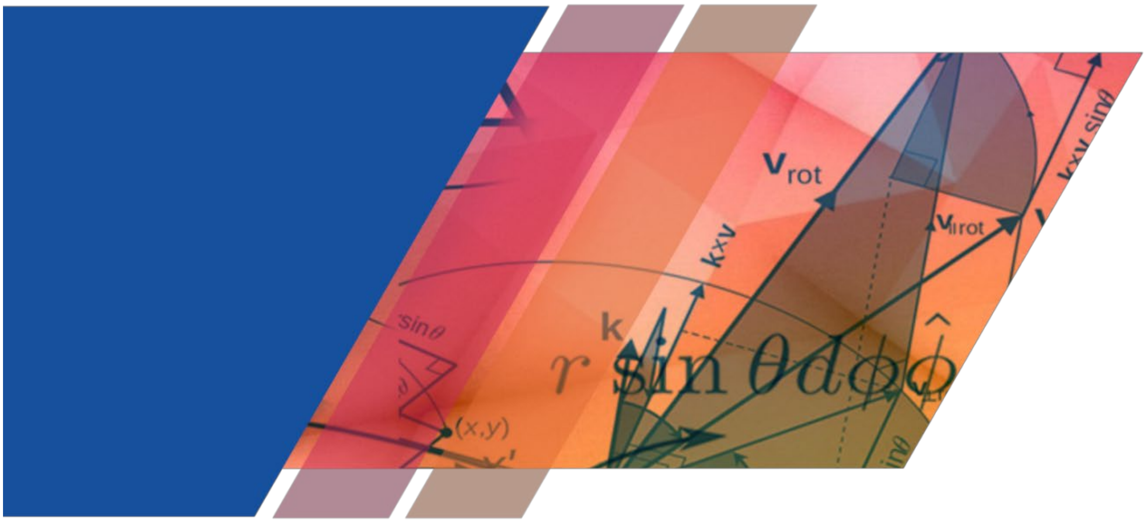
Секция 4

Методическая наука – учителю математики



РОЛЬ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ В ИЗУЧЕНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Аркадьева Ольга Владимировна,
учитель математики
e-mail: o.arkadieva@mail.ru
ГБОУ «СШ №12 г.о. Макеевка», г. Макеевка, РФ

Аннотация. В статье рассмотрены теоретические и психолого-дидактические аспекты применения межпредметных связей в изучении теории вероятностей и статистики в школе, конкретизирован операционный состав действий по межпредметным связям математика-информатика на математических основаниях в работе на тренажерах.

Ключевые слова: *межпредметные связи, модели, алгебра, геометрия, теория вероятностей, программа Power Point*

Межпредметные связи содействуют формированию обобщенных умений, развивают самостоятельность и творческую активность, а также создают благоприятные условия для формирования у обучающихся естественно-научной картины мира. В результате взаимодействия разных учебных дисциплин у обучающихся формируется единая система предметных знаний. Это, в свою очередь, позволяет изучать предмет на разнообразном фактологическом материале более углубленно, с акцентом на различные особенности, которые не рассматриваются в рамках данного учебного предмета. Особенностями методики применения межпредметных связей в изучении математики и стохастики занимались такие авторы, как В.М. Баляйкина [4], А. Гурбанбердиева [5], И.П. Лобанок [7], Е.М. Ложкина [8], Т.А. Полякова [9].

В изучении математики на основе межпредметных связей можно выделить некоторые особенности пропедевтики. При внутрипредметной пропедевтике происходит сближение математического материала одной математической дисциплины, а при межпредметной – сближение алгебраического и геометрического материала. При этом, межпредметная пропедевтика может быть двух типов: на уроках алгебры - пропедевтика материала по геометрии, на уроках геометрии – пропедевтика по алгебре.

Теоретические вопросы и психолого-дидактическое обоснование, виды, формы, функции пропедевтики остаются актуальными для научного изучения в изучении теории вероятностей и статистики в школе на основе межпредметного подхода. Чаще всего исследования в области пропедевтики носят частный характер и касаются какой-либо определенной темы.

По мнению Т.А. Поляковой, Т.А. Ширшовой, изучение основных разделов стохастической линии позволяет познакомить обучающихся с закономерностями изучения «живых» систем в подготовке к профильному обучению в старших классах [8].

