимуществам метода  $\{m, n\}$ -аппроксимации относятся повышенная точность анализа концентрации напряжений; улучшенная обработка сложных условий нагружения.

**Постановка задачи.** Рассмотрим изотропную пластину толщины  $2h$ . Пусть на пластину в начале координат (особой точке) действует сосредоточенная сила  $\vec{F}$ .

При решении задач о действии сосредоточенных сил искомое НДС считаем локальным, т. е. не распространяющимся до линии внешнего контура пластины. Поэтому пластину считаем бесконечной и

предполагаем, что искомые компоненты НДС стремятся к нулю на бесконечности. Справедливость данного предположения проверяется после решения задачи.

Математическая постановка задачи содержит полную систему уравнений теории упругости без учета граничных условий на краях реальной пластины. Искомые функции стремятся к нулю на бесконечности [3].

**Методика решения.** Для решения задачи рассмотрим систему дифференциальных уравнений обобщенной теории пластин в варианте  $\{1,0\}$  – аппроксимации [2], записанную в безразмерной системе координат  $x_1, x_2, x_3$ , определенных с точностью до полутолщины  $h$ .

В таком случае компоненты вектора объёмной силы имеют вид:

$$F_{x_1}^V = q_{x_1} P_0 + 3m_{x_1} P_1 (x_1 \rightarrow x_2); \quad F_{x_3}^V = q_{x_3} P_0, \#(1)$$

где  $P_k = P_k(x_3)$  – полиномы Лежандра от координаты  $x_3$ .

В результате применения двумерного интегрального преобразования Фурье и методики обращения, основанной на использовании специальной  $G$ -функции, получаем такие соотношения для изгибающих моментов  $(M_{x_1}, M_{x_2})$ , крутящего момента  $(H_0)$ , перерезывающей силы  $(Q_{x_1}, Q_{x_2})$ , зависящих от координат  $x_1, x_2$ :

$$M_{x_1} = \frac{q_{x_3}}{8\pi} (1 + \nu) \left( 1 - 2 \left( C + \ln \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}{2} \right) - 2 \frac{(x_1^2 + \nu x_2^2)}{(x_1^2 + x_2^2)(1 + \nu)} \right) \\ (x_1 \leftrightarrow x_2); \\ H_0 = - \frac{q_{x_3} x_1 x_2 (1 - \nu)}{4\pi (x_1^2 + x_2^2)}; \\ Q_{x_1} = - \frac{x_1 q_{x_3}}{2\pi (x_1^2 + x_2^2)} (x_1 \leftrightarrow x_2), \#(2)$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $C = \ln \gamma = 0,557 \dots$  – постоянная Эйлера.

После нахождения выражений для внутренних силовых факторов (2) вычислены компоненты тензора напряжений, зависящие от координат  $x_1, x_2, x_3$ :

$$\sigma_{x_1} = \frac{1}{16(x_1^2 + x_2^2)^2 \pi (1 - \nu)} \left( (q_{x_1} (\nu^2 + 5\nu - 12)x_1^3 + (17\nu + 1)q_{x_2} x_1^2 x_2 + q_{x_1} (\nu^2 - 7\nu + 8)x_2^2 x_1 - q_{x_1} (4\nu^2 - 11\nu + 1)x_2^3) \right. \\ \left. + \frac{3q_{x_3}}{16\pi} x_3 \left( 1 + \nu - 2(1 + \nu) \left( C + \ln \left( \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}{2} \right) \right) - 2 \frac{(x_1^2 + \nu x_2^2)}{x_1^2 + x_2^2} \right) \right) \\ (x_1 \leftrightarrow x_2); \\ \sigma_{x_3} = 0;$$

$$\tau_{x_1x_2} = \frac{1}{16(x_1^2 + x_2^2)^2\pi(1-\nu)} (q_{x_2}(-5\nu + 11)x_1^3 + (\nu + 17)q_{x_1}x_1^2x_2 - (7\nu - 9)q_{x_2}x_1x_2^2 - (5\nu - 11)q_{x_2}x_2^3) - \frac{3x_1x_2x_3q_{x_3}(1-\nu)}{4\pi(x_1^2 + x_2^2)};$$

$$\tau_{x_1x_3} = -\frac{3x_1q_{x_3}}{4\pi(x_1^2 + x_2^2)}(1 - 4x_3^2) (x_1 \leftrightarrow x_2). \#(3)$$

**Анализ результатов численных исследований.** Построены графики компонент тензора напряжений (3), иллюстрирующие влияние упругих постоянных изотропного материала на компоненты НДС пластины при  $q_{x_1} = q_{x_2} = q_{x_3} = 1$ . Графики построены по толщине пластины ( $-1 \leq x_3 \leq 1$ ) в точке  $x_1 = x_2 = 1$ . В качестве образцов изотропных материалов рассмотрены алюминий ( $E = 72$  ГПа,  $\nu = 0,343$ ), железо ( $E = 267$  ГПа,  $\nu = 0,28$ ), золото ( $E = 81$  ГПа,  $\nu = 0,42$ ). В результате анализа построенных графиков установлено, что упругие постоянные оказывают существенное влияние на компоненты НДС.

#### **Заключение.**

Дальнейшими направлениями исследований в качестве развития данной работы могут стать:

- рассмотрение других видов нагружения пластин (распределенных нагрузок, динамических воздействий);
- учет физической нелинейности при больших деформациях;
- анализ более сложных конструктивных элементов (пологих оболочек, многослойных композитных пластин и др.)

**Информация о финансовой поддержке:** Исследования проводились в рамках государственного задания (№ госрегистрации 124012400353-3).

#### **Список литературы**

1. Кравченко И.Н. Исследование воздействия нагрузки на балку (струну, сопротивляющуюся изгибу) в конвейерных транспортерах / И.Н. Кравченко, А.М. Михальченков, В.Ф. Комогорцев и др. // Вестн. НГИЭИ. – 2023. – № 8 (147). – С. 7–17.
2. Пелех Б.Л. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений / Б.Л. Пелех, В.А. Лазько. – К.: Наукова думка, 1982. – 296 с.
3. Методические рекомендации по изучению дисциплины «Математические модели тонкостенных элементов конструкций» для студентов направления подготовки «Прикладная математика и информатика» / Н. С. Бондаренко, А. С. Гольцев. – Донецк, ГОУ ВПО «ДонНУ», 2016. – 36 с.

## **АНАЛИЗ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРОДОЛЬНО-СДВИГОВЫХ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН В ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНОМ ОРТОТРОПНОМ СЛОЕ С ДВУХФАКТОРНОЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ**

*Глухов А.А.,*

*Сторожев С.В.*, д-р техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-4198-3491,

*Сторожев В.И.*, д-р техн. наук, проф., ORCID 0009-0006-8448-4963

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*s.v.storozhev@donnasa.ru*

**Актуальность и цели исследования.** Теоретические исследования по проблемам изучения спектров и свойств нормальных упругих волн в анизотропных неоднородных волноводах, ввиду высокого уровня фундаментальной значимости и обширных приложений результатов в таких высокотехнологичных научно-производственных отраслях как приборостроение, акустоэлектроника, ультраакустика и сейсמודиагностика, относятся к числу наиболее актуальных в динамике деформируемого твердого тела [1–4]. Их современным разделом является теоретический анализ закономерностей распространения различных типов нормальных волн в волноводах в виде слоя из нанаккомпозитных функционально-градиентных материалов в рамках различных моделей описания свойств непрерывной неоднородности физико-механических характеристик. К числу реализованных исследований по данной проблематике, основывающихся на концепции экспоненциальных законов неоднородности, в большинстве случаев относятся решения задач о распространении нормальных упругих волн сдвигового и продольно-сдвигового типа в поперечно-неоднородном слое из материалов с однофакторной неоднородностью, подразумевающей введение однотипных экспоненциальных законов изменения для всех физико-механических параметров модели [5]. Выполнен также ряд исследований по численно-аналитическому изучению распространения нормальных сдвиговых волн в слое-волноводе из функционально-градиентных упругих и электроупругих материалов с некоторыми видами двухфакторной неоднородности при введении двух разнотипных законов изменения для характеристик упругих свойств и плотности, либо отличающегося закона неоднородности для одного из деформационных параметров [6–8]. В данном контексте, представляемая работа посвящена разработке модификации численно-аналитического итерационного алгоритма для получения векторных базисных частных решений систем дифференциальных уравнений, описывающих распространение

нормальных продольно-сдвиговых волн в функционально-градиентном ортотропном слое, для материала которого неоднородность упругих свойств описывается одним экспоненциальным законом, а изменение плотности – отличающейся экспоненциальной функцией.

**Формулировка основных соотношений рассматриваемой задачи.** Рассматривается волновод в виде занимающего в координатном пространстве  $Ox_1x_2x_3$  область  $V = \{x_3 \in [-h, h], (x_1, x_2) \in R^2\}$  плоскопараллельного слоя из функционально-градиентного ортотропного упругого материала с переменными вдоль координаты  $Ox_3$  физико-механическими свойствами  $c_{ij}(x_3) = c_{ij0} \exp(\lambda x_3)$ ,  $\rho(x_3) = \rho_0 \exp(\mu x_3)$ . Описывающая распространение вдоль  $Ox_1$  нормальных P-SV волн с комплексным представлением

$$\begin{aligned} u_1(x_1, x_3, t) &= u_{10}(x_3) \exp(-i(\omega t - kx_1)), \\ u_3(x_1, x_3, t) &= u_{30}(x_3) \exp(-i(\omega t - kx_1)) \end{aligned} \quad (1)$$

система уравнений относительно амплитудных компонентов в выражениях (1) может быть записана в виде

$$\begin{aligned} & \left( c_{11}(x_3) \partial_1^2 + c_{55}(x_3) \partial_3^2 + c'_{55}(x_3) \partial_3 - \rho(x_3) \partial_t^2 \right) u_{10} + \\ & + \left( c_{13}(x_3) \partial_1 \partial_3 + c_{55}(x_3) \partial_1 \partial_3 + c'_{55}(x_3) \partial_1 \right) u_{30} = 0, \\ & \left( c_{55}(x_3) \partial_1 \partial_3 + c_{13}(x_3) \partial_1 \partial_3 + c'_{13}(x_3) \partial_1 \right) u_{10} + \\ & \left( c_{55}(x_3) \partial_1^2 + c_{33}(x_3) \partial_3^2 + c'_{33}(x_3) \partial_3 - \rho(x_3) \partial_t^2 \right) u_{30} = 0, \\ & \partial_j = \partial / \partial x_j, \quad \partial_t = \partial / \partial t, \end{aligned}$$

и преобразована в векторно-матричную форму

$$\begin{aligned} & (\underline{A}_1 \partial_3^2 + \underline{A}_2 \partial_3 + \underline{A}_3) \underline{\Phi}(x_3) = \exp(\gamma x_3) \underline{B} \Phi(x_3), \\ & \underline{\Phi}(x_3) = (u_{10}(x_3), u_{30}(x_3))^T, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\underline{A}_1 = \begin{pmatrix} c_{550} & 0 \\ 0 & c_{330} \end{pmatrix}, \quad \underline{A}_2 = \begin{pmatrix} \lambda c_{550} & ik(c_{130} + c_{550}) \\ ik(c_{130} + c_{550}) & \lambda c_{330} \end{pmatrix},$$

$$\underline{A}_3 = \begin{pmatrix} -c_{110} k^2 & ik \lambda c_{550} \\ ik \lambda c_{130} & -c_{550} k^2 \end{pmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{pmatrix} -\rho_0 \omega^2 & 0 \\ 0 & -\rho_0 \omega^2 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \mu - \lambda.$$

**Итерационный векторно-матричный алгоритм интегрирования амплитудных волновых уравнений.** Согласно применявшейся в работах [7, 8] итерационной схеме интегрирования векторно-матричных уравнений со структурой вида (2), для искомой вектор-функции  $\underline{\Phi}(x_3)$  вводится представление

$$\underline{\Phi}(x_3) = \underline{\Phi}_0(x_3) + \underline{\Phi}_1(x_3) + \dots + \underline{\Phi}_n(x_3) + \dots \quad (3)$$

в котором

$$(\underline{A}_1 \partial_3^2 + \underline{A}_2 \partial_3 + \underline{A}_3) \underline{\Phi}_0(x_3) = 0, \quad (4)$$

$$(\underline{A}_1 \partial_3^2 + \underline{A}_2 \partial_3 + \underline{A}_3) \underline{\Phi}_1(x_3) = \exp(\gamma x_3) \underline{B} \underline{\Phi}_0(x_3), \dots,$$

$$(\underline{A}_1 \partial_3^2 + \underline{A}_2 \partial_3 + \underline{A}_3) \underline{\Phi}_n(x_3) = \exp(\gamma x_3) \underline{B} \underline{\Phi}_{n-1}(x_3), \dots \quad (5)$$

Представления базисных частных решений задачи начального приближения (3), получаемые методом Эйлера, записываются в виде

$$\underline{\Phi}_{0j}(x_3) = \underline{\zeta}_{0j} \exp(\delta_j x_3), \quad (6)$$

$$\underline{\zeta}_{0j} = (ik((c_{130} + c_{550})\delta_j + \lambda c_{550}), -(c_{550}\delta_j^2 + \lambda c_{550}\delta_j - c_{110}k^2)^T \quad (j = \overline{1, 4}),$$

где  $\delta_j$  – корни алгебраического уравнения

$$\det \left\| \underline{A}_1 \delta^2 + \underline{A}_2 \delta + \underline{A}_3 \right\| = 0. \quad (7)$$

После определения четырех базисных решений (4) в форме (6) отвечающие им приближения  $\underline{\Phi}_{nj}(x_3)$  отыскиваются в виде

$$\underline{\Phi}_{1j}(x_1) = \underline{\zeta}_{1j} \exp((\delta_j + \gamma)x_1), \quad \underline{\Phi}_{2j}(x_1) = \underline{\zeta}_{2j} \exp((\delta_j + 2\gamma)x_1), \dots,$$

$$\underline{\Phi}_{nj}(x_1) = \underline{\zeta}_{nj} \exp((\delta_j + n\gamma)x_1),$$

где

$$\underline{\zeta}_{nj} = \underline{Q}_{nj}^{-1} \underline{B} \underline{\zeta}_{n-1,j}^{(\pm)}, \quad \underline{Q}_{nj} = \underline{A}_1(\delta_j + n\gamma)^2 + \underline{A}_2(\delta_j + n\gamma) + \underline{A}_3$$

В итоге, получаемые на базе описанного итерационного алгоритма базисные решения уравнения (2) имеют аналитические представления

$$\underline{\Phi}_j(x_3) = \sum_{n=0}^{\infty} \underline{\zeta}_{nj} \exp((\delta_j + n\gamma)x_3) \quad (j = \overline{1, 4}),$$

$$\underline{\zeta}_{nj} = \underline{Q}_{nj}^{-1} \underline{B} \underline{Q}_{n-1,j}^{-1} \underline{B} \dots \underline{Q}_{1j}^{-1} \underline{B} \underline{\zeta}_{0j}.$$

**Информация о финансовой поддержке:** Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (№ госрегистрации 124012400354-0).

### Список литературы

1. Мелешко В.В. Упругие волноводы: история и современность / В.В. Мелешко, А.А. Бондаренко, С.А. Довгий, А.Н. Трофимчук, Г.Я. ван Хейст // Математические методы и физико-механические поля. – 2008. – Т. 51, № 2. – С. 86–104.
2. Datta S.K. Elastic Waves in Composite Media and Structures: With Applications to Ultrasonic Nondestructive Evaluation, in Mechanical Engineering Series / S.K. Datta, A.H. Sha. – Boca Raton: CRC Press, 2008. – 336 p.
3. Жаворонок С.И. Задачи о дисперсии волн в неоднородных волноводах: методы решения (обзор). Часть I / С.В. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2021. – Т. 27, № 2. – С. 227–260.
4. Жаворонок С.И. Задачи о дисперсии волн в неоднородных волноводах: методы решения (обзор). Часть II / С.В. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2022. – Т. 28, № 1. – С. 36–86.

5. Yang Y. H. Non-destructive detection of a circular cavity in a finite functionally graded material layer using anti-plane shear waves / Y.H. Yang, L.-Z. Wu, X.-Q. Fang. // J. Nondestructive Eval. – 2010. – Vol. 29. – P. 233-240.
6. Majhi S. Propagation of SH waves in a visco-elastic layer overlying an inhomogeneous isotropic half-space / S. Majhi, P.S. Pal, S. Kumar // Ain Shams Engineering Journal. – 2018. – Vol. 9, No. 4. – P. 675-680.
7. Карасев Д.С. Сдвиговые электроупругие волны в функционально-градиентном пьезокерамическом слое с разнотипной экспоненциальной неоднородностью механических и электрических свойств / Д.С. Карасев, С.В. Сторожев, В.А. Шалдырван // Журн. теорет. и прикладной механики. – 2023. – № 4 (85). – С. 23-30.
8. Сторожев В.И. Дисперсия нормальных сдвиговых волн в функционально-градиентном трансверсально-изотропном слое / В.И. Сторожев, А.А. Глухов // Вестн. Донец. нац. ун-та. Сер. А: Естеств. науки. – 2024. – № 1. – С. 58-64.

УДК 539.3

## ДЕЙСТВИЕ ЛИНЕЙНОГО ПОТОКА ТЕПЛА В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНКЕ С ТРЕМЯ ОТВЕРСТИЯМИ

*Глушанков Е.С.*, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0000-0002-8306-395X  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*evgenij.glushankov@gmail.com*

**Введение.** С использованием метода обобщенных комплексных потенциалов задач теплопроводности и термоэлектромагнитоупругости, конформных отображений, разложений функций в ряды Лорана и метода наименьших квадратов решена задача термоэлектромагнитоупругости для бесконечной пластинки из пьезоматериала при действии линейного потока тепла. Для пластинки с тремя отверстиями проведены численные исследования термонапряженного состояния.

**Постановка и решение задачи.** Рассматривается бесконечная пластинка из пьезоматериала с произвольно расположенными эллиптическими отверстиями. На бесконечности действует линейный поток тепла плотности, механические и электромагнитные воздействия отсутствуют. На контурах отверстий заданы значения температуры или потока тепла; контуры неподкреплены или жестко подкреплены, электромагнитные воздействия на них отсутствуют.

Несвязанная задача термоэлектромагнитоупругости представляется в виде последовательности из двух задач: задачи теплопроводности и собственно задачи термоэлектромагнитоупругости.

При решении задачи теплопроводности используется комплексный потенциал теплопроводности  $F_5(z_5)$ . С применением конформных

отображений и разложений функций в ряды Лорана функция  $F_5(z_5)$  представляется в виде [1, 2]

$$F_5(z_5) = c_5 + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} D_{5l} w_{5l}(z_5) + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} c_{5ln} \varphi_{5ln}(z_5); \quad (1)$$

где  $w_{5l}(z_5) = \ln(z_5 - z_{5l})$ ,  $\varphi_{5ln}(z_5) = \zeta_{5l}^{-n}$ ;  $\zeta_{5l}$  – переменные, определяемые из соответствующих конформных отображений [1, 2]. Функция  $F_5(z_5)$  должна удовлетворять граничным условиям задачи теплопроводности [2]:

$$2\operatorname{Re} d_l F_5(\tau) = f_l(\tau), \quad (2)$$

где в случае заданных значений на контуре значений температуры  $T_l(\tau)$

$$d_l = 1, \quad f_l(\tau) = T_l(\tau),$$

а в случае заданных значений потока тепла  $q_{nl}(\tau)$

$$d_l = i \alpha_T, \quad f_l(\tau) = \int_0^s (q_n^*(\tau) - q_{nl}(\tau)) ds + c_l,$$

При решении задачи термоэлектромагнитоупругости используются комплексные потенциалы термоэлектромагнитоупругости  $\Phi_k(z_k)$  ( $k = \overline{1, 5}$ ). С применением конформных отображений и разложений функций в ряды Лорана функции  $\Phi_k(z_k)$  представляются в виде [1, 2]

$$\Phi_k(z_k) = N_k(z_k) + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{kln} \varphi_{kln}(z_k) \quad (3)$$

где

$$N_k(z_k) = \Gamma_k z_k + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} (A_{kl} z_k + B_{kl}) w_{kl}(z_k),$$

$w_{kl}(z_k) = \ln(z_k - z_{kl})$ ,  $\varphi_{kln}(z_k) = \zeta_{kl}^{-n}$ ;  $\zeta_{kl}$  – переменные, определяемые из соответствующих конформных отображений [1, 2]. Функции  $\Phi_k(z_k)$  должны удовлетворять граничным условиям задачи термоэлектромагнитоупругости [2]:

$$2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^5 (d_{kl1}, f_{kl2}, d_{kl3}, d_{kl4}) \delta_{k,s} \Phi'_k(\tau_k) = \left( \frac{df_{l1}}{ds}, \frac{df_{l2}}{ds}, \frac{df_{l3}}{ds}, \frac{df_{l4}}{ds} \right), \quad (4)$$

где для неподкрепленных контуров

$$(d_{kl1}, d_{kl2}, d_{kl3}, d_{kl4}) = (1, \mu_k, \nu_k, \rho_k),$$

$$(f_{l1}, f_{l2}, f_{l3}, f_{l4}) = (c_{l1}, c_{l2}, c_{l3}, c_{l4}),$$

а для жестко подкрепленных контуров

$$(d_{kl1}, d_{kl2}, d_{kl3}, d_{kl4}) = (p_k, q_k, \nu_k, \rho_k),$$

$$(f_{l1}, f_{l2}, f_{l3}, f_{l4}) = (u(\tau) + c_{l1}, v(\tau) + c_{l2}, c_{l3}, c_{l4}).$$

$u(\tau)$ ,  $v(\tau)$  – заданные на контуре значения перемещений;

Неизвестные постоянные  $c_5$ ,  $D_{5l}$ ,  $c_{5ln}$ ,  $a_{kln}$  определяются с использованием метода наименьших квадратов. Для этого на контурах отверстий выбирается система точек, причем в каждой из точек необходимо минимизировать невязку граничных условий. В результате получаются две переопределенные системы линейных алгебраических уравнений: первая – для определения постоянных  $c_5$ ,  $D_{5l}$ ,  $c_{5ln}$ , входящих в функцию  $F_5(z_5)$ , вторая – для определения постоянных  $a_{kln}$ , входящих в разложения функций  $\Phi_k(z_k)$ . Эти системы решаются с помощью сингулярных разложений [3]. После этого становится возможным определять в любой точке пластинки значения температуры и напряжений по известным формулам [2].

**Численные исследования.** Численные исследования были проведены для пластинки тремя круговыми отверстиями. При этом рассматривались следующие случаи:

- отверстия расположены вдоль прямой линии под некоторым углом к направлению действия линейного потока тепла;
- отверстия ориентированы по вершинам произвольно расположенного равностороннего треугольника.

При проведении исследований решалась как задача термоэлектромагнитоупругости, когда учитываются все свойства материала, так и задача термоупругости, когда не учитываются электромагнитные свойства материала.

Изучалось изменение термонапряженного состояния в зависимости от типа задачи, геометрических характеристик пластинки, а также условий на границе отверстий. Исследованиями установлено, что пренебрежение электромагнитными свойствами материала приводит к значительному искажению значений напряжений в пластинке. На значения напряжений в зонах между отверстиями значительно влияет расстояние между контурами, а вне этих зон влияние этих расстояний незначительно. При наличии теплоизоляции на контурах концентрация напряжений в пластинке значительно возрастает, если расстояния между контурами меньше диаметра отверстий, а при расстояниях между контурами более 5 диаметров отверстий взаимовлияние контуров на термонапряженное состояние около друг друга незначительно и им можно пренебречь. При заданных значениях температуры на контурах концентрация напряжений в пластинке возрастает, если отверстия значительно отдалены друг от друга вдоль направления действия линейного потока тепла, и остается сравнительно невысокой, если отверстия расположены на незначительном расстоянии друг от друга или отдалены друг от друга в направлении, поперечном к направлению действия линейного потока тепла.

**Информация о финансовой поддержке.** Исследования проводились в Донецком государственном университете в рамках государственного задания (номер госрегистрации 124012400354-0).

## Список литературы

1. Калоеров С.А. Плоская задача термоэлектромагнитоупругости для многосвязных сред / С.А. Калоеров, О.А. Сорочан // Прикладная механика. – 2009. – Т. 45, № 4. – С. 81–91.
2. Калоеров С.А. Действие линейного потока тепла в пьезопластинках с отверстиями и трещинами / С.А. Калоеров, Е.С. Глушанков // Вестн. Донец. нац. ун-та. Сер. А: Естеств. науки. – 2018. – № 1. – С. 15-26.
3. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – М.: Мир, 1980. – 280 с.

УДК 539.3:534.1

## ОКРУЖНЫЕ ВОЛНЫ ПРОГИБА В СОСТАВНОЙ МЕМБРАНЕ С КОНЦЕНТРИЧЕСКИМИ КОЛЬЦЕВЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

*Глущенко А.В.,*

*Пачева М.Н.*, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0004-4919-8297,

*Сторожев В.И.*, д-р техн. наук, проф., ORCID 0009-0006-8448-4963

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*stvistvi@mail.ru*

**Актуальность и цели исследования.** Анализ математических моделей распространения окружных упругих волн в угловых направлениях тонкостенных кольцевых конструкционных элементов мембранного и пластинчатого типов является одним из современных актуальных направлений исследований по проблеме изучения спектров и свойств волн деформаций вдоль криволинейных траекторий в упругих волноводах. Наряду с фундаментальным значением этих исследований, они имеют целый ряд практических инженерных научно-производственных приложений в приборостроении, в строительной индустрии, а также при создании технологий и устройств и ультразвуковой диагностики и конструкторских разработках в области акустоэлектроники. Исследование нескольких типов таких моделей, описывающих процессы и закономерности распространения нормальных окружных волн прогиба в мембранах и кольцевых тонких пластинах на основе использования прикладной кирхгофовой теории динамического изгибного деформирования пластин либо некоторых вариантов неклассических уточненных теорий, дано в работах [1–7]. В этих работах рассмотрены задачи о распространении окружных волн прогиба в угловых направлениях кольцевых трансверсально-изотропных и изотропных пластин при различных типах граничных условий на внутреннем и внешнем граничных контурах, в случаях их полного или частичного размещения на поверхности баротропной или несжимаемой жидкости, на

линейном упругом основании. При этом целый ряд задач о распространении окружных волн прогиба в составных кусочно-однородных кольцевых волноводах данного типа при существенной значимости результатов их анализа остаются неисследованными.

В данном контексте, целью настоящей работы является построение численно-аналитического решения задачи о распространении окружных волн прогиба в кусочно-однородной составной изотропной мембране с разотипными по механическим свойствам концентрическими кольцевыми элементами и с закрепленными внутренним и внешним граничными контурами.

**Получение основных дисперсионных соотношений.** В рамках поставленной задачи рассматривается составная гибкая мембрана, в общем случае лежащая на линейном упругом основании и занимающая во вводимых полярных координатах  $Or\theta$  область

$$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup \dots \cup S_N, \quad S_j = \{R_j \leq r \leq R_{j+1}, \theta \in [0, 2\pi]\}. \quad (1)$$

Уравнение волнового деформирования [8] относительно функции прогиба  $w_j(r, \theta, t)$  для фрагмента  $S_j$  рассматриваемого составного волновода окружных волн имеет вид

$$\rho_j \partial_t^2 w_j(r, \theta, t) - (PD^2 + q)w_j(r, \theta, t) = 0 \quad (2)$$

где

$$D^2 = \partial_r^2 + r^{-1} \partial_r + r^{-2} \partial_\theta^2, \quad \partial_r = \partial / \partial r, \quad \partial_\theta = \partial / \partial \theta, \quad \partial_t = \partial / \partial t;$$

$\rho_j$  – поверхностная плотность соответствующего фрагмента мембраны,  $P$  – параметр равномерного поверхностного натяжения,  $q$  – коэффициент упругости основания. В частном случае отсутствия основания-подложки  $q = 0$ .

Математическая модель исследуемого волнового процесса включает уравнения (2) для концентрических кольцевых областей  $S_j$ , условия на границах контакта областей  $S_j$  и  $S_{j+1}$

$$\begin{aligned} w_j(R_{j+1}, \theta, t) &= w_{j+1}(R_{j+1}, \theta, t), \\ \partial_r w_j(R_{j+1}, \theta, t) &= \partial_r w_{j+1}(R_{j+1}, \theta, t) \quad (j = 1, N-1), \end{aligned} \quad (3)$$

а также краевые условия закрепления внутреннего и внешнего контуров составной мембраны

$$w_1(R_1, \theta, t) = 0, \quad w_N(R_{N+1}, \theta, t) = 0 \quad (4)$$

С введением для функций  $w_j(r, \theta, t)$  в окружной волне прогибов с циклической частотой  $\omega$  и волновым числом  $k$  вдоль угловой координаты в рассматриваемой составной мембране представлений

$$w_j(r, \theta, t) = w_{0j}(r) \cdot \exp(-i(\omega t - k\theta)), \quad (4)$$

волновые уравнения (2) преобразуются к виду

$$(r^2 \partial_r^2 + r \partial_r + ((\alpha_j r)^2 - k_j^2) w_j(r) = 0, \quad \alpha_j^2 = (\rho_j \omega^2 - q) / P \quad (6)$$

а их решения могут быть выражены через специальные цилиндрические функции координаты  $r$  в виде

$$w_{0j}(r) = a_{j1} J_k(\alpha_j r) + a_{j2} Y_k(\alpha_j r), \quad (7)$$

где  $a_{1j}, a_{2j}$  – произвольные постоянные коэффициенты.

Последующая подстановка представлений (7) в краевые условия (3) и (4) после преобразований позволяет записать следующую систему однородных алгебраических уравнений относительно коэффициентов в представлениях (7)

$$\begin{aligned} a_{11} J_k(\alpha_1 R_1) + a_{21} Y_k(\alpha_1 R_1) &= 0, \\ a_{11} J_k(\alpha_1 R_2) + a_{21} Y_k(\alpha_1 R_2) - a_{12} J_k(\alpha_2 R_2) + a_{22} Y_k(\alpha_2 R_2) &= 0, \\ a_{11} J'_k(\alpha_1 R_2) + a_{21} Y'_k(\alpha_1 R_2) - a_{12} J'_k(\alpha_2 R_2) + a_{22} Y'_k(\alpha_2 R_2) &= 0, \\ a_{12} J_k(\alpha_2 R_3) + a_{22} Y_k(\alpha_2 R_3) - a_{13} J_k(\alpha_3 R_3) + a_{23} Y_k(\alpha_3 R_3) &= 0, \\ a_{12} J'_k(\alpha_2 R_3) + a_{22} Y'_k(\alpha_2 R_3) - a_{13} J'_k(\alpha_3 R_3) + a_{23} Y'_k(\alpha_3 R_3) &= 0, \dots, \\ a_{1,N-1} J_k(\alpha_{N-1} R_N) + a_{2,N-1} Y_k(\alpha_{N-1} R_N) - a_{1N} J_k(\alpha_N R_N) + a_{2N} Y_k(\alpha_N R_N) &= 0, \\ a_{1,N-1} J'_k(\alpha_{N-1} R_N) + a_{2,N-1} Y'_k(\alpha_{N-1} R_N) - a_{1N} J'_k(\alpha_N R_N) + a_{2N} Y'_k(\alpha_N R_N) &= 0, \\ a_{1N} J_k(\alpha_N R_{N+1}) + a_{2N} Y_k(\alpha_N R_{N+1}) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Равенство нулю определителя системы (8) представляет собой искомое дисперсионное соотношение.

Особенности анализа уравнения данного типа заключаются в том, что подлежащие определению значения действительных и мнимых волновых чисел бегущих и краевых стоячих нормальных волн прогиба одновременно входят в подлежащее исследованию уравнение как индексные параметры специальных цилиндрических функций и как составляющие алгебраических множителей в выражении дисперсионной функции.

Нормированные формы анализируемых нормальных волн рассчитываются после нахождения корней дисперсионного уравнения на основе определения с точностью до постоянного множителя соответствующих нетривиальных решений системы алгебраических уравнений (8).

**Информация о финансовой поддержке.** *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (№ госрегистрации 124012400354-0).*

### Список литературы

1. Тютюкин В.В. Волноводные свойства плоской кольцевой пластины. I. Изгибные волны / В.В. Тютюкин // Акуст. журн. – 2003. – Т. 49, № 6. – С. 843-851.
2. Болнокин В.Е. Изгибные волны в окружном направлении кольцевой трансверсально-изотропной пластины с закрепленными краями / В.Е. Болнокин, А.В. Глущенко, Л.В. Дубяго, В.И. Сторожев // Журн. теорет. и прикладной механики. – 2021. – № 4 (77). – С. 35-43.

3. Болнокин В.Е. Изгибные волны в окружном направлении кольцевой трансверсально-изотропной пластины с шарнирно опертыми граничными контурами / В.Е. Болнокин, А.В. Глущенко, Л.В. Дубяго, В.И. Сторожев // Механика твердого тела. – 2021. – Вып. 51. – С. 114-121.
4. Дубяго Л.В. Дисперсионный спектр упругих волн изгиба вдоль окружного направления в тонкой изотропной кольцевой пластине с жестко закрепленными либо шарнирно опертыми краями / Л.В. Дубяго, В.И. Сторожев // Журн. теорет. и прикладной механики. – 2019. – № 4 (69). – С. 48-56.
5. Глущенко А.В. Окружные нормальные изгибные волны в кольцевой пластине с двумя разнородными концентрическими составляющими / А.В. Глущенко, Л.В. Дубяго, С.В. Сторожев, В.А. Шалдырван // Вестн. Донец. нац. ун-та. Сер. А: Естеств. науки. – 2023. – № 1. – С. 12–20.
6. Сторожев В.И. Изгибные окружные волны в кольцевой пластине на полупространстве идеальной баротропной либо несжимаемой жидкости / В.И. Сторожев, А.В. Глущенко, Л.В. Дубяго // Современные проблемы механики сплошной среды : тез. докл. XXI Междунар. конф. (Ростов-на-Дону, 11-13 октября 2023 г.) Южный федеральный университет – Ростов-на-Дону; Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2023. – С. 89.
7. Глущенко А.В. Нормальные окружные волны изгиба в частично лежащей на упругом основании кольцевой пластине / А.В. Глущенко, Л.В. Дубяго, М.Н. Пачева, В.И. Сторожев // Донецкие чтения 2023: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : матер. VIII Междунар. науч. конф. (Донецк, 25–27 октября 2023 г.). – Т. 1: Механико-математические, компьютерные и химические науки, управление. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2023. – С. 58-60.
8. Янютин Е.Г. Колебания мембраны, контактирующей с упругим основанием, при импульсном нагружении / Е.Г. Янютин, П.А. Егоров // Вестн. НТУ «ХПИ». Сер.: Математическое моделирование в технике и технологиях. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2013. – № 37 (1010). – С. 223-230.

УДК 539.3

## КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ СОСРЕДОТОЧЕННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ПРОДОЛЬНОЙ СИЛЫ В ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЕ

*Гольцев А.С.*<sup>1</sup>, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0009-0007-7340-6270,

*Чехов В.Н.*<sup>2</sup>, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0001-8236-3419

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского»,

г. Симферополь, РФ

*asgoltsev@mail.ru*

**Введение.** Многие современные приборы и установки, включающие тонкостенные элементы конструкций, в сложных условиях эксплуатации могут подвергаться сосредоточенным силовым воздействиям различного рода. Для оценки возможных повреждений при такого рода нагрузках

необходимо знать все их закономерности и возможные последствия. Этому и посвящена данная публикация.

**Цель публикации** – описать математическую и компьютерную модель сосредоточенного силового воздействия продольной силы в ортотропных пластинах. Описана методика визуализации распределения нормальных и касательных усилий в локальной области места сосредоточенного воздействия.

**Основная часть.** Рассмотрим тонкую ортотропную пластину толщиной  $h$ . Начало декартовой системы координат в срединной плоскости расположим в точке приложения сосредоточенного воздействия, которое находится на значительном удалении от внешнего граничного контура. Используем классическую теорию ортотропных пластин и оболочек [1]. Если сосредоточенное усилие действует в срединной плоскости, то уравнения равновесия в перемещениях в безразмерной системе координат  $(Ox_1x_2)$ , определённой с точностью до величины  $h$ , имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} B_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + G \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + B_3 \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2} &= -X, \\ B_4 \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} + G \frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} + B_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} &= -Y, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} B_1 = \kappa B, \quad B_2 = \kappa^{-1} B, \quad B_3 = \nu_2 B_1 + G, \quad B_4 = \nu_1 B_2 + G, \quad B = 1 / (1 - \nu_1 \nu_2), \\ G = G_{12} / E, \quad E = \sqrt{E_1 E_2}, \quad \kappa = \sqrt{E_1 / E_2}, \end{aligned}$$

$u, v, X, Y$  – безразмерные перемещения и усилия вдоль координатных осей, определённые с точностью до множителя  $E$ ;  $E_1, E_2, G_{12}, \nu_1, \nu_2$  – модули Юнга, модуль сдвига и коэффициенты Пуассона для главных направлений.

Для простоты изложения рассмотрим случай действия единичного сосредоточенного усилия, действующего вдоль оси  $Ox_1$ , который определяется нагрузкой

$$X = \delta(x_1, x_2), \quad Y = 0, \quad (2)$$

где  $\delta(x_1, x_2)$  – дельта-функция Дирака.

Решение системы дифференциальных уравнений (1) с правыми частями (2) находится с помощью двумерного интегрального преобразования Фурье. В пространстве трансформант решается система алгебраических уравнений и находятся трансформанты перемещений  $\tilde{u}$  и

$\tilde{v}$ . Далее полученное решение подставляется в выражения для трансформант нормальных усилий  $\tilde{N}_1$ ,  $\tilde{N}_2$  и касательного усилия  $\tilde{S}$ , выраженные через трансформанты перемещений. В результате находятся трансформанты внутренних силовых факторов к которым применяется процедура обращения. Структура полученного решения в полярной системе координат  $(r, \phi)$  определяется следующими выражениями:

$$N_1(r, \phi) = \frac{-2}{\pi^2} \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n F_{N1}(n) \cos(2n+1)\phi,$$

$$F_{N1}(n) = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \theta f_{n1}(\theta)}{f_B(\theta)} \cos(2n+1)\theta d\theta, \quad f_{n1}(\theta) = b_1 \cos^2 \theta + b_2 \sin^2 \theta;$$

$$N_2(r, \phi) = \frac{-2}{\pi^2} \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n F_{N2}(n) \cos(2n+1)\phi,$$

$$F_{N2}(n) = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \theta f_{n2}(\theta)}{f_B(\theta)} \cos(2n+1)\theta d\theta, \quad f_{n2}(\theta) = b_3 \cos^2 \theta + b_4 \sin^2 \theta;$$

$$S(r, \phi) = \frac{-2}{\pi^2} \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n F_S(n) \sin(2n+1)\phi,$$

$$F_S(n) = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin \theta f_s(\theta)}{f_B(\theta)} \sin(2n+1)\theta d\theta, \quad f_s(\theta) = b_5 \cos^2 \theta + b_6 \sin^2 \theta,$$

где

$$f_B(\theta) = b_1 \cos^4 \theta + b_{16} \cos^2 \theta \sin^2 \theta + b_6 \sin^4 \theta,$$

$$b_1 = B_1 G, \quad b_2 = B_1 (B_2 - \nu_2 B_4), \quad b_3 = \nu_1 B_2 G, \quad b_4 = B_2 (\nu_1 B_2 - B_4),$$

$$b_5 = G (G - B_4), \quad b_6 = B_2 G, \quad b_{16} = B_1 B_2 + G^2 - B_3 B_4.$$

Из представленной структуры следует, что полученное решение в окрестности точки приложения сосредоточенного усилия обладает особенностью  $r^{-1}$ .

Для визуализации распределения внутренних силовых факторов используется команда PLOT3D и графическая структура трёхмерной графики типа GRID системы компьютерной математики Maple. На рисунках 1 – 3 показано распределение усилий  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $S$  соответственно. Значения усилий по координате  $Z$  даны с точность до множителя  $Eh$ ,  $X$  и  $Y$  – безразмерные координаты.

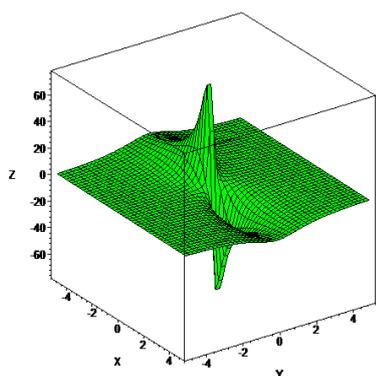


Рис. 1

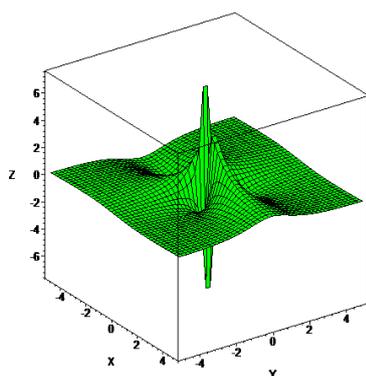


Рис. 2

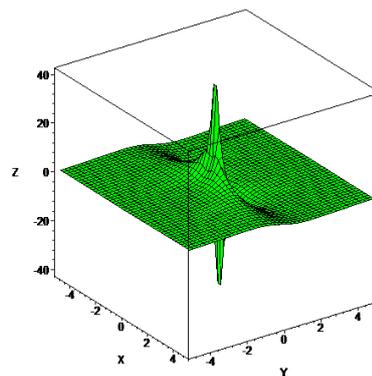


Рис. 3

**Заключение.** Построена компьютерная модель результатов сосредоточенного воздействия продольной силы в ортотропной пластине.

**Информация о финансовой поддержке:** *Исследование проводилось в рамках государственного задания (номер госрегистрации 124012400353-3).*

#### Список литературы

1. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек / С.А. Амбарцумян. – М.: Наука, 1974. – 448 с.

УДК 004.925.84:621.86

## АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ МЕТОДОВ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

*Зареченский Д.А.*, канд. техн. наук, ORCID 0009-0002-9518-7586,

*Карабань В.А.*, ORCID 0009-0002-7485-0270,

*Вермейчук Н.В.*, ORCID 0009-0000-8019-8528

ФГБОУ ВО «Приазовский государственный технический университет»,

г. Мариуполь, ДНР, РФ

*slava.karaban.93@mail.ru*

**Введение.** Пространственные твердотельно-деформируемые компьютерные модели, разрабатываемые в современных программных комплексах с инструментарием топологической оптимизации, позволяют создавать оптимальные металлические конструкции, а на стадии эксплуатации совершенствовать, повышать их надежность и долговечность. Твердотельное моделирование является достоверным методом создания копии реального объекта, так как способно учитывать не только геометрические, но и физические свойства, что позволяет

предсказывать и оценивать производительность, прочность, динамику и другие характеристики [1].

Основным преимуществом топологической оптимизации по сравнению с традиционными методами оптимизации расположения элементов металлоконструкций, их форм и размеров является то, что она не предусматривает расположение материала внутри области проектирования, что дает больше свободы в проектировании и приводит к повышению эффективности проектных решений. Для оптимизационного поиска наиболее нагруженного участка конструкции или узла, который определяет его надежность, осуществляется качественный анализ напряженно-деформированного состояния всей системы и выявляются наиболее нагруженные участки. Это позволяет при диагностировании состояния реальной металлоконструкций уделять им особое внимание, а за счет структурно-параметрического синтеза предлагать оптимальные, с точки зрения равномерности распределения напряжений и обеспечения плавности силового потока, конструктивные решения по ремонту и усилению.

Совершенствование методов проектирования с использованием современных CAD/CAM/CAE систем и разработка методологии по применению топологической оптимизации и элементов генеративного дизайна при проектировании элементов металлоконструкций подъемно-транспортных машин является актуальной научно-технической задачей, направленной на снижение материалоемкости.

**Цель работы** – анализ современных методов проектирования металлических конструкций типовых элементов подъемно-транспортных систем для применения технологии топологической оптимизации.

**Основная часть:** В настоящее время известны следующие основные методы твердотельного моделирования: SIMP (твердый изотропный материал с пенализацией), ESO (эволюционная структурная оптимизация) и Level-Set (метод установления уровня) и их различные комбинации. Эти методы имеют особенности, но в то же время в них используется традиционный подход к оптимизации топологии конструкции — это разделение области на сетку конечных элементов, с помощью которой осуществляется максимизация или минимизация определенных параметров, и учитывается одно или несколько проектных ограничений.

Для реализации процесса моделирования разрабатывается расчетная схема, учитывающая нагрузки и их сочетание, при их совместном воздействии в разных плоскостях. Соответствие расчетной схемы моделируемого объекта реальному обеспечивается за счет обеспечения геометрического соответствия натуральному изделию при его нагружении при помощи инструментов программных продуктов, которые позволяют определять эпюры распределения напряжений и коэффициенты запаса прочности в наиболее нагруженных зонах, что позволяет принимать конструктивные решения и их

оптимизировать. Конечно-элементный анализ позволяет решать задачи прочности трехмерных тел сложной геометрии за счет генерации различных вариационных принципов трехмерной теории упругости.

Метод конечных элементов применяется и для моделирования процессов технологической обработки. Он позволяет осуществлять анализ процессов поверхностного упрочнения детали или механического воздействия на ее поверхность, производить оценку эволюции и распределения напряжений в трехмерной модели при изменении параметров технологических процессов, определять оптимальный диапазон режимов, обеспечивающий меньший уровень остаточных напряжений [2,3].

Программные продукты, реализующие метод конечных элементов, не позволяют качественно оценить результаты моделирования, так как для более объективной оценки нужна подробная информация об архитектуре объекта, которая, как правило, отсутствует в базе данных программы [4]. Поэтому для оценки адекватности полученных моделей применяют натурные эксперименты или показатели, установленные в результате действия технологических нагрузок при эксплуатации [1,5]. Учитывая вышеизложенное, разработка оптимизированных конструкций требует определенной методологии применения различных методов расчета и их верификации.

Развитие аддитивных технологий, позволяет реализовывать элементы топологически-оптимизированного дизайна металлических конструкций и способствует созданию программных комплексных решений по осуществлению конструкторских расчетов, разработке управляющих программ технологической обработки в САМ-системе и их экспорту в системы управления производственным оборудованием и контрольно-измерительными приборами [6]. Это способствует оптимизации конструкторско-технологических решений при создании деталей машин, повышению технико-экономической эффективности их производства.

**Заключение:** анализ современного этапа развития CAD, CAE, САМ – систем свидетельствует о перспективности применения аддитивных технологий для совершенствования методов проектирования и исследования особенностей эксплуатации топологически оптимизированных конструкций.

**Информация о финансовой поддержке:** *Работа проводится в рамках государственного задания (номер госрегистрации FRRG-2024-0001).*

#### **Список литературы**

1. Сагиров Ю.Г. Методика оценки прочности деталей машин с использованием COSMOS / Ю.Г. Сагиров, В.П. Лаврик // Materials of the XIII International scientific and practical conference, Trends of modern science-2017. –Vol. 15. – Sheffield: Science and education, LTD. – 72 p. – P. 12-16.
2. Tamanna N. An analytical model to predict and minimize the residual stress of laser cladding process / N. Tamanna, R. Crouch, J.R. Kabir, S. Naher // Appl. Phys. A-Mater.-2019. – V 124. – P. 151.

3. Ren K. Thermo-mechanical analyses for optimized path planning in laser aided additive manufacturing processes / K. Ren, Y. Chew, J.Y.H. Fuh, Y.F. Zhang. // Mater Design. – 2019. – Vol. 162. – P. 80-93.
4. Мокрицкий Б.Я. Управление выбором упрочненного инструмента на основе моделирования в программной среде DEFORM / Б.Я. Мокрицкий, Э.С. Ситамов, В.Ю. Верещагин, О.Г. Шакирова // Упрочняющие технологии и покрытия. – 2019. – Т. 15. № 6. – С. 249-253.
5. Табаков В.П. Моделирование процесса предварительной механической активации подложки композиции покрытие-металл и исследование напряженного и деформированного состояния рабочих поверхностей штампового инструмента / В.П. Табаков, В.Н. Кокорин, О.И. Морозов и др. // Упрочняющие технологии и покрытия. – Т. 15, № 11. – С. 523-528.
6. Пономаренко М. Российский рынок программного обеспечения для аддитивного производства / М. Пономаренко // Аддитивные технологии. – 2023. – № 3. – С. 12-17.

УДК 539.3

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ВОКРУГ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ КРИВОЛИНЕЙНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

*Калоеров С.А.*, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-1339-6035,  
*Авдюшина Е.В.*, канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0004-4038-9388,  
*Миرونенко А.Б.*, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0002-1824-0136  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*kaloerov@mail.ru, elena.v.a.2023@mail.ru*

**Введение.** В горной промышленности при добыче полезных ископаемых на больших глубинах практикуется проведение долговременных горизонтальных подземных выработок сводчатого сечения и возникает необходимость определения возникающей при этом концентрации напряжений и зон выпучивания горных пород, а следовательно, решения соответствующей задачи теории упругости. Ранее такие задачи решались с использованием методов комплексных потенциалов и дискретного метода наименьших квадратов при удовлетворении граничным условиям соответствующей краевой задачи [1]. В данной работе при удовлетворении граничным условиям используется обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК), что значительно упрощает решение задачи и проведение соответствующих вычислительных работ.

**Постановка и метод решения задачи.** Рассматривается горизонтальная выработка сводчатого сечения (рис. 1), находящаяся под действием горного давления, представимого как действие усилий [2]

$$\sigma_x^\infty = -\lambda\gamma H, \quad \sigma_y^\infty = -\gamma H, \quad \tau_{xy}^\infty = 0, \quad (1)$$

где  $\gamma = \rho g$  – средний удельный вес горной породы;  $\rho$  – ее плотность;  $g$  – ускорение свободного падения;  $H$  – глубина проведения выработки;  $\lambda$  – коэффициент бокового распора.

Если для решения соответствующей задачи теории упругости использовать комплексные потенциалы плоской задачи теории упругости анизотропного тела, то оно сводится к определению функций  $\Phi'_k(z_k)$  ( $k = \overline{1, 2}$ ) обобщенных комплексных переменных  $z_k = x + \mu_k y$ , где  $\mu_k$  – корни известного характеристического уравнения 4-го порядка, причем эти функции после соответствующих конформных отображений можно представить в виде [3]

$$\Phi_k(z_k) = \Gamma_k z_k + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{kln}}{\zeta_{kl}^n}, \quad (2)$$

где  $\Gamma_k$  – известные постоянные, определяемые через значения величин (1);  $\zeta_{kl}$  – переменные, определяемые из конформных отображений внешностей единичных кругов  $|\zeta_{kl}| \geq 1$  на внешности соответствующих контуров;

$a_{kln}$  – неизвестные коэффициенты рядов Лорана, определяемые из граничных условий на частях границы поперечного сечения границы свода. При этом граничные условия нужно представлять в дифференциальной форме, чтобы исключить содержащиеся в их правых частях аддитивные постоянные, и границу представлять совокупностью 4 частей – внешними берегами трещин  $L_1, L_2, L_3$  и внешней половиной контура эллипса  $L_4$ .

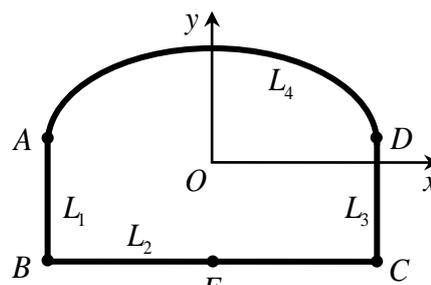


Рис. 1

Удовлетворение указанным граничным условиям обобщенным методом наименьших квадратов приводит к переопределенной системе линейных алгебраических уравнений, которая решается методом сингулярного разложения.

**Описание результатов численных исследований.** Для различных горных пород были проведены исследования по распределению нормальных напряжений  $\sigma_s$  на площадках, перпендикулярных к контуру поперечного сечения. В качестве размеров сторон и крышки свода был взят общепринятый в горном деле вариант, когда длины боковых сторон  $L_1$  и  $L_3$  равны  $2r$  (полуоси  $a_1 = a_3 = r$ ), длина основания выработки  $L_2$  равна  $5r$  (полуось  $a_2 = 2,5r$ ), высота крышки  $L_4$  равна  $2r$  (полуоси  $a_4 = 2,5r, b_4 = 2r$ ), где  $r$  – масштабная единица длины. Рассматривались различные материалы горных массивов. Ниже описаны результаты для

двух наиболее характерных материалов – для трансверсально-изотропного алевролита (сплошные линии) (M1) и изотропного гранита (пунктирные линии) (M2) [1]. На рис. 2 по боковой стороне  $L_1$  и части основания  $L_2$

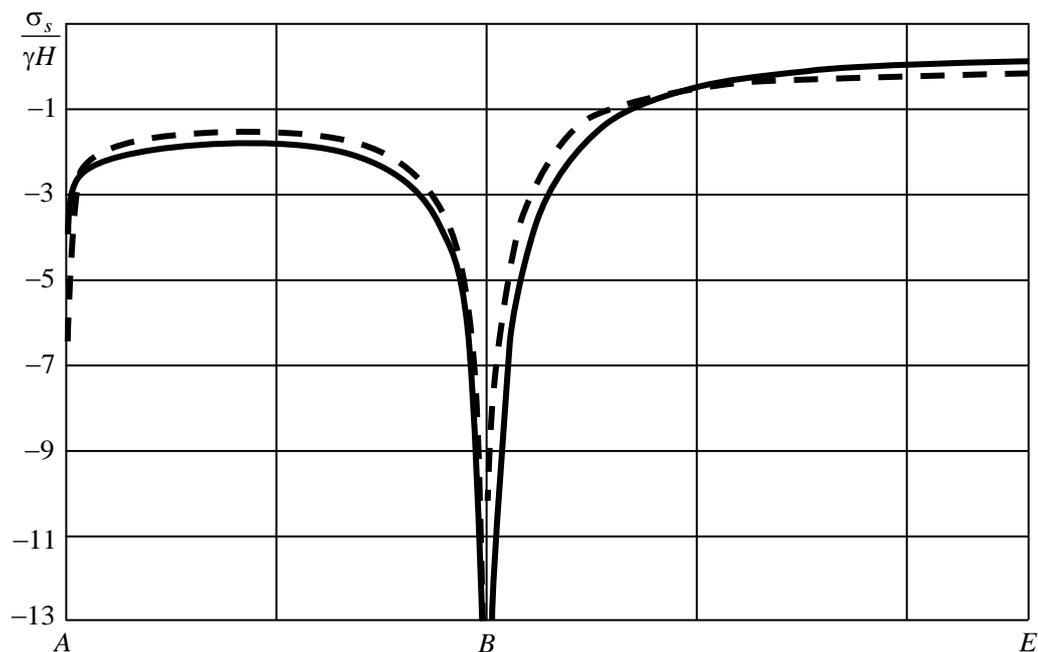


Рис. 2

изображены графики распределения напряжений  $\sigma_s$  с точностью до множителя  $\gamma H$  для материалов M1 (сплошные линии) и M2 (пунктирные линии). При этом коэффициент бокового распора принимался равным  $\lambda = 0,7$ . На рис. 3 в зависимости от параметра  $\theta$  параметрического задания эллипса  $L_4$  ( $x = a_4 \cos \theta$ ,  $y = b_4 \cos \theta$ ) изображены графики распределения тех же нормальных напряжений по крышке свода.

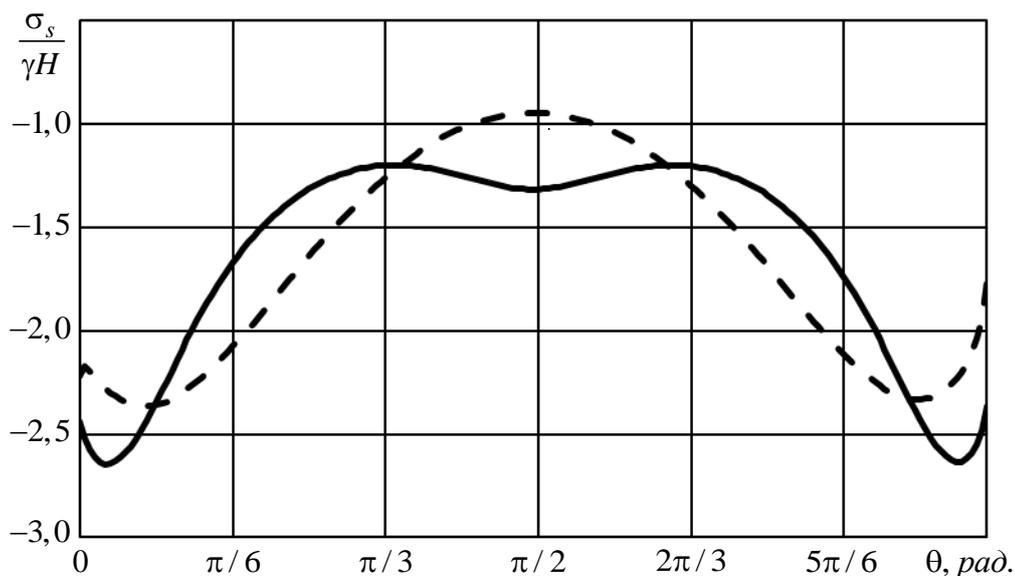


Рис. 3

Как видно из рис. 2, 3 и других полученных результатов, вблизи точек  $B$  и  $C$  основания свода возникает весьма высокая концентрация сжимающих напряжений, которая в этих зонах выработки может приводить к выдавливанию породы. Одновременно вблизи центра основания возникают положительные напряжения, которые приводят к выпучиванию почвы, следовательно, к изменению формы (закрытию) выработки. По поверхности крышки  $L_4$  возникают сравнительно небольшие сжимающие напряжения и лишь в окрестности центра они положительно, но малы. На значения напряжений значительно влияет анизотропия материала. Значения сжимающих напряжений в углах основания для выработки из М1 почти в 2 раза больше аналогичных напряжений для выработки из М2. Для обоих материалов в середине основания свода (в точке  $E$ ) возникают растягивающие напряжения, приводящие к выпучиванию породы.

Заметим, что приведенный анализ распределения напряжений вокруг горной выработки позволяет принять необходимые предохранительные меры по изменению ее формы и размеров, например, проведение разгрузочных щелей-трещин из различных точек свода.

**Информация о финансовой поддержке:** *Исследования проводились в рамках государственного задания (номер госрегистрации 124012400354-0).*

#### Список литературы

1. Полухин В.А. Управление напряженным состоянием породного массива и устойчивостью горных выработок / В.А. Полухин, С.А. Калоеров, Ю.Б. Грядущий, Е.С. Горянская. – Донецк: Юго-Восток, 2002. – 304 с.
2. Динник А.Н. О давлении горных пород и расчет крепи круглой шахты / А.Н. Динник // Инж. работник. – 1925. – № 7. – С. 1-12.
3. Калоеров С.А. Двумерное напряженное состояние многосвязного анизотропного тела с полостями и трещинами / С.А. Калоеров, Е.С. Горянская // Теорет. и прикладная механика. – 1995. – Вып. 25. – С. 45-56.

УДК 539.3

## КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ПЬЕЗОПОЛУПЛОСКОСТИ С ОТВЕРСТИЯМИ И ТРЕЩИНАМИ

**Калоеров С.А.**, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-1339-6035,

**Полянский М.А.**, ORCID 0009-0007-2281-3220,

**Сероштанов А.В.**, ORCID 0000-0003-3545-3635

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*kaloerov@mail.ru, m4xpolyan@yandex.ru, aleks.serosht@gmail.com*

**Введение.** С использованием комплексных потенциалов плоской задачи электромагнитоупругости [1] решена задача для пьезополуплоскости с произвольно расположенными внутренними эллиптическими отверстиями и

прямолинейными трещинами. При этом функции, голоморфные вне эллипсов (трещин), разлагаются в ряды Лорана по отрицательным степеням некоторых переменных, а функции, голоморфные в нижних полуплоскостях, после удовлетворения граничным условиям на прямолинейной границе методом интегралов типа Коши выражаются через функции, голоморфные вне некоторых замкнутых контуров верхних полуплоскостей [2]. Для удовлетворения граничным условиям на контурах отверстий используется обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК), приводящий задачу к переопределенной системе линейных алгебраических уравнений, решаемой методом сингулярного разложения. Для полуплоскости с круговыми отверстиями и трещинами проведены численные исследования распределения напряжений с установлением закономерностей изменения напряженно-деформированного состояния полуплоскости в зависимости от ее материалов, геометрических характеристик отверстий и трещин.

**Постановка и метод решения задачи.** Рассматривается, занимающая нижнюю полуплоскость с эллиптическими отверстиями с контурами  $L_l$  ( $l = \overline{1, \mathcal{L}}$ ) и полюсами  $a_l, b_l$  (рис. 1), пьезопластинка, отнесенная к

прямоугольной системе координат  $Oxy$  с началом в произвольной точке полуплоскости на расстоянии  $h^+$  от прямолинейной границы  $L^+$  и осью  $Ox$ , параллельной этой границе. В частном случае эллипсы могут переходить в прямолинейные разрезы-трещины, при наличии криволинейных отверстий их контуры могут аппроксимироваться дугами эллипсов и берегами трещин. Прямолинейная граница и контуры отверстий не нагружены внешними воздействиями, на бесконечности заданы напряжения  $\sigma_x^\infty$  и проекции векторов индукций  $D_x^\infty, B_x^\infty$ , остальные напряжения, индукции и угол жесткого поворота полуплоскости, как целой, равны нулю, т. е.  $\sigma_y^\infty = \tau_{xy}^\infty = D_y^\infty = B_y^\infty = \omega_3^\infty = 0$ .

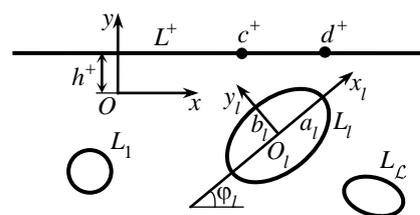


Рис. 1

Если для решения данной задачи использовать комплексные потенциалы плоской задачи электромагнитоупругости [1], то она сводится к определению из соответствующих граничных условий функций  $\Phi_k(z_k)$  ( $k = \overline{1, 4}$ ) обобщенных комплексных переменных  $z_k = x + \mu_k y$ , где  $\mu_k$  – корни известного характеристического уравнения 8-го порядка. При этом функции  $\Phi_k(z_k)$  определены в многосвязных нижних полуплоскостях  $S_k$ , ограниченных прямолинейными границами  $L_k^+$  и контурами  $L_{kl}$ , соответствующими границе  $L^+$  и контурам  $L_l$  при указанных аффинных преобразованиях.

Исходя из общих представлений комплексных потенциалов [1], эти функции в данном случае представим в виде

$$\Phi_k(z_k) = \Gamma_k z_k + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_{kln} \varphi_{kln}(z_k) - \sum_{q=1}^4 \overline{r_{kk+q-1}} a_{k+q-1ln} \psi_{k+q-1ln}(z_k) \right], \quad (3)$$

где

$$\varphi_{kln}(z_k) = \frac{1}{\zeta_{kl}^n}, \quad \psi_{k+q-1ln}(z_k) = \frac{1}{\left(\zeta_{k+q-1l}^+\right)^n}, \quad \overline{r_{kk+q-1}} = \sum_{i=1}^4 \frac{\overline{g_{ik+q-1}^0}}{\Delta_k} M_{ik},$$

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} g_{1k}^0 & g_{1k+1}^0 & g_{1k+2}^0 & g_{1k+3}^0 \\ g_{2k}^0 & g_{2k+1}^0 & g_{2k+2}^0 & g_{2k+3}^0 \\ g_{3k}^0 & g_{3k+1}^0 & g_{3k+2}^0 & g_{3k+3}^0 \\ g_{4k}^0 & g_{4k+1}^0 & g_{4k+2}^0 & g_{4k+3}^0 \end{vmatrix} = \sum_{i=1}^4 g_{ik}^0 M_{ik} \quad (k = \overline{1,4}, q = \overline{1,4}),$$

$M_{ik}$  – алгебраические дополнения элементов первого столбца  $g_{ik}^0$ ,  $(g_{1k}^0, g_{2k}^0, g_{3k}^0, g_{4k}^0) = (1, -\mu_k, -\nu_k, -\rho_k)$ ;  $\Gamma_k$  – известные постоянные, определяемые из решения соответствующей системы линейных алгебраических уравнений 8-го порядка;  $\zeta_{kl}$  – переменные, определяемые из конформных отображений внешностей единичных кругов  $|\zeta_{kl}| \geq 1$  на внешности контуров  $L_{kl}$ ,  $\zeta_{kl}^+$  – переменные, определяемые из конформных отображений внешностей единичных кругов  $|\zeta_{kl}^+| \geq 1$  на внешности контуров  $L_{kl}^+$  верхней (относительно границы  $L_k^+$ ) полуплоскости  $S_k^+$ , симметричных относительно прямолинейных границ  $L_k^+$  контурам  $L_{kl}$ ;  $a_{kln}$  – неизвестные коэффициенты рядов Лорана, для определения которых используются граничные условия на прямолинейной границе и на контурах отверстий и трещин. Если для удовлетворения этим условиям использовать ОМНК, то для определения  $a_{kln}$  получается переопределенная система линейных алгебраических уравнений, которую можно решать методом сингулярного разложения.

**Описание результатов численных исследований.** Для случая растяжения полуплоскости на бесконечности усилиями  $\sigma_x^\infty = p$  были проведены численные исследования по изучению закономерностей распределения напряжений в полуплоскости из различных пьезоматериалов с различными отверстиями и трещинами.

На рис. 2 для некоторых значений  $c/a_1$ , в зависимости от центрального угла  $\theta$ , отсчитываемого от оси  $Ox$  против часовой стрелки,

изображены графики распределения по контуру отверстия нормальных напряжений  $\sigma_s / p$  на площадках, перпендикулярных контуру, а на рис. 3 для некоторых значений  $c / a_1$  даны графики распределения  $\sigma_x / p$  вдоль прямолинейной границы, причем сплошные, штриховые и пунктирные линии рисунков относятся к полуплоскости из М1, М2 и М3 соответственно.

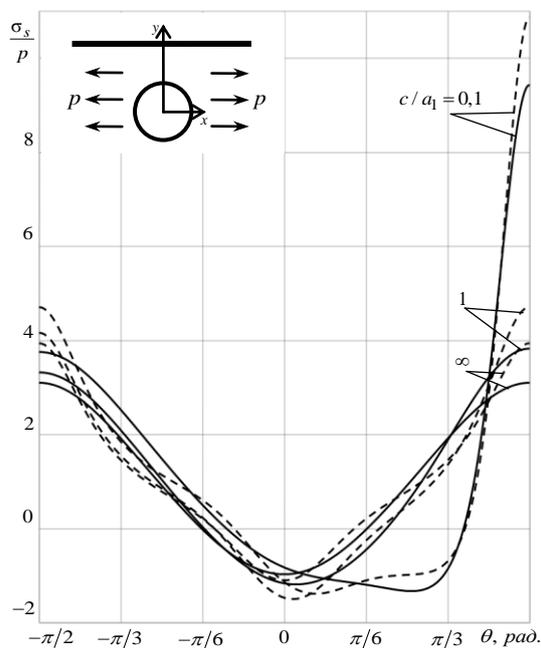


Рис. 2

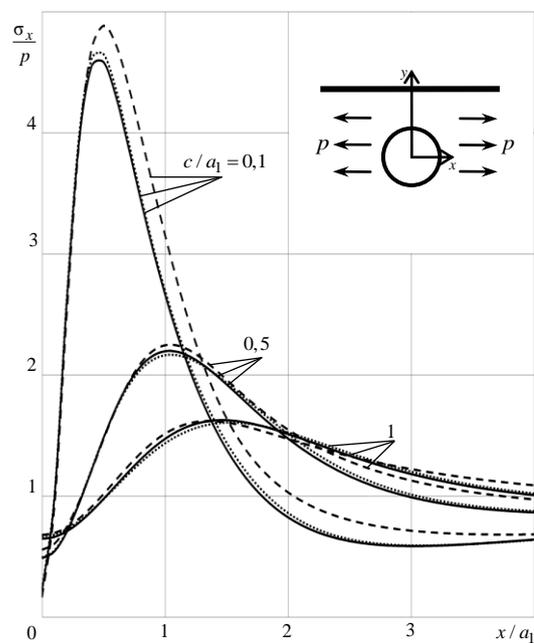


Рис. 3

Из рис. 2, 3 и результатов других исследований [2] следует, что с приближением отверстия к прямолинейной границе полуплоскости происходит резкое увеличение значений напряжений около контура отверстия и в зоне между отверстием и прямолинейной границей, за исключением весьма малой окрестности точки перемычки на прямолинейной границе, где эти напряжения и их изменения незначительны. В точках высокой концентрации напряжений велика и доля пьезосвойств на значения напряжений. Поэтому при исследованиях концентрации напряжений в элементах конструкций из пьезоматериалов нельзя ограничиваться решением задачи теории упругости, а нужно решать задачу электромагнитоупругости.

**Информация о финансовой поддержке:** Исследования проводились в рамках государственного задания (номер госрегистрации 124012400354-0).

