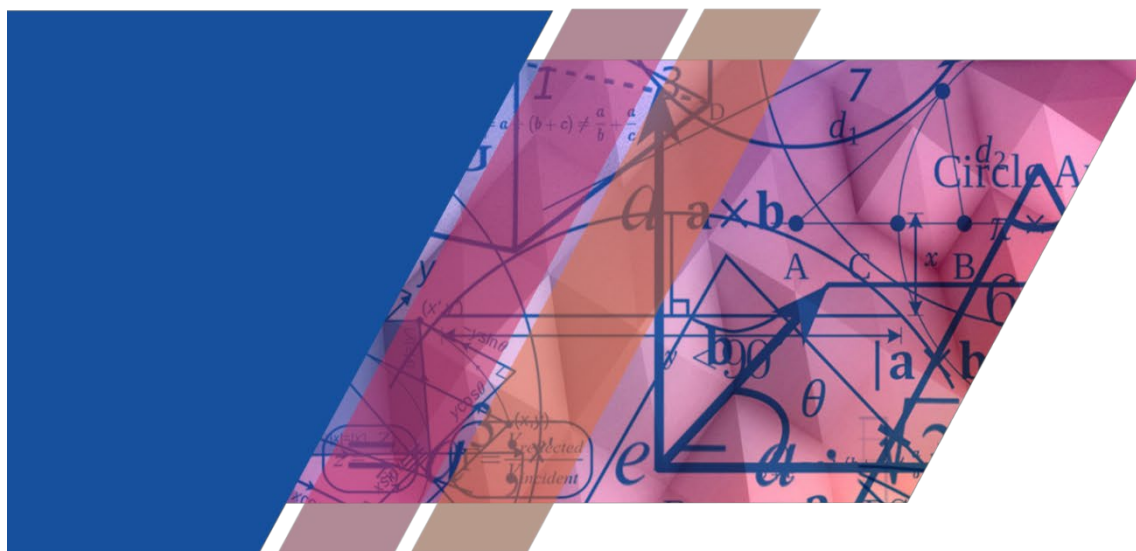




# Секция 1

## Эвристические технологии в обучении математике



## ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

Божко Вера Геннадиевна,  
доцент,

e-mail: [verco1@yandex.ru](mailto:verco1@yandex.ru)

ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический  
университет», г. Луганск, РФ



**Аннотация.** В статье рассматривается роль комбинаторных задач в математической подготовке будущих учителей начальных классов. Автор подчеркивает, что решение такого типа задач способствует формированию математической грамотности, необходимой для осуществления основных видов профессиональной деятельности обучающихся; содействует повышению профессионально-педагогической и математической культуры личности, что в условиях аксиологического подхода в образовании приобретает особую значимость.

**Ключевые слова:** комбинаторные задачи, учитель начальных классов, математическая подготовка, эвристический потенциал, аксиологическая составляющая.



В силу многопрофильности своей педагогической деятельности педагоги начального образования призваны закладывать основы общей эрудированности обучающихся младшего школьного возраста. Преподавание математики в начальных классах приобретает особое значение, поскольку именно на этой образовательной ступени создается база математических знаний и умений, необходимых для успешного овладения учащимися точными науками на последующих уровнях образования. В то же время, как показывают проводимые нами наблюдения и опросы, более 70% первокурсников направления подготовки «Педагогическое образование», профиль «Начальное образование» не обладают необходимым объемом знаний для освоения математики на университетском уровне; более 80% студентов испытывают в дальнейшем затруднения при изучении таких дисциплин как «Математика» и «Методика преподавания математики в начальной школе», более 50% выпускников проявляют слабый интерес к дальнейшему совершенствованию своего математического мышления и повышению уровня преподавания в начальной школе. Все это актуализирует необходимость

усиления математической подготовки будущих учителей начальных классов в вузах, предъявляет высокие требования к их профессиональному становлению и определяет пути повышения эффективности формирования у них математической компетентности.

Вопросы профессиональной подготовки будущих учителей начальных классов достаточно подробно рассмотрены в работах Н.Я. Виленкина, Г.Д. Гусева, В.А. Далингера, А.В. Мудрик, Т.К. Смыковской, И.Н. Разливинских и др. Н.Я. Виленкин исследовал вопросы введения в школьный математический курс элементов комбинаторики, математической логики [2; 3]. В изысканиях И.Н. Разливинских уделяется внимание математической компетентности как неотъемлемой части общей культуры будущих учителей начальных классов [6].

Целью статьи является рассмотрение эвристического потенциала комбинаторных задач в математической подготовке будущих учителей начальных классов, поскольку именно комбинаторные задачи имеют наиболее тесную связь с практической деятельностью обучающихся.

Человек постоянно попадает в ситуации планирования своей деятельности, выбора и принятия оптимального решения, его изменения в зависимости от внешних обстоятельств. Более успешно это будет делать индивид с развитым комбинаторным мышлением, способный высказывать гипотезы и реально их подтверждать. В связи с этим становится очевидной необходимость включения комбинаторных знаний и умений в интеллектуальный багаж каждого современного человека. Поэтому элементы комбинаторики входят в содержание начального общего образования и соответственно в содержание математического высшего образования как важная составляющая математической культуры обучающихся. Согласно рабочим программам по математике для студентов направления подготовки «Педагогическое образование», профиль «Начальное образование» изучение раздела «Элементы комбинаторики» следует сразу за изучением раздела «Множества», это обусловлено тесной связью ключевых понятий данных тем.

В математической энциклопедии под классическими комбинаторными задачами понимают «задачи выбора и размещения элементов конечного множества, имеющих в качестве исходного некоторую формулировку развлекательного содержания типа головоломок» [4, с. 971]. Как математики, так и дидакты, обсуждая проблему обучения поиску решения задач, подчеркивают важность анализа и синтеза, подводят эту проблему к необходимости формирования мыслительной операции прогнозирования [1]. Прогнозирование для них связано, прежде всего, с приобретением опыта решения задач, интуицией, умением мыслить творчески.

Понятно, что все разнообразие комбинаторных задач не может составить предмета для вузовского изучения. А рассмотрение отдельных

задач не сможет составить у студентов полного представления об этом разделе математики. Поскольку основной дидактической целью включения комбинаторики в содержание высшего математического образования является формирование таких качеств мышления как критичность, гибкость, системность, дивергентность, а также активизация их познавательной деятельности, желательным будет ознакомить обучающихся с комбинаторными способами и средствами решения задач, которые находят широкое применение в повседневной жизни, науке, производстве.

Отметим, что согласно федеральной рабочей программе по математике для 1-4 классов не отводится время на изучение основных комбинаторных понятий, в учебниках математики под редакцией М.И. Моро включено небольшое количество комбинаторных задач (отмечены как задачи «Повышенной сложности»), но не показаны способы их решения, даже не указывается их название.

При опросе практикующих учителей начальных классов в 90% случаях выяснилось, что педагоги не помнят даже слова «комбинаторика» и не знают отличительных особенностей «комбинаторных задач», не говоря уже о способах их решения.

Согласно УМК «Перспектива» на изучение основных понятий комбинаторики отводится 3 урока во втором классе [5]. Далее понятия расширяются и углубляются. В учебниках математики для 1-4 класса не только представлены комбинаторные задачи, но и рассматриваются способы их решения.

Чтобы качественно обучить младших школьников решению комбинаторных задач, учитель сам должен быть готов к их решению, обладать соответствующими знаниями и умениями. Особое внимание при изучении раздела «Комбинаторика» на занятиях по математике с будущими учителями начальных классов следует обратить на «неформальные» способы решения комбинаторных задач – способ системного перебора, графический способ, применение комбинаторных правил сложения и умножения.

Наибольшую сложность в процессе решения любой текстовой задачи, в том числе и комбинаторной, представляет перевод текста с естественного языка на математический. Чтобы облегчить эту процедуру, строят вспомогательные модели – деревья логических возможностей, таблицы и др.

В алгоритме решения комбинаторных задач необходимо учитывать и создавать важный ценностный аспект – обучение математическому моделированию как умение интерпретировать какой-либо реальный процесс на математическом языке. Тезис о том, что математика занимается изучением математических моделей реальных процессов, находит постоянное подтверждение. Математической моделью текстовой задачи является выражение (либо запись по действиям), если задача решается

арифметическим методом, и уравнение (либо система уравнений), если задача решается алгебраическим методом.

Комбинаторные задачи позволяют применять различные способы осуществления системного перебора, при этом студент может выбрать тот, который является наиболее удобным в определенной конкретной задаче и соответствует его индивидуальным особенностям. То есть каждое действие обучающихся не регламентируется, ему отводится роль не исполнителя, а человека, самостоятельно принимающего решения, думающего, как лучше выполнить нужное. Так, с первых задач перед студентами возникает проблема изображения получаемых комбинаторных объектов. Сначала для этого применяют схематические рисунки, а затем переходят к использованию условно-символических обозначений (таблиц, графов). Конечное и небольшое количество элементов в комбинаторных задачах и использование способа перебора дает возможность организовать элементарную исследовательскую деятельность, в процессе которой обучающиеся экспериментируют, наблюдают, сопоставляются полученные факты.

Целесообразность обучения этому комбинаторному способу продиктована познавательными и дидактическими особенностями, его эффективностью как с психологической стороны (развитие мышления), так и с точки зрения расширения познавательных возможностей.

*Пример.* Встретились 10 человек, и каждый пожал руку каждому? Сколько рукопожатий было сделано?

Решение.

*1 способ.* Непосредственный перебор (системный).

Для удобства пронумеруем каждого человека и будем составлять пары: 1-2, 1-3, ...; 2-3, 2-4, ...; ...; 9-10.

Всего 45 рукопожатий.

*2 способ.* С помощью комбинаторных правил.

Первого человека для рукопожатия можно выбрать 10 способами, а второго уже 9. По правилу умножения получаем 90 пар, но среди них будут одинаковые (например, 1-2, 2-1), поэтому результат надо разделить на количество всех перестановок, то есть на  $2! = 2$ . Получаем  $90:2 = 45$  рукопожатий.

*3 способ.* С помощью графа (дерево логических возможностей). Как и при первом способе удобно пронумеровать людей. Тогда первый человек пожмет руки каждому, получится 9 рукопожатий. Второму человеку уже не надо жать руку первому (они уже поздоровались), значит у него будет 8 рукопожатий. И так далее. Изображая каждый такой случай, будем получать деревья такого вида (см. рис. 1).

Всего будет  $9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 45$  рукопожатий.

Аксиологическая составляющая комбинаторной деятельности предполагает повышение мотивации студентов к углублению и расширению своих знаний об объекте изучения. Это вызывает у них

потребность дополнять заданные цели обучения новыми, что действительно соответствует высокому творческому уровню активности. Такой уровень предполагает желание студентов понять сущность изучаемых явлений и использовать новые приемы мышления для преодоления трудностей, а также наличие способности вносить элементы новизны в выполнение учебных заданий. Творческая активность влияет и на эмоциональную включенность в процесс познания: вызывает позитивно-эмоциональное состояние, радость от открытия нового. Важно придавать процессу решения комбинаторных задач проблемный характер, вырабатывать у обучающихся аналитико-синтетические умения, способность к теоретическим обобщениям.

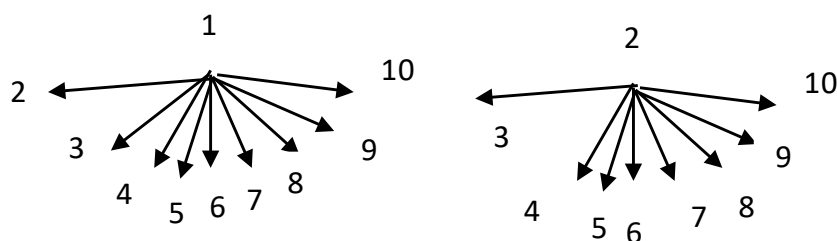


Рисунок 1 – Дерево логических возможностей (1 и 2 человек)

*Пример.* В предвыборной кампании за две одинаковые должности соревнуются 6 кандидатов. Каждый избиратель должен занести в бюллетень или одного кандидата, или двух. Сколькими способами могут быть заполнены бюллетени?

Решение. Если выбирать в бюллетене одного кандидата, то это можно сделать 6 способами. Если выбирать двух кандидатов, то это можно сделать по правилу умножения с учетом того, что порядок выбора не важен  $(6 \cdot 5) : 2 = 15$  способами. Поскольку выбирают или одного, или двух кандидатов, то по правилу сложения получаем  $6 + 15 = 21$  способ заполнения бюллетеня.

Формулировка большинства комбинаторных задач имеет практическую направленность и тесную связь с жизнью. Именно в таком преобразовании теоретических основ и воплощении их в реальной жизненной ситуации заключается эвристический и ценностный потенциалы задач такого типа. Студенты, осознавая метапредметность таких знаний и умений, будут целенаправленно подходить к изучению математики. Их познавательные мотивы (учебно-познавательные, интеллектуально-личностные, творческо-поисковые, мотивы самообразования и самосовершенствования) изменяются в положительном направлении в процессе изучения математики, поскольку в достаточной мере насыщены элементами творчества. Таким образом, решение комбинаторных задач способствует формированию математической грамотности, необходимой для осуществле-

ния основных видов профессиональной деятельности будущих учителей начальных классов; содействует повышению профессионально-педагогической и математической культуры личности, что в условиях аксиологического подхода в образовании приобретает особую значимость.

### Литература

1. Болтянский, В. Г. Как учить поиску решения задач / В.Г. Болтянский, Я.И. Груденов // Математика в школе. – 1988. – № 1. – С. 8-15.
2. Виленкин, Н. Я. Современные проблемы школьного курса математики и их исторические аспекты / Н.Я. Виленкин // Математика в shk. – 1988. – №4. – С. 7-14.
3. Виленкин, Н. Я. Популярная комбинаторика / Н.Я. Виленкин. – Москва: Наука, 1975. – 208 с.
4. Математическая энциклопедия: В 5 т. / Под ред. И.М. Виноградова. – Москва: Советская энциклопедия, 1979. – Т.2. – 2000 с.
5. Петерсон, Л.Г. Математика. 2 класс. Часть 3 / Л.Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2013. – 112 с.
6. Разливинских, И. Н. Формирование математической компетентности будущих учителей начальных классов в процессе профессиональной подготовки в вузе : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Ирина Николаевна Разливинских; Челябинский государственный университет. – Челябинск, 2011. – 24 с.



## HEURISTIC POTENTIAL OF COMBINATORIAL TASKS IN THE MATHEMATICAL TRAINING OF FUTURE PRIMARY SCHOOL TEACHERS

**Bozhko Vera**

**Abstract.** The article examines the role of combinatorial tasks in the mathematical training of future primary school teachers. The author emphasizes that the solution of this type of tasks contributes to the formation of mathematical literacy, necessary for the implementation of the main types of professional activities of students; contributes to the improvement of professional, pedagogical and mathematical culture of the individual, which in the context of an axiological approach in education acquires special importance.

**Keywords:** *combinatorial tasks, primary school teacher, mathematical training, heuristic potential, axiological component.*



## ЭВРИСТИЧЕСКИЕ КРУЖКИ ПО МАТЕМАТИКЕ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ<sup>1</sup>

Гончарова Ирина Владимировна,  
кандидат педагогических наук, доцент,  
e-mail: i.goncharova@donnu.ru

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ



**Аннотация.** Статья посвящена проблеме организации эвристических кружков по математике в качестве пропедевтики эвристической деятельности школьников 5-6 классов в условиях цифровой трансформации образования. Для обучения школьников поколения Z эвристическим приемам актуальным является переход к созданию цифровых занятий эвристического кружка. Описан опыт конструирования занятий такого кружка студентами Донецкого государственного университета – будущими учителями математики и информатики – в трех специализированных конструкторах iSpring Suite, Online Test Pad и CORE.

**Ключевые слова:** *внеклассная работа по математике, эвристический кружок по математике, эвристики, эвристические приемы, цифровизация образования, цифровое обучение, технологии эвристического обучения математике.*



В настоящее время усилилось внимание к проблеме развития творческой личности обучающегося, к его творческим способностям и умениям применять математику в жизни. Федеральный государственный образовательный стандарт ориентирован на становление личностных характеристик выпускника: «креативный и критически мыслящий, активно и целенаправленно познающий мир, осознающий ценность образования и науки, труда и творчества для человека и общества» [4]. Для реализации этого важным становится не сам по себе объем математических знаний, который получает выпускник, а умение применять его в динамично меняющейся повседневной практической деятельности, требующей полученные знания пополнять, расширять и совершенствовать. Поэтому следует формировать и развивать эвристические умения – умения осуществлять целенаправленный поиск решения нестандартной задачи путем использования эвристических приемов. Формирование эвристических умений происходит в процессе организации учителем

---

<sup>1</sup> Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)



эвристической деятельности, которая предполагает включение в содержание обучения разнообразных эвристик и создание специальных условий для развития обучающихся при решении эвристических задач.

Проблеме развития учащихся благодаря реализации эвристических идей в обучении математике уделяли внимание Г.Д. Балк, Ю.М. Колягин, Т.Н. Миракова, В.Н. Осинская, Е.Е. Семенов, Е.И. Скафа и др. Воплощение эвристических идей в обучение во внеклассной работе по математике можно найти в работах Г.Д. Балка, Ю.А. Паланга, Н.Ю. Ротанёвой, Е.И. Скафы и др. Но вот работ, посвященных созданию цифровых образовательных ресурсов для ознакомления с эвристическими приемами на занятиях математического кружка или факультатива совсем мало.

Эвристические факультативы были введены как одна из основных форм для специального и целенаправленного формирования эвристических умений обучающихся, их могут посещать все желающие [2]. С целью пропедевтики эвристических факультативов в 7-11 классах мы рассматриваем такую форму внеурочной работы по математике, как эвристические кружки в 5-6 классах [1].

Эвристический кружок по математике – это математический кружок для школьников 5-6 классов, представленный в виде занятий, построенных по принципу обучения конкретному эвристическому приему на основе системы эвристически-ориентированных задач, предлагаемых из разных тем курса математики, доступных школьникам данной возрастной группы [9]. На каждом занятии такого кружка обучающиеся изучают определенный эвристический прием и решают задачи на его применение.

Математический кружок является наиболее распространенной формой внеклассной работы. Отличие кружков от факультативов состоит, прежде всего, в их целях: кружки предполагают наличие у обучающихся первоначального интереса к математике, которую они должны развивать, а условия факультативов – наивысшей степени заинтересованности в обучении математике – познавательного интереса. Поэтому необходимо приложить максимум усилий организовывая математические кружки для учащихся 5-6 классов, чтобы начальное, ситуативное любопытство впоследствии закрепилось и переросло в устойчивый интерес к математике, чтобы как можно больше учащихся захотели и смогли посещать уже с 7 класса эвристические факультативы.

Одно из основных методических требований к содержанию такого кружка должно соответствовать своему прямому назначению – формированию эвристических приемов – в процессе овладения содержанием эвристического кружка учащиеся овладевают соответствующими приемами эвристической деятельности.

В эвристическом обучении математике на кружковых занятиях содержание расширяется и углубляется путем включения в него специальных эвристических задач, поиск которых связан с использованием определенного перечня эвристик. Их использование способствует формированию учебно-познавательной эвристической деятельности

учащихся, что, в свою очередь, способствует формированию эвристических приемов. Включение в содержание задач на использование всевозможных эвристик позволяет заложить основы глубокого понимания изучаемого материала, что, безусловно, будет способствовать развитию интеллекта и творческой активности обучающихся.

Организационные формы занятий эвристического кружка по математике для обучающихся 5-6 классов отображены в таблице 1.

Таблица 1 – Организационные формы занятий эвристического кружка по математике для обучающихся 5-6 классов

<i>Структура занятия кружка</i>	<i>Длительность по времени (мин.)</i>	<i>Методическая цель</i>
I. Организационный момент. Мотивация	2	Концентрация внимания, интерес к изучению материала, ознакомление с целями занятия
II. Изложение основного материала (эвристическое погружение)	30	Знакомство с определенным эвристическим приемом
III. Десятиминутка	8	Снятие напряжения, отдых
IV. Подведение итогов занятия	2	Обсуждение с целью закрепления материала, подведение итогов занятия
V. Рефлексия	2	Выяснение эмоционального состояния учащихся, заинтересованности в занятии

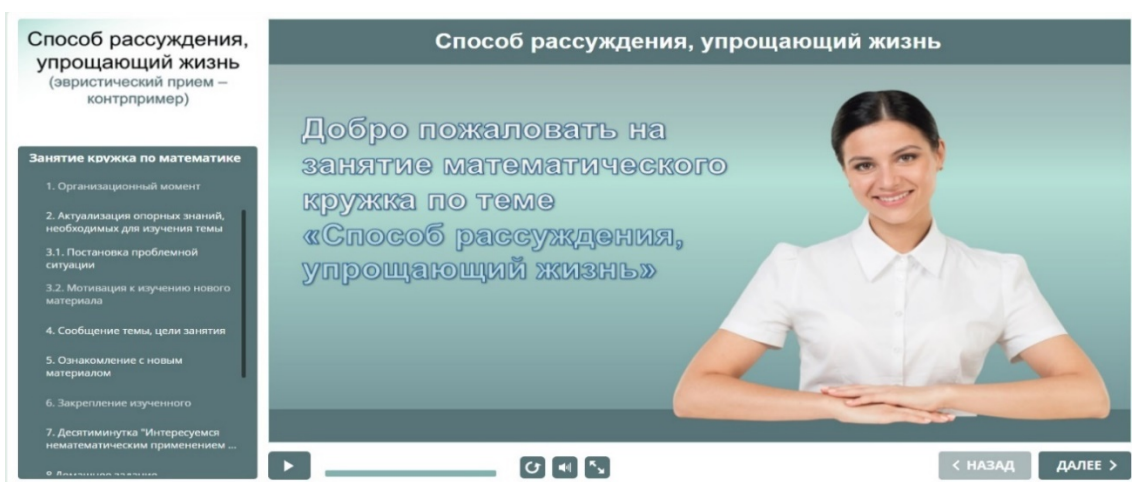
С появлением цифровых инструментов и платформ образование вырвалось за пределы традиционных классов, охватив находящихся на огромных географических расстояниях учеников и преодолев барьеры времени и ресурсов. От онлайн-курсов и виртуальных классов до интерактивных мультимедийных ресурсов – цифровое обучение открыло мир возможностей для преподавателей и обучающихся. Сила цифрового обучения заключается в его способности персонализировать образование, удовлетворяя уникальные потребности и предпочтения отдельных учащихся.