Материал по стохастике для классов естественнонаучного профиля адаптируется таким образом, что «ядро» содержания (тот обязательный минимум содержания среднего (полного) общего образования по математике, определяемый стандартом) должно быть дополнено рядом тем и разделов стохастической составляющей, знакомство с которыми будет способствовать более глубокому пониманию и осмыслению многих процессов, описываемых в биологии, химии, медицине, а также продемонстрирует прикладную сторону вероятностно-статистической линии в цикле естественнонаучных дисциплин.

Приведем некоторые характеристики межпредметных связей:

– межцикловые связи (история, технология, литература);

– внутрицикловые связи (география, химия, физика);

Углубляются и конкретизируются общепредметные понятия: состав, строение, явление, свойство, вещество, энергия.

Межпредметные связи подразделяются на фактические и теоретические. Фактические межпредметные связи – это выявление сходства фактов разных учебных предметов и использование общих для обобщения представлений об отдельных процессах и явлениях. Теоретические межпредметные связи подразумевают качественное изменение изучаемых на уроках основных постулатов теорий и законов.

Перечислим некоторые направления влияния принципа межпредметности – это постановка и разрешение проблемы и природы изучаемых связей; развитие учебно-познавательной деятельности, повышение системности знаний.

В работе М.Е. Алиевой уточняются научные формулировки роли межпредметных связей в обучении математике: формированию системности знаний на основе развития ведущих общенаучных идей и понятий; развитию системного и диалектического мышления; формированию диалектико-материалистических взглядов, политических знаний и умений; единая трактовка общенаучных понятий.

В дидактической теории межпредметных связей выделены три основные их группы:

1) содержательно-информационные – по видам знаний (научные: фактические, понятийные, теоретические, философские, идеологические);

2) операционно-деятельностные – по видам умений (познавательные, практические, ценностно-ориентационные);

3) организационно-методические – по способам реализации межпредметных связей в учебном процессе [1].

Необходимо отметить роль межпредметных связей в изучении математического моделирования, составлении задач на основе методических моделей.

В области математического моделирования с помощью задач можно отметить четыре этапа:

1. Этап построения математической модели, выделение необходимых свойств в задаче; формализация, абстрагирование. Сама модель создается: арифметическая, алгебраическая, геометрическая, графическая или смешанная.

2. Этап работы с математической моделью. Осуществляется решение уравнения, вычисление значения числового выражения, чтение графика или работа с чертежом и др.

3. Этап интерпретации. На данном этапе осуществляется перевод полученного результата с математического языка на естественный.

4. Этап дополнительной работы с составленными моделями для задач. Изменение условия задачи, составление подобных задач в устном, письменном варианте, на программах-тренажерах, ПК [8].

Внутрипредметные математические связи описаны в статьях А. Гурбанбердиевой [5] и А.А. Бабаева [2]. Внутрипредметные связи теории вероятностей и алгебры позволяют строить графики зависимости выпадения результата от количества испытаний, определять вероятности в качестве функции, распределение вероятности указывать как непрерывное или дискретное, вычисление среднего значения набора данных с помощью формулы суммы.

Задача. Вычислить среднее значение $\{1, 4, 6, 6, 8, 9, 11, 15\}$ данных.

Воспользуемся формулой:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (1)$$

Приведем решение задачи:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{8}(1+4+6+6+8+9+11+15) = \frac{60}{8} = 7,5$$

Приведенный выше пример иллюстрирует вычисление среднего значения для дискретного набора данных. Средние значения для непрерывных наборов данных также могут быть рассчитаны с помощью интегрального исчисления.

Приведем другой пример: три броска монеты приведут к результату выпадения трех орлов. Предположим, что вероятность того, что конкретная подброшенная монета выпадет орлом вверх, равна h , где $h \leq 1$. Мы можем определить функцию p (h), что дает нам вероятность трех орлов при трех бросках.

Мы также можем создать распределение вероятностей, которое графически показывает нам вероятности потенциальных результатов броска. Для распределения вероятностей для честной кости можно составлять график. Горизонтальная ось описывает возможные результаты броска шестигранной кости, а вертикальная ось описывает вероятность, связанную с этими результатами. Общие формулы и выражения для фундаментальных параметров, таких как среднее значение, дисперсия и стандартное отклонение совокупности (набора данных) невозможно без интеграции с алгеброй.