#### Список литературы

1. Калоеров С.А. Двумерные задачи электромагнитоупругости для многосвязных тел / С.А. Калоеров, А.В. Петренко. – Донецк: Юго-Восток. – 2011. – 232 с.
2. Калоеров С.А. Решение задачи электромагнитоупругости для полуплоскости с отверстиями и трещинами / С.А. Калоеров, М.А. Полянский, А.В. Сероштанов. – 2024. – № 2. – С. 90-107.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ МНОГОСВЯЗНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ ПРИ ЕЕ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ

**Калоеров С.А.**, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-1339-6035,

**Сероштанов А.В.**, ORCID 0000-0003-3545-3635

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*kaloerov@mail.ru, aleks.serosht@gmail.com*

**Введение.** С использованием комплексных потенциалов теории изгиба тонких пьезоплит [1] решена задача об изгибе полуплоскости с произвольно расположенными относительно друг друга и относительно прямолинейной границы отверстиями и трещинами. При этом функции, голоморфные вне отверстий и трещин, представлены рядами Лорана, а функции, голоморфные в нижних полуплоскостях, – рядами Лорана для внешностей воображаемых симметричных относительно прямолинейной границы отверстий и трещин верхней полуплоскости. Определение неизвестных коэффициентов рядов из граничных условий на контурах отверстий, трещин и прямолинейной границы обобщенным методом наименьших квадратов (ОМНК) сведено к переопределенной системе линейных алгебраических уравнений, решаемой методом сингулярного разложения. Для полуплоскости с круговыми отверстиями и трещинами проведены численные исследования распределения изгибающих моментов, изучены закономерности изменения электромагнитоупругого состояния (ЭМУС) в зависимости от физико-механических свойств материала плиты, геометрических характеристик отверстий, их взаиморасположения.

**Постановка и метод решения задачи.** Рассматривается пьезоплита в виде нижней полуплоскости  $S^-$  с эллиптическими отверстиями с контурами  $L_l$  и полюсами  $a_l, b_l$  ( $l = \overline{1, \mathcal{L}}$ ) (рис. 1). Плита отнесена к прямоугольной системе координат  $Oxy$  с началом в произвольной точке полуплоскости на расстоянии  $h^+$  от ее прямолинейной границы  $L^+$  и осью  $Ox$ , параллельной этой границе. В частных случаях, когда одна из полуосей равна нулю, эллипсы переходят в прямолинейные разрезы-трещины; криволинейные отверстия можно аппроксимировать совокупностями дуг эллипсов и берегов трещин. Прямолинейная граница и контуры отверстий не нагружены внешними воздействиями, на бесконечности полуплоскость изгибается

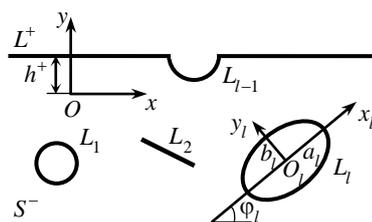


Рис. 1

механическими моментами  $M_x^\infty$  и моментами индукций  $M_{dx}^\infty$ ,  $M_{bx}^\infty$ ; моменты  $M_y^\infty$ ,  $H_{xy}^\infty$ ,  $M_{dy}^\infty$ ,  $M_{by}^\infty$  в силу незагруженности прямолинейной границы равны нулю.

Если для решения задачи об электромагнитоупругом изгибе плиты использовать комплексные потенциалы электромагнитоупругости [1], то она сводится к определению из соответствующих граничных условий функций  $W_k'(z_k)$  ( $k = \overline{1, 4}$ ) обобщенных комплексных переменных  $z_k = x + \mu_k y$ , где  $\mu_k$  – корни известного характеристического уравнения 8-го порядка. При этом функции  $W_k'(z_k)$  определены в многосвязных нижних полуплоскостях  $S_k^-$ , ограниченных прямолинейными границами  $L_k^+$  и контурами  $L_{kl}$ , соответствующими границе  $L^+$  и контурам  $L_l$  при указанных аффинных преобразованиях.

Исходя из общих представлений комплексных потенциалов [1], эти функции в данном случае представим в виде

$$W_k'(z_k) = \Gamma_k z_k + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_{kln}}{\zeta_{kl}^n} + \frac{b_{kln}}{(\zeta_{kl}^+)^n} \right),$$

в котором  $\Gamma_k$  – известные постоянные, определяемые из решения соответствующей системы линейных алгебраических уравнений 8-го порядка;  $\zeta_{kl}$  – переменные, определяемые из конформных отображений внешностей единичных кругов  $|\zeta_{kl}| \geq 1$  на внешности контуров  $L_{kl}$ ,  $\zeta_{kl}^+$  – переменные, определяемые из конформных отображений внешностей единичных кругов  $|\zeta_{kl}^+| \geq 1$  на внешности контуров  $L_{kl}^+$  верхней (относительно границы  $L_k^+$ ) полуплоскости  $S_k^+$ , симметричных относительно прямолинейных границ  $L_k^+$  контурам  $L_{kl}$ ;  $a_{kln}$ ,  $b_{kln}$  – неизвестные коэффициенты рядов Лорана, для определения которых используются граничные условия на прямолинейной границе и на контурах отверстий и трещин. Если для удовлетворения этим условиям использовать ОМНК, то для определения  $a_{kln}$ ,  $b_{kln}$  получается переопределенная система линейных алгебраических уравнений, которую можно решать методом сингулярного разложения.

**Описание результатов численных исследований.** Для случая действия на бесконечности механических изгибающих моментов  $M_x^\infty$  были проведены численные исследования по изучению закономерностей распределения изгибающих моментов в полуплоскости из различных пьезоматериалов с различными отверстиями и трещинами.

Исследованиями установлено, что с приближением отверстия к прямолинейной границе (рис. 2) значения моментов в точках перемычки и прямолинейной границы вблизи перемычки резко возрастают, незначительно изменяясь в остальных точках. Приближение кругового отверстия с краевой трещиной к границе полуплоскости (рис. 3) ведет к весьма существенному росту концентрации изгибающих моментов в точках перемычки, около контура отверстия и около прямолинейной границы вблизи перемычки. На значения изгибающих моментов значительно влияет учет пьезосвойств материала, особенно в зоне перемычки между отверстием и прямолинейной границей. Поэтому при

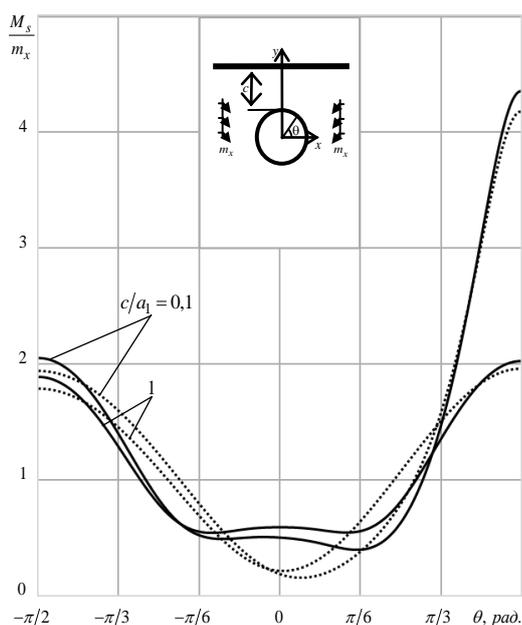


Рис. 2

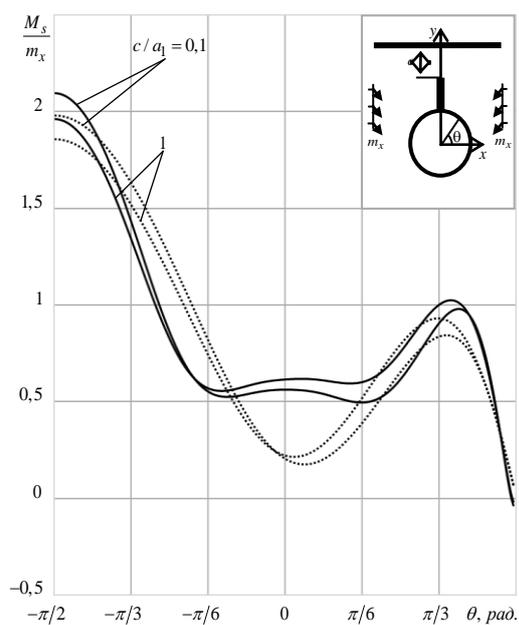


Рис. 3

исследованиях концентрации напряжений в элементах конструкций из пьезоматериалов нельзя ограничиваться решением задачи теории упругости, а нужно решать задачу электромагнитоупругости.

**Информация о финансовой поддержке:** Исследования проводились в рамках государственного задания (номер госрегистрации 124012400354-0).

### Список литературы

1. Калоеров С.А. Основные соотношения прикладной теории изгиба тонких электромагнитоупругих плит / С.А. Калоеров // Вестн. Донец. нац. ун-та. Сер. А: Естеств. науки. – 2022. – № 1. – С. 22-40.

**ЭЛЕКТРОУПРУГИЕ ВОЛНЫ СДВИГА В СЛОЕ  
ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНОЙ ПЬЕЗОКЕРАМИКИ  
С ДВУХФАКТОРНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ  
ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ**

*Карасев Д.С.,*

*Сторожев С.В.*, д-р техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-4198-3491,

*Фоменко М.В.*, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0003-9649-1827

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*s.v.storozhev@donnasa.ru*

**Актуальность и цели исследования.** Разработка численно-аналитических методик изучения спектров электроупругих нормальных волн в волноводах из пьезокерамических нанокompозитных функционально-градиентных материалов, наряду с применением для исследования соответствующих моделей методов конечно-элементного расчетного анализа, которые программно реализованы в специализированных универсальных приложениях, сохраняет весьма высокую степень актуальности и в фундаментальных аспектах, и в связи с потребностями ряда высокотехнологичных научно-производственных отраслей – приборостроения, акустоэлектроники, ультразвуки и сейсмодиагностики [1, 2]. В частности, для волноводов в форме плоскопараллельного слоя из трансверсально-изотропных электроупругих функционально-градиентных материалов с экспоненциальным типом описания свойств непрерывной неоднородности исследования в направлении разработки численно-аналитических методик интегрирования систем разрешающих уравнений и получения дисперсионных соотношений для нормальных электроупругих волн сдвига реализованы преимущественно для моделей однофакторной неоднородности, в рамках которых для всех исходных физико-механических параметров задается единый экспоненциальный закон изменения вдоль поперечной координаты [3, 4]. В ряде работ с применением численно-аналитических подходов рассмотрены также отдельные модели с двумя разнотипными экспоненциальными законами неоднородности – первого типа для совокупности всех характеристик деформационных и электрических свойств пьезоактивных материалов и второго – для параметра плотности [5].

С учетом вышеуказанного, целью представляемых в настоящей работе исследований является разработка варианта итерационного численно-аналитического алгоритма для получения векторных базисных частных решений систем дифференциальных уравнений, описывающих распространение электроупругих нормальных волн в слое функционально-градиентной пьезокерамики с двухфакторной неоднородностью, в рамках которой неоднородность упругих свойств и плотности описывается одним

экспоненциальным законом, а неоднородность пьезоэлектрических и диэлектрических свойств – иной отличающейся экспоненциальной функцией. Рассмотрены также отдельные вопросы использования получаемых базисных частных решений при записи дисперсионных соотношений для нормальных электроупругих волн в неоднородном пьезокерамическом слое с некоторыми типами электромеханических краевых условий.

### Основные соотношения рассматриваемой модели.

Рассматривается слой линейно-поляризованной функционально-градиентной пьезокерамики, занимающий в координатном пространстве  $Ox_1x_2x_3$  область  $V = \{x_1 \in [-h, h], (x_2, x_3) \in R^2\}$ . Материал слоя является материалом класса *bmm* гексагональной системы с осью поляризации  $Ox_3$  и обладает переменными вдоль координаты  $Ox_1$  физико-механическими свойствами. Функциональные зависимости для параметров упругости, параметра плотности, пьезоэлектрических и диэлектрических характеристик поперечно-неоднородного материала слоя соответственно рассматриваемому случаю задается соотношениями вида

$$\begin{aligned} c_{ij}(x_1) &= c_{ij0} \exp(\lambda x_1), \quad \rho(x_1) = \rho_0 \exp(\lambda x_1); \\ e_{ij}(x_1) &= e_{ij0} \exp(\mu x_1), \quad \varepsilon_{ij}(x_1) = \varepsilon_{ij0} \exp(\mu x_1). \end{aligned} \quad (1)$$

Система уравнений, описывающая распространение вдоль  $Ox_2$  поляризованных вдоль  $Ox_3$  нормальных сдвиговых электроупругих *SH*-волн имеет вид

$$\begin{aligned} \partial_1 \sigma_{13} + \partial_2 \sigma_{23} - \rho(x_1) \ddot{u}_3 &= 0, \\ \partial_1 D_1 + \partial_2 D_2 &= 0, \quad \partial_j = \partial / \partial x_j \quad (j = \overline{1, 2}); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{13} &= c_{44}(x_1) \partial_1 u_3 + e_{15}(x_1) \partial_1 \phi, \\ \sigma_{23} &= c_{44}(x_1) \partial_2 u_3 + e_{15}(x_1) \partial_2 \phi; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} D_1 &= -\varepsilon_{11}(x_1) \partial_1 \phi + e_{15}(x_1) \partial_1 u_3, \\ D_2 &= -\varepsilon_{11}(x_1) \partial_2 \phi + e_{15}(x_1) \partial_2 u_3. \end{aligned} \quad (4)$$

В (2)–(4)  $u_3(x_1, x_2, t)$ ,  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $\phi(x_1, x_2, t)$  – соответственно комплексная функция динамических упругих перемещений, компоненты вектора индукции и потенциала квазистатического электрического поля;  $\sigma_{13}$ ,  $\sigma_{23}$  – комплексные функции сдвиговых механических напряжений. Получаемые при подстановке (3) и (4) в (2) уравнения относительно  $u_3(x_1, x_2, t)$ ,  $\phi(x_1, x_2, t)$

$$\begin{aligned} \partial_1 (c_{44} \partial_1 u_3) + c_{44} \partial_2^2 u_3 + \partial_1 (e_{15} \partial_1 \phi) + e_{15} \partial_2^2 \phi - \rho \ddot{u}_3 &= 0, \\ \partial_1 (e_{15} \partial_1 u_3) + e_{15} \partial_2^2 u_3 - \partial_1 (\varepsilon_{11} \partial_1 \phi) - \varepsilon_{11} \partial_2^2 \phi &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

и при введении представлений для характеристик исследуемой волны с круговой частотой  $\omega$  и волновым числом  $k$

$$\begin{aligned} u_3(x_1, x_2, t) &= u_{30}(x_1) \exp(-i(\omega t - kx_2)), \\ \phi(x_1, x_2, t) &= \phi_0(x_1) \exp(-i(\omega t - kx_2)), \end{aligned} \quad (6)$$

преобразуются к виду

$$\begin{aligned} c_{440}u_{30}'' + \lambda c_{440}u_{30}' + (\rho_0\omega^2 - c_{440}k^2)u_{30} &= \\ &= -(e_{150}\phi'' + \mu e_{150}\phi' - e_{150}k^2\phi) \exp(\gamma x_1), \\ e_{150}u_{30}'' + e_{150}\mu u_{30}' - e_{150}k^2u_{30} - \varepsilon_{110}\phi''(x_1) - \varepsilon_{110}\mu\phi' + \varepsilon_{110}k^2\phi &= 0, \\ \gamma &= \mu - \lambda, \end{aligned} \quad (7)$$

и записывается в следующей матричной форме

$$\begin{aligned} (\underline{A}_1\partial_1^2 + \underline{A}_2\partial_1 + \underline{A}_3)\underline{\Phi}(x_1) &= -\exp(\gamma x_1)(\underline{B}_1\partial_1^2 + \underline{B}_2\partial_1 + \underline{B}_3)\underline{\Phi}(x_1), \\ \underline{\Phi}(x_1) &= (u_{30}(x_1), \phi_0(x_1))^T, \\ \underline{A}_1 &= \begin{pmatrix} c_{440} & 0 \\ e_{150} & -\varepsilon_{110} \end{pmatrix}, \quad \underline{A}_2 = \begin{pmatrix} \lambda c_{440} & 0 \\ \mu e_{150} & -\mu \varepsilon_{110} \end{pmatrix}, \\ \underline{A}_3 &= \begin{pmatrix} \rho_0\omega^2 - c_{440}k^2 & 0 \\ -e_{150}k^2 & \varepsilon_{110}k^2 \end{pmatrix}, \\ \underline{B}_1 &= \begin{pmatrix} 0 & e_{150} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{B}_2 = \begin{pmatrix} 0 & \mu e_{150} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{B}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -k^2 e_{150} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

**Векторно-матричный итерационный алгоритм интегрирования дифференциальных уравнений модели.** По аналогии с применявшейся в работе [5] итерационной схемой интегрирования уравнений для амплитудных характеристик стационарных упругих волн в функционально-градиентных средах вводится исходное представление

$$\underline{\Phi}(x_1) = \underline{\Phi}_0(x_1) + \underline{\Phi}_1(x_1) + \dots + \underline{\Phi}_n(x_1) + \dots$$

в котором

$$\begin{aligned} (\underline{A}_1\partial_1^2 + \underline{A}_2\partial_1 + \underline{A}_3)\underline{\Phi}_0(x_1) &= 0, \\ (\underline{A}_1\partial_1^2 + \underline{A}_2\partial_1 + \underline{A}_3)\underline{\Phi}_1(x_1) &= -\exp(\gamma x_1)(\underline{B}_1\partial_1^2 + \underline{B}_2\partial_1 + \underline{B}_3)\underline{\Phi}_0(x_1), \dots, \\ (\underline{A}_1\partial_1^2 + \underline{A}_2\partial_1 + \underline{A}_3)\underline{\Phi}_n(x_1) &= -\exp(\gamma x_1)(\underline{B}_1\partial_1^2 + \underline{B}_2\partial_1 + \underline{B}_3)\underline{\Phi}_{n-1}(x_1), \dots \end{aligned} \quad (9)$$

При решении задачи начального приближения (9) методом Эйлера находятся ее базисные частные решения, представляемые в виде

$$\underline{\Phi}_{0j}(x_1) = \underline{\zeta}_{0j} \exp(\delta_j x_1), \quad \underline{\zeta}_{0j} = (\varepsilon_{110}, e_{150})^T \quad (j = \overline{1, 4}), \quad (11)$$

где  $\delta_j$  – корни алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} c_{440}\delta^2 + c_{440}\lambda\delta + \rho_0\omega^2 - c_{440}k^2 &= 0, \\ \delta^2 + \mu\delta - k^2 &= 0. \end{aligned}$$

После нахождения четырех базисных решений (9) в форме (11) построение отвечающих им приближений  $\underline{\Phi}_{nj}(x_1)$  осуществляется с применением итерационного алгоритма (10) при выборе последовательных приближений в виде

$$\begin{aligned}\underline{\Phi}_{1j}(x_1) &= \underline{\zeta}_{1j} \exp((\delta_j + \gamma)x_1), \\ \underline{\Phi}_{2j}(x_1) &= \underline{\zeta}_{2j} \exp((\delta_j + 2\gamma)x_1), \dots, \\ \underline{\Phi}_{nj}(x_1) &= \underline{\zeta}_{nj} \exp((\delta_j + n\gamma)x_1),\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\underline{\zeta}_{nj} &= \underline{Q}_{nj}^{-1} \underline{B} \underline{\zeta}_{n-1,j}^{(\pm)}, \\ \underline{Q}_{nj} &= \underline{A}_1(\delta_j + n\gamma)^2 + \underline{A}_2(\delta_j + n\gamma) + \underline{A}_3, \\ \underline{B} &= \underline{B}_1(\delta_j + (n-1)\gamma)^2 + \underline{B}_2(\delta_j + (n-1)\gamma) + \underline{B}_3,\end{aligned}$$

и, в итоге, базисные решения (7) имеют аналитические представления

$$\begin{aligned}\underline{\Phi}_j(x_1) &= \sum_{n=0}^{\infty} \underline{\zeta}_{nj} \exp((\delta_j + n\gamma)x_3) \quad (j = \overline{1,4}), \\ \underline{\zeta}_{nj} &= \underline{Q}_{nj}^{-1} \underline{B} \underline{Q}_{n-1,j}^{-1} \underline{B} \dots \underline{Q}_{1j}^{-1} \underline{B} \underline{\zeta}_{0j}.\end{aligned}$$

**Информация о финансовой поддержке:** *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (№ госрегистрации 124012400354-0).*

#### Список литературы

1. Yang J. Dynamic anti-plane problems of piezoceramics and applications in ultrasonics – a review / J. Yang, J. Wang // Acta Mech. Solida Sinica. – 2008. – Vol. 21, Issue 3. – P. 207-220.
2. Heywang W. Piezoelectricity, evolution and future of a technology / W. Heywang, K. Lubitz, W. Wersing. – Berlin: Springer, 2008. – 581 p.
3. Birman V. Modeling and Analysis of Functionally Graded Materials and Structures / V. Birman, L.W. Byrd // Appl. Mech. Rev. – 2007. – Vol. 60, No. 5. – P. 195-216.
4. Yang Y.-H. Non-destructive detection of a circular cavity in a finite functionally graded material layer using anti-plane shear waves / Y.-H. Yang, L.-Z. Wu, X.-Q. Fang. // J. Nondestructive Eval. – 2010. – Vol. 29. – P. 233–240.
5. Карасев Д.С. Сдвиговые электроупругие волны в функционально-градиентном пьезокерамическом слое с разнотипной экспоненциальной неоднородностью механических и электрических свойств / Д.С. Карасев, С.В. Сторожев, В.А. Шалдырван // Журн. теорет. и прикладной механики. – 2023. – № 4 (85). – С. 23–30.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОГНЕСТОЙКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КРУГЛОПУСТОТНЫХ ПЛИТ

*Курочкина В.А.*, ORCID 0000-0001-5188-7244,

*Холодова С.Н.*, канд. техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-9690-7154

ФГБОУ ВО «Донской государственной технической университет»,

г. Ростов-на-Дону, РФ

*kurochkina.vichka@gmail.com*

**Введение.** В ходе исследований были проведены два испытания, результаты которых были использованы для калибровки численной модели, которая может быть использована для определения снижения температуры и несущей способности стальной арматуры. С помощью откалиброванной модели были изучены эффекты геометрических переменных и методы повышения огнестойкости пустотных плит перекрытия.

**Цель** – повышение предела огнестойкости пустотных плит путем модификации рецептуры бетона.

**Основная часть.** Пустотные плиты имеют высокую несущую способность, но из-за полостей в них они ведут себя не так, как обычные плиты в случае пожара, поэтому важно их проанализировать. При пожарной нагрузке могут возникать следующие режимы разрушения: изгиб, сдвиг, откол бетонной поверхности, превышение максимального предела прогиба.

Данная работа посвящена в первую очередь термическому анализу моделирования. Анализ теплопередачи используется для определения изотермических линий, образующихся в конструкции в результате пожара. С помощью изотермических линий можно снизить температурно-зависимые свойства бетона и стали. Таким образом, механический анализ может быть использован для расчета несущей способности конструкции с различными прочностными параметрами в ее слоях.

Расчет сечения одной из плит представлен на рис. 1.

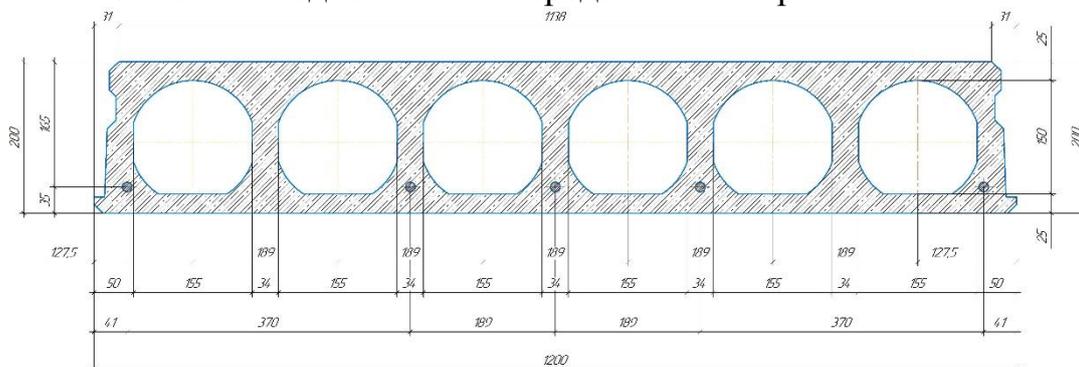


Рис. 1. Сечение пустотной плиты (все размеры указаны в мм, длина 4300 мм).

При численном анализе был выполнен только термический анализ плиты с помощью программного обеспечения ANSYS. Данное испытание было использовано для калибровки тепловой модели. Изменения температуры огнезащитной поверхности пустотной плиты измерялись в 7 различных точках, во время реального огневого испытания также в 6 дополнительных точках, контролировалась температура в пустотах плиты.

Пространственная модель была использована для термического анализа пустотной плиты. Сечение пустотной плиты было задано (рис. 1). Он был испытан на длине 1000 м с помощью численного анализа (рис. 2). В качестве проверки также была испытана модель поперечного сечения длиной 2 метра. Здесь результаты не изменились, но время выполнения модели значительно увеличилось.

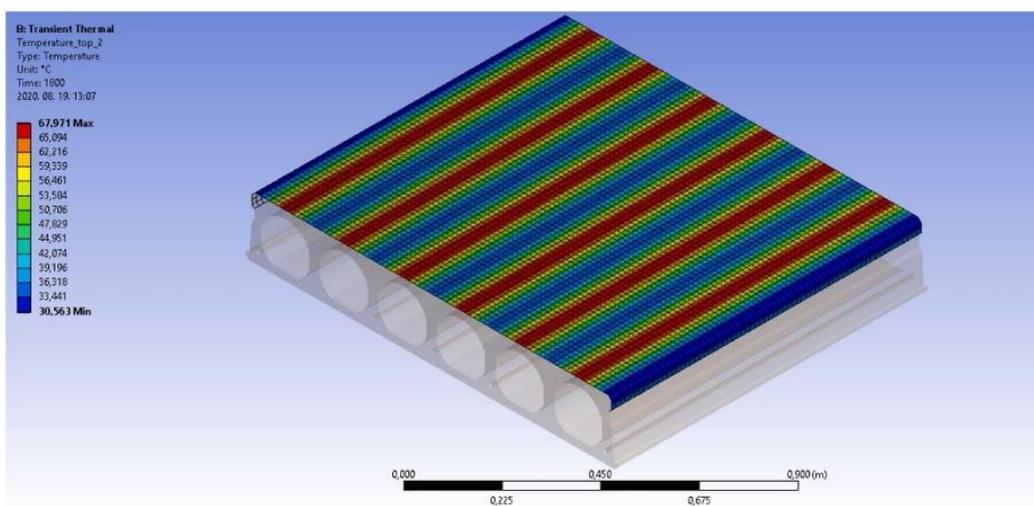


Рис. 2. Распределение температуры защищаемой поверхности плитной панели по результатам калибровки модели на 30-й минуте.

Для тепловой модели плиты приложенная тепловая нагрузка была идентичной в нижней части плиты (рис. 3) к кривой пожароопасности в помещениях [1]. В качестве экспериментального проекта стороны плиты считались изолированными, и в них не происходило рассеивания тепла.

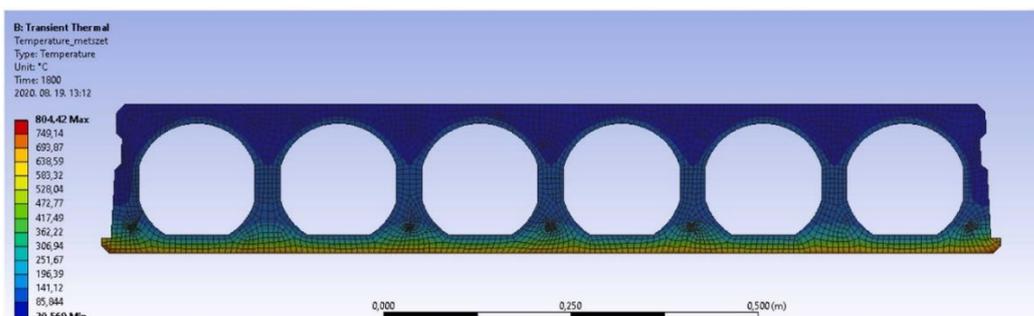


Рис. 3. Распределение температуры поперечного сечения плиты по результатам калиброванной модели на 30-й минуте.

Тепло смогло рассеиваться от бетонной плиты с защищенной от огня стороны (рис. 2). Предполагалось тепловое излучение между поверхностями в пустотах элемента, дополненное теплом из-за трещин (рис. 3). Поскольку геометрия, характер тепловой нагрузки, тепловые параметры и граничные условия были учтены в модели, целью калибровки модели было определение избыточной тепловой нагрузки.

К стальным и бетонным элементам в модели было применено другое разрешение сетки. Для стальных элементов использовалась квадратная сетка, длина кромки которой составляла 4 мм, в то время как квадратная сетка для бетонных элементов имела длину кромки 15 мм с автоматическим уплотнением сетки вокруг арматуры. На бетонном элементе также был проведен тест на чувствительность сетки. При меньших размерах сетки результаты не менялись, но время вычислений значительно увеличивалось. Это подтвердило правильность выбранного размера элемента и дало точное решение.

Численные тепловые модели показывают эффект растрескивания в пустотных плитах из-за пожарной нагрузки. С их помощью можно определить температуру стальной арматуры и снижение ее несущей способности, а также температуру бетонной конструкции в данный момент. Предположение численных моделей заключается в том, что при растрескивании воздух со стороны пожара поступает в пустоты, передавая всю пожарную нагрузку на стенку полости.

Результаты показывают, что толщина стенки между полостями не оказывает влияния на изменение максимальной температуры защищаемой стороны в исследуемом 30-минутном диапазоне, а минимальная температура снижается. Это связано с тем, что максимальные температуры возникают над пустотами, в то время как зоны минимальных температур находятся над полотнами. В результате, увеличивая толщину полотна, более холодная зона «растягивается». Это явление хорошо видно на рис.3, который иллюстрирует распределение температуры поперечного сечения толщиной 54 мм на 30-й минуте.

**Заключение.** В ходе исследований были изучены возможности и методы повышения огнестойкости пустотных плит перекрытия. В результате проведенных исследований мы пришли к следующим выводам:

1. Конструкция чувствительна к выбору заполнителя, поэтому перед испытаниями крупноэлементных материалов целесообразно провести испытания на огнестойкость заполнителя и применяемой бетонной смеси.

2. Предел огнестойкости этой опоры не может быть решен только путем изменения состава бетона, поэтому мы предлагаем изменить геометрию.

## Список литературы

1. СП 468.1325800.2019 Бетонные и железобетонные конструкции. Правила обеспечения огнестойкости и огнесохранности.
2. Курочкина В.А. Сравнительный экспериментальный анализ огнестойкости строительных конструкций / В.А. Курочкина, С.Н. Холодова // Актуальные проблемы науки и техники. 2024 : матер. Всерос. (национальной) науч.-практ. конф. – 2024. – С. 164-165.

УДК 51-74:510.22:519.6: 539.3

## НЕЧЕТКО-МНОЖЕСТВЕННЫЕ ОЦЕНКИ РАЗБРОСОВ ЭНДОГЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ В МОДЕЛИ ВОЛНОВОГО ТЕРМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ВНЕЗАПНО НАГРЕВАЕМОГО ВЯЗКОУПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ТЕПЛОЙ ПАМЯТЬЮ

*Малютина Т.П.*<sup>1</sup>, канд. техн. наук, доц.,  
*Номбре С.Б.*<sup>1</sup>, канд. физ.-мат. наук, доц.,  
*Полянский Д.Д.*<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,  
г. Макеевка, ДНР, РФ  
*s.v.storozhev@donnasa.ru*

**Введение.** Актуальные для фундаментальных исследований и имеющие самый широкий круг высокотехнологичных приложений модели температурного деформирования упругих тел и разнотипных конструктивных элементов относятся к числу моделей механики деформируемой среды с крайне высокой мерой параметрической неопределенности, которая обусловлена разбросами данных экспериментальных замеров и неоднозначными субъективными экспертными оценками значений исходных физико-механических и геометрических характеристик, а также оговариваемыми проектными технологическими допусками варьирования для их величин. В возникающих зачастую ситуациях отсутствия статистически корректной информации о характере и величинах указанных разбросов, эффективным способом учета параметрической неопределенности в моделях такого типа является применение методов теории нечетких множеств [1–3]. Распространение этого подхода на гиперболическую модель термического деформирования внезапно нагреваемого изотропного вязкоупругого полупространства с тепловой памятью [4] является задачей данного исследования.

**Расчетные соотношения модели в детерминистической постановке.** Исследуемой моделью в детерминистическом варианте

является рассматриваемая в [4] гиперболическая расчетная модель для определения скоростей и величин разрывов на фронтах волн температурных напряжений, генерируемых в изотропном вязкоупругом полупространстве  $z \geq 0$  с тепловой памятью при внезапном нагреве равномерно распределенным тепловым потоком интенсивности  $q_0$  по свободной от внешней нагрузки граничной поверхности  $z = 0$ . Реологические деформационные свойства материала полупространства с параметром удельной теплоемкости при постоянном объеме  $c_9$  и параметром теплопроводности  $\alpha_T$ , описываются [4] соотношениями

$$\begin{aligned} a(t) &= \mu_0 \exp(-\varepsilon t), \\ b(t) &= \lambda_0 \exp(-\varepsilon t), \end{aligned} \quad (1)$$

а функции релаксации теплового потока и внутренней энергии для малых времен  $t$  соответственно имеют вид

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \alpha_0 + \alpha_1 t + o(t^2), \\ \alpha_0 &= \alpha(0), \quad \alpha_1 = \alpha'(0); \\ \beta(t) &= \beta_0 + \beta_1 t + o(t^2), \\ \beta_0 &= \beta(0), \quad \beta_1 = \beta'(0). \end{aligned} \quad (2)$$

К числу основных получаемых на основе численно-аналитического исследования модели представлений для эндогенных параметров относятся выражения для скоростей волн температурных напряжений

$$\begin{aligned} c_{1q} &= F_1(\lambda_0, \mu_0, \rho) = ((\lambda_0 + 2\mu_0) / \rho)^{1/2}, \\ c_{2q} &= F_2(\alpha_0, c_9) = (\alpha_0 / c_9)^{1/2}, \end{aligned} \quad (3)$$

и величины скачков на фронтах волн с этими скоростями

$$\begin{aligned} [\sigma_{zz}]_{t=z/c_{1q}} &= \Phi_1(z, q_0, \lambda_0, \mu_0, \alpha_T, c_9, \rho, \varepsilon, \alpha_0) = \\ &= q_0 \Delta_0 c_{1q}^{-2} (c_{2q} c_9 (c_{2q}^{-2} - c_{1q}^{-2})^{-1}) \exp(-\varepsilon z / (2c_{1q})), \\ [\sigma_{zz}]_{t=z/c_{2q}} &= \Phi_2(z, q_0, \lambda_0, \mu_0, \alpha_T, c_9, \rho, \alpha_0, \alpha_1, \beta_0) = \\ &= q_0 \Delta_0 c_{1q}^{-2} (c_{2q} c_9 (c_{2q}^{-2} - c_{1q}^{-2})^{-1}) \exp(-\xi^- z / (2c_{2q})), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= \alpha_T (3\lambda_0 + 2\mu_0), \\ \xi^- &= \beta_0 / c_9 - \alpha_1 / \alpha_0. \end{aligned} \quad (5)$$

**Нечетко-множественный алгоритм учета неконтрастности исходных параметров.** Нечетко-множественные обобщения расчетных соотношений (3), (4), позволяющие учитывать факторы неопределенности в виде разбросов экспериментальных величин исходных характеристик  $q_0, \lambda_0, \mu_0, \alpha_T, c_9, \rho, \varepsilon, \alpha_0, \alpha_1, \beta_0$  при определении значений  $c_{1q}, c_{2q}, [\sigma_{zz}]_{t=z/c_{1q}}, [\sigma_{zz}]_{t=z/c_{2q}}$ , формируются на основе введения нечетко-

множественных расширений для промежуточных и результирующих параметров  $\tilde{q}_0, \tilde{\lambda}_0, \tilde{\mu}_0, \tilde{\alpha}_T, \tilde{c}_g, \tilde{p}, \tilde{\varepsilon}, \tilde{\alpha}_0, \tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_0, \tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \tilde{\Phi}_1, \tilde{\Phi}_2$ . Представлен вариант нечетко-множественного алгоритма, в котором имеющие разбросы значений исходные параметры задаются треугольными нормальными нечеткими числами в виде кортежей реперных точек  $\tilde{q}_0 = (q_{01}, q_{02}, q_{03})$ ,  $\tilde{\lambda}_0 = (\lambda_{01}, \lambda_{02}, \lambda_{03})$ ,  $\tilde{\mu}_0 = (\mu_{01}, \mu_{02}, \mu_{03})$ , ...,  $\tilde{\beta}_0 = (\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03})$ , и для исходных. промежуточных и результирующих характеристик записываются разложения по множествам  $\alpha$  – срезов

$$\begin{aligned} \tilde{q}_0 &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{q}_{0\alpha}, \bar{q}_{0\alpha}], \\ \underline{q}_{0\alpha} &= (1-\alpha)q_{01} + \alpha q_{02}, \quad \bar{q}_{0\alpha} = \alpha q_{02} + (1-\alpha)q_{03}; \\ \tilde{\lambda}_0 &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\lambda}_{0\alpha}, \bar{\lambda}_{0\alpha}], \\ \underline{\lambda}_{0\alpha} &= (1-\alpha)\lambda_{01} + \alpha\lambda_{02}, \quad \bar{\lambda}_{0\alpha} = \alpha\lambda_{02} + (1-\alpha)\lambda_{03}; \\ \tilde{\mu}_0 &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\mu}_{0\alpha}, \bar{\mu}_{0\alpha}], \\ \underline{\mu}_{0\alpha} &= (1-\alpha)\mu_{01} + \alpha\mu_{02}, \quad \bar{\mu}_{0\alpha} = \alpha\mu_{02} + (1-\alpha)\mu_{03}; \dots; \\ \tilde{\beta}_0 &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\beta}_{0\alpha}, \bar{\beta}_{0\alpha}], \\ \underline{\beta}_{0\alpha} &= (1-\alpha)\beta_{01} + \alpha\beta_{02}, \quad \bar{\beta}_{0\alpha} = \alpha\beta_{02} + (1-\alpha)\beta_{03}; \\ \tilde{F}_1 &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{F}_{1\alpha}, \bar{F}_{1\alpha}], \quad \tilde{F}_2 = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{F}_{2\alpha}, \bar{F}_{2\alpha}], \\ \tilde{\Phi}_1 &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\Phi}_{1\alpha}, \bar{\Phi}_{1\alpha}], \quad \tilde{\Phi}_2 = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\Phi}_{2\alpha}, \bar{\Phi}_{2\alpha}]. \end{aligned} \quad (6)$$

Последующими элементами разрабатываемого алгоритма являются применение модифицированной  $\alpha$  – уровневой версии эвристического принципа обобщения [1–3] при переходе к нечетко-множественным аргументам в представлениях (3), (4) с учетом ряда получаемых оценок знакоопределенности во всех областях изменения аргументов для частных производных от этих представлений:  $\partial F_1 / \partial \lambda_0 > 0$ ,  $\partial F_1 / \partial \mu_0 > 0$ ,  $\partial F_1 / \partial p < 0$ ;  $\partial F_2 / \partial \alpha_0 > 0$ ,  $\partial F_2 / \partial c_g < 0$ ;  $\partial \Phi_1 / \partial q_0 > 0$ ,  $\partial \Phi_1 / \partial \alpha_T > 0$ ,  $\partial \Phi_1 / \partial \varepsilon < 0$ ;  $\partial \Phi_2 / \partial q_0 > 0$ ,  $\partial \Phi_2 / \partial \alpha_T > 0$ ,  $\partial \Phi_2 / \partial \alpha_1 > 0$ ,  $\partial \Phi_2 / \partial \beta_0 < 0$ . В результате для элементов представлений нечетко-множественных эндогенных характеристик (7) записываются выражения, которых позволяет решить задачу учета разбросов значений исходных параметров модели при предпроектном моделировании:

$$\underline{F}_{1\alpha} = F_1(\underline{\lambda}_{0\alpha}, \underline{\mu}_{0\alpha}, \bar{p}_\alpha), \quad \bar{F}_{1\alpha} = F_1(\bar{\lambda}_{0\alpha}, \bar{\mu}_{0\alpha}, \underline{p}_\alpha);$$

$$\begin{aligned}
\underline{F}_{2\alpha} &= F_2(\underline{\alpha}_{0\alpha}, \bar{c}_{g\alpha}), \quad \bar{F}_{2\alpha} = F_2(\bar{\alpha}_{0\alpha}, \underline{c}_{g\alpha}); \\
\underline{\Phi}_{1\alpha} &= \inf_{\substack{\rho \in [\underline{\rho}_\alpha, \bar{\rho}_\alpha] \\ c_g \in [\underline{c}_{g\alpha}, \bar{c}_{g\alpha}] \\ \lambda_0 \in [\underline{\lambda}_{0\alpha}, \bar{\lambda}_{0\alpha}] \\ \mu_0 \in [\underline{\mu}_{0\alpha}, \bar{\mu}_{0\alpha}] \\ \alpha_0 \in [\underline{\alpha}_{0\alpha}, \bar{\alpha}_{0\alpha}]} \Phi_1(z, \underline{q}_{0\alpha}, \lambda_0, \mu_0, \underline{\alpha}_{T\alpha}, c_g, \rho, \bar{\varepsilon}_\alpha, \alpha_0), \\
\bar{\Phi}_{1\alpha} &= \sup_{\substack{\rho \in [\underline{\rho}_\alpha, \bar{\rho}_\alpha] \\ c_g \in [\underline{c}_{g\alpha}, \bar{c}_{g\alpha}] \\ \lambda_0 \in [\underline{\lambda}_{0\alpha}, \bar{\lambda}_{0\alpha}] \\ \mu_0 \in [\underline{\mu}_{0\alpha}, \bar{\mu}_{0\alpha}] \\ \alpha_0 \in [\underline{\alpha}_{0\alpha}, \bar{\alpha}_{0\alpha}]} \Phi_1(z, \bar{q}_{0\alpha}, \lambda_0, \mu_0, \bar{\alpha}_{T\alpha}, c_g, \rho, \underline{\varepsilon}_\alpha, \alpha_0); \\
\underline{\Phi}_{2\alpha} &= \inf_{\substack{\rho \in [\underline{\rho}_\alpha, \bar{\rho}_\alpha] \\ c_g \in [\underline{c}_{g\alpha}, \bar{c}_{g\alpha}] \\ \lambda_0 \in [\underline{\lambda}_{0\alpha}, \bar{\lambda}_{0\alpha}] \\ \mu_0 \in [\underline{\mu}_{0\alpha}, \bar{\mu}_{0\alpha}] \\ \alpha_0 \in [\underline{\alpha}_{0\alpha}, \bar{\alpha}_{0\alpha}]} \Phi_2(z, \underline{q}_{0\alpha}, \lambda_0, \mu_0, \underline{\alpha}_{T\alpha}, c_g, \rho, \alpha_0, \underline{\alpha}_{\alpha 1}, \bar{\beta}_{0\alpha}), \\
\bar{\Phi}_{2\alpha} &= \sup_{\substack{\rho \in [\underline{\rho}_\alpha, \bar{\rho}_\alpha] \\ c_g \in [\underline{c}_{g\alpha}, \bar{c}_{g\alpha}] \\ \lambda_0 \in [\underline{\lambda}_{0\alpha}, \bar{\lambda}_{0\alpha}] \\ \mu_0 \in [\underline{\mu}_{0\alpha}, \bar{\mu}_{0\alpha}] \\ \alpha_0 \in [\underline{\alpha}_{0\alpha}, \bar{\alpha}_{0\alpha}]} \Phi_2(z, \bar{q}_{0\alpha}, \lambda_0, \mu_0, \bar{\alpha}_{T\alpha}, c_g, \rho, \alpha_0, \bar{\alpha}_{\alpha 1}, \underline{\beta}_{0\alpha}).
\end{aligned}$$

**Информация о финансовой поддержке:** *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (№ госрегистрации 124012400354-0).*

### Список литературы

1. Нгуен, Куок Ши. Исследование моделей высокотемпературной термостабилизации с нечеткими параметрами / Нгуен Куок Ши, Чан Ба Ле Хоанг, С.В. Сторожев. – Yelm: Science Book Publishing House, 2019. – 216 с.
2. Hanss M. Applied Fuzzy Arithmetic. An introduction with Engineering Application / M. Hanss. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. – 253 p.
3. Номбре С.Б. Анализ неконтрастной модели осесимметричного термонапряженного состояния полого цилиндра / С.Б. Номбре, Д.Д. Полянский, С.В. Сторожев, Чан Ба Ле Хоанг // Журн. теорет. и прикладной механики. – 2022. – № 4 (81). – С. 63–76.
4. Шашков А.Г. Волновые явления теплопроводности: Системно-структурный подход / А.Г. Шашков, В.А. Бубнов, С.Ю. Яновский. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 296 с.

## БАЗИСНЫЕ РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧЕ О РАСПРОСТРАНЕНИИ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН В ПРОТЯЖЕННЫХ РАДИАЛЬНО НЕОДНОРОДНЫХ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРАХ СЕКТОРНОГО СЕЧЕНИЯ

*Мельничук Н.Ю.*<sup>1</sup>, ORCID 0009-0005-3618-431X,

*Дзундза А.И.*<sup>1</sup>, д-р пед. наук, проф., ORCID 0000-0003-1950-3735,

*Моисеенко И.А.*<sup>1</sup>, д-р физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0001-9115-7801,

*Моисеенко В.А.*<sup>2</sup>, канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0002-8576-7272

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Донецкая национальная академия строительства и архитектуры»,

г. Макеевка, ДНР, РФ

*miamia733@mail.ru*

**Цель работы.** Повышенный интерес в настоящее время к функционально-градиентным материалам связан с различными аспектами их применения. Это факт инициирует разработку новых теоретических подходов к анализу математических моделей, описывающих, например, волновые процессы в объектах из таких материалов, включая задачи исследования свойств нормальных упругих волн в цилиндрических телах из таких материалов с варьируемыми геометрией и физико-механическими свойствами. Одним из направлений анализа указанного класса задач является поиск возможностей целенаправленного изменения структуры спектра, имеющих новые приложения в ультразвуковой дефектоскопии и акустоэлектронике. Проведение глубоких теоретических исследований в этой области предполагает, как правило, построение новых аналитических решений для соответствующих математических моделей.

Соответственно, целью данной работы является построение новых базисных решений для задачи исследования свойств распространяющихся нормальных волн в радиально неоднородных трансверсально-изотропных цилиндрах секторного сечения со специальным граничным условием на поверхности секторного выреза. При этом используется предложенная в работе [1] шестифакторная модель радиальной неоднородности физико-механических характеристик трансверсально-изотропного материала.

**Постановка задачи.** Рассматривается трансверсально-изотропный радиально неоднородный

$$c_s(r) = C_* \tilde{c}_s(r) \quad (s = 11, 12, 13, 33, 44), \quad \rho(r) = \rho_* \tilde{\rho}(r) \quad (r \in [0, 1]) \quad (1)$$

цилиндрический волновод секторного поперечного сечения, занимающий в безразмерной цилиндрической системе координат  $Or\theta z$  область

$$V = \{r \in [0, 1], \theta \in [-\alpha, \alpha], z \in (-\infty, \infty)\} \quad (0 < \alpha < \pi). \quad (2)$$

Полагается, что произвольные, в пределах допустимости варьирования значений физико-механических характеристик, функциональные законы

$$\tilde{c}_s = \tilde{c}_s(r) > 0 \quad (s = 11, 12, 13, 33, 44), \quad \tilde{\rho} = \tilde{\rho}(r) > 0 \quad (r \in [0, \delta)) \quad (3)$$

относятся к классу  $C^2[0, \delta)$ . Рассматривается пространственная линейная математическая модель волновой динамики применительно к задаче исследования свойств распространяющихся вдоль оси  $Oz$  с круговой частотой  $\omega$ , продольным волновым числом  $k$  ( $k \in \mathbb{C}$ ) и окружным волновым числом  $\tau$  ( $\tau \in \mathbb{R}$ ) нормальных волн. В результате применения метода разделения переменных уравнения модели получают такой вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(r, \theta, z, t) &= \exp(-i\omega t + ikz) \mathbf{P}_U \mathbf{T}_U^{(\tau)}(\theta) \tilde{\mathbf{U}}^{(\tau)}(r), \\ \mathbf{\Sigma}(r, \theta, z, t) &= \exp(-i\omega t + ikz) \mathbf{P}_\Sigma \mathbf{T}_\Sigma^{(\tau)}(\theta) \tilde{\mathbf{\Sigma}}^{(\tau)}(r); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{\Sigma}}^{(\tau)}(r) = \tilde{\mathbf{G}}(r) \tilde{\mathbf{M}}^{(\tau)}(r) \tilde{\mathbf{U}}^{(\tau)}(r); \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{D}}^{(\tau)}(r) \tilde{\mathbf{U}}^{(\tau)}(r) = \mathbf{O} \quad (r \in [0, \delta)). \quad (6)$$

Математическая модель (4) – (6) дополняется граничными условиями:

- на участках секторного выреза рассматриваются условия, моделирующие нанесение абсолютно гибкого микропанцирного покрытия

$$\left[ u_r(r, \theta, z, t), u_z(r, \theta, z, t), \sigma_{\theta\theta}(r, \theta, z, t) \right]_{\{r \in [0, 1], \theta = \pm\alpha, z \in (-\infty, \infty)\}}^T = \mathbf{O}, \quad (7)$$

- на цилиндрическом участке рассматриваются классические граничные условия свободной либо жестко закрепленной поверхности.

В соотношениях (4)  $\mathbf{T}_U^{(\tau)}(\theta)$  и  $\mathbf{T}_\Sigma^{(\tau)}(\theta)$  – вещественные диагональные матрицы с отличными от нуля элементами

$$\begin{aligned} \left[ \mathbf{T}_U^{(\tau)}(\theta) \right]_{1,1} &= \left[ \mathbf{T}_U^{(\tau)}(\theta) \right]_{3,3} = \left[ \mathbf{T}_\Sigma^{(\tau)}(\theta) \right]_{j,j} = \cos(\tau\theta + \beta) \quad (j = 1, 2, 3, 5), \\ \left[ \mathbf{T}_U^{(\tau)}(\theta) \right]_{2,2} &= \left[ \mathbf{T}_\Sigma^{(\tau)}(\theta) \right]_{j,j} = \sin(\tau\theta + \beta) \quad (j = 4, 6). \end{aligned} \quad (8)$$

Остальные обозначения определены в работе [1]. В соотношениях (8)  $\beta$  – параметр, задающий тип волновых движений, а именно:

- при  $\beta = 0$  рассматриваются условно симметричные волны

$$u_s(r, -\theta, z, t) = u_s(r, \theta, z, t) \quad (s = r, z), \quad u_\theta(r, -\theta, z, t) = -u_\theta(r, \theta, z, t),$$

- при  $\beta = \pi/2$  рассматриваются условно антисимметричные волны

$$u_s(r, -\theta, z, t) = -u_s(r, \theta, z, t) \quad (s = r, z), \quad u_\theta(r, -\theta, z, t) = u_\theta(r, \theta, z, t);$$

$\tau$  – окружное волновое число, значения которого определяются из спектральной подзадачи (4), (7) так:

$$\tau = \tau_n = \begin{cases} (n - 1/2)\pi/\alpha & \text{если } \beta = 0 \\ n\pi/\alpha & \text{если } \beta = \pi/2 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}). \quad (9)$$

**Базисные решения.** Базисные решения уравнения (6) строятся с использованием подхода, описанного в работе [1]. Вводится в рассмотрение декартова система координат  $Ox_1x_2$  и формально полагается, что неотрицательная часть полуоси  $Ox_1$  совпадает с осью  $Or$ . На плоскости комплексной переменной  $\xi = x_1 + ix_2$  вводятся три альтернативных варианта модели радиальной неоднородности материала волновода, записанные через произвольные, аналитические в области  $|\xi| < \delta$  функции  $\varphi = \varphi(\xi)$  и  $\psi_s = \psi_s(\xi)$  ( $s = \overline{1,5}$ ). На основании указанных моделей неоднородности рассматриваются альтернативные варианты аналитического продолжения на плоскость комплексной переменной  $\xi$  дифференциального оператора  $\tilde{\mathbf{D}}^{(\tau)}(r)$  в оператор  $\hat{\mathbf{D}}^{(\tau)}(\xi)$  с элементами

$$\begin{aligned} \left[ \hat{\mathbf{D}}^{(\tau)}(\xi) \right]_{j,j} &= \xi^2 d_\xi^2 + \hat{f}_{jj}^{(1)} \xi d_\xi + \hat{f}_{jj}^{(2)} \quad (j = \overline{1,3}), \\ \left[ \hat{\mathbf{D}}^{(\tau)}(\xi) \right]_{n,m} &= \hat{f}_{nm}^{(1)} \xi d_\xi + \hat{f}_{nm}^{(2)} \quad (n, m = 1, 2; 2, 1; 1, 3; 3, 1; 2, 3; 3, 2), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $d_\xi = d/d\xi$ . Для каждого варианта модели неоднородности в работе [1] определены входящие в соотношения (10) функции  $\hat{f}_{nm}^{(j)}(\xi)$ , сформулированы достаточные условия их аналитичности в области  $|\xi| < \delta$ , определены границы допустимых значений параметра  $\delta$  ( $\delta > 1$ ). При выполнении указанных условий уравнения

$$\hat{\mathbf{D}}^{(\tau)}(\xi) \hat{\mathbf{U}}^{(\tau)}(\xi) = \mathbf{O} \quad (|\xi| < \delta) \quad (11)$$

имеют аналитические в области  $|\xi| < \delta$  решения [2,3]. Построен набор из трех линейно независимых частных решений уравнений (13) вида

$$\hat{\mathbf{U}}^{(\tau, part, q)}(\xi) = \left[ \hat{u}_r^{(\tau, part, q)}(\xi), \hat{u}_\theta^{(\tau, part, q)}(\xi), \hat{u}_z^{(\tau, part, q)}(\xi) \right]^T \quad (q = \overline{1,3}) \quad (12)$$

с аналитическими в области  $|\xi| < \delta$  элементами

$$\hat{u}_s^{(\tau, part, q)}(\xi) = \xi^{\eta_q + \kappa_s} \sum_{n=0}^{\infty} d_n^{(s, q)} \xi^n \quad (s = r, \theta, z; q = \overline{1,3}). \quad (13)$$

Базисное решение уравнения (11) записывается в матричном виде так:

$$\hat{\mathbf{U}}^{(\tau, basic)}(\xi) = \left[ \hat{\mathbf{U}}^{(\tau, part, 1)}(\xi), \hat{\mathbf{U}}^{(\tau, part, 2)}(\xi), \hat{\mathbf{U}}^{(\tau, part, 3)}(\xi) \right]. \quad (14)$$

**Информация о финансовой поддержке:** Исследования проводились по теме государственного задания в ФГБОУ ВО «ДонГУ» (№ госрегистрации 124012400354-0).

## Список литературы

1. Моисеенко И.А. Исследование свойств неосесимметричных волн в протяженных цилиндрах на основе шестифакторной модели радиальной неоднородности трансверсально-изотропного материала / И.А. Моисеенко, Л.П. Вовк, А.И. Дзундза, Н.Ю. Мельничук // Журн. теорет. и прикладной механики. – 2023. – № 3 (84). – С. 61-81.
2. Айнс Э.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Харьков: НТИУ. – 1939. – 719 с.
3. Petrowsky I.G. Sur l'analyticité des solutions des systems d'équations différentielles // Матем. сб. – 1939. – № 5 (47). – С. 3-70.

УДК 539.3

## ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ ДЛЯ ТОНКИХ ПЛИТ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ ОТВЕРСТИЯМИ

*Мирончук А.И.*, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0007-1468-3673  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*a.i.mironchuk@yandex.ru*

**Введение.** В настоящей работе рассматривается задача линейной вязкоупругости для тонкой многосвязной анизотропной плиты с периодическим рядом эллиптических отверстий. С помощью метода малого параметра, комплексных потенциалов теории изгиба тонких плит, разложений голоморфных функций в ряды Лорана и метода наименьших квадратов задача была приведена к переопределенной системе линейных алгебраических уравнений, решаемой методом сингулярного разложения. Полученное решение позволяет определять значения изгибающих моментов и коэффициентов интенсивности моментов (КИМ) в любой момент времени. В работе представлены результаты численных исследований для изгиба плиты с периодическим рядом эллиптических отверстий, расположенных вдоль оси  $Ox$ , при воздействии моментов интенсивности  $m$  вдоль оси  $Oy$ . В ходе численных исследований проведен анализ зависимости значений и распределения изгибающих моментов от свойств материала плиты, геометрических параметров отверстий и времени от начала загрузки до достижения стационарного состояния.

**Постановка и метод решения задачи.** Рассмотрим занимающую бесконечную многосвязную область  $S$  тонкую анизотропную плиту с бесконечным периодическим рядом эллиптических отверстий с контурами  $L_l$  с полуосями  $a_l = a_0$ ,  $b_l = b_0$  ( $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) с центрами на оси  $Ox$  с началом в центре основного отверстия с контуром  $L_0$ . Контур отверстия не подвержен внешним воздействиям, на бесконечности действуют моменты интенсивности  $m$ .

Исследование вязкоупругого напряженно-деформированного состояния анализируемой плиты с применением комплексных потенциалов теории изгиба [1, 2] и малого параметра  $\lambda$  [3], сводится к нахождению комплексных потенциалов приближений  $W_{jkl}(z_k)$  ( $k=1, 2$ ) из соответствующих граничных условий на контурах.

Используя методы конформных отображений и разложения функций в ряды Лорана, для комплексных потенциалов приближений  $W'_{jkl}(z_k)$  получим выражения [3]

$$W'_{jkl}(z_k) = \Gamma_{jk} z_k + \sum_{n=1}^{\infty} a_{jkn} \psi_{kn}(z_k), \quad (1)$$

где  $\psi_{kn}(z_k) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \varphi_{kln}(z_k)$ ;  $\Gamma_{jk}$  – комплексные постоянные, которые

вычисляются путем решения известных систем [3];  $\varphi_{kln}(z_k)$  – известные функции, определяемые из конформных отображений внешности единичного круга на внешность эллипса;  $a_{jkn}$  – постоянные, определяемые из граничных условий только на одном из контуров, например, на контуре основного отверстия  $L_0$ . На остальных контурах граничные условия будут автоматически удовлетворены из-за периодичности производных комплексных потенциалов.

Для обеспечения выполнения граничных условий выберем на контуре  $L_0$  систему точек, в которых будем удовлетворять соответствующим условиям обобщенным методом наименьших квадратов. В результате для определения неизвестных постоянных  $a_{jkn}$  получим следующую систему линейных алгебраических уравнений [3]:

$$2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} g_{0ki} \delta_{k,s} \psi'_{kn}(t_{km}) a_{jkn} = \frac{df_{ji}(t_m)}{ds} - 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 g_{0ki} \delta_{k,s} \Gamma_{jk} \quad \left( m=1, M_0; i=1, 2 \right). \quad (2)$$

Для решения системы (2) будет применен метод сингулярного разложения [4]. Определение комплексных потенциалов (1) с использованием этого метода позволит рассчитать значения моментов в произвольный момент времени.

**Описание результатов численных исследований.** Проведенные исследования напряженно-деформированного состояния плиты из алюминия (материал М1) и эпоксида (М2) [3] показали, что значения моментов в плите претерпевают значительные изменения во времени. Наиболее существенные изменения наблюдаются в течение первых 50 часов после приложения нагрузки. По истечении 100 часов значения моментов практически стабилизируются, что свидетельствует о

достижении стационарного состояния. В дальнейшем будут представлены результаты расчетов для двух конкретных моментов времени: начального момента времени  $t=0$  и момента времени  $t=400$  часов от начала деформации, к которому, как предполагается, установится стационарное состояние.

Для обеспечения удовлетворения граничным условиям с достаточной степенью точности на контурах отверстий выбиралось от 100 до 200 «коллокационных точек», а в рядах Лорана использовалось от 5 до 20 членов. Количество приближений по степеням малого параметра выбиралось так, чтобы изменение значений изгибающих моментов между последовательными приближениями составляло менее 0,01 %. Для выполнения этого условия степени малого параметра оставались в диапазоне от 6 до 9.

Исследования [4] показали, что при уменьшении отношения  $b_0/a_0$  полуосей эллипсов, моделирующих трещины, значения моментов вблизи конца большой полуоси возрастают, стремясь к бесконечности. В случае вырождения эллипсов в трещины (при  $b_0/a_0 < 10^{-3}$ ), для них могут быть определены КИМ.

На рис. 1 для изгиба плиты с периодическим рядом трещин длины  $2a_0$ , расположенных вдоль оси  $Ox$ , моментами интенсивности  $m$  вдоль направления оси  $Oy$ , изображены значения КИМ  $k_{1M}^{\pm}$  ( $k_{2M}^{\pm} = 0$ ) вблизи центральной трещины для различных значений  $c/a_0$ , где  $c$  – расстояние между трещинами. При сближении трещин друг с другом значения КИМ  $k_{1M}^{\pm}$  ( $k_{2M}^{\pm} = 0$ ) для концов трещин возрастают. При этом, для такого расположения трещин и действия моментов, значения КИМ для концов трещины как и в плоской задаче от анизотропии не зависят и будут равны. Отсюда следует, что значения КИМ для концов трещины остаются постоянными и не зависят от времени. Если расстояние между трещинами больше их длины, то влияние одной трещины на напряженное состояние около другой незначительно и им можно пренебречь.

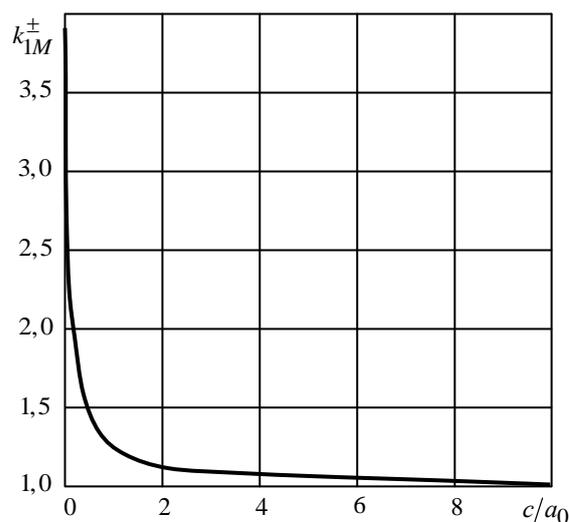


Рис. 1

**Информация о финансовой поддержке:** Исследования проводились в рамках государственного задания (номер госрегистрации 124012400354-0).

## Список литературы

1. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки / С.Г. Лехницкий.– Москва: Гостехиздат, 1957. – 463 с.
2. Калоеров С.А. Комплексные потенциалы теории изгиба многосвязных анизотропных плит / С.А. Калоеров // Теорет. и прикладная механика. – 2012. – Вып. 4 (50). – С. 113-132.
3. Калоеров С.А. Решение задачи линейной вязкоупругости для многосвязных анизотропных плит / С.А. Калоеров, А.И. Занько // Прикладная механика и техн. физика. – 2017. – Т. 58, № 2. – С. 141-151.
4. Мирончук А.И. Исследование напряженного состояния вязкоупругой плиты с периодическим рядом эллиптических отверстий // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете : тез. докл. XVIII Всерос. школы, (пос. Дивноморское, 27-31 мая 2024 г.). – Ростов-на-Дону; Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2024. – С. 70.

УДК 517.955

## ЗАДАЧА РАВНОВЕСИЯ ДВУМЕРНОГО ВЯЗКОУПРУГОГО ТЕЛА С ЖЁСТКИМ ВКЛЮЧЕНИЕМ

*Никулин А.С.*

ФГК ВОУ ВО «Военная Академия Связи им. Маршала Советского Союза  
С.М. Буденного», г. Санкт-Петербург, РФ  
*nikulin.avxentii@gmail.com*

**Введение.** Рассматривается задача о равновесии двумерного вязкоупругого тела, имеющего жесткое включение. Сформулирована дифференциальная постановка задачи. Дифференциальная постановка задачи содержит интегральное условие, которое учитывает воздействие внешних сил на жёсткую часть.

**Целью публикации** является разработка дифференциальной модели задачи о равновесии двумерного вязкоупругого тела и формулировка соответствующей теоремы.

**Основная часть.** Рассмотрим двумерное вязкоупругое тело  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ , находящееся в своем естественном недеформированном состоянии, занимающее область с гладкой границей  $\Gamma$ , где вектор  $u = (u_1, u_2)$  описывает перемещения точек данного тела.

Введем соотношения для компонентов тензоров малых деформаций и напряжений согласно специальным формулам

$$\varepsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \sigma_{ij} = a_{ijkl} \varepsilon_{kl}(u), \quad i, j = 1, 2.$$

При этом, подразумевается суммирование по повторяющимся индексам в формулах выше. Коэффициенты компонентов тензора модулей упругости

$a_{ijkl}$ ,  $i, j, k, l = 1, 2$ , обладают свойствами положительной определенности и симметрии:

$$a_{ijkl} = a_{jikl} = a_{klij},$$

$$a_{ijkl}\xi_{kl}\xi_{ij} \geq c_0|\xi|^2, \quad \xi_{ij} = \xi_{ji}, \quad c_0 = \text{const} > 0.$$

Для того, чтобы сформулировать задачи с уравнениями для описания вязкоупругой среды, введем обозначения:

$$w(t, x) = u(t, x) + \int_0^t u(\tau, x) d\tau, \quad t \in (0, T). \#(1)$$

При подстановке формулы (1) в формулы для  $\varepsilon_{ij}(w(t, x))$  получим соотношения для  $\sigma_{ij}(t, x)$  вида

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(t, x) &= a_{ijkl}(x)\varepsilon_{kl}(w(t, x)) = \\ &= a_{ijkl}(x)\varepsilon_{kl}(u(t, x)) + \int_0^t a_{ijkl}(x)\varepsilon_{kl}(u(\tau, x)) d\tau. \end{aligned}$$

Тогда, в точках тела  $x \in \Omega$  выполнено следующее

$$\sigma_{ij}(t) = a_{ijkl}\varepsilon_{kl}(t) + \int_0^t a_{ijkl}\varepsilon_{kl}(\tau) d\tau, \quad t \in (0, T),$$

и уравнения соответствуют закону для вязкоупругого состояния тела:

$$\dot{\sigma} = A\dot{\varepsilon} + A\varepsilon. \quad [1]$$

Соотношения формулы (1) будем использовать в уравнениях равновесия следующего вида:

$$-\frac{\partial \sigma_{ij}(t, x)}{\partial x_j} = f_i(t, x), \quad i = 1, 2,$$

где  $f = (f_1, f_2)$  – это вектор, который задаёт внешние нагрузки на тело, а  $\sigma_{ij}(t, x)$  находится из формул выше.

Таким образом, уравнения равновесия, применяемые совместно с законом Гука для упругого состояния, отличаются, в данной задаче компоненты тензоров деформаций и напряжений не вычисляются локально в момент времени  $t$ , а зависят от нагрузки, изменяющейся во времени [5].

Рассматриваемое вязкоупругое тело имеет жёсткое включение, заданное кривой  $\gamma \subset \Omega$ . Кривая  $\gamma$  гладкая, незамкнутая и без самопересечений. Пусть  $\nu = (\nu_1, \nu_2)$  – единичный вектор нормали к  $\gamma$  и  $\Omega_\gamma = \Omega \setminus \bar{\gamma}$ .

Понятие «жёсткое включение» описывается следующим образом. Пространство бесконечно малых жестких перемещений  $R(\gamma)$  определяется в соответствии со следующими общими соотношениями вида:

$$R(\gamma) = \{\rho = (\rho_1, \rho_2) \mid \rho(x) = Bx + C, x \in \gamma\},$$

где  $B = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = (c^1, c^2)$ ,  $b, c^1, c^2 = \text{const}$  [2]. Введем следующее пространство  $R_\gamma$ :

$R_\gamma = \{\rho \in L^2(0, T; R(\gamma)) \mid \rho(t, x) = B(t)x + C(t) \text{ на } \gamma \times (0, T)\}$ ,  
 где  $B(t)$  – кососимметричная матрица [2], с элементами, не зависящими от  $x$ :

$$B(t) = \begin{pmatrix} 0 & b(t) \\ -b(t) & 0 \end{pmatrix} \text{ и } C(t) = (c^1(t), c^2(t)).$$

Далее, рассмотрим дифференциальную постановку задачи равновесия двумерного вязкоупругого тела с жёстким включением без отслоения.