В условиях цифровой трансформации математического образования актуальным становится создание цифровых образовательных ресурсов, в частности создание электронных эвристических кружков по математике.

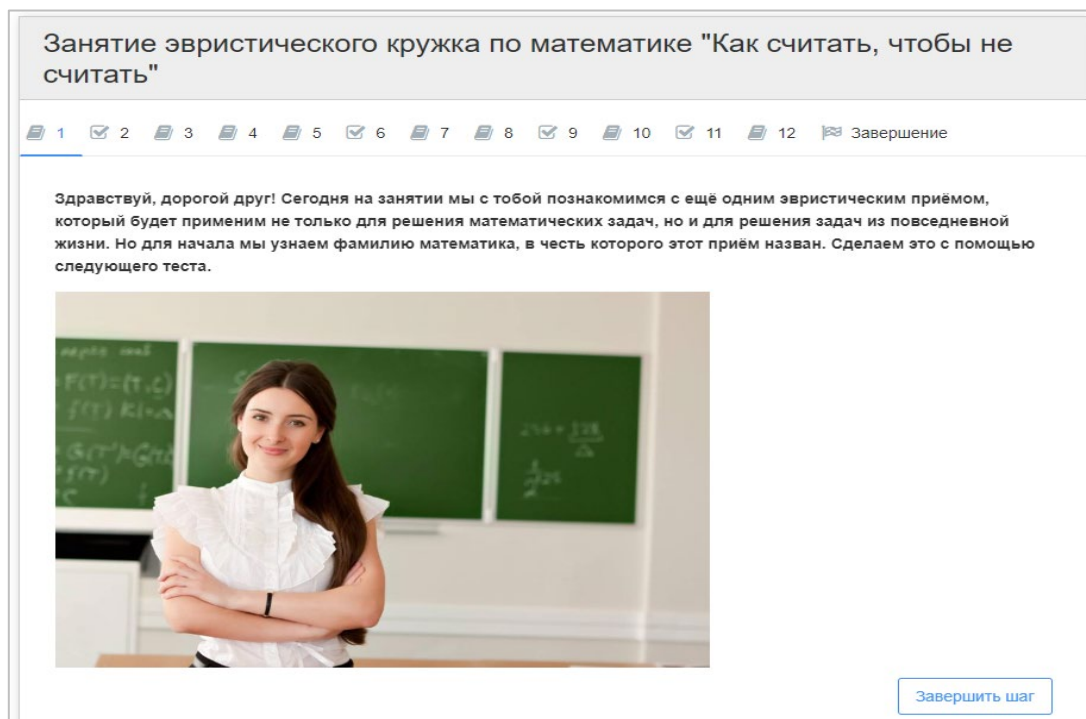
Как отмечает Е.И. Скафа [8], для обучения современных школьников эвристическим приемам современный учитель математики сам должен уметь организовывать учебно-познавательную эвристическую деятельность, создавать эвристико-дидактические конструкции для организации индивидуальной познавательной деятельности обучающихся, овладеть

идеологией эвристического обучения математике [6; 7; 9], развить ИКТ-компетентность как основу цифровой грамотности обучающихся [5].

Так с 2021 по 2023 гг. в Донецком государственном университете студенты направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (Профиль подготовки: Математика и информатика) в процессе изучения дисциплины «Внеклассная работа по математике» в рамках индивидуального задания разрабатывают электронные занятия эвристических кружков по математике в профессиональном конструкторе iSpring Suite (рис. 1), с 2023 года в конструкторе Online Test Pad (рис. 2), а с 2024 года – на онлайн-платформе конструирования образовательных материалов CORE (Construct Online Resources for Education) (рис. 3).



*Рисунок 1 – Фрагмент электронного занятия эвристического кружка, разработанного в программе iSpring Suite*



*Рисунок 2 – Фрагмент электронного урока на платформе Online Test Pad*

Последняя платформа позволяет создавать учителям образовательные материалы онлайн, делиться ими с учениками, отслеживать выполнение заданий и анализировать результаты обучения [3].

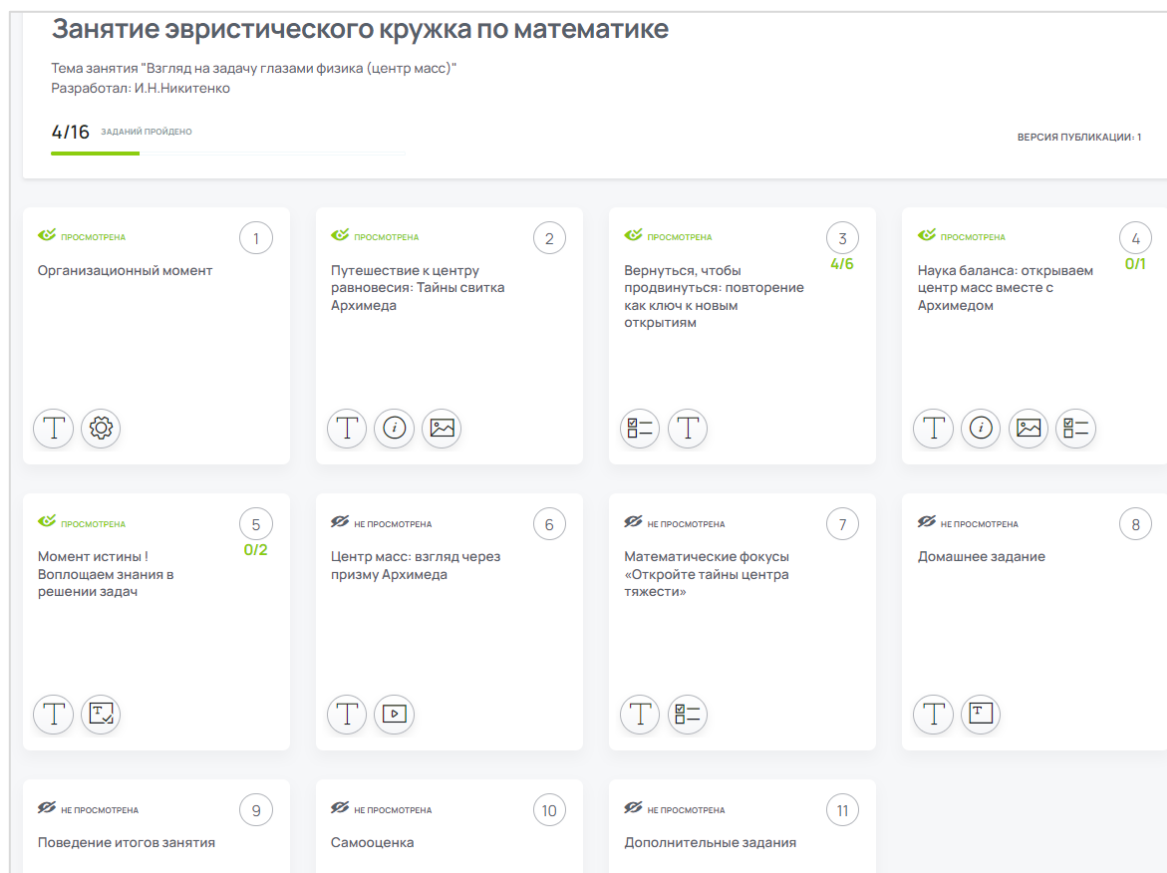


Рисунок 3 – Фрагмент электронного занятия эвристического кружка, разработанного на онлайн-платформе CORE

Несмотря на единые требования к структуре занятия эвристического кружка по математике:

- организационный момент,*
- мотивация к изучению нового материала (постановка проблемной ситуации),*
- актуализация знаний и умений учащихся для сознательного усвоения нового материала,*
- ознакомление с эвристическим приемом,*
- закрепление изученного, десятиминутка,*
- постановка домашнего задания,*
- подведение итогов занятия, рефлексия,*

внешне электронные занятия получились разными, у каждого свои особенности с учетом возможностей самих платформ.

На каждом представленном фрагменте электронного занятия эвристического кружка можно увидеть, как отображается структура занятия:

– в уроке, разработанном в iSpring Suite, структура занятия представлена на боковой панели плеера слева (см. рис. 1);

– в уроке, разработанное в конструкторе Online Test Pad, сверху выделяются учебные блоки, соответствующие этапам занятия (см. рис. 2);

– в уроке, разработанном на онлайн-платформе CORE отображаются отдельные блоки, показывающие его структуру (см. рис. 3).

Из трех конструкторов мы отдаем предпочтение Core – эффективному инструменту, как для дистанционного, так и для смешанного обучения. Интерфейс платформы интуитивно понятен.

Преимуществом также является то, что можно в онлайн-режиме оценивать, насколько успешно справились обучающиеся с заданием и видеть всю статистику по классу. В уроки можно добавлять разные виды заданий. На наш взгляд, Core – это средство, позволяющее конструировать онлайн-уроки с использованием широкого спектра интерактивных материалов, что делает обучение интересным и понятным.

Таким образом, правильная организация учебного процесса на кружковых занятиях по математике отвечает основной цели обучения математике – созданию учащимися личного опыта в изучении математики и получении основного продукта деятельности посредством приобретенных приемов эвристической деятельности, что способствует формированию творческой личности ученика на определенном этапе его развития. А благодаря адаптивным технологиям обучения обучающиеся могут начать персонализированное обучение, получая персонализированный контент и поддержку. В результате обучение становится более интересным, интерактивным и эффективным.

### **Литература**

1. Гончарова, И.В. Рабочая тетрадь для эвристического кружка по математике: пособие для учащихся / И.В. Гончарова, Е.С. Чудопал. – Донецк: ДонНУ, 2012. – 72 с.

2. Гончарова, И.В. Эвристический факультатив по математике: Рабочая тетрадь для учащихся 11 кл. профильного уровня / И.В. Гончарова, Ю.В. Пустовая; под ред. проф. Е.И. Скафы. – Донецк: Изд-во «Ноулидж» (донецкое отделение), 2014. – 180 с.

3. Жажкова, Н.С. Использование онлайн-платформы CORE для организации дистанционного и смешанного обучения / Н.С. Жажкова // Сборник статей Всероссийской научно-практической конференции. – Петрозаводск, 2023. – С. 169-175.

4. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 19.03.2024 № 171 «О внесении изменений в некоторые приказы Министерства просвещения Российской Федерации, касающиеся федеральных образовательных программ начального общего образования, основного общего образования и среднего общего образования» (Зарегистрирован 11.04.2024 № 77830). <https://edsoo.ru/wp->

content/uploads/2024/03/prikaz-ministerstva-prosveshheniya-rossijskoj-federaczii-№-110-ot-19.02.2024.pdf

5. Роберт, И.В. Дидактика эпохи цифровых информационных технологий / И.В. Роберт // Профессиональное образование. – 2019. – № 3. – С. 16–26.

6. Скафа, Е.И. Как изменяется методическая компетентность учителя математики в цифровую эпоху? / Е.И. Скафа // Человеческий капитал. – 2021. – №12 (156), том 2. – С. 71–78. DOI: 10.25629/НС.2021.12.44

7. Скафа, Е.И. Организация проектно-эвристической деятельности будущих учителей математики по созданию мультимедийных средств обучения / Е.И. Скафа // Информатика и образование. – 2021. – № 5. – С. 59–64. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-5-59-64.

8. Скафа, Е.И. Подготовка будущего учителя математики: от овладения эвристическими приемами к организации проектно-эвристической деятельности / Е.И. Скафа // Эвристическое обучение математике: Труды VI Международной научно-методической конференции (Донецк, 21–23 декабря 2023 г.); под общей ред. проф. С.В. Беспаловой, проф. А.А. Русакова, проф. Е.И. Скафы. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2023. – С. 75-82.

9. Скафа, Е.И. Технологии эвристического обучения математике: учебное пособие / Е.И. Скафа, И.В. Гончарова, Ю.В. Абраменкова. – 2-е изд. – Донецк: ДонНУ, 2019. – 220 с.



## HEURISTIC CIRCLES IN MATHEMATICS IN THE CONDITIONS OF DIGITALIZATION OF EDUCATION Goncharova Irina

**Abstract.** The article is devoted to the problem of organizing heuristic circles in mathematics as propaedeutics for the heuristic activity of 5-6 grade schoolchildren in the conditions of digital transformation of education. To teach students of generation Z heuristic methods, the transition to the creation of a digital busy heuristic circle is relevant. The construction experience of such a circle by students of Donetsk State University – future teachers of mathematics and computer science – in three constructors iSpring Suite, Online Test Pad and CORE is described.

**Keywords:** *extracurricular work in mathematics, heuristic circle in mathematics, heuristics, heuristic methods, digitization of education, digital training, technologies of heuristic teaching of mathematics.*



## О ПРОЕКТИРОВАНИИ ВВОДНОГО ЭЛЕКТРОННОГО УРОКА ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЭВРИСТИКИ В РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ» НА ПЛАТФОРМЕ CORE<sup>2</sup>

**Гончарова Ирина Владимировна,**  
*кандидат педагогических наук, доцент,*  
*e-mail: [i.goncharova@donnu.ru](mailto:i.goncharova@donnu.ru)*

**Ерошенко Елизавета Владимировна,**  
*студент,*  
*e-mail: [yeroshenko03@internet.ru](mailto:yeroshenko03@internet.ru)*

**ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ**



**Аннотация.** В последние годы всё более актуальным становится вопрос о подготовке студентов – будущих учителей математики, способных обучать «цифровое» поколение, особенно студентов-заочников. Будущий учитель математики, овладев эвристическими приемами, способен организовывать самостоятельный поиск новых закономерностей, руководить развитием математической интуиции, знакомить обучающихся с эвристическими приемами. Для изучения студентами-заочниками дисциплины «Эвристики в решении математических задач» нами разрабатывается одноименный электронный курс. В статье говорится о проектировании вводного электронного урока дистанционного курса «Эвристики в решении математических задач», описываются его структурные этапы и используемые онлайн-платформы при его разработке (*CoreApp, Genially, Гугл Формы*).

**Ключевые слова:** «цифровое» поколение, эвристические приемы, электронный курс, дистанционный курс, вводный урок, онлайн-платформа *CoreApp*, онлайн-сервис *Genially*.



В наше время всё более актуальным становится вопрос о подготовке студентов – будущих учителей, способных обучать школьников поколения Z («цифрового» поколения). Работа учителя усложняется и связано это с особенностями мышления представителей данного поколения. «Цифровое» поколение обладает клиповым мышлением, поверхностным стилем мышления и неспособностью устанавливать причинно-следственные связи. Всё это ведет к слабому развитию самостоятельности мышления.

---

<sup>2</sup> Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

Поэтому учителю, в частности учителю математики, необходимо не только давать ученику систему математических фактов, но и организовывать самостоятельный поиск новых закономерностей, руководить развитием математической интуиции, знакомить с эвристическими приемами, которые не зависят от того, к какому разделу школьной программы относится тот или иной учебный материал [2, 4, 5].

Таким образом, чтобы будущий учитель математики смог обучать современных школьников эвристическим приемам, ему самому необходимо овладеть данными приемами. Е.И. Скафа эвристические приемы определяет, как «особые приемы, составляющие поисковые стратегии и тактики, определяющие самое общее направление мысли, сформированные в ходе решения одних задач и более или менее сознательно переносящиеся на другие» [4, 5].

Целенаправленное овладение эвристическими приемами студентами – будущими учителями математики происходит в рамках изучения дисциплины «Эвристики в решении математических задач», которая изучается студентами на втором курсе бакалаврской программы подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (Профиль: Математика и информатика). В связи с этим существует проблема, с которой сталкиваются преподаватели вузов, – контролирование и стимулирование деятельности студентов заочной формы обучения в изучении дисциплины. Поэтому возникает необходимость в разработке специального средства для развития эвристических приемов мыслительной деятельности у студентов-заочников.

На наш взгляд, этим средством способен служить электронный курс. По словам А.Г. Широколобовой, Ю.С. Ларионовой, А.С. Березиной [7] он позволяет формировать навыки самообразования – студент сам планирует свое учебное время в течение семестра, имеет возможность выполнить весь необходимый объем заданий к сессии, задать вопросы преподавателю во встроенном форуме. Электронный курс позволяет повысить мотивацию обучающихся, так как они имеют возможность видеть свою успеваемость (получить допуск к зачету или экзамену в электронной обучающей системе) и тем самым оптимизировать учебный процесс.

Существует большое количество доступных платформ для разработки курсов. Проанализировав их, мы считаем, что лучшее средство по их разработке – это онлайн-платформа CoreApp [3].

Таким образом, в рамках дипломного проекта поставлена цель создать электронный курс для обучения будущих учителей математики эвристическим приемам на онлайн-платформа CoreApp (в рамках дисциплины «Эвристики в решении математических задач»).

Мы выстроили структуру для курса, сопоставив учебные занятия по изучаемой дисциплине с пятью технологическими блоками для



конструирования системы занятий эвристического факультатива (вводная часть, основная часть, тренинг, контроль, рефлексия) [1].

Первое занятие курса – это вводный электронный урок. Вводный урок – это урок или часть урока, на котором перед обучающимися ставится учебная задача, то есть демонстрируется несовершенство старого, освоенного способа действий и начинается поиск нового способа действий, подходящего к поставленной задаче [8].

Дадим определение вводного электронного урока. Вводный электронный урок – это урок в электронном формате, который служит для ознакомления обучающихся с основными аспектами предстоящего обучения, а именно, с содержанием курса, его структурой, целями и задачами, ожидаемыми результатами.

По словам И.И. Хализова [6], главная задача, которую необходимо достичь преподавателю в ходе проведения вводного занятия – установление психоэмоциональной связи с обучаемыми. От того, насколько качественно получится её выстроить, во многом будет зависеть отношение студентов к предмету изучения и к преподавателю в ходе всего курса занятий.

Вводный урок готовит студентов к осознанному усвоению содержания курса, пониманию его ведущих идей, раскрывает практическое значение, возбуждает интерес и желание изучать содержание курса. Уроки эти по своей структуре просты, так как не требуют ни проверки знаний, ни закрепления.

При разработке электронного вводного урока мы закладываем в него следующие структурные элементы: приветственное слово; цель и задачи изучения курса; мотивация к изучению курса; актуализация знаний и умений обучающихся; рекомендованная литература (рис. 1).

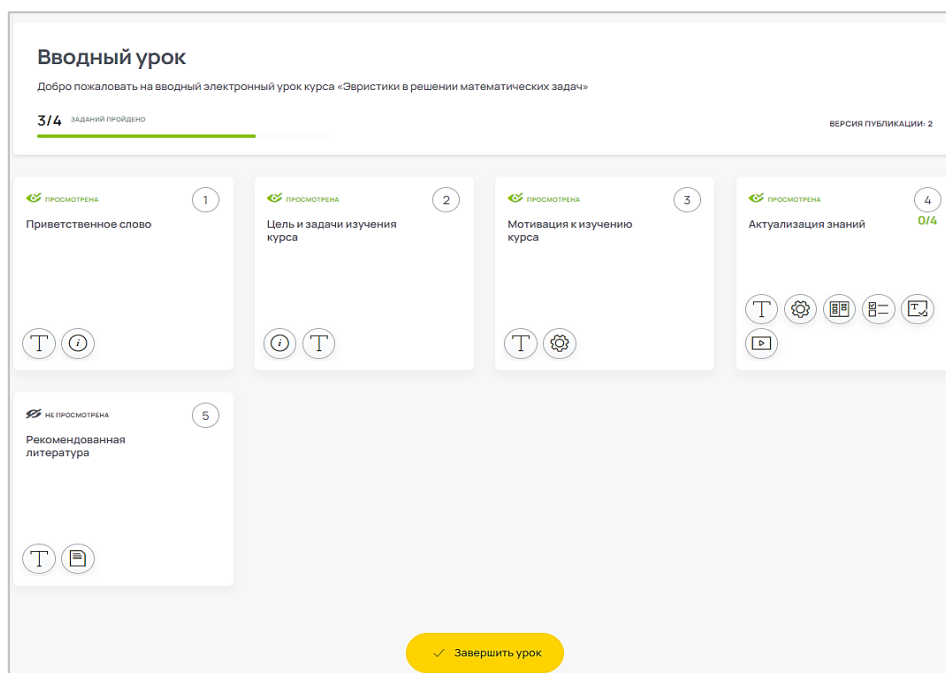


Рисунок 1 – Структура вводного урока на онлайн-платформе CoreApp

Приветственное слово начинается с цитаты математика Дж. Пойа. Объясняется необходимость изучения эвристических приемов и раскрывается содержание курса (рис. 2).

Цель и задачи изучения курса представлены так, как и в рабочей программе по учебной дисциплине «Эвристики в решении математических задач» (рис. 3).

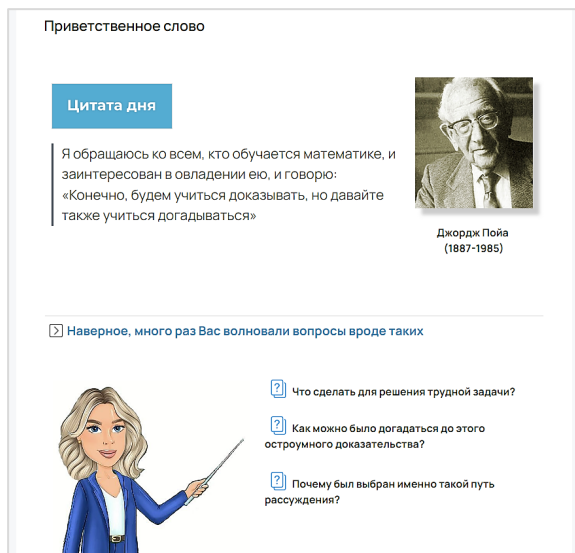


Рисунок 2 – Фрагмент вводного урока: приветственное слово

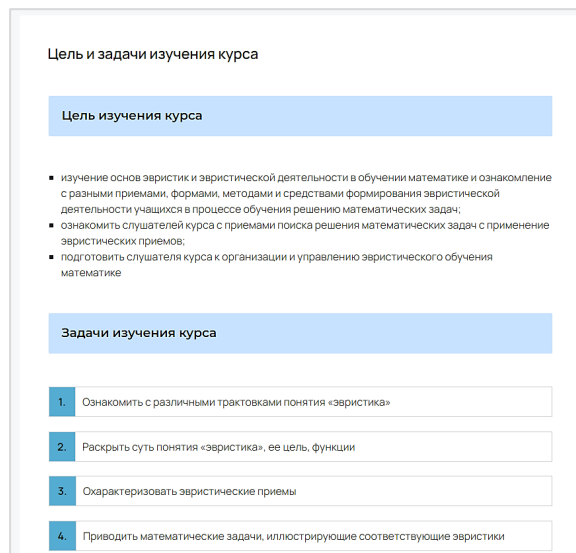


Рисунок 3 – Фрагмент вводного урока: цель и задачи изучения курса

Формирование мотивов изучения курса является первой и самой главной задачей вводного урока. В данном уроке используется два способа формирования мотивации к обучению – это проблемная ситуация, которая создается с помощью постановки проблемной задачи, и исторические сведения. Студентам предлагается представить ситуацию, что им необходимо решить следующую задачу (рис. 4). Далее объясняется, что решение этой задачи с помощью вычислительных средств – это нерационально и представляется её решение с использованием эвристического приема «инверсия». Исторические сведения представлены как лента времени с помощью онлайн-сервиса *Genially* (рис. 5).