Е.Ю. Куприенко указывает на преемственность обучения геометрии и теории вероятностей при изучении тем по «Геометрической вероятности»:

– реализуется принцип наглядности в обучении математике, что особенно важно для обучающихся с доминантой наглядно-образного мышления;

– расширяются представления школьников о вероятности случайных событий;

– классическая, статистическая и геометрическая вероятности обобщаются до аксиоматической вероятности [6].

Предлагается для исследовательской деятельности по решению задач использовать творческие мастерские по алгебре и геометрии, тренажеры в программе Power Point.

Приведем пример межпредметных связей математики и информатики, с особенностями применения математического аппарата алгебры и геометрии, модели «вектора» в пространстве информационных технологий. Выполняем тренировочные упражнения в программе Power Point по системе инженерии знаний (Бровка Н.В.) [3]. Выбирается лекало презентаций заполнителя текста: вверху – малое пространство, ниже – большое пространство. Выполняем действие в программе: «Вставка» – «Создать слайд» – «Заголовок и объект». Вверху пишем описание симулятора-тренажера. Симулятор может состоять как из одного слайда, так и нескольких слайдов программы презентаций. Выполняем тренировочное упражнение с векторами:

1. Напечатаем на клавиатуре три числа 1, 2, 3 (54 шрифт). Между числами соблюдаем пробелы в 20 единиц кареткой «Пробел» на клавиатуре ПК. Цель: составить симулятор «сложения векторов» по правилу треугольников (Рис.1).

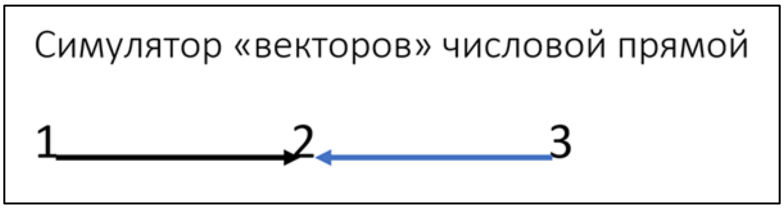


Рисунок 1 – Графическое представление векторов в пространстве программы Power Point на числовой прямой

2. Воспользуемся функцией программы «Вставка», «Фигуры», «Линия со стрелкой», нарисуем два вектора по направлению к внутренне расположенному числу два.

3. Двигаем вниз мышкой «Заполнитель нижний для текста».

4. Напечатанные цифры сдвигаются и располагаются внизу (Рис.2).

5. Сдвигаем, выполняем повороты: «черная стрелка» и «синяя стрелка» – вектор; создаем треугольник с помощью дополнительного вектора «красной стрелки» (рис. 2).

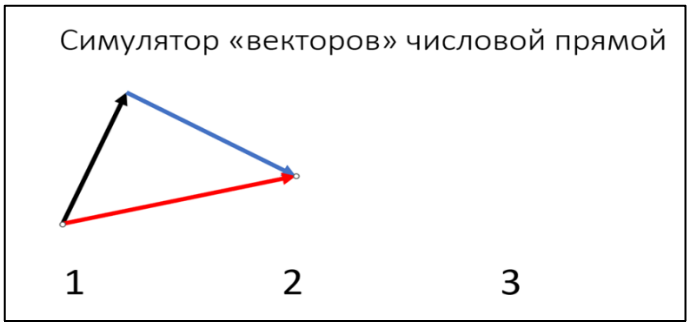


Рисунок 2 – Графическое изображение сложения векторов по правилу треугольника в программе Power Point

Упражнения с векторами данного тренажера являются пропедевтикой выполнения заданий по применению математической модели «числа-близнецы» и решением задач по теории вероятностей на основании методической модели «Круг» в системе. Методические модели формируют задания нескольких уровней для формирования понятий внутри-предметной математической преемственности знаний.

Необходимо выделить роль самостоятельной деятельности обучающихся на уроках, выполнение заданий в группах, парах.

Литература

1. Алиева, М.Е. Межпредметные связи как один из принципов современных образовательных процессов / М.Е. Алиева // Вестник науки и образования. – 2020. – №11–2 (89). – С. 65–69.

2. Бабаев, А.А. Применение алгебры в теории вероятности / А.А. Бабаев, А.А. Бердыев, Б.А. Какалыев // Вестник науки. – 2023. – №2 (59). – С.178–181.