В цилиндре  $Z = \Omega \times (0, T)$  найдем функции  $u$  такие, что  $u = \rho^0$  на  $\gamma \times (0, T)$ ,  $\rho^0 \in R_\gamma$ , и одновременно в цилиндре  $Z_\gamma = \Omega_\gamma \times (0, T)$  найдем функции  $\sigma_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2$ , для которых выполняются следующие условия:

$$-\frac{\partial \sigma_{ij}(t, x)}{\partial x_j} = f_i(t, x), \quad i, j = 1, 2, \quad \text{в } Z_\gamma, \#(2)$$

$$\sigma_{ij}(t, x) = a_{ijkl}(x)\varepsilon_{kl}(w(t, x)), \quad i, j = 1, 2, \quad \text{в } Z, \#(3)$$

$$u(t, x) = 0 \text{ на } \Gamma \times (0, T), \#(4)$$

$$\int_\gamma [\sigma_{ij}(t, x)v_j] \bar{\rho}_i(x) d\gamma = 0, \quad \bar{\rho} \in R(\gamma), \quad \text{при п. в. } t \in (0, T). [3] \#(5)$$

Уравнение (2) есть уравнение равновесия при данных внешних нагрузках  $f$ . Соотношения из (3) – это уравнения, которые описывают вязкоупругое состояние тела. В уравнениях компоненты тензоров  $\sigma$  и  $\varepsilon$  зависят от  $w$ , т.е. содержат интегралы вида  $\int_0^t u(\tau, x) d\tau$ . Краевое условие (4) задает закрепление тела на границе. Условие (5) учитывает вектор сил на поверхности на кривой жёсткого включения.

Теперь рассмотрим билинейную форму следующего вида

$$b(u, \bar{u}) = \int_\Omega a_{ijkl}\varepsilon_{kl}(u)\varepsilon_{ij}(\bar{u})d\Omega$$

и функциональное пространство  $H_\gamma$

$$H_\gamma = \{v = (v_1, v_2) \in L^2(0, T; H^1(\Omega)) \mid v = 0 \text{ на } \Gamma \times (0, T), \rho \in R_\gamma\}.$$

Введем линейный оператор  $\Lambda: H_\gamma \rightarrow V$  такой что

$$(\Lambda u, \bar{u}) = \int_0^T b(w, \bar{u}) dt, \quad \bar{u} \in H_\gamma.$$

**Теорема 1.** Пусть  $f(t, x) \in H^1(0, T; L^2(\Omega))$ ,  $a_{ijkl}(x) \in L^\infty(\Omega)$ ,  $i, j, k, l = 1, 2$ . Тогда задача (2)-(5) имеет единственное решение  $u(t, x) \in H_\gamma$ ,  $\sigma_{ij}(t, x) \in L^2(Q_\gamma)$  такое, что  $u_t(t, x) \in L^2(0, T; H^1(\Omega))$  [4].

**Заключение.** Была рассмотрена постановка задачи о равновесии двумерного вязкоупругого тела, имеющего жесткое включение. Сформулирована теорема существования и единственности решения задачи.

#### Список литературы

1. Khludnev A.M. On equilibrium problem for a plate having a crack under the creep condition // Control Cybernetics. – 1996. – Vol. 5, No 25. – P. 1015–1030.

2. Lazarev N.P. Signorini-Type Problems over Non-Convex Sets for Composite Bodies Contacting by Sharp Edges of Rigid Inclusions / N.P. Lazarev, V.A. Kovtunencko // Mathematics. – 2022. – No. 10. – P. 2-250.
3. Намм Р.В. Решение контактной задачи теории упругости с жестким включением / Р.В. Намм, Г.И. Цой // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 2019. – № 4 (59). – С. 699–706.
4. Фикера Г. Теоремы существования в теории упругости / Г. Фикера. – М.: Мир, 1974. – 159 с.
5. Хлуднев А.М. Контактные задачи для упругих тел с жесткими включениями. – 2012. – 284 с.

УДК 51-74:510.22:519.6: 539.3

## **НЕЧЕТКО-МНОЖЕСТВЕННАЯ МЕТОДИКА УЧЕТА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИСХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ В МОДЕЛИ АНАЛИЗА ТЕРМОУПРУГИХ ПОТЕРЬ ПРИ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ТОНКОСТЕННЫХ ПЛАСТИНЧАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

*Павлыш В.Н.*<sup>1</sup>, д-р техн. наук, проф.,

*Полянский Д.Д.*<sup>2</sup>,

*Сторожев С.В.*<sup>3</sup>, д-р техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-4198-3491

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,  
г. Макеевка, ДНР, РФ

<sup>3</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*s.v.storozhev@donnasa.ru*

**Актуальность и цели исследования.** Использование результатов исследования математических моделей динамического термоупругого деформирования тонкостенных конструкционных элементов является важным актуальным элементом в решении задач проектирования многих объектов современной техники, машин, приборов и строительных сооружений [1]. Результаты исследований по данной проблематике востребованы также в акустоэлектронике и в технологиях неразрушающей ультразвуковой диагностики, в том числе при конструировании содержащих пьезокерамические актюаторы и датчики механических резонаторов [2, 3], в отношении которых ставятся задачи снижения влияния диссипативных процессов. В этой связи по рассматриваемой проблематике реализованы исследования, связанные с численно-аналитическим анализом математических моделей определения температурных потерь при изгибных колебаниях тонкостенных пластинчатых элементов, в том числе изгибным колебаниям в тонких слоях, соединяющих пьезокерамические элементы с подложкой в конструкциях резонаторов [4]. Вместе с тем, практическая

значимость результатов реализации расчетных алгоритмов для моделей данного типа в высокой мере связана с вопросами учета при исследовании существенной меры их параметрической неопределенности и разработки подходов к учету массивов данных о разбросах значений совокупности исходных параметров, получаемых экспертным и опытным экспериментальным путем, вводимых в рассмотрение с технологическими допусками и, как правило, не образующих частотные выборки корректной статистической природы. В этом случае, как показывает ряд опубликованных исследований [5], эффективным подходом к учету факторов количественной параметрической неопределенности исходных характеристик рассматриваемых моделей является применение расчетных методов теории нечетких множеств. В данном контексте, целью представляемого в настоящей работе исследования является разработка нечетко-множественной методики учета количественной неопределенности исходных физико-механических параметров при анализе модели расчета температурных потерь в процессе демпфирования изгибных колебаний тонкостенного пластинчатого элемента, базирующейся на переходе к имеющим нечетко-множественное описание неконтрастным аргументам в расчетных соотношениях детерминистической версии соответствующей модели.

#### **Соотношения детерминистического варианта расчетной модели.**

В качестве обобщаемого варианта модели расчета параметра термоупругих потерь энергии упругих колебаний рассматривается расчетная модель для удельной величины параметра термоупругого демпфирования колебаний в совершающей изгибные колебания тонкой изотропной пластине, интерпретируемой как тонкий упругий слой-пластина из клея или припоя, соединяющая пьезоэлемент с подложкой в конструкции механического резонатора.

Представленное в [4] выражение для характеристики  $\xi_T$  удельных термоупругих потерь в совершающей изгибные колебания пластине имеет вид

$$\xi_T = \Phi(E, \kappa, \rho, h, \alpha_T, C_\rho, T, \omega) = \alpha_T^2 ET \omega \gamma / (\rho C_\rho (1 + \omega^2 \gamma^2)), \quad (1)$$

$$\gamma = \rho C_\rho h^2 / (\pi^2 \kappa),$$

где  $E$  – модуль Юнга,  $\kappa$  – удельная теплопроводность и  $\rho$  – плотность материала пластины;  $h$  – параметр толщины пластины;  $\alpha_T$  – коэффициент линейного теплового расширения;  $C_\rho$  – удельная теплоемкость материала пластины;  $T$  – температура;  $\omega$  – циклическая частота изгибных колебаний.

**Нечетко-множественный алгоритм оценки влияния разбросов значений исходных параметров.** Получение нечетко-множественного обобщения для расчетного соотношения (1), позволяющее учитывать влияние разбросов значений исходных характеристик модели, в качестве

первого этапа предполагает введение нечетко-множественных расширений  $\tilde{E}$ ,  $\tilde{\kappa}$ ,  $\tilde{\rho}$ ,  $\tilde{h}$ ,  $\tilde{\alpha}_T$ ,  $\tilde{C}_\rho$ ,  $\tilde{T}$ ,  $\tilde{\omega}$  для ее неконтрастных исходных параметров, а также для результирующего параметра  $\tilde{\xi}_T$ . В представляемом варианте нечетко-множественного алгоритма исходные параметры с разбросами значений описываются нормальными треугольными нечеткими числами, представляемыми кортежами реперных значений и разложениями по множествам  $\alpha$  – уровня

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= (E_1, E_2, E_3), \quad \tilde{E} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{E}_\alpha, \bar{E}_\alpha], \\ \underline{E}_\alpha &= (1-\alpha)E_1 + \alpha E_2, \quad \bar{E}_\alpha = \alpha E_2 + (1-\alpha)E_3; \\ \tilde{\kappa} &= (\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3), \quad \tilde{\kappa} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\kappa}_\alpha, \bar{\kappa}_\alpha], \\ \underline{\kappa}_\alpha &= (1-\alpha)\kappa_1 + \alpha \kappa_2, \quad \bar{\kappa}_\alpha = \alpha \kappa_2 + (1-\alpha)\kappa_3; \\ \tilde{\rho} &= (\rho_1, \rho_2, \rho_3), \quad \tilde{\rho} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\rho}_\alpha, \bar{\rho}_\alpha], \\ \underline{E}_\alpha &= (1-\alpha)E_1 + \alpha E_2, \quad \bar{E}_\alpha = \alpha E_2 + (1-\alpha)E_3; \dots; \\ \tilde{\omega} &= (\omega_1, \omega_2, \omega_3), \quad \tilde{\omega} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\omega}_\alpha, \bar{\omega}_\alpha], \\ \underline{\omega}_\alpha &= (1-\alpha)\omega_1 + \alpha \omega_2, \quad \bar{\omega}_\alpha = \alpha \omega_2 + (1-\alpha)\omega_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Результирующий нечетко-множественный параметр  $\tilde{\xi}_T$  также представляется разложением по множествам  $\alpha$  – уровня

$$\tilde{\xi}_T = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\xi}_{T\alpha}, \bar{\xi}_{T\alpha}] \quad (3)$$

На основе применения модифицированной  $\alpha$  – уровневой версии эвристического принципа обобщения [5] и с учетом устанавливаемого свойства знакоопределенности в области совокупного изменения аргументов для частных производных

$$\partial\Phi / \partial E > 0, \quad \partial\Phi / \partial T > 0, \quad \partial\Phi / \partial \alpha_T > 0,$$

записывается итоговое расчетное представление для нечетко-множественной характеристики  $\tilde{\xi}_T$

$$\underline{\xi}_{T\alpha} = \inf_{\substack{\kappa \in [\underline{\kappa}_\alpha, \bar{\kappa}_\alpha] \\ \rho \in [\underline{\rho}_\alpha, \bar{\rho}_\alpha] \\ h \in [\underline{h}_\alpha, \bar{h}_\alpha] \\ C_\rho \in [\underline{C}_{\rho\alpha}, \bar{C}_{\rho\alpha}] \\ \omega \in [\underline{\omega}_\alpha, \bar{\omega}_\alpha]}} \Phi(\underline{E}_\alpha, \kappa, \rho, h, \underline{\alpha}_{T\alpha}, C_\rho, \underline{T}_\alpha, \omega), \quad (4)$$

$$\bar{\xi}_{T\alpha} = \sup_{\substack{\kappa \in [\underline{\kappa}_\alpha, \overline{\kappa}_\alpha] \\ \rho \in [\underline{\rho}_\alpha, \overline{\rho}_\alpha] \\ h \in [\underline{h}_\alpha, \overline{h}_\alpha] \\ C_\rho \in [\underline{C}_{\rho\alpha}, \overline{C}_{\rho\alpha}] \\ \omega \in [\underline{\omega}_\alpha, \overline{\omega}_\alpha]}} \Phi(\bar{E}_\alpha, \kappa, \rho, h, \bar{\alpha}_{T\alpha}, C_\rho, \bar{T}_\alpha, \omega).$$

С применением полученных расчетных соотношений (4) реализован ряд вычислительных экспериментов, учитывающих порядки разбросов значений параметров, использованных в расчетной части работы [4], и позволяющих оценить разбросы для рекомендуемой толщины соединительного слоя пьезоэлемента и подложки, обеспечивающей снижение потерь в конструкции резонатора.

**Информация о финансовой поддержке:** *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (№ госрегистрации 124012400354-0).*

#### Список литературы

1. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости / В. Новацкий. – М.: Мир, 1970. – 256 с.
2. Маслов А.А. Волновые твердотельные гироскопы (обзор публикаций) / А.А. Маслов, Д.А. Маслов, И.Г. Ниналалов, И.В. Меркурьев // Гироскопия и навигация. – 2023. – Т. 31, № 1. – С. 3-25.
3. Распопов В.Я. Волновой твердотельный гироскоп с металлическим резонатором / В.Я. Распопов, И.А. Волчихин, А.В. Ладонкин, В.В. Лихошерст, В.В. Матвеев. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2018. – 189 с.
4. Лунин Б.С. Диссипация энергии колебаний в соединении пьезокерамика-подложка / Б.С. Лунин, М.А. Басараб // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2024. – № 5. – С. 1-7.
5. Нгуен Куок Ши. Исследование моделей высокотемпературной термостабилизации с нечеткими параметрами / Нгуен Куок Ши, Чан Ба Ле Хоанг, С.В. Сторожев. – Yelm: Science Book Publishing House, 2019. – 216 с.

УДК 519.711.3

## ВЛИЯНИЕ СВЕРХНИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР НА КОМПОЗИЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

**Рогов Н.В.**, канд.экон.наук, **Роднов М.А.**

ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского  
и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж, РФ  
*nik\_rogov\_78@mail.ru*

В северной части Российской Федерации в Арктике проходит Северная государственная граница. Для обеспечения целостности и защиты территории на протяжении несколько лет осуществляется развитие

инфраструктуры районов Крайнего Севера и Арктики. С прошлого века в этом регионе стали производить добычу полезных ископаемых и использовать северный морской путь. Для комплексного социально-экономического развития региона используют различные виды транспорта: автомобильный, железнодорожный, водный и воздушный (рисунок 1) [1].



Рис. 1. Развитие железнодорожной и морской инфраструктур Арктики и Сибири [3]

На рисунке 1 видно, что на Чукотке и Саха-Якутии (восточная часть Арктики) железнодорожная сеть совсем отсутствует, водный транспорт используют, когда открыта навигация, а автомобильный – летом и зимой по зимнику. Воздушный транспорт является круглогодичным и в настоящее время он расширяется за счет использования беспилотных летательных аппаратов. В восточной части Арктики зимой температура наружного воздуха сверхнизкая (от минус 40 °С) и может достигать по продолжительности до месяца [2]. Развитие техники характеризуется созданием и внедрением новых композиционных материалов и технологий [3]. Использование современных композиционных материалов (стекло-, угле-, боро- и органопластики позволяет снизить массу транспорта и тем самым увеличить массу перевозимого груза. Однако в настоящее время недостаточно изучен вопрос ударостойкости композиционных материалов в условиях сверхнизких температур.

В этой связи представляется необходимым проведение исследований, направленных на изучение процессов ударного взаимодействия при сверхнизких температурах.

В данной работе для исследования механических свойств ударной вязкости были исследованы композиционные материалы:

КМУ-4Л с наполнителем ЛУ-13 и связующим – эпоксиноволачной фенольнобакелитовой смолой (рисунок 2а);

углепластика СКМ-3 и стеклопластика СК-2561 (рисунок 2б).

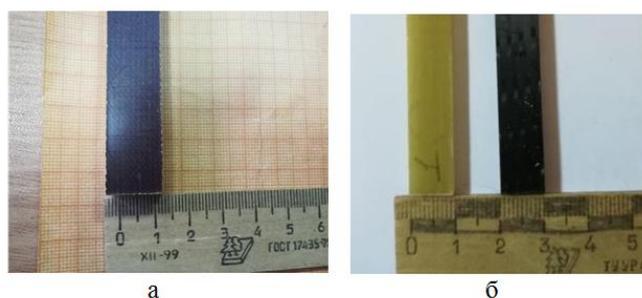


Рис. 2. Образцы из композиционного материала:  
а) КМУ-4Л; б) СКМ-3 и СК-2561

При исследованиях выполнялось определенное количество экспериментов с изменением температуры, толщины образцов и времени нахождения образца в охлаждающем изотермическом контейнере. Перед исследованием образцы проверяли визуально-оптическим методом неразрушающего контроля с использованием складных луп с увеличением 7х на предмет поверхностных дефектов, типы образцов – без надреза, направление удара – в ребро параллельно размеру с ударом по широкой продольной поверхности образца.

Экспериментальные исследования проводились на маятниковом копре МК-5, который предназначен для испытания образцов на двухпорный ударный изгиб (метод Шарпи). Охлаждение образцов осуществлялось в охлаждающем изотермическом контейнере в качестве хладагентов при проведении испытаний до 203 К (минус 70 °С), т. е. до температур климатического холода, использовали твердую углекислоту (сухой лед). Для измерения температуры в изотермическом контейнере применяли низкоградусный термометр СП-100, цифровой мультиметр Mastech М 838 и термометр ТР3001. Поверхность образца после разрушения представлена на рисунке 3.

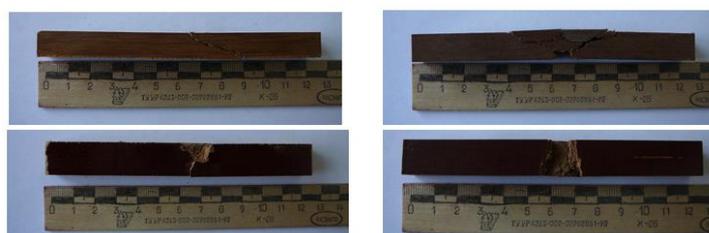


Рис. 3. Поверхность разрушения образцов

Результаты исследования после 10 дней воздействия на образцы сверхнизких температур представлены на рисунке 4.

Таким образом, во время проведения исследования было выявлено, что ударная вязкость уменьшается с понижением температуры. Материал становится более хрупким и в меньшей степени способен притупить трещины и, следовательно, поглощает меньше энергии во время испытания на удар. При этом в образцах наблюдаются расслаивание матрицы материала

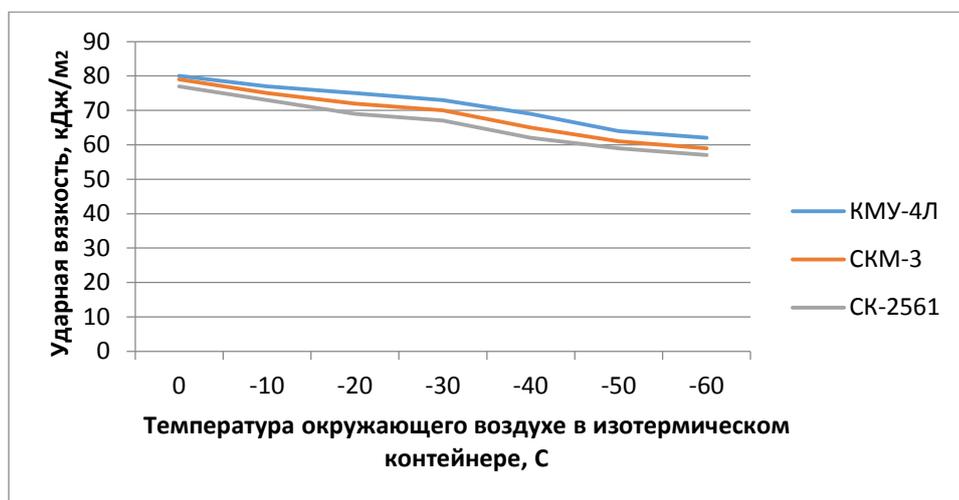


Рис. 4. Результаты исследования

и разрыв волокон, поэтому при экстремально низкой температуре образцы теряли свою прочность.

#### Список литературы

1. Грузинов В.М. Арктические транспортные магистрали на суше, акваториях и в воздушном пространстве / В.М. Грузинов, Ю.В. Зворыкина, Г.В. Иванов и др. // Арктика: экология и экономика. – 2019. – № 1 (33). – С. 6-20.
2. Горбунов В.П. Проблемы эксплуатации современных самолетов в условиях низких и сверхнизких температур Сибири, Севера и Арктики / В.П. Горбунов // Науч. вестн. Моск. гос. техн. ун-та гражд. авиации. – 2014. – № 204. – С. 110-114.
3. Александров Д.В. Перспективы применения композиционных материалов в авиастроении / Д.В. Александров, С.Б. Маликов // Идеи и новации. – 2020. – Т. 8, № 3. – С. 160-163.

УДК 624.074

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАСЧЁТА СУДОВЫХ АМОРТИЗАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

**Терлыч С.В.**, канд. техн. наук, ORCID 0000-0002-6044-3087  
 ФГБОУ ВО «Херсонская государственная морская академия», г. Херсон, РФ  
[rnbay@yandex.ru](mailto:rnbay@yandex.ru)

**Введение.** Расчёт эластичных конструкций судового назначения методами эластоупругости возможен только возможен только для сравнительно простых форм и очертаний. Сложные по форме изделия из несжимаемых материалов рассчитываются обычно методом конечных элементов. Решение нелинейных задач о деформировании эластичных конструкций судовых устройств выполняется пошаговым нагружением, где результаты одного шага служат исходными для последующего. В тоже

время погрешность такого подхода требует достоверной оценки. Попытка проанализировать верность расчёта методом конечных элементов при пошаговом нагружении эластичных конструкций является **целью** настоящей публикации.

**Основной текст.** В качестве примера расчёта был использован эластичный деформативный элемент привального бруса шнурового исполнения фирмы «Dunlop» с размерами, указанными на рисунке 1.

В силу двухосевой симметрии сетка конечных элементов разбивалась только на одной четверти деформативного элемента (рисунок 2).

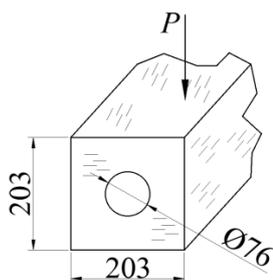


Рис. 1. Эластичный деформативный элемент привального бруса

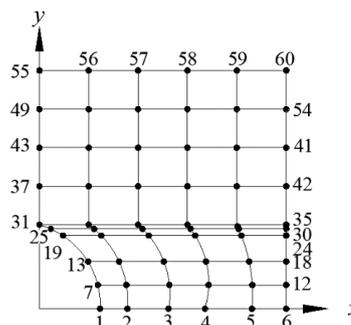


Рис. 2. Схема разбиения области привального бруса на конечные элементы

Плотность разбиения сетки определялась условиями сопряжения круглого внутреннего отверстия с прямолинейными участками конечных элементов.

В качестве конечного элемента принят четырёхугольный, состоящий из двух треугольных, объединённых между собой одинаковым гидростатическим давлением. Перемещения в узловых точках аппроксимировались выражениями [1]:

$$u = a_1 + a_2x + a_3y;$$

$$w = b_1 + b_2x + b_3y,$$

где  $u$  и  $w$  – перемещения вдоль осей  $x$  и  $y$   $i$ -ой области;  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$  – константы.

Условие несжимаемости материала эластичных конструкций выражается сохранением площади поперечного сечения в процессе пошагового деформирования привального бруса. Если площадь сечения до деформации  $f_0$ , после деформации  $f_1$ , то изменение его определяется зависимостью:  $\varepsilon = \frac{|f_0 - f_1|}{f_0} \cdot 100\%$ .

Деформация эластичного элемента привального бруса выбранной конструкции между жёсткими плитами была принята равной 40 % его высоты. Это объясняется тем, что при дальнейшем нагружении будут смыкаться внутренние плоскости привального бруса и элемент деформируется как монолит. Число этапов нагружения  $n$  пошаговой процедуры изменялось от 1 до 100. При этом установлено, что один шаг деформирования элемента на указанную величину (40 % высоты) приводит

к потере площади сечения деформированного элемента на 12,5 %. Двадцать шагов нагружения приводят к  $\varepsilon = 1\%$ . Дальнейшее увеличение числа шагов процедуры нагружения незначительно влияет на погрешность изменения площади поперечного сечения и при 100 шагах нагружения  $\varepsilon = 0,22\%$  (рисунок 3).

Ещё одним критерием оценки достоверности расчётов при пошаговом нагружении является стабилизация значения усилия, вызвавшего деформацию эластичной конструкции. Выбранный деформативный элемент привального бруса имеет плоские верхние и нижние поверхности. Если напряжения на одной из поверхностей  $\sigma_y$ , то относительное удлинение  $\frac{P}{G}$ , вызывающее заданную деформацию, определяется выражением:

$$\frac{P}{G} = - \int_{-a}^a \sigma_y dx,$$

где  $G$  – модуль упругости второго рода;  $a$  – ширина деформативного элемента привального бруса ( $a = 203$  мм).

Анализ значений  $\frac{P}{G}$ , определяемых при пошаговом нагружении, показал, что стабилизации относительных усилий происходит с  $n = 20$  и дальнейшее возрастание шагов вплоть до  $\frac{P}{G} n = 200$  приводит к изменению относительной нагрузки на 0,98 % (рисунок 3). Изменение  $n$  от 1 до 5 влечёт за собой изменение  $\frac{P}{G}$  на 17 %, от 5 до 10 – на 3 % и от  $n = 10$  до  $n = 20$  – около 1 %. Сравнение деформативных характеристик эластичного привального бруса, полученных экспериментально [2], с результатами расчёта методом конечных элементов производилось при пошаговой процедуре, соответствующей  $n = 50$ . При этом изменение площади сечения привального бруса составляло 0,5 %, что позволило сделать вывод об отсутствии влияния этого показателя на результаты расчёта. Сравнительные зависимости, экспериментальные и расчётные, приведены на рисунке 4 в допущении, что нагрузка  $P$  отнесена к 1 м длины деформативного элемента.

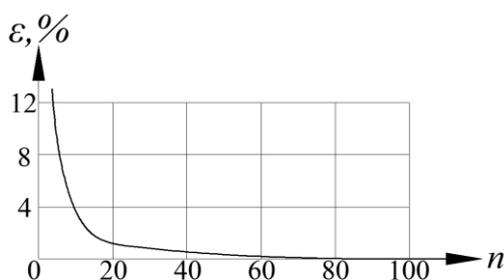


Рис. 3. Потеря площади сечения в зависимости от числа этапов нагружения

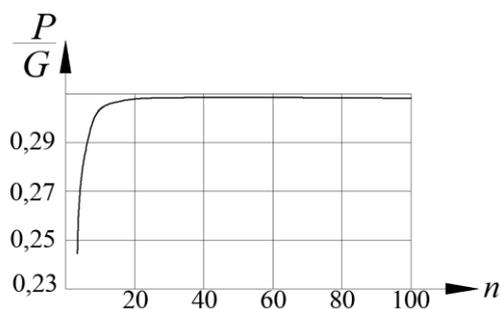


Рис. 4. Изменение относительной нагрузки в зависимости от числа этапов нагружения

Расхождения между указанными кривыми составляет 5 % (рисунок 5). Они обусловлены тем, что расчётная схема не даёт возможности учитывать заломы и складкообразования на внутренних поверхностях внутренней плоскости деформативного элемента.

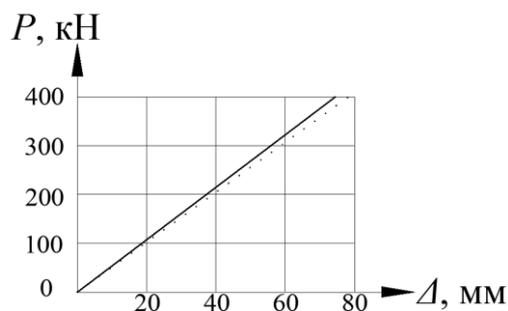


Рис. 5. Упругая характеристика эластичного деформативного элемента (линия – эксперимент, точечная – расчёт)

**Резюме.** Пошаговая реализация расчётных процедур не лишена достоверности при 1 % потери площади сечения, 0,98 % изменения относительного усилия и 5 % усилия, определяющего деформативную характеристику. Все такие данные отвечают 20 шагам нагружения в диапазоне деформаций, при которых обычно эксплуатируются судовые эластичные конструкции.

#### Список литературы

1. Сутырин В.И. Применение демпфирующих материалов в системе амортизации судового механизма / В.И. Сутырин, И.А. Шинкаренко // Научный журнал «Известия КГТУ». – №56. – 2020. – С. 172–180.
2. Коробанов Ю.Н. Проектирование эластичных конструкций судовых устройств : автореферат дис. ... доктора технических наук : 05.08.03 – Николаев, 1996. – 40 с.

УДК 519.71 : 621.771.2

## ОСОБЕННОСТИ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБРАБОТКИ ДАВЛЕНИЕМ МНОГОФАЗНЫХ СТАЛЕЙ С УЧЕТОМ ИХ ФАЗОВОГО СОСТАВА

*Трубников Н.А.*, ORCID 0009-0004-9956-593X,  
*Полякова М.А.*, д-р техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-1597-8867  
ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет  
им. Г.И. Носова», г. Магнитогорск, РФ  
*nik.trubnikov.2001@mail.ru*

**Введение.** В настоящее время развитие наукоемких производств тесным образом связано с использованием сталей, обеспечивающих расширенный диапазон функциональных свойств изготавливаемых из них

изделий. В настоящее время сфера создания новых композиций стали охватывает практически все отрасли народного хозяйства, непрерывно расширяется и модернизируется. Этому способствует их превосходство над природными материалами по ряду важных показателей функционального назначения.

Особый интерес потребители проявляют к инновационным сталям, которые обладают метастабильной структурой с остаточным аустенитом, который может в широких диапазонах изменять свойства получаемых из них металлоизделий различного назначения в зависимости от его содержания в структуре. К таким сталям относятся, прежде всего, сверхнизкоуглеродистые (DP, IF, HSLA и др.), TRIP и TWIP стали, применение которых особенно перспективно при изготовлении конструктивных элементов особо сложной формы для высокоскоростного транспорта, авиастроения, машиностроения, строительства. Кроме того, данные стали обладают хорошей способностью к деформации и поглощению энергии, высокой коррозионной и радиационной стойкостью.

Несмотря на активные исследования в области обработки давлением многофазных сталей, в этой области остается еще много нерешенных вопросов. Это связано с отсутствием учета изменений микроструктуры стали в процессах обработки давлением, что особенно важно, поскольку именно фазовый состав, в частности, соотношение различных фаз в микроструктуре, обеспечивает общий уровень достигаемых свойств готовой металлопродукции [1, 2].

**Цель** – разработка научно обоснованного подхода для моделирования процессов обработки металлов давлением многофазных сталей, позволяющих учитывать особенности их фазового состава с учетом происходящих изменений при деформационном воздействии.

**Основная часть.** Изменение структурно-фазового состава стали оказывает определяющее значение для обеспечения функциональных свойств металлоизделий. Кроме того, изменение фазового состава в процессах обработки давлением обуславливает характер протекающих деформационных процессов в объеме заготовки, которые следует учитывать при выборе соответствующих технологических режимов обработки.

Как известно, для реализации любого технологического процесса требуется создание математических моделей, адекватно описывающих происходящие с обрабатываемым материалом изменения [3]. Согласно современным представлениям материаловедения сталь можно считать композиционным материалом, состоящим из мягкой матрицы с твердыми включениями или мягкой составляющей в твердой малопластичной матрице, что будет определяться содержанием углерода в стали. Причем каждая из этих фаз имеет свой определенный уровень механических

свойств. Из этого следует, что фазовый состав и соотношение их содержания в стали следует учитывать при построении математических моделей процессов обработки давлением.

Основываясь на представлении металла как гетерогенной среды простейшего состава можно сформулировать условие пластичности или прочности в следующем виде [4]

$$f\left(\sigma_{ij}^T, \varepsilon_{ij}^T, a^T, m^T, \alpha^T, \sigma_{ij}^M, \varepsilon_{ij}^M, a^M, m^M, \alpha^M\right) = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  – компоненты напряжений;  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты деформаций;  $a, m$  – показатели упрочнения;  $T, M$  – индексы принадлежности твердой и мягкой составляющей, соответственно;  $\alpha^T$  ( $\alpha^M$ ) – характеристика объемной доли составляющей.

Развивая данное направление теоретических исследований, условие пластичности в такой интерпретации можно использовать как основу для определения внешней нагрузки в области конечных пластических деформаций, которая распределяется между фазами пропорционально их способности упрочнения.

Учитывая, что при больших пластических деформациях и линейном напряженном состоянии значения  $\sigma_i$  равны текущему пределу текучести  $\sigma_{si}$  каждой фазы, получаем

$$\sigma_z = \sigma_s = A_1\sigma_{s1} + A_2\sigma_{s2} + \dots + A_i\sigma, \quad (2)$$

где  $A$  – объемная доля фазы.

Внешняя нагрузка распределяется между фазами пропорционально их несущей способности  $A_i\sigma_i$ . Это позволяет рассматривать данное произведение как «приведенный предел текучести», совпадающий с физическим пределом текучести фазы для случая однофазной стали [5, 6].

Исходя из этого, зависимость деформирующего напряжения от количественного соотношения фаз, характера их упрочнения и степени деформации можно представить в следующем виде [7]

$$\sigma_z = \sum_1^m A_i\sigma_{0i} + \eta \sum_1^m A_i\theta_i = \sigma_{0z} + \eta\theta_0, \quad (3)$$

где  $\sigma_{0z}$  – деформирующее напряжение в начальный момент равномерной деформации, равное сумме приведенных начальных пределов текучести фаз;  $\theta_0$  – общий модуль упрочнения многофазной стали.

Разработанный подход особенно важен при разработке математических моделей прокатки многофазных сталей. Происходящие в стали изменения фазового состава зависят от температурно-скоростных параметров горячей прокатки, которые, в дальнейшем, следует учитывать при разработке технологических режимов холодной прокатки.

**Заключение.** Таким образом, основываясь на предлагаемой форме условия пластичности для гетерогенной среды, можно получить исходные

данные для проектирования процессов обработки давлением сталей различного фазового состава. Это приобретает особую важность при промышленном освоении производства проката из перспективных многофазных сталей, когда практически отсутствуют статистические сведения о зависимости получаемых свойств металлопродукции от происходящих структурно-фазовых изменений.

### Список литературы

1. Полецков П.П. Анализ актуальных направлений исследований в области производства многофункциональных материалов для экстремальных условий эксплуатации / П.П. Полецков, А.Е. Гулин, Д.Г. Емалеева и др. // Вестн. Магнитогор. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова. – 2021. – Т. 19, № 3. – С. 109-114.
2. Чикишев Д.Н. Исследование влияния химического состава на механические свойства двухфазной стали НСТ780Х с целью экономного легирования / Д.Н. Чикишев, Э.М. Голубчик, К.А. Тарасова // Сталь. – 2021. – № 12. – С. 46-47.
3. Румянцев М.И. Некоторые результаты развития и применения методологии улучшения листопрокатных технологических систем / М.И. Румянцев // Вестн. Магнитогор. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова. – 2017. – Т. 15, №1. – С. 45-55.
4. Коковихин Ю.И. Особенности пластических деформаций гетерогенных сред / Ю.И. Коковихин, А.В. Никулин // Теория и практика процессов обраб. композиц. и сплош. материалов. – 1993. – С. 32-35.
5. Аркулис Г.Э. Выявление закономерностей равномерной совместной деформации разнородных металлов / Г.Э. Аркулис // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1960. – № 3. С. 30-36.
6. Аркулис Г.Э. Условия равномерной деформации при совместной осадке разнородных металлов при отсутствии внешнего трения / Г.Э. Аркулис, М.И. Бояршинов // Изв. вузов. Черная металлургия. –1960. – № 1. – С. 121-123.
7. Полякова М.А. Развитие положений теории совместной пластической деформации разных металлов применительно к процессам прокатки полосовой стали / М.А. Полякова, Э.М. Голубчик, Е.В. Лопатина, Н.А. Трубников // Черные металлы. – 2024. – № 6. – С. 8-13.

# Математический анализ и дифференциальные уравнения

УДК 517.984.46

## О НЕКОТОРЫХ УСЛОВИЯХ САМОСОПРЯЖЕННОСТИ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА С МАТРИЧНЫМИ ТОЧЕЧНЫМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ

**Будыка В.С.**, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0000-0003-4528-5778  
ФГБОУ ВО «Донецкая академия управления и государственной службы»,  
г. Донецк, РФ  
*budyka.vik@gmail.com*

**Введение.** Важнейшим разделом в исследовании свойств операторов является спектральная теория операторов. Одна из основных характеристик операторов – самосопряженность. Есть несколько методов исследования о наличии самосопряженности. В данной работе применяется связь якобиевых матриц (граничных операторов) с ассоциированными с ними дифференциальными операторами.

**Цель работы** – получение условий самосопряженности операторов Шредингера с матричными точечными взаимодействиями.

**Основная часть.** Основным объектом исследования является оператор Шредингера с матричными точечными взаимодействиями, ассоциированный в  $L^2(\mathbb{R}_+; \mathbb{C}^m)$  с формальным дифференциальным выражением

$$l_{X,\alpha} := -\frac{d^2}{dx^2} + \sum_{x_n \in X} \alpha_n \delta(x - x_n). \quad (1)$$

Введём вначале предминимальный оператор  $H_{X,\alpha}^0 := -\frac{d^2}{dx^2} \otimes I_m$ ,

$$\text{dom}(H_{X,\alpha}^0) = \left\{ f \in W_{\text{comp}}^{2,2}(\mathbb{R}_+; \mathbb{C}^m) : \begin{array}{l} f'(0+) = 0, f(x_n+) = f(x_n-), \\ f'(x_n+) - f'(x_n-) = \alpha_n f(x_n) \end{array} \right\}.$$

Здесь  $X = \{x_n\}_1^\infty \subset I = (0, b)$ ,  $b \leq \infty$ , – строго возрастающая последовательность с  $x_0 := 0$ ,  $x_{n+1} > x_n$ ,  $x_n \rightarrow b$ , и  $\alpha := \{\alpha_n\}_1^\infty (\subset \mathbb{C}^{m \times m})$ ,  $\alpha_n = \alpha_n^*$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Пусть  $d_n := x_n - x_{n-1} > 0$ .

Минимальный оператор  $H_{X,\alpha}$ , ассоциированный с формальным выражением (1), определяется как замыкание оператора  $H_{X,\alpha}^0$  в  $L^2(\mathbb{R}_+; \mathbb{C}^m)$ .

В работе [2] для  $m=1$  и для  $m \geq 1$  в [5] установлено, что некоторые спектральные свойства минимального оператора  $H_{X,\alpha}$ , ассоциированного с выражением (1), идентичны соответствующим спектральным свойствам минимального якобиева оператора  $J_{X,\alpha}(H)$ , ассоциированного в  $l^2(\mathbb{N}_0; \mathbb{C}^m)$  с блочной якобиевой матрицей вида

$$J_{X,\alpha}(H) = \begin{pmatrix} O_m & \frac{1}{d_1^2} I_m & O_m & O_m & O_m & \dots \\ \frac{1}{d_1^2} I_m & -\frac{1}{d_1^2} I_m & \frac{1}{d_1^{3/2} d_2^{1/2}} I_m & O_m & O_m & \dots \\ O_m & \frac{1}{d_1^{3/2} d_2^{1/2}} I_m & \frac{\alpha_1}{d_2} & \frac{1}{d_2^2} I_m & O_m & \dots \\ O_m & O_m & \frac{1}{d_2^2} I_m & -\frac{1}{d_2^2} I_m & \frac{1}{d_2^{3/2} d_3^{1/2}} I_m & \dots \\ O_m & O_m & O_m & \frac{1}{d_2^{3/2} d_3^{1/2}} I_m & \frac{\alpha_2}{d_3} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

В следующей теореме мы дополняем исследование из [5] спектральных свойств оператора  $H_{X,\alpha}$ .

**Теорема 1.** Пусть  $\{\alpha_n\}_1^\infty \in l^1(\mathbb{N})$ . Предположим также, что  $\alpha_n < 0$ ,  $A$  – диагональ матрицы  $J_{X,\alpha}(H)$  с  $\ker A = \{0\}$ , и выполнены условия

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{\|\alpha_n\|^{-1/2}}{d_n^{1/2}} < \frac{1}{2}, \quad \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{\|\alpha_n\|^{-1/2}}{d_{n+1}^{1/2}} < \frac{1}{2}.$$

Тогда оператор  $H_{X,\alpha}$  самосопряжен в  $L^2(\mathbb{R}_+; \mathbb{C}^m)$ .

**Заключение.** Получено новое условие самосопряженности операторов Шредингера с матричными точечными взаимодействиями.

Данное исследование основано на статьях [1], [3] и [4].

### Список литературы

1. Budyka, V.S. Deficiency indices and discreteness property of block Jacobi matrices and Dirac operators with point interactions / V.S. Budyka, M.M. Malamud // J. Math. Anal. Appl. – 2022. – Vol. 506, № 1. – Article № 125582. – DOI 10.1016/j.jmaa.2021.125582.
2. Kostenko, A.S. 1-D Schrödinger operators with local point interactions on discrete set / A.S. Kostenko, M.M. Malamud // J. Differential Equations – 2010. – No. 249. – P. 253-304. – DOI 10.1016/J.JDE.2010.02.011.
3. Будыка, В.С. Самосопряженность и дискретность спектра блочных якобиевых матриц / В.С. Будыка, М.М. Маламуд // Матем. заметки. – 2020. – Т. 108, № 3. – С. 457-462. – DOI 10.4213/mzm12709.

4. Будыка, В.С. Индексы дефекта блочных якобиевых матриц, не удовлетворяющих условию Карлемана, и операторы с точечными взаимодействиями / В.С. Будыка, М.М. Маламуд, И.Л. Покровский // Матем. заметки. – 2023. – Т. 114, № 5. – С. 789-795. – DOI 10.4213/mzm14040.
5. Костенко, А.С. Матричный оператор Шрёдингера с  $\delta$ -взаимодействиями / А.С. Костенко, М.М. Маламуд, Д.Д. Натягайло // Матем. заметки – 2016. – Т. 100, No. 1. – С. 59-77. – DOI 10.4213/mzm11122.

УДК 517.5

## ИНЪЕКТИВНОСТЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОМПЕЙЮ, АССОЦИИРОВАННОГО С ИСКАЖЁННЫМИ СФЕРИЧЕСКИМИ СРЕДНИМИ

**Волчкова Н.П.**<sup>1</sup>, канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0001-6193-2782,  
**Волчков Вит.В.**<sup>2</sup>, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-4274-0034,  
**Скляр Д.В.**<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*volna936@gmail.com*

**Введение.** Классическое преобразование Помпейю, введённое в 1929 году, изучалось многими авторами. Полученные результаты, связанные с его инъективностью и обращениями, находят многочисленные применения в комплексном анализе, дифференциальных уравнениях с частными производными, теории аппроксимации и других областях. Здесь мы исследуем свойства ядра преобразования типа Помпейю, ассоциированного с искажёнными сферическими средними на комплексном евклидовом пространстве  $\mathbb{C}^n$ . Интерес к этому случаю обусловлен развитием гармонического анализа на группе Гейзенберга и возможными новыми приложениями в теории функций.

**Основная часть.** Пусть  $0 < R < +\infty$   $B_R = \{z \in \mathbb{C}^n : |z| < R\}$ ,  $\mathcal{D}(B_R)$  – множество финитных бесконечно дифференцируемых функций на  $B_R$ ,  $\mathcal{D}'(B_R)$  – пространство распределений на  $B_R$ . Значение функционала  $f \in \mathcal{D}'(B_R)$  на функции  $\psi \in \mathcal{D}(B_R)$  будем обозначать  $\langle f, \psi \rangle$ . Далее будет рассматриваться искажённая свёртка  $f * g$ , где  $g$  – радиальное распределение на  $\mathbb{C}^n$  с носителем, лежащем в шаре  $|z| \leq r$ ,  $r < R$ . При этом  $f * g \in \mathcal{D}'(B_{R-r})$  и

$$\langle f * g, \psi \rangle = \left\langle f(z), \left\langle g(w), \psi(z+w) e^{\frac{i}{2} \operatorname{Im} \langle z, w \rangle_{\mathbb{C}}} \right\rangle \right\rangle, \quad \psi \in \mathcal{D}(B_{R-r}),$$

где  $\langle z, w \rangle_{\mathbb{C}}$  — эрмитово скалярное произведение векторов  $z, w \in \mathbb{C}^n$ .

Пусть  $\mathbb{S}^{2n-1} = \{z \in \mathbb{C}^n : |z| = 1\}$ ,  $\mathcal{H}^{n,p,q}$  — пространство сферических гармоник бистепени  $(p, q)$  на  $\mathbb{S}^{2n-1}$ . Как известно (см. [1, гл. 12]), квазирегулярное представление унитарной группы  $U(n)$  в  $L^2(\mathbb{S}^{2n-1})$  является прямой суммой попарно неэквивалентных неприводимых унитарных представлений, действующих на  $\mathcal{H}^{n,p,q}$ . Пусть  $d(n, p, q)$  — размерность  $\mathcal{H}^{n,p,q}$ ,  $\{S_l^{p,q}\} (1 \leq l \leq d(n, p, q))$  — фиксированный ортонормированный базис в  $\mathcal{H}^{n,p,q}$ ,  $\{t_{k,l}^{p,q}(\tau)\} (k, l \in \{1, \dots, d(n, p, q)\}, \tau \in U(n))$  — матрица квазирегулярного представления группы  $U(n)$  в базисе  $\{S_l^{p,q}\}$ , т.е.

$$t_{k,l}^{p,q}(\tau) = \int_{\mathbb{S}^{2n-1}} S_l^{p,q}(\tau^{-1}\delta) \overline{S_k^{p,q}(\delta)} d\omega(\delta)$$

( $d\omega$  — элемент площади на  $\mathbb{S}^{2n-1}$ ). Всякому распределению  $f \in \mathcal{D}'(B_R)$  соответствует ряд Фурье

$$f \sim \sum_{p,q=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{d(n,p,q)} f^{p,q,l},$$

где распределение  $f^{p,q,l}$  действует на функцию  $\psi \in \mathcal{D}(B_R)$  по правилу

$$\langle f^{p,q,l}, \psi \rangle = \left\langle f(z), d(n, p, q) \int_{U(n)} \varphi(\tau^{-1}z) t_{l,k}^{p,q}(\tau) d\tau \right\rangle$$

( $d\tau$  — нормированная мера Хаара на группе  $U(n)$ ).

Пусть  ${}_1F_1(a; b; \zeta) (a, b, \zeta \in \mathbb{C}, b \neq 0, -1, -2, \dots)$  — вырожденная гипергеометрическая функция Куммера. Для  $\lambda \in \mathbb{C}, z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  положим

$$\Phi_{\lambda,p,q,l}(z) = \varphi_{\lambda,p,q}(|z|) S_l^{p,q}\left(\frac{z}{|z|}\right),$$

где

$$\varphi_{\lambda,p,q}(|z|) = |z|^{p+q} e^{-|z|^2/4} {}_1F_1\left(p + \frac{n-\lambda^2}{2}; n + p + q; \frac{|z|^2}{2}\right).$$

При фиксированном  $z \in (0, +\infty)$  функция  $\varphi_{\lambda,p,q}(r)$  имеет бесконечно много нулей  $\lambda$ , все эти нули являются вещественными,

простыми и расположены симметрично относительно начала координат (см. [2, предложение 12.10]). Обозначим через  $\mathcal{Z}_r$  последовательность всех положительных нулей функции  $\Phi_{\lambda,1,0}(r)$ , занумерованных в порядке возрастания. Можно показать, что функции  $\Phi_{\lambda,0,0}(r)$  и  $\Phi_{\lambda,1,0}(r)$  не имеют общих нулей  $\lambda$ , причём ряд

$$\Omega_{p,q,l}^r(z) = \sum_{\lambda \in \mathcal{Z}_r} \frac{\lambda \Phi_{\lambda,p,q,l}(z)}{\Phi_{\lambda,0,0}(r) \frac{d}{d\mu} (\Phi_{\mu,1,0}(r))|_{\mu=\lambda}}$$

сходится в пространстве  $\mathcal{D}'(\mathbb{C}^n)$ .

Пусть  $\mu_r = e^{|z|^2/4} \delta_r$ ,  $\nu_r = e^{|z|^2/4} \chi_r$ , где  $\delta_r$  – поверхностная дельта-функция, сосредоточенная на сфере  $|z|=r$ ,  $\chi_r$  – индикатор шара  $B_r$ . Основным результатом работы состоит в следующем.

**Теорема.** 1) Пусть  $R > 2r$ ,  $f \in \mathcal{D}'(B_R)$  и

$$f * \mu_r = f * \nu_r = 0 \text{ на } B_{R-r}. \quad (1)$$

Тогда  $f = 0$ .

2) Пусть  $r < R \leq 2r$ . Тогда для того, чтобы распределение  $f \in \mathcal{D}'(B_R)$  удовлетворяло (1), необходимо и достаточно, чтобы для любых  $p, q, l$  в  $B_R$  имело место представление

$$f^{p,q,l} = \Omega_{p,q,l}^r * \nu,$$

где  $\nu$  — некоторое радиальное, зависящее от  $p, q, l$  распределение, такое, что  $\text{supp } \nu \subset \{z: |z| \leq 2r - R\}$ . В частности, если  $R < 2r$ , то существует ненулевая функция  $f \in C^\infty(B_R)$  с условием (1).

**Заключение.** Помимо самостоятельного интереса, утверждения такого типа важны в связи с применением к переопределённым интерполяционным задачам в теории целых функций. Относительно других результатов об инъективности операторов искажённой свёртки см. [2] и имеющиеся там ссылки.

**Информация о финансовой поддержке:** Исследование проводилось в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема N 124012400352-6).

#### Список литературы

1. Рудин, У. Теория функций в единичном шаре из  $\mathbb{C}^n$  / У. Рудин. – Москва: Изд-во «Мир», 1984. – 456 с.
2. Volchkov, V.V. Harmonic Analysis of Mean Periodic Functions on Symmetric Spaces and the Heisenberg Group / V.V. Volchkov, Vit.V. Volchkov. – London: Springer, 2009. – 671 p. – DOI 10.1007/978-1-84882-533-8.

## ИНТЕГРАЛЫ ОТ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ТРЁХ ФУНКЦИЙ БЕССЕЛЯ

**Заставный В.П.**, д-р физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0002-4833-3897  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
zastavn@rambler.ru

Пусть  $J_\lambda$  – функция Бесселя первого рода (см. [2, § 3.1]), а

$$j_\lambda(x) := \frac{J_\lambda(x)}{x^\lambda} = \frac{1}{2^\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(k + \lambda + 1)} \cdot \frac{\left(-\frac{x^2}{4}\right)^k}{k!}, \quad x \in \mathbb{C}, \lambda \in \mathbb{C}.$$

В монографии [1, § 13.46] (см. также работу [2] и ссылки в ней) рассмотрены интегралы вида  $\int_0^{+\infty} u^\lambda J_\mu(au) J_\nu(bu) J_\rho(tu) du$  и в нескольких случаях приведены представления таких интегралов через элементарные или гипергеометрические функции. В представленной работе получено сравнительно простое представление ещё для одного случая:  $\mu = \rho = \nu$  и  $\lambda = -\nu - 1$ .

При фиксированных параметрах

$$a > 0, b > 0, \operatorname{Re} \rho > 0, \operatorname{Re}(\rho - \mu - \nu) < \frac{5}{2} \quad (1)$$

рассмотрим следующую функцию как несобственный интеграл с параметром  $t > 0$ :

$$G_{\mu, \nu, \rho}^{a, b}(t) := \int_0^{+\infty} u^{2\rho-1} j_\mu(au) j_\nu(bu) j_\rho(tu) du = \\ t^{-\rho} a^{-\mu} b^{-\nu} \int_0^{+\infty} u^{\rho-\mu-\nu-1} J_\mu(au) J_\nu(bu) J_\rho(tu) du, \quad t > 0.$$

Условие  $\operatorname{Re} \rho > 0$  обеспечивает сходимость этого интеграла в нуле, а сходимость на  $+\infty$  обеспечивает условие  $\operatorname{Re}(\rho - \mu - \nu) < \frac{5}{2}$ . Если дополнительно  $\operatorname{Re}(2\rho - \mu - \nu) < 1$ , то  $G_{\mu, \nu, \rho}^{a, b} \in C_{[0, +\infty)}$ .

**Предложение 1.** Пусть  $a, b > 0$ ,  $\operatorname{Re} \rho > 0$  и для некоторого неотрицательного целого  $k$  выполняется неравенство  $\operatorname{Re}(\rho - \mu - \nu) < \frac{3}{2} - k$ . Тогда  $G_{\mu, \nu, \rho}^{a, b} \in C_{(0, +\infty)}^k$ .

При выполнении условий (1) из результата Bailey (1936) [2, (8.2)] получается равенство

$$G_{\mu, \nu, \rho}^{a, b}(t) = \frac{2^{\rho-\mu-\nu-1} \Gamma(\rho)}{\Gamma(\mu+1) \Gamma(\nu+1)} \cdot t^{-2\rho}, \quad t > a + b.$$

Далее рассматриваем частный случай, когда  $\rho = \mu = \nu$ . При фиксированных параметрах  $a > 0, b > 0, \operatorname{Re} \nu > 0$  рассмотрим функцию

$$g_v^{a,b}(t) := G_{v,v,v}^{a,b}(t) = \int_0^{+\infty} u^{2v-1} j_v(au) j_v(bu) j_v(tu) du, \quad t \geq 0.$$

**Теорема 1.** Пусть  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $\operatorname{Re} v > 0$ . Тогда функция  $g_v^{a,b}$  непрерывна на полуинтервале  $[0, +\infty)$  и  $g_v^{a,b} \in C_{(0,+\infty)}^k$ , где  $k := \max\{p \in \mathbb{Z}: p < \operatorname{Re} v + 3/2\} \geq 1$ . Кроме того,

$$g_v^{a,b}(t) = g_v^{a,b}(|a-b|), \quad 0 \leq t \leq |a-b|, \quad a \neq b,$$

$$g_v^{a,b}(t) = \frac{2^{-v-1}}{v \Gamma(v+1)} \cdot t^{-2v}, \quad t \geq a+b,$$

$$g_v^{a,b}(t) = \frac{2^{v-1}}{v \Gamma(v+1/2) \Gamma(1/2)} \cdot (Q_{1,v}^{a,b}(t) + Q_{2,v}^{a,b}(t)), \quad |a-b| < t \leq a+b,$$

где

$$\begin{aligned} Q_{1,v}^{a,b}(t) &:= t^{-2v} \int_0^{\frac{t^2-(a-b)^2}{4ab}} u^{v-\frac{1}{2}} (1-u)^{v-\frac{1}{2}} du \\ &= (2t)^{-2v} \int_{\frac{a^2+b^2-t^2}{2ab}}^1 (1-s^2)^{v-\frac{1}{2}} ds, \end{aligned}$$

$$Q_{2,v}^{a,b}(t) := \frac{2}{(4ab)^{2v}} \int_t^{a+b} s^{-2v+1} (s^2 - (a-b)^2)^{v-\frac{1}{2}} ((a+b)^2 - s^2)^{v-\frac{1}{2}} ds.$$

При доказательстве этой теоремы используется формула из [1, § 13.46, (2)] для интеграла, который получается при вычислении производной  $\frac{d}{dt} \{g_v^{a,b}(t)\}$ .

Сформулируем результат для частного случая функции  $g_v^{a,b}(t)$ , когда  $b = a > 0$ ,  $\operatorname{Re} v > 0$ :

$$H_v^a(t) := g_v^{a,a}(t) = G_{v,v,v}^{a,a}(t) = \int_0^{+\infty} u^{2v-1} j_v^2(au) j_v(tu) du, \quad a > 0, \quad t \geq 0.$$

**Теорема 2.** Пусть  $a > 0$  и  $\operatorname{Re} v > 0$ . Тогда функция  $H_v^a$  непрерывна на полуинтервале  $[0, +\infty)$  и  $H_v^a \in C_{(0,+\infty)}^k$ , где  $k := \max\{p \in \mathbb{Z}: p < \operatorname{Re} v + 3/2\} \geq 1$ . Кроме того

$$H_v^a(0) = \frac{2^{v-1}}{(2a)^{2v} v \Gamma(v+1)}, \quad H_v^a(t) = \frac{2^{-v-1}}{v \Gamma(v+1)} \cdot t^{-2v}, \quad t \geq 2a,$$

$$H_v^a(t) = \frac{2^{v-1}}{v \Gamma(v+1/2) \Gamma(1/2)} \cdot (R_{1,v}^a(t) + R_{1,v}^a(t)), \quad 0 < t \leq 2a,$$

где

$$R_{1,v}^a(t) := t^{-2v} \int_0^{\frac{t^2}{4a^2}} u^{v-\frac{1}{2}}(1-u)^{v-\frac{1}{2}} du = (2t)^{-2v} \int_{1-\frac{t^2}{2a^2}}^1 (1-s^2)^{v-\frac{1}{2}} ds,$$

$$R_{2,v}^a(t) := \frac{2}{(4a^2)^{2v}} \int_t^{2a} ((2a)^2 - s^2)^{v-\frac{1}{2}} ds = \frac{2}{(2a)^{2v}} \int_{\frac{t}{2a}}^1 (1-u^2)^{v-\frac{1}{2}} du.$$

**Замечание 1.** Если  $2v \in N$ , то оба последних интеграла для  $R_{1,v}^a(t)$  и  $R_{2,v}^a(t)$  выражаются через элементарные функции. Поэтому при  $2v \in N$  функция  $H_v^a(t)$  на отрезке  $[0, 2a]$  является элементарной, а если число  $2v$  нечётное, то многочленом степени  $2v$ .

Отметим, что в работе А.В. Иванова [3] другим методом (применяется преобразование Фурье обобщённых функций), по существу, получено представление функции

$$f_{\frac{n}{2}-1}^a(t) := 2^{\frac{n}{2}} \left(\frac{n}{2} - 1\right) \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) H_{\frac{n}{2}-1}^a(t), \quad t \geq 0,$$

при  $a = 1/2$ ,  $n \in N$ ,  $n \geq 3$ , на отрезке  $[0, 1]$  через гипергеометрическую функцию  ${}_2F_1$ . Из теоремы 2 и замечания 1 следует, что функция  $f_{\frac{n}{2}-1}^a(t)$  на отрезке  $[0, 2a]$  является элементарной, а если число  $n$  нечётное, то многочленом степени  $n - 2$ . Кроме того,  $f_{\frac{n}{2}-1}^a(t) = t^{2-n}$ ,  $t \geq 2a$ , и  $f_n^a(0) = a^{2-n}$ .

**Информация о финансовой поддержке:** Исследование проводилось по теме государственного задания № 124012400352-6.

### Список литературы

1. Ватсон, Г.Н. Теория бесселевых функций. Ч. 1 / Г.Н. Ватсон. – Москва: Изд-во «Издательство иностранной литературы», 1949. – 799 с.
2. Bailey, W.N. Some Infinite Integrals Involving Bessel Functions / W.N. Bailey // Proc. London Math. Soc. – 1936. – Vol. s2-40, № 1. – P. 37-48.
3. Иванов, А.В. Условие применимости регуляризации обрезанием в координатном представлении / А.В. Иванов // Функциональный анализ и его приложения (принята в печать 15.07.2024).

## О ВЫПОЛНИМОСТИ АЛГОРИТМА КОНСТРУИРОВАНИЯ МАГИЧЕСКИХ КВАДРАТОВ ПРИ ПОМОЩИ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ТРАНСВЕРСАЛЕЙ

*Иванов А.Ю.*, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0007-4744-0715,  
*Мельник А.-В.В.*, канд. техн. наук, ORCID 0009-0007-6110-0338  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*a.ju.ivanov.dongu@mail.ru*

Изучение классических магических квадратов, матриц  $n \times n$ , заполненных различными натуральными числами от 1 до  $n^2$  так, что их суммы в каждой строке, столбце, а также по главной и побочной диагоналям равны между собой [1], ставит перед исследователем два основных направления вопросов — вычисление количества магических квадратов для фиксированного  $n$  и построение методов конструирования матриц заданного порядка [2].

Для получения представления о развитии математической теории магических квадратов полезно ознакомиться с работами [3], [4].

В серии работ [4-6] авторами строится и обосновывается новый метод конструирования магических квадратов при помощи пары ортогональных латинских квадратов, имеющих по две совпадающие ортогональные трансверсали.

Множество квадратных матриц  $n \times n$ , элементами которых являются числа от 1 до  $n^2$  без повторений, будем обозначать  $M(n)$ .

**Определение 1.** Матрицу  $B_n = (b_{i,j})_{i,j=1}^n \in M(n)$  такую, что  $b_{i,j} = (i-1)n + j$ ,  $i, j = \overline{1, n}$  будем называть базовой.

**Определение 2.** Набор  $\alpha = \{b_{1,j_1}, b_{2,j_2}, \dots, b_{n,j_n}\}$  из  $n$  элементов базовой матрицы  $B_n$ , где  $(j_1, j_2, \dots, j_n)$  является перестановкой  $(1, 2, \dots, n)$ , будем называть подходящим набором.

**Определение 3.** Совокупность  $\Omega$  из  $n$  подходящих наборов называется покрывающей, если не существует элемента базовой матрицы, принадлежащего сразу двум различным подходящим наборам данной совокупности.

**Определение 4.** Две покрывающие совокупности  $\Omega$  и  $\Pi$  называются совместимыми, если для каждой пары подходящих наборов  $\alpha \in \Omega, \beta \in \Pi$  существует единственный элемент  $b_{i,j} \in B_n$  такой, что  $\alpha \cap \beta = b_{i,j}$ .

В работе авторов [6] показано, что при наложении некоторых специальных условий на пару совместимых покрывающих совокупностей  $\Omega$  и  $\Pi$ , приведенный ниже алгоритм конструирует магические квадраты. Будем говорить, что такие покрывающие совокупности удовлетворяют условию **В**. Кроме того в этой же статье вводится понятие **В**-ассоциированных перестановок.

**Алгоритм.** Для построения матрицы  $A = (a_{i,j})_{i,j=1}^n \in M(n)$ , являющейся магическим квадратом порядка  $n$ , достаточно выполнить следующую последовательность действий:

(i) Построить две совместимые покрывающие совокупности  $\Omega$  и  $\Pi$ , удовлетворяющие условию **В**.

(ii) Пронумеровать подходящие наборы в каждой из покрывающих совокупностей от 1 до  $n$ :  $\alpha_i \in \Omega, i = \overline{1, n}, \beta_j \in \Pi, j = \overline{1, n}$ .

(iii) Взять две произвольные **В**-ассоциированные перестановки  $(j_1, j_2, \dots, j_n)$  и  $(i_1, i_2, \dots, i_n)$  набора  $(1, 2, \dots, n)$ .

(iv) Заполнить ячейки конструируемой матрицы так, что каждый ее элемент  $a_{i,p}$  определяется следующим соотношением:  $a_{i,p} = \alpha_{i_{i_1}} \cap \beta_{j_{j_p}}$ .

Следует заметить, что вопрос о существовании пары совместимых покрывающих совокупностей  $\Omega$  и  $\Pi$ , удовлетворяющих условию **В** для заданного порядка  $n$  на данный момент остается открытым. В работе авторов [7] показано, что подобные совокупности существуют для всех нечетных порядков больших 1 и не кратных 3.

### Список литературы

1. Постников, М.М. Магические квадраты / М. М. Постников. – Москва: Изд-во «Наука», 1964. – 84 с.
2. Чебраков, Ю.В. Магические квадраты: Теория чисел, алгебра, комбинаторный анализ / Ю.В. Чебраков. – СПб.: СПб. ГТУ, 1995. – 368 с.
3. Ollerenshaw, K. Magic Squares of Order Four / K. Ollerenshaw, H. Bondi // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Mathematical and Physical Sciences. Royal Society – 1982 – Vol. 306, № 1495 – pp. 443-532.
4. Иванов, А.Ю. О построении магических квадратов / А.Ю. Иванов, А.-В.В. Мельник // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2020. – № 2. – С. 61-67.
5. Иванов, А.Ю. Особенности построения магических квадратов при помощи латинских квадратов / А.Ю. Иванов, А.-В.В. Мельник // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2022. – № 2. – С. 52-63.
6. Иванов, А.Ю. Новый метод конструирования магических квадратов при помощи ортогональных трансверсалей / А.Ю. Иванов, А.-В.В. Мельник // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2023. – № 2. – С. 58–65.
7. Иванов А.Ю. Об уточнении множества применимости метода конструирования магических квадратов при помощи ортогональных трансверсалей / А.Ю. Иванов, А.-В.В. Мельник // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2024. – № 2. – С. 29–37.

## ASYMPTOTIC PROPERTIES OF SOLUTIONS TO THE GENERALIZED EULER-POISSON-DARBOUX EQUATION

*Krasnoschekikh G.V.*, ORCID 0009-0005-2783-4333,

*Volchkov Vit.V.*, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-4273-0034,  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ,  
*wolverimred@mail.ru*

The classical Euler-Poisson-Darboux equation

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{k}{t} \cdot \frac{\partial U}{\partial t}$$

was first considered by L. Euler in 1770 and was later studied by S. Poisson, J. Darboux and B. Riemann. Subsequently, various aspects of differential equations with the Bessel operator were studied by numerous authors. In this work, we focus on the behavior of solutions to the Cauchy problem for the generalized Euler-Poisson-Darboux equation at infinity.

The main result of the work is as follows.

**Theorem.** *Let  $\beta \geq \alpha > -1/2$ ,  $f$  be an even function of class  $C^2(\mathbb{R})$ ,  $U$  is the classical solution of the Cauchy problem*

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{2\alpha + 1}{x} \cdot \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{2\beta + 1}{t} \cdot \frac{\partial U}{\partial t}, \quad x > 0, t > 0,$$

$$U(x, 0) = f(x), \quad \frac{\partial U}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x \geq 0.$$

*Suppose that there are  $r > 0$ ,  $\xi > r$  and  $p \in [1, +\infty)$  such that  $U(r, t) = 0$  on  $(0, +\infty)$  and*

$$\lim_{R \rightarrow +\infty} R^{(\alpha + \frac{1}{2})(p-2)} \int_{R-\xi}^{R+\xi} |f(x)|^p x^{2\alpha+1} dx = 0. \quad (1)$$

*Then  $U \equiv 0$ .*

We note that condition (1) cannot be replaced by the boundedness at  $R \rightarrow +\infty$  of the expression standing in the limit. In addition, for  $0 < \xi < r$ , the statement of the theorem is generally incorrect. For other uniqueness theorems for the Darboux equation, see [1, Part 5, Ch. 6].

*The research was carried out within the framework of the state contract (project no. 124012400352-6).*

### References

1. Volchkov, V.V. Integral Geometry and Convolution Equations / V.V. Volchkov. – Dordrecht: Springer, 2003. – 454 p. – DOI 10.1007/978-94-010-0023-9.

## ОБ УСЛОВИЯХ ПОДЧИНЕННОСТИ ДЛЯ СИСТЕМ МИНИМАЛЬНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ШКАЛЕ ПРОСТРАНСТВ СОБОЛЕВА

*Лиманский Д.В.*, канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0000-0104-0328  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*d.limanskiy.dongu@mail.ru*

Пусть  $\Omega$  — область в  $\mathbb{R}^n$ ,  $p \in [1, \infty]$ . Обозначим через  $L_{p,\Omega}^0(P_1, \dots, P_N)$  линейное пространство операторов  $Q(x, D)$ , подчинённых системе минимальных дифференциальных операторов  $\{P_j(x, D)\}_1^N$  в  $L^p(\Omega)$ , т. е. пространство операторов  $Q(x, D)$ , удовлетворяющих априорной оценке

$$\|Q(x, D)f\|_{L^p(\Omega)} \leq C_1 \sum_{j=1}^N \|P_j(x, D)f\|_{L^p(\Omega)} + C_2 \|f\|_{L^p(\Omega)} \quad (1)$$

с некоторыми константами  $C_1, C_2 > 0$ , не зависящими от  $f \in C_0^\infty(\Omega)$ .

Пространства  $L_{p,\Omega}^0(P_1, \dots, P_N)$  описаны в ряде случаев. Так, Л. Хёрмандер получил критерий справедливости оценки (1) в случае  $N = 1$ ,  $p = 2$ , ограниченной области  $\Omega$  и операторов с постоянными коэффициентами. Кроме того, хорошо известно, что при некоторых ограничениях на коэффициенты операторов  $P_j(x, D)$  и область  $\Omega$  система  $\{P_j(x, D)\}_1^N$  порядка  $l$  эллиптика в точности тогда, когда она коэрцитивна в изотропном пространстве Соболева  $W_{0,p}^l(\Omega)$  при произвольном  $p \in (1, \infty)$ , т. е. оценка (1) выполнена для всех операторов  $Q(x, D)$  порядка  $\leq l$  (см. [1]).