Актуализация опорных знаний и умений студентов, необходимых для изучения курса, осуществляется с помощью опроса «Что Вы знаете об эвристиках?» через *Гугл Формы* и нецениваемого теста (рис. 6). Также студентам предлагается посмотреть советский мультипликационный фильм «Коля, Оля и Архимед».

Рекомендованная литература представлена в электронном вводном уроке как основная, и как дополнительная (рис. 7). По большей части она содержит статьи из журналов: «Квант», «Математика в школе», «Дидактика математики: проблемы и исследования». Перечисленная литература доступна для скачивания, так как она размещена на онлайн-платформе CoreApp и на Яндекс Диске.

Мотивация к изучению курса

Представьте такую ситуацию: Вам необходимо решить следующую задачу

**Задача**

Найти значение выражения:  
 $x^4 + 0,39x^3 - 0,61x^2 + 2x - 0,22$  при  $x = 0,61$

Скорее всего Вы решите данную задачу с помощью вычислительных средств

Но это нерационально

Применим такой эвристический прием, как инверсия к решению нашей задачи

Решение

Рисунок 4 – Фрагмент вводного урока: мотивация к изучению курса

Если Вам интересно, то можете ознакомиться с историческими сведениями

**Развитие эвристики в обучении математике**

III век н.э. П. Александрийский

XVIII - XIX вв. В. Больцано и Г. Гельмгольц

XX - XXI вв. Е.Е. Семенов, Н.В. Метельский

III век до н.э. Евклид

XVII - XVIII вв. Р. Декарт и Г. Лейбниц

XIX - XX вв. Ш. Лезан, Д. Пуанкаре, Л. Ларсон

genially

← Предыдущая страница | Содержание | Следующая страница →

Рисунок 5 – Исторические сведения

**Задание 3**

Укажите эвристический приём, основанный на установлении соответствия между элементами двух множеств, согласно которому в совокупности из  $n$  множеств, содержащих более  $N$  элементов, есть хотя бы одно множество, содержащие не менее двух элементов

выражение одной переменной через другую

классификация

синтез

Правильный ответ принцип Дирихле

Рисунок 6 – Фрагмент вводного урока: актуализация знаний

Рекомендованная литература

Ознакомьтесь с приведенным списком литературы и обязательно сохраните его у себя, так как он поможет Вам подготовиться к зачёту

**Основная литература**

1. Балк М.Б. Поиск решения: научно-популярная лит-ра / М.Б.Балк. Г.Д.Балк. – Москва: Дет. лит., 1983. – 143 с.

2. Миракова Т.Н. Развивающие задачи на уроках математики в V-VIII классах: пособие для учителя / Т.Н.Миракова. – Львов: Журнал «Квантор», 1991. – 96с.

Рисунок 7 – Фрагмент вводного урока: рекомендованная литература

Таким образом, вводное занятие является начальным этапом преподавания конкретной дисциплины. С него начинается знакомство с конкретной областью научного знания и его спецификой, формирование представлений студентов о направлениях предстоящей деятельности и вообще установление взаимодействия между педагогом и коллективом студентов. Благодаря возможностям онлайн-платформы CoreApp нам удалось создать такой урок, который способен заменить традиционное (аудиторное) занятие.

### Литература

1. Гончарова, И.В. Этап «погружения» учащихся в эвристическую деятельность на факультативных занятиях по математике / И.В. Гончарова // Материалы VI международной научной интернет-конференции «Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе», Москва, 11–12 декабря 2020 г. – Москва : Изд-во МПГУ, 2021. – С. 51-59.
2. Дзюба, Т.И. Анализ педагогических проблем поколения Z / Т.И. Дзюба, Е.С. Ермолаева. – Текст: электронный // Актуальные исследования. – 2024. – № 23(205). – URL: <https://apni.ru/article/9541-analiz-pedagogicheskikh-problem-rokoleniya-z> (дата обращения 26.11.2024).
3. Ерошенко, Е.В. Опыт разработки одного урока математики в трех образовательных онлайн-конструкторах / Е.В. Ерошенко // Математика в профессиональной деятельности : Материалы VI междунар. студенческой научно-практической конференции, Донецк, 15 мая 2024 г. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2024 – С. 118-123.
4. Скафа, Е.И. Подготовка будущего учителя математики: от овладения эвристическими приемами к организации проектно-эвристической деятельности / Е.И. Скафа // Материалы VI международной научно-методической конференции «Эвристическое обучение математике», Донецк, 21–23 декабря 2023 г.; под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой, проф. А.А. Русакова, проф. Е.И. Скафы. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2023. – С. 75-82.
5. Скафа, Е.И. Технологии эвристического обучения математике: учебное пособие / Е.И. Скафа, И.В. Гончарова, Ю.В. Абраменкова. – 2-е изд. – Донецк : ДонНУ, 2019. – 220 с.
6. Хализов, И.И. Вводное занятие в системе педагогических технологий / И.И. Хализов // Вестник науки. – 2019. – № 10(19). – С. 32-37.
7. Широколова, А.Г. Использование технологий e-learning в организации самостоятельной работы по иностранному языку студентов заочной формы обучения / А.Г. Широколов, Ю.С. Ларионова, А.С. Березина // Филологические науки. Вопросы теории и практики. – 2019. – №3. – С. 353-358.
8. Школа Ливингстон [Электронный ресурс] / Типы уроков. – Режим доступа : <https://livingstonschool.ru/typy-urokov/>. – Загл. с экрана. – Дата обращения: 26.11.2024.



**ON DESIGNING AN INTRODUCTORY ELECTRONIC LESSON  
OF THE DISTANCE COURSE «HEURISTICS IN SOLVING  
MATHEMATICAL PROBLEMS» ON THE CORE PLATFORM  
Goncharova Irina, Eroshenko Elizaveta**

*Abstract.* In recent years, the issue of training students - future mathematics teachers capable of teaching the «digital» generation, especially correspondence students, has become increasingly relevant. A future mathematics teacher, having mastered heuristic techniques, is able to organize an independent search for new

patterns, manage the development of mathematical intuition, and introduce students to heuristic techniques. We are developing an electronic course of the same name for correspondence students to study the discipline «Heuristics in solving mathematical problems». The article discusses the design of an introductory electronic lesson for the distance learning course «Heuristics in solving mathematical problems», describes its structural stages and the online platforms used in its development (CoreApp, Genially, Google Forms).

**Keywords:** «digital» generation, heuristic techniques, electronic course, distance course, introductory lesson, online platform CoreApp, online service Genially.



## **НАСТАВНИЧЕСТВО КАК ПРИЕМ ПОВЫШЕНИЯ МОТИВАЦИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ**

**Гречников Федор Васильевич,**  
*научный руководитель СамНЦ РАН, академик РАН,*  
*доктор технических наук,*  
*e-mail: [fvgr48@mail.ru](mailto:fvgr48@mail.ru)*

*ФГУН «Самарский федеральный исследовательский центр РАН»,*  
*г. Самара, РФ*

**Клентак Людмила Стефановна,**  
*кандидат педагогических наук, доцент,*  
*e-mail: [liudmila\\_klentak@mail.ru](mailto:liudmila_klentak@mail.ru)*

*ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П.Королева», г. Самара, РФ*

**Грачев Сергей Игоревич,**  
*магистрант,*  
*e-mail: [Grachevlts@gmail.com](mailto:Grachevlts@gmail.com)*

*ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет»,*  
*г. Самара, РФ*

**Клентак Анна Сергеевна,**  
*кандидат технических наук, доцент,*  
*e-mail: [anna\\_klentak@mail.ru](mailto:anna_klentak@mail.ru)*

*ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П.Королева», г. Самара, РФ*



**Аннотация.** В статье рассматривается наставничество как взаимодействие и сотрудничество людей одного поколения. Примером в данном случае может являться наставничество в паре ученик-ученик или

студент-студент. Описан пример использования наставничества как прием обучения математическим дисциплинам в вузе и средней школе.

**Ключевые слова:** математические дисциплины, прием обучения – наставничество, наставник.



Прошедший 2023 год был объявлен Президентом России В.В. Путиным годом наставника. Именно, наставничество на современном этапе играет ключевую роль в подготовке кадров. Необходимо использовать этот прием и в процессе обучения математическим дисциплинам.

Остановимся на истории вопроса. Как отмечает С.Г. Антипов: «Наставничество как межпоколенная трансляция включает в себя консультирование молодого специалиста и формирование у него устойчивой нравственной гражданской позиции» [1]. Мы частично согласны с ним, однако рассматриваем наставничество не только как «межпоколенную трансляцию», но и как взаимодействие и сотрудничество людей одного поколения, например, среди коллег, студентов, учеников и т.д. [2].

Как считала Екатерина Великая «не столько учить детей, сколько им нужно дать охоту, желание и любовь к знанию, дабы сами искали умножать свое знание» [4].

Считаем, что ученикам, студентам легче задать вопрос своему сверстнику – однокласснику, однокласснику, чем преподавателю.

Институт наставничества, который активно осуществлялся в Советском Союзе достаточно подробно рассмотрела Н.С. Смольникова в работе [5]. Она пишет, что передача результатов деятельности «осуществляется чаще всего индивидуально, но всегда при помощи общества и его посредников» [5].

По мнению Н.С. Смольниковой, «взаимодействие между субъектом и объектом наставничества реализуется в процессе воспитательно-педагогической деятельности» [5]. Мы поддерживаем ее точку зрения.

На наш взгляд, при выполнении домашних контрольных работ необходимо один вариант давать двум разным обучающимся, один из которых сможет выполнять роль наставника. И это не значит, что один решит и даст списать второму. Екатерина Великая отмечала, что наставники («приставники») должны были быть «осторожными, воздержанными, иметь любовь к детям и зрелый рассудок» [4].

В процессе выполнения расчетно-графических работ (РГР) в вузе или контрольных работ (КР) в средней школе они сотрудничают: общаются, сравнивают промежуточные результаты, чтобы затем с уверенностью продолжить дальнейшее решение РГР или КР. Стоит отметить, что наставником может быть не столько отличник, сколько трудолюбивый, ответственный, любознательный и любящий математику ученик или студент. Чтобы заинтересовать, замотивировать обучающихся – наставников, они будут получать две оценки за работу. Первая отметка –

за правильность выполнения своей работы и устной ее сдачи, а вторая будет ставиться после отчета по работе подшефного ученика или подшефного студента из пары. Насколько хорошо будет подготовлен к ответам на вопросы преподавателя подшефный обучающийся, такова и оценка наставника. Авторами статьи использовался следующий прием: подшефный обучающийся отвечает на балл выше своей обычной успеваемости, тогда наставник получает «пять» за дополнительную работу, проведенную с подшефным. Однако, прежде ученик-наставник или студент-наставник сами оценивают работу своего подшефного. Они пишут рецензию на работу и ответы своего подшефного, которую сдают учителю в средней школе или преподавателю в вузе.

Стоит также отметить добровольность назначения наставника. Чаще всего отличники не хотят браться за наставничество, считая эту работу ненужной повинностью. А вот ребята, у которых четвертная оценка в школе пограничная: четыре-пять или в вузе хотят иметь за экзамен «пять», но не совсем уверены в своих силах, с удовольствием берутся за эту работу. Студентов-наставников можно стимулировать еще и снятием части программного материала по данной теме с зачета или с экзамена и проставлением за эту часть теории заработанной отметки. Это удобно делать, если вопросы в билете запланированы по темам РГР. Чаще всего в семестре запланировано по две РГР. Если экзамен по дисциплине устный, то обычно в билет входит два устных вопроса и задача. Таким образом, студент-наставник, может получить по зачету или экзамену «полуавтомат»: устные вопросы оцениваются отметками, полученными наставником в течение семестра. Стоит отметить, что авторы статьи использовали этот прием при работе, как в средней школе, так и в вузе [3].

При работе в средней школе нагрузка учителя одного из авторов статьи включала в себя преподавание математики в 4-ых и 7-ых классах. К концу первой четверти учитель выявляла учеников, желающих и способных стать наставниками для других школьников. Учащиеся седьмых классов стали наставниками учеников 4-ых и 7-ых классов, а учащиеся четвертых – только наставниками в 4-ых. Стоит, однако, отметить, что данная работа увеличила соответственно трудоемкость работы преподавателя. Вместе с тем, положительным стало то, что в классе, где работали обучающиеся-наставники значительно повысилась успеваемость и улучшилось качество знаний.

В вузе же обучающиеся-наставники выявляются после нескольких проведенных самостоятельных работ и устных бесед с отобранными студентами (примерно, в течении месяца).

Третий автор статьи при изучении на втором курсе дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» прошел практику использования приема «Наставничество» в качестве подшефного в паре. Обучаясь затем в магистратуре, он выбрал себе подшефного среди

одного группников и использует прием «Обучение через наставничество» уже при изучении естественнонаучных дисциплин. Также успешно используется прием обучения «Наставничество» авторами статьи при проведении практики студентов вуза [3].

В заключении отметим, что наставничество как прием повышения мотивации при обучении математическим и естественнонаучным дисциплинам играет одну из ключевых ролей, обеспечивая тем самым повышение успеваемости и качества знаний.

### Литература

1. Антипин, С.Г. Традиции наставничества в истории отечественного образования: дис. канд. пед. наук: 13.00.01 / Антипин Сергей Георгиевич. Нижний Новгород, 2011. – 170 с.

2. Гречников, Ф. В. Наставничество как форма совершенствования образовательных возможностей подготовки кадров / Ф.В.Гречников, А. С. Клентак, Л. С. Клентак // Материалы XXIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным средствам (ВМСППС 2023), 4-10 сентября 2023 г., Дивноморское, Краснодарский край. – Москва : Изд-во МАИ, 2023. – С. 620-622.

3. Клентак, А.С. Об опыте наставничества при проведении учебной практики студентов на предприятии / А.С.Клентак, Ф.В. Гречников, Л.С. Клентак // Известия Самарского научного центра РАН. Социальные, гуманитарные, медико-биологические науки, 2023. – Т.25. – № 93. – С. 20-28.

4. Острогорский, А. Наша учащаяся молодежь / А. Острогорский // Образование. – 1894. – №1. – С. 45-53.

5. Смольникова, Н. С. Наставничество как социальный институт коммунистического воспитания: дис. ... канд. фил. наук: 09.00.02 / Смольникова Нина Сергеевна. Свердловск, 1984. – 160 с.

---

### MENTORING AS A METHOD OF INCREASING MOTIVATION IN TEACHING MATHEMATICAL DISCIPLINES

Grechnikov Fedor, Klentak Lyudmila,  
Grachev Sergey, Klentak Anna

*Abstract.* The article considers mentoring as the interaction and cooperation of people of the same generation. An example in this case may be mentoring in a student-student or student-student pair. An example of the use of mentoring as a method of teaching mathematical disciplines in higher education and secondary school is described.

*Keywords:* mathematical disciplines, teaching methods – mentoring, mentor.

---



## ПРИМЕНЕНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ ВО ВНЕУРОЧНОЙ ПОДГОТОВКЕ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ

Григорьева Оксана Юрьевна,  
кандидат педагогических наук, доцент,  
e-mail: [grigoreva\\_oy@altspu.ru](mailto:grigoreva_oy@altspu.ru)

ФГБОУ ВО «Алтайский государственный педагогический  
университет», г. Барнаул, РФ

Мадияров Куан Галымович,  
учитель математики,

e-mail: [kuan.mad@mail.ru](mailto:kuan.mad@mail.ru)

Школа-лицей № 37 г. Астана, Казахстан



**Аннотация.** Данная статья посвящена современной методике подготовки учеников школ к математическим олимпиадам с использованием эвристических технологий. Разработанная методика включает в себя задачи с открытым концом, эвристические вопросы, а также применение инфокоммуникационных технологий (далее - ИКТ).

**Ключевые слова:** задачи с открытым концом, олимпиады по математике, эвристические технологии, ИКТ, проблемное обучение.



Для качественной подготовки учащихся к математическим олимпиадам необходимо иметь аналитический склад ума, высокий уровень самоорганизации и полная вовлеченность к предмету [1]. Традиционные методы подготовки в школах Казахстана делают основной упор на заучивании алгоритмов решений, однако это не позволяет учащимся раскрыть свой творческий потенциал. Задачи с открытыми концами и аналитическими обсуждениями могут обеспечивать развитие способностей к самостоятельному поиску правильных решений [2].

Основной целью научной работы является разработка и апробация методики организации внеурочной работы для учащихся в 8-9 классах, а также 10-11 классов естественно-математического направления для подготовки к олимпиадам по математике с применением эвристических технологий.

В 1960-е годы в Казахстане начали зарождаться олимпиады, которые ставят своей целью - выявление талантливых и одаренных учащихся [3]. За последние 10 лет вырос интерес к олимпиадам благодаря внедрению

цифровых платформ на международном уровне (например, PISA), которые гораздо упрощают доступ к международным конкурсам, а также на межрегиональном уровне (например, КИО – Казахстанские интеллектуальные олимпиады).

Составные элементы методики представлены на рис. 1.

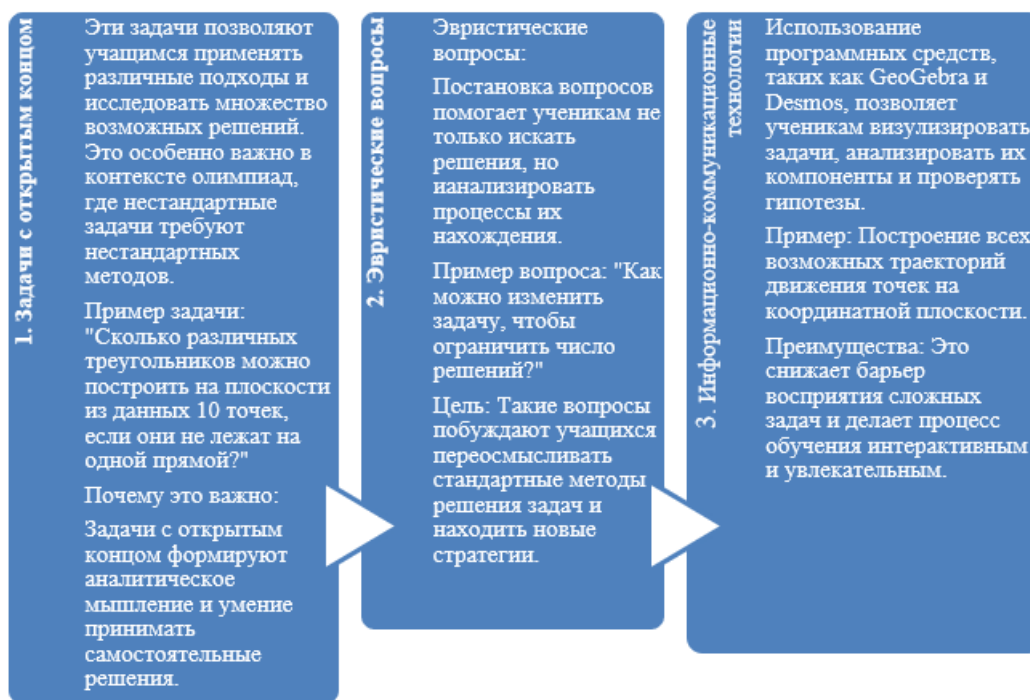


Рисунок 1 – Составные элементы методики

Алгоритм реализации методики представлен на рис. 2.

Средние баллы на входе и выходе у обеих групп представлены на рис. 3.

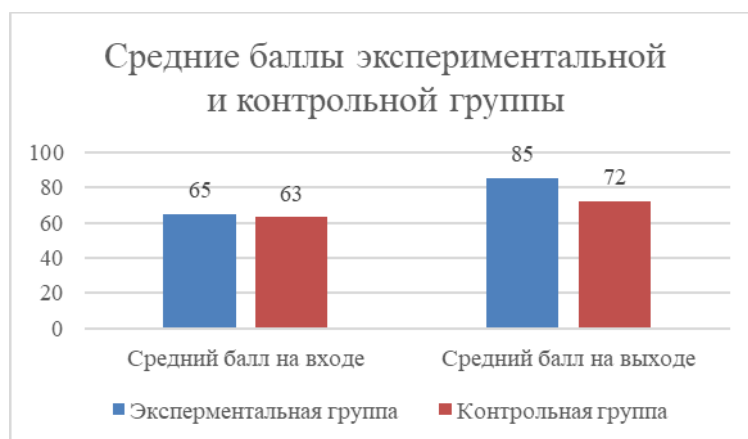
Данный эксперимент проводился в течение 2023-2024 гг. на базе школы-лицея г. Астана № 37. В эксперименте участвовало 60 учащихся. Учащиеся были разделены на 2 группы: экспериментальную – 30 учащихся и контрольную – 30 учащихся. Экспериментальная группа обучалась в течении года по разработанной методике, которая включала в себя задачи с открытым концом, эвристические вопросы, а также использовали ИКТ. Контрольная группа обучалась в традиционном формате.

*Методика проведения анализа.* Использовали U-критерий Манна-Уитни для оценки различий в итоговых результатах у контрольной и экспериментальной группы. Результаты:  $U=84,0$  и  $p=0,011$ . Наблюдались статистически значимые различия. Для анализа связи между уровнем интереса к предмету, который оценивался с помощью анкетирования, а также итоговыми результатами у учащихся. С помощью анкетирования выявлен рост интереса к математике на 45% интереса у учащихся экспериментальной группы. У учащихся, использующих ИКТ выявлено

лучшее понимание сложных геометрических задач, а именно на 20% больше, чем у контрольной группы. Полные результаты анкетирования изображены на рис. 4.