3. Бровка, Н.В. Об инженерии знаний и обучении студентов механико-математических специальностей / Н.В. Бровка // Университетский педагогический журнал. – 2022. – №1. – С. 3–8

4. Межпредметные связи как принцип интеграции обучения / В.М. Баляйкина, Т.А. Маскаева, М.В. Лабутина, Н.Д. Чегодаева // Современные проблемы науки и образования. – 2019. – № 6. – С.8–16.

5. Гурбанбердиева, А. Особенности изучения теории вероятностей и теории ожидания в математике / А. Гурбанбердиева, А.Г. Хыдырова // Вестник науки. – 2022. – №10 (55). – С. 211–215.

6. Куприенко, Е.И. Методические материалы по обучению курсу «вероятность и статистика» в 7-11 классах для педагогов, внедряющих обновленные ФГОС ООО И ФГОС СОО / Е.И. Куприенко, Т.Ф. Сергеева. – Москва, 2023. – 21 с.

7. Лобанок, И.П. Пропедевтика как средство интеграции в обучении математике : учебно-методическое пособие / И.П. Лобанок. – Могилев : МГУ имени А.А. Кулешова, 2005. – 68 с.

8. Ложкина, Е.М. Межпредметные связи при обучении математическому моделированию в курсе алгебры основной школы / Е.М. Ложкина // Современная система образования: опыт прошлого, взгляд в будущее. – 2016. – №5. – С.82–86.

9. Полякова, Т.А. Особенности преподавания вероятностно-статистической линии в классах естественнонаучного профиля / Т.А. Полякова, Т.А. Ширшова // ОНВ. – 2007. – №2 (57). – С.48–51.

THE ROLE OF INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS IN THE STUDY OF PROBABILITY THEORY AND STATISTICS IN PRIMARY SCHOOL

Arkadyeva Olga

Abstract. The article considers the theoretical and psychological-didactic aspects of the application of interdisciplinary connections in the study of probability and statistics at school; interdisciplinary connections are divided into inter-cycle, intra-cycle, factual, theoretical; the operational composition of actions on interdisciplinary connections mathematics-computer science on mathematical grounds in working on simulators is specified.

Keywords: *interdisciplinary connections, models, algebra, geometry, probability theory, Power Point program.*

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНОГО ПОДХОДА ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ СТАРШЕКЛАССНИКОВ[1]

Барковская Светлана Вячеславовна,
учитель математики
e-mail: Sveta.barkovskaya@yandex.ru
ГБОУ «Школа № 4 г. о. Дебальцево», г. Дебальцево, РФ
Абраменкова Юлия Владимировна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: u.v.abramenkova@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация. В статье описаны психические новообразования и сформированные высшие психические функции старшеклассников и их роль в реализации метапредметного подхода при обучении математике. Особое внимание уделено образовательной самостоятельности и её компонентам. Выделены основные этапы реализации метапредметного подхода при обучении математике в старшей школе.

Ключевые слова: *метапредметный подход, компоненты образовательной самостоятельности, рефлексия, профориентационная деятельность.*

Трудности изучения математики, особенно в старшем звене, влекут за собой необходимость учёта закономерностей мышления, возможностей познавательной деятельности обучающихся. Вышеперечисленные возрастные психологические особенности школьников коренным образом влияют на успешность разработки и реализации образовательных методик. Для применения метапредметного подхода при обучении математике старшеклассников целесообразно принимать во внимание психические новообразования и сформированные высшие психические функции, а также психолого-педагогические предпосылки, среди которых учет возрастных и психологических особенностей обучающихся, формирование у них мотивации к обучению, личностно-ориентированный и деятельностный подход, индивидуализация и дифференциация и др.

В раннем юношеском возрасте учение продолжает оставаться

[1] Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

одним из главных видов деятельности старшеклассников. В 10-11 классах круг знаний школьника расширяется, поэтому этих знаний становится достаточно для объяснения различных фактов действительности.

Кроме стабильных состояний и установок обучающихся в возрасте 15-17 лет формируются свойства психической деятельности, которые коренным образом влияют на обучение математике.

Старшеклассникам свойственно стремление к самостоятельности, в частности к образовательной самостоятельности.

Рассмотрим компоненты образовательной самостоятельности старшеклассника (рис. 1).

Рисунок 1 – Компоненты образовательной самостоятельности старшеклассника

Мотивационно-смысловая компонента отражает осознанное стремление обучающегося быть субъектом своего образования, потребность в самоопределении и самореализации.