Де Лю и Миркил доказали, что при  $n \geq 3$  эллиптичность оператора  $P(D)$  порядка  $l \geq 2$  эквивалентна его слабой коэрцитивности в изотропном пространстве Соболева  $W_{0,\infty}^l(\mathbb{R}^n)$ , т. е. справедливости включения  $Q \in L_{\infty,\mathbb{R}^n}^0(P)$  для всех операторов  $Q(D)$  порядка  $\leq l - 1$ .

В работе [2] приводятся аналоги критерия де Лю и Миркила в пространствах Соболева  $W_{0,\infty}^l(\mathbb{R}^n)$  для нескольких случаев:

- 1) один оператор с переменными коэффициентами и система операторов с постоянными коэффициентами, изотропный случай;
- 2) один оператор с постоянными коэффициентами, анизотропный случай.

**Информация о финансовой поддержке:** *Исследование проводилось по теме государственного задания № 124012400352-6.*

### Список литературы

1. Бесов, О.В. Интегральные представления функций и теоремы вложения / О.В. Бесов, В.П. Ильин, С.М. Никольский. – Москва: Изд-во «Наука», 1996. – 480 с.
2. Лиманский, Д.В. Об условиях подчинённости для систем минимальных дифференциальных операторов / Д.В. Лиманский, М.М. Маламуд // Современная математика. Фундаментальные направления. – 2024. – Т. 70, № 1. – С. 121-149.

## О ПРИБЛИЖЕНИИ ФИНИТНЫХ ПОЛОЖИТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЁННЫХ ФУНКЦИЙ ГЛАДКИМИ ФУНКЦИЯМИ

*Манов А.Д.*, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009 0008 9623 5459  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*manov.ad@ro.ru*

**Введение.** Фиксируем некоторые обозначения:  $|\cdot|$  – евклидова норма в  $\mathbb{R}^n$ ,  $\mathbb{B}_r := \{x \in \mathbb{R}^n : |x| < r\}$  – открытый шар радиуса  $r > 0$  с центром в нуле,  $\overline{\mathbb{B}_r}$  – его замыкание,  $\text{int } X$  – внутренность множества  $X$ ,  $\tilde{f}(x) := \overline{f(-x)}$  и

$$(f * g)(x) = \int_{\mathbb{R}^n} f(x-t)g(t)dt,$$

$L_{\infty}^{loc}(\mathbb{R}^n)$  – пространство локально ограниченных п.в. на  $\mathbb{R}^n$  функций.

Комплекснозначная функция  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}$  называется положительно определённой на  $\mathbb{R}^n$  ( $f \in \Phi(\mathbb{R}^n)$ ), если для любого  $m \in \mathbb{N}$ , и для любых элементов  $\{x_i\}_{i=1}^m \subset \mathbb{R}^n$ , а также для любого набора комплексных чисел  $\{c_i\}_{i=1}^m \subset \mathbb{C}$  выполнено неравенство

$$\sum_{i,j=1}^m c_i \bar{c}_j f(x_i - x_j) \geq 0. \quad (1)$$

В данной работе нас будет интересовать следующее выпуклое подмножество положительно определённых функций. Пусть  $A$  – центрально симметричное выпуклое тело (выпуклый симметричный относительно нуля компакт с непустой внутренностью). Символом  $\mathfrak{F}_A(\mathbb{R}^n)$  обозначим множество функций  $\varphi \in \Phi(\mathbb{R}^n) \cap C(\mathbb{R}^n)$  таких, что  $\varphi(0) = 1$  и  $\text{supp } \varphi \subset A$ . Если  $A = \overline{\mathbb{B}_r}$ ,  $r > 0$ , то  $\mathfrak{F}_r(\mathbb{R}^n) := \mathfrak{F}_A(\mathbb{R}^n)$

Класс функций  $\mathfrak{F}_A(\mathbb{R}^n)$  не пуст. Например, если взять функцию  $u \in L_2(\mathbb{R}^n)$  такую, что  $u(x) = 0$  при  $x \notin \frac{1}{2}A$  и  $\|u\|_2 = 1$ , то функция  $\varphi = u * \tilde{u}$  принадлежит  $\mathfrak{F}_A(\mathbb{R}^n)$ . Действительно,  $\varphi \in C(\mathbb{R}^n)$  и  $\text{supp } \varphi \subset \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}A = A$ ; справедливость неравенства (1) для функции  $\varphi$  проверяется непосредственно. Отметим, что при  $n = 1$  из теоремы Боаса-Каца, Крейна (см., например, [1, Theorem 3.10.2]) следует, что класс  $\mathfrak{F}_A(\mathbb{R}^n)$  исчерпывается функциями такого вида. При  $n \geq 2$ , это вообще говоря, не верно.

В некоторых вопросах, возникающих при изучении свойств функций из класса  $\mathfrak{F}_A(\mathbb{R}^n)$  удобно ограничиться гладкими функциями из этого класса. Далее мы докажем теорему, которая позволяет это сделать.

**Теорема 1.** Пусть  $A$  – центрально симметричное выпуклое тело и  $\varphi \in \mathfrak{F}_A(\mathbb{R}^n)$ . Тогда для любого  $\varepsilon > 0$  найдётся функция  $\psi \in \mathfrak{F}_A(\mathbb{R}^n) \cap C^\infty(\mathbb{R}^n)$ ,  $\text{supp } \psi \subset \text{int } A$ , такая, что  $\|\varphi - \psi\| <_\infty \varepsilon$ .

Теорема 1, в частности, позволяет уточнить недавние результаты автора, полученные в 2024 г. в статье [2]. В работе автора [2] рассматривалась следующая экстремальная задача.

**Задача А.** Пусть  $r > 0$  и функция  $\rho \in L_\infty^{loc}(\mathbb{R}^n)$  является радиальной и вещественнозначной. Требуется найти следующую величину:

$$M(n, \rho, r) := \sup \left\{ \left| \int_{\mathbb{R}^n} \varphi(x) \rho(x) dx \right| : \varphi \in \mathfrak{F}_r(\mathbb{R}^n) \right\}.$$

Если  $\rho(x) \equiv 1$ , то величина  $M(n, \rho, r)$  была найдена Зигелем [3] в 1935 году и независимо Боасом и Кацом (см. [4, Theorem 5]) в 1945 году при  $n = 1$ . В этом случае,

$$M(n, \rho, r) = \text{vol}(\mathbb{B}_{r/2}) = \frac{\pi^{n/2} r^n}{2^n \Gamma(n/2 + 1)},$$

где  $\text{vol}(\cdot)$  – мера Лебега в  $\mathbb{R}^n$ . При  $n = 1$  и более слабых условиях на функцию  $\rho$  аналог Задачи А был рассмотрен автором в [5] в 2021 г.

Данная задача связана с нахождением точных констант в неравенствах типа Бернштейна-Никольского для целых функций экспоненциального сферического типа. Более подробную информацию о Задаче А можно найти в [2] и [5]. В работе автора [2] было получено следующее решение данной задачи.

**Теорема А.** Пусть  $n \neq 2, r > 0$  и функция  $\rho \in L_\infty^{loc}(\mathbb{R}^n)$  является радиальной и вещественнозначной. Определим оператор  $A_\rho: L_2(\mathbb{B}_{r/2}) \rightarrow L_2(\mathbb{B}_{r/2})$  следующим образом:

$$(A_\rho u)(t) := \int_{\mathbb{B}_{r/2}} \rho(t-x) u(x) dx, \quad u(x) \in L_2(\mathbb{B}_{r/2}).$$

Тогда  $A_\rho$  – компактный самосопряжённый оператор в  $L_2(\mathbb{B}_{r/2})$  и справедливо равенство:

$$M(n, \rho, r) = \|A_\rho\|,$$

где  $\|A_\rho\|$  – норма оператора  $A_\rho$  в  $L_2(\mathbb{B}_{r/2})$ .

Стоит отметить, что Теорема А является аналогом теоремы Сасса для неотрицательных тригонометрических многочленов (см. [6, Satz IV]).

«Неестественное» условие  $n \neq 2$  в формулировке Теоремы А вытекает из ограниченности применения Теоремы Рудина-Ефимова (см. [2, Теорема 5]), которая играла важную роль в решении Задачи А. Если же в Задаче А ограничиться гладкими функциями из  $\mathcal{F}_r(\mathbb{R}^n)$ , то теоремой Рудина-Ефимова можно воспользоваться и в случае  $n = 2$ . Из Теоремы 1 следует, что

$$M(n, \rho, r) := \sup \left\{ \left| \int_{\mathbb{R}^n} \varphi(x) \rho(x) dx \right| : \varphi \in \mathcal{F}_r(\mathbb{R}^n) \cap C^\infty(\mathbb{R}^n), \text{supp } \varphi \subset \mathbb{B}_r \right\}.$$

Таким образом, Теорема А справедлива и при  $n = 2$ .

**Информация о финансовой поддержке:** *Исследование проводилось по теме государственного задания (регистрационный номер 124012400352-6).*

#### Список литературы

1. Sasvári, Z. Multivariate Characteristic and Correlation Functions / Z. Sasvári. – Berlin: De Gruyter, 2013. – 366 p.
2. Манов, А.Д. Об одной экстремальной задаче для положительно определенных функций с носителем в шаре / А.Д. Манов // Матем. сб. – 2024. – Т. 215, № 7. – С. 61-73.
3. Siegel, C.L. Über Gitterpunkte in konvexen Körpern und damit zusammenhängendes Extremal problem / C.L. Siegel // Acta Math. – 1935. – Vol. 65, № 1. – P. 307-323.
4. Boas, R.P. Inequalities for Fourier transforms of positive functions / R.P. Boas, M. Kac // Duke Math. J. – 1945. – Vol. 12, № 1. – P. 189-206.
5. Манов А.Д. Об одной экстремальной задаче для положительно определённых функций / А.Д. Манов // Чебышевский сборник. – 2021. – Т. 22, № 5. – С. 161-171.
6. Szász, O. Über harmonische Funktionen und L-Formen. / O. Szász // Math. Zeitschr. – 1918. – Vol. 1. – P. 149-162.

## О ФУНКЦИЯХ С НУЛЕВЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ ПО СЕМЕЙСТВУ ИЗ РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА И КВАДРАТА

*Машаров П.А.*, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0003-2423-9390,

*Власенко И.С.*

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*p.masharov.dongu@mail.ru*

**Введение и постановка задачи.** Рассмотрим в действительном евклидовом пространстве  $\mathbb{R}^n$  размерности  $n \geq 2$  со стандартной евклидовой нормой  $|\cdot|$  открытое множество  $D$  и компактное множество  $A$ . Как обычно, через  $M(n)$  обозначим группу движений  $\mathbb{R}^n$ ,  $\text{Mot}(A, D) = \{\lambda \in M(n): \lambda A \subset D\}$ . Компактное множество  $A \subset \mathbb{R}^n$  называется множеством Помпейю в  $D$ , если локально суммируемая функция  $f: D \rightarrow \mathbb{C}$ , удовлетворяющая условиям

$$\int_{\lambda A} f(x) dx = 0$$

для всех  $\lambda \in \text{Mot}(A, D)$ , равна нулю почти всюду в  $D$ . Совокупность всех множеств Помпейю в  $D$  обозначим  $\mathcal{P}(D)$ . Классическая проблема Помпейю состоит в описании  $\mathcal{P}(\mathbb{R}^n)$ . Она была сформулирована румынским математиком Помпейю в прошлом веке, в настоящее время хорошо изучена (см. обзор [1] с обширной библиографией). Полностью эта проблема не решена. В [2] было получено, что если  $A \in \mathcal{P}(\mathbb{R}^n)$ , то  $A$  является множеством Помпейю в шаре  $\mathbb{B}_R = \{x \in \mathbb{R}^n: |x| < R\}$  радиуса  $R \geq 2r^*(A)$ , где  $r^*(A) = \inf\{R > 0: \text{Mot}(A, \mathbb{B}_R) \neq \emptyset\}$ . В связи с этим в [2] поставлена

**Проблема 1.** Для данного компакта  $A \subset \mathbb{R}^n$  найти значение

$$\mathcal{R}(A) = \inf\{R > 0: A \in \mathcal{P}(\mathbb{B}_R)\}.$$

Рассмотрим теперь некоторый фиксированный набор (семейство) компактных множеств  $\{A_j\}_{j=1}^m$ . Если для комплекснозначной локально суммируемой в шаре  $\mathbb{B}_R$  функции  $f$  из выполнения условия (1) при всех  $A = A_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) и  $\lambda \in \text{Mot}(A_j, \mathbb{B}_R)$  следует  $f = 0$  п.в. в  $\mathbb{B}_R$ , будем говорить, что  $\{A_j\}_{j=1}^m$  является семейством Помпейю в шаре  $\mathbb{B}_R$  и обозначать  $\{A_j\} \in \mathcal{P}(\mathbb{B}_R)$ .

Аналогично проблеме 1 возникает (см., например, [3])

**Проблема 2.** Для данного семейства  $\{A_j\}_{j=1}^m$  компактных множеств  $A_j \subset \mathbb{R}^n$  найти величину

$$\mathcal{R}(\{A_j\}) = \inf\{R > 0: \{A_j\} \in \mathcal{P}(\mathbb{B}_R)\}.$$

Достаточно полное описание множеств, для которых решены указанные проблемы или получены оценки искомых величин, содержится в [1-4]. В данной работе проблема 2 решена для семейства, состоящего из равнобедренного треугольника и квадрата в  $\mathbb{R}^2$ .

Рассмотрим равнобедренный треугольник  $T \subset \mathbb{R}^2$  с боковыми сторонами единичной длины и углом между ними  $\pi/6$

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 0 \leq x \leq \cos(\pi/12), |y| \leq x \operatorname{tg}(\pi/12)\}$$

и квадрат со стороной единичной длины

$$K_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: |x| \leq 1/2, |y| \leq 1/2\}.$$

Для компактного множества  $A \subset \mathbb{R}^n$  и числа  $\mu > 0$  определим множество  $\mu A = \{x \in \mathbb{R}^n: x/\mu \in A\}$ . Из определения следует, что для любых таких  $\mu$  и  $A$  имеет место равенство  $\mathcal{R}(\mu A) = \mu \mathcal{R}(A)$ .

Поскольку ранее было получено  $\mathcal{R}(T) = \sqrt{6}/4$  и  $\mathcal{R}(K_1) = \sqrt{5}/2$ , рассмотрим квадрат  $K = (\sqrt{30}/10)K_1$ . Тогда  $\mathcal{R}(T) = \mathcal{R}(K) = \sqrt{6}/4$ . Основным результатом работы представляет

**Теорема 1.** *Имеет место равенство*

$$\mathcal{R}(\{T, K\}) = \sqrt{3}/3.$$

Для доказательства теоремы 1 были изучены размещения рассматриваемых множеств внутри круга, найдены экстремальные расстояния от центра круга до вершин и сторон множеств. Методами, традиционно применяемыми для решения подобных задач, был получен основной результат.

**Выводы.** В работе в явном виде получено значение величины  $\mathcal{R}(\{T, K\}) = \sqrt{3}/3 \approx 0,577$ . Общие соображения давали оценку  $\mathcal{R}(\{T, K\}) \leq \sqrt{6}/4 \approx 0,612$ . Таким образом, получено существенное уточнение искомой величины.

**Информация о финансовой поддержке.** *Исследование проводилось по теме государственного задания № 124012400352-6.*

### Список литературы

1. Волчков, В.В. Элементы нетрадиционной интегральной геометрии / В.В. Волчков, Вит.В. Волчков // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2021. – №. 2. – С. 9-52. – EDN: GIWLZJ.
2. Volchkov, V.V. Integral Geometry and Convolution Equations / V.V. Volchkov. – Dordrecht: Springer, 2003. – 454 p. – DOI 10.1007/978-94-010-0023-9.
3. Машаров, П.А. Радиус Помпейю для семейства из сектора и полукруга / П.А. Машаров // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2022. – №. 2. – С. 77-88. – EDN: GIWLZJ.
4. Volchkov, V.V. Harmonic Analysis of Mean Periodic Functions on Symmetric Spaces and the Heisenberg Group / V.V. Volchkov, Vit.V. Volchkov. – London: Springer, 2009. – 671 p. – DOI 10.1007/978-1-84882-533-8.

## ОБ АСИМПТОТИКЕ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С $\delta$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ

**Оридорога Л.Л.**, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0007-3373-1212,  
**Агibalова А.В.**, канд. физ.-мат. наук, ORCID 0000-0001-8175-7213  
 ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*l.oridoroga.donnu@mail.ru*

**Введение.** Дифференциальные операторы с точечными взаимодействиями возникают в различных физических приложениях как точно разрешимые модели, описывающие сложные физические явления. В последние десятилетия привлекли значительный интерес и операторы Шредингера с потенциалами-распределениями, потому что эти операторы можно использовать в качестве решаемых моделей многих явлений.

Важный класс дифференциальных операторов с точечными взаимодействиями образуют дифференциальные операторы с коэффициентами, имеющими сингулярный носитель на дискретном множестве точек. Самый известный пример – оператор  $L_{X,\alpha,q}$ , ассоциированный с формальным дифференциальным выражением  $-\frac{d^2}{dx^2} + q(x) + \sum_{x_k \in X} \alpha_k \delta(x - x_k)$ , где  $\delta(x - x_k)$  – дельта-функция Дирака с носителем в точке  $x_k$ . Этот оператор описывает  $\delta$ -взаимодействия на дискретном множестве  $X = \{x_k\}_{k \in I} \subset \mathbb{R}$ . Коэффициенты  $\alpha_k \in \mathbb{C}$  называют интенсивностями в точках  $x_k$  [1].

Пусть  $q(x) \in C[0, a]$ ,  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , где  $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n < a$ , и  $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ . Тогда оператор

$$L_{X,A,q}y = -y'' + q(x)y + \sum_{k=1}^n \alpha_k \delta(x - x_k)y \quad (1)$$

определён на функциях из пространства Соболева  $W_2^2([0, a] \setminus X)$ , удовлетворяющих в точках взаимодействия следующим соотношениям:

$$y(x_k + 0) = y(x_k - 0), \quad (2)$$

$$y'(x_k + 0) - y'(x_k - 0) = \alpha_k y(x_k). \quad (3)$$

**Основные результаты.** Так же, как и обычное дифференциальное уравнение второго порядка, уравнение Штурма–Лиувилля с  $\delta$ -взаимодействиями

$$L_{X,A,q}y = \lambda y \quad (4)$$

имеет фундаментальную систему решений, состоящую из двух функций.

**Пример.** Пусть  $q(x) \equiv 0$  и  $n = 1$ , т. е. множество  $X$  состоит из одной точки. Тогда уравнение (4) имеет аналитическую по  $\lambda$  фундаментальную систему решений (значение  $\sqrt{\lambda}$  принадлежит верхней полуплоскости):

$$\varepsilon_{+,\lambda}(x) = \begin{cases} e^{-i\sqrt{\lambda}x}, & 0 \leq x \leq x_1 \\ \left(1 + \frac{i\alpha_1}{2\sqrt{\lambda}}\right) e^{-i\sqrt{\lambda}x} - \frac{i\alpha_1 e^{-2i\sqrt{\lambda}x_1}}{2\sqrt{\lambda}} e^{i\sqrt{\lambda}x}, & x_1 \leq x \leq a, \end{cases} \quad \#(5)$$

$$\varepsilon_{-,\lambda}(x) = \begin{cases} \left(1 + \frac{i\alpha_1}{2\sqrt{\lambda}}\right) e^{i\sqrt{\lambda}x} - \frac{i\alpha_1 e^{2i\sqrt{\lambda}x_1}}{2\sqrt{\lambda}} e^{-i\sqrt{\lambda}x}, & 0 \leq x \leq x_1 \\ e^{i\sqrt{\lambda}x}, & x_1 \leq x \leq a \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_+ \setminus \left\{-\frac{\alpha_1^2}{4}\right\}$  при  $\operatorname{Re} \alpha_1 < 0$  и  $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_+$  при  $\operatorname{Re} \alpha_1 \geq 0$ .

Для фундаментальной системы решений уравнения (4) получена следующая теорема, аналогичная теореме Биркгофа [2, гл. II, §4].

**Теорема 1.** Пусть  $q(x) \equiv 0$ . Тогда на множестве  $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_+$  (возможно, без конечного числа точек) уравнение (4) имеет фундаментальную систему решений  $\{\varepsilon_+(x; \lambda), \varepsilon_-(x; \lambda)\}$ , аналитическую по  $\lambda$  и удовлетворяющую следующим условиям:

$$\begin{cases} \varepsilon_{+,\lambda}(x) = e^{-i\sqrt{\lambda}x} \left(1 + O\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)\right) \\ \frac{d\varepsilon_{+,\lambda}(x)}{dx} = \lambda e^{-i\sqrt{\lambda}x} \left(1 + O\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)\right) \end{cases} \quad \begin{cases} \varepsilon_{-,\lambda}(x) = e^{i\sqrt{\lambda}x} \left(1 + O\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)\right) \\ \frac{d\varepsilon_{-,\lambda}(x)}{dx} = \lambda e^{i\sqrt{\lambda}x} \left(1 + O\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)\right) \end{cases} \quad \#(7)$$

При  $n = 1$  фундаментальной системой решений, удовлетворяющей данным условиям, является система (5)–(6). Используя Теорему 1, можно получить аналогичную оценку и при  $q(x) \neq 0$ .

**Теорема 2.** Пусть  $q(x) \in C[0, a]$ . Тогда существует такое число  $c(X, q)$ , что на множестве  $\{\lambda \in \mathbb{C}: \operatorname{Im} \sqrt{\lambda} > c(X, q)\}$  уравнение (4) имеет фундаментальную систему решений  $\{\varepsilon_+(x; \lambda), \varepsilon_-(x; \lambda)\}$ , аналитическую по  $\lambda$  и удовлетворяющую условиям (7).

**Информация о финансовой поддержке.** Исследование проводилось по теме государственного задания № 124012400352-6.

### Список литературы

1. Голощапова, Н.И. Одномерный оператор Шредингера с точечными  $\delta$ - и  $\delta'$ -взаимодействиями / Н.И. Голощапова, Л.Л. Оридорога // Математические заметки. – 2008. – Т. 84, № 1. – С. 127-131.
2. Наймарк, М.А. Линейные дифференциальные операторы / М.А. Наймарк. – Москва: Изд-во «Наука», 1969. – 528 с.

## **$L^p$ - АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ ЛИНЕЙНЫМИ КОМБИНАЦИЯМИ ИНДИКАТОРОВ**

**Волчков В.В.**<sup>1,2</sup>, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0009-0009-9443-8399,

**Пилипенко И.С.**<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

<sup>2</sup>ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ

*irinasergeevnapilipenko@yandex.ru*

**Введение и постановка задачи.** Данная работа связана с теоремой Винера о «замыкании сдвигов», её уточнениями и аналогами (см., например, [1]-[5]).

Пусть  $\mathbb{R}^n$  – вещественное евклидово пространство размерности  $n$ ,  $L^p(\mathbb{R}^n)$ ,  $1 \leq p < \infty$ , – пространство функций, суммируемых с  $p$ -й степенью на  $\mathbb{R}^n$ .

Всюду в дальнейшем рассматривается случай  $n = 2$ .

**Определение 1.** Пусть  $r_1, r_2 > 0$ . Открытое множество  $G \subset \mathbb{R}^2$  будем называть  $(r_1, r_2)$ -областью, если выполняются следующие условия:

- 1)  $G$  содержит замкнутый круг радиуса  $r_1$ ;
- 2)  $G$  является объединением замкнутых кругов радиуса  $r_2$ ;
- 3) центры двух любых замкнутых кругов радиуса  $r_2$ , содержащихся в  $G$ , можно соединить ломаной так, что всякий замкнутый круг радиуса  $r_2$  с центром на этой ломаной содержится в  $G$ .

Основным результатом исследования являются следующие две теоремы.

**Теорема 1.** Пусть множество  $G$  является  $(r_1, r_2)$ -областью при  $r_1 = \frac{\sqrt{65}}{8}$ ,  $r_2 = \sqrt{2}/2$ . Тогда для любой функции  $f \in L^p(G)$ ,  $1 \leq p < \infty$  и любого  $\varepsilon > 0$  существует конечная линейная комбинация  $g_\varepsilon$  индикаторов замкнутых единичных квадратов и замкнутых единичных полукругов, содержащихся в  $G$ , таких что

$$\|f - g_\varepsilon\|_{L^p(G)} < \varepsilon.$$

При  $p = \infty$  данное утверждение неверно.

Очевидно, что утверждение теоремы 1 не может выполняться без каких-либо условий на открытое множество  $G$ , поскольку оно должно содержать хотя бы один замкнутый единичный квадрат или полукруг. Поэтому возникает вопрос о том, насколько можно ослабить условия на  $G$  из определения 1, содержащиеся в условии теоремы 1. Как уже отмечено выше, величину  $r_2 = \sqrt{2}/2$  уменьшить нельзя, т.к. это радиус круга, описанного вокруг единичного квадрата. Следующий результат показывает, что условие 3) о связности множества центров кругов из определения 1 в общем случае убрать нельзя.

**Теорема 2.** Пусть  $r_1 > 0, r_2 = \sqrt{2}/2$ . Тогда существует область  $G \subset \mathbb{R}^2$ , удовлетворяющая следующим условиям:

- 1)  $G$  содержит замкнутый круг радиуса  $r_1$ ;
- 2)  $G$  является объединением замкнутых кругов радиуса  $r_2$ ;
- 3)  $G$  утверждение теоремы 1 не выполняются ни при каком  $p \geq 1$ .

**Заключение.** Таким образом, в работе установлены условия на открытое множество  $G$ , при которых для любой функции  $f \in L^p(G)$ ,  $1 \leq p < \infty$  и любого  $\varepsilon > 0$  существует конечная линейная комбинация  $g_\varepsilon$  индикаторов замкнутых единичных квадратов и замкнутых единичных полукругов, содержащихся в  $G$ , таких что  $\|f - g\|_{L^p(G)} < \varepsilon$ . Также рассмотрены случаи, когда данной аппроксимации не существует.

Полученные результаты могут быть использованы в дальнейшем развитии теоретической части вопроса. Например, открытыми остаются задачи о скорости аппроксимации и конкретном виде линейных комбинаций индикаторов.

**Информация о финансовой поддержке.** Исследование проводилось в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 1023020800027-5-1.1.1 и тема № 124012400352-6).

#### Список литературы

1. Ахиезер, Н.И. Лекции о теории аппроксимации / Н.И. Ахиезер. – Москва: Изд-во «Наука», 1965. – 407 с.
2. Люмис, Л. Введение в абстрактный гармонический анализ / Л. Люмис. – Москва: Изд-во «Издательство иностранной литературы», 1956. – С. 186-194.
3. Волчков, В.В. Аппроксимация функций на ограниченных областях в  $R^n$  линейными комбинациями сдвигов / В.В. Волчков // Доклады Академии наук – 1994. – Т. 334, № 5. – С. 560-561.
4. Волчков, Вит.В. Аппроксимация функций на сфере линейными комбинациями сдвигов / Вит.В. Волчков // Доклады Академии наук – 2004. – Т. 398, № 1. – С. 7-9. – EDN: OPTAXD
5. Rawat, R. The injectivity of the Pompeiu transform and  $L^p$ -analogues of the Wiener Tauberian theorem / R. Rawat, A. Sitaram // Israel J. Math. – 1995. – Vol. 91. – P. 307-316. – DOI 10.1007/978-1-84882-533-8.

## УСЛОВИЕ КВАЗИАНАЛИТИЧНОСТИ В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ О МНОЖЕСТВАХ ПОМПЕЙЮ

**Волчков В.В.**<sup>1,2</sup>, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-4274-0034,

**Тимофеева К.В.**<sup>1</sup>, ORCID 0009-0000-5926-3671

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

<sup>2</sup>ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ  
*timofeeva\_karina00@mail.ru*

**Введение.** Данная работа посвящена рассмотрению аналогов проблемы Помпейю и связанным с ней вопросам для функций, удовлетворяющих условию квазианалитичности в открытом круге и имеющих нулевые интегралы по всем замкнутым единичным квадратам, содержащимся в данном круге.

Классическая проблема Помпейю состоит в описании класса таких компактных множеств  $A$ , для которых всякая локально суммируемая функция, имеющая нулевые интегралы по всем множествам, конгруэнтным  $A$ , равна нулю почти всюду. Наряду с классической проблемой Помпейю, рассматривается и локальный вариант, т. е. когда функция задана не на всем пространстве, а на определенном множестве. Мы рассматриваем случай, когда  $A$  – замкнутый единичный квадрат, а функция задана в открытом круге  $B_R = \{x = (x_1, x_2) : \sqrt{x_1^2 + x_2^2} < R\}$ . Известно, что функция с указанными нулевыми интегралами будет обязана быть равна нулю в  $B_R$  только при достаточно больших размерах  $B_R$  (см., например, [1]). Поэтому возникает задача о нахождении минимального радиуса круга  $B_R$  с этим свойством.

Долгое время не было известно значение минимального радиуса ни для одного множества, при котором оно являлось бы множеством Помпейю на круге этого радиуса. Однако, в конце прошлого столетия были получены точные значения минимального радиуса для ряда множеств [1], [2], а также результаты, содержащие его оценки [3]. По поводу других результатов, связанных с проблемой Помпейю, см. обзоры [4] и [5].

Ранее в литературе (см. [1] и [2]) аналогичные задачи решались для локально суммируемых функций. Недавно первым автором было получено решение подобной задачи для класса функций, которые дополнительно удовлетворяют условию квазианалитичности.

**Основная часть.** Для локально суммируемых функций, заданных на открытом круге  $B_R$ , Волчковым В.В. был получен следующий результат ([1], [5, часть 4, раздел 2]).

**Теорема 1.** Пусть  $f \in L_{loc}(B_R)$  и имеет нулевые интегралы по всем замкнутым единичным квадратам, лежащим в  $B_R$ . Тогда:

1) если  $R \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$ , то  $f = 0$  в  $B_R$ ;

2) если  $R < \frac{\sqrt{5}}{2}$ , то существует ненулевая функция из класса

$C^\infty(B_R)$  с указанными нулевыми интегралами.

Добавив условие квазианалитичности для функции  $f$ , мы планируем уменьшить значение радиуса в первом утверждении теоремы и, тем самым, показать влияние гладкости функции в данной задаче.

Для последовательности  $\mu = \{M_q\}_{q=0}^\infty$  положительных чисел обозначим через  $C^\mu(B_R)$  множество функций  $f \in C^\infty(B_R)$ , таких что,

$$\sup_{x \in B_R} |\partial^\alpha f(x)| \leq M_{|\alpha|}$$

где  $\partial^\alpha$  – оператор частного дифференцирования порядка  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ ,  $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2$ .

Ранее был получен результат, который можно сформулировать в виде теоремы.

**Теорема 2.** Пусть  $f \in C^\mu(B_R)$ ,  $R > \frac{\sqrt{2}}{2}$  и имеет нулевые интегралы по всем замкнутым единичным квадратам, лежащим в  $B_R$ . Тогда, если

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\inf_{q \geq j} M_q^{1/q}} = +\infty \quad (4)$$

то  $f = 0$  в  $B_R$ .

В случае, когда для последовательности  $\mu = \{M_q\}_{q=0}^\infty$  выполняется (1), функция  $f$  называется квазианалитической в круге  $B_R$ .

Неравенство  $R > \frac{\sqrt{2}}{2}$  уточнить нельзя, так как его правая часть совпадает с минимальным радиусом круга, в который можно вписать единичный квадрат.

Возникает вопрос, насколько условие (1) окончательное. Нами был получен результат, который показывает, что если (1) не выполнено, то при  $\frac{\sqrt{2}}{2} < R < \frac{\sqrt{5}}{2}$  из равенства нулю интегралов по единичным квадратам не

следует, что функция  $f \in C^\infty(B_R)$  равна нулю в  $B_R$ . Сформулируем этот результат в виде теоремы.

**Теорема 3.** Пусть  $\frac{\sqrt{2}}{2} < R < \frac{\sqrt{5}}{2}$ , тогда для любой последовательности  $\{M_q\}_{q=0}^\infty$ , для которой выполняется следующее неравенство:

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\inf_{q \geq j} M_q^{1/q}} < +\infty,$$

существует ненулевая функция  $f \in C^\mu(B_R)$  с нулевыми интегралами по всем замкнутым единичным квадратам, лежащим в  $B_R$ .

**Заключение.** Получена точная характеристика максимальной гладкости ненулевых функций с нулевыми интегралами по замкнутым единичным квадратам, лежащим в открытом круге. Такой характеристикой является выполнение оценки роста для частных производных рассматриваемой функции, которая описывается условием (1).

Таким образом, если условие (1) выполнено, то функция с нулевыми интегралами по всем замкнутым единичным квадратам, лежащим в круге

$B_R$ , обязана быть равна нулю при радиусе  $R > \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Если (1) не выполнено,

то при  $\frac{\sqrt{2}}{2} < R < \frac{\sqrt{5}}{2}$  существует ненулевая функция  $f \in C^\mu(B_R)$  с

указанными нулевыми интегралами. Если же  $R \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$ , то утверждение теоремы 2 верно и для  $f \in L_{loc}(B_R)$ .

**Информация о финансовой поддержке:** Исследование проводилось в рамках государственного задания (номер госрегистрации 1023020800027-5-1.1.1 и 124012400352-6).

### Список литературы

1. Волчков, В.В. Экстремальные задачи о множествах Помпейю / В.В. Волчков // Матем. сб. – 1998. – Т. 189, № 7. – С. 3-22.
2. Volchkov, V.V. Integral Geometry and Convolution Equations / V.V. Volchkov. – Dordrecht: Springer, 2003. – 454 p. – DOI 10.1007/978-94-010-0023-9.
3. Berenstein, C.A. Le probleme de Pompeiu locale / C.A. Berenstein, R. Gay // J. Anal. Math. – 1989. – Vol. 52. – P. 133-166.
4. Zalcman, L. A bibliographic survey of Pompeiu problem / L. Zalcman // NATO ASI Series – 1992. – Vol. 365. – P. 185-194. – DOI 10.1007/978-94-011-2436-2\_17
5. Zalcman, L. Supplementary bibliography to ‘A bibliographic survey of the Pompeiu problem’ / L. Zalcman // Radon Transforms and Tomography. Contemp. Math. – 2001. – № 278. – P. 69-74.

## ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ГОЛОМОРФНОСТИ ДЛЯ ВЕЩЕСТВЕННО АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

**Волчков В.В.**<sup>1,2</sup>, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-4274-0034,

**Тимофеева К.В.**<sup>1</sup>, ORCID 0009-0000-5926-3671

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

<sup>2</sup>ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ

*timofeeva\_karina00@mail.ru*

**Введение.** Пусть  $u, v$  – действительные функции, заданные в области  $\Omega$  на комплексной плоскости  $\mathbb{C}$ . Сформулируем известную теорему о геометрическом описании аналитических функций следующим образом.

Пусть  $u, v \in C^1(\Omega)$ , тогда для того чтобы хотя бы одна из функций  $u + iv, u - iv$  была аналитична в  $\Omega$ , необходимо и достаточно, чтобы площади поверхностей графиков функций  $u, v, \sqrt{u^2 + v^2}$ , расположенные над любым компактным подмножеством из  $\Omega$ , были равны [1].

В данной работе получены достаточные условия аналитичности для вещественно аналитических функций, связанные с теоремой Дзядыка. При этом, в отличие от классического варианта предполагается равенство площадей лишь над всеми замкнутыми единичными квадратами, содержащимся в рассматриваемой области.

**Основная часть.** Обозначим символом  $S(f, A)$  площадь поверхности графика всякой функции  $f \in C^1(\Omega)$ , расположенной над компактным множеством  $A$ . Пусть также

$$f_1 = u, \quad f_2 = v, \quad f_3 = \varphi(u, v)$$

где  $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$  – заданная функция, для которой выполняются следующие условия

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v}\right)^2 = 1 \quad \frac{\partial \varphi}{\partial u} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial v} \neq 0.$$

В частности, этим условиям удовлетворяет функция

$$\varphi = \alpha u + \beta v,$$

где  $\alpha, \beta$  – ненулевые действительные числа, такие что  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ .

Обозначим также символом  $\mathcal{D}_\Omega$  множество всех пар  $u, v$  функций в  $\Omega$ , таких что хотя бы одна из функций  $u + iv, u - iv$  аналитична в  $\Omega$ .

Перейдём к формулировкам основных результатов работы. Всюду в дальнейшем будем предполагать, что область  $\Omega \subset \mathbb{C}$  является

объединением замкнутых кругов радиуса  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Теорема 1.** Пусть  $u, v$  являются вещественно аналитическими в  $\Omega$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha\beta \neq 0$  и  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ . Пусть также выполнены равенства

$$S(u, K) = S(v, K) = S(\alpha u + \beta v, K)$$

для любого замкнутого единичного квадрата  $K \subset \Omega$ . Тогда  $(u, v) \in \mathcal{D}_\Omega$ .

Аналогичный результат имеет место, если заменить в условии теоремы 1 функцию  $\alpha u + \beta v$  на функцию  $\sqrt{u^2 + v^2}$ . Сформулируем его.

**Теорема 2.** Пусть функции  $u, v$  являются вещественно аналитическими в  $\Omega$ ,  $u^2 + v^2 \neq 0$  и равенства

$$S(u, K) = S(v, K) = S\left(\sqrt{u^2 + v^2}, K\right)$$

выполнены для любого замкнутого единичного квадрата  $K \subset \Omega$ . Тогда  $(u, v) \in \mathcal{D}_\Omega$ .

По поводу других результатов, связанных с рассматриваемой задачей см. работы [2]-[4].

**Заключение.** Получены достаточные условия геометрического характера для аналитичности функций, связанные с теоремой Дзядыка. Исследуется случай, когда функции являются вещественно аналитическими в области, а равенство площадей предполагается лишь над всеми замкнутыми единичными квадратами, содержащимся в рассматриваемой области.

**Информация о финансовой поддержке:** Исследование проводилось в рамках государственного задания (номер госрегистрации 1023020800027-5-1.1.1 и 124012400352-6).

#### Список литературы

1. Дзядык, В.К. Геометрическое определение аналитических функций / В.К. Дзядык // Успехи мат. наук. – 1960. – Т. 15, № 1(91). – С. 191-194.
2. Goodman, A. On the criterium of analytical function / A. Goodman // Amer. Math. Monthly. – 1964. – Vol. 71. – P. 265-267.
3. Волчков, В.В. Аналоги теоремы Дзядыка о геометрическом описании голоморфных функций / В.В. Волчков, Вит.В. Волчков // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2023. – С. 3-13.
4. Volchkov, V.V. Integral Geometry and Convolution Equations / V.V. Volchkov. – Dordrecht: Springer, 2003. – 454 p. – DOI 10.1007/978-94-010-0023-9.
5. Volchkov, V.V. Harmonic Analysis of Mean Periodic Functions on Symmetric Spaces and the Heisenberg Group / V.V. Volchkov, Vit.V. Volchkov. – London: Springer, 2009. – 671 p. – DOI 10.1007/978-1-84882-533-8.

# ***Информационно-документационное обеспечение управления***

УДК 004.896

## **АВТОМАТИЗАЦИЯ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ ВНУТРЕННЕГО ДОКУМЕНТООБОРОТА ЭКОНОМИЧЕСКИХ СУБЪЕКТОВ**

***Балдынюк А.И.***, ORCID 0009-0009-1146-1252

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*h.baldyniuk.dongu@mail.ru*

**Введение.** В современных условиях генерирования цифровых технологий возросла актуальность вопросов, связанных с автоматизацией бизнес-процессов внутреннего документооборота экономических субъектов, как неотъемлемого элемента цифровизации.

**Цель.** Обзор автоматизированной информационной системы АИС «1С:Документооборот», как способа автоматизации бизнес-процессов внутреннего документооборота экономических субъектов.

**Основная часть.** Внутренний документооборот экономических субъектов представляет собой движение официальных документов, регламентирующих деятельность между структурными подразделениями и сотрудниками. С его помощью руководители подготавливают нормативно-распорядительную документацию и контролируют исполнение поручений, а сотрудники взаимодействуют с внутренней документацией, к которой относятся: приказы, уставы, заявления, протоколы совещаний, инструкции, технические документы, положения о структурных подразделениях, служебные записки [1].

Считаем, что процесс циркуляции и обработки внутренней документацией представляется возможным автоматизировать за счет использования автоматизированных информационных систем (АИС). Данные системы позволяют оперативно создавать по стандартным формам, редактировать, согласовывать, подписывать, передавать, хранить документацию, автоматизировать поиск необходимых файлов, классифицировать файлы по различным критериям, следить за историей осуществляемых операций, повышать прозрачность работы сотрудников, уменьшать риск потери или порчи документов и расходы на их печать.

В данном аспекте обзор бизнес-процессов АИС «1С:Документооборот» [2], позволил выявить особенности документирования финансово-хозяйственной деятельности экономических субъектов. Известно, что бизнес-процесс представляет собой последовательность действий сотрудников экономических субъектов, при которых выполнение задачи одним сотрудником инициирует создание

задачи другому, что можно ускорить и упорядочить за счет использования АИС «1С:Документооборот», в которой предусмотрен ряд бизнес-процессов (табл. 1).

Таблица 1

Бизнес-процессы АИС «1С:Документооборот»

№ п/п	Наименование	Краткая характеристика
1	Исполнение	направление документа на исполнение пользователям.
2	Рассмотрение	направление документа на рассмотрение ответственному лицу.
3	Ознакомление	используется для рассылки документов на ознакомление пользователям.
4	Регистрация	применяется для отправки документа секретарю с целью присвоения регистрационного номера.
5	Согласование	применяется для отправки документов на согласование ответственным лицам.
6	Утверждение/ Подписание	применяется для отправки документов на утверждение и/или подписание к ответственному лицу.
7	Обработка входящего документа	применяется для автоматизации полного цикла обработки входящих документов, а именно: исполнение, рассмотрение, ознакомление.
8	Обработка исходящего документа	применяется для автоматизации полного цикла обработки исходящих документов, а именно: регистрация, согласование, утверждение/подписание.
9	Обработка внутреннего документа	применяется для автоматизации полного цикла обработки внутренних документов, а именно: рассмотрение, регистрация, согласование, утверждение/подписание, исполнение/ознакомление, перемещение в дело.
10	Комплексный процесс	позволяет настроить маршрут обработки документов в свободной форме, состоящий из разных этапов.

Для каждого бизнес-процесса создается карточка, из которой вызывается блок-схема, где отражено выполнение этапов, что позволяет автору процесса в любой промежуток времени определить этап выполнения.

Можно настроить шаблон, который применяется для сохранения повторяющихся маршрутов процессов и содержит следующие сведения: наименование действия процесса, сроки выполнения, ответственных исполнителей, ограничение доступности, предметы процесса, описание, условия запуска и другие. Исполнители задачи определяются в рамках действия в процессе, путём выбора среди конкретных пользователей или автоподстановок.

Создавать бизнес-процессы в АИС «1С: Документооборот» можно с нуля, привязка к данным программы не требуется; на основании предмета, требуется привязка к документам; как подчиненную задачу, требуется детализация работы без изменения предмета основной задачи. При любом

из способов вызывается помощник создания для выбора подходящего шаблона. Отображаются только те шаблоны, к которым имеет доступ текущий пользователь.

Перед стартом процесса осуществляется проверка на наличие прав у исполнителей на выполнение задач по процессу. В случае недостаточных прав, автор процесса получает соответствующее уведомление.

В случае необходимости предоставляется возможность временно остановить процесс с его дальнейшим продолжением или прервать окончательно, в случае запуска по ошибке. Прерванный процесс возобновлению не подлежит.

Для проведения анализа бизнес-процессов в АИС «1С: Документооборот» предусмотрена функция мониторинга процессов, которая позволяет определить показатели: количество активных процессов, время просрочки, процент успешных завершённых процессов, среднее число циклов, количество участников, трудозатраты и прочие. Отслеживать изменение данных показателей возможно в автоматическом режиме, посредством уведомления по почте, в случае достижения пиковых значений показателей. Мониторинг процессов служит инструментом наблюдения за изменением конкретных показателей целей процессов во времени, для осуществления углубленного анализа служат отчеты.

Таким образом, за счет использования АИС «1С: Документооборот» перед экономическими субъектами открывается ряд возможностей автоматизации бизнес-процессов внутреннего документооборота, среди которых: отслеживание исполнения процессов по заданным показателям, выявление возникающих проблем, мониторинг, анализ данных, принятие управленческих решений по оптимизации бизнес-процессов, оценка текущей ситуации по настроенным шаблонам процессов.

**Заключение.** С учётом вышеизложенного, важно отметить, что АИС «1С: Документооборот», является эффективным способом автоматизации бизнес-процессов внутреннего документооборота экономических субъектов и позволяет осуществлять движение документов в режиме онлайн, надёжное хранение файлов в электронном архиве, фиксацию истории действий, контроль этапов исполнения, понятный документооборот между отделами и сотрудниками, а так же выступает неотъемлемым элементом конкурентоспособности экономических субъектов в условиях цифровизации экономики.

### Список литературы

1. Пономаренко, Н. Ш. Особенности документооборота в контексте цифровизации / Н. Ш. Пономаренко, Е. В. Рютина // Документ. Архив. История. Современность. – 2020. – № 20. – С. 223–232. – EDN UTNPM
2. Решения для функциональной задачи: Документооборот. – Текст: электронный // Отраслевые и специализированные решения 1С: Предприятие. – 2024. – URL: <https://solutions.1c.ru/document> (дата обращения: 10.09.2024).

## ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОТОКОВ НА ПРЕДПРИЯТИИ

*Гайдарь Е.В.*, канд. экон. наук, ORCID 0009-0008-3353-8831  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*e.gaydar.dongu@mail.ru*

**Введение.** Любая система управления не может функционировать без информации. Предприятие получает множество сигналов и данных в форме информации, подлежащей обработке и анализу. Начиная с конца XX ст., с развитием информационных технологий, объем входных информационных потоков непрерывно увеличивается, требуя адекватной реакции со стороны предприятия [1, с. 217].

Процессы информатизации предполагают не только затраты на внедрение новых технологий, но и постоянное обновление существующего информационного обеспечения, приобретение нового, подготовку специалистов по информатизации, развитие навыков управленцев по формированию и управлению информационными потоками, развитие процессов по изучению и взаимодействию с информационным пространством предприятия. Ключевым элементом информационного пространства на предприятии является информационный поток, являющийся совокупностью циркулирующих сообщений в системе, между системами, и с внешней средой [2, с. 38], а также необходимым базисом для управления предприятием.

Анализ системы информационных потоков предприятия, их организация, скорость и эффективность позволяет выявить звенья потери информации, определить существующие коммуникационные разрывы, что способствует совершенствованию процесса управления предприятием благодаря диагностированию проблемных зон, которые могут служить источником решения управленческих проблем, улучшению и ускорению процесса формирования новых знаний на предприятии и развитию существующих, а также превращению формализованных знаний в интеллектуальный продукт.

**Цель работы** заключается в разработке методического подхода к обеспечению оценки качества информационных потоков на предприятии.

**Основная часть.** На каждом этапе стратегического управления предприятием происходит определенная последовательность информационных процессов [3, с. 45] и использование информации: получение информации из внешних или внутренних источников, обработка специалистом-аналитиком или технологией и передача информации на следующий этап, являющийся источником информационного процесса следующего этапа стратегического управления.

В процессе деятельности предприятие оперирует разными видами информационных потоков. Схема внутренних и внешних информационных потоков предприятия представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схема внутренних и внешних информационных потоков предприятия  
 Источник: составлено автором на основе обобщения [1–3]

Значения оценок входящих, исходящих и внутренних информационных потоков сравнимы, т.к. могут находиться в интервале от 0 до 1. Поскольку для предприятия очень важно соответствие качества организации системы внутренних информационных потоков и исходящих информационных потоков, целесообразным определением разрывов между этими показателями и их нестабильностью:

$$G_{IO} = I_{out} - I_{inc} \quad (1)$$

$$G_{II} = I_{int} - I_{inc} \quad (2)$$

где  $G_{IO}$  – разрыв между качеством исходящих информационных потоков и уровнем нестабильности входящих информационных потоков, который демонстрирует, насколько предприятие способно нивелировать

отрицательные характеристики входящей информации благодаря качественной организации выходящей. Чем меньше значение  $G_{IO}$ , тем хуже качество организации выходящих информационных потоков относительно входящих. Показатель может принимать отрицательное значение, которое будет характеризовать превышение нестабильности входящих потоков над качеством выходящих;

$G_{II}$  – разрыв между качеством внутренних информационных потоков предприятия, демонстрирующим уровнем нестабильности входящих информационных потоков. Показывает насколько организация системы внутренних информационных потоков устойчива к нестабильной информации, поступающей извне, т.е. уровень нестабильности входящих информационных потоков является тем минимальным уровнем качества внутренних информационных потоков, который позволяет предприятию эффективно функционировать в информационной среде. Чем меньше значение  $G_{II}$ , тем больше разрыв между нестабильностью входящих и качеством организации внутренних информационных потоков. Отрицательное значение показателя свидетельствует о низком качестве организации внутренних информационных потоков.

Таким образом, предложенный подход к оценке качества формирования и управления информационными потоками дает возможность выявить «узкие места» обработки информации на предприятии, установить их причины, пути преодоления, что приводит к установлению слаженного сотрудничества как внутри предприятия, так и с внешней средой (контрагентами, стейкхолдерами).

### Список литературы

1. Городнова, Н. В. Метод оценки качества информационных потоков при формировании big data в цифровой экономике / Н. В. Городнова // Вопросы инновационной экономики. – 2022. – Том 12. – № 1. – С. 607–624.
2. Калач, А. В. Графоаналитическое представление информационных потоков при оценке информационной нагрузки организации / А. В. Калач, Н. В. Мартинович, А. Н. Батура // Вестник Воронежского института ФСИН России. – 2021. – № 2. – С. 36–43.
3. Шманева, Л. В. Алгоритм принятия управленческих решений на основе движения информационных потоков / Л. В. Шманева // Вестник Московского университета МВД России. – 2021. – № 5. – С. 259–263.

## КВАНТОВАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ ПЕРСОНАЛЬНЫХ ДАННЫХ

*Гизатулин А.М.*, канд. экон. наук, доц., ORCID 0000-0001-9197-1053  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*WithArtie@ya.ru*

**Введение.** Бурное развитие квантовых вычислений не только ускоряет развитие научно-технического прогресса, но и создает новые угрозы, выходящие за рамки технологий, основанных на классических вычислениях, поскольку они обладают особенностями, которых не имеют классические аналоги. В сфере документооборота и архивоведения, государственного управления персональными данными совершенствование квантовых вычислений создает уникальный набор проблем, которые отличаются от других развивающихся областей, таких как блокчейн и искусственный интеллект. Как и в любой развивающейся области, существуют последствия и феномены, которые проявятся в будущем, и которые на данный момент невозможно предсказать. Поэтому особую актуальность сегодня приобретают научные исследования проблемы влияния квантовых технологий на безопасность персональных данных [1].

**Цель** проведенного исследования: оценить влияние квантовых технологий на безопасность персональных данных.

**Основная часть.** Протоколы и системы безопасности, разработанные для защиты от квантовых компьютеров будущего, являются частью рынка, называемого квантовой безопасностью. С такими алгоритмами, как алгоритм Шора, квантовые компьютеры могут поставить под угрозу традиционные криптографические методы, которые опираются на математические проблемы, которые трудно решить на обычных компьютерах. В РФ на развитие квантовых вычислений с 2020 г. по 2024 г. государством было выделено 24,1 млрд. руб., что говорит о востребованности квантовых технологий [2].

Растет обеспокоенность относительно потенциальной угрозы квантовых вычислений для существующих систем защиты персональных данных в государственном управлении. Чтобы бороться с этим, ученые и практики разрабатывают новые криптографические методы, которые могут противостоять угрозам информационной безопасности, поддерживаемых квантовыми компьютерами.

Некоторые сложные математические задачи могут быть решены гораздо быстрее с помощью квантовых компьютеров, что может сделать многие традиционные криптографические алгоритмы уязвимыми. К таким алгоритмам относятся Rivest-Shamir-Adleman (RSA) и Elliptic Curve

Cryptography (ECC). Ключевое различие между RSA и ECC заключается в том, что первый полагается на сложность факторизации больших чисел, тогда как последний полагается на сложность решения дискретных логарифмов на эллиптических кривых. Ожидается, что эти задачи можно будет решить на крупномасштабном квантовом компьютере, работающем по алгоритму Шора, что представляет значительную угрозу безопасности для этих систем.

Квантовая безопасность персональных данных использует квантово-механические принципы для обеспечения фундаментально безопасной передачи данных вместо традиционных предположений о сложности вычислений и предлагает более надежную защиту от криптоаналитических атак. Однако, протоколы квантовой безопасности все еще находятся на ранних стадиях разработки и пока не получили широкого распространения. Несмотря на то, что традиционные методы безопасности персональных данных продолжают играть важную роль в обеспечении безопасности передачи данных, их эффективность в период развития квантовых технологий остается мало предсказуемой.

Криптография используется для защиты персональных данных и аутентификации цифровой идентификации. Некоторые современные методы криптографии с открытым ключом основаны на времени, которое требуется классическому компьютеру для факторизации больших чисел. Если для факторизации большого числа с использованием классических компьютеров требуется 30 лет, то криптография может эффективно защищать информацию в течение этого периода времени. Алгоритм Шора описывает способ, с помощью которого квантовый компьютер может факторизовать большое число гораздо быстрее, чем классический компьютер. Специалисты в области документоведения и информационной безопасности будут бороться с реальностью того, что зашифрованная информация и цифровые идентификаторы будут более уязвимы для атак квантовых компьютеров. Российское государство понимает этот риск, и поэтому ученые разрабатывают квантово-устойчивую или постквантовую криптографию, которая может использовать существующую инфраструктуру [3].

Чувствительность квантовых вычислений приводит к двум взаимосвязанным проблемам. Во-первых, кубит в настоящее время не может храниться более микросекунды. Было бы сложно сохранить запись, которая имеет квантовый компонент, и поэтому квантовый компьютер, скорее всего, никогда не будет хранить окончательную версию записи. Во-вторых, записи, закодированные с использованием суперпозиции, не могут быть продублированы, поскольку процесс копирования записей приведет к коллапсу суперпозиции и, таким образом, вызовет изменение записи.

Организации, отвечающие за информационную безопасность, скорее всего, будут использовать квантовый компьютер для определенной задачи,

такой как обработка, вычисление или поиск, а затем записывать вывод в классическом формате. Например, квантовый компьютер может использоваться для поиска неструктурированных данных, но вывод поиска будет использоваться классическим компьютером. Записи, созданные квантовой обработкой, скорее всего, являются промежуточными записями, что означает, что они создаются или используются в процессе создания последующей записи. Если единственная функция квантового компьютера заключается в получении и обработке данных из других классических систем, то по сути – это «сквозная» система.

Несмотря на растущую осведомленность среди специалистов по информационной безопасности, постквантовое шифрование пока не получило широкого распространения на практике из-за сложности перехода от традиционных к квантово-устойчивым криптографическим алгоритмам. Тем не менее, организациям следует изучить свои криптографические системы и разработать стратегии перехода к квантово-устойчивому шифрованию, когда придет время, готовясь к постквантовой эре. В будущем квантовых вычислений достижения в области квантового управления могут произвести революцию в безопасности персональных данных за счет использования принципов квантовой манипуляции.

**Заключение.** Несмотря на потенциальные угрозы для безопасности персональных данных, которые квантовые вычисления представляют для современных криптографических систем, разрабатываются квантово-устойчивые алгоритмы для решения этих проблем в условиях существования квантовых технологий и компьютеров. Правительства и организации должны следить за прогрессом квантовых вычислений и быть готовыми к их потенциальным последствиям для безопасности персональных данных.

### Список литературы

1. Концепция регулирования отрасли квантовых коммуникаций в Российской Федерации до 2030 года // Сайт Правительства России. – URL: <http://static.government.ru/media/files/vAGjGosESVng1PcnFQKDpEb3nCnuRsAQ.pdf> (дата обращения: 12.09.2024).
2. Стрелец, Ю. Через 15 лет российский рынок квантовых вычислений попытается занять 6% мирового / Ю. Стрелец // ComNews.ru : сайт. – URL: <https://www.comnews.ru/content/234907/2024-08-27/2024-w35/1008/chez-15-let-rossiyskiy-rynok-kvantovykh-vychisleniy-poprobuet-zanyat-6-mirovogo> (дата обращения: 12.09.2024).
3. Курочкин, Ю. Берегите данные: как защититься от атак с применением квантового компьютера уже сегодня / Ю. Курочкин // Rb.ru : сайт. – URL: <https://rb.ru/opinion/quantum-cybersecurity> (дата обращения: 12.09.2024).

## МОДЕЛИРОВАНИЕ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ В ОБЛАСТИ УПРАВЛЕНИЯ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЕМ НА ТЯГУ ПОЕЗДОВ

*Давыдов А.И.*, канд. техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-8842-2800,

*Соколов М.М.*, канд. техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-3220-0424,

*Подгорная С.О.*, канд. техн. наук, ORCID 0000-0002-0178-6119

ФГБОУ ВО «Омский государственный университет путей сообщения», г. Омск, РФ  
*davydovai@bk.ru*

**Введение.** Железнодорожный транспорт является одним из крупнейших потребителей энергоресурсов в Российской Федерации. Из общего объема энергопотребления 70 % расходуется на осуществление перевозочного процесса. В современных условиях необходимо максимально эффективно использовать финансовые и материальные ресурсы для решения стратегических задач, стоящих перед отраслью и государством. В настоящее время в Омском государственном университете путей сообщения ведутся работы по разработке концептуальной модели системы поддержки принятия решений в области тягового энергопотребления. В данном докладе приведены некоторые модели бизнес-процессов в области энергоменеджмента перевозок.

**Основная часть.** Одним из вариантов для повышения эффективности и оперативности решений в области управления энергопотреблением является применение алгоритмов Process Mining в совокупности с применением типовых стратегий управления.

Задача построения бизнес-моделей в рассматриваемой предметной области осложняется следующими факторами:

1. Сама по себе система расходования топливно-энергетических ресурсов на тягу поездов является динамической и неоднородной. При этом большинство описанных технологий применения процессного подхода предусматривает значительную детерминированность в системе.

2. В рассматриваемой системе очень важно учитывать потоки не только выполняемых функций и работ, но и потоки ресурсов. Каждая из этих групп также может состоять из нескольких подгрупп – так, например, под ресурсами может пониматься пропускная способность поездоучастков, наличие свободных локомотивных бригад и самих локомотивов, характеристики грузов и т. д.

3. В системе имеются параллельно исполняемые многоуровневые процессы, каждый из которых может оказать как положительное, так и отрицательное влияние на результат.

4. Для формирования продукций в системе поддержки принятия решений необходим достаточно простой переход от моделирования к управляющим воздействиям.

Учитывая указанные выше факторы, следует учитывать, что возможно разработать только общие шаблоны бизнес-процессов, которые будут уточняться и дорабатываться в зависимости от целей, уровня детализации данных, особенностей структурного подразделения.

На рис. 1 представлена схема взаимосвязей бизнес-процессов при выполнении перевозочного процесса на железнодорожном транспорте.

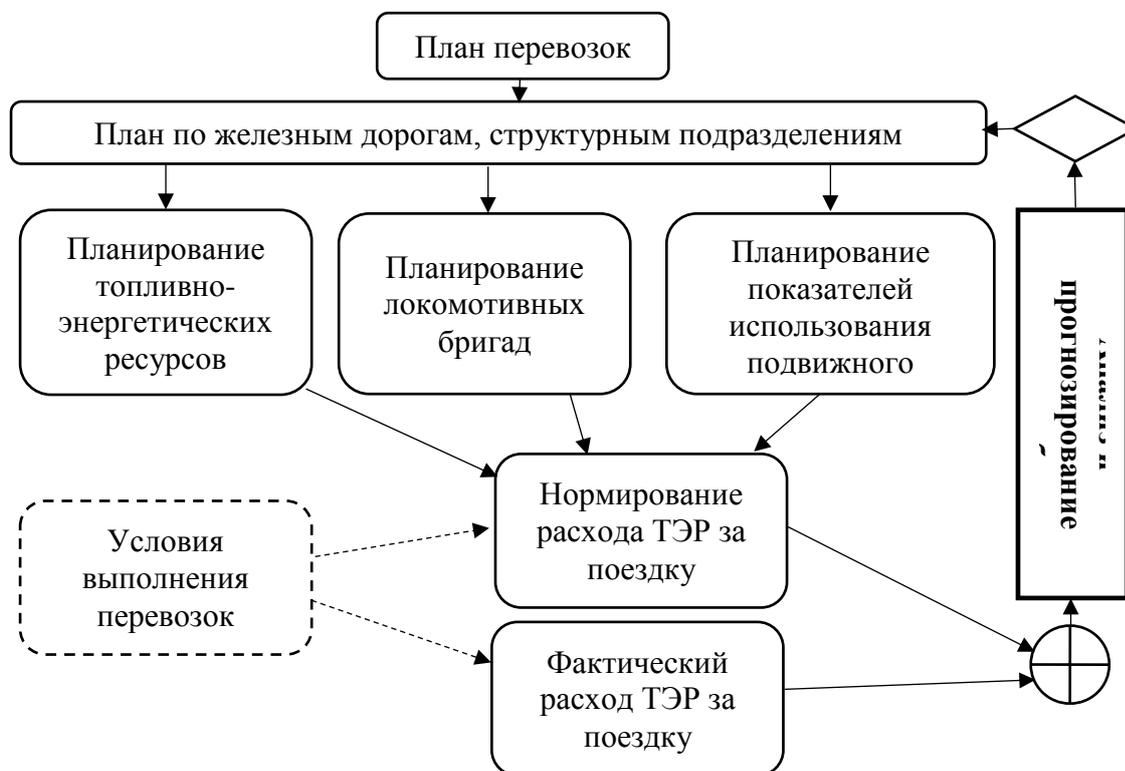


Рис. 1. Взаимосвязь бизнес-процессов в перевозочном процессе

Одним из важнейших элементов модели бизнес-процессов в области перевозочного процесса является анализ и прогнозирование расхода топливно-энергетических ресурсов на тягу поездов. Задачей анализа является определение элементов системы (локомотивных бригад, тяговых подвижных единиц, поездо-участков, станций и т. д.), к которым необходимо своевременно применить управляющее воздействие с целью повышения энергетической эффективности перевозок. Задачей прогнозирования – определение прогнозных значений показателей с учетом фактических складывающихся условий выполнения перевозок. При этом также своевременно должны быть скорректированы плановые показатели или реализованы организационно-технические мероприятия для приведения к требуемому состоянию.

В качестве примера и связи с ограничением объема на рис. 2 приведем укрупненную модель бизнес-процесса анализа энергетических результатов каждой поездки.

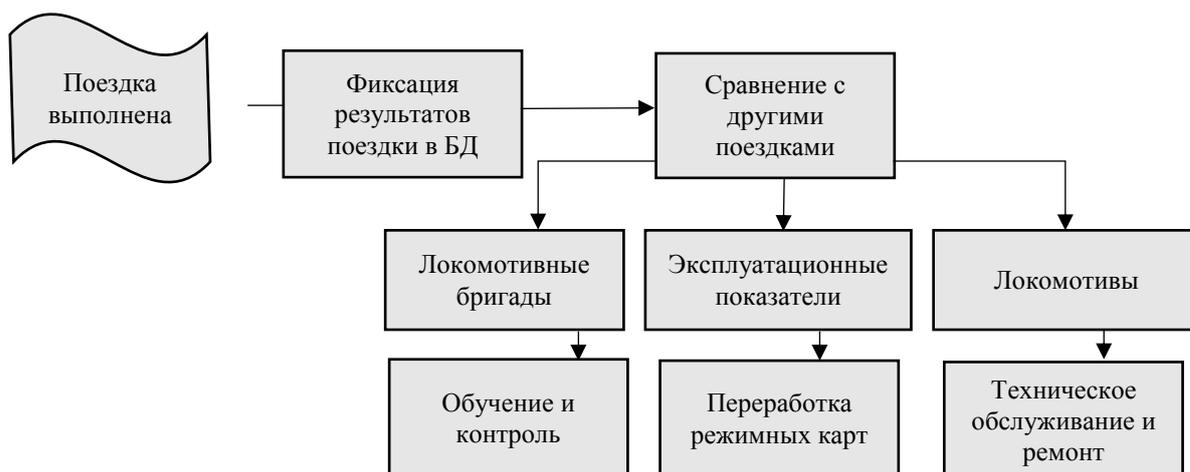


Рис. 2. Укрупненная модель бизнес-процесса анализа энергетических результатов поездок

После выполнения поездки и ввода данных основного отчетного документа за поездку – маршрута машиниста в базу данных системы централизованной обработки маршрутов машинистов, лицо (или процесс), принимающее решение, выполняет сравнительный анализ по нескольким направлениям в соответствии с разработанными алгоритмами и нормативными документами.

**Заключение.** Разработка типовых моделей бизнес-процессов в области управления энергопотреблением тягой поездов позволит использовать единые механизмы и методы, что положительно отразится на оперативности принятых решений.

**Информация о финансовой поддержке:** Исследование выполнено в рамках государственного задания № 109-03-2024-004 по теме ЕКТУ-2023-0003 «Разработка концептуальной модели системы поддержки принятия решений в области анализа и прогнозирования расхода топливно-энергетических ресурсов на тягу поездов».

### Список литературы

1. Цевелев, А. В. Бизнес-процессы материально-технического обеспечения железнодорожного транспорта: монография / А. В. Цевелев. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 246 с.– DOI 10.12737/monography\_5d2301760381b6.02205677. – ISBN 978-5-16-015401-5.
2. Veen A. H. Dataflow machine architecture // ACM Computing Surveys. – 1986. – № 18 (4). – P. 365-396.
3. Computational and technological models of cognitive monitoring systems / V. U. Osipov, A. I. Vodyaho, N. V. Klimov, N. A. Zhukova, M. A. Chervontsev // Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal. – 2019. – Vol. 2, № 1. – P. 197-202.

## О ЗАЩИТЕ ИНФОРМАЦИИ С ОГРАНИЧЕННЫМ ДОСТУПОМ

**Коробейникова К.В.**, канд. экон. наук, ORCID 0009-0000-7972-114X  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*k.korobeinikova@bk.ru*

**Введение.** Защита информации с ограниченным доступом стала неотъемлемой частью современного мира, где информация приобрела небывалую ценность. С каждым днем увеличивается количество цифровых взаимодействий, а вместе с ними и риски утечки личной информации.

Защита данных – это не просто юридическая обязанность, это необходимость, позволяющая предотвратить злоупотребления и обеспечить безопасность граждан.

**Цель** – раскрыть понятие информации с ограниченным доступом и обосновать направления ее защиты. Необходимость защиты информации с ограниченным доступом становится не просто актуальной проблемой, а актуальной задачей для всего общества, требующей совместных усилий как со стороны индивидуумов, так и организаций.

**Основная часть.** Законодательство Российской Федерации регламентирует доступ к информации для бесплатного использования [1]. В то же время часть данных относится к информации с ограниченным доступом, и представляет собой «защищенную информацию», которая и имеет специальную ценность и не является просто продуктивным ресурсом. Это – не только актив предприятия, но и объект его защиты. Нарушение конфиденциальности может привести к серьезным последствиям, включая кражу личности, финансовые потери и разрушение репутации. Поэтому компании и организации обязаны внедрять эффективные механизмы защиты данных, соблюдая не только законы, но и этические нормы. Такую практику поддерживают не только законодательства отдельных стран, но и стандарты, направленные на укрепление доверия между потребителями и организациями.

Согласно нормативным актам необходимо строгое соблюдение принципов законности, целесообразности и минимизации ограничения доступа к информации, в то же время важно обеспечить защиту как физических, так и юридических лиц от несанкционированного доступа, злоупотреблений и утечек.

В последнее время появилось множество сетевых сервисов, которые незаконно собирают, хранят и распространяют персональную информацию о гражданах, включая паспортные данные, сведения о недвижимости, перелетах и иные личные сведения. В частности, деанонимизация, влекущая раскрытие персональных данных военнослужащих и их семей,

создает непосредственную угрозу их жизни и безопасности в текущих непростых условиях [2, с.31].

В связи с этим были подготовлены и приняты поправки в закон о персональных данных, большинство из которых вступили в силу с сентября 2022 по март 2023 года. У работодателей появились новые обязанности, законодатели сократили ряд сроков, ввели очередные запреты для операторов персональных данных

Ключевую роль в данной области играют обязательства по информированию субъектов данных о целях, методах и процедурах обработки их информации, а также праве на доступ и исправление сведений о себе [3, с.195].

Технологии защиты данных постоянно развиваются, обеспечивая новые способы защиты личной информации. В связи с этим требуется разработка и внедрение современных технологий защиты, таких как шифрование, анонимизация и использование искусственного интеллекта для мониторинга угроз становятся важными инструментами в арсенале организаций, стремящихся к минимизации рисков. Однако ни одна технология не может гарантировать абсолютную безопасность, если сама культура защиты данных не будет внедрена на всех уровнях – от руководства до рядовых сотрудников.

Образование в сфере защиты данных играет ключевую роль. Осведомленность людей о своих правах и способах защиты информации способствует созданию более безопасной цифровой среды. Важно, чтобы каждый пользователь понимал риск утечки данных и следовал рекомендациям по их защите, таким как использование надежных паролей и двухфакторной аутентификации [4, с.137].