*Рисунок 2 – Алгоритм реализации методики*



*Рисунок 3 – Средние баллы двух групп на входе и выходе*

Интерес к предмету	Восприятие методики	Самооценка прогресса
<ul style="list-style-type: none"><li>• До начала эксперимента только 40% учащихся экспериментальной группы указали, что им интересна математика (оценка <math>\geq 4</math>). После завершения эксперимента этот показатель вырос до 85%.</li><li>• В контрольной группе изменения были менее значительными (с 42% до 50%)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 90% учеников экспериментальной группы отметили, что задачи с открытым концом помогают лучше понять материал.</li><li>• 80% оценили использование ИКТ как полезный инструмент для визуализации решений.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 85% участников экспериментальной группы отметили, что стали более уверенными при решении задач.</li><li>• В контрольной группе таких учеников оказалось только 55%</li></ul>

Рисунок 4 – Результаты анкетирования

Прирост для экспериментальной и контрольной групп вычислялся составил: 30% – для экспериментальной группы и 14% – для контрольной группы, что в 2 раза ниже, чем у экспериментальной группы. Вычисляется для экспериментальной группы следующим образом:  $\text{Прирост, \%} = \frac{(85-65)}{65} \times 100 \approx 30\%$ . Соответственно для контрольной группы вычисляется аналогичным образом:  $\text{Прирост, \%} = \frac{(72-63)}{63} \times 100 \approx 14\%$ .

*Выводы.* Под влиянием разработанной методики у учащихся вырос уровень знаний и наблюдалось развитие аналитического мышления. При использовании ИКТ у учащихся наблюдалось повышение интереса к предмету. Таким образом, задачи с открытым концом и эвристические вопросы позволили учащимся научиться находить нестандартные решения и самостоятельно формулировать гипотезы. Цель эксперимента достигнута.

### Литература

1. Байгушева, И.А. Математическая подготовка как компонент формирования профессиональной компетентности экономиста / И.А. Байгушева // Преподаватель XXI век. – 2013. – № 3. – С. 63-71.
2. Власов, Д.А. Возможности математических дисциплин для организации воспитательного процесса в рамках подготовки студентов-экономистов / Д.А. Власов, А.В. Синчуков // Гуманитарные исследования Центральной России. – 2020. – № 3(16). – С. 79-85.
3. Syurmen, M. General principles of training physics olympic students / M. Syurmen // Vestnik Kazakh National University. – 2019. – № 4. – С. 12-18.
4. Keldibekova, A., Mambetakunov, E., Babaev, D., Kaldybaev, S. Theoretical Foundations of Organizing and Preparing Schoolchildren for Mathematical Olympiads. In: Anti-Crisis Approach to the Provision of the Environmental Sustainability of Economy. June 2023. DOI: 10.1007/978-981-99-2198-0\_10.

—•••••—

## EXTRACURRICULAR WORK OF STUDENTS TO PREPARE FOR MATHEMATICS OLYMPIADS USING HEURISTIC TECHNOLOGIES

Grigoreva Oksana, Madiyarov Kuan

**Abstract.** This article is devoted to the modern methods of preparing school students for mathematical Olympiads using heuristic technologies. The developed methodology includes open-ended problems, heuristic questions, and the use of information and communication technologies (hereinafter referred to as ICT).

**Keywords:** *open-ended problems, mathematics olympiads, heuristic technologies, ICT, problem-based learning.*

—•••••—

## ЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КАК МЕТОДЫ ПОИСКА РЕШЕНИЯ НЕСТАНДАРТНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

**Капкаева Лидия Семеновна,**

*доктор педагогических наук, профессор,*

*e-mail: [lskapkaeva@mail.ru](mailto:lskapkaeva@mail.ru)*

**Сальникова Анна Сергеевна,**

*аспирант,*

*e-mail: [a.novi4kova@mail.ru](mailto:a.novi4kova@mail.ru)*

**ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический  
университет имени М. Е. Евсевьева», г. Саранск, РФ**

—•••••—

**Аннотация.** В статье рассмотрена методика работы с нестандартной математической задачей по геометрии для учащихся 9 класса. Представленная методика основана на эвристических методах решения задач.

**Ключевые слова:** *нестандартные задачи, методика работы с задачей, эвристики, эвристическая беседа, эвристические методы решения задач.*

—•••••—

Современное школьное математическое образование нацелено на развитие различных универсальных учебных действий, в том числе личностных. Одним из векторов обучения математике является смыслообразование, то есть самостоятельный поиск смысла и значения учения для конкретного ученика. Таким образом, школьник должен самостоятельно «открывать» интересное для себя знание. Считаем, что именно по этой причине сегодня эвристические методы обучения являются одними из часто используемых методов на уроках математики.

Под эвристическими методами обучения математике понимают некоторые специальные методы, которые используют при открытии нового знания [1]. В книге «Методика обучения математике в средней школе» профессора Г.И. Саранцева можно найти и другие трактовки эвристики. В контексте нашей статьи будем использовать следующее определение: эвристика (эвристические методы) – любой совет для поиска решения определенной задачи.

Мы рассмотрим некоторые эвристические методы решения задач на примере нестандартной геометрической задачи, которую мы предлагаем на интенсивных профильных математических сменах центра выявления и поддержки одарённых детей и молодёжи Пензенской области «Ключевский» учащимся 9 класса при изучении темы «Вписанные четырехугольники. Степень точки». Нестандартная задача – задача, для решения которой недостаточно применить известный алгоритм, а необходимо придумать уникальный, нестандартный метод решения.

**Задача.** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  из угла  $A$  проведено основание биссектриса  $AL$  (рис. 1). На боковой стороне  $BC$  и основании  $AC$  отметили внутренние точки  $L$  и  $D$  соответственно так, что  $BL = CD$ . Докажите, что  $BLDA$  – вписанный.

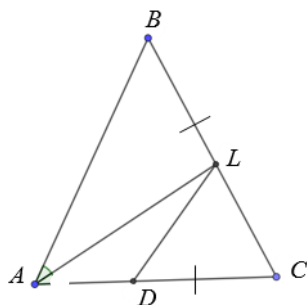


Рисунок 1 – Чертеж условия задачи

Решение.

*1 способ* основан на признаке принадлежности четырех точек одной окружности.

*Признак.* Если точки  $B$  и  $D$  лежат в одной полуплоскости относительно прямой  $AC$ , и точки  $B$  и  $D$  видны из отрезка  $AC$  под одним углом ( $\angle ABC = \angle ADC$ ), то  $A, B, C, D$  принадлежат одной окружности (рис. 2).

1.  $\frac{BL}{AB} = \frac{LC}{AC}$  – по свойству биссектрисы треугольника.

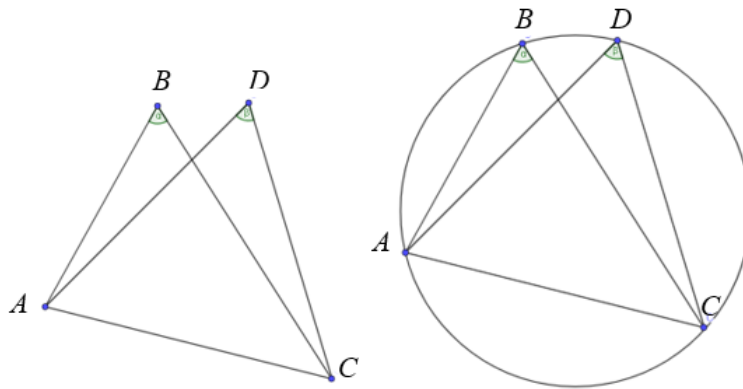
2. Так как  $BL = DC$ , то  $\frac{DC}{AB} = \frac{LC}{AC}$ .

3.  $\angle A = \angle C$ , так как треугольник  $ABC$  равнобедренный.

4. Из условий

$$\angle A = \angle C, \frac{DC}{AB} = \frac{LC}{AC}$$

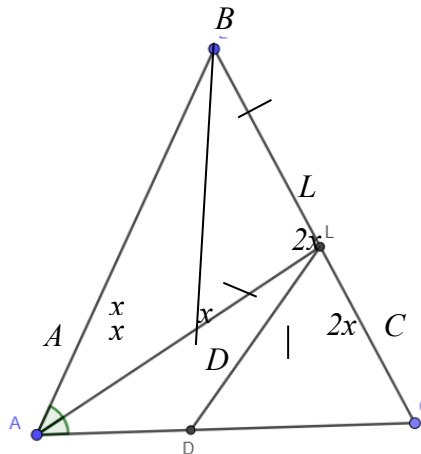
следует, что  $\triangle CLD \sim \triangle ACB$  по двум парам пропорциональных сторон и углу между ними.



*Рисунок 2 – Иллюстрация признака принадлежности четырех точек одной окружности*

5. Из подобия треугольников следует, что  $\triangle DLC$  – равнобедренный, следовательно,  $DL = DC$ ,  $\angle C = \angle L$ .

6. Обозначим  $\angle BAL = x$ . Тогда  $\angle LCD = \angle DLC = 2x$  (рис. 3).



*Рисунок 3 – Продолжение решения задачи*

7.  $\triangle BLD$  – равнобедренный.  $\angle DLC$  – внешний угол для этого треугольника, поэтому  $\angle BDL = x$ .

8.  $\angle BDL = \angle BAL$ , следовательно, четырехугольник  $BLDA$  – вписанный.

Для построения приведенного решения можно использовать следующие эвристические методы [2].

1. «Мозговой штурм». Для начала предлагаем высказать ученикам любые идеи по поиску решения данной задачи. Скорее всего, на данном этапе кто-то из группы выскажет идею решения с помощью признака принадлежности четырех точек одной окружности.

2. Метод анализа условия. Предлагаем ученикам выделить существенные данные в задаче: равнобедренный треугольник, биссектриса. На этом этапе ученики чаще всего также выписывают основные свойства равнобедренного треугольника: углы при основании равны.

### 3. Метод эвристической беседы.

Далее организуем эвристическую беседу по поиску каждого пункта решения задачи.

1). Итак, нам дана биссектриса равнобедренного треугольника, можем ли мы воспользоваться ее свойством?

При ответе на данный вопрос, ученики должны прийти к выводу, что мы можем использовать свойство биссектрисы для произвольного треугольника, так как биссектриса проведена к боковой стороне.

2). В задаче даны некоторые равные отрезки. Как мы можем преобразовать полученное в пункте 1 отношение?

3). В данный момент мы работаем с отношениями. Проанализируйте ранее выписанное свойство равнобедренного треугольника и полученное отношение. Какой вывод вы можете сделать?

На данном этапе ученики находят пару подобных треугольников.

Дальнейшее решение задачи, в большинстве случаев, становится очевидным.

Возникает сложность на этапе доказательства равенства  $\angle BDL = \angle BAL$ . Тогда мы предлагаем воспользоваться методом аналогий, а именно вычленением уже известной с 7 класса задачи о внешнем угле равнобедренного треугольника.

Используя представленную систему эвристических методов, ученики самостоятельно приходят к верному решению нестандартной задачи.

Приведем второй способ решения данной задачи, более рациональный, то есть более лаконичный. Как показывает практика, ученики очень редко приходят к нему самостоятельно. Считаем, что это связано с недостаточностью изученности темы «Степень точки относительно окружности» в школьном курсе.

2 способ решения основан на метрическом критерии вписанности.

Сущность этого критерия заключается в том, что точки  $B, G, H, D$  лежат на одной окружности тогда и только тогда, когда  $CB \cdot CG = CD \cdot CH$  (рис.4).

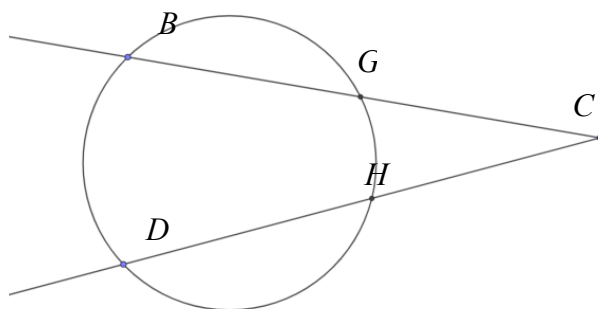


Рисунок 4 – Иллюстрация метрического критерия вписанности



Для решения обратимся к рис. 1.

1.  $\frac{BL}{AB} = \frac{LC}{AC}$  – по свойству биссектрисы треугольника.

2. Так как  $BL = DC$ , то  $\frac{DC}{AB} = \frac{LC}{AC}$ .

3. Из  $\frac{DC}{AB} = \frac{LC}{AC}$  следует (по свойству пропорции)

$$AC \cdot DC = LC \cdot AB$$

4. Так как  $\triangle ABC$  – равнобедренный,  $AB = BC$ . Тогда

$$AC \cdot DC = LC \cdot CB$$

5. Из последнего равенства следует, что четырехугольник  $BLDA$  – вписанный.

Чтобы подвести ко второму способу решения, мы на этапе «мозгового штурма» произносим этот признак. Иногда в группе бывают ученики, которые им владеют. Однако, чаще всего мы организуем отдельное занятие по теме метрического критерия вписанности четырехугольника и предлагаем в конце занятия вернуться к решению представленной задачи.

Итак, на примере рассмотренной нестандартной задачи, мы проиллюстрировали, как можно использовать эвристические методы для поиска решения задачи, как организовать самостоятельную учебно-познавательную деятельность учеников.

### Литература

1. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе. Учеб. пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2002. – 223 с.

2. Скафа, Е.И. Управление проектно-эвристической деятельностью обучающихся основной школы во внеклассной работе по математике / Е.И. Скафа, М.О. Закутаева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 71–79.



## HEURISTIC METHODS AS METHODS OF FINDING A SOLUTION TO A NON-STANDARD GEOMETRIC TASKS

Kapkaeva Lidiya, Salnikova Anna

**Abstract.** The article presents a methodology for working with a non-standard mathematical geometry tasks for 9th grade students. The presented methodology is based on heuristic methods for solving tasks.

**Keywords:** non-standard tasks, methods of working with the task, heuristics, heuristic conversation, heuristic methods of solving tasks.



## ОРГАНИЗАЦИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ 5 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

Капкаева Лидия Семеновна,  
доктор педагогических наук, профессор,  
e-mail: [lskapkaeva@mail.ru](mailto:lskapkaeva@mail.ru)

Пивкина Юлия Александровна,  
преподаватель,  
e-mail: [pivkinay@list.ru](mailto:pivkinay@list.ru)

ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический  
университет имени М. Е. Евсевьева», г. Саранск, РФ



**Аннотация.** В статье рассматривается организация эвристической деятельности учащихся 5 класса при решении межпредметных задач по математике. Приводятся примеры межпредметных задач и вопросы, направляющие поиск решения.

**Ключевые слова:** математика, текстовые задачи, межпредметные задачи, эвристическая деятельность, организация эвристической деятельности.



В современном образовательном процессе важным аспектом становится интеграция предметных знаний, умений и способов действий, что особенно актуально в условиях реализации Федеральных государственных образовательных стандартов основного общего образования. Одним из эффективных способов достижения этой цели является организация эвристической деятельности учащихся при решении межпредметных задач.

Под эвристической деятельностью школьника будет понимать процесс, в ходе которого ученик активно ищет и открывает новые решения, идеи или способы решения задач [3].

Эвристическая деятельность является важным аспектом работы над текстовыми межпредметными задачами, так как они требуют от учащихся не только применения математических знаний, но и интеграции информации из других предметов, таких как биология, география, искусство, история и другие. Такой подход позволяет создавать более целостное восприятие учебного материала, поскольку учащиеся начинают осознавать взаимосвязи между разными областями знаний и видят, как они могут применяться в реальной жизни.

Эвристическая деятельность, предполагающая активное участие обучающихся в процессе поиска решений, формирует у них не только навыки применения математических знаний, но и развивает критическое мышление, творческий подход и умение работать в команде. В 5 классе, когда школьники находятся на этапе становления своей познавательной активности и способности к самостоятельной работе, организация такой деятельности приобретает особое значение [2].

Когда учащиеся занимаются решением межпредметных задач, они активно анализируют данные, выявляют закономерности и создают собственные идеи [1]. Приведем примеры некоторых типов межпредметных задач по математике, решаемых в 5 классе, и вопросы, направляющие поиск их решения.

### ***1. Задачи, интегрирующие знания по математике и биологии***

*Пример 1.* Ученики 5 класса наблюдают за растением, которое растет на 3 см в неделю. Если начальная высота растения составляет 12 см, то какова будет высота растения через 5 недель? Если растение достигнет высоты 30 см, сколько недель нужно, чтобы оно выросло до этой высоты?

Для решения задачи можно организовать эвристическую беседу с учащимися по вопросам:

- Чему равна начальная высота растения?
- Сколько сантиметров растёт растение за одну неделю?
- Если растение растёт на 3 см в неделю, как мы можем рассчитать общий прирост за 5 недель?
- Если начальная высота 12 см и растение вырастет на 15 см, то чему будет равна новая высота?
- Какова максимальная высота, до которой увеличивается растение, согласно условиям задачи?
- Если мы знаем, что конечная высота – 30 см, как мы можем найти, сколько потребуется для этого времени?
- Какие шаги мы должны сделать, чтобы найти, сколько недель нужно растению для достижения этой высоты?

В ходе ответов на эти вопросы выполняются все необходимые действия по решению задачи и записывается ответ.

После решения задачи учащиеся выполняют рефлексию:

- Какие математические операции мы использовали в процессе решения задачи?
- Какие знания по биологии мы получили, решая эту задачу? (Возможны ответы: мы узнали, с какой скоростью может расти растение в неделю; сколько недель нужно, чтобы оно выросло до определенной высоты и т. д.)

Для домашней работы учащимся можно предложить выполнить следующее задание.

*Задание 1.* Понаблюдайте дома, на сколько сантиметров (миллиметров) вырастет за месяц Ваше любимое растение.

**2. Задачи, интегрирующие знания по математике и географии**

*Пример 2.* Ваш класс собирается в туристическую поездку по России. Вы решили посетить три города: Москву, Санкт-Петербург и Казань. Расстояние от Москвы до Санкт-Петербурга составляет 650 км, от Москвы до Казани – 800 км, а от Санкт-Петербурга до Казани – 700 км. Если автобус едет со скоростью 50 км/ч, сколько времени потребуется, чтобы добраться от Москвы до каждого города? Если вы проведете по 2 дня в каждом городе, сколько всего дней займет ваша поездка?

Поиск решения задачи направляется следующими вопросами:

- Какие города вы собираетесь посетить?
- Чему равна скорость автобуса?
- Чему равно расстояние от Москвы до Санкт-Петербурга?
- Чему равно расстояние от Москвы до Казани?
- Чему равно расстояние от Санкт-Петербурга до Казани?
- Какой вид имеет формула для расчета времени в пути, если мы знаем скорость и расстояние?
- Как мы можем рассчитать время, необходимое для поездки от Москвы до Санкт-Петербурга?
- Какое время потребуется для поездки от Москвы до Казани?
- Какое время необходимо для поездки от Санкт-Петербурга до Казани?
- Сколько всего дней вы проведете в трех городах, если в каждом задержитесь на 2 дня?
- Если вы проведете 2 дня в каждом городе, как мы можем посчитать общее время, проведенное в пути?
- Какова общая длительность поездки, включая время в пути и время, проведенное в городах?

В ходе ответов на эти вопросы учащиеся выполняют все необходимые действия и записывают ответ.

Вопросы для рефлексии могут быть следующими:

- Как вы можете проверить свои результаты времени в пути?
- Как быстро можно добраться до каждого города, если изменить скорость автобуса? Как это повлияет на общее время поездки?
- Какие знания по географии вы здесь использовали? (Санкт-Петербург находится к западу от Москвы, а Казань – к востоку, а также расстояния между этими городами)

В качестве домашней работы учащимся можно предложить следующее задание.

*Задание 2.* Используя интернет-источники или дополнительную литературу, узнать, за сколько времени можно доехать от Москвы до Санкт-Петербурга по трассе М-11 «Нева». Сколько километров составляет

протяженность этой трассы и какая разрешенная скорость на ней. Через какие российские регионы проходит эта трасса?

### **3. Задачи, интегрирующие знания по математике и истории**

*Пример 3.* Во время изучения истории Древнего Рима вы узнали, что Колизей был построен в 80 году нашей эры. Если его строительство началось за 8 лет до этого, в каком году началось строительство Колизея, и сколько лет прошло с того момента до 2024 года?

Решение задачи направляется следующими вопросами учителя:

- Какой год упоминается как год окончания строительства Колизея?
- Какое арифметическое действие нужно выполнить, чтобы найти год начала строительства Колизея?
- Что означает «за 8 лет до» в тексте этой задачи?
- После нахождения времени начала строительства Колизея как узнать, сколько лет прошло с того момента до 2024 года?
- Какое действие необходимо выполнить, чтобы определить разницу в годах между двумя установленными годами?

После решения задачи происходит рефлексия:

- Какие знания по истории вы получили в ходе решения этой задачи? (Возможны ответы: мы узнали, в каком году был построен Колизей, сколько лет прошло с момента строительства Колизея до наших дней и др.)
- Можно предложить учащимся выполнить домашнее задание.

*Задание 3.* Используя интернет-источники или дополнительную литературу, узнать, как иначе называли Колизей, для чего и где он был построен, сколько лет строился.

### **4. Задачи, интегрирующие знания по математике и музыке**

*Пример 4.* Класс на уроке музыки изучает три различных темпа: Allegro (быстро, 120 ударов в минуту), Andante (умеренно, 76 ударов в минуту) и Largo (медленно, 60 ударов в минуту). Учитель предлагает сделать 10-минутные фрагменты в каждом темпе. Какое общее количество ударов прозвучит в каждом темпе за 10 минут? Каков общий итог для всех трёх темпов? *Пояснение: темп – мера времени в музыке, упрощённо – «скорость исполнения музыки».*

Чтобы ответить на вопросы задачи, с учащимися можно организовать беседу, направляющую поиск решения:

- Сколько ударов в минуту имеет каждый темп?
- Как много времени будет длиться фрагмент в каждом темпе?
- Какое количество ударов будет в темпе Allegro за 10 минут?
- Какое количество ударов будет в темпе Andante за 10 минут?
- Какое количество ударов будет в темпе Largo за 10 минут?
- Чему равно общее количество ударов для всех трёх темпов?

Для рефлексии можно предложить учащимся ответить на вопрос:

- Какие знания по музыке вы получили в ходе решения этой задачи? (Возможны ответы: мы узнали, что такое темп, какие основные темпы

существуют в музыке, какое количество ударов в минуту имеет каждый темп и т. д.) В качестве домашнего задания можно предложить следующее.

*Задание 4.* Найти из разных источников, какие ещё темпы, кроме перечисленных в задаче, существуют в музыке? Чем отличаются ритм и темп? В чем измеряется темп в музыке? И т. д.