Большинство учёных считает, что в юношеском возрасте главным новообразованием является формирование самосознания, одним из показателей которого является осмысленное отношение к себе и жизни [1, 2, 4]. Кроме этого в возрасте 15-17 лет происходит определение социального статуса и устойчивой системы ценностей личности. Поэтому благотворной средой для становления этих новообразований будет стремление к поиску оригинальных решений, собственной оценке явлений, их аргументации, развитие критичности мышления. Вышеперечисленное может быть реализовано при обучении математике на основе метапредметного подхода, ведь данный подход предполагает осмысленность изучения преподаваемого материала. Обучение математике на основе данного подхода способствует формированию творческой составляющей личности (нестандартное решение задач, проектная, исследовательская деятельность), умению аргументировать свою точку зрения (коммуникативные универсальные учебные действия).

Регулятивно-волевая компонента отражает способность обучающегося к проявлению субъектной позиции в управлении собственной образовательной траекторией; способность к выбору цели деятельности и усилиям, необходимым для её осуществления.

Особенностью старшего подросткового и раннего юношеского возрастов является стремление к оценке возможностей и способностей своей личности, к самопознанию, психологическая готовность к профессиональному самоопределению. Однако результаты социологических исследований, например, результаты О. В. Обласовой, позволяют утверждать, что представления старшеклассников о профессиях и рынке труда в большинстве своём оторваны от действительности. Большинство выпускников не способны самостоятельно определить перспективы своего профессионального развития, планировать этапы своей деятельности по выбору и освоению профессии [2]. Реализация метапредметного подхода при обучении математике позволит решить данную проблему. Применение обобщенных способов действий, в частности математического моделирования к решению задач из других наук, позволит старшеклассникам расширить знания о сфере деятельности представителей различных профессий. То есть будет способствовать профориентационной деятельности посредством обучения математике.

Также демонстрация практического применения математического аппарата положительно влияет на внутреннюю мотивацию к изучению математики [3]. Ведь в старшем школьном возрасте отмечается снижение мотивации и настойчивости в решении математических задач, по сравнению с младшим школьным возрастом.

Содержательно-деятельностная компонента отражает способность обучающегося к проявлению субъектной позиции в использовании знаний и способов деятельность.

Современные исследования ценностно-смысловой сферы личности старшеклассников показывают, что старшеклассники ориентированы на самоэффенктивность (вера в эффективность собственных действий и ожидание успеха от их реализации). Основными факторами самоэффективности могут выступать: высокий уровень компетентности человека в деятельности, умение учиться у других, убеждение в своей способности справиться с поставленной целью, умение человека правильно оценивать свое физическое и эмоциональное состояние. Одним из свойств самоэффективности является обобщённость (широта), которая демонстрирует, как переносятся убеждения в собственной эффективности, сформированной в одной сфере деятельности, на другие [4]. Данная характеристика также присуща метапредметному подходу к обучению математике – математическое моделирование является универсальным средством описания процессов и явлений из других школьных предметов естественнонаучного цикла. Этому способствует также тот факт, что логическая память является у подростков доминирующей.

Рефлексивно-оценочная компонента отражает способность обучающегося к проявлению субъектной позиции в анализе и оценке результата деятельности.

Рефлексия является одним из основных механизмов метапредметного подхода в обучении в целом и математике в частности.

Важность рефлексии обусловлена тем, что позволяет учителю провести оценку собственной работы, а также сделать выводы о необходимости корректировки программы, а также приемов и методов изложения материала. Для школьника рефлексия позволяет:

- подвести итоги о том, как он работал, что нового он узнал;
- выяснить впечатления;
- провести обобщение результатов;
- выделить свои достижения и успехи;
- обдумать свои перспективные достижения.

Выделим этапы реализации метапредметного подхода в обучении математике старшей школы с учётом вышеперечисленных особенностей психики старшеклассников (табл. 1).

Таблица 1 – Этапы реализации метапредметного подхода при обучении математике в старшей школе

Название этапа	***Содержание этапа***
1) аналитический этап	осмысление учебного материала, формулирование проблемы, определение целей; выявление важности усвоения знаний на личностном, социальном и профессионально-ориентированном уровнях
2) поисковый этап	поиск и отбор необходимой информации, определение задач и способов ее получения
3) метапредметный этап	осознание важности применения и рассмотрения универсальных методов обучения; выявления и овладение метапредметными понятиями
4) профессионально-ориентированный этап	анализ и оценка возможностей применения полученных метапредметных знаний в своей будущей профессиональной деятельности
5) социальный этап	определение ценности и значимости полученных знаний для личности и общества в целом
6) рефлексивный этап	рефлексия результатов обучения

Содержание приведённых в таблице 1 этапов не только соответствует требованиям современного образовательного стандарта, а также учитывает вышеперечисленные возрастные особенности старшеклассников.