Особая роль в обеспечении прав граждан играет и система контроля за соблюдением законодательства. Необходимы независимые органы, которые смогут проводить проверки и расследования по фактам возможных нарушений. Это создаст дополнительные гарантии для граждан в сфере защиты их личной информации и укрепит доверие к государственным институтам.

Также стоит отметить важность повышения общей правовой грамотности населения. Обучение граждан основам защиты персональных данных, а также их правам в этой сфере, может существенно снизить риски утечек информации и манипуляций с данными. Таким образом, комплексный подход к правовым аспектам защиты информации с ограниченным доступом позволит создать эффективную и безопасную информационную среду [ 5, с.192].

Важную роль в защите данных также играют программы обучения и повышения осведомленности. Организации должны инвестировать в регулярные тренинги для сотрудников, чтобы они могли распознавать потенциальные угрозы, такие как фишинг или вредоносное программное

обеспечение. Формируя культуру безопасности, компании создают не просто защитный барьер, но и активных участников процесса, что в итоге усиливает общую защищенность [6, с.185].

С каждым днем увеличивается количество цифровых взаимодействий, а вместе с ними и риски утечки личной информации. Защита данных – это не просто юридическая обязанность, это необходимость, позволяющая предотвратить злоупотребления и обеспечить безопасность граждан. Следовательно, необходимость защиты персональных данных становится не просто актуальной проблемой, а актуальной задачей для всего общества, требующей совместных усилий как со стороны индивидуумов, так и организаций.

Эффективное взаимодействие между государственными органами, частным сектором и обществом в целом обеспечивает создание надежных механизмов, обеспечивающих соблюдение прав граждан и безопасность в цифровом пространстве.

В конечном счете, успешная защита данных требует совместных усилий. Пользователи должны быть активными участниками этого процесса, принимая меры предосторожности и образовываясь в вопросах безопасности. Организации, стремящиеся к поддержанию доверия, обязаны принимать инновационные подходы и быть готовыми к быстрому реагированию на угрозы. Только так можно создать надежную и безопасную цифровую экосистему.

Не менее значимо внедрение многоуровневой аутентификации, которая создает дополнительный слой безопасности при доступе к важной информации. Это позволяет минимизировать риски, связанные с компрометацией паролей. Кроме того, использование систем мониторинга и анализа больших данных помогает выявлять аномалии и потенциальные угрозы в режиме реального времени.

Развитие технологий также открывает новые горизонты для защиты личной информации. Например, блокчейн предлагает децентрализованные решения для хранения и обработки данных, которые могут упростить соблюдение норм и стандартов законодательства. Однако при использовании таких технологий важно учитывать их доступность и совместимость с существующими системами безопасности.

**Заключение.** Формирование безопасной цифровой среды требует коллективных действий и постоянного совершенствования. Организации и пользователи должны совместно работать, чтобы справляться с новыми вызовами и угрозами, создавая устойчивую и защищенную экосистему.

## Список литературы

1. Федеральный закон от 27 июля 2006 г. N 149-ФЗ "Об информации, информационных технологиях и о защите информации" // Собрание законодательства Российской Федерации от 31 июля 2006 г. N 31 (часть I) ст. 3448

2. Здун, Т. А. Новый подход к учету электронных документов ограниченного доступа / Т. А. Здун, С. Г. Ключев // Охрана, безопасность, связь. – 2024. – № 9–3. – С. 31–38.
3. Каплина, О. В. Ограниченный доступ к официальной статистической информации о российской внешней торговле: проблема и пути решения / О. В. Каплина, И. А. Карачев // Актуальные проблемы совершенствования высшего образования : Тезисы докладов XVI Всероссийской научно-методической конференции, Ярославль, 28–29 марта 2024 года. – Ярославль: Общество с ограниченной ответственностью "Филигрань", 2024. – С. 195–198.
4. Петрусенко, Т. В. Нормативная база и порядок работы с документами ограниченного доступа при комплектовании библиотечного фонда / Т. В. Петрусенко // Библиотечные фонды: проблемы и решения : Материалы XVI Всероссийской научно-практической конференции, Пермь, 16–20 октября 2023 года. – Пермь: Пермская государственная ордена «Знак Почета» краевая универсальная библиотека им. А.М. Горького, 2024. – С. 137–151.
5. Бибикова, Н. С. Работа с документами, определяющими порядок использования информации с ограниченным доступом / Н. С. Бибикова // Библиотечные фонды: проблемы и решения : Материалы XVI Всероссийской научно-практической конференции, Пермь, 16–20 октября 2023 года. – Пермь: Пермская государственная ордена "Знак Почета" краевая универсальная библиотека им. А. М. Горького, 2024. – С. 92–118.
6. Гарбузов, Г. В. Проблемы дефиниций и постановки целей защиты от утечек информации ограниченного доступа / Г. В. Гарбузов // International Journal of Open Information Technologies. – 2024. – Т. 12, № 5. – С. 185–191.

УДК 338.2:004.9:378

## ЦИФРОВАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ ВУЗА

**Мащенко Н.Е.**, канд. экон. наук, доц., ORCID 0000-0003-0126-545X  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*maschenko\_n@inbox.ru*

**Введение.** Основной тенденцией в мировом экономическом развитии конца XX – начала XXI в. является переход от индустриальной и постиндустриальной экономики к так называемой цифровой экономике или экономике, базирующейся на сетевом использовании информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) [1]. Становление цифровой экономики – результат технологического развития общества.

Сегодня в качестве цифровой экономики можно определить деятельность, в которой ключевыми факторами производства являются данные, представленные в цифровом виде, а их обработка и использование в больших объёмах, в том числе непосредственно в момент их образования, позволяет по сравнению с традиционными формами хозяйствования существенно повысить эффективность, качество и производительность в различных видах производства, технологий,

оборудования, при хранении, продаже, доставке и потреблении товаров и услуг [3].

Создаваемый цифровой экономикой специфический товар – информационные технологии – имеет такие особенности, которые постепенно проникают во все воспроизводственные процессы общества – производство, распределение, обмен и потребление. Этот товар преобразует систему производственных и всех других форм и видов общественных отношений. Он имеет нематериальное содержание и включает крупнейшую базу цифровой информации, систем коммуникации и программных продуктов, обеспечивающих новое качество осуществления воспроизводственных процессов в обществе. Цифровые платформы позволяют по-новому осуществлять многочисленные воспроизводственные процессы, которые меняют технологические формы организации и управления в социальной жизни и хозяйственной деятельности [2].

**Основная часть.** Цифровая трансформация затрагивает различные сферы жизни, такие как государственное управление, образование, здравоохранение, интернет-торговля и др. Цифровизация системы высшего образования выходит на первый план, поскольку высшее образование играет ключевую роль в формировании интеллектуального потенциала общества, призвана обеспечить переход общества в цифровую эпоху.

Рассмотрим цифровую трансформацию вуза с двух сторон: цифровая трансформация образовательной деятельности и цифровизация бизнес-процессов административной деятельности вуза.

Одним из основных направлений цифровой трансформации образовательной деятельности вуза является:

создание «витрины образовательных продуктов» вуза, позволяющей студентам выбирать подходящие образовательные программы и курсы, а также отслеживать свой прогресс и достижения;

создание и развитие электронной информационно-образовательной среды (ЭИОС), которая дает доступ студентам и преподавателям к учебным материалам, возможности взаимной коммуникации, контроля учебной деятельности;

использование онлайн-курсов, позволяющим изучать дисциплины в удобное время и в удобном темпе;

использование цифровых инструментов и технологий для генерации, доставки содержания курса и обратной связи, таких как OBS Studio, Movavi Video Suite, ЯндексДиск, Google Drive, Dropbox, YouTube, WhatsApp, Zoom и Moodle.

Цифровая трансформация административных процессов предполагает использование современных технологий и инструментов для автоматизации и оптимизации процессов управления вузом, что позволяет повысить эффективность работы администрации, улучшить качество

предоставляемых услуг и упростить взаимодействие с внешними партнёрами:

цифровизация процессов бюджетирования; создание единой цифровой системы управления финансами позволяет автоматизировать планирование бюджетов, процедуры закупок и оформление командировок; это помогает оптимизировать расходы и повысить прозрачность движения финансовых потоков;

развитие электронных систем учёта и контроля; использование электронных пропусков и систем верификации позволяет оптимизировать контроль доступа в учебные корпуса и обеспечивает безопасность студентов и сотрудников;

цифровая трансформация кадровой политики вуза; внедрение электронных систем кадрового учёта и управления персоналом позволяет автоматизировать процессы найма, обучения, аттестации и карьерного роста сотрудников;

цифровая трансформация документационных процессов, которая включает в себя использование облачных хранилищ, искусственного интеллекта, блокчейна, автоматической классификации документов, федеративного поиска, автоматизации бизнес-процессов, RPA, лёгкого взаимодействия, настройки интеграции с разными системами и отказа от изолированного хранения документов; эти технологии позволяют повысить эффективность работы с документами, улучшить контроль версий и организовать управление полным жизненным циклом документов. Такая трансформация происходит через внедрение автоматизированных систем и технологий, таких как «Логика ЕСМ. СЭД», «1С: Документооборот» и «Дело». Эти системы обеспечивают ввод и регистрацию документов, доведение их до пользователей, согласование и подписание, отправку, контроль исполнения и хранение документов.

**Заключение.** Таким образом, цифровая трансформация вуза открывает новые перспективы для развития высшего образования. Она позволяет готовить специалистов, обладающих необходимыми знаниями, умениями и компетенциями, готовых к работе в условиях быстро меняющегося мира.

Однако для успешной реализации цифровой трансформации вуза необходимо следующее: активное сотрудничество и взаимодействие всех участников образовательного процесса; грамотная цифровизация административной деятельности вуза, позволяющая повысить эффективность работы администрации, улучшить качество предоставляемых услуг и упростить взаимодействие с внешними партнёрами; проведение цифровой трансформации документированных сфер деятельности, что способствует оптимизации рабочих процессов и повышению эффективности управления документами, обеспечит доступность и сохранность документов, поспособствует автоматизации

многих задач, связанных с управлением документами; решение проблем, связанных с безопасностью данных и совместимостью систем.

### Список литературы

1. Головенчик, Г. Г. Цифровая экономика : учебное пособие / Г. Г. Головенчик. – Минск : Вышэйшая школа, 2022. – 312 с. : ил.
2. Сергеев, Л. И. Цифровая экономика : учебник для вузов / Л. И. Сергеев, Д. Л. Сергеев, А. Л. Юданова ; под редакцией Л. И. Сергеева. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 437 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-15797-0. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. с. 6 – URL: <https://urait.ru/bcode/543648/p.6> (дата обращения: 07.09.2024).
3. Пономаренко, Н. Ш. Концептуальные основы цифровой экономики / Н. Ш. Пономаренко // Информационные системы и технологии в моделировании и управлении : Сборник трудов V Международной научно-практической конференции, Ялта, 20–22 мая 2020 года / Отв. редактор К.А. Маковейчук. – Ялта : Общество с ограниченной ответственностью «Издательство Типография «Ариал», 2020. – С. 348-352. – EDN YWFNLX.

УДК 338.24:004.9

## ОСОБЕННОСТИ УПРАВЛЕНИЯ БИЗНЕСОМ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЦИФРОВЫХ ИННОВАЦИЙ

*Митрохина Е.А.*, канд. экон. наук, ORCID 0000-0001-7321-6521  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*[o.mytrokhina@mail.ru](mailto:o.mytrokhina@mail.ru)*

**Введение.** В современном мире цифровые технологии стремительно проникают во все сферы жизни, и бизнес не является исключением. Цифровые инновации открывают новые горизонты для развития компаний, изменяя традиционные методы управления и предоставляя инструменты для повышения эффективности и конкурентоспособности. Это обуславливает необходимость рассмотрения ключевых аспектов цифровых инноваций и особенности управления бизнесом с их применением.

**Цель работы** – выявить особенности применения цифровых инноваций в управлении бизнесом.

**Основная часть.** Прежде чем останавливаться на влиянии цифровых инноваций на управление бизнесом, рассмотрим сущность понятия «цифровая инновация». В литературе существуют различные трактовки данного термина [1, 3, 4].

Под «цифровой инновацией» можно понимать внедрение новых технологий, таких как искусственный интеллект, машинное обучение,

блокчейн, облачные вычисления, интернет вещей, большие данные и другие, в бизнес-процессы для повышения эффективности, улучшения качества продукции и услуг, создания новых продуктов и услуг, расширения рынка и оптимизации затрат. Как видно это определение носит общий характер и затрагивает все аспекты цифровых инноваций.

Однако в литературе можно найти и другие трактовки [3], обобщив которые можно выделить четыре группы определений (рис. 1).

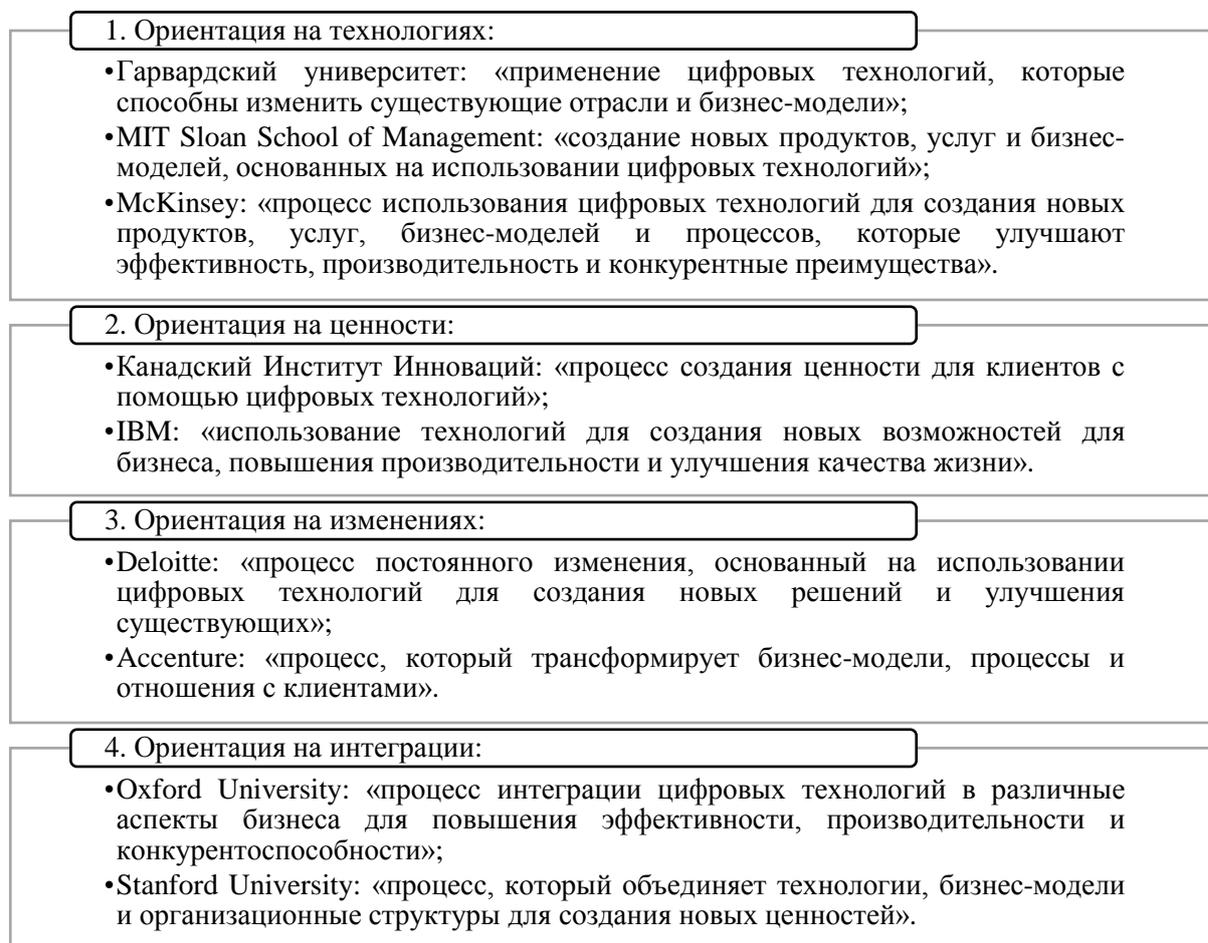


Рис. 1. Трактовки понятия «цифровая инновация»

Как видно, определение «цифровая инновация» может отличаться в зависимости от контекста, фокуса и перспективы. Однако необходимо отметить, что в основе всех определений лежит использование цифровых технологий для создания ценности, повышения эффективности, улучшения качества жизни и трансформации бизнеса.

Таким образом, цифровые инновации не просто технология, а процесс, который требует постоянного изменения и адаптации к новым условиям рынка. Это комплексный подход к преобразованию бизнеса, который включает в себя технологии, людей, процессы, культуру и стратегии.

Рассмотрим какое влияние оказывают цифровые инновации на управление бизнесом. Это влияние выражается в следующем:

1. Автоматизация процессов. Одним из наиболее значимых эффектов цифровых инноваций является автоматизация рутинных задач. Использование роботизированных процессов (RPA) и ИИ позволяет сократить время на выполнение операций, снизить количество ошибок и освободить человеческие ресурсы для более сложных и креативных задач [2].

2. Анализ больших данных. Big Data предоставляет компаниям возможность собирать и анализировать огромные объемы информации, что помогает лучше понимать потребности клиентов, прогнозировать тренды и принимать обоснованные решения. Инструменты для анализа данных позволяют выявлять скрытые закономерности и оптимизировать бизнес-стратегии.

3. Улучшение взаимодействия с клиентами. Цифровые технологии способствуют созданию более персонализированного и удобного клиентского опыта. Чат-боты, виртуальные помощники и омниканальные платформы позволяют оперативно реагировать на запросы клиентов и предоставлять им качественный сервис.

4. Повышение гибкости и адаптивности. В условиях быстро меняющейся рыночной среды цифровые инновации помогают компаниям быть более гибкими и адаптивными. Облачные решения, например, позволяют быстро масштабировать ресурсы и внедрять новые сервисы без значительных капитальных вложений.

Рассмотрев сущность понятия «цифровая инновация», а также влияние, которое цифровые инновации оказывают на управление бизнесом, выделим ряд особенностей управления бизнесом с их применением:

1. Культура инноваций. Внедрение цифровых технологий требует создания внутри компании культуры, поддерживающей инновации. Это включает в себя поощрение сотрудников к обучению и экспериментам, а также создание условий для быстрого тестирования и внедрения новых идей.

2. Цифровая трансформация стратегии. Управление бизнесом в условиях цифровых инноваций требует пересмотра стратегических приоритетов. Компаниям необходимо интегрировать цифровые технологии в свои бизнес-модели и стратегии, чтобы оставаться конкурентоспособными.

3. Кибербезопасность. С ростом использования цифровых технологий возрастает и угроза кибератак. Управление бизнесом должно включать в себя комплексные меры по обеспечению кибербезопасности, чтобы защитить данные и инфраструктуру компании.

4. Новые компетенции и обучение. Для успешного применения цифровых инноваций необходимо развивать новые компетенции у сотрудников. Это включает в себя обучение работе с новыми

технологиями, а также развитие навыков анализа данных и цифровой грамотности.

5. Партнерства и экосистемы. В условиях цифровой экономики важную роль играют партнерства и создание экосистем. Совместная работа с другими компаниями, стартапами и исследовательскими институтами позволяет быстрее внедрять инновации и расширять возможности бизнеса.

**Заключение.** Цифровые инновации кардинально меняют подходы к управлению бизнесом, открывая новые возможности для роста и развития. Чтобы воспользоваться этими преимуществами, компаниям необходимо активно внедрять современные технологии, развивать культуру инноваций и постоянно обучать своих сотрудников. В условиях цифровой трансформации те компании, которые смогут адаптироваться и эффективно использовать цифровые инструменты, будут иметь значительное конкурентное преимущество на рынке.

### Список литературы

1. Боровкова, А. С. Цифровые инновации и особенности управления бизнесом / А. С. Боровкова, Г. Я. Казакова, Д. М. Эльдяева, Н. К. Кичикова // РППЭ. – 2018. – №11 (97). – С. 140–146. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tsifrovye-innovatsii-i-osobennosti-upravleniya-biznesom> (дата обращения: 11.09.2024). – DOI: 10.26726/1812-7096-2018-11-140-146.
2. Митрохина, Е. А. Возможности применения RPA для автоматизации документооборота / Е. А. Митрохина // Документы и архивы в условиях цифровой экономики : Материалы Международной научно-практической конференции, Донецк, 22–23 апреля 2020 года / Редколлегия: Н.Ш. Пономаренко (председатель) [и др.]. – Донецк: Донецкий национальный университет, 2020. – С. 37-41. – EDN CYUZPB.
3. Силкина, Г. Ю. Цифровые инновации: сущностные характеристики и особенности / Г. Ю. Силкина, А. П. Шабан // *π-Economy*. – 2023. – №5. – С. 51–62. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tsifrovye-innovatsii-suschnostnye-harakteristiki-i-osobennosti> (дата обращения: 11.09.2024). – DOI: <https://doi.org/10.18721/JE.16504>.
4. Якубова, И. И. Современные тенденции развития цифровых инноваций / И. И. Якубова // *Журнал прикладных исследований*. – 2021. – №6. – С. 474–478. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennye-tendentsii-razvitiya-tsifrovyyh-innovatsiy> (дата обращения: 11.09.2024). – DOI 10.47576/2712-7516\_2021\_6\_5\_474.

## АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ДОКУМЕНТООБОРОТА ЭКОНОМИЧЕСКИХ СУБЪЕКТОВ

*Овчаренко А.С.*, ORCID 0009-0001-9174-0113

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*antonina.ov4arenko@yandex.ru*

**Введение.** В условиях развития современной цифровой экономики, когда все экономические субъекты различных сфер деятельности заинтересованы в обеспечении конкурентного преимущества, возрастает роль цифровой трансформации и качественного документирования финансово-хозяйственных операций. Цифровая трансформация документооборота является важнейшим фактором, обуславливающим масштабы и темпы развития экономического субъекта.

**Цель работы** – определить и обосновать актуальные вопросы цифровой трансформации документооборота экономического субъекта.

**Основная часть.** Инструментарий цифровой трансформации направлен, прежде всего, на качественные изменения в бизнес-процессах экономических субъектов в результате внедрения цифровых технологий.

Изучению актуальных вопросов цифровой трансформации документооборота сферы свои труды посвятили Бобылева М.П., Ермолаева А.В., Гагиева А.К., Мазур Л.Н, Пономаренко Н.Ш., Славко Т.И.

Анализ литературных источников помог выявить наиболее распространенные процессы, связанные с цифровой трансформацией [1]:

1. Оцифровка – преобразование различной информации в цифровую форму, с сохранением всех ее характеристик, в том числе качества.

2. Цифровизация – это процесс преобразования бизнес-процессов экономического субъекта в цифровую форму.

По мнению Детлефа Ла Гранда, цифровая трансформация представляет собой совокупность понятий, таких как социальные сети, краудфандинг и краудсорсинг, облачные вычисления и технологии, большие данные и искусственный интеллект, аддитивные технологии виртуальную и дополненную реальности, носимые устройства и продукты с открытым исходным кодом [6].

Важно отметить, что данный подход способствует изменению понятия «цифровая трансформация» по мере развития информационных технологий.

Ряд ученых Института статистических исследований и экономики знаний НИУ ВШЭ [5] считают, что цифровая трансформация является качественными изменениями в бизнес-процессах или способах осуществления экономической деятельности (бизнес-моделях) в результате внедрения цифровых технологий, приводящие к значительным социально-экономическим эффектам.

Следовательно, цифровая трансформация воздействует на цифровую экономику посредством внедрения цифровых технологий.

В контексте определения «цифровая трансформация» можно уточнить определение «цифровая экономика».

В Стратегии развития информационного общества указано, что «цифровая экономика» – это «хозяйственная деятельность, в которой ключевым фактором производства являются данные в цифровом виде, обработка больших объемов и использование результатов анализа которых по сравнению с традиционными формами хозяйствования позволяют существенно повысить эффективность различных видов производства, технологий, оборудования, хранения, продажи, доставки товаров и услуг» [3].

Цифровая экономика – это сформированная система экономических отношений внутри государства между хозяйствующими субъектами, в основу которой положены цифровые и коммуникационные технологии, а также электронный документооборот.

Понятие электронный документооборот включено в определение «цифровая экономика» в связи с тем, что развитие системы электронного документооборота получило широкое распространение.

При этом необходимо учитывать, что цифровая экономика и электронный документооборот взаимосвязаны между собой категорией информации, в частности информация, доступ к которой ограничен в связи с её особой ценностью. Ведь именно информационные технологии являются возможностью получения информации различного рода и назначения, что необходимо учитывать при оценке степени конфиденциальности информации [2].

Ряд ученых [2] в своих работах акцентировали внимание изучению направления цифровой экономики с учетом характеристик цифрового и электронного документооборота.

Авторы выделяют девять векторов цифровой экономики с учетом реализации электронного документооборота: инфраструктуру, законодательную и регуляторную среды, кадровую политику, образование, цифровое здравоохранение, информационную безопасность, государственное управление, систему управления, умный город, научные исследования и разработки.

Они отмечают, что внедрение электронного документооборота и цифровой экономики связано с изменением системы управления предприятием, при этом важно учитывать специфику их деятельности с учетом особенностей новых информационных технологий и программного обеспечения [2].

Важной особенностью электронного документооборота экономического субъекта в условиях цифровизации является обеспечение возможности одновременной и скоординированной работы в едином информационно-документационном поле множества территориально разделенных и информационно объединенных пользователей.

Документационное обеспечение управления постепенно становится юридически значимым информационным обеспечением управления, что подразумевает интеграцию информации и единства документационной системы в процессе управления, невзирая на территориальное разделение предприятий с учетом, в том числе, облачных технологий [4].

Необходимо отметить, что юридическая значимость обеспечивается за счет применения аналогов собственноручной подписи, в качестве которых в соответствии с Федеральным законом РФ «Об электронной цифровой подписи» понимается электронная цифровая подпись.

**Заключение.** Таким образом, определены и обоснованы актуальные вопросы цифровой трансформации документооборота экономического субъекта. Цифровая трансформация документооборота находится на стадии развития и совершенствования. Вопросы цифрового документооборота направлены на изучение цифровой экономики с учетом характеристик цифрового и электронного документооборота. Юридическая значимость цифрового документооборота обеспечивается за счет применения аналогов собственноручной подписи.

#### Список литературы

1. Академик. – Текст : электронный / Словари и энциклопедии. – URL: <https://dic.academic.ru/searchall.php?SWord=%D1%86%D0%B8%D1%84%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D0%B7%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F&from=ru&to=xx&did=&stypе=0> (дата обращения: 12.09.2024).
2. Кузнецов, А. А. Правовые основы формирования и реализации цифровой экономики / А. А. Кузнецов, П. А. Кузнецов // Бенефициар. – 2019. – № 49. – С. 27-29. – EDN WUSPMW.
3. О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы. – Текст : электронный / указ Президента Российской Федерации от 09.05.2017 № 203. – URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/41919> (дата обращения: 12.09.2024).
4. Пономаренко, Н. Ш. Особенности документооборота предприятия в условиях цифровизации экономики / Н. Ш. Пономаренко // Документы и архивы в условиях цифровой экономики : Материалы Международной научно-практической конференции, Донецк, 22–23 апреля 2020 года / Редколлегия: Н.Ш. Пономаренко (председатель) [и др.]. – Донецк: Донецкий национальный университет, 2020. – С. 26-28. – EDN BPMLIA.
5. Цифровая трансформация отраслей: стартовые условия и приоритеты: докл. к XXII Апр. междунар. науч. конф. по проблемам развития экономики и общества, Москва, 13–30 апр. 2021 г. / Г. И. Абдрахманова, К. Б. Быховский, Н. Н. Веселитская, К. О. Вишневский, Л. М. Гохберг и др. ; рук. авт. кол. П. Б. Рудник ; науч. ред. Л. М. Гохберг, П. Б. Рудник, К. О. Вишневский, Т. С. Зинина ; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». – М. : Изд. дом Высшей школы экономики, 2021. – 239, [1] с. – ISBN 978-5-7598-2510-4 (в обл.). – ISBN 978-5-7598-2270-7 (e-book).
6. Прохоров А. Цифровая трансформация. Анализ, тренды, мировой опыт. Издание второе, исправленное и дополненное / А. Прохоров, Л. Коник. – М.: ООО «КомНьюс Групп», 2019. – 368 с.

# ***Прикладная математика, прикладная информатика и теория систем управления***

УДК 004.655

## **РАЗРАБОТКА ОБУЧАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ «ПЛАНИРОВЩИК ЗАПРОСОВ»**

***Андреев И.А., Блохин С.В.***

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*studyandreev@mail.ru*

**Введение.** В современном информационном мире, где данные являются неотъемлемой частью бизнес-процессов и стратегических решений, эффективное управление информационными ресурсами становится краеугольным камнем успешной деятельности предприятий. Структурированные запросы к базам данных, созданные на основе языка SQL (Structured Query Language), выступают в роли надежного инструмента для получения нужной информации.

**Целью работы** является исследование существующих подходов к разработке обучающих программ по SQL с целью разработки собственной для обучения навыкам разработки оптимальных запросов с точки зрения скорости их выполнения.

Для достижения поставленной цели были определены следующие **задачи**:

1. Изучить литературу по теме работы;
2. Определить ключевые концепции и темы, которые необходимо включить в обучающую программу по SQL;
3. Исследовать различные методики обучения SQL;
4. Разработать структуру и контент обучающей программы по SQL на основе результатов анализа исследования;
5. Сделать выводы о эффективности и применимости разработанной обучающей программы по SQL и предложить рекомендации для её улучшения.

**Основная часть.** В процессе анализа существующих аналогичных систем были выявлены ключевые качества, которыми должна обладать обучающая система:

1. Понятный интерфейс является ключевым элементом взаимодействия пользователя с продуктом, поскольку он обеспечивает простоту и эффективность в использовании. Он помогает пользователям быстро освоить функционал продукта, уменьшает вероятность ошибок и делает весь опыт более приятным и удобным. Такой интерфейс повышает удовлетворенность пользователей и способствует их лояльности;

2. Качественная подача материала, которая будет осуществляться путем текстовых лекций с примерами, которые будут содержать основные теоретические аспекты, так как такой способ передачи информации обладает рядом преимуществ, делающих ее более удобной и эффективной для усвоения. Во-первых, возможность самостоятельной работы играет важную роль. Читатель может контролировать темп и структуру усвоения информации, что позволяет ему лучше адаптировать процесс под свои потребности и предпочтения;

3. Выполнение практических заданий по SQL в текстовом редакторе. Работа в текстовом редакторе позволяет студентам или специалистам более глубоко погружаться в язык запросов. Они могут набирать код вручную, что способствует лучшему запоминанию синтаксиса и правил языка SQL;

4. Оценка результатов будет проводиться путем сравнения результатов выполнения введенного запроса пользователем и заранее заготовленных запросов, будут выводиться сведения об ошибках и замеряться время выполнения запроса, чтобы пользователь мог сравнивать результаты выполнения нескольких запросов и приходиться к самому оптимальному решению.

Так же для эффективной работы с SQL пользователям желательно иметь знания реляционной алгебры, так как SQL во многом основан на ее принципах. Основными операциями в реляционной алгебре и являются: проекция, выборка, объединение, пересечение, разность, декартово произведение, деление, соединение.

Разберем одну операцию из списка более подробно. Возьмем, к примеру, операцию выборки, которая позволяет выбирать строки из таблицы, которые удовлетворяют заданному условию [2,3]. На математическом языке операция выборки в реляционной алгебре выглядит следующим образом:

$$\sigma_{\text{условие}}(R) = \{t \mid t \in R \wedge \text{условие}(t)\},$$

где  $\sigma_{\text{условие}}(R)$  – результат выборки;  $t$  – кортеж, принадлежащий отношению  $R$ ;

$\text{условие}(t)$  – логическое выражение, которое проверяется для каждого кортежа  $t$ .

В SQL операция выборки выполняется с использованием оператора SELECT, а условие выборки указывается с помощью ключевого слова WHERE[1]. Например, дано отношение  $R$  (см. таблицу 1) с кортежами.

Таблица 1  
Пример отношения  $R$

ID	Name	Department
1	Alice	HR
2	Bob	IT
3	Charlie	Marketing
4	David	HR

Тогда операция математически будет иметь вид:

$$\sigma_{\text{Department}='HR'}(\mathbf{R}) = \{(1, \text{Alice}, \text{HR}), (4, \text{David}, \text{HR})\}.$$

Составим эквивалентный SQL запрос:

```
SELECT * FROM Employees WHERE Department = 'HR';
```

Этот SQL запрос выберет все строки из таблицы Employees, где значение в столбце Department равно 'HR' (см. Таблицу 2).

Таблица 2

Результат выполнения выборки с условием

ID	Name	Department
1	Alice	HR
4	David	HR

Операция выборки в SQL может быть более сложной, чем простое условие, например, можно комбинировать несколько условий с помощью логических операторов (AND, OR), использовать подзапросы и другие конструкции для более точного фильтрации данных [2].

**Выводы.** В заключение можно отметить, что в условиях современного информационного мира навыки работы с базами данных и язык SQL играют важнейшую роль в эффективном управлении данными и принятии решений. В ходе данного исследования были рассмотрены основные аспекты разработки обучающих программ по SQL, начиная от изучения ключевых концепций и подходов к обучению и заканчивая разработкой структуры и контента программы. Важнейшими компонентами такой программы являются понятный интерфейс, качественная подача теоретического материала, а также практическая работа с запросами в текстовом редакторе.

Разработанная программа фокусируется на обучении созданию оптимальных запросов, что является важным аспектом работы с большими объемами данных. Интеграция знаний реляционной алгебры также является значительным преимуществом, поскольку она помогает глубже понять принципы, на которых основывается SQL.

### Список литературы

1. Бьюли, А. Изучаем SQL / А. Бьюли ; [перевод с английского И. В. Красикова]. – Москва : Диалектика, 2020. – 301 с. – ISBN-13: 987-5-93286-051-9. – Текст: непосредственный.
2. Дейт, Дж. К. SQL и реляционная теория. Как правильно писать код на SQL. / К. Дж. Дейт ; [перевод с английского А. Слинкина]. – Санкт-Петербург : Символ-Плюс, 2010. – 480 с. – ISBN 978-5-93286-173-8. – Текст: непосредственный.
3. Кригель, А. SQL. Библия пользователя / А. Кригель, Б. Трухнов ; [перевод с английского С. А. Храмова]. – Санкт-Петербург : Диалектика, 2010. – 752 с. – ISBN978-5-8459-1546-7. – Текст: непосредственный.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СТОИМОСТИ КРИПТОВАЛЮТЫ «TONCOIN» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

*Асеев И.С.*, ORCID 0009-0008-5883-3191,

*Шевцов Д.В.*, д-р техн. наук, доц., ORCID 0009-0009-3874-6223

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*ilya.aseev.2000@mail.ru, shedmival@mail.ru*

**Введение.** Идея цифровых активов известна давно. И когда текущая концепция денег начинает устаревать, невооруженным взглядом, наблюдается общий рост интереса к криптовалютам, как обычных пользователей интернета, так и крупных компаний. Соответственно, развиваются различные сети блокчейнов.

Одна из них, перспективная, молодая – сеть TON(The open network), которая предлагает свою блокчейн-инфраструктуру, тесно сотрудничая с популярным мессенджером Telegram, при этом создавая в нем экосистему Web3, где ведущая роль будет отведена фундаментальной, для этой сети, криптовалюте – Toncoin.

Прогнозирование его стоимости, открывает возможности для грамотного управления своими цифровыми активами всем пользователям мессенджера, а их число многократно увеличивается и приближается к отметке в один миллиард.

Методы машинного обучения оказались очень полезными инструментами при финансовом анализе за счет: точности прогнозов, автоматизации процессов и своей адаптивности.

**Целью** данного исследования является разработка модели машинного обучения, которая может точно спрогнозировать стоимость криптовалюты Toncoin.

**Основная часть.** Для построения модели необходимо собрать данные о стоимости Toncoin за определённый период. Источниками могут выступать криптовалютные биржи и агрегаторы данных (например, CoinMarketCap). Помимо стоимости, могут быть собраны дополнительные признаки, такие как объём торгов, капитализация рынка, данные по другим криптовалютам, а также макроэкономические факторы.

После сбора данных выполняется их предварительная обработка: удаление пропущенных или аномальных значений, преобразование временных данных в признаки, такие как день недели или месяц, нормализация данных, если методы обучения требуют масштабированных значений.

Градиентный бустинг выбран в качестве основного метода для данной задачи. Этот метод строит ансамбль слабых моделей (обычно

деревьев решений), улучшая результат на каждом шаге за счёт минимизации ошибки предыдущих моделей.

Градиентный бустинг хорошо справляется с нелинейными зависимостями и работает с небольшими объёмами данных, что актуально для криптовалютного рынка, где часто присутствуют резкие скачки цен.

Преимущества градиентного бустинга для прогнозирования стоимости Toncoin: устойчивость к выбросам, способность работать с разными типами данных (числовыми и категориальными), моделирование сложных зависимостей между признаками.

После выбора метода начинается обучение модели. Данные делятся на обучающую и тестовую выборки, чтобы оценить точность модели. Часто используется перекрёстная проверка (cross-validation) для более надёжной оценки.

Процесс обучения включает следующие шаги:

1. Определение гиперпараметров модели (например, глубина деревьев, количество деревьев в ансамбле).
2. Обучение модели на тренировочной выборке.
3. Оценка на тестовой выборке с использованием метрик, таких как среднеквадратичная ошибка (MSE) или средняя абсолютная ошибка (MAE).

После обучения модели необходимо оценить её качество. Оценка проводится на тестовых данных, которые не использовались при обучении.

Для этого применяются следующие метрики:

- MAE — средняя абсолютная ошибка.
- MSE — среднеквадратичная ошибка.
- Коэффициент детерминации ( $R^2$ ) для оценки качества предсказаний.

Если качество модели оказывается недостаточным, могут быть предприняты следующие шаги:

1. Увеличение объёма данных.
2. Тюнинг гиперпараметров.
3. Добавление новых признаков, таких как технические индикаторы (скользящие средние, RSI и др.).

После успешного построения модели важно понять, какие признаки оказывают наибольшее влияние на результат. Для этого используется анализ важности признаков (feature importance).

В случае с Toncoin это может показать, что, например, объём торгов и стоимость других криптовалют оказывают существенное влияние на изменение курса. Но также не стоит забывать, что модель может не учитывать внезапные изменения рыночной ситуации (например, новостные эффекты).

**Заключение.** Прогнозирование стоимости криптовалюты TONCOIN с использованием методов машинного обучения является сложной, но

важной задачей. Помимо рассмотренного метода градиентного бустинга, существуют и другие модели, такие как логистическая регрессия с использованием искусственных лагов, модели временных рядов и другие. Каждый из этих методов имеет свои преимущества и ограничения, и их комбинация может привести к более точным прогнозам.

Toncoin, в первую очередь, предназначен для создания экосистемы и может быть использован для поддержания децентрализованных приложений. Кроме того, Toncoin выполняет функции обработки транзакций, внутрицепочечного управления, межцепочечных транзакций.

Как упоминалось выше, при плотном сотрудничестве с мессенджером телеграм, сеть TON, возможно, как никто другой, приближает заветный переход интернета от условных централизованной эпохи web2 к децентрализованной web3, и быть частью этого процесса не может не радовать.

### Список литературы

1. Marcos L. Machine Learning For Asset Managers / L. Marcos. – Cambridge: Cambridge University Press, 2020. – 152 p. – ISBN 978-1108792899.
2. Marcos L. Advances in Financial Machine Learning / L. Marcos. – Hoboken, New Jersey: Wiley, 2018. – 400 p. – ISBN 978-1119482086.
3. Forecasting Bitcoin Prices via ARIMA, XGBOOST, PROPHET, and LSTM – Текст: электронный // Kaggle: официальный сайт. – 2021. – URL: <https://www.kaggle.com/code/aaronfloreani/forecasting-btc-arima-xgboost-prophet-lstm> (дата обращения: 10.09.2024).
4. Краткосрочное прогнозирование курса биткоина с помощью алгоритмов машинного обучения. – Текст: электронный // Github Gist: официальный сайт. – 2019. – URL: <https://gist.github.com/e-eki/7f11840bd1255f72fee92d776d592f2c> (дата обращения: 09.09.2024).
5. The Open Network: официальный сайт. – Dubai. – URL: <https://ton.org/ru> (дата обращения: 09.09.2024). – Текст: электронный.
6. Toncoin price today, TON to USD live price, marketcap and chart | CoinMarketCap. – Текст: электронный // CoinMarketCap: официальный сайт. – 2024. – URL: <https://coinmarketcap.com/currencies/toncoin/> (дата обращения: 08.09.2024).

## ПРИМЕНЕНИЕ CNN В ДИАГНОСТИКЕ ЗЛОКАЧЕСТВЕННЫХ НОВООБРАЗОВАНИЙ КОЖИ

**Белоусова В.С.**

Политехнический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», г. Таганрог, РФ  
*tag.uchot@donstu.ru*

**Введение.** Рак кожи является одним из самых распространенных видов рака в мире. Ежегодно люди сталкиваются с этой серьезной проблемой. Традиционные методы диагностики требуют времени. Но развитие искусственного интеллекта (ИИ), а именно сверточных нейронных сетей (CNN), предоставляет возможности для улучшения диагностики.

**Цель** – Провести анализ применения CNN в диагностике злокачественных новообразований кожи.

### **Основная часть.**

Существует множество видов архитектур, и все имеют разное предназначение, для классификации изображений чаще всего используют сверточную архитектуру, которая предназначена для обработки данных, имеющих сеточную структуру, с данным типом архитектуры можно не только классифицировать изображения, а также обнаруживать объекты и сегментировать изображения. [1]

Использование данной архитектуры позволяет:

1. Автоматизировать процесс диагностики. Если нейронную сеть обучить используя DataSet с большим количеством изображений новообразований кожи, то она сможет распознавать рак кожи с высокой точностью.

2. Увеличение точности диагностики. Так как нейронная сеть обучена на большом массиве данных.

3. Скорость обработки данных. Происходит в течении нескольких секунд обработка изображения и его классификация на вид новообразования это позволяет сократить время ожидания результатов для пациентов и повысить эффективность работы медицинских учреждений.

4. Анализ больших объемов данных. CNN способна анализировать большое количество изображений, находить уникальные характеристики и шаблоны, которые могут быть незаметны для человека. Это открывает новые возможности в изучении различных типов рака кожи и их характеристик. Так как рак кожи с каждым годом имеет свойство мутировать это позволит обнаружить рак на ранней стадии, к примеру самая коварная меланома подлежит лечению и шансы на успешное

выздоровление достаточно высокие при обнаружении на ранней стадии, а вот при обнаружение меланомы на поздних стадиях, снижает шансы на успешное лечение.

На данный момент есть несколько приложений, которые используют сверточную архитектуру для диагностики новообразований кожи в том числе злокачественных. Например, ProРодинки. [2]

Преимущества, использования сверточной архитектуры следующие:

- Высокая точность и скорость анализа.
- Возможность анализировать большой объем данных.
- Улучшение процесса первичной диагностики.

Недостатки:

- Потребность в больших и качественных наборах данных для обучения, а также постоянное пополнение DataSet в связи с мутациями новообразований кожи.[3]

- Этические вопросы, касающиеся использования ИИ в медицине.

**Заключение.** Использование свёрточных нейронных сетей в диагностике рака кожи открывает новые горизонты для улучшения первичной диагностики новообразований кожи. Автоматизация процесса диагностики, высокая точность и скорость обработки данных могут существенно повлиять на борьбу с раком кожи, делая диагностику более быстрой, доступной и эффективной. Но стоит сказать, что необходимо продолжать исследования в этой области.

### Список литературы

1. Белоусова В.С., Ганциевский А.В. Интеллектуальная система поддержки принятия решений для визуального диагноза рака кожи // Материалы XVIII Всероссийской конференции обучающихся «Национальное Достояние России». Посвященной 190-летию со дня рождения Дмитрия Ивановича Менделеева. – 2024. – С. 154.
2. Ганциевский А.В., Белоусова В.С. Анализ существующих приложений для диагностики злокачественных новообразований // Материалы XXI Всероссийской научной конференции Информационные технологии, системный анализ и управление (ИТСАУ-2023), Таганрог 23-25 ноября 2023. – С. 407.
3. Белоусова В.С., Ганциевский А.В. Применение методов искусственного интеллекта в интеллектуальных системах поддержки принятия решений для визуального диагноза рака кожи // Материалы VIII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием Исследование и проектирование интеллектуальных систем в автомобилестроении, авиастроении и машиностроении («ISMCA'2024»), Таганрог 5 апреля 2024.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ БЛОКЧЕЙН НА РЫНКЕ ЦЕННЫХ БУМАГ

*Вихляев В.В.,*

*Мирончук А.И.,* канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0007-1468-3673

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*vlad.vikhlyaev@mail.ru*

**Введение.** Применение открытых информационных систем, доступных в любой момент времени, позволяет усовершенствовать механизмы управления, способствует гуманизации и демократизации общества, а также повышает уровень его благосостояния. Процесс информатизации затронул множество отраслей. Их радикальное усовершенствование стало возможным благодаря массовому использованию компьютерной и телекоммуникационной техники, формированию на её основе высокоэффективных информационных и управленческих технологий.

**Целью** настоящей работы является изучение структуры блокчейн, анализ актуальности и его влияния на рынок ценных бумаг. В ходе работы выделены основные преимущества и недостатки блокчейн технологии по сравнению с классическим администрированием серверов.

**Технология блокчейн на рынке ценных бумаг.** Главным инструментом для информатизации современного общества является технология «Блокчейн». Блокчейн – это база данных, состоящая из последовательно выстроенной цепочки блоков, в каждом из которых хранится информация о предыдущем и следующем блоках. Все записи в блоках неизменны благодаря механизму хеширования – уникальному набору буквенных и цифровых символов, где изменение одного символа влечет изменение цепочки последующих блоков. Взломать такую систему теоретически возможно, но практически бессмысленно, так как никакой доход заведомо не покрывает огромных расходов на глобальную кибератаку.

Блокчейн остается одной из самых горячих тем в сфере финансовых услуг. На фондовых рынках есть все основания ожидать его массового распространения. В 2016 году Банком России было инициировано создание консорциума, с целью изучения перспективных технологий и возможности их применения на финансовом рынке. В марте 2017 года премьер-министр России Дмитрий Медведев обратил особое внимание на исследование возможности внедрения блокчейн в систему государственного управления и экономику РФ. Данное исследование должно быть проведено в рамках программы «Цифровая экономика» на 2017-2025 год, однако, это станет возможным только после решения всех законодательных вопросов [1].

Внедрение технологии блокчейн как платформы обращения ценных бумаг потребует реинжиниринга текущих процессов, главными участниками которых являются эмитенты, инвесторы и посредники. Для доступа к построенной на блокчейн торговой площадке участники будут иметь приватные ключи, однозначно идентифицирующие их «кошельки» с ценными бумагами. Все транзакции, осуществленные с такими ценными бумагами, будут записаны в блоки и добавлены в цепочку (рисунок 1).

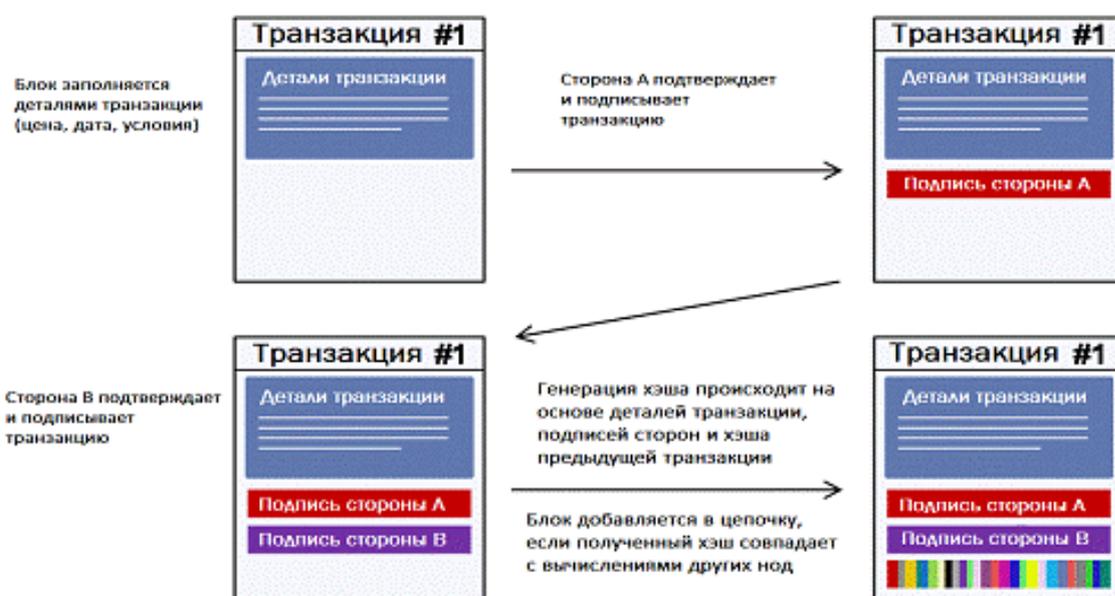


Рис. 1. Создание блока транзакции

Создаваемый блок заполняется деталями сделки. Затем обе стороны сделки «подписывают» транзакцию – признают ее корректной. После этого система генерирует хэш транзакции, рассчитанный на основе деталей сделки, подписей сторон и хэша предыдущей транзакции [2].

**Основное отличие от классических баз данных.** Разница между традиционной базой данных и блокчейном начинается с архитектуры, то есть того, как технологии организованы. Привычная и давно известная нам база данных чаще всего использует архитектуру сети клиент-сервер. Пользователь (клиент) с разрешениями, связанными с его учетной записью, может управлять данными, которые хранятся на центральном сервере (добавлять, удалять, изменять их). Управление серверной частью остается за администраторами: они занимаются технической поддержкой сервера.

Блокчейн также можно назвать базой данных, но её отличие от классических баз кардинальны. На блокчейне каждый участник поддерживает, вычисляет и обновляет записи. Все узлы работают вместе, приходят к общему консенсусу, обеспечивая защиту сети. Технология позволяет двум сторонам, которые «не доверяют» друг другу, обмениваться информацией без посредника (центрального

администратора). Транзакции обрабатываются сетью пользователей, выступающих в качестве консенсусного механизма, то есть механизма общего согласия. Таким образом, блокчейн представляет собой децентрализованную базу данных, функционирующую как распределенный цифровой реестр. Эти реестры записывают и хранят информацию в блоках, организованных в хронологическом порядке и защищенных криптографическими доказательствами [3].

**Преимущества и недостатки блокчейна.** Основные преимущества:

- *Распределение.* Данные хранятся на тысячах устройств в распределенной сети;
- *Стабильность.* Зарегистрированные блоки нельзя изменить или удалить из базы данных;
- *Система, не требующая доверия.* Пропадает необходимость в использовании посредников;
- *Экономия времени.* Скорость проведения транзакций на одном уровне с классическими базами данных.

Теперь о недостатках:

- *Атака 51 %.* Чтобы взломать базу данных достаточно получить контроль над 51 % пользователей;
- *Изменения данных.* После добавления данных их становится очень сложно изменить;
- *Приватные ключи.* Потеря приватного ключа пользователем фактически означает безвозвратную утрату его информации;
- *Хранение.* Для хранения блокчейна требуется много дискового пространства всем пользователям;
- *Колоссальные затраты.* Требуются большие объемы электроэнергии для майнинга.

**Заключение.** Блокчейн – это очень перспективная технология, которая может применяться во многих сферах, где необходима быстрота передачи информации и высокая степень защиты. Коммерческие банки уже представляют, как частично будут терять роль посредника, поскольку блокчейн позволяет напрямую соединять участников финансовых операций, обходя традиционные банковские системы (SWIFT).

### Список литературы

1. Винья, П. Эпоха криптовалют. Как биткойн и блокчейн меняют мировой экономический порядок / П. Винья, М. Кейси. – Москва: Манн, Иванов и Фербер, 2017. – 432 с.
2. Горда, А.С. Мировой рынок криптовалют: риски и механизмы регулирования / А.С. Горда // Научный вестник: финансы, банки, инвестиции. – 2018. – № 4. – С. 96-104.
3. Ахметова, А.С. Возможности практического применения технологии блокчейн / А.С. Ахметова // Инновации в науке: научный журнал. – 2018. – № 10. – С. 15-16.

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРЕДПРИЯТИЯ ОБЩЕСТВЕННОГО ПИТАНИЯ

*Ганислав Б.А.*, ORCID 0009-0009-8784-5412,

*Шевцова Е.В.*, ORCID 0009-0004-8385-6978

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*b.ganislav@yandex.ru*

**Введение.** В последние десятилетия информационные технологии (ИТ) оказывают значительное влияние на все сферы экономики, и общественное питание не является исключением. Автоматизация процессов в данном секторе стала ключевым фактором для повышения эффективности и конкурентоспособности предприятий. Современные ИТ-решения предлагают множество возможностей для оптимизации работы ресторанов, кафе и столовых, улучшения качества обслуживания и сокращения затрат. Однако с внедрением новых технологий также возникают и сложности, одна из которых — необходимость регулярной модернизации систем.

**Сложности в модернизации** являются значительной проблемой для многих предприятий общественного питания. Постоянное развитие технологий и появление инновационных решений требуют от бизнеса регулярного обновления как программного обеспечения, так и аппаратного обеспечения. Таким образом, успешное внедрение и поддержание современных ИТ-решений в предприятиях общественного питания требует постоянного внимания к процессу модернизации. Необходимость регулярного обновления систем может стать серьезным вызовом для бизнеса, особенно для тех, кто использует устаревшее оборудование или программное обеспечение. В этом контексте эффективное планирование, финансовое обеспечение и обучение персонала становятся ключевыми факторами для преодоления трудностей и обеспечения успешной автоматизации.

**Цель** данного исследования заключается в создании собственной системы автоматизации для предприятий общественного питания с использованием C#, систем управления базами данных (СУБД) и алгоритмов прогнозирования. Такая система будет направлена на решение ключевых проблем, связанных с модернизацией существующих технологий.

**Основная часть.** Проектирование архитектуры системы предполагает определение ключевых компонентов, таких как модули для управления заказами, учета запасов, финансов и аналитики. Создается схема взаимодействия между модулями и базой данных.

Разработка пользовательского интерфейса включает создание удобного и интуитивно понятного интерфейса для пользователей, таких как персонал ресторана и администраторы.

Реализация механизмов безопасности требует обеспечения защиты данных от несанкционированного доступа и потерь. Также необходимы механизмы резервного копирования и восстановления данных. Алгоритмы прогнозирования помогут улучшить управление запасами, планирование и маркетинговые стратегии.

Разработка моделей прогнозирования подразумевает использование алгоритмов машинного обучения и статистических методов для анализа исторических данных о продажах, спросе и запасах. Создаются модели для прогнозирования будущих потребностей и тенденций.

Интеграция алгоритмов в систему включает внедрение моделей прогнозирования для предоставления прогнозов в реальном времени. Создается интерфейс для отображения прогнозов и рекомендаций пользователям системы.

Анализ и оценка результатов включает оценку точности прогнозов и их влияния на бизнес-процессы, а также постоянное улучшение моделей на основе полученных данных и отзывов пользователей.

**Заключение.** Разработка собственной системы автоматизации с использованием С#, современных СУБД и алгоритмов прогнозирования предоставляет возможность создать эффективное и адаптивное решение для предприятий общественного питания. Эта система позволит решить проблемы, связанные с модернизацией, интеграцией и управлением данными, а также обеспечит долгосрочную гибкость и масштабируемость, способствуя успешному развитию бизнеса.

### Список литературы

1. Котлер Ф., Келлер К. Л. Маркетинг менеджмент. – 15-е изд. – М.: Вильямс, 2020. – 832 с. – ISBN 978-5-7859-1861-0.
2. Андреев А. В. Информационные технологии в ресторанном бизнесе. – М.: Дело, 2018. – 296 с. – ISBN 978-5-7859-1457-5.
3. Иванов С. И., Петров Н. Г. Системы управления базами данных: теория и практика. – М.: Юрайт, 2019. – 512 с. – ISBN 978-5-534-06999-4.
4. Смирнова А. Н. Прогнозирование и анализ данных: методы и алгоритмы. – СПб.: Питер, 2021. – 350 с. – ISBN 978-5-4461-1055-2.
5. Кремер М. Разработка программных приложений на С#. – М.: БХВ-Петербург, 2017. – 456 с. – ISBN 978-5-9707-2355-2.
6. Мартынов В. А. Управление проектами в ИТ: от идеи до внедрения. – М.: Издательство НИУ ВШЭ, 2020. – 364 с. – ISBN 978-5-7598-1330-6.

## ВЫБОР НАИЛУЧШЕГО АЛГОРИТМА МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ РАСПОЗНАНИЯ ТБО

*Ганцевский А.В.*

ФГБОУ ВО «Южный федеральный университет», г. Таганрог, РФ  
*gantsievskii@sfnu.ru*

**Введение.** Сепарация твердых бытовых отходов (ТБО) в настоящее время в значительной степени зависит от применения новых технологий. Применение искусственного интеллекта является одним из перспективных направлений, которые используют с каждым днем все больше заводов по сортировке и переработке отходов для повышения эффективности процесса отбора ТБО. Пластиковую тару стало возможно распознавать среди смешанных бытовых отходов на конвейерной линии, при помощи компьютерного зрения и искусственного интеллекта (ИИ)[1].

**Цель.** Провести анализ алгоритмов машинного обучения для распознавания объектов и выбрать наилучший алгоритм для распознавания ТБО на конвейерной линии с помощью компьютерного зрения.

**Основная часть.** Алгоритмы машинного обучения нужны для основы современного искусственного интеллекта. Их используют для разнообразных приложений, для распознавания изображений или речи, обработку естественного языка и многое другое. Эти алгоритмы можно разделить на 4 типа:

— Контролируемое обучение. Тип алгоритмов машинного обучения, в котором используется маркированный набор данных для моделей или алгоритмов обучения. Задача алгоритма изучение анализа входных данных с выходными метками, что позволяет прогнозировать классификацию на основе новых или невидимых данных [2,3].

— Неконтролируемое обучение. Тип алгоритмов машинного обучения, в котором алгоритмы используются для определения шаблонов, структуры или связей в наборе данных с использованием немаркированных наборов данных. Исследует внутреннюю структуру данных без предопределенных данных или категорий.

— Обучение с подкреплением. Тип алгоритма машинного обучения, в котором агент учится принимать последовательные решения, взаимодействуя со своим окружением. Агент получает обратную связь в виде поощрений или наказаний на основе выбранного решения.

— Ансамблевое обучение. Использование нескольких алгоритмов для повышения производительности с учетом сильных сторон каждого из алгоритмов.

Алгоритмы в свою очередь делятся на множество методов, которые выполняют определенную задачу, например в контролируемом обучении

есть метод логическая регрессия, которая моделирует прогнозы бинарного результата с использованием логических функций, она применима в кредитном скоринге или в диагностике неисправностей. Рассмотрим самые популярные которые подходят для распознавания образов:

1. К-ближайших соседей (KNN) Алгоритм оценивает вероятность того, что точка данных будет принадлежать к одной из двух групп, на основе того, какие точки данных к ней ближе всего.

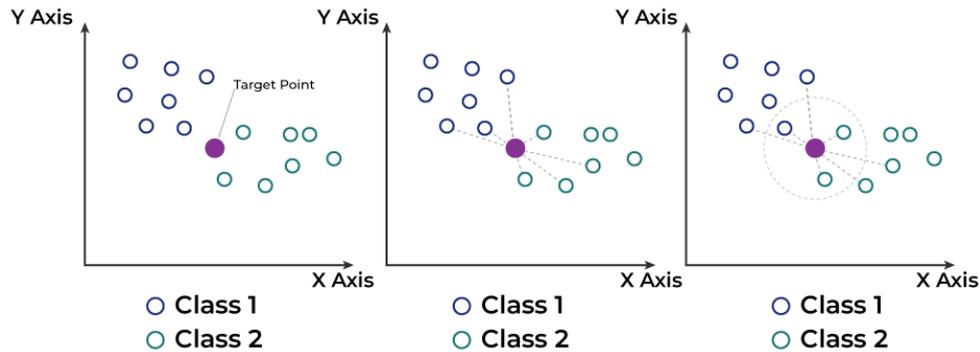


Рис. 1

2. К-средних. Этот алгоритм имеет цель разбить пространство данных таким образом, чтобы точки данных в пределах одного кластера были максимально похожи (внутриклассовое сходство), а точки данных из разных кластеров были максимально непохожи, чаще всего используется евклидово расстояние в качестве измерения.

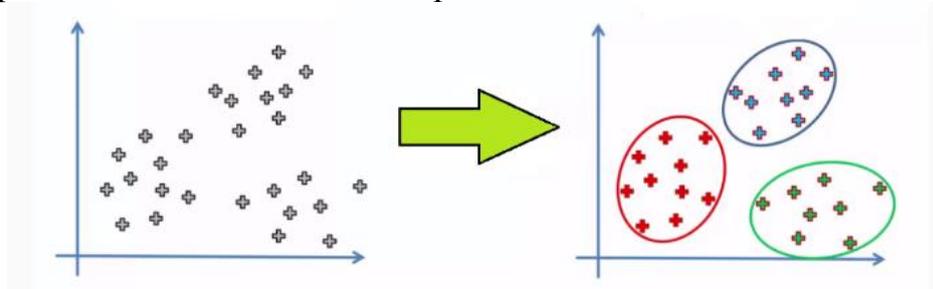


Рис. 2

3. Случайный лес — это совместная команда деревьев решений, которые работают вместе, чтобы обеспечить единый результат.

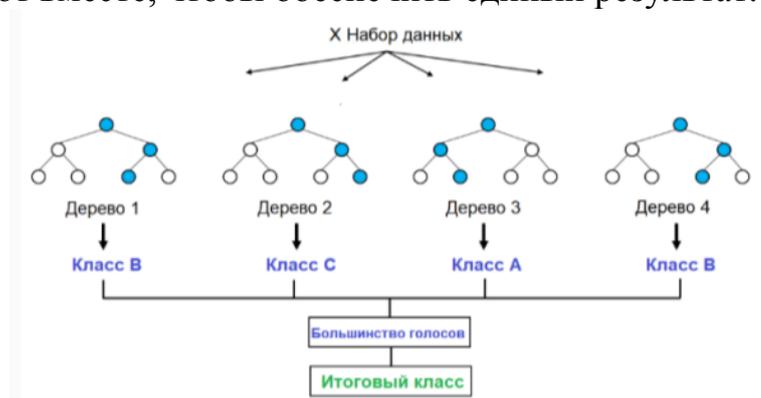


Рис. 3

4. Сверточная нейронная сеть (CNN) является специализированной ИНС, которая предназначена для обработки изображений. Использует слои свертки для изучения иерархических признаков из входных данных, для повышения эффективности распознавания объекта [4].

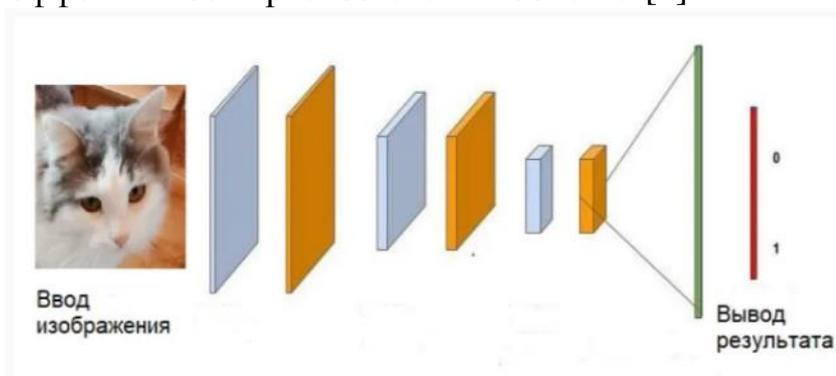


Рис. 4

**Заключение.** Сверточные нейронные сети сделали рывок в области обнаружения объектов при помощи компьютерного зрения, она является самым подходящим алгоритмом для обучения будущего искусственного интеллекта, который предполагает при помощи компьютерного зрения определение твердые бытовые отходы на конвейерной линии.

#### Список литературы

1. Ганциевский А.В., Заргарян Е.В. Анализ методов сепарации ТБО // Сборник трудов XI Всероссийской научной конференции и молодежного научного форума. Сост. Ю.Б. Щемелева, С.В. Кирильчик, А.Я. Номерчук. – Ростов-на-Дону – Таганрог, 2022. – С. 261-265.
2. Ганциевский А.В, Заргарян Ю.А. Сепарация мусора с применением ИНС // Донецкие чтения 2022: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: материалы VII Международной научной конференции, посвящённой 85-летию Донецкого национального университета. – Том 1: Механико-математические, компьютерные науки, управление. – Донецк, 2022. – С. 138-141.
3. Ганциевский А.В, Заргарян Е.В. Анализ и разработка оптической сепарации твердых бытовых отходов // В сборнике: XX Всероссийской научной конференции молодых ученых, аспирантов и студентов. – Ростов-на-Дону, Таганрог, 2022. – С. 319-323.
4. Ганциевский А.В., Белоусова В.С. Анализ существующих приложений для диагностики злокачественных новообразований кожи // Информационные технологии, системный анализ и управление (ИТСАУ-2023): сборник трудов XXI Всероссийской научной конференции молодых ученых, аспирантов и студентов.

## АНАЛИЗ СВЕРТОЧНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

*Ганцевский А.В.*

ФГБОУ ВО «Южный федеральный университет», г. Таганрог, РФ  
*gantsievskii@sfnu.ru*

**Введение.** Сверточная нейронная сеть является алгоритмом для машинного обучения предназначенным для распознавания объектов, определение классификации и сегментации изображений. Этот алгоритм отличается от многих классических алгоритмов машинного обучения, к примеру метод опорных векторов и случайны лес отличается своей способностью извлекать признаки в больших масштабах, обходя необходимость ручного проектирования признаков и тем самым повышая эффективность.

**Цель.** Провести анализ сверточной нейронной сети.

**Основная часть.** Сверточные слои наделяют сверточные нейронные сети свойствами, инвариантными к трансляции, позволяя им выявлять и извлекать закономерности и признаки из данных независимо от изменений положения, ориентации, масштаба или трансляции. Различные предварительно обученные архитектуры CNN, включая VGG-16, ResNet50, Inceptionv3 и EfficientNet, продемонстрировали высочайшую производительность. Эти модели можно адаптировать к новым задачам с относительно небольшим объемом данных с помощью процесса, известного как тонкая настройка. Сверточные нейронные сети были созданы по образцу многоуровневой архитектуры зрительной коры человека [1-2].

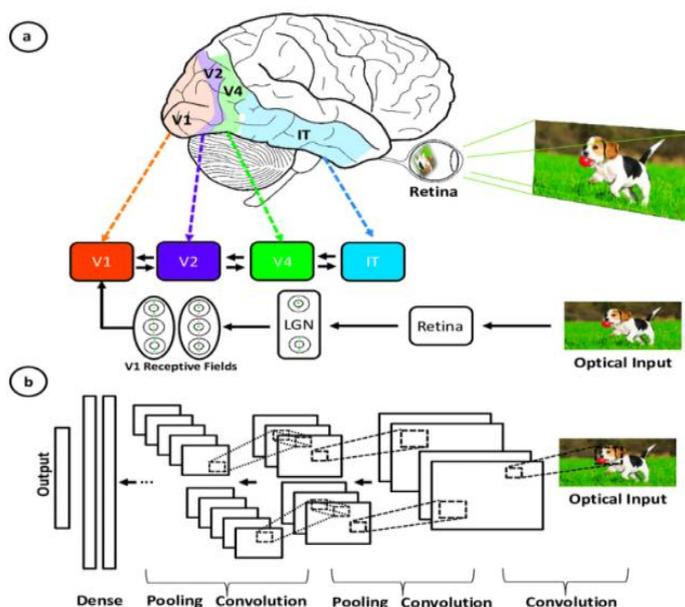


Рис. 1

Сверточные нейронные сети имитируют зрительную систему человека, но они проще, не имеют ее сложных механизмов обратной связи и полагаются на контролируемое, а не неконтролируемое обучение, что, несмотря на эти различия, способствует прогрессу в области компьютерного зрения [3].