Задавая направляющие вопросы, мы не только помогаем учащимся находить ответы на конкретные задачи, но и развиваем их навыки мышления, анализа и взаимодействия. Такие вопросы помогают учащимся структурировать свои мысли, рассматривать все необходимые процессы в задаче и приводят к полному решению.

Таким образом, организация эвристической деятельности при решении межпредметных задач в 5 классе по математике способствует созданию условий для активного обучения и стимулирует интерес учащихся к учебному процессу, помогая им не только лучше усваивать материал, но и развивать критическое мышление, получать знания не только по математике, но и по другим изучаемым предметам.

### Литература

1. Мерлина, Н.И. Фольклорные и краеведческие математические задачи народов России / Н.И. Мерлина, А.В. Мерлин, С.А. Карташова и др. – Чебоксары : Издательство Чувашского университета, 2012. – 290 с.

2. Саранцев, Г.И. Как сделать обучение математике интересным : книга для учителя / Г.И. Саранцев. – Саранск : МГПИ, 2011. – 160 с.

3. Скафа, Е.И. Эвристическое обучение математике : теория, методика, технология : монография / Е.И. Скафа. – Донецк : Издательство ДонНУ, 2004. – 439 с.

---

**ORGANIZATION OF HEURISTIC ACTIVITY OF 5TH GRADE  
STUDENTS IN THE PROCESS OF SOLVING INTERDISCIPLINARY  
PROBLEMS IN MATHEMATICS**

**Kapkaeva Lidiya, Pivkina Julia**

*Abstract.* The article discusses the organization of heuristic activity of 5th grade students in solving interdisciplinary problems in mathematics. Examples of interdisciplinary tasks and questions guiding the search for a solution are given.

*Keywords:* *mathematics, text tasks, interdisciplinary tasks, heuristic activity, organization of heuristic activity.*

## **«СЕМЬИ» ПОНЯТИЙ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В 7-9 КЛАССАХ**

**Кочагина Мария Николаевна,**  
*кандидат педагогических наук, доцент*  
*e-mail: [kochaginamn@mgru.ru](mailto:kochaginamn@mgru.ru)*

**Шикунова Анастасия Павловна,**  
*студент,*  
*e-mail: [shikunovaanastasia@gmail.com](mailto:shikunovaanastasia@gmail.com)*

**ГАОУ ВО «Московский городской педагогический университет»,  
г. Москва, РФ**



**Аннотация.** В статье представлен вид эвристик – «семей» понятий, описана их роль в обучении поиску решения геометрических задач, в частности задач планиметрии, и приведены примеры их использования, а также описаны методические рекомендации по формированию умения их применять.

**Ключевые слова:** обучение геометрии в школе, эвристики, «семьи» понятий, поиск решения задачи, дополнительные построения.



В методике обучения математике [4] под эвристикой понимается любой способ или прием, который может привести к нахождению решения задачи. По степени обобщенности в методической литературе [2] выделяют специальные эвристики, базовые эвристики, общие эвристики, эвристические приемы.

Термин «семьи понятий» впервые вводит Г.И. Саранцев [4, 5] как особый вид специальных эвристик. Его применение основано на приеме дополнительных построений.

По мере изучения курса геометрии учащиеся знакомятся с различными геометрическими конфигурациями, которые связаны определенными характерными свойствами. Таким образом, если в задаче учащиеся встречаются с отдельными элементами таких конфигураций, то решение может продвигаться путем достраивания до полной конфигурации, которая называется «семьей».

Можно выделить следующие конфигурации («семьи» понятий):

- окружность, касательная к ней и радиус, проведенный в точку касания;
- хорда окружности, перпендикуляр к ней, проведенный из центра окружности, и радиус, проведенный к концу хорды;
- трапеция и ее высоты (особенно полезно в равнобедренной);

- трапеция и отрезок, проведенный через вершину трапеции и параллельный одной из боковых сторон (или диагонали);
- трапеция и пересекающиеся прямые, содержащие боковые стороны трапеции;
- два прямоугольных треугольника с общей гипотенузой и окружность, описанная возле них;
- наклонная, ее проекция на прямую и соответствующий перпендикуляр к прямой;
- описанная окружность, вписанные и центральные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу.

Для формирования умения применять этот вид эвристик учителю следует при первичном применении приема выделять нужную конфигурацию цветом и обсуждать с учащимися, какие факты помогли в решении, обобщать частный случай этой задачи на другие, выделять те моменты, которые не были использованы в решении, но полученная «семья» их предполагает. Ведение отдельной тетради с перенесенными туда чертежами конфигураций и выписанными применяемыми фактами также может помочь в формировании данного умения.

Рассмотрим примеры применения этого вида эвристик.

**Задача 1.** Доказать, что отрезки касательных, проведенных к окружности из одной точки, равны (рис. 1).

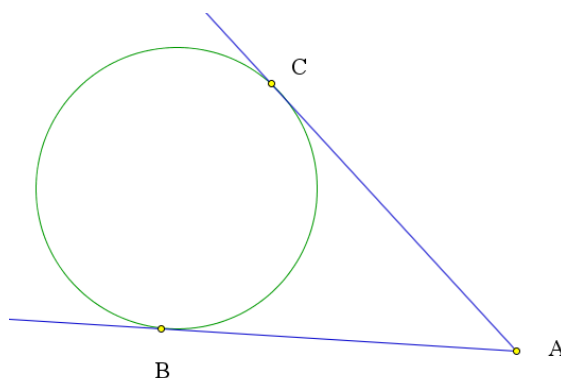
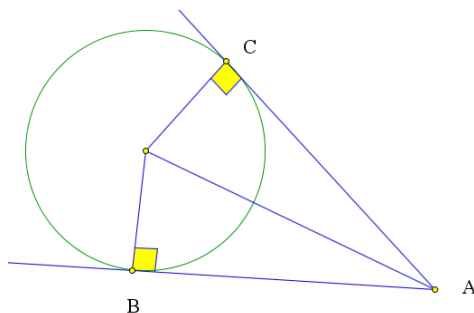


Рисунок 1 – Чертеж к задаче 1

При осуществлении поиска решения задачи с помощью восходящего анализа приходим к необходимости включить указанные отрезки в два треугольника. Найти способ получения этих треугольников помогает эвристика «семьи»: окружность, касательная к ней и радиус, проведенный в точку касания. Добраиваем отсутствующие элементы. При проведении двух радиусов в точки касания окружности образуются прямые углы (рис. 2). Соединив центр окружности с общей точкой касательных, образуются два прямоугольных треугольника. Таким образом, решение задачи сводится к доказательству равенства прямоугольных треугольников (по гипотенузе и катету).



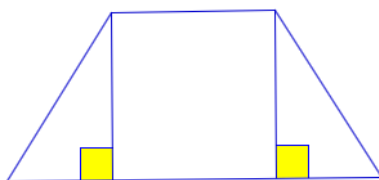


*Рисунок 2 – Чертеж к решению задачи 1*

С целью обучения использованию рассматриваемой эвристики на этапе учебно-познавательного анализа задачи полезно заострить внимание учащихся на том, что помогло в решении. Полезно будет выделить цветом образовавшиеся прямоугольные треугольники. Если заведена отдельная тетрадь, то в качестве домашнего задания можно дать ученикам задание перенести чертеж в тетрадь и записать факт, использовавшийся в доказательстве. Также можно рекомендовать записать следствия из полученного утверждения и его доказательства, которые могут пригодиться при работе с другими задачами. Например, указать, что отрезок, соединяющий центр окружности с точкой пересечения касательных, является биссектрисой образовавшегося угла. Такое задание помогает формировать базовую эвристику – выведение следствий в задаче с уже готовым чертежом [3].

**Задача 2.** Доказать, что в равнобедренной трапеции углы при основании равны.

Эта задача является примером первого применения еще одной эвристики «семьи» понятий – достраивания высот в трапеции (рис. 3).



*Рисунок 3 – Чертеж к решению задачи 2*

Если учитель решит здесь показать работу именно этой эвристики, лучше будет выйти на целесообразность ее применения через эвристическую беседу. Решение задачи сначала сведется к доказательству того, что образовавшийся четырехугольник является прямоугольником, а затем к доказательству равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету. Доказательство равенства остальных двух углов будет следовать из свойств параллельных прямых.

Как и в прошлом примере, после решения данной задачи вновь важно грамотно провести учебно-познавательный анализ и отметить, что при проведении высот в равнобедренной трапеции образуется прямоугольник и два равных прямоугольных треугольника. Однако не стоит обобщать этот

случай для произвольных трапеций: в таком случае треугольники равны не будут (а в прямоугольной трапеции и вовсе образуется один треугольник). Тем не менее, этот прием будет полезен для любых трапеций. В качестве домашнего задания можно предложить учащимся решить задачу через другое дополнительное построение – достраивание до параллелограмма, а на следующем уроке обсудить решение и прием, который также широко применяется при поиске решения задач на трапеции.

**Задача 3.** Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P,  $BP=9$ ,  $CP=15$ ,  $DP=20$ . Найдите AP (рис. 4).

Если учащиеся еще не изучили теорему о произведении отрезков пересекающихся хорд, то простое манипулирование длинами отрезков принесет мало результата.

«Если есть окружность и нет углов, то полезно их получить». Поскольку центр окружности не дан, то строить центральные углы нет смысла, зато можно построить вписанные углы с вершинами D и C.

Таким образом, задача сводится к применению свойства вписанных углов, а также признаков и свойств подобных треугольников.

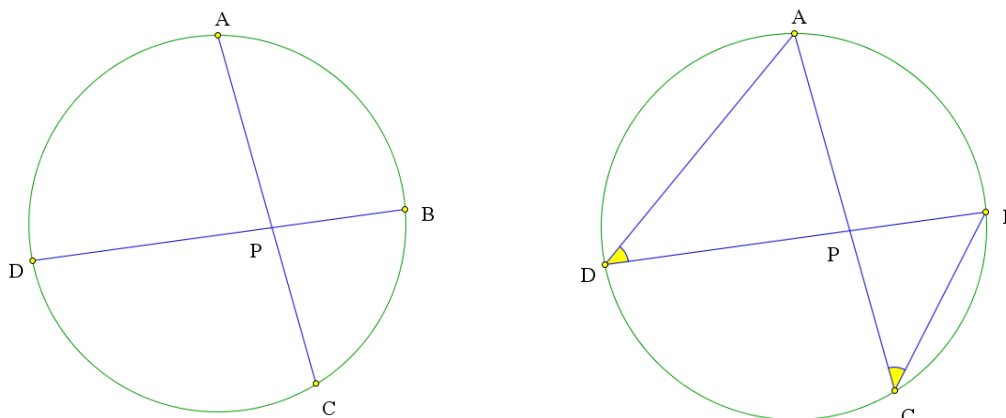


Рисунок 4 – Чертеж к решению задачи 3

Применение эвристик «семей» эффективно при осуществлении поиска решения задач. Для формирования умения использовать эти эвристики важно выделять каждую конфигурацию отдельно, называть элементы каждой конфигурации, не ограничиваясь только указанием на дополнительные построения. Так ученикам будет проще понять, какое именно построение следует выполнить. Именно поэтому важно обособлять дополнительные построения элементов конфигурации «семьи» понятий от других построений, поскольку даже сам термин провоцирует в воображении образ, связанный с конкретной конфигурацией, что значительно упрощает и ускоряет процесс поиска решения задачи, усиливая эффект эвристической деятельности [1]. Вопрос учителя: «До какой «семьи» можно достроить чертеж?» может сразу же направить учеников на нужный путь решения.

### Литература

1. Ерохина, М.Н. Формирование эвристической деятельности старшеклассников при изучении углубленного курса геометрии: специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования)»: диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Ерохина Мария Николаевна. – Москва, 1999. – 237 с. – EDN NLMKAN.

2. Жукова, Т.С. Актуальность проблемы обучения школьников эвристикам на уроках геометрии / Т.С. Жукова // Интеграция образования. – 2008. – №1. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/aktualnost-problemy-obucheniya-shkolnikov-evristikam-na-urokah-geometrii> (дата обращения: 09.11.2024).

3. Кочагина, М.Н. Задачи по геометрии. Дополняем школьный учебник: методическое пособие / М.Н. Кочагина, С.М. Даниелян, В.В. Кочагин [и др.]. – Москва : Московский городской педагогический университет, 2024. – 124 с.

4. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2002. – 224 с.

5. Саранцев, Г.И. Обучение математическим доказательствам в школе: Кн. для учителя / Г.И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2000. – 173 с.



### «FAMILIES» OF CONCEPTS AND THEIR USE IN TEACHING GEOMETRIC PROBLEMS SOLVING IN GRADES 7-9

**Kochagina Maria, Shikunova Anastasia**

**Abstract.** The article presents the type of heuristics – «families» of concepts, describes their role in teaching the search for solutions to geometric problems, in particular planimetry problems, and provides examples of their use, as well as describes methodological recommendations for the formation of the ability to apply them.

**Keywords:** *teaching geometry at school, heuristics, «families» of concepts, problem solving, additional constructions.*



## ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ И ПОДХОДЫ К ВНЕДРЕНИЮ ИГРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС

Кочетова Ирина Викторовна,  
кандидат педагогических наук, доцент,  
e-mail: [ir\\_vi\\_kochetova@mail.ru](mailto:ir_vi_kochetova@mail.ru)

Трофимова Алёна Александровна,  
студент,  
e-mail: [atrofim8@gmail.com](mailto:atrofim8@gmail.com)

ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический  
университет имени М. Е. Евсевьева», г. Саранск, РФ



**Аннотация.** Статья рассматривает основные принципы и подходы внедрения игр в образовательный процесс, акцентируя внимание на педагогической целесообразности, интерактивности и вовлеченности учащихся. Подчеркивается важность баланса сложности и достижимости игровых заданий для поддержания интереса и уверенности обучающихся.

**Ключевые слова:** игровое обучение, геймификация, дидактические игры, педагогическая целесообразность, цифровые образовательные платформы.



Современные образовательные стандарты и социокультурные изменения диктуют необходимость применения новых подходов в обучении, и использование игровых технологий становится одним из перспективных путей повышения эффективности образовательного процесса.

В современном образовательном процессе все больше внимания уделяется инновационным методам преподавания, среди которых особое место занимают игровые технологии. Внедрение игр в образовательную среду направлено на повышение мотивации студентов, развитие критического мышления и творчества, а также на создание более продуктивного и динамичного учебного пространства. В рамках данной темы важно подробно рассмотреть основные принципы и подходы, которые позволяют эффективно интегрировать игры в образовательный процесс, делая его более интересным и результативным [3].

В современных условиях быстро прогрессирующего мира все больше внимания уделяется адаптации образовательного процесса к изменяющейся реальности. Исключительно важное место в этой адаптации занимает внедрение интерактивных методик, в том числе игровых методов, позволяющих сделать обучение более увлекательным,

интересным и эффективным. Игры стали мощным инструментом, способным повысить мотивацию и вовлеченность учащихся, а также содействовать более глубокому усвоению учебного материала. Подходы к интеграции игр в образовательный процесс варьируются в зависимости от образовательных целей, возрастной категории обучающихся и специфики предмета. В данной работе рассматриваются основные принципы и подходы к внедрению игр в образовательный процесс, а также анализируются мнения ведущих российских ученых в этой области [1].

Определение «игры» и «образовательного процесса». Прежде чем углубиться в обсуждение принципов и подходов, необходимо прояснить, что мы понимаем под «игрой» и «образовательным процессом». Игра, в широком смысле, представляет собой деятельность, направленную на развлечения, обучение или самовыражение, имеющую четкие правила и определенные цели. В контексте образования, игры могут быть как цифровыми, так и настольными, сыгранными как индивидуально, так и в группах, и часто вовлекают участников в процесс решения проблем, симуляции или ролевых игр.

Под «игрой» в данном контексте понимается целенаправленная деятельность, развертывающаяся в условной, но близкой к реальным условиям обстановке, которую участники принимают как реальность. Академик Алексей Леонтьев в своих работах говорил о значительной роли игровой деятельности в развитии личности, подчеркивая, что игра является «деятельностью, в которой происходит активное усвоение социальных норм и ролей». В образовательном процессе игра приобретает дополнительную функцию – стать инструментом передачи знания [3].

Образовательный процесс, в свою очередь, это система взаимодействий между преподавателем и учащимися, направленная на передачу и усвоение знаний, формирование умений и навыков, а также развитие личностных качеств. Эффективность образовательного процесса измеряется уровнем достижений обучающихся, их готовностью к самостоятельному обучению и применению полученных знаний в реальной жизни.

«Образовательный процесс» может быть определен как целенаправленная деятельность, организуемая с целью передачи культурного и научного наследия из поколения в поколение. Он включает в себя не только передачу знаний, но и формирование умений, навыков и общекультурных компетенций. Как подчёркивал Василий Сухомлинский, «образование – это не просто передача знаний, это формирование личности, способной к созидательной деятельности и саморазвитию». Это утверждение позволяет увидеть, насколько широкими могут быть границы применения игры в обучении [2].

Игровые методы помогают активизировать образовательный процесс, сделать его диалогичным и пробудить у учащихся интерес к

образовательным задачам. Внедрение игр в обучение становится особенно актуальным в условиях взаимодействия с поколением Z, у которого клиповое мышление сочетается с потребностью в постоянном стимулировании внимания. Исследования в области педагогической психологии показывают, что дети и подростки нуждаются в активной вовлеченности в образовательный процесс, и игры могут стать той самой связующей нитью, которая поможет убрать преграду между учителями и учениками, превращая взаимодействие в сотрудничество [4].

*Этапы внедрения игрового метода* в образовательный процесс можно условно разделить на три ключевых блока: *подготовительный*, *основной* и *аналитический*. В *подготовительном этапе* важно определить цель и задачи игры, контекст и тематику, а также разработать сценарий. Российский ученый Лев Выготский указывал на необходимость создания «зоны ближайшего развития», в которой учащийся будет сталкиваться с задачами, требующими активного мышления и использования уже имеющихся знаний. При разработке игры нужно учитывать возрастные особенности учащихся, а также их уровень готовности к восприятию предложенного материала.

*Основной этап* заключается в непосредственном проведении игры, он требует тщательной организации и внимания к деталям. Важно, чтобы участники четко понимали правила игры и цель участия в ней. Юрий Дмитриевский отмечал, что «игра становится частью образовательного процесса только тогда, когда она воспринимается как серьезная деятельность, направленная на решение определенных задач». Учитель здесь выступает в роли организатора и фасилитатора, обеспечивая комфортную атмосферу и контролируя соблюдение всех правил и норм [5].

После завершения игровой активности наступает *аналитический этап*, где происходит обсуждение полученных результатов. Этот этап включает в себя анализ, обсуждение успешных решений и допущенных ошибок. Валентин Басин, российский педагог, говорил, что рефлексия должна стать неотъемлемой частью обучения, так как именно в процессе обсуждения учащиеся делают наиболее значимые для себя выводы.

Не стоит забывать и о различиях в подходах к играм в разных возрастных группах. Для младших классов характерно использование простых сюжетно-ролевых игр. Такие игры помогают учащимся осваивать базовые навыки и становиться более уверенными в собственных силах. В старших классах и вузах игровой метод может принимать более сложные формы, включая деловые игры и симуляции, которые способствуют углубленному анализу сложных проблем и выработке стратегии их решения [4].

Игры в образовательном процессе не просто способствуют повышению успеваемости и улучшению атмосферы в учебной среде, они играют важную роль в формировании коммуникативных и аналитических

навыков, развитии критического мышления и умения работать в команде. Как утверждал Сергей Рубцов, «успешная образовательная игра – это гармония между серьезностью содержания и легкостью его восприятия». Таким образом, внедрение игр в образовательный процесс можно рассматривать как неотъемлемую часть современной педагогики, способствующую выполнению основной задачи образования – всестороннему развитию личности учащегося [3].

Основные принципы внедрения игр в образовательный процесс.

Подходы к интеграции игр могут варьироваться в зависимости от контекста и образовательных целей. Однако существуют общие принципы, которых стоит придерживаться для успешного использования игровых методик. Раскроем их подробнее.

*Педагогическая целесообразность.* Внедрение игр в учебный процесс должно быть обоснованным и преследовать образовательные цели. Игра не должна быть самоцелью; она должна способствовать достижению конкретных педагогических результатов – будь то усвоение новых знаний, отработка умений или формирование софт-скиллов.

*Интерактивность и вовлеченность.* Одним из ключевых преимуществ игр является их способность обеспечивать высокий уровень вовлеченности. При правильной организации игры учащиеся становятся активными участниками процесса, что стимулирует глубокое погружение в материал и улучшает его усвоение [1].

*Баланс сложности и достижимости.* Игра должна быть достаточно сложной, чтобы поддерживать интерес, но не настолько трудной, чтобы вызвать разочарование или демотивацию. Такой баланс способствует развитию у обучающихся уверенности в собственных силах и стимулирует продолжение участия [2].

*Возможность рефлексии и обратной связи.* Важной составляющей игровой деятельности является возможность для учащихся проанализировать свои действия, осознать ошибки и получить обратную связь от преподавателя или коллег. Это помогает закрепить полученные знания и выработать стратегии для выполнения аналогичных задач в будущем.

На практике существует множество методик и подходов, позволяющих интегрировать игры в обучающий контекст. Рассмотрим их.

*Игровое обучение.* Данный подход предполагает использование игр как основного инструмента обучения. Учебный материал подается через игровые механики, что делает процесс усвоения знаний динамичным и увлекательным. Однако для его эффективности необходимо тщательно разработать сценарий игры, который будет соответствовать целям и задачам курса.

*Геймификация.* Геймификация не предполагает создание полноценных игр, а скорее использует игровые элементы и механики для усиления традиционных форм обучения. Это может включать в себя

систему баллов, значков, рейтингов, уровней сложности и других элементов, которые поддерживают интерес у студентов и мотивируют их на достижение большего [3].

*Дидактические игры и симуляции.* Эти игры создаются специально для обучения и предназначены для отработки конкретных навыков или моделирования реальных ситуаций. Симуляции позволяют обучающимся исследовать сложные темы в безопасной среде, где они могут экспериментировать, не боясь ошибок.

*Ролевые игры и театральные постановки.* Данный подход позволяет учащимся погружаться в конкретные ситуации и роли, отрабатывая коммуникативные навыки, учась работать в командах и принимать решения в реальном времени. Это способствует глубокому пониманию изучаемого материала и развитию эмоционального интеллекта [4].

*Цифровые образовательные платформы и приложения.* С развитием технологий становятся доступными различные цифровые инструменты, которые позволяют преподавателям внедрять игры в образовательный процесс. Платформы с интерактивными заданиями, обучающие приложения и онлайн-сервисы открывают новые возможности для создания гибких и адаптивных учебных программ [5].