Подводя итог вышесказанному, стоит отметить, что психические новообразования и сформированные высшие психические функции старшеклассников будут способствовать реализации обучения математике на основе метапредметного подхода. Особенности данного подхода, а именно самостоятельное пополнение, перенос и интеграция знаний, сотрудничество, самоорганизация, саморегуляция и рефлексия, окажут благотворное влияние на становление личности обучающегося.

Литература

1. Ким, Н.О. Формирование и развитие метапредметных компетенций у старшеклассников / Н.О. Ким // Вестник Кемеровского государственного университета. Серия: Гуманитарные и общественные науки. – 2021. – № 4. – С. 287-294.

2. Обласова, О. В. Психологические особенности формирования ценностных ориентаций старшеклассников / О. В. Обласова, А. А. Черникова // Вестник Алтайского государственного педагогического университета. – 2022. – № 4 (53). – С. 63-68.

3 Подходова, Н. С. Методика обучения математике : учебное пособие / Н. С. Подходова, Н. Л. Стефанова, В. И. Снегурова ; под ред. Н. С. Походова. – Санкт-Петербург : Российский государственный педагогический университет им. Герцена, 2020. – 264 с.

4. Холодкова, О. Г. Осмысленность жизни и самоэффективность старшеклассников / О. Г. Холодкова, Г. Л. Парфенова // Russian Journal of Education and Psychology. – 2023. – №14. – С. 151-176.

PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL ASPECTS APPLICATIONS OF THE META-OBJECTIVE APPROACH WHEN TEACHING MATHEMATICS TO HIGH SCHOOL STUDENTS

Barkovskaya Svetlana, Abramenkova Julia

Abstract. The article describes the mental neoplasms and formed higher mental functions of high school students and their role in the implementation of the meta-subject approach in teaching mathematics. Special attention is paid to educational independence and its components. The main stages of the implementation of the meta-subject approach in teaching mathematics in high school are highlighted.

Keywords: *meta-subject approach, components of educational independence, reflection, career guidance*.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЕ СРЕДСТВАМИ ФАКУЛЬТАТИВА «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ»

Варавина Вероника Сергеевна,
учитель математики
e-mail: veronikavaravina@gmail.com
МОБУ «Средняя общеобразовательная школа № 7 им. Москвина А.П.», г. Сочи, РФ

Аннотация. В статье рассмотрена проблема обучения экономико-математическому моделированию на примере факультатива «Математические модели в экономике». В статье приведено содержание факультатива и профессионально-ориентированные задачи по теме «Системы уравнений и рыночное равновесие». Раскрыты возможности реализации межпредметных связей (математики и экономики) при рассмотрении профессионально-ориентированных задач на различных этапах экономико-математического моделирования.

Ключевые слова: *профессионально-ориентированные задачи, экономико-математическое моделирование, профильное обучение, факультатив.*

Современное образование требует усиления профессиональной направленности обучения, что особенно актуально для предметов, находящихся на стыке наук, таких как математика и экономика. В условиях развития цифровой экономики математика становится универсальным языком анализа и моделирования, позволяя изучать сложные экономические процессы. Экономический профиль обучения предполагает глубокую интеграцию математических знаний в предпрофессиональную подготовку школьников. Факультатив «Математические модели в экономике» представляет собой эффективный инструмент интеграции теории и практики, направленный на развитие у школьников навыков решения прикладных задач. Факультатив также развивает интерес к профессиям, связанным с экономикой и финансами, показывая школьникам реальные перспективы применения их знаний. Это особенно важно в условиях растущего спроса на специалистов, обладающих математической грамотностью. В процессе обучения школьники учатся строить математические модели, прогнозировать экономические явления и оценивать риски. Благодаря этому обучающиеся 10-11 классов получают не только теоретическую подготовку, но и практический опыт, который будет востребован в их дальнейшей жизни.