Свёрточная нейронная сеть состоит из четырёх основных частей:

- Сверточные слои
- Функция активации (выпрямитель линейного преобразования или ReLU)
- Объединение слоев
- Полностью связанные слои

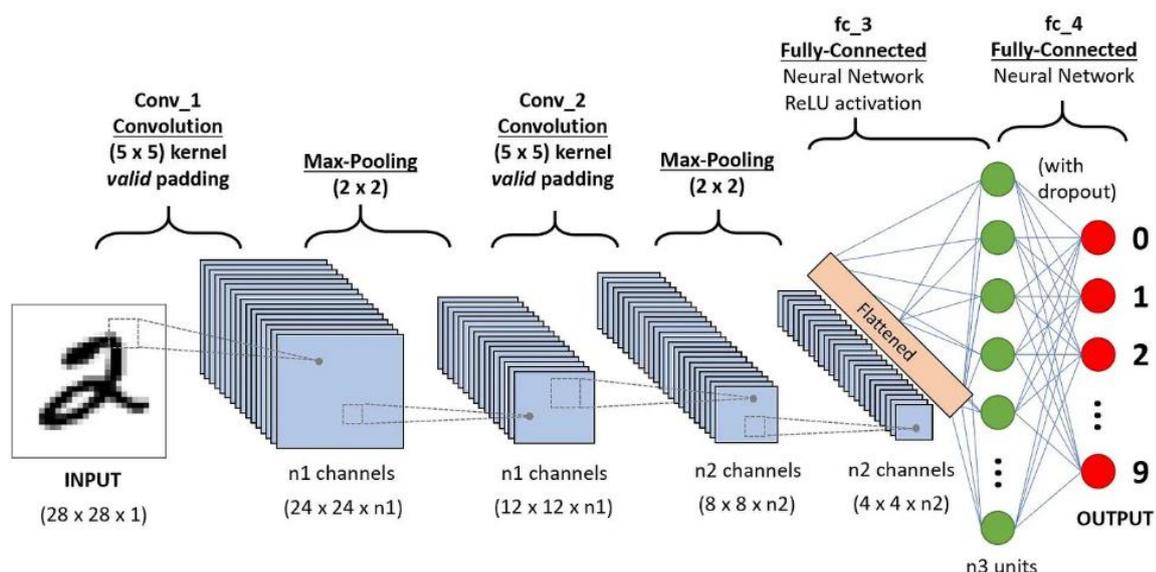


Рис. 2

Рассмотрим каждую часть отдельно

**1. Сверточные слои.** Как следует из названия, основная выполняемая математическая задача называется сверткой, которая представляет собой применение функции скользящего окна к матрице пикселей, представляющих изображение. Скользящая функция, применяемая к матрице, называется ядром или фильтром, и оба эти понятия могут быть взаимозаменяемыми. В слое свертки применяется несколько фильтров одинакового размера, и каждый фильтр используется для распознавания определенного рисунка на изображении, например, изгиба цифр, краев, общей формы цифр и т. д. Свертки используют небольшие сетки (называемые фильтрами или ядрами), которые перемещаются по изображению. Каждая небольшая сетка похожа на мини-увеличительное стекло, которое ищет определенные узоры на фотографии, такие как линии, кривые или формы. По мере перемещения по фотографии она создает новую сетку, которая выделяет места, где она нашла эти узоры.

**2. Функция активации (ReLU).** Применяется после каждой операции свертки. Эта функция помогает сети изучать нелинейные отношения между признаками на изображении, тем самым делая сеть более надежной для идентификации различных шаблонов. Она также помогает смягчить проблемы исчезающего градиента.

**3. Объединение слоев.** Целью слоя объединения является извлечение наиболее значимых признаков из свернутой матрицы. Это делается путем применения некоторых операций агрегации, которые уменьшают размерность карты признаков (свернутой матрицы), тем самым уменьшая объем памяти, используемой при обучении сети. Объединение также актуально для смягчения переобучения

**4. Полностью связанные слои.** Эти слои находятся в последнем слое сверточной нейронной сети, и их входы соответствуют сплющенной одномерной матрице, сгенерированной последним слоем пулинга. Функции активации ReLU применяются к ним для нелинейности. Наконец, слой прогнозирования softmax используется для генерации значений вероятности для каждой из возможных выходных меток, а окончательной прогнозируемой меткой является метка с наивысшей оценкой вероятности.

**Заключение.** Классификация изображений: Сверточные нейронные сети используются для категоризации изображений, где изображения назначаются определенным категориям. CNN способны идентифицировать и локализовать несколько объектов на изображении. Эта возможность имеет решающее значение в различных сценариях, к примеру сканирования полок в розничной торговле для выявления отсутствующих товаров.

### Список литературы

1. Ганциевский А.В., Заргарян Е.В. Анализ существующих нейронных сетей и их применение в настоящее время // Донецкие чтения 2022: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: материалы VII Международной научной конференции, посвящённой 85-летию Донецкого национального университета. – Том 1: Механико-математические, компьютерные науки, управление. – Донецк, 2022. – С. 159-162.
2. Ганциевский А.В. Применение методов искусственного интеллекта для сепарации ТБО // Информационные технологии, системный анализ и управление (ИТСАУ-2023). Сборник трудов XXI Всероссийской научной конференции молодых ученых, аспирантов и студентов. – 2023.
3. Ганциевский А.В., Погорелов А.А. Сепарация мусора с применением ИНС // Донецкие чтения 2022: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: материалы VII Международной научной конференции, посвящённой 85-летию Донецкого национального университета. – Том 1: Механико-математические, компьютерные науки, управление. – Донецк, 2022. – С. 138-141.

## АНАЛИЗ ПРИМЕНЕНИЯ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ БЕСПИЛОТНИКАХ

*Ганцевский А.В., Заргарян Е.В.*, канд. техн. наук, доц.,  
Политехнический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Донской государственный  
технический университет», г. Таганроге, РФ  
*gantsievskii@sfnedu.ru*

**Введение.** Интеграция инструментов и методов искусственного интеллекта (ИИ) обеспечила значительный прогресс в технологии беспилотников. Помимо военных приложений, беспилотники все чаще используются в логистике и грузоперевозках, сельском хозяйстве, строительстве, безопасности и наблюдении, разведке и мобильной беспроводной связи. Синергия между беспилотниками и ИИ привела к заметному прогрессу в автономности беспилотников, которые стали способны выполнять сложные миссии без прямого человеческого контроля.

**Цель.** Провести анализ применение ИИ на грузоподъемных беспилотниках

**Основная часть.** Усовершенствованных автономных дронов и их непрерывная технологическая эволюция ознаменовали собой значительную веху в различных промышленных секторах, повысив производительность и мощность промышленных процессов. Этот прогресс произвел революцию в таких секторах, как сельское хозяйство, инспекция инфраструктуры и мониторинг окружающей среды. Аналогичным образом появляются инновационные приложения, такие как использование дронов для создания точек доступа, тем самым обеспечивая постоянную связь в районах, где доступ в Интернет ограничен.

Дроны облегчили транспортировку грузов, достигнув экономии масштаба за счет оптимизации траектории и расширенной автономности как по дальности, так и по эксплуатации за счет интеграции ИИ в системы управления дронами. Развитие этой технологии позволяет принимать сложные решения автономно в режиме реального времени, используя алгоритмы глубокого обучения (DL) и методы обработки больших объемов данных.

Разработка автономных навигационных систем обеспечивает большую адаптивность и эффективность в оптимизации траектории, особенно в динамических средах. Кроме того, ИИ доказал свою важность в предиктивном обслуживании и обнаружении неисправностей, способствуя надежности и безопасности дронов. В области грузоперевозок ИИ произвел революцию в логистических операциях, упростив планирование

оптимальных и адаптируемых маршрутов. Этот динамический подход, поддерживаемый возможностью отслеживания в реальном времени, не только повышает операционную эффективность, но и вносит значительный вклад в создание более устойчивого будущего логистики.

Из-за большого объема генерируемых данных и вычислительной необходимости обработки и оценки, облачное моделирование представлено как новый аспект, важный инструмент в разработке и исследовании интеллектуальных систем. Благодаря возможности моделировать сложные среды поэтапно и доступно, достигаются важные достижения в таких областях, как автономная робототехника, исследование космоса и обучение пилотов.

Несмотря на достигнутый прогресс, существуют проблемы с интеграцией технологии ИИ в операционные дроны. Одной из основных проблем является оптимизация алгоритмов DL для выполнения в облачных средах моделирования. Хотя ИИ продемонстрировал отличные приложения, пробелы в знаниях сохраняются в таких областях, как интерпретация моделей DL, адаптивность алгоритмов (RL) к динамическим средам и вычислительная эффективность в сложных симуляциях в облаке.

Наиболее перспективные направления исследований, в которых алгоритмы ИИ оказали влияние на развитие операций с использованием беспилотников: грузовые операции, сельскохозяйственные работы, идентификация и обнаружение дронов, обнаружение, анализ и инвентаризация, управление полетом и безопасность, абилитация горячих точек, устойчивое развитие и управление энергопотреблением

Синергия между ИИ и дронами становится динамичной и многообещающей областью инноваций. Дроны, изначально разработанные для беспилотных воздушных операций, претерпели значительную трансформацию благодаря интеграции алгоритмов ИИ. Растущая доступность бортовой вычислительной мощности и постоянное совершенствование алгоритмов ИИ позволяют разрабатывать задачи, способные адаптироваться к изменяющимся условиям, позволяя дронам принимать сложные решения в режиме реального времени.

Инновационные и перспективные совместные парадигмы доставки и распределения сталкиваются с техническими проблемами, такими как координация флота, обход препятствий в случаях, когда груз перевозится несколькими дронами, интеграция с городской инфраструктурой, интеграция со стандартами воздушного и наземного регулирования и безопасность соединения, поскольку между самолетами, которые влияют на операцию, требуется взаимосвязь. Кроме того, доставка последней мили зарекомендовала себя как ключевая стратегия в логистических операциях, позволяя доставлять продукты непосредственно в конечный пункт назначения.

Этот подход не лишен проблем, которые необходимо решить, чтобы гарантировать эффективность и результативность этого типа операций, таких как городские заторы, высокие эксплуатационные расходы, энергоэффективность, безопасность упаковки, системы определения местоположения и интеграции флота, воздействие на окружающую среду, ограничения автономности дронов, ограничивающие правила и т. д.

Операции с использованием дронов оказали значительное влияние на сельское хозяйство, используя универсальность этих самолетов и мощь алгоритмов искусственного интеллекта для визуального распознавания. Такое сочетание улучшило качество урожая, позволив идентифицировать пораженные участки, будь то из-за заражения, низкой плодородности, риска пожара или необходимости фумигации. Кроме того, дроны сами могут выполнять задачи фумигации, что подчеркивает их способность эффективно выполнять определенные операции в сельскохозяйственных условиях.

**Вывод.** Инновационные и перспективные совместные парадигмы доставки и распределения сталкиваются с техническими проблемами, такими как координация флота, обход препятствий в случаях, когда груз перевозится несколькими дронами, интеграция с городской инфраструктурой, интеграция со стандартами воздушного и наземного регулирования и безопасность соединения, поскольку между самолетами, которые влияют на операцию, требуется взаимосвязь. Кроме того, доставка последней мили зарекомендовала себя как ключевая стратегия в логистических операциях, позволяя доставлять продукты непосредственно в конечный пункт назначения. Этот подход не лишен проблем, которые необходимо решить, чтобы гарантировать эффективность и результативность этого типа операций, таких как городские заторы, высокие эксплуатационные расходы, энергоэффективность, безопасность упаковки и т. д.

### Список литературы

1. Флах П. Машинное обучение. Наука и искусство построения алгоритмов, которые извлекают знания из данных // пер. с англ. М.: ДМК Пресс, 2015. – 400 с.
2. Николенко С., Кадурын Е., Архангельская А. Глубокое обучение. Погружение в мир нейронных сетей. – СПб, 2018. – 480 с.
3. Заргарян Е.В., Ганциевский А.В. Анализ существующих нейронных сетей и их применение в настоящее время // Материалы VII Международной научной конференции, посвящённой 85-летию Донецкого национального университета. – Том 1: Механико-математические, компьютерные науки, управление. – Донецк, 2022. – С. 159.

## ФОРМИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ ФИЗКУЛЬТУРНОГО ПРОФИЛЯ

*Горбачева О.И.*, ORCID 0009-0005-6486-1357,  
*Григорьев С.В.*, канд. техн. наук, доц., ORCID 0009-0003-0640-3572  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*oi\_gorbacheva@mail.ru*

**Введение.** Одним из важных элементов общей культуры специалиста любого направления подготовки является его информационная грамотность, которая базируется на мультимедийных интерактивных приложениях, медиаресурсах и различных программных продуктах. Информационная культура требует от студента новых знаний, умений и навыков в информационной среде. Информационная культура является одним из основополагающим качеством будущего специалиста, а сам процесс формирования ее целесообразно осуществлять непосредственно в рамках университетского образования. Важно организовать такую подготовку в сфере применения информационно-коммуникационных технологий, которая будет способствовать не только достижению нужного уровня информационной грамотности у студентов, но и обеспечению определенного уровня профессиональной квалификации.

**Цель работы.** Теоретическое обоснование системы, направленной на формирование информационной культуры у студентов физкультурного профиля, а также её эффективности в учебном процессе высшего учебного заведения.

**Основная часть.** Процесс формирования информационной культуры студента становится эффективным в том случае, если в этом процессе главная роль принадлежит преподавателю вуза, который обладает высоким образовательным потенциалом. Но также, следует учитывать, что применение разнообразных педагогических методов в современных условиях становится зависимым от информационных и технических средств обучения, интерактивных способов обучения студентов [1]. Реализация информационной культуры происходит в рамках изучения дисциплин информационно-коммуникационных технологий.

Целью изучения является формирование у студентов знаний, умений и навыков создания, накопления, хранения, обработки информации непосредственно с помощью средств информационно-коммуникационных технологий для получения информационного продукта. Изучение дисциплин позволит студентам овладеть специальными знаниями, умениями и навыками, являющимися частью концепции информационной культуры специалиста, в которую входит: знание методов и средств

получения, хранения и переработки информации в информационном обществе; умение самостоятельно работать на компьютере, осуществлять поиск, хранение, обработку и анализ информации из различных источников и баз данных; владение основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации и применять их при решении поставленных задач, представлять информацию в требуемом формате с использованием информационных, компьютерных и сетевых технологий.

Важно понять, что для студентов, обучающимся в вузах физкультурного профиля, преподавание данных дисциплин необходимо адаптировать под специфику вуза. Эта задача направлена на создание и использование в процессе обучения всевозможных дидактических материалов на основе средств современных информационных технологий [2]. Осуществит это возможно за счет создания программно-педагогических средств, к которым можно отнести мультимедийные обучающие и контролирующие программы, демонстрационные материалы, базы данных, справочно-информационные системы, Интернет. Студенты должны овладеть следующими умениями: работать с текстовым редактором MS Word, с графическими редакторами, электронными таблицами в среде MS Excel, программой PowerPoint, программами поиска информации в сети Интернет, электронной почтой и телеконференциями.

Знакомство с информационно-коммуникационными технологиями и их освоение начинаются на I курсе обучения дисциплине «Информатика», на которой студенты знакомятся с возможностями создания простых и комплексных текстовых документов с помощью текстового редактора MS Word и другими офисными программами.

Изучая текстовый редактор, используя редактирование и форматирование текста, студенты учатся создавать и оформлять многостраничные документы. Например, если применить к заголовкам в документе встроенные стили заголовков, можно быстро создать оглавление. Оглавление документа дает список названий глав, параграфов и т.д. Уделяется большое внимание табличному процессору MS Excel. MS Excel – это приложение для работы с электронными таблицами, которое позволяет собирать, изменять и анализировать данные, а также визуализировать информацию и автоматизировать вычисления, выполняя множество полезных задач.

В процессе физкультурно-педагогических исследований MS Excel используется, в частности, с Пакетом анализа и Мастером функций в статистических задачах для математико-статистического анализа количественных данных. MS Excel предлагает множество математических и статистических функций, которые можно легко применять для выполнения как простых, так и сложных расчетов. Поэтому студентам не требуется иметь углубленное математическое образование для

эффективного использования инструментов этой программы. При работе с таблицами в MS Excel студенты выполняют различные математические, статистические расчеты, а также иллюстрируют их на графиках. Особое внимание уделяется этому инструменту, поскольку он предоставляет возможности для анализа и статистических вычислений. Обучение работе с диаграммами развивает способности анализа любых показателей, а навыки применения встроенных функций помогают составлять прогнозы, например, уровень подготовленности спортсмена к предстоящим соревнованиям. Проектная работа осуществляется в программе MS Power Point, цель которой заключается в практическом освоении студентами различных инструментов, знакомстве с мультимедийными технологиями и создании слайд-фильмов. Эти умения могут оказаться полезными в дальнейшей профессиональной деятельности наших выпускников, так как технологии мультимедиа становятся все более распространенными. Это мощное средство, способное интегрировать текст, графику, видео и анимацию. Оно способствует более наглядному объяснению и передаче структуры и сути изучаемого материала, а также помогает подготовить презентацию (защиты рефератов, курсовых и выпускных квалификационных работ) на качественно новом уровне. Не менее важным аспектом является знание теоретических основ работы Интернета и умение эффективно использовать сетевые ресурсы. При осуществлении поиска необходимой информации в интернете студент должен, прежде всего, уметь разрабатывать стратегию поиска, установить критерии для поиска данных, владеть навыками работы с различными поисковыми системами и платформами. Кроме того, ему необходимо уметь выявлять ключевые источники информации среди полученных результатов, проводить их анализ и выделять наиболее значимые аспекты.

**Заключение.** Изучение студентами дисциплин информационных технологий имеет междисциплинарный подход и является значительным ресурсом для формирования информационной культуры и новой методологии освоения учебного материала. Дисциплины по информационным технологиям способствуют не только развитию навыков работы с информацией у будущих специалистов, но и формируют общую культуру педагога, что значительно улучшает качество образовательного процесса.

### **Список литературы**

1. Павлушина В. А. Практические рекомендации по формированию информационной культуры студентов-бакалавров по направлению подготовки «Педагогическое образование» // Педагогическое образование в России. – 2013. – №6. – С. 69-72.
2. Петров П.К. Подготовка специалистов по физической культуре и спорту в условиях информатизации общества // Физическая культура. – 2006. – №5. – С. 47-53.

## ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ ИГР ПРИ РАЗРАБОТКЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

*Горелик А.В.*, д-р техн. наук, проф., ORCID 0000-0001-6640-6650

*Истомин А.В., Кузьмина Е.В.*

ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта», г. Москва, РФ

*aistomin1998@mail.ru*

**Введение.** При решении целого ряда задач возникает потребность в принятии решений в условиях, когда нельзя наверняка предсказать исход того или иного действия, – рождается ситуация неопределенности. Принимая такие решения, мы невольно сталкиваемся с понятием риска, существует потребность в разработке такой системы, которая с заданной вероятностью смогла бы достоверно предсказать итог (выигрыш) совокупности решений.

**Цель** – рассмотреть особенности применения методов теории игр, привести «игру с природой» и высказать идею использования совокупности критериев для достижения оптимального решения.

**Основная часть.** В простейших ситуациях уже существуют математические методы, применяя которые, можно обосновать решение в условиях риска и неопределенности [1]. В более сложных моделях такие методы являются отличным дополнением к методике выбора оптимального решения с разных точек зрения.

Зачастую, имея в распоряжении совокупность выборов, участники приходят к конфликтной ситуации – разные игроки могут преследовать разные цели, предпочитая разные стратегии поведения. Анализом конфликтных ситуаций занимается специальный математический аппарат – теория игр [2]. Она анализирует, как люди или организации принимают решения, когда их результаты зависят от действий других. Разрабатывая модель, можно провести математическую анализ ее эффективности.

В теории игр такие модели называются играми. В повседневной жизни можно привести как игровые примеры (шахматы, карточные игры), так и примеры из области бизнеса и политики (анализ политических выборов, разработка стратегий маркетинга и ведения бизнеса).

При использовании методов теории игр требуется грамотно определить совокупность участников игры, расписать их стратегии поведения (то есть ходы, доступные для каждого из игроков) и возможные выигрыши. Выигрышами чаще всего служат финансовые показатели от розыгрыша той или иной стратегии.

По стилю игры можно разделить на два класса: игры с нулевой и ненулевой суммами, а также кооперативные и некооперативные игры. В первой категории выигрыш первого игрока равняется либо не равняется проигрышу второго игрока. Во второй категории рассматривается сотрудничество либо независимость действий игроков.

Классическая теория игр предпочитает рассматривать разумных игроков, преследующих и стремящихся к наилучшему для себя результату. При таких розыгрышах становится справедливым искать седловую точку, нижнюю и верхнюю границы игры и получать итоговое значение игры.

В реальной жизни существует множество задач, в которых очередность выбора стратегий противника неизвестна, второй игрок не стремится сознательно противодействовать первому игроку. Такая категория задач относится к «играм с природой». Рациональный игрок не знает заранее, какое состояние природы произойдет. Он может иметь информацию о вероятностях каждой стратегии второго игрока, но точный исход остается неизвестным.

Предположим, что игрок 1 имеет  $n$  известных стратегий:  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Второй игрок («природа») имеет  $P_1, P_2, \dots, P_m$  стратегий. Получая выигрыш  $a_{ij}$ , можно составить платежную матрицу.

Таблица 1

Платежная матрица игры

Совокупность стратегий	$P_1$	$P_2$	...	$P_m$
$A_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1m}$
$A_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2m}$
...	...	...	...	...
$A_n$	$a_{n1}$	$a_{n2}$	...	$a_{nm}$

В подобных задачах необходимо выбрать наиболее предпочтительную стратегию рационального игрока. Мы не должны исходить из мыслей, что природе выгодно получить максимальный выигрыш для себя. Возникает риск выбора стратегии – величина предпочтения определенной стратегии  $A_i$  при условии выбора  $P_j$ , равная разности выигрыша первого игрока, когда он знает стратегию  $P_j$ , и выигрышем, которых получается при ранее описанных условиях с применением произвольной стратегии  $A_i$  [3].

Удобно трансформировать матрицу выигрышей в матрицу рисков. Если бы игрок знал состояние природы в следующий разыгрываемый ход, то выбрал бы наилучшую для себя стратегию (максимальное значение выигрыша в столбце – условное обозначение  $\beta_j = \max_i a_{ij}$ ). Тогда риск  $r_{ij}$  примет значение:

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij}$$

Так как уменьшаемое больше вычитаемого, то величина риска всегда положительна. После составления матрицы можно воспользоваться критериями (рисунок 1).

Игры в условиях неопределенности	Игры в условиях риска
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Критерий Вальде</li> <li>• Критерий максимума</li> <li>• Критерий минимума</li> <li>• Критерий Сэвиджа</li> <li>• Критерий Гурвица</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Критерий Байеса</li> <li>• Критерий Лапласа</li> <li>• Критерий Гермейера</li> </ul>

Рис. 1. Совокупность критериев оптимальности

**Заключение.** Анализ матрицы рисков позволит учесть благоприятность текущего розыгрыша. Иногда такая матрица дает более наглядную картину, нежели традиционная платежная матрица. При этом анализировать матрицу рисков можно с использованием традиционных критериев оценки. Так как в части задач нет возможности узнать, работаем ли мы в условиях неопределенности либо риска, совокупность критериев можно совместить и ранжировать их значимость в итоговом розыгрыше игры.

### Список литературы

1. Трифонов, Ю. В. Экономико-математические методы принятия оптимальных решений : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 080200 "Менеджмент" / Ю. В. Трифонов, Д. Н. Лапаев, А. И. Рузанов; М-во образования и науки Российской Федерации, Нижегородский гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского, Нац. исслед. ун-т. – Нижний Новгород : Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2012. – 255 с. – ISBN 978-5-91326-220-2. – EDN QVJBMZ.
2. Аркина, К. Г. Введение в теорию игр : Учебно-методическое пособие / К. Г. Аркина, М. Я. Якубсон. – Санкт-Петербург : Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, 2022. – 144 с. – ISBN 978-5-8064-3210-1. – EDN CQOGCD.
3. Вентцель, Е. С. Исследование операций : задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель ; Е. С. Вентцель. – 5-е изд., стер.. – Москва : КноРус, 2010. – 191 с. – ISBN 978-5-406-00682-5. – EDN QJWIXB.

## ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ БЛОКЧЕЙН-ТЕХНОЛОГИЙ В ВЕБ-РАЗРАБОТКЕ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЦИФРОВОЙ БЕЗОПАСНОСТИ И ЗАЩИТЫ ДАННЫХ

*Дяченко Н.Р., Шевцова Е.В., ORCID 0009-0004-8385-6978*  
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*mighty.thank5@yandex.ru*

**Введение.** В условиях цифровизации и роста объемов данных обеспечение безопасности информации становится критическим. Блокчейн-технологии с их распределенной архитектурой и криптографической защитой предлагают перспективное решение для защиты данных. Веб-разработка внедряет блокчейн для улучшения аутентификации, конфиденциальности и целостности данных, что актуально на фоне растущих киберугроз.

Блокчейн радикально меняет хранение и передачу данных, устраняя центральные точки отказа и снижая риск хакерских атак благодаря распределенному хранению.

Криптографическая защита делает данные неизменными, а смарт-контракты автоматизируют процессы, снижая человеческие ошибки. Эти характеристики делают блокчейн ключевым инструментом для цифровой безопасности в веб-разработке.

Исследования показывают, что блокчейн решает проблемы централизованного хранения данных и уязвимостей сетевой архитектуры. Однако для его практического внедрения требуются улучшения в масштабируемости и интеграции. Также рассматриваются перспективы блокчейна в идентификации пользователей и обеспечении аутентичности данных [1].

**Основная часть.** Блокчейн базируется на распределенном реестре, реализованном в Bitcoin. Каждый блок связан с предыдущим криптографическим хешем, что обеспечивает защиту данных от изменений и подделок. Децентрализованная структура блокчейна делает его устойчивым к атакам и сбоям.

Использованы методы сравнительного анализа для изучения интеграции блокчейна в веб-приложения. Рассмотрены смарт-контракты, децентрализованные идентификационные системы и шифрование данных. Практическое применение исследовалось на платформах, таких как Ethereum и Hyperledger, которые предлагают инструменты для внедрения блокчейна в веб-разработку [2].

Методы исследования выбраны с учетом специфики веб-разработки и блокчейн-технологий. Сравнительный анализ выявляет ключевые преимущества и недостатки решений, а кейс-стади демонстрируют практический потенциал и ограничения блокчейна.

Поскольку блокчейн уже эффективен в финансах и логистике, его интеграция в веб-приложения логично повышает безопасность и доверие к данным. Смарт-контракты автоматизируют процессы, минимизируя риски человеческих ошибок и снижая затраты на аудит [3].

Блокчейн-технологии демонстрируют высокий потенциал для повышения безопасности веб-приложений. Децентрализованное хранение данных снижает риски кибератак и утечек, а смарт-контракты автоматизируют бизнес-процессы. Децентрализованные идентификационные системы улучшают защиту персональных данных.

Блокчейн решает ключевые проблемы безопасности данных в веб-разработке, обеспечивая защиту от хакерских атак и подделок. Применение в высоконагруженных системах сталкивается с проблемами масштабируемости, но новые технологии, такие как шардинг и слой 2, могут это улучшить [4].

Блокчейн уже эффективно используется для защиты данных в финансах и логистике, снижая мошенничество и повышая прозрачность. В веб-разработке он может предоставить аналогичные преимущества для управления данными и операций [5].

**Заключение.** Исследование показало, что блокчейн-технологии обладают большим потенциалом для повышения безопасности веб-приложений. Их децентрализованная структура и криптографические методы обеспечивают неизменяемость данных и уменьшают риски централизованного хранения.

Внедрение смарт-контрактов и децентрализованных идентификационных систем способствует созданию более безопасных веб-приложений. Однако существуют ограничения, такие как проблемы масштабируемости и интеграции с существующими системами, которые требуют дальнейшего изучения.

Результаты исследования имеют значительное практическое значение для разработчиков веб-приложений и организаций, стремящихся повысить уровень безопасности своих систем.

Внедрение блокчейн-технологий может существенно повысить доверие пользователей к веб-приложениям, улучшить управление данными и автоматизировать процессы, связанные с выполнением условий договоров и идентификацией пользователей.

Внедрение этих технологий также может привести к снижению затрат на безопасность и снижению рисков, связанных с кибератаками и утечками данных.

Для дальнейшего развития применения блокчейн-технологий в веб-разработке рекомендуется:

1. Разработка новых решений для масштабируемости: Важно продолжать работу над технологиями, которые позволят блокчейну эффективно работать в высоконагруженных веб-приложениях.

2. Интеграция с существующими системами: Разработать методы и инструменты для более легкой интеграции блокчейна с традиционными веб-приложениями и базами данных.

3. Исследование новых областей применения: Исследовать возможности блокчейна в других областях веб-разработки, таких как управление цифровыми правами, интернет вещей (IoT) и другие.

В будущем, с развитием технологий и улучшением практических решений, блокчейн имеет потенциал стать основой для создания более безопасных и надежных веб-приложений, что будет способствовать укреплению цифровой безопасности и защиты данных в глобальном масштабе.

#### **Список литературы**

1. Nakamoto, S. Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System. / S. Nakamoto, – Текст : электронный // [сайт]. – 2008 – URL: <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf> (дата обращения: 12.09.2024).
2. Wood, G. Ethereum: A Secure Decentralised Generalised Transaction Ledger. / G. Wood, – Текст : электронный // [сайт]. – 2014 – URL: <https://ethereum.org/en/whitepaper/> (дата обращения: 12.09.2024).
3. Swan, M. Blockchain and its impact on economy // Blockchain: Blueprint for a New Economy / M. Swan. — Moscow: O'Reilly Media, 2015. — С. 45—67.
4. Buterin, V. Ethereum and the Decentralized Future. / V. Buterin, – Текст : электронный // [сайт]. – 2023 – URL: <https://vitalik.ca/general/2022/05/03/eth2.html> (дата обращения: 13.09.2024).
5. Tapscott, D., Tapscott, A. How blockchain is transforming industries // Blockchain Revolution: How the Technology Behind Bitcoin Is Changing Money, Business, and the World / D. Tapscott, A. Tapscott. — Moscow: Penguin Random House, 2016. — С. 90—112.

## ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАСЧЕТА КОМПЛЕКСНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПРОВОДНИКА С УЧЕТОМ СКИН-ЭФФЕКТА

*Захаров В.А.*, ORCID 0009-0000-6101-1860,

*Фролов С.И.*, ORCID 0009-0002-3889-0304,

*Руссова Н.В.*, канд. техн. наук, доц., ORCID 0009-0002-1217-8685

ФГБОУ ВО «Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова»,

г. Чебоксары, РФ

*val\_zaxarov@mail.ru*

**Введение.** В работе уделено внимание физико-математическим аспектам расчета комплексного сопротивления сплошного цилиндрического проводника с учетом скин-эффекта. Приводится вывод расчетной формулы с опорой на известные соотношения технической электродинамики, теории электромагнитного поля и специальных функций. Произведен расчет комплексного сопротивления проводника средствами программного пакета ELCUT.

**Цель работы** – получить расчетную формулу и численное значение для комплексного сопротивления цилиндрического проводника.

**Основная часть.** Поставим задачу расчета комплексного сопротивления сплошного бесконечного цилиндрического проводника. Проводник изготовлен из меди. Для удобства интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитное поле, будем использовать цилиндрические координаты. В технической электродинамике описана методика расчета комплексного сопротивления проводника с учетом скин-эффекта. Расчет базируется на применении приближенных граничных условий Леонтовича. Однако эти условия выведены для случая плоской границы раздела сред [1]. Поэтому предпримем попытку вывода формулы для комплексного сопротивления цилиндрического проводника без применения условий Леонтовича.

Запишем волновое уравнение для электромагнитного поля цилиндра:

$$\nabla^2 \dot{E} + \varepsilon\mu\omega^2 \dot{E} = 0 \quad \#(1)$$

Раскрывая  $\nabla^2 \dot{E}$  в цилиндрических координатах, получим:

$$\frac{d^2 \dot{E}}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\dot{E}}{d\rho} + \varepsilon\mu\omega^2 \dot{E} = 0, \quad \#(2)$$

В теории  $\varepsilon\mu\omega^2$  обозначают как  $k^2$ , где  $k$  – коэффициент затухания электромагнитной волны.

Равенство (2) носит название уравнения Бесселя нулевого порядка [2]. Его общее решение в условиях нашей задачи выглядит следующим образом:

$$\dot{E} = A_1 J_0(k\rho) \quad \#(3)$$

Дальнейшие вычисления будем вести на границе проводника:

$$\dot{E} = E_\Gamma \text{ при } \rho = R, \quad \#(4)$$

где  $E_\Gamma$  – напряженность поля на границе проводника.

Осуществляя элементарные преобразования формул (3) и (4), получим:

$$\dot{E} = E_\Gamma \frac{J_0(k\rho)}{J_0(kR)} \quad \#(5)$$

Чтобы понять смысл полученного результата обратимся к формулировке закона Ома в дифференциальной форме [3]:

$$\dot{\delta} = \sigma \dot{E}, \quad \#(6)$$

где  $\dot{\delta}$  – плотность тока в поперечном сечении проводника.

Чтобы определить ток, вычислим двойной интеграл  $\dot{\delta}$  по поперечному сечению цилиндра в полярной системе координат:

$$i = \sigma \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \dot{E} \rho d\rho = \frac{2\pi\sigma E_\Gamma}{J_0(kR)} \int_0^R J_0(k\rho) \rho d\rho = \frac{2\pi\sigma E_\Gamma R J_1(kR)}{J_0(kR)k} \quad \#(7)$$

Из классического закона Ома найдем необходимое комплексное сопротивление проводника:

$$\underline{Z} = \frac{E_\Gamma}{i} = \frac{k J_0(kR)}{\sigma 2\pi R J_1(kR)} \quad \#(8)$$

Для функций  $J_0(kR)$  и  $J_1(kR)$  известны их разложения в ряд, на основе этих разложений получим [1]:

$$\frac{J_0(kR)}{J_1(kR)} = \frac{2}{kR} \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{kR}{2} \right)^2 + \dots \right) \quad \#(9)$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\sigma 2\pi R^2} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{k^2 R^2}{4} \right) = \frac{1}{\sigma 2\pi R^2} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{(1-j)^2 R^2}{4\Delta^2} + \dots \right), \quad \#(10)$$

где  $\Delta$  – глубина проникновения электромагнитного поля в проводник.

При подстановке в формулу (10)  $\sigma = 58 \times 10^6$  См/м,  $R = 8$  мм,  $\Delta \approx 9,33$  мм получаем  $\underline{Z} \approx 4,3 \times 10^{-4}$  Ом.

Итак, на основе соотношений теории электромагнитного поля и с применением цилиндрических функций была получена формула для вычисления комплексного сопротивления цилиндрического проводника и получено его численное значение.

Далее найдем численное значение  $\underline{Z}$ , используя возможности ELCUT – комплекса программ для инженерного моделирования электромагнитных полей методом конечных элементов (МКЭ) [4].

В результате моделирования получаем следующую картину распределения плотности тока в поперечном сечении проводника (рис. 1):

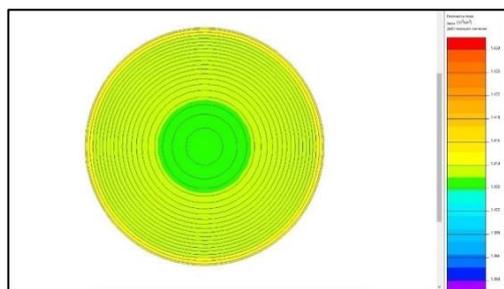


Рис. 1. Распределение плотности тока в поперечном сечении проводника

Результат расчета комплексного сопротивления проводника в программном пакете ELCUT  $\underline{Z} \approx 3,4 \times 10^{-4}$  Ом (рис. 2):

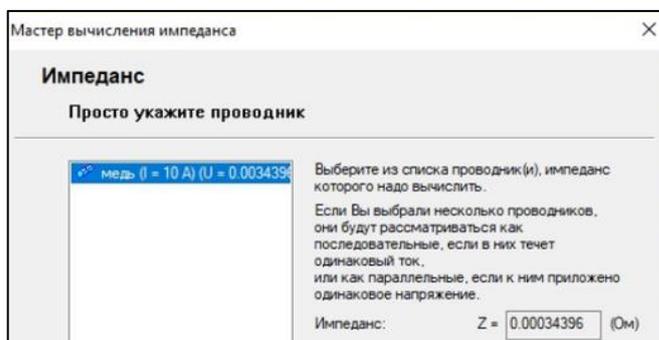


Рис. 2. Результат расчета комплексного сопротивления проводника

**Заключение.** В ходе проведения научно-исследовательской работы была получена формула для расчета комплексного сопротивления сплошного цилиндрического проводника с учетом влияния скин-эффекта. Проведен численный расчет комплексного сопротивления цилиндрического проводника с заданными параметрами в среде ELCUT. При сравнении полученных результатов заметно небольшое расхождение в величинах комплексного сопротивления проводника, полученных разными способами. Однако учитывая тот факт, что для вычисления сопротивления по полученной формуле были использованы только первые члены ряда, можно сказать о хорошей точности полученных результатов.

#### Список литературы

1. Никольский В. В. Теория электромагнитного поля: учебное пособие для радиотехнических специальностей вузов. – Москва: Высшая школа, 1961. – 370 с.: ил. – ISBN 978-5-4475-1986-5.
2. Тамм И. Е. Основы теории электричества: Учеб. пособие для вузов. – 11-е изд., испр. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 616 с. – ISBN 5-9221-0313-X.
3. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник. – 10-е изд., стереотипное. – М.: Гардарики, 2003. – 317 с.: ил. ISBN 5-8297-0158-8.
4. Романова Е.Б., Евстропьев С.К., Кузнецов А.Ю. Практические задания в системе ELCUT. – СПб: Университет ИТМО, 2016. – 47 с.

## СОВРЕМЕННАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

*Ивахненко Н.Н.*, канд. физ.-мат. наук, доц.,

*Афанасьев А.В., Раушенберг Р.А.*

ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА

им. К.А. Тимирязева», г. Москва, РФ

*lesha.afanasev.95@gmail.com*

**Введение.** Современная техника для вычислений играет ключевую роль в повседневной жизни, проникая в различные сферы - от образования до бизнеса и развлечений. Благодаря постоянному улучшению технологий, мы наблюдаем поразительные достижения в области компьютерных систем: они становятся все более мощными, быстрыми и эффективными. Погрузитесь в увлекательный мир современной вычислительной техники с этой работой, где мы рассмотрим последние тренды и инновации. Мы исследуем, какие задачи современный компьютер может решить, какие перспективы открываются с развитием квантовых вычислений и какие вызовы ждут индустрию в будущем.

Развитие вычислительных технологий происходит настолько стремительно, что трудно удержаться на плаву в этом бурном потоке информации. С каждым днем появляются новые методы и подходы к решению задач, которые раньше казались невозможными. Эволюция компьютеров и программного обеспечения неуклонно продвигается вперед, открывая для нас новые возможности и перспективы. Все это сильно влияет на нашу повседневную жизнь, делая ее более удобной и эффективной.

**Цель** – изучить современную вычислительную технику.

**Основная часть.** Начиная с середины XX века, история развития вычислительной техники богата и увлекательна, с первым появлением электромеханических компьютеров. Эти огромные устройства с ограниченными возможностями быстро уступили место электронным компьютерам, построенным на новейших технологиях. Появление персональных компьютеров стало результатом развития микроэлектроники и они стали доступны широкому кругу пользователей. Вместе с смартфонами и планшетами, вычислительная техника стала более удобной и встроенной в нашу повседневную жизнь. Современные устройства объединяют в себе высокопроизводительные компоненты, большие объемы памяти и современные методы связи, что делает их неотъемлемой частью современного общества [1].

Современные компьютеры обладают невероятной мощностью, которая проявляется в выполнении сложных вычислений, обработке огромных

объемов данных и обеспечении различных функциональных возможностей для пользователей. Основой работы компьютеров являются принципы комбинационной и последовательной логики, которые определяют способы обработки информации в устройствах. На основе архитектуры фон Неймана, компьютеры используют единый блок управления и память для хранения данных и инструкций, что является ключевым элементом в их функционировании [2].

## Архитектура фон Неймана

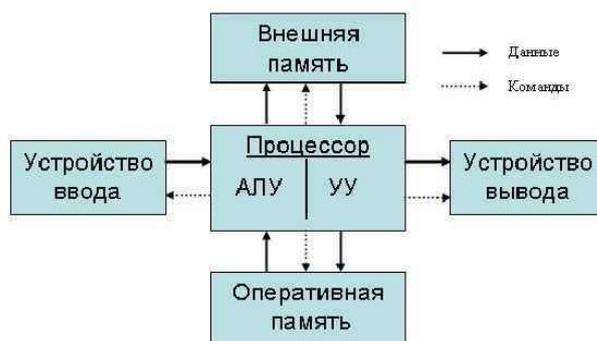


Рис. 1. Архитектура фон Неймана.

Одним из важных принципов современных компьютеров является использование двоичных чисел, состоящих из нулей и единиц, для обработки и хранения информации. Этот метод позволяет компьютерам эффективно работать с данными и выполнять различные задачи. Благодаря этой системе кодирования информации, компьютеры способны обрабатывать информацию быстро и точно.

Использование двоичных чисел в современных компьютерах связано с их внутренней структурой и способом работы. Этот принцип позволяет компьютерам эффективно выполнять различные операции, обрабатывать данные и обеспечивать работу приложений с высокой производительностью. Более чем когда-либо прежде, современная вычислительная техника стремительно развивается, преобразуя мир вокруг нас. Неустанно улучшаются процессоры и графические ускорители, перенося нас в эру инноваций и технологического прогресса. Новые процессоры выделяются не только увеличенным числом ядер, но и расширенным объемом кэш-памяти, а также совершенствованным управлением энергопотреблением, что делает устройства еще более эффективными. В свою очередь, графические ускорители покоряют новые вершины мощности, переворачивая сферу визуализации и обработки изображений с ног на голову. Эти ошеломляющие технологические достижения не только открывают нам огромные перспективы в развитии компьютерной индустрии, но и вдохновляют на создание более мощных и универсальных устройств, способных преобразить нашу повседневную жизнь [3].

Искусственный интеллект становится неотъемлемой частью современных компьютерных систем, преобразая их функциональность и эффективность. Стремительное развитие технологий в области ИИ приводит к созданию инновационных продуктов и сервисов, которые значительно улучшают пользовательский опыт и оптимизируют процессы. Машинное обучение и нейронные сети, как ключевые компоненты искусственного интеллекта, играют важную роль в повышении производительности компьютеров и оптимизации обработки данных [4].

Благодаря ИИ, компьютерные системы становятся более умными и адаптивными, способными адаптироваться к потребностям пользователей. Этот феномен открывает новые перспективы для развития и прогресса в сфере информационных технологий. Современная вычислительная техника активно внедряет искусственный интеллект в различные области, изменяя привычный облик многих отраслей и оказывая значительное влияние на их развитие.

**Заключение.** Современная вычислительная техника находится в центре внимания, поскольку ее будущее тесно связано с актуальными тенденциями и перспективами развития. В поисках усовершенствования производительности, специалисты фокусируются на создании мощных процессоров, расширении области применения искусственного интеллекта, совершенствовании технологий хранения данных и продвижении в области квантовых вычислений. Эти технологические изменения не только открывают новые горизонты для инноваций в сфере вычислительной техники, но и стимулируют расширение области применения в различных сферах жизни и производства. В результате, мы можем ожидать, что вычислительная техника будет играть все более важную роль в повседневной жизни людей и развитии индустрии [5].

### **Список литературы**

1. Степанов А. Н. Информатика: Учебник для вузов. 4-е изд. — Спб.: Питер, 2006. — 684 с.
2. А. В. Павлов. Архитектура вычислительных систем — СПб: Университет ИТМО, 2016. — 86 с.
3. Алексеев Е. Г., Богатырев С. Д. Информатика. Мультимедийный электронный учебник.
4. Максимов Н. В. Архитектура ЭВМ и вычислительных систем. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: 2013. — 512 с.
5. Информатика: Учебник / Под общ. ред. А.Н. Данчула. — М.: Изд-во РАГС, 2004. — 528 с.

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ УЧЕТА, КОНТРОЛЯ И АНАЛИЗА ДОКУМЕНТАЦИИ РИЭЛТЕРСКОГО УЧЕТА

*Коваль К.В.*, ORCID 0009-0002-7949-6709,  
*Шевцова Е.В.*, ORCID 0009-0004-8385-6978

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*kirill.koval17@rambler.ru*

**Введение.** Риэлтерский бизнес связан с большим объемом документации, включая договоры, акты, отчеты, планы и другие документы. Учет и анализ такого объема документов вручную может быть трудоемким и времязатратным процессом.

Риэлтерская документация требует высокой точности и надежности. Ошибки в документах могут привести к юридическим проблемам и финансовым потерям. Использование информационных технологий позволяет уменьшить вероятность ошибок и обеспечить более точный и надежный учет и анализ документации. Использование информационных технологий позволяет автоматизировать процессы учета, контроля и анализа документации. Это помогает сократить время, затрачиваемое на эти процессы, и повысить общую эффективность работы риэлтерской компании.

В современном мире все больше компаний стремятся к цифровой трансформации, включая риэлтерский бизнес. Использование информационных технологий для учета, контроля и анализа документации является важной частью этого процесса. Информационные технологии позволяют риэлтерским компаниям предоставлять более удобный и эффективный сервис своим клиентам. Быстрый доступ к документации, точные отчеты и аналитика помогают клиентам принимать информированные решения [1].

Все эти факторы делают данную тему очень актуальной и важной для современных риэлтерских компаний. Разработка и внедрение информационных систем в этой области могут принести значительные выгоды и улучшить эффективность работы риелторов.

Основной упор делается на автоматизацию процессов работы с документами, улучшение эффективности и надежности учета, а также возможность проведения анализа данных для принятия обоснованных решений в сфере недвижимости.

В рамках работы рассматриваются существующие проблемы и недостатки в работе с документацией в риэлтерском учете, анализируются требования и потребности пользователей, а также изучаются существующие информационные системы и технологические решения, применяемые в данной сфере [2].

Для реализации информационной системы используются современные методы и инструменты разработки программного обеспечения, а также базы данных для хранения и обработки информации. Разработанная система позволяет автоматизировать процессы учета и контроля документации в риэлтерской деятельности, предоставляет возможность генерации отчетов и анализа данных, упрощает доступ к необходимой информации и повышает эффективность работы с документами.

**Основная цель** работы заключается в исследовании и представлении эффективных информационных технологий, которые могут использоваться для учета, контроля и анализа документации в риэлтерском учете.

В исследовании использовались методы анализа и синтеза, сравнения, а также с использованием комплексного системного подхода с применением методов сравнительного, структурного, статистического анализа, методов аналогий и графических и других методов сбора, обработки и обобщения информации.

Применение методов машинного обучения позволяет разработать алгоритмы и модели, способные автоматически обрабатывать и классифицировать документацию, а также проводить анализ текстовых данных для выявления ключевых показателей и трендов.

Кроме того, методы искусственного интеллекта могут быть использованы для проведения анализа текстовых данных в документации. Например, можно использовать алгоритмы обработки естественного языка для выявления ключевых слов или фраз, позволяющих определить основные характеристики объектов недвижимости или потенциальных клиентов.

**Заключение.** В целом, использование информационных технологий и методов машинного обучения в риэлтерском учете контроля и анализе документации позволяет повысить эффективность и точность работы, уменьшить человеческий фактор и ускорить решение задач, связанных с учетом и анализом документации.

### **Список литературы**

1. Аникина, Ю. С. Организация учета, контроля и анализа документации в риэлтерской деятельности. // Экономика и управление: актуальные проблемы и перспективы развития: сборник научных статей. – М., 2019. – С. 120-135.
2. Безрукова, Е. Н. Применение информационных технологий в учете и анализе риэлтерской документации. // Вестник риэлтерской практики. – 2020. – №2. – С. 45-52.

## ПРИМЕНЕНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ ОТТОКА КУРЬЕРОВ В СЛУЖБЕ ДОСТАВКИ ПРОДУКТОВ ПИТАНИЯ

*Корнев С.А.*<sup>1,2</sup>, ORCID 0009-0006-0029-0740,  
*Шевцов Д.В.*<sup>1,2</sup>, д-р техн. наук, доц., ORCID 0009-0009-3874-6223  
<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
<sup>2</sup>ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ  
*sergkornev2001@mail.ru*

**Введение.** Служба доставки продуктов питания является неотъемлемой частью современной розничной торговли, обеспечивая своевременную и надежную доставку товаров конечным потребителям. Высокая конкуренция в этой отрасли, а также растущие ожидания клиентов в отношении скорости и качества обслуживания, ставят перед компаниями-доставщиками задачу непрерывного повышения эффективности своих логистических операций.

Одной из ключевых проблем, с которыми сталкиваются службы доставки продуктов питания, является высокий уровень текучести кадров среди курьеров. Потеря квалифицированных и опытных сотрудников может привести к серьезным нарушениям в логистике, задержкам в доставке и снижению качества обслуживания клиентов. Поэтому способность прогнозировать и управлять оттоком курьеров становится критически важной для обеспечения стабильности и конкурентоспособности компаний в этой отрасли.

В последние годы методы машинного обучения продемонстрировали свою эффективность в решении задач прогнозирования и принятия решений в различных сферах бизнеса. Применение этих технологий открывает новые возможности для совершенствования процессов управления персоналом в службах доставки, в том числе для предсказания и предотвращения оттока курьеров.

**Целью** данного исследования является изучение возможности применения методов машинного обучения, а именно алгоритма CatBoost, для прогнозирования оттока курьеров в службе доставки продуктов питания.

**Основная часть.** Была собрана информация о курьерах службы доставки, включая их демографические характеристики (возраст, пол, семейное положение), показатели производительности (количество успешных доставок, средняя скорость, рейтинг клиентов), уровень удовлетворенности работой (опросы, обратная связь) и другие релевантные признаки. Данные были получены из внутренних систем компании, а также из открытых источников, таких как рекрутинговые платформы.

Собранные данные были очищены от пропусков и выбросов, нормализованы и преобразованы в формат, необходимый для применения алгоритмов машинного обучения. Для категориальных признаков использовались методы кодирования, такие как one-hot encoding. Численные признаки были стандартизированы с помощью z-преобразования для обеспечения равного вклада в модель.

Был выбран алгоритм CatBoost, который является эффективным методом прогнозирования для задач с категориальными и численными признаками. CatBoost относится к семейству градиентных бустинговых деревьев и демонстрирует высокую точность и скорость обучения даже на сложных наборах данных. Модель CatBoost была обучена на имеющихся данных для предсказания вероятности ухода курьера из компании. Для настройки гиперпараметров модели использовались такие методы cross-validation и технология optuna.

Чтобы понять, какие факторы наиболее значимо влияют на вероятность ухода курьеров, был проведен детальный анализ важности различных признаков. Были применены методы вычисления коэффициентов корреляции, информационного gain и SHAP-значений. Это позволило выявить ключевые характеристики, такие как длительность работы, уровень удовлетворенности, производительность, возраст и пол, которые в наибольшей степени связаны с оттоком персонала.

Для задачи прогнозирования оттока курьеров важно правильно выбрать пороговое значение (threshold) вероятности, при котором курьер будет классифицироваться как склонный к уходу. Изначально было использовано стандартное значение порога 0,5, то есть курьеры с вероятностью оттока выше 0,5 считались кандидатами на увольнение. Однако, поскольку в реальности доля курьеров, уходящих из компании велика, такой порог мог приводить к большому количеству ложноположительных срабатываний. Для оптимизации порогового значения были проанализированы различные метрики качества модели, такие как precision, recall и F1-мера, при разных значениях порога. В результате было выбрано пороговое значение 0,25, которое обеспечивало наилучший баланс между точностью и полнотой прогнозирования оттока курьеров. Это позволило повысить эффективность применения модели в реальных условиях.

Для оценки точности прогнозирования модели CatBoost были использованы следующие метрики:

- Accuracy (точность) – доля правильно предсказанных случаев оттока.
- Precision (полнота) – доля верно предсказанных случаев оттока среди всех предсказанных случаев оттока.
- Recall (чувствительность) – доля верно предсказанных случаев оттока среди всех фактических случаев оттока.

- F1-мера – гармоническое среднее между precision и recall, учитывающее баланс между точностью и полнотой.
- AUC-ROC (Area Under the Curve - Receiver Operating Characteristic) – интегральная мера качества бинарной классификации, показывающая соотношение между истинно-положительными и ложно-положительными срабатываниями.

Результаты показали, что модель CatBoost продемонстрировала высокую эффективность в предсказании оттока курьеров, превысив 0,7 по метрикам accuracy, F1-мера и AUC-ROC.

Было проведено исследование влияния различных факторов на вероятность ухода курьеров из компании. Для этого использовались методы анализа важности признаков, такие как вычисление коэффициентов корреляции, информационного gain и SHAP-значений. Это позволило выявить ключевые признаки, которые наиболее сильно связаны с оттоком, такие как длительность работы, уровень удовлетворенности, производительность, возраст и семейное положение курьеров.

**Заключение.** Результаты проведенного исследования показывают, что применение алгоритма машинного обучения CatBoost может быть эффективным инструментом для прогнозирования оттока курьеров в службе доставки продуктов питания. Модель, построенная на основе данного алгоритма, продемонстрировала высокую точность в предсказании вероятности ухода курьеров из компании. Полученные результаты могут быть использованы для разработки стратегий по удержанию ценных сотрудников, снижению оттока и повышению эффективности работы служб доставки.

### Список литературы

1. Серрано Л. Дж. Грокаем машинное обучение / Л. Дж. Серрано. – Москва: Изд-во «Питер», 2024. – 512 с. – ISBN 978-5-4461-1234-3.
2. Просиз Дж. Прикладное машинное обучение и искусственный интеллект для инженеров / Дж. Просиз. – Астана: Изд-во «АЛИСТ», 2024. – 424 с. – ISBN 978-601-09-5051-1.
3. Предсказание оттока пользователей – Текст: электронный // Хабр: официальный сайт. – 2023. – URL: <https://habr.com/ru/articles/715070/> (дата обращения: 02.09.2024).
4. Уже уходишь? Или предсказание оттока сотрудников с помощью AI – Текст: электронный // Хабр: официальный сайт. – 2022. – URL: <https://habr.com/ru/articles/715070/> (дата обращения: 02.09.2024).
5. CatBoost – Текст: электронный // Хабр: официальный сайт. – 2023. – URL: <https://habr.com/ru/companies/lanit/articles/778714/> (дата обращения: 02.09.2024).
6. Построение модели оттока сотрудников для разработки стратегии удержания – Текст: электронный // Хабр: официальный сайт. – 2021. – URL: <https://habr.com/ru/articles/582304/> (дата обращения: 02.09.2024).

## АНАЛИЗ СКОРОСТИ РАБОТЫ РАЗЛИЧНЫХ АЛГОРИТМОВ СОРТИРОВКИ

***Котов Г.В.***

ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского», г. Нижний Новгород, РФ  
*gvkotov@gmail.com*

Целью данной работы является сравнение скорости работы различных алгоритмов сортировки и формирование рекомендаций по использованию данных алгоритмов в практических задачах.

В рамках данного исследования были выбраны четыре алгоритма, а именно: пузырьковая сортировка; сортировка выбором; быстрая сортировка; сортировка слиянием.

В зависимости от упорядоченности исходных данных один и тот же алгоритм сортировки может выполняться за разное время. Минимальное и максимальное время выполнения алгоритмов показаны в табл. 1.

Таблица 1

Время выполнения алгоритмов				
Алгоритм \ Время	Худшее время	Лучшее время	Нормальное время	
Пузырьковая	$O(n^2)$	$O(n)$	$O(n^2)$	
Выбор	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	
Слияние	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	
Быстрая	$O(n^2)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	

Для генерации тестовых данных, написания алгоритмов сортировки и проведения тестов был использован язык Python.

Кратко рассмотрим каждый из алгоритмов.

Пузырьковая сортировка – элементарный алгоритм, который последовательно попарно сравнивает элементы списка, меняя местами элементы в случае, если элемент слева больше правого. Количество таких проходов равно количеству элементов списка.

Сортировка выборкой – алгоритм, находящий максимальный или минимальный элемент списка и устанавливающий его на соответствующее место. Этот процесс будет повторяться до тех пор, пока список не будет отсортирован.

Сортировка слиянием – рекурсивный алгоритм, разбивающий исходный список пополам до тех пор, пока не получит списки, состоящие из двух (иногда одного) элемента. Такие списки складываются в порядке возрастания, создавая упорядоченный список.

Быстрая сортировка – рекурсивный алгоритм, осуществляющий перестановки по возможности на большом расстоянии.

Приведем вариант программной реализации быстрой сортировки (рис.1).

```
def quicksort(nums):
    if len(nums) <= 1:
        return nums
    else:
        mid_val = nums[len(nums)//2] #среднее значение
        left_nums = [] #больше среднего
        right_nums = [] #меньше среднего
        equal_nums = [] #равно среднему
        for i in nums:
            if i < mid_val:
                left_nums.append(i)
            elif i > mid_val:
                right_nums.append(i)
            else:
                equal_nums.append(i)
        return quicksort(left_nums)+equal_nums+quicksort(right_nums)

print(*quicksort(arr), sep=' ')
```

Рис. 1. Алгоритм быстрой сортировки на Python

Каждое следующие рекурсивное обращение к списку будет сортировать все меньшую его часть, создавая четкую границу между большими и меньшими значениями, а возвращение суммы списка меньших чисел, средних и больших, по достижении глубины рекурсии вернет полностью отсортированный список.

Для сравнения были созданы три набора данных, которые должны были выявить слабые и сильные стороны алгоритмов, а именно:

1. Список случайных чисел в диапазоне от 1 до 1000, содержащий 10 000 элементов.
2. Упорядоченный по убыванию список чисел, содержащий 10 000 элементов (от 10 000 до 1).
3. Упорядоченный по возрастанию список чисел, содержащий 10 000 элементов (от 6 до 10 000), где последние пять элементов это 1, 2, 3, 4, 5.

Таблица 2

		Время выполнения тестов		
Тест		Тест 1	Тест 2	Тест 3
Алгоритм				
	Пузырьковая	17.945	25.681	10.851
	Выбор	9.655	9.888	9.779
	Слияние	0.037	0.046	0.046
	Быстрая	0.001	0.015	0.031

По результатам первого теста выяснилось, что пузырьковая сортировка наиболее чувствительна к изначальной упорядоченности

списка. На сортировку выбором и слиянием тип упорядоченности не оказывает существенного влияния. Быстрая сортировка показала наилучшие результаты, однако на специфических наборах данных может терять свою скорость (см. табл. 1, теоретически худшее время у быстрой сортировки может составить  $O(n^2)$ ). Для исследования скорости работы алгоритмов будем использовать случайно сгенерированные списки чисел, что может дать некоторую погрешность, которая, однако, не будет критична в большом объеме данных.

Была написана программа для проведения серии тестов с количеством элементов от 10 до 500 000 с шагом в 200, для пузырьковой и сортировки выбором количество элементов было ограничено 20 000, т.к. время сортировки стало превышать разумные значения. Время выполнения сортировок записывалось в текстовый файл. На основе полученных данных построен график (рис. 2), отражающий зависимость времени (ось y, секунды) от количества элементов в списке (ось x).



Рис. 2. Время работы алгоритмов сортировки

По результатам исследования можно сделать следующие выводы. Пузырьковая сортировка и сортировка выбором плохо масштабируются и начиная с единиц тысяч элементов в списке время работы программы может составлять десятки секунд, а в дальнейшем увеличивается квадратично.

На значениях, приближающихся к полумиллиону элементов, сортировка слиянием начинает заметно уступать быстрой сортировке. В целом, быстрая сортировка является наиболее универсальным и не слишком сложным в понимании алгоритмом, поэтому в большинстве случаев целесообразно использовать именно ее.

### Список литературы

1. Седер, Н. Python. Экспресс-курс / Н. Седер, СПб.: Питер, 2022.– 480 с.: ил. – ISBN 978-5-4461-0908-1.

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ ЭКСПРЕСС-МЕТОДЫ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ**

**Кулаков Г.Т.**, д-р техн. наук, проф., ORCID 0009-0002-4727-4597,

**Воюш Н.В.**, ORCID 0009-0003-5926-9039

Белорусский национальный технический университет,

г. Минск, Республика Беларусь

*tes@bntu.by*

В настоящее время в области автоматизации теплоэнергетических процессов широко используются двухконтурные системы автоматического регулирования (САР) на базе типовых регулирующих устройств. Методам параметрической оптимизации типовых систем посвящено большое количество публикаций [1÷6] и др. Однако, как показали проведенные исследования [1] и опыт эксплуатации САР на восьми энергоблоках мощностью 300 МВт Лукомльской ГРЭС, даже автоматическая коррекция параметров динамической настройки основных САР, включая системы автоматического управления мощностью энергоблоков, реализованных на базе типовых регуляторов не позволяет существенно улучшить качество поддержания основных технологических параметров энергоблоков во всем диапазоне изменения нагрузок. Это обусловлено упрощенной структурой САР, несоответствием передаточных функций объектов и типовых регуляторов, а также существенным изменением динамических характеристик объектов регулирования с уменьшением нагрузки энергоблока. В связи с этим актуальной является проблема повышения качества управления за счет совершенствования структуры САР теплоэнергетическими процессами и методов расчета параметров их динамических настроек в функции нагрузки с использованием аналитических экспресс-методов структурно-параметрической оптимизации.

Основной особенностью экспресс-методов структурно-параметрической оптимизации САР является выбор таких критериев отработки основных воздействий, что бы прямые показатели качества можно было определить без построения переходных процессов замкнутых САР. Таким образом определение качества систем производится наиболее удобным и быстрым способом. Так для объектов в виде инерционных звеньев второго порядка при отработке скачка задания ПИ-регулятором предложен метод полной компенсации в частном виде (МПК в ЧВ). В этом случае в качестве критерия оптимальности используется передаточная функция колебательного звена с единичным коэффициентом передачи и

коэффициентом дифференцирования  $1/\sqrt{2}$  [4] (аналог критерия оптимального модуля). МПК в ЧВ распространён на объекты, динамика которых описывается инерционными звеньями первого или второго порядка с условным запаздыванием [4]. Для оптимальной отработки внутренних возмущений разработан метод частичной компенсации с критерием качества: минимум интеграла квадрата ошибки регулирования и ограничением степени затухания переходного процесса  $\psi = 0,95$  [4]. В работах [5, 6] рассмотрен метод полной компенсации в общем виде, который для конкретной передаточной функции объекта позволяет сначала определить оптимальную структуру типового регулятора, а затем рассчитать параметры его динамической настройки. В качестве критерия оптимальности отработки задания в этом случае используют заданную передаточную функцию в виде инерционного звена первого порядка с условным запаздыванием  $\tau_y$ , время разгона которого  $T_{30} = \tau_y$  [5].

Усовершенствованные методы структурно-параметрической оптимизации [6, 7] в качестве критерия оптимальности при отработке скачка задания используют заданную передаточную функцию замкнутой системы  $W_{30}(p)$  в виде  $n$ -последовательно соединенных звеньев первого порядка с условным запаздыванием  $\tau_y$ . При этом численное значение постоянной времени  $T_{30}$  является единственным расчетным параметром динамической настройки оптимального регулятора передаточной функции вида [1]:

$$W_p^{opt}(p) = \frac{W_{30}^0 p}{W_{об}^0 p [1 - W_{30}^0 p e^{-\tau_y p}]}, \quad (1)$$

где  $W_{об}^0 p$ ,  $W_{30}^0 p$  – соответственно те части передаточных функций объекта и критерия оптимальной отработки задания, которые не содержат условного запаздывания  $\tau_y$ .

Применение данной передаточной функции (1) позволяет получить любые заданные прямые показатели качества за счет изменения постоянной времени в соответствии с передаточной функцией критерия качества отработки задания:

$$W_{30}(p) = \frac{e^{-\tau_y p}}{(T_{30} p + 1)^n}, \quad (2)$$

где с изменением численного значения  $T_{30}$  постоянной времени передаточной функции (2) повышается быстродействие САР. Если принять за целое значение  $\tau_y$ , то постоянную времени  $T_{30}$  можно определить по формуле:

$$T_{3d} = \gamma \cdot \tau_y, \quad (3)$$

где  $\gamma$  – коэффициент, учитывающий долю  $\tau_y$  в значении  $T_{3d}$ , который выбирают из ряда чисел пропорции золотого сечения [7] с учётом максимально допустимой величины регулирующего воздействия:

$$\gamma \in [1; 0,618; 0,382; 0,236; 0,146; \dots]. \quad (4)$$

Использование экспресс-методов совместно с теорией инвариантности позволяет двухконтурные САР превратить в многоконтурные с достижением абсолютной инвариантности для дополнительно измеряемого наиболее опасного внутреннего возмущения и обеспечивает инвариантность относительно внешнего возмущения с точностью до  $\varepsilon$ .

Таким образом решается основная проблема теории управления – это задача практического применения теории наиболее удобным и действенным способом.

### Список литературы

1. Кулаков Г.Т. Теоретические основы экспресс-методов структурно-параметрической оптимизации систем автоматического управления для повышения эффективности использования теплоэлектростанций в переменных режимах / Г.Т. Кулаков // Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора технических наук по специальностям 05.13.07 “Автоматизация технологических процессов и производств” (теплоэнергетика) и 05.14.14 “Тепловые электрические станции и сети”. – Минск: БПИ, 1988. – 36 с.
2. Стефани, Е.П. Основы расчета настройки регуляторов теплоэнергетических процессов / Е.П. Стефани. – М.: Энергия, 1972. – 372 с.
3. Ротач, В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами: учеб. для ВУЗов / В.Я. Ротач. – М.: Издательский дом МЭИ, 2008. – 396 с.
4. Кулаков, Г.Т. Инженерные экспресс-методы расчёта промышленных систем регулирования: справочное пособие / Г.Т. Кулаков. – Мн.: Вышэйшая школа, 1984. – 192с.
5. Кулаков Г.Т. Анализ и синтез систем автоматического регулирования/ Г.Т. Кулаков. – Минск: УП «Технопринт», 2003. – 136 с.
6. Кузьмицкий И.Ф. Теория автоматического управления: учебник для вузов / И.Ф. Кузьмицкий, Г.Т. Кулаков. – Минск: БГТУ, 2010. – 574 с.
7. Теория автоматического управления / Г.Т. Кулаков [и др.]; под общей ред. Г.Т. Кулакова. – Минск: Вышэйшая школа, 2022. – 197 с.

## СОВРЕМЕННЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИХ РАЗВИТИЯ

*Куницын Д.А.*

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*daniilkimura@yandex.com*

**Введение.** Нейронные сети играют ключевую роль в современном развитии технологий, являясь основой многих прорывных решений в таких областях, как искусственный интеллект, обработка данных и автономные системы. Их способность обрабатывать огромные объемы информации и выявлять скрытые закономерности делает их незаменимыми для решения сложных задач, ранее недоступных для традиционных алгоритмов.

**Цель работы** – рассмотреть текущие области применения нейронных сетей и обсудить перспективы их дальнейшего развития, уделяя внимание как технологическим достижениям, так и вызовам, стоящим перед этой динамично развивающейся областью.

**Основные области применения нейронных сетей.** Нейронные сети находят применение в широком спектре задач, но одним из важнейших направлений является обработка данных. Здесь нейронные сети активно используются в работе с естественным языком и изображениями. Например, системы для машинного перевода, голосовые ассистенты и чат-боты стали неотъемлемой частью повседневной жизни.

Важной областью является автономные системы, такие, как самоуправляемые транспортные средства и дроны. В этой сфере нейронные сети помогают решать задачи навигации, избегания препятствий и анализа дорожной ситуации. Эти технологии меняют не только транспортную отрасль, но и такие сферы, как логистика, строительство и безопасность.

Медицина также извлекает выгоду из использования нейронных сетей. Например, алгоритмы глубокого обучения применяются для анализа медицинских данных и диагностики заболеваний. Нейронные сети уже способны с высокой точностью распознавать аномалии на медицинских снимках, что позволяет выявлять заболевания на ранних стадиях и существенно ускоряет процесс диагностики. Кроме того, в биоинформатике нейронные сети используются для анализа геномных данных, что открывает возможности для персонализированной медицины и предсказания риска развития заболеваний.

Не менее важной сферой применения нейронных сетей является финансы. Здесь они используются для автоматизации финансовых процессов, анализа больших данных и прогнозирования рыночных

тенденций. Нейросети помогают анализировать колебания на фондовых рынках, предсказывать цены акций и оценивать кредитные риски.

Наконец, нейронные сети проникают в мир творчества, демонстрируя свои возможности в создании контента. Генеративные сети создают изображения, музыку, тексты и даже видео, что открывает новые возможности для художников, музыкантов и дизайнеров [1].

**Текущие вызовы и ограничения.** Одним из главных вызовов остается огромная потребность в вычислительных ресурсах. Современные нейросети требуют значительных ресурсов как для обучения, так и для использования в реальных условиях. Это приводит к серьезным затратам на оборудование и электроэнергию. Для работы таких моделей необходимы мощные графические процессоры (GPU) или даже специализированные чипы (ASIC), что ограничивает их доступность для небольших компаний и исследовательских групп. Существует постоянная потребность в создании новых методов, которые смогут повысить эффективность обучения без значительных затрат.

Кроме того, проблема оптимизации вычислительных процессов стоит особенно остро в задачах с большими объемами данных. Обучение крупных моделей может занять недели, что замедляет процессы разработки и внедрения.