Каждый из этих подходов имеет свои сильные и слабые стороны; выбор подходящей методики зависит от множества факторов, включая возрастную группу, цели обучения, технические возможности и предпочтения педагогов и учащихся. Внедрение игры в образовательный процесс требует вдумчивого и системного подхода, включающего планирование, адаптацию и постоянное оценивание результатов.

В целом, использование игр в образовательном процессе способствует созданию более мотивирующей и эффективной учебной среды. При условии правильной интеграции игровая деятельность позволяет не только разнообразить процесс обучения, но и значительно повысить его эффективность, способствуя всестороннему развитию учащихся. Игры помогают трансформировать образовательный процесс в увлекательное и плодотворное путешествие, результаты которого становятся видны в форме высоких учебных достижений, развитого критического мышления и устойчивого интереса к обучению в целом.

### **Литература**

1. Баранов, А.Н. Игровые технологии в образовании: от теории к практике / А.Н. Баранов. – Москва: Просвещение, 2020. – 256 с.
2. Дьяченко, Н.В. Геймификация в образовательном процессе: современные подходы и практические примеры / Н.В. Дьяченко, Е.А. Кузнецова – Санкт-Петербург : РГПУ им. А.И. Герцена, 2019. – 180 с.



3. Каплин, В.А. Дидактические игры в школе: методические рекомендации / В.А. Каплин. – Екатеринбург: Уральский государственный педагогический университет, 2018. – 120 с.

4. Маслова, И.В. Интерактивные методы обучения: теория и практика / И.В. Маслова. – Казань : Казанский федеральный университет, 2021. – 200 с.

5. Сидоренко, О.В. Роль игровых технологий в образовательном процессе: опыт и перспективы. / О.В. Сидоренко, Т.А. Кузьмина. – Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2022. – 150 с.

---

**KEY PRINCIPLES AND APPROACHES TO IMPLEMENTING  
GAME TECHNOLOGIES IN THE EDUCATIONAL PROCESS**

**Kochetova Irina, Trofimova Alyona**

*Abstract.* The article discusses the key principles and approaches to integrating games into the educational process, emphasizing pedagogical appropriateness, interactivity, and student engagement. It highlights the importance of balancing the difficulty and achievability of game tasks to maintain students' interest and confidence.

*Keywords:* game-based learning, gamification, didactic games, pedagogical feasibility, digital educational platforms.

---

**ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ КАК СРЕДСТВО  
ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА  
У ОБУЧАЮЩИХСЯ СРЕДНИХ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ  
ОРГАНИЗАЦИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ АЛГЕБРЫ  
И НАЧАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

**Лизунков Михаил Сергеевич,  
учитель математики,**

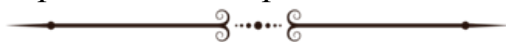
**e-mail: [lizunkov\\_mdm219@mail.ru](mailto:lizunkov_mdm219@mail.ru)**

**МОУ «Старошайговская средняя общеобразовательная школа»,  
г. Саранск, РФ**

---

*Аннотация.* В статье описывается важность использования эвристических технологий при обучении алгебре и началам математического анализа. Кроме того, рассматриваются некоторые эвристические приемы решения задач.

**Ключевые слова:** эвристика, эвристические технологии, познавательный интерес, алгебра, эвристические приемы.



В современной педагогике, придерживающейся принципов личностно ориентированного обучения, намечается сдвиг от классического преподавания к индивидуальному подходу, который будет учитывать психологические особенности каждого отдельно взятого ученика. В связи с этим, разработки в области методики обучения математике сегодня акцентируют внимание на разнообразных приемах и методах, позволяющих учителю стать организатором самостоятельного обучения учащихся. Данные методы и приемы готовы оказывать помощь и направлять процесс учебной деятельности. Среди методов особое место занимает педагогический инструментарий, основанный на принципах эвристики, который способствует развитию творческого мышления и самостоятельности учащихся.

Термин «эвристика» все более популярный в научных кругах в настоящее время. Его значение изучается в различных областях, начиная от философии и психологии до информатики. Эвристические приемы используются в различных научных областях, а также в искусстве. Особое внимание уделяется эвристическому мышлению и эвристическому обучению в педагогике.

Вопросы организации эвристического обучения и формирования эвристических приемов в настоящее время все чаще становятся предметом исследований в области педагогики. В работах В.И. Андреева, И.И. Ильясова, Ю.Н. Кулюткина, М.М. Левиной, Д. Пойа, В.Н. Пушкина, Г.И. Саранцева, А.В. Хуторского, D. Kahneman и A. Tversky, A. Newell и H. Simon, R.E. Snow и др. авторов рассматриваются психологические и дидактические аспекты эвристической деятельности.

Эвристические функции мышления являются ключевыми для лучшего освоения учебных дисциплин. Важно понимать, что учебный процесс не просто передача знаний, а сложная деятельность, требующая определенных навыков и умений.

Эвристическая деятельность включает в себя не только поиск решений, но и способность анализировать ситуацию, строить гипотезы, творчески мыслить и достигать поставленных целей. Без осознания данных процессов и умения проводить его эффективно обучаемые могут столкнуться с трудностями и попытками «угадать» решение задачи без основательного подхода. Именно поэтому развитие эвристических функций мышления важно учитывать в образовательном процессе, чтобы обучаемые приобрели не только знания, но и умения самостоятельно и эффективно решать задачи. Научиться мыслить эвристически поможет

стать не только успешным студентом, но и эффективным специалистом в любой области.

Кроме того, важно уметь проводить оценочные мыслительные действия, анализируя варианты решений перед их практической проверкой. Это поможет развить способность генерировать рациональные идеи и объединять вновь воспринимаемую информацию с имеющимися знаниями. Учебная задача, содержащая информационную несогласованность, требует сознательного поиска и преобразования для достижения результата.

Создание эффективной системы обучения элементам эвристической деятельности позволяет стимулировать умственное развитие учащихся с помощью различных эвристических приемов. Использование эвристических приемов для решения математических задач является неотъемлемой частью педагогической практики. Поэтому можно уверенно сказать, что эвристические технологии играют ключевую роль в образовании и являются неотъемлемой частью современного обучения. Благодаря данным выводам становится очевидным, что применение эвристических методов и техник является необходимым условием для достижения высоких результатов в обучении. Рассмотрим несколько эффективных приемов применения эвристических технологий в обучении алгебре и началам математического анализа, которые позволят сделать учебный процесс более интересным и продуктивным для учащихся.

**Прием элементарных задач.** Многие авторы трактуют его суть по-разному. Для одних – это использование простых упражнений для формирования навыков применения теорем, определений и аксиом. Другие авторы видят его как поэлементное формирование сложных умений, например, умение применять векторы в конкретных ситуациях. Третьи связывают данный прием с решением задач, которые являются основой обучения математике, и так далее. Понятно, что все эти точки зрения отражают различные аспекты сути элементарных задач.

Выполнение таких упражнений требует навыков использования основных тригонометрических формул и умения проводить их преобразования.

Примечательно, что часто элементарные задачи предлагаются на готовых чертежах. Это сокращает время на анализ формулировки задачи, так как чертеж направляет внимание на ключевые элементы. Такие задачи помогают учащимся эффективно решать задачи и овладевать новыми навыками.

Задачи на готовых чертежах также способствуют развитию у учеников умения писать решения. Они могут быть использованы для обучения письменному изложению решения задачи, так как стимулируют логическое мышление и умение проводить умозаключения.

Анализ решения задачи позволяет построить систему вспомогательных упражнений для эффективного обучения. Умение создавать такую систему помогает учителю предвидеть возможные трудности учащихся и помогать им в их преодолении.

**Прием представления задачи в пространстве состояний.** Представим себе игру в домино. Первый игрок выставляет кость 1-2. Сразу возникает система поиска следующего хода: можно приложить кость или к 1, или к 2. Если второй игрок выставил кость 1-5, то затем можно будет воспользоваться пятерками, а если он выставит 1-6, то шестерками и т. д. Возникает так называемое пространство состояний. Проиллюстрируем эту мысль пространством состояний, соответствующим задаче.

Докажите тождество

Начальное состояние

Целевое состояние

Наиболее реальные пути преобразования начального состояния приводят к появлению новых трех вершин (состояний).

Будем преобразовывать далее состояния, свойственные каждой из полученных трех вершин.

Проиллюстрируем преобразование, раскрывая последнюю вершину.

Мы нашли один из путей решения задачи, может быть и не самый рациональный. Для нахождения последнего надо иметь несколько способов преобразования начального состояния в целевое.

Процедура использования приема представления задачи в пространстве состояний достаточно громоздка и «в чистом виде» в школьной практике не используется. Изучение тригонометрического выражения, записанного в левой части равенства, приводит к мысли об использовании формулы  $\tan x = \frac{\sin 2x}{\cos x}$ , так как это преобразование приводит к выражению, содержащему  $\sin 2x$  и  $\cos x$  ( $\sin 2x$  легко представить через  $\cos 2x$ ), правая часть равенства содержит  $\cos x$ . Перспектива рассматриваемого пути преобразования очевидна.

Практическая реализация идеи представления задачи в пространстве состояний осуществляется продвижением в двух направлениях: от начального состояния к целевому и от целевого к начальному.

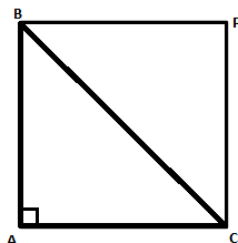
**Прием рассмотрения предельного случая.** Сущность этого приема покажем на примере следующей задачи.

**Задача.** Дана окружность радиуса  $R$ . Из точки  $A$ , отстоящей от центра  $O$  окружности на расстояние  $a$  ( $a > R$ ), проведена секущая. Точки  $B$  и  $C$  ее пересечения соединены с центром  $O$ . Найдите длину отрезка  $AO$ .

Рассмотрим предельный случай, заключающийся в вырождении секущей в касательную (точки  $B$  и  $C$  совпадают). Тогда  $\gamma = \beta$  и  $OB = OC$ . Полученный результат подсказывает целесообразность введения в

рассмотрение в общем случае отрезков  $a - R$  и  $a + R$ , образующихся при пересечении прямой  $AO$  с окружностью.

**Прием вспомогательной фигуры.** Рассмотрим задачу. На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle A$  – прямой) построен квадрат  $BCKD$  так, что точки  $A$  и  $P$  ( $P$  – точка пересечения его диагоналей) лежат по разные стороны от прямой  $BC$  (рис. 1). Докажите, что луч  $AP$  – биссектриса угла  $A$ .



*Рисунок 1 – Прием построения вспомогательной фигуры*

Рассмотрим частный случай: пусть  $\triangle ABC$  прямоугольный и равнобедренный. Даже непосредственное рассмотрение рисунка, моделирующего эту ситуацию, приводит к выделению на нем фигуры  $ABPC$ , имеющей прямую  $AP$  своей осью симметрии (точки  $A$  и  $P$  равноудалены от точек  $B$  и  $C$ ), откуда и следует справедливость доказываемого утверждения.

Теперь погрузимся в изучение рисунка с целью увидеть обобщение задачи. Внимательный анализ рисунка показывает, что мы можем нарисовать окружность вокруг четырехугольника  $ACPB$ , где диаметром будет отрезок  $BC$ . Углы  $BAP$  и  $PAC$  оказываются вписанными в окружность и опираются на дуги  $BP$  и  $PC$ , которые равны. Также можно обнаружить еще один способ решения задачи, который указывает нам на путь обобщения: движение точки  $A$  по дуге  $BAC$  приводит нас к новой обобщенной задаче, описанной в условии. И находим ключ к решению – вспомогательная окружность, описанная вокруг прямоугольного треугольника  $ABC$ . Анализ задачи позволяет нам использовать эвристический прием: если у нас есть прямоугольный треугольник, то окружим его окружностью и рассмотрим фигуру, содержащую эту окружность и вписанный в нее прямоугольный треугольник.

В стереометрических задачах часто применяется метод построения дополнительной фигуры, позволяющей более просто решить поставленную задачу. Например, для тетраэдра можно провести плоскости через каждое его ребро и достроить его до параллелепипеда, что упростит вычисления и позволит быстрее найти искомое решение.

Данный подход не ограничивается только геометрией – в алгебре также широко используется метод введения новых переменных, которые позволяют упростить уравнение и быстрее найти его корни. Этот прием

позволяет сделать математические операции более понятными и эффективными.

Решите уравнение

$$\sqrt[3]{x} - 2 + \sqrt{x} + 1 = 3$$

Введем две вспомогательные неизвестные:  $\sqrt[3]{x} - 2 = y$  и  $\sqrt{x} + 1 = z$ . Тогда приходим к системе уравнений:

$$y + z = 3, z^2 + y^3 = 3,$$

откуда  $y = 1, z = 2$ .

Используя какую-либо из этих неизвестных, получаем:  $x = 3$ .

### Литература

1. Епишева, О.Б. Учить школьников учиться математике : формирование приемов учебной деятельности : книга для учителя / О.Б. Епишева, В.И. Крупич. – Москва : Просвещение, 1990. – 128 с.

2. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, Е.Л. Мокрушин и др. – Москва : Просвещение, 2014. – 367 с.

3. Кулюткин, Ю.Н. Эвристические методы в структуре решения / Ю.Н. Кулюткин. – Москва : Педагогика, 1970. – 232 с.

4. Пойа, Д. Математическое открытие: решение задач: основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойа. – Москва : Наука, 1976. – 448 с.

5. Саранцев Г.И. Методика обучения математики в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2002. – 224 с.

6. Соколов, В.Н. Педагогическая эвристика: Введение в теорию и методику эвристической деятельности: уч. пособие для студентов высших учебных заведений / В.Н. Соколов. – Москва : Аспект Пресс, 1995. – 255 с.



## HEURISTIC TECHNOLOGIES AS A MEANS OF FORMING COGNITIVE INTEREST AMONG STUDENTS OF SECONDARY EDUCATIONAL INSTITUTIONS IN THE STUDY OF ALGEBRA AND THE PRINCIPLES OF MATHEMATICAL ANALYSIS

Lizunkov Mikhail

**Abstract.** The article describes the importance of using heuristic technologies in teaching algebra and the basics of mathematical analysis. In addition, some heuristic techniques for solving problems are considered.

**Keywords:** heuristics, heuristic technologies, cognitive interest, algebra, heuristic techniques.



## ПРОЕКТНЫЕ ЗАДАНИЯ ИСТОРИЧЕСКОЙ И ПРАКТИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ И ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С НИМИ

Малова Ирина Евгеньевна,  
доктор педагогических наук, профессор,  
e-mail: [mira44@yandex.ru](mailto:mira44@yandex.ru)

Коржова Екатерина Андреевна,  
студент,  
e-mail: [Kolesnik2211@bk.ru](mailto:Kolesnik2211@bk.ru)

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет  
имени академика И.Г. Петровского», г. Брянск, РФ



**Аннотация.** В данной статье раскрываются этапы организации проектной деятельности, предлагаются проектные задания, связанные с историческим развитием и практическим применением производной. Приводятся рекомендации по организации проектной деятельности.

**Ключевые слова:** проектная деятельность, производная, методика обучения математике, история математики.



В современном образовании проектная деятельность становится все более актуальной и востребованной в обучении школьников. Она позволяет учащимся не только получить знания и навыки, но и развивать творческое мышление, самостоятельность, коммуникативные и организационные способности.

Роль проектной деятельности в современном образовании подчеркивают многие авторы [1, 2, 3] и др. На наш взгляд, проектная деятельность становится все более актуальной за счет следующих факторов.

Во-первых, проектная деятельность стимулирует познавательную активность обучающихся, обладающих некоторыми знаниями, которые они применяют для решения поставленной проблемы.

Во-вторых, проектная деятельность позволяет учащимся применить полученные знания и навыки на практике, развивает их творческое мышление, способствует формированию самостоятельности и ответственности за результат своей работы.

В-третьих, проектная деятельность формирует коммуникативные навыки, поскольку организация работы в группах является неотъемлемой частью проектной деятельности.

Г.Д. Коржинбаева [2] при организации проектной деятельности предлагает соблюдать следующие этапы:

- 1) подготовительный этап;
- 2) этап планирования и организации деятельности;

- 3) этап поиска;
- 4) этап предоставления результатов, отчетов;
- 5) оценивание результатов. рефлексия.

Мы предлагаем иные этапы, опишем их.

*Этап 1 «Организационный».* На данном этапе руководитель дает проектное задание. Обсуждаются цель и задачи, проблемы выполнения. Формируются группы для выполнения проектного задания.

*Этап 2 «Выполнение проекта».* На этапе формируются способы решения проблемы, список источников информации, методы ее сбора и анализа, но кроме того способы представления результата, структуры проекта. Руководитель предлагает источники информации и методики для работы. Осуществляет контроль планирования и консультирует участников проектных групп при выполнении индивидуальных заданий. На данном этапе происходит распределение обязанностей между участниками группы.

*Этап 3 «Защита проекта».* Учащиеся готовят доклад, презентации. Руководитель проекта рекомендует способ оформления проектной деятельности и структуру презентации.

*Этап 4 «Оценка проекта».* На данном этапе осуществляется коллективная оценка и самооценка результатов выполнения проектов, достижение поставленных целей. Руководитель фиксирует уровень освоения проектной деятельности.

Рассмотрим возможности реализации представленных этапов организации проектной деятельности при изучении понятия «производная». Тема проектного задания: «Историческое развитие понятия «производная»».

Исследование позволяет понять, как производная развивалась со временем, и какие изменения происходили в ее определении. Рассмотрение исторических аспектов производной помогает лучше понять суть этого математического понятия.

Учащимся необходимо провести исследование:

- 1) изучить список источников, предлагаемый учителем, и выделить исторические аспекты возникновения и развития понятия производной;
- 2) выявить ведущих ученых;
- 3) представить основные аспекты развития понятия «производная»;
- 4) составить тест.

Предполагаемые направления (задания) «Исторические сведения понятия «Производная»»:

1. Развитие и возникновение понятия производной.
2. Примеры, приводящие к понятию производной.
3. И. Ньютон и его вклад.
4. Роль Лейбница.

Руководитель проекта предлагает список возможных источников, которые помогут при поиске материала. Формируются группы для более детального сбора информации.



Результат выполнения проекта может быть представлен в виде компьютерной презентации. Важно предоставить учащимся требования к презентации.

Для активизации учащихся, перед которыми предстоит защищать проект, рекомендуется добавлять тестовые задания в проект.

На этапе защиты проекта все учащиеся оценивают и комментируют работу, определяют дальнейшие перспективы, отвечают на вопросы одноклассников и производят самооценку проекта. Для того, чтобы оценка была объективной, учащимся предоставляют информацию о чётких критериях оценивания.

Г.Д. Коржинбаева [2] предлагает иное задание исторической направленности.

Другой темой организации проектной деятельности может быть «Применение производной в реальной жизни». По данной теме можно рассмотреть два проектных задания.

I. Проектное задание: «Области применения производной».

Проектное задание включает в себя следующие этапы:

1. Исследовать сферы использования производной в нашем мире.
2. Раскрыть смысл производной в данной области.
3. Подобрать задачи из раздела данной области, которые решаются с помощью производной.

Важно представить учащимся возможные области и план проведения исследования.

Учитель предлагает выбрать области работы. Например, экономика, география, физика, биология, химия, производство, поскольку производная встречается во многих областях.

Раскрывая смысл производной в выбранной области, учащийся показывает многогранность применения производной.

Осуществляя подбор задач и решая их, учащийся преодолевает трудности при решении задач, представленных не только в учебнике, но и задач практического характера в данной области науки и жизни.

Результат выполнения проекта может быть представлен в виде компьютерной презентации, доклада, буклетов. Важно предоставить учащимся требования к результату работы.

II. Проектное задание: «О минимальном расходе топлива при движении автомобиля».

Проектное задание включает в себя следующие этапы:

- 1) выбрать задание;
- 2) провести исследование и выбрать функцию соответствующую экспериментальным данным;
- 3) решить задачу графическим образом;
- 4) решить задачу с использованием аналитическим образом;
- 5) сформулировать алгоритмы решения задачи.

Важно представить учащимся экспериментальные данные, по которым он сможет выполнить исследование, а также ряд функций для сопоставления.

К составлению алгоритма предъявляются требования [1]:

- каждый шаг должен начинаться с глагола;
- по каждому шагу алгоритма нужно знать ответ на вопрос «Почему его можно так выполнить?» или, иначе, шаги алгоритма должны быть обоснованы;
- шаги алгоритма должны иллюстрироваться примером выполнения задания.

Результат может быть представлен в виде доклада, презентации, плаката или с использованием технических средств. Руководитель предоставляет определенные требования для каждого из видов представления результата.

Г.Д.Коржинбаева [2] и О.Ю. Чигирёва [3] предлагают иные задания практической направленности. Такие как взаимосвязь стереометрии, экономики и производной, применение производной при решении физических задач и т.д.

Сформулируем рекомендации по организации проектной деятельности.

1. Предоставить обучающимся возможность самостоятельно выбирать тему и формат проекта. Это поможет им проявить свою креативность и заинтересованность в теме.

2. Стимулировать групповую работу. Работа в команде способствует обмену знаниями и опытом между учащимися, а также повышает мотивацию каждого участника.

3. Организовать презентацию результатов проекта. Это позволит учащимся продемонстрировать свои достижения и получить обратную связь от преподавателя и одноклассников.

4. Предложить дополнительные материалы для самостоятельного изучения темы. Это поможет углубить свои знания и расширить кругозор в области производной.

5. Постоянно поддерживать мотивацию учащихся и отслеживать прогресс каждого участника проекта.

Таким образом, рассматриваемые проектные задания помогают учащимся более детально понять термин «производная», развивают навыки мышления и показывают, как абстрактные математические идеи могут иметь практическое значение в повседневной жизни.

### **Литература**

1. Проектные задания «Изучаем степенную функцию» и «Учимся решать задачи с участием степенной функции» и их реализация на уроках / Е.А. Колесник, А.В. Савин, И.Е. Малова, В.А. Беднаж, Н.М. Махина //

Теоретические и прикладные аспекты естественнонаучного образования в эпоху цифровизации. – 2022. – С. 61-63.

2. Коржинбаева, Г.Д. Организация проектной деятельности при изучении темы «Производная» / Г.Д. Коржинбаева // Библиотека методических разработок учителей к урокам. – 2020. – С. 5.

3. Чигирёва, О.Ю. Формирование мотивации к проектной деятельности обучающихся на примере изучения темы «Применение производной» / О.Ю. Чигирёва, Ф.Х. Ахметова, Э.И. Абдуллина // Modern European Researches. – 2022. – №3. – С. 223-231.