Вопросами использования профессионально-ориентированных задач в процессе обучения математике занимались такие ученые как: О.Б. Байкыдыров, С.М. Сеитова [3], В.Ю. Бодряков [4], А.С. Гребенкина, Е.Г. Евсеева [5], А.О. Келдибекова [7], Е.А. Седова [8], Т.П. Фомина, А.В. Хорцев [9], и др. Использование метода математического моделирования как средства решения профессионально-ориентированных задач, рассматривались в работе Ю.В. Абраменкова [1], С.Н. Дворяткина [6], О.С. Бабанская [2] и др.

Таким образом, рассмотрев работы, посвященные профессиональной направленности обучения математике мы пришли к выводу, что повышению эффективности математической подготовки школьников способствуют следующие факторы: взаимосвязь содержания математического образования с содержанием профильных предметов; интеграция математики и профильных дисциплин средствами профессионально ориентированных задач; использование в обучении метода математического моделирования; решение на занятиях по математике профессионально-ориентированных математических задач.

Предлагаем для обеспечения профессиональной направленности обучения математике в классах экономического профиля, ввести в обучение факультатив «Математические модели в экономике», который ориентирован на удовлетворение потребности в индивидуальной, интеллектуальной и познавательной деятельности и развитию научно-исследовательских навыков обучающихся. Факультатив станет востребованным в первую очередь обучающимися, которые имеют высокий интерес и соответствующую мотивацию к изучению математики, экономики, информатики.

Рассчитан факультатив на обучающихся 11 класса, предусматривает общую нагрузку 34 часа (1 час в неделю). Тематический план факультатива предусматривает рассмотрение таких тем:

1. Математические модели в экономике.
2. Простые и сложные проценты в экономических задачах.
3. Системы уравнений и рыночное равновесие.
4. Функции в экономике.
5. Дифференциальные уравнения в экономической динамике.

Рассмотрим одну из тем курса «Математические модели в экономике» для 11 класса с экономическим профилем подготовки (*Таблица 1*).

Рассмотрим задачи, которые можно использовать при изучении данной темы.

Моделирование спроса и предложения с помощью линейных уравнений. Моделирование спроса и предложения с помощью линейных уравнений предполагает, что спрос и предложение зависят от цены линейно (рисунок 1).

Таблица 1 – Содержание темы «Системы уравнений и рыночное равновесие»

Тематическое содержание	***Виды деятельности обучающегося***
Определение уравнения. Виды уравнений: линейные, квадратные, системы уравнений. Системы линейных уравнений и способы их решений (графический, подстановки, исключения). Примеры использования уравнений в экономических задачах. Моделирование спроса и предложения с помощью линейных уравнений. Примеры задач на нахождение равновесной цены и количества. Моделирование доходов и расходов с использованием квадратных уравнений. Примеры задач на максимизацию прибыли и минимизацию затрат. Примеры применения систем уравнений в экономических задачах (например, анализ рынка).	• Вычислять равновесную цену и количество на основе заданных функций спроса и предложения. • Выявлять зависимости между спросом и предложением на основе графического представления линейных уравнений. • Находить корни квадратных уравнений, используемых для моделирования доходов и расходов. • Находить оптимальные значения для максимизации прибыли или минимизации затрат с помощью анализа систем уравнений. • Использовать методы решения систем уравнений для анализа различных экономических ситуаций (например, анализ рынка). Использовать математические модели для прогнозирования экономических показателей, таких как доходы и расходы.