Еще одним важным вызовом является масштабирование нейронных сетей. По мере роста моделей увеличивается сложность их архитектуры, что приводит к трудностям в оптимизации и поддержке. Чем крупнее сеть, тем сложнее её эффективно использовать в условиях ограниченных вычислительных ресурсов, например, на мобильных устройствах.

Наконец, значительной проблемой остается интерпретируемость нейронных сетей. Эти модели зачастую работают как «черные ящики», что затрудняет анализ их решений и проверку на наличие ошибок. Для критически важных систем, таких как медицина или автономные транспортные средства, это представляет собой серьезный вызов [2].

**Перспективы развития нейронных сетей.** В будущем развитие нейронных сетей будет направлено на решение вышеуказанных проблем и внедрение более эффективных и доступных решений. Одним из главных направлений является создание более энергоэффективных и компактных моделей. Уже сегодня ведется активная работа над методами компрессии нейронных сетей и снижением их вычислительных требований.

Примером может служить разработка методов, таких как *pruning* (обрезка ненужных связей) и *quantization* (квантование данных), которые позволяют уменьшить количество вычислительных операций, сохраняя при этом точность моделей.

Также важным направлением является внедрение нейросетей на мобильные устройства и IoT. Для этого уже разрабатываются специализированные нейрочипы, такие как Google Edge TPU и Apple

Neural Engine, которые позволяют запускать сложные модели на небольших устройствах с минимальным энергопотреблением. Это откроет новые возможности для использования нейросетей в устройствах умного дома, автомобилях и персональных гаджетах.

Еще одной перспективой является создание гибридных систем, которые совмещают различные подходы для повышения производительности. Например, комбинация традиционных алгоритмов с нейронными сетями позволяет улучшить результаты в областях, где одни только нейросети могут давать неустойчивые результаты. В частности, это находит применение в автономных системах, где гибридные модели позволяют сочетать правила и шаблоны с машинным обучением для повышения точности и безопасности.

Кроме того, ведется активная работа над разработкой новых архитектур, которые могли бы улучшить обучение моделей. Например, Transformer-архитектуры, которые уже сегодня используются в таких мощных моделях, как GPT-4 и BERT, продолжают развиваться, а новые типы архитектур, такие как *sparse* модели, позволяют добиться значительного ускорения обучения за счет использования выборочных данных и уменьшения вычислительных затрат [3].

**Заключение.** Нейронные сети открывают новые возможности во множестве сфер, от медицины до автономных систем, но сталкиваются с вызовами, такими как высокие вычислительные затраты и необходимость в масштабировании. В будущем ожидается дальнейшее развитие более энергоэффективных и адаптивных моделей, а также внедрение новых архитектур и технологий. Эти решения помогут расширить возможности нейронных сетей и сделать их более доступными и эффективными в различных областях.

### Список литературы

1. Pioneering research on the path to AGI. – Текст: электронный // OpenAI: [сайт]. – URL: <https://openai.com/research/>.
2. Гудфеллоу, Я. Глубокое обучение / Я. Гудфеллоу, И. Бенджио, А. Курвилль; перевод с английского А. А. Слинкина. – [2-е изд., испр.] – М.: ДМК Пресс, 2018. – 652 с.: цв. ил. – ISBN 978-5-97060-618-6. – Текст : непосредственный.
3. Форд, М. Архитекторы интеллекта. Вся правда об искусственном интеллекте от его создателей / М. Форд перевод с английского И. Рузмайкина. – Питер, 2020. – 416 с. – ISBN 978-5-4461-1254-8. – Текст : непосредственный.

## МЕТОДЫ СЕПАРАЦИИ ТВЕРДЫХ БЫТОВЫХ ОТХОДОВ (ТБО)

*Погорелов А.А., Заргарян Е.В.*, канд. техн. наук  
ФГБОУ ВО «Южный федеральный университет», г. Таганрог, РФ  
*evzargaryan@sfedu.ru, apogorelo@sfedu.ru*

**Введение.** Сепарация твердых бытовых отходов (ТБО) — это процесс разделения различных компонентов отходов с целью их дальнейшей переработки, утилизации или безопасного захоронения. Эффективная сепарация ТБО играет ключевую роль в управлении отходами, снижении их негативного воздействия на окружающую среду и экономии ресурсов.

**Основная часть.** В данной работе рассмотрим основные методы сепарации ТБО. К основным методам сепарации ТБО относятся:

### 1. Ручная сортировка

Ручная сортировка — это один из самых простых и доступных методов сепарации, который осуществляется человеком. Этот метод часто применяется на мусоросортировочных станциях, где работники вручную отделяют *recyclable* (подлежащие переработке) материалы от непригодных для повторного использования. Хотя этот метод требует значительных трудозатрат, он позволяет эффективно отделить различные фракции отходов.

### 2. Механическая сортировка

Механическая сортировка включает в себя использование специализированного оборудования для автоматизированного разделения отходов. Основные технологии механической сортировки:

- Сетчатые экраны: используются для сепарирования отходов по размеру фракции. Мелкие фракции проходят через сетку, в то время как крупные следуют дальше по конвейерной ленте.

- Вибрационные конвейеры: помогают перемещать и сортировать материалы по весу, форме и объему.

- Магниты: применяются для отделения металлических предметов от других видов отходов.

- Оптические сортировщики: используют камеры и лазеры для распознавания и сортировки материалов по цвету и типу.

### 3. Сортировка по плотности

Этот метод основан на различии в плотности материалов. Отходы помещаются в специальный бассейн с водой, где более легкие фракции (например, пластик) всплывают, а более тяжелые (например, стекло и металл) тонут. Это позволяет эффективно разделять разные виды материалов.

#### 4. Сортировка по электрическим свойствам

Метод электростатической сепарации использует различия в электрических свойствах материалов для их разделения. При помощи электростатических полей можно отделить, например, металлические и неметаллические компоненты.

#### 5. Биологическая сепарация

Биологическая сепарация применяется для отделения органических отходов от неорганических. Этот метод включает компостирование и анаэробное разложение, которые позволяют перерабатывать органические материалы и получать биогаз или компост.

#### 6. Сортировка по температуре

Некоторые технологии, такие как пиролиз, используют высокие температуры для разложения сложных органических веществ. В результате этого процесса можно выделить различные фракции, которые затем могут быть переработаны или использованы в качестве топлива.

**Заключение.** Эффективная сепарация твердых бытовых отходов является важным шагом к устойчивому управлению ресурсами и минимизации негативного воздействия на экологическое состояние природы. Каждый из методов сепарации имеет как свои плюсы, так и недостатки, и их выбор зависит от определенных условий, объемов отходов и целей для дальнейшего использования отходов. Совместное использование различных методов может значительно повысить эффективность процесса сепарации и способствовать более ответственному обращению с отходами.

#### Список литературы:

1. Зайцев В.А. Промышленная экология: учебное пособие. – М., ДеЛи, 1999. – 140 с.
2. Азаров В. Н., Грачев В. А., Денисов В. В., Павлихин Г. П. Промышленная экология: учебник для высших учебных заведений Министерства образования и науки Российской Федерации под общ. ред. В. В. Гутенева. – М., Волгоград: ПринТерра, 2009. – 840 с.
3. Ганциевский А.В., Заргарян Ю.А. Современное состояние дел в области технологий интеллектуальных замков // Проблемы автоматизации. Региональное управление. Связь и акустика. ПАРУСА-2021. Сборник трудов X Всероссийской научной конференции и молодежного научного форума в рамках мероприятий, посвященных году Науки и технологий в Российской Федерации. Геленджик, 20-22 октября 2021. – С. 194-199.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АДДИТИВНОЙ МОДЕЛИ БРАУНА ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

**Пожидаева Е.С.** <sup>1,2</sup>, д-р экон. наук, доц., ORCID 0000-0002-2629-5295

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Всероссийский научно-исследовательский институт экономики сельского хозяйства, г. Москва, РФ

<sup>2</sup>НОЧУ ВО «Московский экономический институт», г. Москва, РФ  
*doka02@mail.ru*

**Введение.** Одним из наиболее перспективных направлений исследования и прогнозирования одномерных временных рядов социально-экономических явлений является применение адаптивных методов, которые позволяют учесть различную информационную ценность уровней временного ряда и степень «устаревания» данных. Достоинством адаптивных методов является построение моделей самокорретировки, способных учитывать результат прогноза, сделанного на предыдущем шаге.

**Цель** – используя динамический ряд с 2005 по 2023 гг. показателей валового внутреннего продукта в Российской Федерации в текущих ценах с помощью модели Брауна построить прогноз на 2024 и 2025 г.

**Основная часть.** Общая схема построения адаптивных моделей включает несколько этапов: 1) по значениям первых наблюдений ряда оцениваются значения параметров модели; 2) по сформированной модели дается прогноз на один шаг, при наличии отклонения от фактических значений ряда они расцениваются как ошибка прогнозирования, которая учитывается в соответствии с принятой схемой корректировки параметров математической модели; 3) по модели со скорректированными параметрами рассчитывается прогнозная оценка на следующий момент времени, и весь процесс повторяется вновь до исчерпания фактических членов ряда.

К таким моделям относится модель экспоненциального сглаживания Брауна, представляющую собой линейную тенденцию с постоянно изменяющимися параметрами. [1, 3]

*Этапы построения линейной адаптивной модели Брауна*

Этап 1. С помощью метода наименьших квадратов для линейной аппроксимации по первым пяти точкам временного ряда оцениваются начальные значения  $a_0$  и  $a_1$  параметров модели:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t \quad t = 1, 2, \dots, 5. \quad (1)$$

Этап 2. С использованием параметров  $a_0$  и  $a_1$  по модели Брауна находим прогноз на один шаг ( $k = 1$ ):

$$\hat{y}_{t,k} = a_{0,t} + a_{1,t} \cdot k \quad (2)$$

Этап 3. Расчетное значение  $\hat{y}_{t,k}$  экономического показателя сравнивают с фактическим  $y_t$  и вычисляется величина их расхождения (ошибки). При  $k = 1$  имеем:

$$e_{t+1} = \hat{y}_{t+1} - \hat{y}_{t,1} \quad (3)$$

Этап 4. В соответствии с этой величиной корректируются параметры модели:

$$a_{0,t} = a_{0,t-1} + a_{1,t-1} + (1 - \beta^2)e_t \quad (4)$$

$$a_{1,t} = a_{1,t-1} + (1 - \beta)^2 e_t \quad (5)$$

где  $\beta$  – коэффициент дисконтирования данных, изменяющийся в пределах от 0 до 1 ( $\alpha + \beta = 1$ ), показатель характеризует обесценение данных за единицу времени и отражает степень доверия более поздним наблюдениям. Оптимальное значение находится итеративным путем:

$$\beta = \frac{N - 3}{N - 1}$$

где  $N$  – длина временного ряда;

$\alpha$  – параметр сглаживания  $\alpha = 1 - \beta$ ;

$e_t$  – ошибка прогнозирования уровня  $y_t$ , вычисленная в момент времени  $(t - 1)$  на один шаг вперед.

Этап 5. По модели со скорректированными параметрами  $a_0$  и  $a_1$  находят прогноз на следующий момент времени. Возврат на пункт 3, если  $t < N$ . Если  $t = N$ , то построенную модель можно использовать для прогнозирования на будущее.

Этап 6. Интервальный прогноз строится как для линейной модели кривой роста.

Исходный временной ряд содержит 19 уровней наблюдения данного показателя представлен в таблице 2, графа 2. [2]

Начальные оценки параметров получим по первым пяти точкам (таблица 2) при помощи МНК по формулам:

$$a_1 = \frac{\sum(t - \bar{t})(y_t - \bar{y})}{\sum(t - \bar{t})^2} = \frac{48754,4}{10} = 4875,4$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \cdot \bar{t} = 32371,7 - 4875,4 \cdot 3 = 17745,4$$

$\bar{t}$  – среднее значение фактора «время»:  $\bar{t} = \frac{1+2+\dots+5}{5} = 3$

$\bar{y}$  – среднее значение исследуемого показателя:  $\bar{y} = \frac{161858,5}{5} = 32371,7$

Возьмем  $k = 1$ , а параметр сглаживания равным 0,68. В таблице 2 приведены расчеты параметров модели Брауна на каждом шаге.

Таблица 1

## Оценка начальных значений параметров модели

$t$	$y_t$	$t - \bar{t}$	$(t - \bar{t})^2$	$y_t - \bar{y}$	$(t - \bar{t})(y_t - \bar{y})$
1	2	3	4	5	6
1	21 609,80	-2	4	-10761,9	21523,8
2	26 917,20	-1	1	-5454,5	5454,5
3	33 247,50	0	0	875,8	0
4	41 276,80	1	1	8905,1	8905,1
5	38 807,20	2	4	6435,5	12871
Итого	161858,5	0,0	10,0	0,0	48754,4

Таблица 2

## Оценка параметров модели Брауна

$t$	$y_t$ , млрд руб.	$a_0$	$a_1$	$\hat{y}_t$ , млрд руб.	$e_{t+1}$
1	2	3	4	5	6
0		17745,38	4875,44		
1 (2005г.)	21 609,80	21713,3	4407,9	22620,82	-1011,02
2 (2006г.)	26 917,20	26835,7	4776,0	26121,27	795,93
...	...	...	...	...	...
19 (2023г.)	172 148,30	172147,0	17742,7	172135,68	12,62
Прогноз на 2024 г.				189889,73	
Прогноз на 2025 г.				207632,45	

На последнем шаге получена модель

$\hat{y}_{N+k} = 172147,0 - 17742,7k$ . Прогнозные оценки по этой модели получаются подстановкой в нее значений  $k = 1$  и  $k = 2$ :

$\hat{y}_{N+1} = 172147,0 + 17742,7 \cdot 1 = 189889,73$  млрд руб.

$\hat{y}_{N+2} = 172147,0 + 17742,7 \cdot 2 = 207632,45$  млрд руб.

**Заключение.** Таким образом, проведя выравнивание ряда по аддитивной модели, получим прогноз на 2024г и 2025г. объема ВВП в текущих ценах соответственно 189889,73 млрд руб. и 207632,45 млрд руб., для реализации целей планирования и управления национальной экономикой в условиях волатильности внешней среды.

## Список литературы

1. Гармаш, А. Н. Экономико-математические методы и прикладные модели : учебник для бакалавриата и магистратуры / А. Н. Гармаш, И. В. Орлова, В. В. Федосеев ; под редакцией В. В. Федосеева. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 328 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3698-8. — Текст : непосредственный.
2. Сайт Росстата : официальный сайт. — Москва. — URL: <https://rosstat.gov.ru/statistics/accounts> (дата обращения: 05.09.2019). - Текст: электронный.
3. Стегний, В. Н. Прогнозирование и планирование : учебник для вузов / В. Н. Стегний, Г. А. Тимофеева. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 210 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14403-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/543962> (дата обращения: 08.09.2024).

## «ЧЕРНЫЙ ЯЩИК» МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ. МНОЖЕСТВО ЧИСЕЛ – ЛОГАРИФМОВ ПО ОСНОВАНИЮ ОДИН

**Полякова И.С.**, ORCID 0000-0003-4106-023X

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»,  
г. Краснодар, РФ  
*polinga@bk.ru*

**Введение.** Математические операции и числа, которые мы прибавляем, вычитаем, умножаем или делим можно представить как «черный ящик» математических операций. И каждый раз, зная начальный и конечный результат, надо угадать математическую операцию и число, которое складываем, вычитаем и т.д. Так в математике нарастает неопределенность.

**Цель работы** – описать «черный ящик» математических операций и множество логарифмов по основанию один.

**Основная часть.** Числа с помощью математических операций преобразуют другие числа, при этом меняется результат. Было пять, стало шесть.  $5+1=6$ . Было двенадцать, стало три.  $12/4=3$ . Математические операции и числа, которые мы складываем, вычитаем, умножаем и делим, можно представить как «черный ящик» и обозначить знаком  $\cap$ . Тогда  $5\cap 6$ ,  $12\cap 3$ . Так видно само преобразование, как числа меняют, видоизменяют исходные числа. Значок  $\cap$  можно заменить на  $\rightarrow$ . Единица может быть как исходным числом, так и оператором, например,  $1+5=6$ ;  $7+1=8$  или  $1\cap 6$  и  $7\cap 8$ . В первом примере 1 – это исходное число, а во втором оператор. Таким образом,  $7\cap 8$ , 7 – начальное число, 8 – конечное число,  $7+1=8$ , сложение – используемая математическая операция.

Рассмотрим примеры:  $0\cap 4$  и  $4\cap 4$ . Примеры выглядят следующим образом:  $0+4=4$ ;  $4+0=4$ , в обоих случаях «зашита» операция сложения.

$21\cap 18$  - «зашито» вычитание 3;  $2\cap 16$  – «зашито» умножение на 8;

$12\cap 2$  – «зашито» деление на 6;  $16\cap 23$  – сложение 7.

Один и тот же результат можно получить разными способами.

$3\cap 6$  – сложение 3 или умножение на 2;  $3+3=6$  или  $3*2=6$ .

$16\cap 4$  – вычитаем 12, или извлекаем квадратный корень;  $16-4=12$ ,  $16^{0.5}=4$ ;

$3\cap 12$  – умножаем на 4 или прибавляем 9;  $3*4=12$  или  $3+9=12$ .

$14\cap 2$  – делим на 7 или вычитаем 12;  $14/7=2$  или  $14-12=2$ .

Таким образом, умножение всегда можно заменить сложением, а деление вычитанием, возведение в квадрат – умножением или сложением, а извлечение квадратного корня – делением и вычитанием.

Имея только начальный и конечный результат, нам надо угадать или выбрать из нескольких нужную математическую операцию, а также число,

которое мы складываем, вычитаем, умножаем или делим и т.д. Значит, в математике нарастает неопределенность.

Если мы вводим дроби, то любое сложение можно заменить умножением, а вычитание делением.

$25 \cap 18$  – вычитаем 7, умножаем на  $18/25$  или делим на  $25/18$ ;

$13 \cap 22$  – прибавляем 9, умножаем на  $22/13$  или делим на  $13/22$

Если мы работаем с большими числами.

$512 \cap 8$  – извлечение кубического корня, или вычитание 504, или умножение на  $8/512$  ( $1/64$ ), или деление на 64.

$20 \cap 400$  – умножение на 20, сложение с 380 или возведение в квадрат.

Зачастую нужно выполнить самую простую операцию. Если мы работаем с небольшими числами, то это сложение или вычитание, а если с большими, то умножение или деление.

$512 \cap 8$  – вычитание 504, а лучше деление на 64;

$20 \cap 400$  – прибавление 380, а лучше умножение на 20.

Если вводить одну универсальную математическую операцию для «черного ящика», то это умножение, потому что операторы – меньшие числа. Но «черный ящик» - это всегда множество операций математики.

$512 \cap 8$  – умножаем на  $1/64 \approx 0,016$ ;

$20 \cap 400$  – умножаем на 20.

При работе с большими числами:  $2560 \cap 512$  – деление на 5 или вычитание 2048.

$26 \cap 3146$  – умножение на 121 или прибавляем 3120.

С большими числами самая простая операция – это умножение, потому что операторы – меньшие числа. При умножении подчиненные числа или операторы (числа, которыми мы пользуемся, чтобы получить конечный результат) чаще всего дробные [4].

Мы рассматриваем «черный ящик» как математическую операцию плюс подчиненное число. Мы преобразуем начальное число при помощи математической операции и подчиненного числа и получаем конечное число (рис. 1).

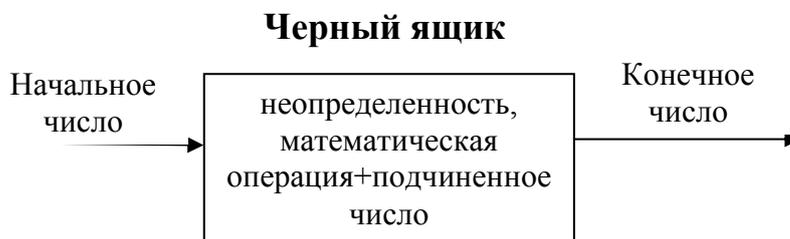


Рис. 1. «Черный ящик»

Рассмотрим пример:  $3 ? 4$  – это может быть  $3+4=7$  или  $3*4=12$ ;  $3-4=-1$ ;  $3^4=81$ ;  $3/4=0.75$ ;  $3 \ell 4=1.26$  и т.д. То есть неопределенность, «черный ящик» – это сама математическая операция.

Пусть  $1^x=8$  тогда  $x=\log_1 8$ , значит,  $x$  – это степень, в которой 1 дает 8. Но  $1^\infty=1$  и  $1^x=8$ , и в этом нет противоречия и надо допустить обе возможности. Тем самым расширив числовое множество на множество чисел – логарифмов по основанию один, вида  $\log_1 a$ , где  $a \in \mathbb{R}$ . Например, чисел вида  $\log_1 8$ , где в основании логарифма стоит единица, а под логарифмом некоторое вещественное число. Назовем это множество  $L$ .

Рассмотрим математические операции на этом множестве  $L$  [5].

$\log_1 3 + \log_1 4 = \log_1 (3 \cdot 4) = \log_1 12$  – сложение, результат также принадлежит этому множеству;

$\log_1 3 - \log_1 4 = \log_1 (3 : 4) = \log_1 0.75$  – вычитание, результат также принадлежит этому множеству;

$\log_1 8 = \log_1 2^3 = 3 \log_1 2$  – вынесение множителя;

$\log_1 4 \cdot \log_1 3$  без изменения – умножение чисел множества;

$\log_1 4 : \log_1 3 = 2 \log_1 2 : \log_1 3$  – деление чисел множества;

$\log_1 3 = 1 / \log_3 1$ ;

$1^{\log_1 3} = 3$ ;

Правила работы с логарифмами работают и на этом множестве [1, 2]. Под логарифмами могут стоять дробные числа, положительные и отрицательные, а также иррациональные [3].

**Заключение.** Таким образом, «черный ящик» – это способ получить конечное число, зная начальное при помощи различных математических операций и подчиненных чисел – операторов. Для одного и того же начального и конечного числа можно использовать различные математические операции и подчиненные числа, поэтому в математике нарастает неопределенность.

### Список литературы

1. Выгодский, М. Я. Справочник по элементарной математике / М.Я.Выгодский. – М.: АСТ, 2009. – 511 с. – ISBN: 978-5-17-053832-4.
2. Глазков, Ю. А. Комплексные числа 9–11 классы / Ю.А. Глазков, И.К. Варшавский, М.Я. Гаиашвили. – М.: Экзамен, 2012. – 157 с. – ISBN 978-5-377-03467-4.
3. Кириллов, А. А. Что такое число? / А.А.Кириллов. – М., 1993. – 80 с. – ISBN 5-02-014942-3.
4. Полякова, И.С. «Черный ящик» и неопределенность математических операций. Уравнения и их решения / И.С.Полякова // Тенденции развития науки и образования. – №105. – Самара, 2024. – Ч. 12. – С. 148-151. – DOI: 10.18411/trnio-01-2024-629.
5. Полякова, И.С. «Черный ящик» математических операций. Логарифмы по основанию ноль и один / И.С. Полякова // Тенденции развития науки и образования. – № 109. – Самара, 2024. – Ч. 15. – С. 221-224. – DOI: 10.18411/trnio-05-2024-825.

## ПРОГРАММА, НАПИСАННАЯ НА PASCALABC, О ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

**Рахманов А.Ж.**, канд. техн. наук, ORCID 0009-0008-9587-3358,

**Галандарова Ш.О.**, ORCID 0000-0009-9382-2875,

**Реджебов Б.А.**, ORCID 0000-0009-8065-6856,

**Алланазарова Л.К.**, ORCID 0000-0009-2243-1558,

**Махемов Ю.Д.**, ORCID 0009-0009-6479-1431

Туркменский сельскохозяйственный институт, г. Дашогуз, Туркменистан

*mahetowuyusup@gmail.com*

**Введение:** На языке PascalABC была разработана программа для перевода чисел из одной системы счисления в другую.

Реформы, происходящие в области науки, во многом способствовали экономическому развитию страны. Есть широкие возможности для содержательных исследований. Расширяется научное сотрудничество с престижными исследовательскими центрами и школами мира. Сегодня используют различные программы в любой сфере.

Наука должна быть направлена на решение необходимых проблем общественного хозяйства, образования, культуры и здравоохранения [1].

Нет сомнений в том, что наука сыграла решающую роль в развитии человеческого общества до столь высокого уровня. В развитых странах науки есть большие достижения. Наука – ключ ко всякому успеху [3].

В педагогической профессии, среди других сфер, использование программ, написанных на языке PascalABC, является одним из наиболее необходимых условий прохождения курсов обучения, соответствующих мировым стандартам. Потому что урок, пройденный с помощью компьютерных программ, прочно закрепляется в сознании каждого ученика, и у ученика развивается интерес и мышление по поводу этого урока.

Одно из важных условий для того, чтобы молодые люди получили образование по мировым стандартам, внесли достойный вклад в экономическую, политическую и культурную жизнь Родины, выросли прекрасными специалистами, осведомленными о достижениях мировой экономики. системы образования и науки, заключается в активном и эффективном использовании ими современных информационных технологий в своей профессиональной деятельности. [2].

Как вы знаете, мы знакомы с концепциями программирования на PascalABC еще со школьных компьютерных занятий.

В педагогической профессии, среди других сфер, использование программ, написанных на языке PascalABC, является одним из наиболее необходимых условий прохождения курсов обучения, соответствующих

мировым стандартам. Поскольку урок, пройденный с помощью компьютерных программ, прочно закрепляется в сознании каждого ученика, у ученика появляется интерес и размышление об этом уроке.

Программы, написанные на языке PascalABC, облегчат учащимся освоение и понимание предмета, особенно если они используются в предметах с большим количеством абстрактных понятий, таких как математика и информатика. Прохождение уроков с помощью компьютерных программ делает его более эффективным.

**Заключение:** Опишем программу на языке PascalABC для перевода чисел из одной системы арифметики в другую.

```

Program hasaplaysh_ulgamlary;
Var
t,h,f,o:string;s:real;v,n,m,l,q,i,j,x,k,p,g,d,cod:longint;a,b:array[0..1000] of
longint;
begin
write('enter the specified number t='); readln(t); write('какая система
дана n=');
readln(n); { berlen n esas t sanyng sifrlerinden kichi bolmaly }
write('which system to switch to? m='); readln(m); l:=length(t); k:=1;
while k<>l+1 do begin inc(x); if ('=t[k] then begin d:=1; while t[d+k]<>')
do
inc(d); h:=copy(t,k+1,d-1); val(h,p,cod); a[x]:=p; k:=k+d+1; end else
begin
val(t[k],g,cod); a[x]:=g;inc(k); end; end;
for i:=1 to x do s:=s+a[i]*power(n,x-i);v:=trunc(s); while v>=m do begin
inc(q); b[q]:=v mod m; v:=v div m;end; inc(q);b[q]:=v;
write('a number in the late accounting system= '); for i:=q downto 1 do
begin
str(b[i],f); if length(f)>1 then write('(','b[i],')') else write(b[i]);end; writeln;
end.

```

Например. Число  $(2024)_{24}$  по основанию 24 должно быть преобразовано в число 16.

Решение. Воспользуемся вышеуказанной программой, то есть открыв окно, мы увидим (рис. 1).

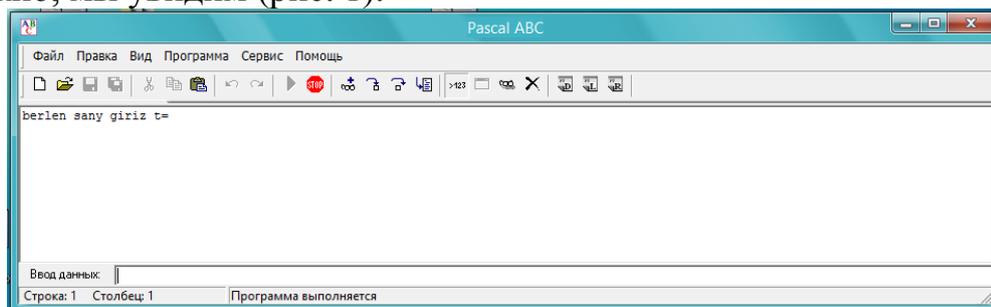


Рис. 1. Окно программы PascalABC.

Открыв окно, мы вводим число в заданной системе исчисления и программу, в какую систему исчисления это число следует перевести, и увидим, что искомое нами число будет  $(6(12)34)_{16} = (6C34)_{16}$  (рис. 2).

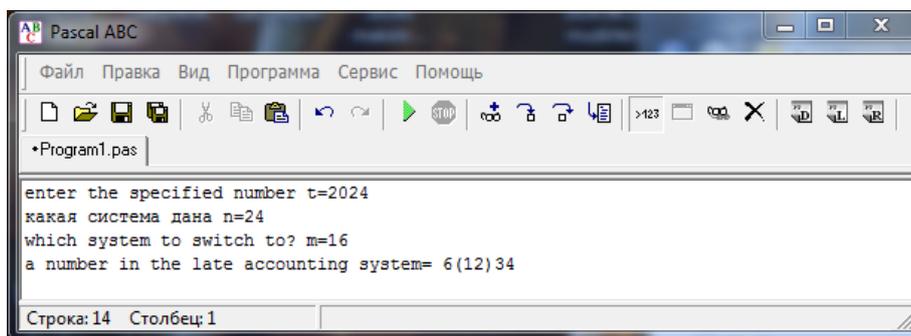


Рис. 2. Решение задач в PascalABC.

**Выводы:** Эта программа, с одной стороны, повышает интерес и энтузиазм к вычислительным системам у студентов или старшеклассников, а с другой стороны, развивает у них навыки, навыки и способности самостоятельного мышления. Мы обнаружили, что эта программа дает хорошие результаты при использовании со студентами или старшеклассниками на вечерах по математике и информатике в качестве викторин, дополнительных домашних заданий, обоев.

### Список литературы

1. Гурбангулы Бердимухамедов. Bilim – bagtyýarlyk, ruhubelentlik, rowaçlyk. – Ашхабад. Туркменская государственная издательская служба, 2014. – 111 с.
2. Постановление Президента Туркменистана “О развитии системы цифрового образования в Туркменистане”. – Ашхабад. 15.09.2017.
3. Махемов Ю. “Sanlary bir hasaplaýuş ulgamyndan başga bir hasaplaýuş ulgamyna geçirmegiň programmalary”. Bagtyýarlyk döwrüniň ýaş alymlarynyň ylmy gadamlary. – Ашхабад. Туркменская государственная издательская служба, 2016. – 49 с.

## ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ БАЗ ДАННЫХ В БЭК-ЭНД СИСТЕМАХ

*Савенков В.А.*

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*vladislavsavenkov1981@mail.ru*

**Введение.** В условиях стремительно развивающихся технологий и увеличивающихся объемов данных, эффективность обработки информации становится важнейшей задачей для современных бэк-энд систем. В последнее десятилетие наблюдается значительное увеличение требований к производительности приложений, что связано с ростом числа пользователей, усложнением бизнес-логики, использованием облачных вычислений и появлением концепции больших данных (Big Data).

Эти факторы создают новые вызовы для разработчиков и инженеров, которые сталкиваются с необходимостью оптимизировать существующие алгоритмы обработки данных для обеспечения быстрой и стабильной работы систем.

Одной из ключевых задач в разработке высокопроизводительных бэк-энд систем является оптимизация алгоритмов обработки баз данных, которая позволяет уменьшить время отклика и улучшить масштабируемость приложений.

Традиционные методы обработки данных не всегда справляются с возросшими требованиями к скорости и эффективности, что требует применения новых подходов. В данной работе рассматриваются основные методы оптимизации алгоритмов обработки данных в бэк-энд системах с акцентом на использование параллельных процессов и хэширования [1].

**Основная часть.** Объектом исследования работы являются бэк-энд системы, в которых используются базы данных для хранения и обработки информации. Основное внимание уделено алгоритмам обработки данных, которые выполняются на серверной стороне и напрямую влияют на производительность приложений.

Предметом исследования являются алгоритмы обработки баз данных, такие как суммирование, поиск, сортировка, слияние массивов и соединение данных, которые широко используются в различных приложениях.

Основной целью работы является исследование и разработка оптимальных алгоритмов обработки баз данных для повышения производительности бэк-энд систем. Для достижения этой цели в работе рассматриваются существующие методы оптимизации, проводится их анализ и предлагаются улучшенные решения на основе параллельных процессов и хэширования [2].

Параллельные процессы предоставляют возможность одновременной обработки нескольких задач, что значительно ускоряет выполнение алгоритмов за счет более эффективного использования вычислительных ресурсов многоядерных процессоров.

В традиционных алгоритмах данные обрабатываются последовательно, что приводит к увеличению времени выполнения при больших объемах информации. Внедрение параллельных процессов позволяет разбить данные на части и обрабатывать их параллельно, что уменьшает общее время выполнения операций и повышает производительность системы [3].

Хэширование, как метод оптимизации, позволяет ускорить поиск данных и операции с большими массивами информации. Использование хэш-таблиц и хэш-функций для хранения и обработки данных обеспечивает быстрое извлечение информации, что особенно важно в условиях высоких нагрузок. Хэширование также позволяет эффективно решать проблемы коллизий при поиске и вставке данных, что делает этот метод незаменимым в системах с большими объемами данных [4].

В процессе работы разработаны и оптимизированы несколько ключевых алгоритмов, включая алгоритмы суммирования, линейного поиска, сортировки вставками, быстрой сортировки, слияния отсортированных массивов и соединения данных. Для каждого из этих алгоритмов предложен метод оптимизации, который позволил значительно сократить время выполнения операций.

Методология исследования – экспериментальное тестирование предложенных оптимизированных алгоритмов на различных наборах данных. Эксперименты проводились на реальных и синтетических данных для оценки производительности алгоритмов в разных условиях. Для каждого алгоритма был проведен сравнительный анализ его производительности до и после оптимизации.

Результаты показали, что использование параллельных процессов и хэширования позволяет значительно сократить время выполнения операций, особенно при обработке больших объемов данных [5].

**Заключение.** В результате проведенного исследования было установлено, что оптимизация алгоритмов обработки данных с использованием параллельных процессов и хэширования существенно повышает производительность бэк-энд систем. Оптимизированные алгоритмы позволяют уменьшить время отклика, улучшить масштабируемость приложений и обеспечить более эффективное использование вычислительных ресурсов.

Это особенно актуально для систем, работающих с большими объемами данных, где традиционные методы обработки информации не справляются с требованиями к скорости и надежности.

Практическое значение результатов работы заключается в том, что предложенные методы и алгоритмы могут быть использованы для

повышения производительности различных бэк-энд систем, включая системы для обработки больших данных, облачные приложения, финансовые системы и другие высоконагруженные сервисы.

Оптимизация алгоритмов обработки баз данных позволяет снизить затраты на аппаратное обеспечение, повысить скорость работы приложений и улучшить качество пользовательского опыта.

В перспективе дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку новых методов оптимизации для работы с еще более высокими нагрузками, а также на изучение возможности интеграции предложенных решений с новыми архитектурными подходами, такими как микросервисы, распределенные вычисления и облачные технологии.

### Список литературы

1. Shamkant, B. Fundamentals of Database Systems 7th ed. / R. Elmasri, B. Shamkant – Текст : электронный // [сайт]. – 2016. – URL: <http://repository.iuk.ac.ke:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/514/Fundamentals%20of%20Database%20Systems%20%28Ramez%20Elmasri%2C%20Shamkant%20B.%20Navathe%29%20%28Z-Library%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (дата обращения: 22.03.2024).
2. Cormen, T. Advanced Algorithms-CS 6/76101 / T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest, C. Stein – Текст : электронный // [сайт]. – 2001. – URL: <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=091c1b4bd319b3442fb967f75b5ddbb043a94f80> (дата обращения: 11.03.2024).
3. Garcia-Molina, H. Database systems: the complete book / H. Garcia-Molina – Текст : электронный // [сайт]. – 2008. – URL: <https://www.pdfdrive.com/database-systems-the-complete-book-e157572773.html> (дата обращения: 09.04.2024).
4. Silberschatz, A. Database System Concepts 7th ed / A. Silberschatz, H. Korth, S. Sudarshan – Текст : электронный // [сайт]. – 2020. – URL: [https://amirsmvt.github.io/Database/Static\\_files/Database\\_System\\_Concepts.pdf](https://amirsmvt.github.io/Database/Static_files/Database_System_Concepts.pdf) (дата обращения: 06.03.2024).
5. Nixon, R. Learning PHP, MySQL & JavaScript: With jQuery, CSS & HTML5. 5th ed. / R. Nixon – Текст : электронный // [сайт]. – 2021. – URL: [https://doc.lagout.org/programmation/Learning%20PHP,%20MySQL%20&%20JavaScript%20with%20jQuery,%20CSS%20&%20HTML5%20\(4th%20ed.\)%20\[Nixon%202014-12-14\].pdf](https://doc.lagout.org/programmation/Learning%20PHP,%20MySQL%20&%20JavaScript%20with%20jQuery,%20CSS%20&%20HTML5%20(4th%20ed.)%20[Nixon%202014-12-14].pdf) (дата обращения: 05.04.2024).

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ ТРЕХМЕРНОЙ ИНВЕРСИИ МАССИВОВ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ

*Савотченко С.Е.*<sup>1,2</sup>, д-р физ.-мат. наук, доц., ORCID0000-0002-7158-9145,  
*Настасенко С.А.*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе», г. Москва, РФ

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и информатики», г. Москва, РФ

*savotchenkose@mgri.ru, snastasenko99@gmail.com*

**Введение.** С развитием вычислительных технологий и увеличением доступных вычислительных мощностей, применение машинного обучения и нейросетей в геофизике стало более доступным и эффективным [1]. Инструменты для обработки и анализа больших объемов данных, такие как глубокие нейронные сети, позволяют значительно сократить время, необходимое для проведения трехмерной инверсии и повышения точности геофизических моделей.

**Основная часть.** Одним из ключевых ограничений применения трехмерной инверсии в геофизике является значительная вычислительная сложность процесса. Для проведения качественной трехмерной (3D) инверсии требуется обработка огромного объема данных, что требует наличия мощных вычислительных систем и больших временных затрат. Например, традиционные методы решения задач 3D инверсии, такие как метод конечных разностей или метод конечных элементов, могут занимать дни или даже недели на обработку данных, особенно при использовании высокодетализированных моделей [2]. Эти временные и ресурсные ограничения становятся особенно критичными при работе с большими объемами данных, получаемых в ходе современных геофизических исследований, таких как сейсмическая томография или магнитные исследования. Высокие затраты времени и ресурсов часто препятствуют оперативному принятию решений в таких областях, как нефтегазовая промышленность или геотермальная энергетика, где время играет решающую роль.

Такую проблему в геофизике можно решить, используя нейросети и машинное обучение. Нейросети и методы машинного обучения активно внедряются в геофизические исследования благодаря своей способности обрабатывать большие объемы данных и выявлять сложные взаимосвязи, которые трудно обнаружить с помощью традиционных методов [3]. В связи с этим необходима разработка новых подходов к инверсии, основанных на применении нейросетей.

Также это предполагает сравнение эффективности традиционных методов и методов машинного обучения при решении задач трехмерной инверсии геофизических данных.

Рассмотрим примеры алгоритмов оптимизации, используемых в трехмерной инверсии [4].

1) Метод наименьших квадратов — это фундаментальный алгоритм, используемый в математике, статистике и научных исследованиях для решения задач аппроксимации. Он особенно полезен в тех случаях, когда требуется найти наилучшие параметры модели, минимизирующие разницу между наблюдаемыми данными и предсказанными моделью значениями. Суть метода наименьших квадратов заключается в минимизации функции ошибок, которая определяется как сумма квадратов разностей между наблюдаемыми данными и предсказанными значениями. Это позволяет избежать отрицательных значений ошибок и обеспечивает равномерное влияние всех точек данных на конечное решение.

2) Стохастические алгоритмы и метод Монте-Карло является мощным инструментом для решения сложных инверсионных задач в геофизике [5], особенно когда речь идет о многомерных пространствах параметров и сложных нелинейных моделях. Этот метод основан на использовании случайных выборок для аппроксимации решения задачи инверсии.

Метод Монте-Карло основывается на многократном случайном переборе параметров модели с целью минимизации целевой функции, которая характеризует разницу между наблюдаемыми и рассчитанными данными. В процессе работы метода генерируется множество возможных решений, среди которых выбирается то, которое наилучшим образом описывает измеренные данные.

Процесс начинается с определения диапазонов возможных значений параметров модели. Затем в течение нескольких итераций случайным образом выбираются значения этих параметров, и для каждой комбинации параметров рассчитывается модель и сравнивается с реальными измерениями. Ошибка между модельными и наблюдаемыми данными служит критерием для выбора оптимальных параметров. Итерации продолжаются до достижения приемлемой точности или до исчерпания заданного числа итераций.

3) Генетические алгоритмы (ГА) являются стохастическими методами оптимизации, основанными на принципах естественного отбора и эволюции. Они широко применяются для решения сложных задач оптимизации, особенно в тех случаях, когда функции имеют нелинейный характер и содержат множество локальных экстремумов.

В геофизике ГА успешно используются для инверсии данных, позволяя находить оптимальные параметры модели, которые лучше всего соответствуют наблюдаемым данным. Генетический алгоритм имитирует

процесс эволюции, начиная с инициализации случайной популяции возможных решений. Каждое решение, называемое индивидуумом, кодируется в виде набора параметров модели. В ходе выполнения алгоритма, индивиды подвергаются процессам селекции, скрещивания и мутации, что позволяет исследовать пространство возможных решений.

Был проведен сравнительный анализ результатов работы таких алгоритмов в нейросетях на одном и том же массиве модельных сейсмических данных. Результаты показали схожесть полученных инвертных моделей при использовании алгоритмов методов наименьших квадратов и Монте-Карло. Однако наиболее полная модель получилась при использовании генетического алгоритма.

**Заключение.** Таким образом, на примере обработки сейсмических данных методами машинного обучения показано, что использование генетического алгоритма в нейросети демонстрирует наилучшее построение инверсионной модели по сравнению с другими тестируемыми алгоритмами. Для повышения точности и полноты моделей необходимо совершенствовать методы объединенной инверсии (joint inversion), где интегрируются данные различных геофизических измерений, таких как сейсмические, гравиметрические и магнитные данные, что, в свою очередь, позволит получить более детализированные трехмерные модели геологических структур.

#### Список литературы

1. Даниловский К.Н. Обработка данных бокового сканирующего каротажа в процессе бурения с применением сверточных нейронных сетей / К.Н. Даниловский, Г.Н. Логинов // Геофизические технологии. – 2021. – №2. – С. 24-35. – DOI: 10.18303/2619-1563-2021-2-24.
2. Сухорукова К.В., Суродина И.В., Нечаев О.В. Результаты численного моделирования влияния вертикальных техногенных трещин на данные скважинной электрометрии. // Геофизические технологии. – 2023. – № 4. – С.53-63. – DOI: 10.18303/2619-1563-2022-1-17.
3. Плоткин В.В. Алгоритм устойчивого решения обратной задачи магнитотеллурического зондирования / В.В. Плоткин // Геофизические технологии. – 2023. – №1. – С. 13-24. – DOI: 10.18303/2619-1563-2023-1-13.
4. Лобанова В.А. Теория алгоритмов: учебное пособие / В.А. Лобанова, О.А. Воронина, Н.Г. Лобанова. – Орёл: ОГУ имени И.С. Тургенева, 2017. – 95 с.
5. Долгаль А.С. Гравиметрия и магнитометрия: решение обратных задач. Монтажный метод и аддитивные технологии / А. С. Долгаль ; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Пермь, 2024. 120 с.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ УПРАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММИРУЕМЫХ ЛОГИЧЕСКИХ КОНТРОЛЛЕРОВ

*Сагиров И.В.*, ORCID 0000-0002-8146-3247

ФГБОУ ВО «Мариупольский государственный университет имени А.И. Куинджи»,  
г. Мариуполь, ДНР, РФ  
*isagirov@mail.ru*

**Введение.** Безопасность судоходства наряду с другими факторами во многом определяется надежностью действия судовых систем «человек – машина» НМІ (Human Machine Interface) [1]. Электрооборудование и средства автоматики современного судна отличаются высоким уровнем автоматизации, использованием компьютерных технологий и множества микроконтроллеров. Системы управления судовыми электроэнергетическими, грузовыми и навигационными комплексами интегрированы в единую систему автоматизации судна, имеют гибкую систему программирования режимов работы, соответствующие методики и способы технической эксплуатации, диагностики неисправностей, наладки. Использование программируемых логических контроллеров дает значительный потенциал в мобильности и возможностях систем. Программируемый логический контроллер или контроллер с программируемой логикой (ПЛК или programmable logic controller (PLC)) был разработан в 1968 году компанией Modicon [2]. Сегодня ПЛК выпускают известные фирмы: Mitsubishi Electric, Rockwell Automation, YOKOGAWA, Omron, DEIF, SELCO, EPCOS, Schneider Electric, Modicon и др. Все ПЛК программируются, контролируются и управляются системами SCADA (*Supervisory Control And Data Acquisition*) [3]. Устройство, технические характеристики и режимы эксплуатации регламентируются стандартом Международной электротехнической комиссии МЭК (IEC) 61131-3 [4].

Цель работы состоит в проверке возможностей пакета TRACE MODE для моделирования элементов судовой системы управления перекачки жидкостей (воды, топлива, льяльных вод и т.д..

**Основная часть.** Для моделирования работы системы на базе ПЛК воспользуемся SCADA – системой TRACE MODE Российской компании «АдАстра» [5]. В системе создадим канал, генератор сигнала (синусоидального типа), выполним привязку созданного генератора к каналу, проведем масштабирование сигнала, в рамках заданного диапазона. На экран будет выводиться сигнал с помощью аналогового прибора, а также тренд, и динамический текст. В качестве динамического

текста будут использоваться каналы, передающие значения параметров стоимости продукта, расхода, суммарного расхода, суммарной стоимости продукта и периода генерации сигнала.

Масштабирование сигнала выполним с использованием коэффициента, подобранного по размерам экрана и времени.

Программирование работы системы и элементов ПЛК проводилось на языке FBD (рис. 1).

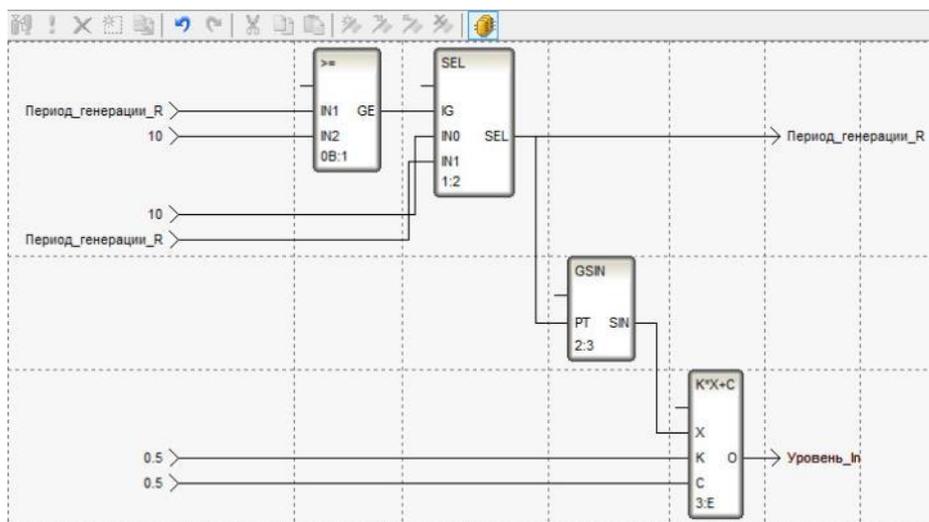


Рис. 1. Программа на языке FBD работы системы

Блоки программы на языке FBD, генерирующие сигнал от определенного контроллера или устройства, возвращают сигнал, в диапазоне от -1 до +1.

При указанных выше именах аргументов и глобальной переменной текст программы примет вид, указанный на рис. 2.

```

PROGRAM
VAR_INOUT Расход_R : REAL; END_VAR
VAR_INOUT Стоимость_R : REAL; END_VAR
VAR_INPUT T : REAL; END_VAR
VAR_OUTPUT Суммарный_расход_In : REAL; END_VAR
VAR_OUTPUT Суммарная_стоимость_In : REAL; END_VAR

If Расход_R<1 Then
    Расход_R=1;
End_if;

If Стоимость_R<1 Then
    Стоимость_R=1;
End_if;

Суммарный_расход_In = Предыдущий_суммарный_расход + Расход_R * T;
Предыдущий_суммарный_расход = Суммарный_расход_In;
Суммарная_стоимость_In = Суммарный_расход_In * Стоимость_R;

END_PROGRAM
    
```

Рис. 2. Текст программы на языке ST

Моделирование работы системы управления и контроля приведено на рис. 3. В ходе моделирования динамически в режиме реального времени меняются значения и характеристики элементов, а также графическая часть.

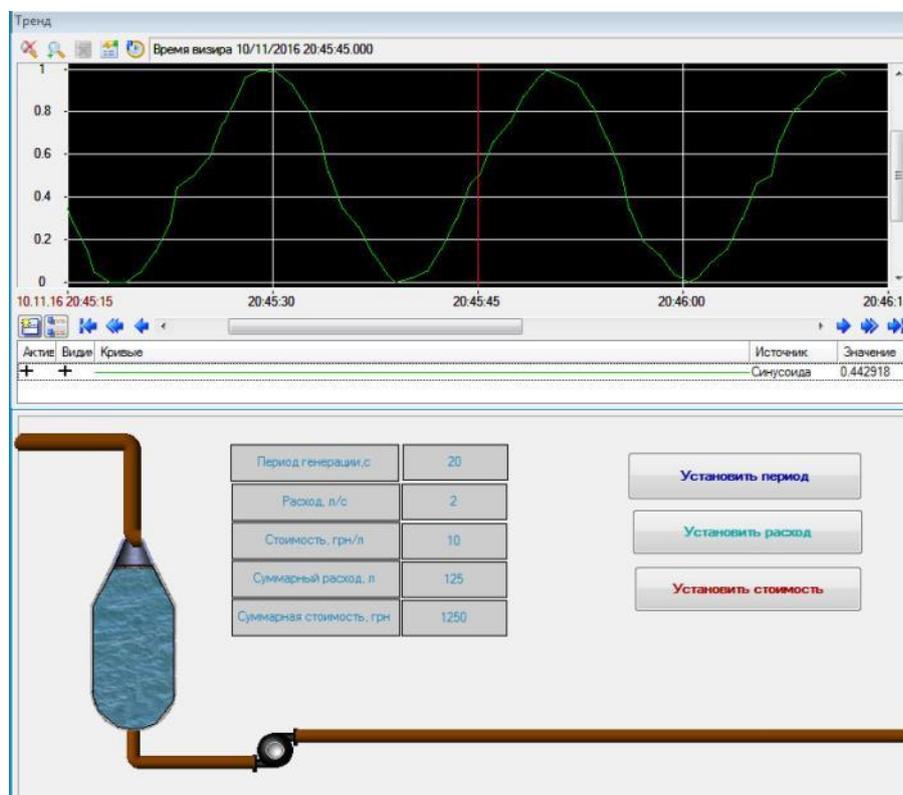


Рис. 3. Результаты работы проекта моделирования.

**Заключение.** В результате использования системы SCADA Trace Mode были смоделированы элементы контроля и управления системой подачи воды на торговом судне.

### Список литературы

1. Inductive Automation. Режим доступа URL:<https://inductiveautomation.com/resources/article/what-is-hmi>.
2. Сайт компании Schneider Electric. Режим доступа URL:<https://www.se.com/ww/en/work/products/master-ranges/modicon/>.
3. Андреев Е. Б., Куцевич Н. А. Синенко О. В. SCADA-системы: взгляд изнутри/ Е. Б. Андреев, Н. А. Куцевич, О. В. Синенко.— М.: издательство РТСофт, 2004.— 176 с.
4. Широков Ю. SCADA и автоматизация зданий в эпоху IoT// СТА №1, 2020. с.60-66.
5. Официальный сайт TraceMode. Режим доступа URL:<https://www.tracemode.ru>.

## ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ТЕОРИИ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

*Сидак И.Л.*, ORCID 0009–0004–0538–7088,

*Сидак С.Д.*, ORCID 0009–0009–5952–4988,

*Спиридонов Н.А.*, ORCID 0009-0001-9077-7942

ФГБНУ «Научно–исследовательский институт «Реактивэлектрон»,

г. Донецк, РФ

*reaktivelektron@mail.ru*

Результаты значительного количества исследований, проводившихся в последнее время с использованием методов математического моделирования и разработки вычислительных алгоритмов на их основе позволяют утверждать о наличии широких возможностей для изучения и прогнозирования свойств ряда физических систем. В физике твердого тела к таким системам можно отнести сегнетоэлектрические материалы. Методы численного моделирования могут использоваться для описания кинетики доменов, неравновесной динамики, фазовых переходов в теории сегнетоэлектрических явлений.

Для описания динамических систем традиционно используют аппарат дифференциальных уравнений в обыкновенных или частных производных, который дает возможность изучать их в целом, предсказывать их развитие, делать количественные оценки изменений, происходящих в них с течением времени.

Описать поведение материала в окрестности фазового перехода первого и второго рода позволяет термодинамическая теория структурных фазовых переходов Ландау. Она позволяет анализировать не только качественные, но и количественные изменения в сегнетоэлектриках. На основе этой теории Гинзбург и Девоншир развили феноменологическую термодинамическую теорию сегнетоэлектричества [1].

Параметром порядка сегнетоэлектрического фазового перехода является спонтанная поляризация. Метод исследования заключался в разложении в ряд свободной энергии как функции поляризации с учетом того, что она равна нулю, когда кристалл находится в равновесии [2]. Решение дифференциального уравнения первого порядка описывает распределение поляризации в сегнетоэлектрике.

В рамках теории Ландау сегнетоэлектрические фазовые состояния неоднородных кристаллов определяются решениями некоторых нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, которые являются уравнениями Эйлера – Лагранжа экстремалей функционалов энергии (при соответствующих краевых условиях) [3]. Нелинейность дифференциальных уравнений задается термодинамическими

потенциалами, алгебраические строения которых определяются как на основе опытных данных, так и на основе общих теоретических соображений [4].

В работе [5] для описания процесса упорядочения системы используется модифицированный функционал Гинзбурга – Ландау. Релаксационное уравнение Ландау – Халатникова с учетом функционала позволяет получить эволюционное уравнение, являющееся дифференциальным уравнением первого порядка.

Развитый корреляционный анализ дает возможность получить систему нелинейных дифференциальных уравнений, которая описывает все стадии процесса упорядочения системы при переходе её к состоянию термодинамического равновесия. В рамках феноменологической модели с использованием статистического подхода авторы смогли теоретически исследовать релаксацию сегнетоэлектриков, испытывающих фазовые превращения порядок–беспорядок как первого, так и второго рода в условиях далеких от термодинамического равновесия.

Благодаря созданной математической модели, проведен теоретический анализ возможного поведения доменной структуры сегнетоэлектриков, испытывающих фазовые переходы второго рода типа порядок–беспорядок, вблизи температуры точки Кюри в условиях сильной неравновесности. Для описания кинетики формирования доменной структуры сегнетоэлектрика на всех ее этапах, был проведен численный анализ системы нелинейных дифференциальных уравнений для средней поляризации и дисперсии поляризации.

Сегнетоэлектрики являются представителями фрактальных динамических систем, обладающих свойством памяти, поэтому становится актуальным применение дифференциальных уравнений дробного порядка, которые учитывают этот эффект. При построении дробно-дифференциальных моделей для формализации эффектов памяти используют дробную производную по времени, а для описания течения процессов в объектах со сложной структурой и многофазным составом – производную дробного порядка по координате [6].

И, как оказалось на практике, подобный подход позволил построить математические модели, адекватно описывающие процессы в сложных физических системах. Для построения некоторых математических моделей решаются задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений дробного порядка и нестационарные начально-граничные задачи для уравнений с частными производными дробного порядка.

В теории сегнетоэлектриков дробно–дифференциальные уравнения можно использовать для описания процессов переключения, расчета токов переключения поляризации и оценки гистерезисных зависимостей поляризации от внешнего поля, динамики движения доменных границ в сегнетоэлектрических материалах.

При изучении фазовых переходов в сегнетоэлектриках в ряде задач требуется применение модифицированной фундаментальной теории, поскольку феноменологическая теория применима в существенно ограниченной температурной области.

Исследования показали, что результаты реализации дифференциальной модели с возможностью варьирования порядка дробного дифференцирования оказались лучше по сравнению с целочисленными аналогами экспериментально наблюдаемых закономерностей.

Необходимо отметить, что в общем случае часто возникают трудности при нахождении аналитических решений нелинейных уравнений с частными производными рассматриваемого вида, поэтому на практике часто применяют методы численной математики.

Необходимость решения актуальных физических задач с помощью математических моделей с использованием дифференциальных уравнений активизирует новые направления в математике, требует совершенствования математического аппарата, создания новых математических теорий, имеющих свои собственные оригинальные проблемы и пути развития.

#### **Список литературы**

1. Физика сегнетоэлектриков: современный взгляд / под ред. К. М. Рабе, Ч. Г. Ана, Ж.-М. Трискона; пер. с англ. – М. : Лаборатория знаний, 2020. – 443 с.
2. Зубко, С. П. Моделирование электрических свойств виртуальных сегнетоэлектриков, входящих в состав управляемых конденсаторов : специальность 01.04.10 «Физика полупроводников»: автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук / С. П. Зубко. – СПб, 1999. – 16 с.
3. Матов, В. И. Унимодальные и бимодальные ростки функций на многообразии с краем / В. И. Матов. // Труды семинара им. И.Г. Петровского. – 1981. – Вып. 7. – С. 174-189.
4. Иона, Ф. Сегнетоэлектрические кристаллы / Ф. Иона, Д. Ширане; пер. с англ. – М. : Мир, 1965. – 555 с.
5. Формирование доменных структур в сегнетоэлектриках в сильнонеравновесных условиях под влиянием внешних воздействий: монография / Л. И. Стефанович, О. Ю. Мазур. – Дніпро: Середняк Т. К., 2019. – 100 с. – ISBN 978-617-7761-44-9.
6. Мороз, Л. И. Дробно-дифференциальные модели динамических откликов сегнетоэлектриков / Л. И. Мороз, А. Г. Масловская. – М.: Наука, 2022. – 159 с. – ISBN 978-5-02-040959-0.

## **РАЗРАБОТКА ОБУЧАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ ПО КУРСУ «ТЕОРИИ ГРАФОВ: ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ГРАФОВ»**

*Суровцев Д.И., Блохин С.В.*

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*surovcevdanil@mail.ru*

Теория графов является одним из фундаментальных разделов дискретной математики и имеет широкое практическое применение в различных областях, таких как компьютерные сети, транспортная логистика, социальные сети, информационная безопасность, биоинформатика, химия, физика и многие другие.

Знание основ теории графов и умение применять ее методы для решения прикладных задач являются важными компетенциями для специалистов в области информационных технологий, компьютерных наук, математики, инженерии и смежных дисциплин. Актуальность изучения теории графов обусловлена ее широким распространением и применением в различных сферах человеческой деятельности [1].

Обучение теории графов традиционно проводится в рамках университетских курсов, однако с развитием информационных технологий и распространением электронного обучения (e-learning) возникает насущная потребность в создании современных интерактивных образовательных ресурсов, которые позволят эффективно организовать процесс обучения и самостоятельного изучения материала. Наличие таких ресурсов способствует повышению качества образования, развитию навыков самостоятельного обучения и практического применения знаний в области теории графов.

Для успешного освоения теории графов и развития практических навыков решения задач необходимо наличие специализированной обучающей системы, которая будет обладать следующими характеристиками:

1) Структурированное и логически выстроенное изложение теоретического материала, охватывающего основные понятия, определения, теоремы, алгоритмы и прикладные аспекты теории графов.

2) Интерактивные визуализации, анимации и симуляции для наглядного представления и лучшего понимания абстрактных математических концепций, таких как структура графа, алгоритмы обхода, жадные алгоритмы и т.д.

3) Обширная коллекция разнообразных практических задач и упражнений различной сложности, охватывающих как классические задачи теории графов, так и прикладные задачи из различных областей применения.

4) Автоматизированная система проверки решений, предоставления обратной связи и рекомендаций для самостоятельной работы, самооценки и коррекции ошибок.

5) Гибкая система управления обучением, позволяющая адаптировать процесс обучения под индивидуальные потребности, уровень подготовки и интересы пользователей, а также отслеживать их прогресс и достижения.

6) Интуитивно понятный и привлекательный пользовательский интерфейс, способствующий вовлечению и мотивации обучающихся.

При анализе существующих образовательных ресурсов, посвященных теории графов, были выявлены следующие недостатки и ограничения:

1) Большинство ресурсов представляют собой электронные версии традиционных учебников и лекционных материалов, не адаптированных для эффективного самостоятельного изучения и не учитывающих современные тенденции в области электронного обучения.

2) Недостаточное использование интерактивных визуализаций, анимаций и симуляций, которые могли бы помочь наглядно проиллюстрировать абстрактные математические концепции и алгоритмы, характерные для теории графов.

3) Ограниченный набор практических задач и упражнений, не учитывающий разный уровень подготовки, интересы и потребности обучающихся, а также недостаточное внимание к прикладным задачам из различных областей применения теории графов.

4) Отсутствие автоматизированной системы проверки решений, предоставления обратной связи и рекомендаций, что усложняет самостоятельную работу, самооценку и коррекцию ошибок.

5) Ограниченные возможности адаптации процесса обучения под индивидуальные потребности и отслеживания прогресса обучающихся.

6) Устаревший или неудобный пользовательский интерфейс, затрудняющий взаимодействие с обучающей системой и снижающий мотивацию к обучению.

Таким образом, существует необходимость в разработке специализированного веб-приложения, которое будет обладать следующими характеристиками:

1) Структурированное и доступное изложение теоретического материала по теории графов с использованием современных мультимедийных средств и интерактивных визуализаций.

2) Обширный банк практических задач и упражнений различной сложности, охватывающий как классические задачи теории графов, так и прикладные задачи из различных областей применения.

3) Автоматизированная система проверки решений, предоставления обратной связи и рекомендаций для самостоятельной работы и самооценки.

4) Гибкая система управления обучением, позволяющая адаптировать процесс обучения под индивидуальные потребности, уровень подготовки и интересы пользователей, а также отслеживать их прогресс и достижения.

5) Дружественный и интуитивно понятный пользовательский интерфейс, способствующий вовлечению и мотивации обучающихся.

Разработка такого веб-приложения позволит создать современную интерактивную обучающую систему по теории графов, которая способствует повышению качества образования, развитию навыков самостоятельного обучения и практического применения знаний в данной области. Кроме того, наличие такого ресурса обеспечит доступность качественного обучения теории графов для широкого круга пользователей, независимо от их местоположения и возможности посещения традиционных учебных заведений.

#### **Список литературы**

1. Емеличев, В. А. Лекции по теории графов: для студентов по специальности «Математика» и «Прикладная механика» / В. А. Емеличев, О. И. Мельников, В. И. Сарванов, Р. И. Тышкевич. – Москва: Наука, 1990. – 382 с. – ISBN 5-02-013992-0. – Текст: непосредственный.
2. Берж, К. Теория графов и ее применения / К. Берж; [перевод с французского А. А. Зыкова ; под редакцией И. А. Вайнштейна]. – Москва: Изд-во иностранной литературы, 1962. – 319 с. – Текст: непосредственный.
3. Виленкин, Н. Я. Популярная комбинаторика / Н. Я. Виленкин. – Москва: Наука, 1975. – 208 с. – Текст: непосредственный.
4. Евстигнеев, В. А. Применение теории графов в программировании / В.А. Евстигнеев; под редакцией А. П. Ершова. – Москва: Наука, 1985. – 352 с. – Текст: непосредственный.

## **ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ АВТОМАТИЗАЦИИ МУНИЦИПАЛЬНЫХ МЕДИЦИНСКИХ УЧРЕЖДЕНИЙ**

*Тимошенко Д.А., ORCID 0009-0009-1874-2591*

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*danil.timoshenko.2001@mail.ru*

В настоящее время все сильнее растет потребность в применении технических средств для обеспечения как повседневных потребностей, так и для работы жизненно необходимых специализированных структур. Одной из таких структур являются муниципальные медицинские учреждения. Рост населения, развитие медицины и отношения к ведению документации заставляют изменять методы хранения данных.

То, с чем когда-то справлялись бумажные носители информации, вскоре стало задачей, для которой необходимы электронные базы данных позволяющие снизить объемы физического пространства необходимого для хранения информации, но и получить более быстрый и удобный доступ к информации.

Однако, на данный момент даже такие средства теряют свою актуальность из-за постоянного роста объемов и спецификации информации. В современном мире уже недостаточно иметь простой архив с информацией необходима система контроля потоков информации в реальном времени с удобным доступом к информации и средствами для ее анализа и обработки.

Несмотря на необходимость развития данной сферы, к сожалению, на практике процесс перехода на современные средства хранения и обработки информации происходит крайне неравномерно и медленно.

Даже в крупных городах встречаются учреждения, в которых большая часть информации обрабатывается вручную на бумажных носителях, или с применением баз данных, созданных много лет назад, из-за чего они в разы уступают по всем характеристика даже самым простым современным аналогам.

Причиной подобного является дороговизна и сложность перехода на современные средства. Из имеющихся проблем можно выделить следующие:

1. Необходимость приобретения дорогостоящего оборудования для обработки и хранения данных
2. Разработка программного обеспечения, нацеленного на решение этих задач
3. Обучение персонала для работы с новыми технологиями
4. Перенос имеющихся данных на новое оборудование

Все эти проблемы требуют большого вложения материальных и человеческих средств для их решения, а в случае с работой медицинских учреждений чаще всего приостановка их работы для решения подобных задач несет за собой катастрофические риски.

Так же важной проблемой является ограниченность и обособленность решений, имеющих на рынке. Большинство из них являются частными, коммерческими разработками, из-за чего не имеют необходимого распространения и универсальности. Таким образом, все они рассчитаны под конкретные нужды и оборудование, из-за чего их массовое распространение не представляется возможным.

На данный момент только одна проблема работы с информацией для медицинских учреждений имеет действительно массовый обширный набор решений. Этой проблемой является вопрос автоматизации очередей и записи на прием.

Для решения этой проблемы предусмотрено множество вариантов решений. Онлайн регистрация через сайты конкретных клиник, электронные очереди, выдача талонов и т.д... В основном эти решения основаны на теории массового обслуживания.

Теория массового обслуживания (ТМО) — научная дисциплина, занимающаяся математическим моделированием постоянно повторяющихся однопоточных задач в одних и тех же условиях их появления, анализом способов их решения в целях повышения эффективности этих решений [1].

Теория массового обслуживания занимается анализом процессов в системах предоставления услуг, производства и управления, в которых однородные действия (события) повторяются многократно (предприятия торговли, коммерческие банки, автоматические линии производства, медицинские учреждения, страховые организации, транспортные системы и др.) [2].

Решение данной проблемы действительно важно и позволяет снизить нагрузку, которая ложится на плечи работников медицинских учреждений. Однако решения только этой проблемы недостаточно. Помимо того, что само по себе внедрение данных решений все еще сопряжено с вышеперечисленными проблемами и рисками организации работы медицинских учреждений, зачастую они практически не взаимодействуют с внутренними данными самого учреждения. По итогу есть решение важной проблем, однако это решение не имеет потенциала для внедрения во всю структуру и является обособленным.

Действительно важным сейчас является разработка системы, которая будет включать в себя работу со всей информацией, которая обрабатывается не только конкретным медицинским учреждением, но и имеет в себе потенциал для масштабируемости для единовременного охвата большего информационного пространства.

Основными требованиями для такой системы являются:

1. Дешевизна – оборудование, которое будет использоваться для работы системы должно быть доступным и не требующим дополнительных помещений или технических средств для своей работы.

2. Адаптивность – должны быть предусмотрены различные методы работы с данными, позволяющие подстроиться к техническим возможностям и конкретной специфике каждого учреждения

3. Простота в освоении – система должна либо основываться на общеизвестных технических средствах или быть достаточно простой, чтобы во время ее внедрения персонал и пациенты в кратчайшие сроки понимали принципы ее работы и могли ей пользоваться без продолжительного обучения

4. Универсальность или модульность – решение должно затрагивать обширный спектр элементов работы мед учреждения для соблюдения единого уровня проработки всех информационных процессов, происходящих внутри.

Соблюдая все эти требования, появится возможность создать решение, которое позволит в кратчайшие сроки и с минимальными затратами улучшить работу медицинских учреждений на всех уровнях, от крупных городов до малых населенных пунктов.

Таким образом, информационные технологии для муниципальных медицинских учреждений являются важным и сложным аспектом современной жизни, требующим большого внимания и серьезных вложений для их развития, необходимым для улучшения жизни общества.

#### **Список литературы**

1. Плескунов М. А., Теория массового обслуживания: учебное пособие / М. А. Плескунов; М-во науки и высшего образования РФ, Урал. федер. ун-т. — Екатеринбург:Изд-во Урал. ун-та, 2022. — 264 с.
2. Солнышкина И. В., Теория систем массового обслуживания: учеб. пособие / И. В. Солнышкина. – Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2015. – 76 с.
3. Романенко В. А., Системы и сети массового обслуживания: учебное пособие / В.А. Романенко. – Самара: Издательство Самарского университета, 2021. – 68 с.