---

**HISTORICAL AND PRACTICAL PROJECT TASKS AND THE ORGANIZATION OF WORK WITH THEM**

**Malova Irina, Korzhova Ekaterina**

**Abstract.** This article reveals the stages of the organization of project activities, suggests project tasks related to the historical development and practical application of the derivative. Recommendations on the organization of project activities are provided.

**Keywords:** *project activity, derivative, methods of teaching mathematics, history of mathematics.*

---

**ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТИВНОСТИ ТЕХНОЛОГИИ  
ЭВРИСТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ  
ПО ФОРМИРОВАНИЮ НАВЫКОВ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
УЧЕБНОЙ РАБОТЫ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 8 КЛАССА**

**Павлюченко Денис Юрьевич,**

*учитель математики,*

*e-mail: [origin.ifav@gmail.com](mailto:origin.ifav@gmail.com)*

**ГБОУ «Придорожная школа старобешевского муниципального  
округа» Донецкой Народной Республики, г. Старобешеве, РФ**

---

**Аннотация.** В статье обосновывается развитие учебной самостоятельности учащихся в современном контексте. Анализируются подходы к учебной самостоятельности и обосновывается использование эвристического обучения для математического образования. Рассматриваются теоретико-методологические основы исследования и примеры

уроков геометрии в 8 классе с технологией эвристического обучения. Описывается педагогический эксперимент в средней школе.

*Ключевые слова:* математическое образование, проблемное обучение, методика преподавания, учебная самостоятельность, технология эвристического обучения, диагностика учебной самостоятельности, педагогический эксперимент, статистическая обработка.



В современном обществе и образовании наблюдается тенденция, которая подчёркивает важность развития определённых личностных качеств у человека. Эти качества помогают ему раскрыть свой потенциал и достичь успеха. Одним из таких качеств является самостоятельность. Способность мыслить и действовать независимо ценится во всех сферах нашей жизни уже много лет. Поэтому сегодня одной из главных задач современного образования является формирование и развитие учебной самостоятельности у школьников. Это также соответствует основным целям федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

В рамках исследования феномена «учебной самостоятельности» был проведён анализ научных трудов, позволивший выявить и систематизировать ключевые характеристики данного понятия.

С.В. Косикова определяет учебную самостоятельность школьника как «интегративное качество личности, которое характеризуется способностью проявлять инициативу в учебной деятельности и уметь без сторонней помощи: ставить цель деятельности, выполнять операции, контролировать свою деятельность и оценивать её результаты» [1].

Н.Ф. Виноградова определяет учебную самостоятельность как способность формулировать и решать учебные задачи без внешнего побуждения, а также выполнять учебные действия по собственной инициативе [2]. Таким образом, ключевым аспектом учебной самостоятельности является познавательный интерес. С этим утверждением солидарен отечественный педагог О.А. Рыдзе, который, помимо познавательного интереса, выделяет в качестве основных характеристик учебной самостоятельности умения осуществлять самоконтроль и самооценку [3].

В ходе анализа различных методологических подходов к исследованию феномена «учебной самостоятельности» нами была разработана следующая дефиниция данного понятия: учебная самостоятельность представляет собой способность индивида на основе познавательного интереса трансформировать существующие методы и искать инновационные стратегии для решения разнообразных проблемных ситуаций. Это включает в себя умение самостоятельно формулировать учебные задачи без внешнего побуждения (инициативность), а также осуществлять внутренний контроль и оценку своей учебной деятельности.

Формирование учебной автономии у учащихся в рамках школьного образования может быть реализовано посредством различных методик и стратегий. В.А. Далингер утверждает, что наиболее полное становление навыков познавательной самостоятельности и активности достигается путём включения в процесс обучения математики методов и средств самостоятельной исследовательской деятельности [4]. Примером их внедрения в процесс обучения математики могут послужить «исследовательские задания», предлагаемые Е.В. Ларькиной, которые влияют на становление навыков в рамках учебной самостоятельности [5].

В соответствии с исследованиями Г.И. Саранцева, формирование учебной самостоятельности происходит в результате изучения ряда учебных дисциплин. При этом математика предоставляет наиболее широкие возможности для развития данного навыка [6]. В связи с этим, современный учитель математики должен стремиться организовать учебный процесс таким образом, чтобы учащиеся приобрели навыки самостоятельного преобразования и применения полученных знаний в новых условиях.

В контексте вышесказанного, наблюдается возрастание значимости технологии эвристического обучения. Эта технология направлена на самостоятельное освоение знаний, приобретение субъективного опыта и достижение результатов обучения, что способствует развитию учебной самостоятельности учащихся.

А.В. Хуторской определяет технологию эвристического обучения как педагогическую технологию, ориентированную на создание учащимися субъективных внешних (материализованных) и внутренних (личностных) образовательных продуктов [7]. На основе этого процесса происходит творческое саморазвитие и личностное приращение учащихся. Автор выделяет восемь этапов реализации данной технологии на уроке.

В исследованиях Е.И. Скафы предлагается несколько иная версия реализации этой технологии, но оба варианта включают один общий элемент – открытое задание или проблематизацию деятельности. Этот этап предполагает выполнение эвристического задания, которое приводит учащихся к открытию чего-то нового. Это открытие носит субъективный характер и является личным образовательным продуктом [8, 13].

Для оценки эффективности применения технологии эвристического обучения на уроках математики в контексте развития учебной самостоятельности, С.М. Макарова провела педагогический эксперимент на базе средней общеобразовательной школы среди учащихся 8 «б» класса в количестве 27 человек [9]. В начале исследования была осуществлена диагностика с использованием адаптированной методики С.Ю. Прохоровой «Диагностика учебной самостоятельности школьника» [10]. Данная методика предполагает выполнение учащимися пяти тестов, направленных на проверку различных когнитивных и метакогнитивных навыков, таких

как способность к обнаружению учебных задач, выбору, планированию, обобщению, самоконтролю и рефлексии. После проведения тестирования учитель заполнил сводную таблицу, в которой были подсчитаны баллы по каждому тесту. Также был проведён письменный анализ результатов, что позволило получить более полное представление об уровне развития учебной самостоятельности у учащихся.

В рамках формирующего этапа педагогического эксперимента С.М. Макарова разработала и реализовала серию уроков геометрии для учащихся 8 класса с использованием технологии эвристического обучения [9].

Рассмотрим пример урока, направленного на отработку умений и рефлексии, на тему «Вписанные и центральные углы, угол между касательной и хордой. Решение задач».

На этапе проблематизации деятельности учащимся предлагалось разделиться на пары и решить следующие задачи.

1. Начертите окружность с центром  $O$  и диаметрами  $AC$  и  $BD$ . Можно ли найти градусную меру угла  $AOD$ , если известна градусная мера угла  $ACB$ ?

2. К окружности с центром в точке  $O$  проведены касательные  $DA$  и  $DB$ . Выберите на одной из дуг точку  $C$  так, чтобы получился вписанный угол  $ACB$ . Определите величину этого вписанного угла, если угол  $ADB$  равен  $70^\circ$ .

3. К окружности с диаметром  $AB$  в точке  $A$  проведена касательная. Через точку  $B$  проведена прямая, пересекающая окружность в точке  $C$  и касательную в точке  $K$ . Через точку  $C$  проведена хорда  $CD$  параллельно  $AB$  так, чтобы получилась трапеция  $ACDB$ . Через точку  $D$  проведена касательная, пересекающая прямую  $AK$  в точке  $E$ . Ответьте на следующие вопросы:

а) Чему равна величина угла  $COD$ , если угол  $DCB$  равен  $30^\circ$ ?

б) Чему равен диаметр окружности, если угол  $EDC = 30^\circ$ , а  $KB = 3\sqrt{3}$ ?

На следующем этапе участники демонстрируют свои образовательные продукты. Учитель, используя когнитивный метод «эвристических вопросов», направляет внимание учащихся на преобразование решённых задач.

Примеры вопросов:

«Какие дополнительные элементы можно найти, зная величину угла  $ACB$ ?»,

«Как можно изменить условие задачи для получения аналогичной или противоположной задачи?»,

«Как будет выглядеть чертёж, если окружность вписана в прямой угол?».

На этом этапе создаётся атмосфера творческого поиска, где учащиеся применяют ранее изученные определения, теоремы, признаки, опорные задачи и свойства в новых контекстах.

Заключительным этапом педагогического эксперимента стал контрольный этап, на котором была проведена повторная диагностика уровня развития учебной самостоятельности с использованием той же методики. Результаты диагностики на начальном и конечном этапах эксперимента представлены в таблице 1.

Большинство учащихся (63% на начальном этапе и 59% на конечном этапе) демонстрируют средний уровень, что указывает на их способность определять цели учебной деятельности, удерживать их в процессе работы и корректировать с помощью учителя.

Учащиеся со средним уровнем продуктивно оперируют фактами и ранее усвоенным учебным материалом, получая новую информацию. Семь учащихся (26% на начальном этапе и пять учащихся, 19% на конечном этапе) показали низкий уровень, что свидетельствует о неспособности к самостоятельной постановке целей.

Учащиеся с низким уровнем развития учебной самостоятельности могут удерживать только те цели, которые ставит перед ними учитель в течение урока. Одиннадцать учащихся (3% на начальном этапе и 22% на конечном этапе) продемонстрировали высокий уровень, что указывает на их самостоятельность в выполнении всех учебных действий.

Учащиеся с высоким уровнем способны пошагово контролировать свои действия и адекватно оценивать полученные результаты [9].

*Таблица 1 – Уровни развития учебной самостоятельности учащихся 8 «б» класса в начале и в конце педагогического эксперимента*

Уровни развития УС	До начала эксперимента	В конце эксперимента
Низкий	7	5
Средний	17	16
Высокий	3	6

Гипотеза о нормальном распределении выборок подтверждена посредством анализа выборочного среднего, медианы и моды, которые демонстрируют незначительное расхождение, а также посредством оценки эксцесса кривой распределения, который демонстрирует небольшое отрицательное отклонение от нуля и указывает на приближение распределения к нормальному. Учитывая гомогенность дисперсий двух выборок, возможно применение t-критерия Стьюдента для статистического анализа результатов диагностики уровней развития учебной самостоятельности учащихся 8 класса, а также для оценки эффективности технологии эвристического обучения на уроках математики.

Так, данный метод статистической обработки помог выяснить, что уровень развития учебной самостоятельности в конце эксперимента значительно отличается от уровня развития того же показателя в начале эксперимента ( $t_{эмп} = 3,498$ ), что может быть обусловлено применением технологии эвристического обучения. Однако, невозможно утверждать о конкретно положительном или о конкретно отрицательном влиянии, то есть,  $t$ -критерий Стьюдента помог выявить наличие эффекта, но не смог определить её направление (положительное или отрицательное). Поэтому целесообразным будет обратиться к другому статистическому методу - критерию знаков ( $G$ -критерий). Он предназначен для определения общего направления сдвига исследуемого признака при переходе от первого измерения ко второму [11].

Основными ограничениями  $G$ -критерия являются зависимость выборок и объём выборок, который должен варьироваться от 5 до 300.

Для применения данного критерия был использован алгоритм, приведённый в работе Е.В. Сидоренко [12]. Согласно вычислениям по этому алгоритму можно сделать вывод, что при уровне значимости  $\alpha = p = 0,05$ , проведенные уроки геометрии с применением технологии эвристического обучения способствуют росту уровня развития учебной самостоятельности учащихся. Чего нельзя сказать об уровне значимости равном  $\alpha = p = 0,01$ , где результаты получились абсолютно противоположными [9].

Применение технологии эвристического обучения эффективно для развития учебной самостоятельности учащихся 8 класса при уровне значимости  $\alpha = p = 0,05$ . Однако при  $\alpha = p = 0,01$  это утверждение невозможно, так как  $G$ -критерий знаков показывает случайную положительную динамику.

Для повышения эффективности эвристического обучения рекомендуется:

- 1) начать с пропедевтической деятельности в 5-6 классах;
- 2) учитывать уровень развития коллектива, индивидуальные и возрастные особенности, содержание материала;
- 3) реализовывать технологию на разных уроках, включая творческие домашние задания.

В рамках анализа исследования С.М. Макаровой были изучены психологические и педагогические аспекты формирования учебной самостоятельности у школьников. Проведён анализ различных подходов к определению понятия «учебная самостоятельность», на основе которого было сформулировано собственное определение, интегрирующее ключевые положения рассмотренных авторов [9].

Были рассмотрены научно-методические основы реализации технологии эвристического обучения на уроках математики, обоснована её эффективность для развития учебной самостоятельности учащихся. На



основании теоретических положений разработаны и проведены уроки геометрии в 8 классе.

Эффективность применения технологии эвристического обучения для развития учебной самостоятельности подтверждена статистической обработкой результатов педагогического эксперимента. В ходе исследования были выявлены условия, способствующие повышению эффективности данной технологии.

Перспективы дальнейшей работы включают анализ влияния на эффективность технологии эвристического обучения таких факторов, как мотивация учащихся и стиль обучения. Это позволит глубже понять, какие дополнительные условия способствуют наиболее успешному применению данной технологии в образовательном процессе.

### **Литература**

1. Косикова, С.В. О сущности учебной самостоятельности школьников и уровнях ее развития / С.В. Косикова // Проблемы современного образования. – 2018. – №. 4. – С. 143-150
2. Виноградова, Н.Ф. Материалы курса «Окружающий мир» как учебный предмет в начальной школе: особенности, возможности, методические подходы / Н.Ф. Виноградова. – Москва : Пед. ун-т «Первое сентября», 2008. – 72 с.
3. Рыдзе, О.А. Развитие самостоятельности младшего школьника в учебной деятельности: дис. . канд. пед. наук: 13.00.01 / Рыдзе Оксана Анатольевна. – Москва, 2002. – 189 с.
4. Далингер, В.А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся: учебник и практикум для вузов / В.А. Далингер. – Москва : Изд-во Юрайт, 2022. – 460 с.
5. Ларькина, Е.В. Инновационная деятельность в образовании / Е.В. Ларькина // Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения. – 2014. – №. 41. – С. 98-102.
6. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учебное пособие / Г.И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2002. – 224 с.
7. Хуторской, А.В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения / А.В. Хуторской. – Москва : МГУ, 2003. – 416 с.
8. Скафа, Е.И. Технологии эвристического обучения математике: учебное пособие. 2-е изд. испр. и доп. / Е.И. Скафа, И.В. Гончарова, Ю.В. Абраменкова. – Донецк : ДонНУ, 2019. – 220 с.
9. Макарова С.М. Анализ эффективности применения технологии эвристического обучения на уроках математики в развитии учебной самостоятельности учащихся 8 класса / С.М. Макарова, А.М. Попова, Я.В. Павлова // Проблемы современного педагогического образования.

2024. – №84-1. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-effektivnosti-primeneniya-tehnologii-evristicheskogo-obucheniya-na-urokah-matematiki-v-razvitii-uchebnoy-samostoyatelnosti> (дата обращения: 30.11.2024).

10. Электронный журнал «Справочник педагога-психолога»: сайт. – 2021. – URL: <http://www.vashpsixolog.ru/psychodiagnostic-school-psychologist/160-diagnostika-uspevaemosti/2958-diagnostika-uchebnoj-samostoyatelnosti-mladshego-shkolnika> (дата обращения 30.11.2024)

11. Шелехова, Л.В. Математические методы в педагогике и психологии: в схемах и таблицах: учебное пособие / Л.В. Шелехова. – Майкоп: изд-во АГУ, 2010. – 192 с.

12. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии / Е.В. Сидоренко. – Санкт-Петербург: ООО «Речь», 2003. – 350 с.

13. Скафа, Е.И. Методика обучения математике : эвристический подход. Общая методика / Е.И. Скафа. – Издание второе. – Москва : ООО «Директ-Медиа», 2022. – 441 с.



**RESEARCH ON THE EFFECTIVENESS OF THE TECHNOLOGY OF  
HEURISTIC TEACHING MATHEMATICS  
ON THE FORMATION OF SELF-STUDY SKILLS AMONG STUDENTS  
OF THE 8TH GRADE  
Pavlyuchenko Denis**

**Abstract.** The article justifies the development of educational independence of students in the modern context. Approaches to educational independence are analyzed, and the use of heuristic learning for mathematical education is justified. The theoretical and methodological foundations of the research and examples of geometry lessons in the 8th grade with heuristic methods are considered. A pedagogical experiment in a secondary school is described.

**Keywords:** *mathematical education, problem-based learning, teaching methodology, educational independence, heuristic learning technology, diagnostics of educational independence, pedagogical experiment, statistical processing.*



## УПРАВЛЕНИЕ ПРОЕКТНО-ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ПО СОЗДАНИЮ УЧЕБНЫХ ПРОЕКТОВ<sup>3</sup>

*Скафа Елена Ивановна,  
доктор педагогических наук, профессор,  
e-mail: [e.skafa@mail.ru](mailto:e.skafa@mail.ru)*

*ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ*



***Аннотация.** В контексте школьного математического образования учебные проекты предоставляют обучающимся возможность применять математические концепции и сформированные математические умения для решения проблем прикладного, практического характера, способствующие развитию их математического мышления. Обучить будущего учителя создавать такие проекты предлагается в рамках изучения дисциплин «Основы проектной деятельности», «Методика обучения математике», проектно-технологической практики, выполнении курсовых работ. В статье показан процесс управления проектно-эвристической деятельностью будущих учителей математики по созданию учебных проектов.*

***Ключевые слова:** подготовка будущего учителя математики, проектно-эвристическая деятельность, цифровые учебные проекты, основы проектной деятельности, методическая компетентность учителя математики.*



Рассматривая учебный проект, относящийся к предметной области «Математика», как метод обучения, который активно вовлекает обучающихся в практическую деятельность по решению реальных математических проблем или созданию конкретных продуктов, мы пришли к заключению о том, что при подготовке будущих учителей математики необходимо формировать у них умения разрабатывать такие проекты. Это связано и с тем, отмечает М.И. Мухин, что выполнение миссии учителя требует от него не только высокого профессионализма, фундаментального образования, но и тонкого искусства сопровождения восхождения ребенка к вершине его развития через организацию проектной деятельности [8]. В связи с этим важно при подготовке будущих учителей создавать условия для организации проектной деятельности студентов – будущих педагогов, которая может являться одним

---

<sup>3</sup> Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

из самых эффективных инструментов по формированию конструктивного мышления, а также поможет им сформировать умения создавать проекты для школьников и управлять такой деятельностью обучающихся [7]. Вместе с тем, без организации эвристической деятельности студентов-математиков, в процессе их обучения проектированию, невозможно развить навыки применения поисковых стратегий решения математических задач, основанных на использовании эвристических приемов при пошаговом поиске решения нестандартных заданий, которые закладываются в учебные проекты [6]. И так как проектная и эвристическая деятельность напрямую взаимодействуют друг с другом, мы будем говорить об организации проектно-эвристической деятельности студентов. Под проектно-эвристической деятельностью будущего учителя понимаем продуктивную деятельность, нацеленную на регулирование обучения созданию новых образовательных продуктов, обеспечивающую связь педагога со студентами в достижении заранее установленных задач, направленных на развитие креативных и интеллектуальных возможностей обучающихся [4].

Участие студентов-математиков в проектно-эвристической деятельности позволяет сформировать у них активную самостоятельную позицию, в том числе и по разработке учебных проектов, которая будет способствовать их дальнейшему саморазвитию и приобретению методической компетентности.

Нужно отметить, что проектно-эвристическая деятельность является важной составляющей профессиональной деятельности учителя математики. С одной стороны, проектная деятельность в настоящее время исследователями данного феномена рассматривается как средство формирования компетенций инновационной деятельности у будущих педагогов [2]. С другой – использование метода проектов учителем в обучении школьников, например, средствами информационных технологий, отмечают Е. А. Петухова и Г. В. Кравченко, обеспечивает возрастание познавательных потребностей обучающихся и повышает эффективность процесса обучения [3].

Остановимся на опыте внедрения технологии управления проектно-эвристической деятельностью будущих учителей математики по разработке учебных проектов, организованном в Донецком государственном университете для студентов направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (Профиль: математика и информатика).

I. Управление деятельностью студентов по овладению учебными проектами начинается со знакомства с такими проектами в процессе изучения в V семестре дисциплины «Основы проектной деятельности» (ОПД). Внимание будущих учителей акцентируется на основном отличии учебных проектов от традиционных форм обучения математике, которое заключается в активной роли обучающихся в процессе учебной работы. Отмечается, что школьники на уроках, построенных с использованием

учебных проектов, принимают активное участие в исследованиях, анализе данных, моделировании и решении реальных проблем, используя математические инструменты.

Происходит знакомство студентов с многообразием видов учебных проектов. К которым относят:

1) **исследовательские**: требуют хорошо продуманной структуры, обозначенных целей, актуальности проекта для всех участников, продуманных эвристических методов, в том числе экспериментальных и опытных работ, методов обработки результатов. Проведение экспериментов и сбор данных являются неотъемлемой частью исследовательского проекта. Констатируется факт, что исследовательские проекты в основном предлагаются школьникам во внеклассной работе по математике, так как работа над ними достаточно трудоемкая. Студентам предлагается разработать тематику таких проектов. На семинаре обсуждаются темы выбранные для исследования, например, рис. 1.



Рисунок 1 – Примеры постановки исследовательских учебных проектов

2) **творческие**: как правило, они не имеют детально проработанной структуры, она только намечается и далее развивается, подчиняясь логике и интересам участников проекта. Главное в таких проектах – давать свободу мысли и поддержку для самовыражения и экспериментирования, чтобы достичь уникальных и впечатляющих результатов. Поисковые стратегии (эвристики) обязательно закладываются в такие проекты, поэтому у студента должны быть развиты эвристические умения в процессе работы над проектом. Примеры таких проектов представлены на рисунке 2;



Рисунок 2 – Примеры творческих проектов

3) **игровые**: в таких проектах участники принимают на себя определённые роли, обусловленные характером и содержанием проекта. Отмечается, что доминирующим видом деятельности в таких проектах является игровая, приключенческая. На семинаре по ОПД происходит совместное обсуждение тематики таких проектов, выясняется, чем обусловлен эвристический подход, можно ли закладывать в игры эвристические задачи (например, рис. 3);



Рисунок 3 – Примеры игровых проектов

4) **информационные:** этот тип проектов направлен на сбор информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, её анализ и обобщение фактов, предназначенных для широкой аудитории. Информационные проекты могут иметь различные цели: образовательные, информационные, просветительские или мотивационные. Студенты самостоятельно знакомятся с тематикой информационных учебных проектов, например, таких которые представлены на рисунке 4, высказывают гипотезы по их разработке, строят аналогии, предлагают свои варианты тем проектов;



*Рисунок 4 – Примеры информационных проектов*

5) **практико-ориентированные:** такие проекты направлены на исследование связей математики с различными жизненными ситуациями в быту, технике, архитектуре и пр. Их отличает чётко обозначенный с самого начала предметный результат деятельности участников проекта. Такой проект требует хорошо продуманной структуры. Студентам предлагается по аналогии с проектами, представленными на рисунке 5, придумать тему и разработать дорожную карту практико-ориентированного проекта по определенной теме школьного курса планиметрии.