## РАЗРАБОТКА ОНЛАЙН-СЕРВИСА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ФУТБОЛЬНЫХ МАТЧЕЙ

*Трубников И.Д., Платонова Е.С.*

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ  
*Loganplay580@mail.ru*

В современном мире интерес к спортивным событиям, особенно к футбольным матчам, непрерывно растет. Это приводит к увеличению популярности ставок на спорт как формы развлечения и возможности для заработка. В связи с этим актуальным становится создание удобных, функциональных и надежных онлайн-платформ для ставок, которые бы предоставляли пользователям не только широкий спектр возможностей для ставок, но и доступ к аналитическим данным для более обоснованных прогнозов [1-3].

Целью данной работы является разработка сайта для ставок на футбольные матчи, который будет сочетать в себе удобство использования, высокую степень безопасности и доступ к обширной аналитической информации.

Для достижения поставленной цели были определены следующие задачи:

1. Изучить теоретические основы прогнозирования результатов футбольных матчей.
2. Проанализировать существующие решения в области ставок на футбол и выявление их недостатков.
3. Сформулировать требования к разрабатываемому сайту.
4. Спроектировать архитектуру сайта и его пользовательского интерфейса.
5. Выбрать алгоритм для прогнозирования результатов матчей.
6. Реализовать серверную и клиентскую часть сайта.
7. Протестировать функциональность и безопасность разработанного сайта.

Разработка сайта для ставок на футбольные матчи является актуальной задачей, решение которой потребует комплексного подхода, включая анализ существующих решений, проектирование удобного интерфейса и разработку эффективных алгоритмов прогнозирования.

В данном проекте используется комплекс современных технологий и инструментов, обеспечивающих эффективную разработку высококачественного программного обеспечения. Для реализации проекта был выбран язык программирования C#. Ключевым компонентом является ASP.NET MVC Core – фреймворк для создания веб-приложений,

предоставляющий гибкую и масштабируемую архитектуру Model-View-Controller (MVC). Он позволяет разделить логику приложения на отдельные компоненты, облегчая разработку, тестирование и сопровождение кода.

В данной работе для прогнозирования результатов футбольных матчей будет использоваться метод Эло [4], который относится к классу рейтинговых систем.

Основная идея метода Эло заключается в том, что каждая команда имеет определенный рейтинг, который меняется после каждого матча в зависимости от результата и силы соперника.

Пусть  $R_A$  и  $R_B$  – текущие рейтинги команд А и В соответственно. Ожидаемый результат матча для команды А рассчитывается по формуле:

$$E_A = \frac{1}{1 + 10^{\frac{R_B - R_A}{400}}},$$

где  $400$  – это константа, определяющая скорость изменения рейтингов.

Константа  $400$  в формуле Эло обеспечивает оптимальный уровень чувствительности рейтинговой системы к разнице в рейтингах игроков, что подтверждено многолетней практикой и статистическим анализом.

Аналогично, ожидаемый результат для команды В:

$$E_B = \frac{1}{1 + 10^{\frac{R_A - R_B}{400}}}.$$

Фактический результат матча  $S_A$  для команды А определяется следующим образом:

- $S_A = 1$ , если команда А победила;
- $S_A = 0.5$ , если матч завершился вничью;
- $S_A = 0$ , если команда А проиграла.

Новый рейтинг команды А после матча вычисляется по формуле:

$$R_{A_{new}} = R_A + K(S_A - E_A),$$

где  $K$  – коэффициент, определяющий скорость адаптации рейтингов.

Аналогично для команды В:

$$R_{B_{new}} = R_B + K(S_B - E_B),$$

где  $S_B = I - S_A$ .

Значение коэффициента  $K$  может варьироваться в зависимости от характеристик соревнования и требований к скорости адаптации рейтингов. Типичные значения  $K$  находятся в диапазоне от **10** до **40**.

Одно из главных преимуществ метода Эло это простота и интерпретируемость. Метод Эло основан на простых математических формулах и легко интерпретируется. Рейтинги команд отражают их относительную силу, и разница в рейтингах позволяет оценить вероятность победы одной команды над другой.

Для реализации метода Эло [4] необходимо собрать исторические данные о результатах футбольных матчей. Эти данные могут быть получены из различных источников, таких как спортивные сайты, базы данных или API-сервисы.

Собранные данные должны включать информацию о командах-участниках, датах матчей, результатах (победа, ничья, поражение) и, возможно, дополнительные сведения, такие как место проведения матча (домашнее/гостевое поле), турнир и т.д.

Таким образом, данная работа не только позволила создать функциональный и полезный инструмент для прогнозирования футбольных матчей, но и заложила основу для дальнейших исследований и разработок в этой области. Полученные результаты подтверждают, что современные методы анализа данных и статистики могут значительно улучшить точность спортивных прогнозов, а разработанный сайт может служить эффективным средством для пользователей, заинтересованных в ставках на спорт и аналитике.

### Список литературы

1. Кузьмин, С. В. Ставки на спорт. Лига бесконечного выигрыша: стратегия Кузьмина. – Москва: Перо, 2021. – 21 с. – ISBN 978-5-00171-838-3.
2. Бослаф, С. Статистика для всех / С. Бослаф; перевод с английского П. А. Волкова, И. М. Флямер, М. В. Либерман, А. А. Галицына. – Москва: ДМК Пресс, 2015. – 586 с. – ISBN 978-5-94074-969-1.
3. Галкин, С. Н. Как обыграть букмекера. Умные ставки на спорт / С. Галкин. – Москва: Изд-во АСТ: Олимп, [2008]. – 286, [1] с. – ISBN 978-5-17-049855-0.
4. Развитие Эло рейтинга – интегральный Эло рейтинг: [сайт]. – URL: [https://dn-football.okis.ru/theory\\_reiting.html](https://dn-football.okis.ru/theory_reiting.html) (дата обращения: 20.04.2024).

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КАК КЛЮЧЕВОЙ ИНСТРУМЕНТ В ЭФФЕКТИВНОЙ БОРЬБЕ С КОНТРАБАНДОЙ И ОБЕСПЕЧЕНИИ БЕЗОПАСНОСТИ В ТАМОЖЕННОМ ДЕЛЕ

*Уварова М.Н.*, канд. экон. наук, доц., ORCID 0000-0002-1834-6224,

*Польшакова Н.В.*, канд. экон. наук, доц.,

ORCID 0000-0003-3057-063X

ФГБОУ ВО «Орловский государственный аграрный университет  
имени Н.В. Парахина», г. Орел, РФ

*uvarovamn@mail.ru, polshakovanv@yandex.ru*

**Введение.** Математические методы и модели имеют большое значение для разработки эффективных стратегий таможенного контроля и снижения рисков контрабанды. Формирование таможенной политики и стратегии развития таможенной службы является ключевым механизмом для успешной борьбы с контрабандой и обеспечения безопасности границ.

**Цель работы** – анализ методов математического моделирования и их использование при исследовании проблем таможенного контроля.

**Основная часть.** Математические методы позволяют определить эффективность в обеспечении безопасности в таможенном деле, выявить возможные риски, анализировать большие объемы данных, выявлять аномалии и предсказывать потенциальные риски, прогнозировать возможные маршруты контрабандного товара, определения оптимальных точек проверки и развертывания ресурсов для обеспечения безопасности. Для этого необходимо прежде всего собрать данные, проанализировать логистические схемы доставки товара. После сбора данных необходимо выделить ключевые факторы, которые могут повлиять на выбор маршрутов контрабанды. На основе собранных данных и выделенных факторов разрабатывается математическая модель, которая будет учитывать и предсказывать возможные маршруты контрабанды.

После создания модели ее необходимо протестировать на реальных данных и сравнить полученные прогнозы с фактическими событиями. Это поможет оценить точность и эффективность созданной модели. Математические методы позволяют провести статистическую обработку собранных данных, построить вариационный ряд при необходимости, вычислить отклонения от средних значений, просчитать погрешность. [1] Для этого просчитывают математические аномалии (МА) в вычислениях. МА могут возникать из-за различных причин, таких как ошибки в исходных данных, неверные предпосылки, наличие выбросов или выборка из разных распределений [3]. Выявление и устранение МА важно для правильного анализа данных, построения моделей и принятия обоснованных решений на их основе. С помощью математических моделей

можно выявлять МА в данных или процессах, используя различные методы статистики и анализа данных (рис. 1). Один из наиболее распространенных способов выявления аномалий - это использование статистических методов, метод квантилей и методы регрессии. Эти методы могут помочь определить аномальные (необычные) значения данных.

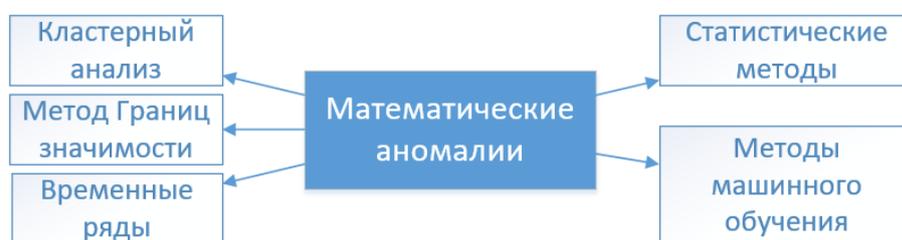


Рис. 1. Математические аномалии

МА часто отличаются от основной группы данных и могут оказаться в отдельном кластере. [2] Методы машинного обучения, такие как алгоритмы обнаружения выбросов (outlier detection) или обучение без учителя, могут быть использованы для выявления аномалий в данных. Примеры включают алгоритмы кластеризации, методы детектирования аномалий на основе нейронных сетей. [4,5]

В контексте таможенной деятельности предсказание потенциальных рисков означает выявление возможных нарушений таможенных правил, преступных действий, попыток незаконного ввоза или вывоза товаров и других нежелательных событий, которые могут привести к ущербу для экономики. Анализ рисков позволяет более оперативно и эффективно бороться с потенциальными нарушениями. Для предсказания потенциальных рисков в таможне можно использовать различные методы математического моделирования и анализа данных (рис. 2).

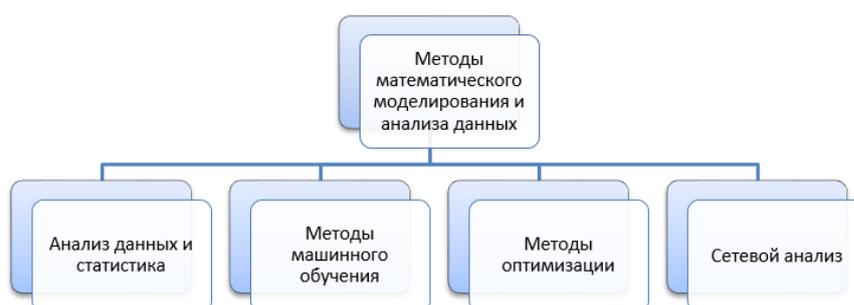


Рис. 2. Методы математического моделирования и анализа данных

Анализ данных и статистика: сбор и анализ данных о предыдущих случаях нарушений таможенных правил и преступных действий, а также о попытках незаконного ввоза или вывоза товаров. Статистические методы могут помочь выявить общие закономерности и тенденции, которые могут указывать на потенциальные риски в будущем. Методы машинного

обучения: использование алгоритмов машинного обучения, таких как классификация, кластеризация, анализ ассоциаций и др., для построения моделей предсказания рисков на основе исторических данных, выявляют потенциальные нарушения. Оптимизационные модели позволяют выработать наиболее эффективную стратегию контроля при проведении таможенных процедур с целью минимизации рисков. Сетевой анализ дает возможность анализировать связи между различными субъектами, выявлять их общие точки пересечения, просчитывать наиболее уязвимые места, минимизировать возникающие риски. Все рассмотренные методы могут быть использованы в комбинации друг с другом для создания комплексных моделей предсказания рисков в таможенной деятельности и помочь в принятии эффективных мер по их снижению.

**Заключение.** Математическое моделирование позволяет обрабатывать и анализировать информацию о таможенных операциях, потенциальных нарушениях и других связанных с контрабандой событиях. Математические методы используются для выявления потенциальных рисков и угроз, связанных с перевозкой товаров через границу. Это позволяет выявлять тренды, прогнозировать изменения в торговом обороте и определять приоритеты для таможенного контроля, используются для анализа данных в реальном времени, автоматического выявления аномалий в таможенных процессах, обнаружения необъяснимых расхождений и выявления потенциальных нарушений.

### Список литературы

1. Александрова Е.В., Польшакова Н.В. Автоматизация производственных процессов: теория и практика решения задач прикладной математики // Лабораторный практикум для обучающихся по направлению подготовки 23.00.00 "Техника и технологии наземного транспорта". – Орел, 2021.
2. Гельруд Я.Д. Практикум по применению экономико-математических методов в таможенной статистике: Учебно-методический комплекс. – Челябинск: Изд. ЧелГУ, 2011. – 68 с.
3. Таможенная статистика : учебное пособие для вузов / А. С. Акматалиева. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 306 с.
4. Уварова М.Н. Игровые модели и принятие решений // М.Н. Уварова, Т.А. Павлова/. В сборнике: Ресурсосберегающие технологии при хранении и переработке сельскохозяйственной продукции. – 2014. – С.56-60.
5. Уварова М.Н. Подход к применению математического моделирования при решении прикладных задач / М.Н. Уварова // Инновации в образовании: Материалы XI научно-практической конференции: в 2-х частях. Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Орловский государственный аграрный университет имени Н.В. Парахина». – 2019. – С. 373-36.
6. Павлова Т.А. Использование интерактивной модели при изучении дисциплины «Математика». // Т.А. Павлова, М.Н. Уварова/ Ученые записки Орловского государственного университета. 2023. №2(99). С. 294-297.

## ИЗУЧЕНИЕ СПЕЦИФИКИ РАБОТЫ С ЗАПРОСАМИ К АРІ ВК

*Фролова Т.А., Потапов И.В.*, д-р техн. наук, проф.

ФГАОУ ВО «Омский государственный технический университет», г. Омск, РФ  
*frolpi4774@mail.ru*

**Введение.** Мониторинг соцсетей представляет выборку данных пользователей соцсетей, основанную на определенных критериях отбора и интерпретации. «ВК» является одной из наиболее популярных соцсетей в РФ. Рассмотрим возможности АРІ ВКонтakte для анализа сообществ на примере сообщества «Здоровьесбережение в условиях цифровизации, ОмГПУ» (<https://vk.com/public217725898>) [5, 6].

**Основная часть.** Информация о вовлеченности посетителей позволит эффективно влиять на поведенческие характеристики, приводя потенциальных покупателей (если есть коммерческие цели) к нужному конверсионному действию. Такую возможность дают специализированные сервисы аналитики [4]. Для работы с соцсетью ВКонтakte, мониторинга и сбора статистики о профилях пользователей, сообществах используют официальный АРІ ВК. АРІ ВКонтakte - интерфейс, дающий информацию из базы данных vk.com с помощью НТТР-запросов к спецсерверу [3].

Для получения ключа доступа воспользуемся сервисом <https://vkhost.github.io>, который работу по составлению запроса проделает за нас. Выбираем среди доступных вариантов для получения **access\_token** vk.com, после чего, если в браузере уже выполнен вход в ВК, с нас как с пользователя, спросят разрешение на доступ к странице, а при положительном ответе, будем перенаправлены на страницу, в адресной ссылке которой будет находиться наш **access\_token**.

В ссылке формата [https://oauth.vk.com/blank.html#access\\_token=access\\_token&expires\\_in=86400&user\\_id=194093984](https://oauth.vk.com/blank.html#access_token=access_token&expires_in=86400&user_id=194093984), **access\_token** расположен после access\_token= и до символа “&”. По умолчанию, токен пользователя действует сутки с момента получения, о чем нам говорит часть ссылки expires\_in=86400.

Для работы с запросами к АРІ ВКонтakte был использован код на языке программирования Java. Код строит запрос к АРІ, основываясь на параметрах, заданных пользователем, затем как НТТР-запрос отправляет его на сервер и получает ответ в формате json – популярном формате текстовых данных, который используется для обмена данными в современных веб- и мобильных приложениях. Полученный от АРІ ответ выводится в консоль, а также в формате .json сохраняется в папке проекта.

Подробнее рассмотрим работу метода main (рис. 1). В String access\_token указан ключ доступа, принцип получения которого был описан ранее. String start содержит начало запроса (<https://api.vk.com/method/>),



Следующий метод для анализа со стороны обычного пользователя, это `groups.getMembers`. Используется для получения списка участников сообщества. В запросе использовали `fields=sex,bdate,city,country`, чтобы получить информацию о поле, дате рождения, городе и стране участников сообщества. Был создан запрос [https://api.vk.com/method/groups.getMembers?group\\_id=217725898&fields=sex,bdate,city,country&access\\_token=access\\_token&v=5.199](https://api.vk.com/method/groups.getMembers?group_id=217725898&fields=sex,bdate,city,country&access_token=access_token&v=5.199).

Воспользуемся методом `wall.get`. Метод возвращает посты со стены сообщества или пользователя. Был составлен запрос [https://api.vk.com/method/wall.get?owner\\_id=217725898&access\\_token=access\\_token&v=5.199](https://api.vk.com/method/wall.get?owner_id=217725898&access_token=access_token&v=5.199). На запрос получен следующий результат (рис. 3).

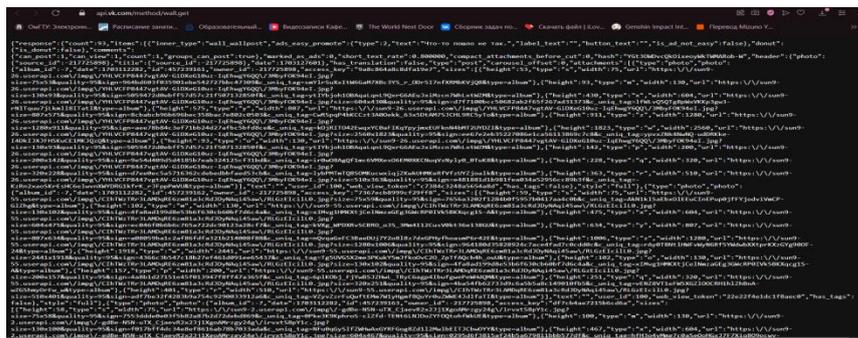


Рис. 3. Вывод полученного ответа на запрос `wall.get` в браузере

**Заключение.** В работе рассмотрены понятия мониторинга сообществ соцсетей, понятие API и API ВКонтакте. Изучены требования для работы с API ВКонтакте, описано получение ключа доступа (`access_token`), необходимого для работы. Изучена, описана и проверена работа методов API ВК, позволяющих собирать данные о сообществе.

### Список литературы

1. Гасанов, И.З., Ликсаков М.В. Эффективная работа с данными сообществ на примере API ВКОНТАКТЕ // Инновации и инвестиции. – 2023. – №6. – 144-146.
2. Ефремов, А.А. Использование открытого api для интеграции системы учета и социальной сети // Россия молодая. – 2022. – С. 31515.1-31515.5.
3. Использование API.Обзор.VK для разработчиков // <https://dev.k.com/ru/ap>
4. Остапенко, А.Г., Нежелский, Е.Р., Степанов, М.Н., Ружицкий, Е., Заряев, А.В. Организация мониторинга постов социальной сети ВК с помощью интерфейса `vкарі` // Информация и безопасность. – 2018. – Т. 21. – №. 3. – С. 408-415.
5. Фролова, П.И. К вопросу организации сетевого взаимодействия образовательных учреждений на основе реализации социокультурных практик в рамках региональной интеграции // Донецкие чтения 2023: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности. – Т. 1. – Донецк: ДонГУ, 2023. – С. 188-190.
6. Фролова, П.И. Развитие информационной компетенции у будущих педагогов профессионального обучения // Познание и деятельность: от прошлого к настоящему: материалы IV Всеросс. межд. научной конференции. – Омск: ОмГПУ, 2022. – С. 169-171.

## АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНСТРУМЕНТОВ ВЕБ-АНАЛИТИКИ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НА РОССИЙСКОМ РЫНКЕ DIGITAL-МАРКЕТИНГА

**Фурик В.А., Жмыхова Т.В.**, канд. физ.-мат. наук, доц.  
ФГБОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,  
г. Макеевка, ДНР, РФ  
*furik.v.a-asp-mmch@donnasa.ru, t.v.zhmykhova@donnasa.ru*

**Введение.** В результатах исследования Ассоциации коммуникационных агентств России (АКАР) рынок рекламы в РФ в 2023 году показал рост на 30 % в отношении показателей предыдущего года и составил 731 млрд руб. [1]. В связи с чем возросло количество открытых вакансий в сфере маркетинга, рекламы и PR, и, как следствие, актуальным стал вопрос компетенций кадров, в частности навыков владения аналитическими инструментами и принятия решений на основании полученных данных.

В работе представлены основные аналитические инструменты на отечественном рынке digital-маркетинг, а также актуализированы проблемы нехватки технических решений для управления рекламой [2].

В основном веб-аналитика в маркетинге используется для сбора данных о посещаемости веб-сайтов, на основании которых идентифицируется аудитория сайта и изучается поведение посетителей для принятия решений по оптимизации и расширению возможностей веб-ресурса.

В результате исследований было установлено, что проблема ухода иностранных систем веб-аналитики не стала критичной, так как имеющиеся популярные инструменты закрывают все потребности с точки зрения инструментов. Яндекс.Метрика и Hotjar распространяются и занимают своё место среди инструментов специалистов в сфере маркетинга, рекламы и PR и всё чаще появляются в текстах вакансий, как необходимая компетенция в работе.

### Список литературы

1. “Бюджеты — двигатель рекламы”, <https://www.kommersant.ru/doc/6014811>.
2. Котлер Ф. Основы маркетинга. – М.: изд-во «Прогресс», 1990. – ISBN-0-13-557232-0

## РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ МУЗЫКАЛЬНЫХ РЕКОМЕНДАЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

*Холодов С.Ю.*, ORCID 0009-0001-4343-2888,

*Шевцов Д.В.*, д-р техн. наук, доц., ORCID 0009-0009-3874-6223

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*serzh.kholodov.2016@mail.ru*

**Введение.** Благодаря бурному развитию сетей в последние десятилетия Интернет стал основным источником получения мультимедийной информации, такой как видео, книги, музыка и т.д. Люди считают музыку важным аспектом своей жизни и регулярно ее слушают.

Однако иногда бывает трудно выбрать из миллионов песен. Коммерческие сервисы потоковой передачи музыки, к которым можно получить доступ с мобильных устройств, сделали цифровую музыку более популярной по сравнению с предыдущей эпохой. Поставщикам музыкальных услуг нужен эффективный способ управления своими каталогами и оказания помощи клиентам в поиске музыки, предоставляя им качественные рекомендации.

Система музыкальных рекомендаций – это система, которая изучает историю прослушиваний пользователем в прошлом и рекомендует песни, которые он, вероятно, хотел бы услышать в будущем. Используя систему музыкальных рекомендаций, музыкальный провайдер может предсказать, а затем предложить пользователю подходящие песни на основе его предпочтений и привычек прослушивания.

Их пользователи ориентируются на характеристики музыки, которую слышали ранее. Разбор всей этой цифровой музыки отнимает много времени и вызывает информационную усталость. Поэтому очень полезно разработать систему музыкальных рекомендаций, которая могла бы автоматически выполнять поиск в музыкальных библиотеках и предлагать пользователям подходящие песни. Таким образом, существует острая потребность в хорошей системе рекомендаций.

В настоящее время существует множество сервисов потоковой передачи музыки, таких как Pandora, Spotify и др., которые работают над созданием высокоточных коммерческих систем музыкальных рекомендаций.

**Целью** данного исследования является изучение применения методов машинного обучения в области музыкальной индустрии.

**Основная часть.** В настоящее время большинство стриминговых музыкальных систем рекомендуют песни на основе методов коллаборативной фильтрации, контентной фильтрации, а также гибрида этих двух методов.

Коллаборативная фильтрация предполагает использование пользовательских оценок и взаимодействий для предсказания интересов. Например, Pandora применяла модель "Music Genome Project", которая анализировала музыкальные треки по более чем 400 характеристикам, чтобы рекомендовать похожие песни. Эти системы формировали рекомендации на основе схожести треков и оценок, поставленных пользователями.

Контентная фильтрация, в свою очередь, фокусировалась на анализе содержания музыкальных треков. Этот подход был более простым и включал использование метаданных, таких как жанр, исполнитель и альбом. Например, Last.fm использовала метки и теги для группировки треков по жанровым и стилистическим признакам.

Гибридные рекомендательные системы представляют собой комбинацию методов фильтрации, объединяющих различные подходы. При формировании рекомендаций используется два подхода, обеспечивающих уникальные результаты: оценка контента и коллаборативная фильтрация.

Данный метод позволяет выдавать более точные рекомендации, используя доступные данные и при этом экономя время. Важно отметить, что нет универсального инструмента, но данная комбинация механизмов помогает оптимизировать процесс выдачи рекомендаций.

Виды рекомендательных систем представлены на рисунке 1.

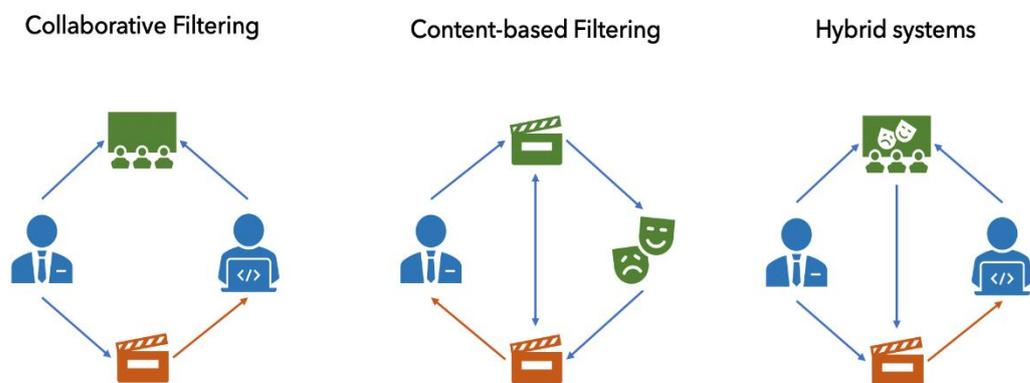


Рис. 1. Виды рекомендательных систем

С появлением искусственного интеллекта задача подбора рекомендаций существенно упростилась. Расширение возможностей использования искусственного интеллекта (AI) и обработки естественного языка (NLP) для создания еще более персонализированных и интеллектуальных рекомендаций. Например, системы могут лучше понимать контекст и настроение музыкальных треков, что позволяет создавать более целеустремленные и точные рекомендации.

Звук представляется в виде спектрограммы – уникального графика трека с зависимостью амплитуды музыкального сигнала от времени.

Композиции можно анализировать и сравнивать по спектрограммам: нейросеть работает с ними как с изображениями, накладывая друг на друга и находят сходство.

Дополнительно учитываются темп, лад, громкость и вся информация об альбоме, жанре и исполнителе. На основе полученных знаний алгоритм рекомендует пользователю похожий по звучанию контент. Аудиомодели также умеют определять похожесть голоса вокалиста и его манеры исполнения.

**Заключение.** Рекомендательные системы в музыкальных стриминговых сервисах претерпели значительные изменения с момента своего появления, эволюционируя от простых алгоритмов к сложным системам глубокого обучения. Эти системы не только помогают пользователям находить новую музыку, но и значительно влияют на музыкальную индустрию в целом. С развитием технологий и появлением новых методов обработки данных, будущее рекомендательных систем обещает быть еще более захватывающим, предоставляя пользователям более персонализированные и увлекательные музыкальные опыты.

#### Список литературы

1. Ким, Фальк Рекомендательные системы на практике / Ким Фальк, пер. с англ. Д. М. Павлова. – Москва : ДМК Пресс, 2020. – 448 с. – ISBN 978-5-97060-774-9.
2. Исследование, посвященное недавним реформам в рекламной индустрии– Текст: электронный // ResearchGate : официальный сайт. – 2023. – URL: [https://www.researchgate.net/publication/370486588\\_A\\_Study\\_on\\_the\\_Recent\\_Reforms\\_of\\_the\\_Advertisement\\_Industry/](https://www.researchgate.net/publication/370486588_A_Study_on_the_Recent_Reforms_of_the_Advertisement_Industry/) (дата обращения: 08.09.2024).
3. Как нейросети рекомендуют музыку – Текст: электронный // Яндекс Образование: официальный сайт. – 2024. – URL: <https://education.yandex.ru/journal/kak-nejroseti-rekomenduyut-muzyku/> (дата обращения: 08.09.2024).
4. Как устроены рекомендации в Яндекс.Музыке – Текст: электронный // Яндекс Образование: официальный сайт. – 2019. – URL: <https://education.yandex.ru/journal/kholodnye-polzovateli-i-mnogorukie-bandity/> (дата обращения: 08.09.2024).
5. Как рекомендовать музыку, которую почти никто не слушал. Доклад Яндекса – Текст: электронный // Хабр : официальный сайт. – 2019. – URL: <https://habr.com/ru/companies/yandex/articles/441586/> (дата обращения: 08.09.2024).

## ПОЛУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ДЛЯ ГРАЖДАНСКИХ ЦЕЛЕЙ

**Черный В.В.**, ORCID 0009-0000-1579-792X,  
**Гребенюков И.М.**, ORCID 0009-0001-8003-0888  
 ГУ «Автоматгормаш им. В.А. Антипова», г. Донецк, РФ  
 vladzc@mail.ru

**Введение.** Стандартный алгоритм управления квадрокоптером включает несколько подуровней, которые еще называются контурами управления. Каждый контур отвечает за определенный аспект полета: положение в пространстве, углы наклона. Все вместе они образуют так называемый каскад, в котором вход каждого последующего контура является выходом предыдущего.

На рисунке 1 изображена геометрическая модель БПЛА.

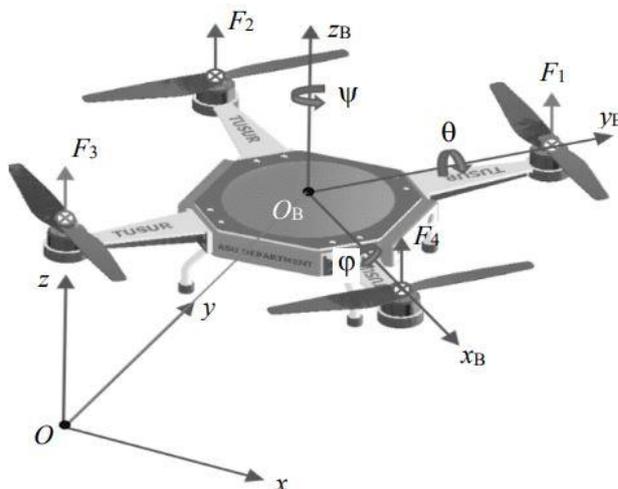


Рис. 1. Геометрическая модель БПЛА

На рисунке 1  $Oxyz$  обозначена неподвижная система координат, связанная с земной поверхностью,  $O_Bx_By_Bz_B$  – подвижная система координат, связанная с БПЛА.

Движение квадрокоптера – совокупность поступательного движения центра масс (линейное перемещение) и вращательного движения вокруг центра масс.

**Получение математической модели объекта.** Для описания математической модели применим второй закон Ньютона для поступательного и вращательного движений [1].

Для поступательного движения:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi)U - K_x \dot{x} \\ m\ddot{y} = (\cos \varphi \sin \theta \sin \psi + \sin \varphi \cos \psi)U - K_y \dot{y} \\ m\ddot{z} = \cos \varphi \cos \theta U - mg - K_z \dot{z} \end{cases} \quad (1)$$

Для вращательного движения:

$$\begin{cases} J_x \ddot{\varphi} = \dot{\theta} \dot{\psi} (J_y - J_z) - K_\varphi \dot{\varphi}^2 + U_x \\ J_y \ddot{\theta} = \dot{\varphi} \dot{\psi} (J_x - J_z) - K_\theta \dot{\theta}^2 + U_y \\ J_z \ddot{\psi} = \dot{\varphi} \dot{\theta} (J_x - J_y) - K_\psi \dot{\psi}^2 + U_z \end{cases} \quad (2)$$

где:  $m$  – масса БПЛА с грузом;

$x$ – перемещение по оси  $Ox$ ;

$y$ – перемещение по оси  $Oy$ ;

$z$ – перемещение по оси  $Oz$ ;

$\varphi$ – угол крена – угол поворота БПЛА вокруг оси  $Ox$ ;

$\theta$ – угол тангажа – угол поворота БПЛА вокруг оси  $Oy$ ;

$\psi$ – угол рыскания – угол поворота БПЛА вокруг оси  $Oz$ ;

$U$ – суммарная управляющая сила, создаваемая четырьмя электродвигателями:

$$U = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

$K_x$ – коэффициент аэродинамического трения по оси  $Ox$ ;

$K_y$ – коэффициент аэродинамического трения по оси  $Oy$ ;

$K_z$ – коэффициент аэродинамического трения по оси  $Oz$ ;

$g$ – ускорение свободного падения;

$J_x$ – момент инерции БПЛА по оси  $Ox$ ;

$J_y$ – момент инерции БПЛА по оси  $Oy$ ;

$J_z$ – момент инерции БПЛА по оси  $Oz$ ;

$K_\varphi$ – коэффициент сопротивления моменту, возникающему при аэродинамическом трении по оси  $Ox$ ;

$K_\theta$ – коэффициент сопротивления моменту, возникающему при аэродинамическом трении по оси  $Oy$ ;

$K_\psi$ – коэффициент сопротивления моменту, возникающему при аэродинамическом трении по оси  $Oz$ ;

$U_x$ – управляющий сигнал(момент силы) для поворота БПЛА вокруг оси  $Ox$ ;

$U_y$ – управляющий сигнал(момент силы) для поворота БПЛА вокруг оси  $Oy$ ;

$U_z$ – управляющий сигнал(момент силы) для поворота БПЛА вокруг оси  $Oz$ .

Здесь переменные  $x, y, z$  определяют положение БПЛА в системе координат  $Oxyz$ , переменные состояния  $\varphi, \theta, \psi$  определяют углы поворота БПЛА вокруг осей  $Ox, Oy, Oz$

Синтез контуров управления проведем с использованием известного в теории автоматического управления метода разделения движений: вначале выполним синтез системы управления для управления поступательным движением БПЛА, а затем – синтез контура управления для вращательного движения.

Перепишем систему уравнений (1) в следующем виде:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = U_1 - K_x\dot{x} \\ m\ddot{y} = U_2 - K_y\dot{y} \\ m\ddot{z} = U_3 - K_z\dot{z} \end{cases} \quad (3)$$

где:  $U_1 = (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi)U$  – управляющее воздействие в направлении  $Ox$  для линейного перемещения БПЛА;

$U_2 = (\cos \varphi \sin \theta \sin \psi + \sin \varphi \cos \psi)U$  – управляющее воздействие в направлении  $Oy$  для линейного перемещения БПЛА;

$U_3 = \cos \varphi \cos \theta U - mg$  – управляющее воздействие в направлении  $Oz$  для линейного перемещения БПЛА;

В основе современной теории управления лежит описание системы во временной области. Анализ и синтез систем управления во временной области основан на понятии состояние системы. Для динамической системы её состояние описывается набором переменных состояния  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ .

Состояние системы описывает дифференциальными уравнениями первого порядка относительно каждой из переменных состояния. Эту же систему дифференциальных уравнений для компактности и простоты анализа можно записать в матричной форме.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

**Выводы.** Получена математическая модель беспилотного летательного аппарата.

### Список литературы

1. Гран В.Т., Корилов А.М.. Синтез адаптивного скользящего режима управления полетом квадрокоптера в условиях переменной нагрузки и помех // Доклады ТУСУР. – 2022. – Том 25, № 2. – С. 37-44
2. Дорф, Р. Современные системы управления / Р.Дорф, Р.Бишоп. Пер.с англ. Б.И. Копылова. – Москва.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 832 с.

## КОМБИНИРОВАННАЯ КРИПТОСИСТЕМА НА БАЗЕ ШИФРА RC6 И ОМОФОНИЧЕСКОГО ШИФРА ЗАМЕН

*Шаховой Б.В.*, ORCID 0009-0000-4961-7501,

*Рыбалко Л.А.*, доц., ORCID 0009-0006-8470-6992

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*bodya\_227@mail.ru*

**Введение.** Криптография является ключевым инструментом защиты информации в условиях современного цифрового мира, где постоянно возрастает угроза утечки данных и хакерских атак. Обычные шифры, хотя и обеспечивают достаточный уровень защиты, подвержены различным видам криптоанализа, что требует создания комбинированных криптосистем, объединяющих несколько методов шифрования. В данной работе рассматривается комбинированная криптосистема, основанная на использовании шифра RC6 и омофонического шифра замены. Комбинированные криптосистемы обеспечивают повышенную стойкость к взлому за счет сочетания различных подходов к шифрованию. В данном случае шифр RC6 выступает в качестве основного блочного алгоритма, обеспечивающего быструю и надежную защиту данных, а омофонический шифр замены снижает вероятность успеха атак, основанных на частотном анализе.

**Цель** исследования — проанализировать эффективность комбинации этих двух методов для повышения безопасности передачи данных.

**Основная часть.** Шифр RC6 — это блочный симметричный шифр, созданный как расширение RC5 для участия в конкурсе AES. Он работает с блоками данных размером 128 бит и может использовать ключи длиной 128, 192 или 256 бит. Одной из ключевых особенностей RC6 является использование операции вращения и сложения, что обеспечивает высокую скорость работы на различных архитектурах, включая как программные, так и аппаратные решения. Основные преимущества RC6 включают его высокую эффективность и устойчивость к дифференциальному криптоанализу.

Комбинация шифра RC6 и омофонического шифра замены обеспечивает дополнительную стойкость к различным типам криптоанализа. В предложенной системе процесс шифрования включает два этапа:

1. На первом этапе открытый текст проходит через омофонический шифр замены. Это преобразование нарушает частотные зависимости в исходном тексте, что предотвращает успешное применение методов частотного анализа.

2. На втором этапе зашифрованные данные проходят обработку с использованием блочного шифра RC6. Это гарантирует надежную защиту данных на уровне блочной криптографии, усиливая стойкость к атакам на основе известных или подобранных открытых текстов.

Преимущества комбинированной криптосистемы:

- Усиленная защита от частотного анализа благодаря применению омофонического шифра.
- Высокая производительность и надежность на этапе использования RC6.
- Повышенная устойчивость к различным видам атак, включая атаки по открытому тексту и дифференциальный криптоанализ.

Недостатки системы включают:

- Увеличение вычислительных затрат, так как два этапа шифрования требуют большего объема ресурсов по сравнению с использованием одного метода.
- Удлинение шифротекста, обусловленное особенностями омофонического шифра замены, что может негативно сказаться на скорости передачи данных в сетях с ограниченной пропускной способностью.

Комбинированные криптосистемы могут найти применение в ситуациях, где требуется повышенный уровень защиты данных, таких как:

- Передача секретной информации в военных и правительственных системах.
- Шифрование конфиденциальных финансовых данных в банковской сфере.
- Защита данных в корпоративных системах с высоким уровнем риска утечки информации.

**Заключение.** Комбинированная криптосистема, основанная на шифре RC6 и омофоническом шифре замены, представляет собой эффективное решение для повышения безопасности передачи данных. За счет сочетания двух методов шифрования система обеспечивает защиту как от частотного анализа, так и от более сложных видов криптоанализов. Несмотря на определенные ограничения, такие как увеличение вычислительных затрат и объема шифротекста, комбинированная система может быть полезна в условиях, где требуется максимальная безопасность данных.

### Список литературы

1. Алферов А. П. Основы криптографии / А.П. Алферов, А.Ю. Зубов, А.С. Кузьмин, А.В. Черемушкин. – Москва, Гелиос АРВ, 2005. – 480 с.
2. Шнайер Б. Прикладная криптография: Протоколы, алгоритмы и исходный код на языке C / Б. Шнайер. – 2-е изд. – Москва: Изд-во «Триумф», 2002. – 784 с.
3. Баричев С. Г., Гончаров В. В., Серов Р. Е. Основы современной криптографии. Учебное пособие. Москва: Горячая Линия – Телеком, 2006. – 42 с.
4. Макаров А. С. Теория и практика хакерских атак. Москва: МИК, 2015. – 384 с.

## КОМБИНИРОВАННАЯ КРИПТОСИСТЕМА НА БАЗЕ ШИФРА RC4 И БИГРАММНОГО ШИФРА ЗАМЕН

*Шепеленко В.Е.*, ORCID 0009-0006-6154-9410,

*Рыбалко Л.А.*, доц., ORCID 0009-0006-8470-6992

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

*vladislav.shepelenko@mail.ru*

**Введение.** Криптография играет ключевую роль в обеспечении безопасности информации, защищая данные от несанкционированного доступа. С ростом вычислительных мощностей и развитием методов криптоанализа, стало очевидно, что многие существующие алгоритмы шифрования подвержены взлому. В условиях постоянного усложнения угроз повышается необходимость в более устойчивых и гибких криптосистемах, сочетающих различные методы шифрования для создания более надежных решений.

В данной работе рассматривается комбинированная криптосистема, основанная на потоковом шифре RC4 и биграммном шифре замен. Предполагается, что такое сочетание методов позволит существенно повысить устойчивость системы к различным видам атак, сохранив при этом высокую производительность.

**Цель исследования** – разработка и анализ эффективности комбинированной криптосистемы, которая объединяет преимущества потокового шифра RC4 и криптографической стойкости биграммного шифра замен для повышения безопасности системы.

**Основная часть.** RC4 – это один из наиболее известных потоковых шифров, разработанный Рональдом Ривестом в 1987 году. Его суть заключается в том, что он генерирует псевдослучайную последовательность байтов (ключевой поток), которая затем комбинируется с исходным текстом с помощью операции XOR (исключающее «или») для получения шифротекста.

Преимущества RC4:

1. Простота реализации и высокая скорость шифрования.
2. Подходит для шифрования потоков данных в режиме реального времени.
3. Широко использовался в различных протоколах, таких как SSL и WEP.

Недостатки RC4:

1. Уязвимость к атакам, основанным на предсказуемости ключевого потока, особенно если ключи используются повторно или имеются слабые места в реализации.

2. Недостаточная стойкость к атакам с известным текстом.

**Биграммный шифр замен** относится к группе шифров подстановки, в которых происходит замена не отдельных символов, а пар символов (биграмм). Этот метод повышает криптографическую стойкость за счет увеличения сложности анализа частотности символов, так как для взлома требуется учитывать частоту биграмм, а не отдельных букв.

Преимущества биграммного шифра замен:

1. Более высокая стойкость к частотному анализу по сравнению с шифрами подстановки на основе одиночных символов.

2. Значительное увеличение возможного количества комбинаций (в алфавите из 26 символов существует 676 возможных биграмм).

Недостатки биграммного шифра замен:

1. Большие объемы таблиц подстановок, что может замедлить шифрование и расшифровку.

2. В зависимости от реализации, может быть уязвим к криптоанализу с большими объемами данных.

Цель комбинирования RC4 и биграммного шифра замен заключается в усилении защиты за счет использования двух различных методов. Комбинированный подход позволяет усилить защиту системы. Биграммная замена затрудняет криптоанализ на уровне символьного шифрования, тогда как RC4 обеспечивает случайность шифротекста.

Для комбинированной системы предполагается следующий алгоритм работы: генерация ключа RC4, шифрование RC4, применение биграммного шифра замен. На этапе генерации ключа RC4 пользователь задает ключ, который используется для инициализации. Далее открытый текст сначала шифруется с помощью потокового шифра RC4, что обеспечивает быструю генерацию шифротекста, усложняет их анализ и придает случайность выходным данным. И наконец, после шифрования RC4 зашифрованный текст разделяется на биграммы, и для каждой биграммы используется таблица подстановок. Это добавляет дополнительный уровень сложности и затрудняет атаки, основанные на анализе потока данных.

Комбинированная криптосистема имеет следующие преимущества:

1. Улучшение стойкости к криптоанализу. Комбинация двух различных методов шифрования затрудняет анализ шифротекста, так как криптоаналитику необходимо взломать не один, а сразу два уровня защиты.

2. Быстродействие. RC4 обеспечивает высокую скорость шифрования, что делает систему подходящей для обработки больших объемов данных или для потокового шифрования.

3. Дополнительная защита от атак. Биграммная замена делает систему более устойчивой к атакам на основе частотного анализа, так как зашифрованные данные не сохраняют простой закономерности символов.

Недостатки комбинированной криптосистемы:

1. Усложнение реализации. Применение сразу двух методов увеличивает сложность реализации и требует больше ресурсов для обработки данных, особенно при шифровании больших объемов информации.

2. Возможность ошибок при реализации. Сложность алгоритма увеличивает вероятность ошибок при разработке и настройке системы, что может привести к снижению безопасности.

3. Чувствительность к качеству ключа. Как и большинство криптосистем, RC4 чувствителен к качеству используемого ключа. Повторное использование ключей или слабая генерация ключа может снизить уровень безопасности всей системы.

**Заключение.** В данной работе рассмотрена комбинированная криптосистема, объединяющая потоковый шифр RC4 и биграммный шифр замен. Шифр RC4, несмотря на выявленные уязвимости, остается эффективным инструментом для генерации псевдослучайных потоков данных, что делает его полезным для первичного шифрования. Включение биграммного шифра замен значительно усложняет задачу атакующего, снижая возможность успешного частотного анализа за счет обработки уже зашифрованных данных на уровне биграмм. Применение данных методов в одной системе позволяет объединить их сильные стороны: высокую скорость и простоту реализации RC4 с криптографической стойкостью биграммной замены. Таким образом, комбинированная криптосистема представляет собой эффективное решение для защиты данных, сочетающее в себе высокую производительность и надежную защиту от криптографических атак.

### Список литературы

1. Сафарьян, О. А. Криптоанализ и реализация потокового шифра RC4 / О. А. Сафарьян, Д. В. Дедиченко, Н. О. Свистун, Ю. И. Найденова. – Текст : электронный // Молодой ученый. – 2023. – № 21 (468). – С. 69-73. – URL: <https://moluch.ru/archive/468/103117/> (дата обращения: 05.09.2024).
2. Шнайер Б. Прикладная криптография / Б. Шнайер. – Москва : Вильямс, 2022. – 1040 с. – ISBN 978-5-9908462-4-1. – Текст : непосредственный.
3. Шифры замены и табличного программирования – Текст : электронный // Хабр: официальный сайт. – 2021. – URL: <https://habr.com/ru/articles/583616/> (дата обращения: 05.09.2024).
4. Жельников В. Криптография от папируса до компьютера / В. Жельников. – Москва : АБФ, 1997. – 335 с. – ISBN 5-87484-054-0. – Текст: непосредственный.

## АДАПТИВНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ: АЛГОРИТМЫ И ПРИМЕНЕНИЕ В РЕАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

*Шкуркин Д.В.*<sup>1,2</sup>, доц., ORCID 0000-0002-2390-9300

<sup>1</sup>Политехнический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», г. Таганрог, РФ

<sup>2</sup>ООО «Комплексные адаптивные системы», г. Таганрог, РФ  
*dmitry.shkurkin@gmail.com*

**Введение.** Адаптивные системы управления представляют собой важное направление в теории и практике систем управления, позволяющее эффективно справляться с изменяющимися условиями работы и неопределенностью среды. Они находят широкое применение в различных областях, включая промышленность, транспорт, робототехнику и многое другое. В данном докладе рассмотрены основные принципы адаптивного управления, его алгоритмы и реальные примеры применения.

### 1. Основные принципы адаптивного управления

Адаптивное управление – это один из подходов к проектированию систем управления, который позволяет автоматически подстраиваться под изменяющиеся условия окружающей среды и характеристики контролируемой системы. Такие подходы становятся особенно актуальными в условиях изменения параметров объектов управления [1], например, при наличии неопределённости, неполной информации или внешних возмущений.

Рассмотрим основные принципы адаптивного управления более подробно.

Адаптивное управление основано на динамическом изменении параметров контроллера в ответ на изменения в системе или внешних условиях. Это требует наличия алгоритмов, которые способны: оценивать текущее состояние системы, выявлять, какие параметры нужно адаптировать, вносить изменения в реальном времени.

Можно выделить три основных компонента:

*Сенсорный блок* – отвечает за сбор необходимой информации о состоянии системы и её окружении. Эти данные позволяют выявлять изменения и отклонения от заданных параметров.

*Регулятор* – основной элемент, который использует алгоритмы адаптации для корректировки управляющего воздействия. Это может быть как простой PID-контроллер, так и более сложные алгоритмы [2, 4], такие как нейронные сети или адаптивные фильтры.

*Адаптивный механизм* – этот блок отвечает за принятие решений о том, как именно изменять параметры контроллера. Адаптивный механизм может основываться на моделях предсказания, оптимизации или других методах.

Существует несколько методов, используемых в адаптивном управлении:

*С (параметрический астатический) адаптивный контроль* – использует математические модели системы для определения параметров контроллера, которые корректируются в зависимости от наблюдаемых отклонений.

*Имитация (моделирование)* – подразумевает создание модели системы и использование её для прогнозирования поведения системы, что служит основой для корректировки параметров управления.

*Методы оптимизации* – включают алгоритмы оптимизации, которые активно изменяют параметры контроллера, минимизируя отклонения от заданных характеристик.

## 2. Алгоритмы адаптивного управления

Существует множество алгоритмов, используемых в адаптивных системах. Рассмотрим некоторые из них:

*Метод градиентного спуска*: этот алгоритм позволяет находить оптимальные параметры системы. Он основывается на использовании производных для минимизации функции ошибки.

*PID-регуляторы с адаптацией*: классический PID-регулятор может быть адаптирован к изменяющимся условиям с помощью методов идентификации системы и автоматической настройки коэффициентов [3].

*Машинное обучение и нейронные сети*: современные адаптивные системы все чаще используют методы машинного обучения для предсказания необходимых параметров управления на основе исторических данных.

## 3. Преимущества и недостатки адаптивных систем управления

Адаптивные системы управления обладают рядом преимуществ:

*Устойчивость*: обеспечивают устойчивость системы в условиях неопределенности.

*Гибкость*: легко адаптируются к изменяющимся внешним условиям.

*Эффективность*: улучшают производительность систем, снижая отклонения от заданных параметров.

Однако есть и недостатки:

*Сложность реализации*: требуют сложных алгоритмов и вычислительных ресурсов.

*Управляемость*: иногда адаптивные параметры могут вести к нестабильному поведению системы, если не будут правильно настроены.

## 4. Примеры применения адаптивных систем

Адаптивные системы управления находят применение в различных областях:

*Промышленность*: в автоматизации процессов, где параметры системы могут меняться в зависимости от условий работы. Например, системы управления в металлургических печах способны адаптироваться к различному качеству сырья.

*Транспорт:* автопилоты на самолетах и адаптивные системы управления в автомобилях, которые собирают данные о дорожных условиях и корректируют параметры управления в реальном времени.

*Робототехника:* роботы, применяющие адаптивные алгоритмы для управления движением и манипуляцией. Это особенно актуально в роботах, работающих в сложных и изменяющихся окружениях, таких как склады или производственные линии.

#### 5. Будущее адаптивных систем управления

Адаптивные системы управления продолжают развиваться. В настоящее время особое внимание уделяется интеграции с технологиями искусственного интеллекта и машинного обучения. Такие технологии могут повысить предсказательность и адаптивность систем, позволяя им своевременно реагировать на изменения в условиях эксплуатации.

#### **Заключение**

Адаптивные системы управления представляют собой мощный инструмент, позволяющий решать множество задач в различных областях. Их способность адаптироваться к изменяющимся условиям делает их крайне актуальными для современного производства, транспорта и других сфер. В будущем ожидается ещё большее внедрение этих технологий, что, безусловно, приведет к увеличению эффективности и надежности управляемых систем.

#### **Список литературы**

1. Берг, А. Д. Адаптивные системы управления: теория и практика. – М.: Наука, 2018. – 320 с.
2. Ширяев, А. Н. Основы адаптивного управления. – СПб.: Питер, 2020. – 256 с.
3. Биля, И. С., Петренко, А. Г. Системы управления с адаптацией – Екатеринбург: УрФУ, 2019. – 450 с.
4. Соломон, Р. В. Методы системы управления: от классики к адаптации – М.: Научный мир, 2021. – 365 с.

## THE USAGE OF MATHEMATICS IN ECONOMY

***Shtyk V.V., Kashkan T.A.***, senior lecturer, ORCID 0000-0003-1940-1827

Belarusian state University, Minsk, Belarus

*shtykvladimir86@gmail.com, kashkanbsu@gmail.com*

Nowadays economic theory at both the micro and macro levels includes mathematical models and methods as its natural necessary element. The use of mathematics in economics allows, firstly, to identify and formally describe the most significant, defining elements and connections of economic entities, the study of which requires a high degree of abstraction. Secondly, mathematical methods make it possible to obtain new knowledge about the economic object under study from mathematical models, to evaluate the shape and parameters of the dependencies of its variables. Thirdly, using the language of mathematics allows you to accurately and compactly state the provisions of economic theory, formulate its concepts and justify conclusions.

Mathematical models in economic theory are used everywhere. Thus, with the help of mathematical models, it is possible to calculate the valuation of banks and use them to analyze the sales effectiveness of Belarusian banks. Two mathematical models are used to estimate the value of banks [1]:

$$Value = 0,9560029048 \times NNIP + 1,33264923 \times BV - 67,08180887, (1)$$

where NNIP – amount of non-interest profit;

BV – balance sheet capital of the assessed bank;

$$Value = 2,59214113813 \times NIP + 1,18391982673 \times BV - 120,905, (2) [1]$$

where NIP – interest profit value.

Using model (1), the value of 12 Belarusian banks for 2014-2016 years (table 1)

Table 1

Market value of 8 Belarusian banks according to model (1), thousand rubles

Bank name	2014 year	2015 year	2016 year
Sberbank	385786	411712	387882
BelVEB Bank	357466	433649	428390
Belgazprombank	329579	457152	466359
Priorbank	496985	687541	659830
Alfa-Bank	162328	225516	189110
VTB Bank (Belarus)	166987	178412	176463
MTBank	107676	137371	162666
Technobank	70576	77192	79216

Using model (2), the value of 8 Belarusian banks for 2014-2016 years was also calculated (table 2).

Table 2

Market value of Belarusian banks according to model (2), thousand rubles

Bank name	2014 year	2015 year	2016 year
Sberbank	361205	358759	486881
BelVEB Bank	446790	478861	586965
Belgazprombank	344524	406972	614006
Priorbank	523190	736598	922943
Alfa-bank	120845	150642	264767
Bank VTB(Belarus)	149658	153320	319750
MTBank	125024	115966	159840
Technobank	70555	72113	51821

Using model (2), the value of 8 Belarusian banks for 2019-2021 years was also calculated (table 3).

Table 3

Market value of Belarusian banks according to model (2), thousand rubles

Bank name	2019 year	2020 year	2021 year
Sberbank	1575108	1643973	1777819
BelVEB bank	1421898	1511521	1583588
Belgazprombank	1739581	1697838	1660580
Priorbank	1575786	1748975	1905713
Alfa-bank	979207	1236517	1563902
Bank VTB (Belarus)	622326	675338	830333
MTBank	614190	675583	1016960
Technobank	157873	174770	209191

With different mathematical models we can see what model is more accurate and find the best one. These mathematical models show the relationship between different characteristics of the bank and clearly indicate how the estimated value of the bank will change depending on changes in various indicators.

In the realm of economics, mathematics serves as a powerful tool for analyzing, understanding and shaping the behavior of economic systems. From theoretical models that elucidate fundamental economic principles to empirical studies that uncover real-world trends, mathematics permeates every aspect of economic analysis. As the global economy becomes increasingly complex and interconnected, the importance of mathematics in economics is poised to grow, guiding policymakers, investors and analysts through the uncertainties of the modern economic landscape.

## References

1. Vasileuski A. V. Different methods of determining the market value of Belarusian banks // J. Belarus. State Univ. Econ. – 2017. – No. 2. – P. 40–45 (in Russ.)

## СОДЕРЖАНИЕ

### *Механика твердого тела*

<i>Зыза А.В.</i> О новом решении полиномиального класса Коносевича-Поздняковича задачи динамики твердого тела .....	5
<i>Калибачук А.О., Калибачук М.П.</i> Электрогидравлический мехатронный модуль рабочего тормозного механизма для автомобиля.....	7
<i>Коносевич Б.И., Коносевич Ю.Б.</i> Достаточное условие глобальной устойчивости модели асинхронного электромотора .....	10
<i>Мазнев А.В.</i> Один случай прецессий в задаче о движении симметричного гиростата .....	13
<i>Щепин Н.Н.</i> Исследование необходимых условий устойчивости положения относительного равновесия замкнутой системы твердых тел .....	16

### *Механика деформируемого твердого тела*

<i>Бондаренко Н.С.</i> Фундаментальная матрица обобщенных перемещений для изгиба ортотропных пластин .....	20
<i>Бондаренко Н.С., Тимошенко Г.В.</i> Исследование концентрации напряжений в пластинах при сосредоточенных воздействиях. ....	23
<i>Глухов А.А., Сторожев С.В., Сторожев В.И.</i> Анализ модели распространения продольно-сдвиговых нормальных волн в функционально-градиентном ортотропном слое с двухфакторной экспоненциальной неоднородностью ....	26
<i>Глушанков Е.С.</i> Действие линейного потока тепла в пьезоэлектрической пластинке с тремя отверстиями .....	29
<i>Глушченко А.В., Пачева М.Н., Сторожев В.И.</i> Окружные волны прогиба в составной мембране с концентрическими кольцевыми элементами .....	32
<i>Гольцев А.С., Чехов В.Н.</i> Компьютерная модель сосредоточенного воздействия продольной силы в ортотропной пластине .....	35
<i>Зареченский Д.А., Карabanь В.А., Вермейчук Н.В.</i> Анализ особенностей методов твердотельного моделирования для топологической оптимизации металлических конструкций .....	38
<i>Калоеров С.А., Авдюшина Е.В., Мироненко А.Б.</i> Распределение напряжений вокруг горизонтальной горной выработки криволинейного поперечного сечения .....	41
<i>Калоеров С.А., Полянский М.А., Сероштанов А.В.</i> Концентрация напряжений в пьезополуплоскости с отверстиями и трещинами .....	44
<i>Калоеров С.А., Сероштанов А.В.</i> Исследование электромагнитоупругого состояния многосвязной полуплоскости при ее поперечном изгибе .....	48
<i>Карасев Д.С., Сторожев С.В., Фоменко М.В.</i> Электроупругие волны сдвига в слое функционально-градиентной пьезокерамики с двухфакторной неоднородностью физико-механических свойств .....	51

<i>Курочкина В.А., Холодова С.Н.</i> Исследование огнестойкости железобетонных круглопустотных плит .....	55
<i>Малютина Т.П., Номбре С.Б., Полянский Д.Д.</i> Нечетко-множественные оценки разбросов эндогенных параметров в модели волнового термического деформирования внезапно нагреваемого вязкоупругого полупространства с тепловой памятью .....	58
<i>Мельничук Н.Ю., Дзундза А.И., Моисеенко И.А., Моисеенко В.А.</i> Базисные решения в задаче о распространении нормальных волн в протяженных радиально неоднородных трансверсально-изотропных цилиндрах секторного сечения.....	62
<i>Мирончук А.И.</i> Периодическая задача линейной вязкоупругости для тонких плит с эллиптическими отверстиями.....	65
<i>Никулин А.С.</i> Задача равновесия двумерного вязкоупругого тела с жёстким включением.....	68
<i>Павлыш В.Н., Полянский Д.Д., Сторожев С.В.</i> Нечетко-множественная методика учета неопределенности исходных параметров в модели анализа термоупругих потерь при изгибных колебаниях тонкостенных пластинчатых элементов.....	71
<i>Рогов Н.В., Роднов М.А.</i> Влияние сверхнизких температур на композиционные материалы.....	74
<i>Терлыч С.В.</i> Эффективность расчёта судовых амортизационных устройств методом конечных элементов .....	77
<i>Трубников Н.А., Полякова М.А.</i> Особенности разработки математических моделей обработки давлением многофазных сталей с учетом их фазового состава .....	80

### ***Математический анализ и дифференциальные уравнения***

<i>Будыка В.С.</i> О некоторых условиях самосопряженности оператора Шредингера с матричными точечными взаимодействиями.....	84
<i>Волчкова Н.П., Волчков Вит.В., Скляр Д.В.</i> Инъективность преобразования Помпейю, ассоциированного с искажёнными сферическими средними.....	86
<i>Заставный В.П.</i> Интегралы от произведения трёх функций Бесселя .....	89
<i>Иванов А.Ю., Мельник А.-В.В.</i> О выполнимости алгоритма конструирования магических квадратов при помощи ортогональных трансверсалей.....	92
<i>Krasnoschekikh G.V., Volchkov Vit.V.</i> Asymptotic properties of solutions to the generalized Euler-Poisson-Darboux equation .....	94
<i>Лиманский Д.В.</i> Об условиях подчиненности для систем минимальных дифференциальных операторов в шкале пространств Соболева.....	95
<i>Манов А.Д.</i> О приближении финитных положительно определённых функций гладкими функциями.....	96
<i>Машаров П.А., Власенко И.С.</i> О функциях с нулевыми интегралами по семейству из равнобедренного треугольника и квадрата.....	99

<i>Оридорога Л.Л., Агибалова А.В.</i> Об асимптотике решений уравнения Штурма-Лиувилля с $\delta$ -взаимодействиями .....	101
<i>Волчков В.В., Пилипенко И.С.</i> $L^p$ -аппроксимация функций линейными комбинациями индикаторов .....	103
<i>Волчков В.В., Тимофеева К.В.</i> Условие квазианалитичности в экстремальных задачах о множествах Помпейю .....	105
<i>Волчков В.В., Тимофеева К.В.</i> Достаточные условия голоморфности для вещественно аналитических функций .....	108

### ***Информационно-документационное обеспечение управления***

<i>Балдынюк А.И.</i> Автоматизация бизнес-процессов внутреннего документооборота экономических субъектов .....	110
<i>Гайдарь Е.В.</i> Обеспечение оценки качества информационных потоков на предприятии.....	113
<i>Гизатулин А.М.</i> Квантовая безопасность персональных данных .....	116
<i>Давыдов А.И., Соколов М.М., Подгорная С.О.</i> Моделирование бизнес-процессов в области управления энергопотреблением на тягу поездов .....	119
<i>Коробейникова К.В.</i> О защите информации с ограниченным доступом.....	122
<i>Мащенко Н.Е.</i> Цифровая трансформация ВУЗа.....	125
<i>Митрохина Е.А.</i> Особенности управления бизнесом с применением цифровых инноваций .....	128
<i>Овчаренко А.С.</i> Актуальные вопросы цифровой трансформации документооборота экономических субъектов .....	132

### ***Прикладная математика, прикладная информатика и теория систем управления***

<i>Андреев И.А., Блохин С.В.</i> Разработка обучающей программы «Планировщик запросов» .....	135
<i>Асеев И.С., Шевцов Д.В.</i> Прогнозирование стоимости криптовалюты «Тонсоин» с использованием методов машинного обучения.....	138
<i>Белюсова В.С.</i> Применение CNN в диагностике злокачественных новообразований кожи.....	141
<i>Вихляев В.В., Мирончук А.И.</i> Практическое применение технологии блокчейн на рынке ценных бумаг .....	143
<i>Ганислав Б.А., Шевцова Е.В.</i> Информационные технологии автоматизации предприятия общественного питания .....	146
<i>Ганцевский А.В.</i> Выбор наилучшего алгоритма машинного обучения для распознавания ТБО.....	148
<i>Ганцевский А.В.</i> Анализ сверточной нейронной сети.....	151
<i>Ганцевский А.В., Заргарян Е.В.</i> Анализ применения искусственного интеллекта в грузоподъёмных беспилотниках .....	154

<i>Горбачева О.И., Григорьев С.В.</i> Формирование информационной культуры студентов физкультурного профиля .....	157
<i>Горелик А.В., Истомин А.В., Кузьмина Е.В.</i> Особенности применения теории игр при разработке математической модели принятия оптимального решения ...	160
<i>Дяченко Н.Р., Шевцова Е.В.</i> Исследование и применение блокчейн-технологий в веб-разработке для обеспечения цифровой безопасности и защиты данных..	163
<i>Захаров В.А., Фролов С.И., Руссова Н.В.</i> Физико-математические аспекты расчета комплексного сопротивления цилиндрического проводника с учетом скин-эффекта.....	166
<i>Ивахненко Н.Н., Афанасьев А.В., Раушенберг Р.А.</i> Современная вычислительная техника.....	169
<i>Коваль К.В., Шевцова Е.В.</i> Информационные технологии учета, контроля и анализа документации риэлтерского учета.....	172
<i>Корнев С.А., Шевцов Д.В.</i> Применение машинного обучения в прогнозировании оттока курьеров в службе доставки продуктов питания .....	174
<i>Котов Г.В.</i> Анализ скорости работы различных алгоритмов сортировки.....	177
<i>Кулаков Г.Т., Воюш Н.В.</i> Аналитические экспресс-методы структурно-параметрической оптимизации систем автоматического управления теплоэнергетическими процессами .....	180
<i>Куницын Д.А.</i> Современные применения нейронных сетей и перспективы их развития .....	183
<i>Погорелов А.А., Заргарян Е.В.</i> Методы сепарации твердых бытовых отходов (ТБО).....	186
<i>Пожсидаева Е.С.</i> Использование аддитивной модели Брауна при прогнозировании социально-экономических показателей .....	188
<i>Полякова И.С.</i> «Черный ящик» математических операций. Множество чисел – логарифмов по основанию один .....	191
<i>Рахманов А.Ж., Галандарова Ш.О., Реджебов Б.А., Алланазарова Л.К., Махемов Ю.Д.</i> Программа, написанная на PascalABC, о вычислительных системах.....	194
<i>Савенков В.А.</i> Оптимизация алгоритмов обработки баз данных в бэк-энд системах.....	197
<i>Савотченко С.Е., Настасенко С.А.</i> Использование алгоритмов оптимизации в задачах трехмерной инверсии массивов геофизических данных .....	200
<i>Сагиров И.В.</i> Моделирование элементов управления с использованием программируемых логических контроллеров.....	203
<i>Сидак И.Л., Сидак С.Д., Спиридонов Н.А.</i> Применение дифференциальных уравнений в теории сегнетоэлектрических фазовых переходов.....	206
<i>Суровцев Д.И., Блохин С.В.</i> Разработка обучающей программы по курсу «Теории графов: введение в теорию графов» .....	209
<i>Тимошенко Д.А.</i> Информационные технологии автоматизации муниципальных медицинских учреждений.....	212

<i>Трубников И.Д., Платонова Е.С.</i> Разработка онлайн-сервиса для прогнозирования футбольных матчей .....	215
<i>Уварова М.Н., Польшакова Н.В.</i> Математические методы как ключевой инструмент в эффективной борьбе с контрабандой и обеспечении безопасности в таможенном деле .....	218
<i>Фролова Т.А., Потапов И.В.</i> Изучение специфики работы с запросами к API VK .....	221
<i>Фурик В.А., Жмыхова Т.В.</i> Актуальные проблемы инструментов веб-аналитики и их использования на российском рынке digital-маркетинга.....	224
<i>Холодов С.Ю., Шевцов Д.В.</i> Разработка системы музыкальных рекомендаций с использованием машинного обучения.....	225
<i>Черный В.В., Гребенюков И.М.</i> Получение математической модели беспилотного летательного аппарата для гражданских целей .....	228
<i>Шаховой Б.В., Рыбалко Л.А.</i> Комбинированная криптосистема на базе шифра RC6 и омофонического шифра замен .....	231
<i>Шепеленко В.Е., Рыбалко Л.А.</i> Комбинированная криптосистема на базе шифра RC4 и биграммного шифра замен .....	233
<i>Шкуркин Д.В.</i> Адаптивные системы управления: алгоритмы и применение в реальных условиях.....	236
<i>Shtyk V.V., Kashkan T.A.</i> The usage of mathematics in economy .....	239

*НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ*

**ДОНЕЦКИЕ ЧТЕНИЯ 2024:  
ОБРАЗОВАНИЕ, НАУКА, ИННОВАЦИИ,  
КУЛЬТУРА И ВЫЗОВЫ СОВРЕМЕННОСТИ**

Материалы  
IX Международной научной конференции,  
15–17 октября 2024 г.,  
г. Донецк

**ТОМ 1  
Механико-математические,  
компьютерные науки, управление**

под общей редакцией проф. *С.В. Беспаловой*

Дизайн обложки	<i>А.Ю. Гурина</i>
Технический редактор	<i>М.В. Фоменко</i>
Компьютерная верстка	<i>Н.Ю. Мельничук, М.В. Фоменко</i>

---

***Адрес оргкомитета:***

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,  
ул. Университетская, 24, г. Донецк, 283001, ДНР, РФ.  
E-mail: *science.prorector@donnu.ru*

---