На занятиях по ОПД обсуждаются преимущества использования учебных проектов в школе, исследуются возможности их применения для коллективной и индивидуальной форм работы обучающихся, с целью формирования учебной мотивации, для углубления учебного материала, обобщения и систематизации знаний школьников. Основными вопросами являются следующие: как часто учебные проекты можно предлагать

школьникам на уроках, можно ли строить работу факультатива через организацию проектной деятельности школьников?



Рисунок 5 – Примеры условий практико-ориентированных проектов

II. В дисциплине «Методика обучения математике» [5], которая изучается студентами в том же семестре, что и ОПД, показывается связь между проектными и эвристическими методами обучения школьников, организуется проектно-эвристическая деятельность по созданию учебных проектов для урока математики. Основной акцент делается на создании системы эвристических задач по одной из тем, изучаемых в основной школе, и организации проектно-эвристической деятельности школьников, направленной на поиск решения каждой задачи. Как правило, такие проекты будущие учителя выбирают в виде программ «нежесткого» управления решением математических задач, описанных нами в работе [6]. Средствами для разработки проектов являются программы Online TestPaD, Microsoft PowerPoint, iSpring Suite, Autoplay Media Studio, программы из системы эвристико-дидактических конструкций, знакомство с которыми происходит на втором курсе обучения.

III. Учебная проектно-технологическая практика согласно учебному плану подготовки будущих учителей математики и информатики проходит в конце V семестра после изучения ОПД и общей методики обучения математике. Как отмечает А.А. Голунова, такая практика является средством формирования профессиональных основ деятельности учителя математики [1]. Имея опыт применения эвристических приемов при решении математических задач (на втором курсе изучалась дисциплина «Эвристики в решении математических задач»), познакомившись с



основами проектной деятельности в дисциплине ОПД, а также изучив эвристические подходы к организации учебного процесса по математике в дисциплине «Методика обучения математике», будущим учителям математики предлагается разработать учебный проект по одной из математических тем, изучаемых в основной школе.

*Целью учебного проекта является* создание цифрового продукта (по одной из тем школьного курса математики), обеспечивающего:

визуализацию учебного материала, созданную с применением цифровых инструментов;

управление процессом обобщения и систематизации знаний по теме на основе применения ИКТ, в том числе мультимедийных тренажеров;

формирование учебной мотивации к изучению выбранной темы за счет представления её связи с окружающим миром, применения игровых цифровых технологий.

*Средствами представления материалов проекта могут выступать:*

- интерактивные цифровые плакаты;
- ментальные карты;
- слайд-шоу;
- инфографика;
- коллекции цифровых игр, в том числе веб-квесты;
- лонгриды и др.

Такой подход к управлению проектно-эвристической деятельностью студентов – будущих учителей математики позволяет развить у них умение эвристического проектирования предметной области «Математика».

### **Литература**

1. Голунова, А.А. Производственная (проектно-технологическая) практика студентов как средство формирования профессиональных основ деятельности учителя математики / А.А. Голунова // Наука XXI века: актуальные вопросы, проблемы и перспективы : материалы Международной (заочной) научно-практической конференции, Душанбе, 15 декабря 2023 года. – Нефтекамск : Научно-издательский центр “Мир науки” (ИП Вострецов Александр Ильич), 2023. – С. 86–93.

2. Горбунова, Н. В. Проектная деятельность и проектные методы в образовании / Н.В. Горбунова // Проблемы современного педагогического образования. – 2019. – № 63-2. – С. 112–116.

3. Петухова, Е. А. Использование метода проектов в обучении студентов вуза средствами информационных технологий / Е.А. Петухова, Г.В. Кравченко. – Текст : электронный // Ученые записки. Электронный научный журнал Курского государственного университета. – 2017. – № 3. – С. 204–209. – URL: <http://scientific-notes.ru/magazine/archive/number/48> (дата обращения 11.10.2024)

4. Система подготовки нового поколения учителей математики на основе проектно-эвристической деятельности / Е.И. Скафа, Е.Г. Евсеева, Ю.В. Абраменкова, И.В. Гончарова // Перспективы науки и образования. – 2021. – № 5 (53). – С. 208–222. doi: 10.32744/pse.2021.5.14108

5. Скафа, Е.И. Методика обучения математике : эвристический подход. Общая методика / Е.И. Скафа. – Издание второе. – Москва : ООО «Директ-Медиа», 2022. – 441 с.

6. Скафа, Е.И. Организация проектно-эвристической деятельности будущих учителей математики по созданию мультимедийных средств обучения / Е.И. Скафа // Информатика и образование. – 2021. – № 5. – С. 59–64. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-5-59-64

7. Iwamoto D.H. The Effect of Project-Based Learning on Student Performance: An Action Research Study / D.H. Iwamoto, J. Hargis, Ky.Vuong // International Journal for the Scholarship of Technology Enhanced Learning. – 2016 – vol. 1, issue 1. – Pp. 24–42.

8. Mukhin M. I. A teacher of the future school // Perspectives of Science and Education. – 2021. – no. 49 (1). – Pp.10–23. doi: 10.32744/pse.2021.1.1



## MANAGING THE PROJECT AND HEURISTIC ACTIVITIES OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS ON CREATING EDUCATIONAL PROJECTS

*Skafa Elena*

**Abstract.** In the context of school mathematics education, educational projects provide students with the opportunity to apply mathematical concepts and formed mathematical skills to solve problems of an applied, practical nature, contributing to the development of their mathematical thinking. It is proposed to train a future teacher to create such projects within the framework of studying the disciplines "Fundamentals of project activity", "Methods of teaching mathematics", project and technological practice. The article shows the process of managing the project and heuristic activities of future mathematics teachers to create educational projects.

**Keywords:** *training of a future mathematics teacher, project and heuristic activity, digital educational projects, fundamentals of project activity, methodological competence of a mathematics teacher.*



## РЕАЛИЗАЦИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ПОИСКА РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Черноусова Наталия Вячеславовна,  
кандидат педагогических наук, доцент,  
email: [chernousovi@mail.ru](mailto:chernousovi@mail.ru)

Найденова Виктория Андреевна,  
студент,  
email: [vikanaydenova28@gmail.com](mailto:vikanaydenova28@gmail.com)

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет имени  
И.А. Бунина», г. Елец, РФ



**Аннотация.** В данной статье рассматривается понятие «эвристики», методологические особенности их изучения различными учеными, приводится пример применения эвристического подхода в обучении математике на примере решения геометрической задачи.

**Ключевые слова:** критическое мышление, эвристика, математика, геометрические задачи.



Одной из важных особенностей современной жизни является непрерывность и интенсивность. Изменения происходят во всех сферах человеческой деятельности в условиях цифровизации и компьютеризации всех окружающих процессов. В данных условиях остро встает вопрос о переосмыслении национальных парадигм образования.

Вспомним, что в советская педагогика характеризовалась знаниецентрической педагогической моделью, особенно при изучении предметов гуманитарного цикла. С течением времени, педагогическая общественность «переосмыслила» модели и парадигмы образования, осуществив плавный переход к деятельностному подходу в образовании, призванному обеспечить личностное, социокультурное и познавательное развитие обучающихся. Этот же подход заложен в основу федеральных государственных образовательных стандартов основного общего образования (ФГОС ООО) третьего поколения.

Одной из ключевых установок в ФГОС ООО является развитие критического мышления обучающихся.

Приведём примеры видов критического мышления и номера положений из ФГОС ООО, в которых о них говорится (табл.1).

*Таблица 1 – Соответствие видов критического мышления и положений ФГОС ООО*

Критическое мышление	Виды критического мышления	№ положения из ФГОС ООО
	1) Анализ	1,3
	2) Оценка	1,3,4,7,8
	3) Саморегулирование	1,3,9
	4) Объяснение	1,3,7,8
	5) Формулирование выводов	1,3,7

Отметим, что данные виды мышлений способствуют более быстрому реагированию на жизненные ситуации, решению трудных задач в условиях постоянно изменяющегося мира. Основой развития таких способностей критического мышления является формирование у обучающегося эвристической деятельности, которая характеризуется процессом построения нового действия, направленного на достижение новой цели в новой ситуации, в том числе и нестандартной [4].

Эвристическая деятельность связана с термином «эвристика», который впервые ввёл древнегреческий математик Папп Александрийский ещё в III веке н.э. С тех пор педагоги рассматривали вопросы формирования эвристики и подходов обучения ею. Приведем контент анализ данных педагогических разработок (табл. 2).

*Таблица 2 – Контент анализ понятия «эвристика»*

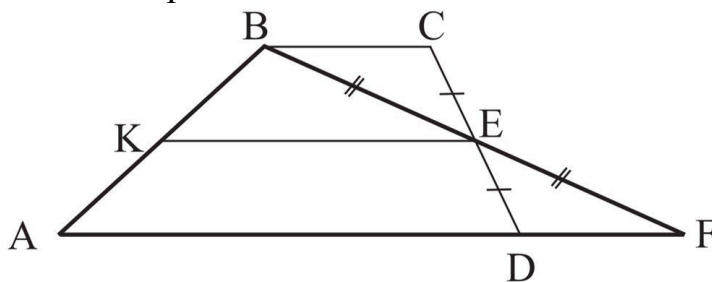
№	Автор/Авторы	Какой смысл вкладывали в понятие «эвристика»
1	С.И. Архангельский	«...рассматривает способы, пути и правила решения поставленных задач на основе свободных размышлений... Характерным для эвристики является соединение двух основных компонентов основания: психологического, субъективного и рационально-логического, объективного» [1]
2	Д.А. Поспелов, В.Н. Пушкин, В.Н. Садовский	«...отрасль науки, которая изучает принципиальные закономерности эвристической деятельности учащихся во взаимодействии с педагогом» [3].
3	Д. Пойа	«...эвристика переплетается с другими науками; ее отдельные части принадлежат не только математике, но и логике,

		педагогике и даже философии, цель эвристики – исследовать методы и правила, как делать открытие и изобретение» [2].
4	А.В. Хуторской	«эвристика – это направленность деятельности человека, ориентированная на создание им субъективно или объективно нового и значимого продукта. В действительности, если считать любую деятельность человека как производительную, то все, что она делает можно считать эвристическим. Прямое же указание на эвристичность того или другого приема, метода или принципа говорит о том, что речь идет о получении нового продукта, – вещественного, мнимого, чувственного или другого» [5].

В методологии преподавания математики эвристика, как правило, относится к любому методу, реализация которого приводит к поиску эффективных и оптимальных методов, логически обоснованному решению задач. И все-таки в большинстве случаев речь идёт о доказательстве теоремы, решении геометрических задач.

Приведем пример геометрической задачи (рис.1).

**Задача.** Дан рисунок. Охарактеризуйте объем и содержание представленного на рисунке материала. Составьте блок 2-3 взаимосвязанных геометрических задач.



*Рисунок 1 – Геометрическая задача*

При выполнении данного задания ученик учится подмечать существенные характеристики, выделять главное, анализировать, обобщать. При использовании эвристических приемов ученики могут вести отдельные тетради.

Ценность данных задач заключается в том, что ученик на конкретном примере (задаче) учится самостоятельно добывать новые знания и применять их на практике.

Эвристические методы – это мощный инструмент, который способствует человеческому познанию и принятию решений. Осознание ее природы и принципов работы позволяет нам более эффективно использовать эвристические подходы. В условиях быстро меняющегося мира, где информация становится все более сложной и объемной, способности к эвристическому мышлению остаются важным навыком для успешной адаптации и развития как критического, так и нестандартного мышления на уроках математики и при решении геометрических задач, развивая пространственное мышление обучающихся.

### Литература

1. Архангельский, С.И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы / С.И. Архангельский. – Москва : Высшая школа, 1980. – 368 с.
2. Пойа, Д. Как решать задачу / Д. Пойа // Квантор. – 1991. – № 1. – С. 211-214.
3. Пospelов, Д.А. Эвристическое программирование и эвристика как наука / Д.А. Пospelов, В.Н. Пушкин, В.Н. Садовский // Вопросы философии. – 1967. – № 1. – С. 32–36.
4. Ульянова, И.В. Роль математических задач в обучении учащихся эвристике / И.В. Ульянова // Наука и школа. – 2019. – № 4. – С. 135-144. – EDN OUBLMO.
5. Хуторской, А.В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения / А. В. Хуторской. – Москва : Изд-во МГУ, 2003. – 416 с.



## IMPLEMENTATION OF HEURISTIC ACTIVITY IN THE PROCESS OF FINDING SOLUTIONS TO GEOMETRIC PROBLEMS

Chernousova Nataliya, Naydenova Victoria

**Abstract.** This article discusses the concept of «heuristics», its methodological features of study by various scientists, provides an example of the application of a heuristic approach in teaching mathematics by the example of solving a geometric problem.

**Keywords:** *critical thinking, heuristics, mathematics, geometric problems.*



## ТЕХНОЛОГИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

**Яскылко Екатерина Александровна,  
учитель математики,**

**e-mail: [ekaterinayaskilko@mail.ru](mailto:ekaterinayaskilko@mail.ru)**

**ГБОУ Луганской Народной Республики «Луганский экономико-  
правовой лицей-интернат имени героев Молодой гвардии»,  
г. Луганск, РФ**



***Аннотация.** В статье рассмотрена важность эвристических методов в обучении математике в школе, а также различные виды эвристических заданий, их применение в учебном процессе и влияние на успеваемость обучающихся.*

***Ключевые слова:** эвристика, эвристические технологии, эвристические методы и приемы, эвристическая задача, обучение математике.*



В настоящее время, когда образование играет ключевую роль в развитии общества, важно стимулировать учеников к изучению математики. В современном мире, где информационные технологии играют все большую роль, необходимо давать обучающимся не только базовые математические знания, но и развивать их мыслительные способности и навыки креативного мышления. Одним из эффективных методов обучения математике является эвристический подход, который активно используется в современном мире [4; 5]. Использование эвристических подходов в обучении математике позволяет добиться этих целей и обеспечить более глубокое и полное понимание математических концепций.

Эвристический подход в обучении математике подразумевает использование методов и приёмов, которые направлены на развитие творческого мышления учеников и стимулирование их интереса к изучению математики. Он основан на принципах исследовательской деятельности и позволяет ученикам самостоятельно искать решения задач, развивать свои мыслительные способности и формировать навыки логического анализа.

Одним из главных преимуществ эвристического подхода является развитие у учеников навыков самостоятельной работы и поиска решений. Также эвристический подход позволяет ученикам развивать свою творческую мысль и умение находить нестандартные решения задач. В результате использования эвристического подхода, ученики лучше

понимают математические концепции и имеют большую мотивацию к изучению математики.

Цель исследования состоит в комплексном изучении эвристической технологии обучения, которая может быть использована для повышения эффективности обучения математике.

Эвристика (с древнегреческого – «отыскиваю», «открываю») – это наука о методах и процессах открытия нового. Целью эвристики можно считать исследование правил и методов, ведущие к изобретениям и открытиям [1, с. 274].

Эвристический метод известен еще со времен Сократа, который при исследовании ряда проблем прибегал к системе наводящих вопросов. Таким образом, он помогал собеседнику самостоятельно приходить к постановке или решению проблемы. При этом истина открывалась подчас не только ученику, но и самому учителю. Беседу относят к наиболее старым методам эвристики [2, с. 156].

Однако эвристика, как метод решения задач, была формализована в 1940-х годах в работах математика Джорджа Полия. Он предложил метод решения математических задач, основанный на опыте и интуиции, который позже был назван «методом Полия».

В 1960-х годах Аджай Панде, индийский математик и психолог, начал разрабатывать эвристические методы обучения для студентов в Индии. Он основывал свои методы на идее, что обучающиеся могут лучше запомнить информацию, если они ее сами открывают, а не просто получают ее из книг или лекций.

Эвристический метод обучения рассматривался в русской школе с начала XIX в. Многие русские педагоги-математики того времени не раз пересматривали традиционные методы обучения, представлявшие им устаревшими, не отвечающими основным задачам математического образования. Известный методист математик В.М. Брадис определяет эвристический метод следующим образом: «Эвристическим называется такой метод обучения, когда руководитель не сообщает учащимся готовых, подлежащих усвоению сведений, а подводит учащихся к самостоятельному переоткрытию соответствующих предложений и правил» [4, с. 46].

Основные идеи эвристического обучения были сформулированы А.М. Новиковым в 1965 году. В своих работах он предложил использовать приемы эвристической методики в обучении математике. Он считал, что ребенок должен самостоятельно открывать математические законы и правила, а не просто учить их наизусть.

С тех пор эвристическая технология обучения получила широкое распространение в образовании, особенно в области математики. Она используется для развития творческого мышления и способности к самостоятельному решению проблем. Она также помогает ученикам



развивать навыки поиска, анализа и оценки информации, а также самостоятельного принятия решений.

Эвристическое обучение имеет основные отличительные признаки:

1. Большое внимание уделяется эвристическим вопросам, которые стимулируют творческое мышление учащихся и в зависимости от переформулировки вопроса позволяют увидеть проблему с новой точки зрения.

2. Особое внимание уделяется эвристическим предписаниям, которые представляют собой ориентировочную основу третьего типа.

3. В условиях эвристического обучения большое внимание уделяется стимулированию таких процедур творческой деятельности, как творческое воображение, генерация идей, творческая рефлексия и др.

Примерами эвристических подходов в обучении математике могут быть задачи, которые требуют нестандартного подхода к решению. Например, задачи на поиск общих закономерностей, задачи на построение графиков функций или задачи, в которых необходимо использовать некоторые математические теоремы. Важно отметить, что эвристические задачи могут быть как сложными, так и простыми, но их главная цель – развить у учеников навыки самостоятельного мышления и нахождения нестандартных решений [6, с. 78].

Современные образовательные курсы должны обеспечивать условия для развития умений анализировать, моделировать, принимать оптимальные решения, учить умению добывать знания [2, с. 156]. Особенности эвристических заданий являются:

- 1) стимулирование интереса и мотивации к изучению математики;
- 2) активизация познавательной деятельности и саморазвития студентов;
- 3) расширение и углубление знаний по математическим темам;
- 4) формирование умения применять теоретические знания на практике;
- 5) развитие навыков работы с различными источниками информации, в том числе с современными информационно-коммуникационными технологиями;
- 6) развитие навыков коммуникации, аргументации, дискуссии и защиты своей точки зрения;
- 7) развитие навыков работы в команде, распределения ролей и ответственности.

Для современных учащихся важно иметь интерактивную связь при обучении и понимать, что они получают знания не вчерашнего дня и что, закончив обучение они быстро смогут адаптироваться на своем первом рабочем месте. Будут иметь четкое представление что такое управление производством на современном предприятии, из каких информационных систем оно состоит, как эти системы обмениваются данными и за счет чего

можно повысить эффективность производства в конечном итоге. Необходимо разработать нетрадиционные педагогические и дидактические решения, обеспечивающие и гарантирующие устойчиво высокое качество образования. Дидактическую систему многомерных эвристических диалогов с компьютерной интеллектуальной поддержкой, активизирующих профессионально-творческое саморазвитие учеников. Эта система позволит обучающимся развивать свои творческие и исследовательские умения и навыки, а также формировать профессиональные компетенции [5, с. 225].

Для решения таких заданий обучающимся необходимо знать основы теории матриц и систем линейных уравнений, векторной алгебры, аналитической геометрии, теории вероятностей и статистики, а также иметь представление о физических процессах. Кроме того, ученикам нужно уметь применять эвристические методы, то есть практические приемы, которые не гарантируют точного или оптимального решения, но позволяют ускорить процесс поиска решения или приблизиться к нему.

В современном мире эвристический подход становится все более популярным в обучении математике. Он позволяет ученикам развивать свои мыслительные способности, формировать навыки логического анализа и находить нестандартные решения задач [2, с. 156]. Использование эвристических подходов в обучении математике имеет большое значение для формирования компетентных и творческих личностей, способных успешно решать сложные задачи в современном мире.

Таким образом, эвристический подход в обучении математике имеет большое значение для формирования компетентных и творческих личностей. Он позволяет ученикам развивать свои мыслительные способности, формировать навыки логического анализа и находить нестандартные решения задач. В современном мире, где информационные технологии играют все большую роль, использование эвристических подходов в обучении математике позволяет добиться этих целей и обеспечить более глубокое и полное понимание математических концепций.

### **Литература**

1. Кошелева, Е.А. Современные подходы к методике обучения математике студентов вузов на основе овладения эвристическими методами / Е.А. Кошелева, О.В. Тарасова // Ученые записки Орловского государственного университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – 2015. – № 2(65). – С. 274-279.
2. Кулюткин, Ю.Н. Эвристические методы в структуре решений / Ю.Н. Кулюткин. – Москва : Педагогика, 1970. – 232 с.
3. Поляков, Ю.Н. Методика преподавания математики / Ю.Н. Поляков. – Москва : Просвещение, 2015. – 368 с.
4. Прач, В.С. Деятельностно-ориентированные технологии эвристического обучения математике студентов технического университета /

В.С. Прач // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2015. – № 42. – С. 46-50.

5. Соловьева, С.А. Эвристическая беседа при изучении курса высшей математики в структуре компетентного подхода / С.А. Соловьева // Проблемы современного образования. – 2019. – № 4. – С. 223-231.

6. Хадисова, С.А. Применение эвристических технологий в процессе обучения математике / С.А. Хадисова, З.И. Исаева // Актуальные вопросы физико-математического образования. – 2023. – С. 77-81.

**THE TECHNOLOGY OF HEURISTIC TEACHING  
MATHEMATICS AT SCHOOL  
Yaskylko Ekaterina**



**Annotation.** The article will consider the extent of heuristic methods in teaching mathematics in higher education, as well as various types of heuristic tasks, their application in the educational process and the impact on the youth of students.

**Keywords:** *heuristics, heuristic learning, tasks, principles, forms and methods heuristic learning, personal qualities of the student, educational result.*