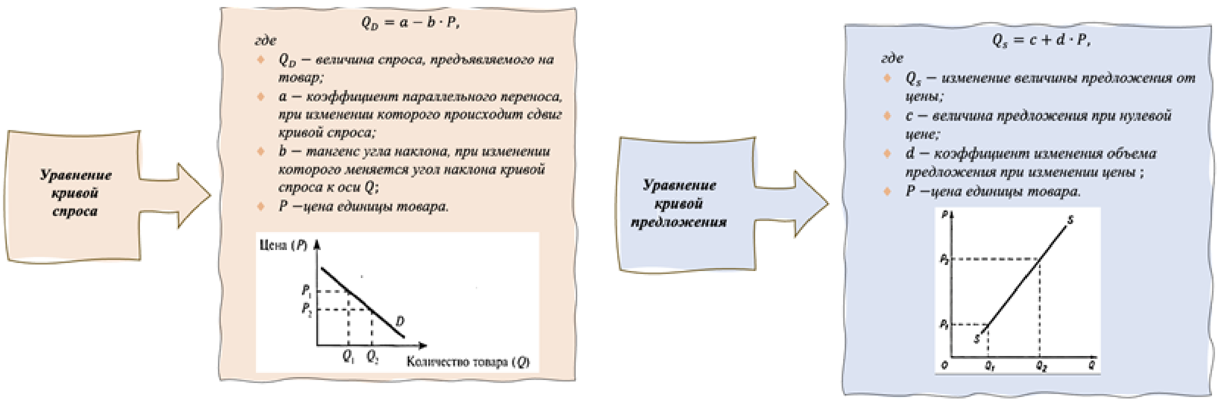


Рисунок 1 – Основные задачи темы
«Системы уравнений и рыночное равновесие»

Задача 1. На рынке определен товар. Функция спроса задана уравнением: $Q_D = 50 - 2P$, где $Q_D -$ количество единиц товара, которое хотят купить потребители, а $P -$ цена за единицу товара. Функция предложения задана уравнением: $Q_s = 5P - 10$, где: $Q_s -$ количество единиц товара, которое производители готовы предложить. Найдите равновесную цену P и равновесное количество товара Q .

Решение. Равновесие цены – это цена, при которой величина спроса равна величине предложения. Следовательно, прировняем $Q_D = Q_s$ и найдем параметр P из линейного уравнения:

$$50 - 2P = 5P - 10; 50 + 10 = 2P + 5P;$$

$$7P = 60;\ P = \frac{60}{7} \approx 8{,}57.$$

Подставим параметр P в любую из функций и получим:

$$Q\ = 50 - 2 \cdot 8{,}57 \approx 32{,}86.$$

Ответ: равновесная цена 8,57; равновесное количество 32,86.

Изобразим решение в программе GeoGebra (рис. 2).

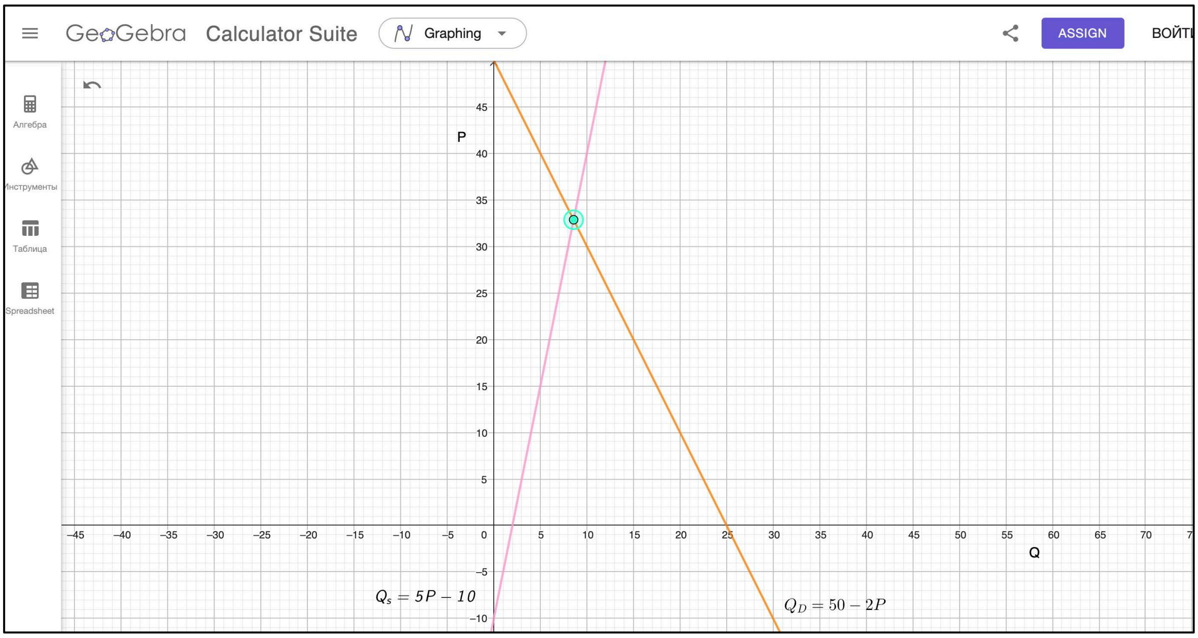


Рисунок 2 – Решение задачи 1 в программе GeoGebra

Задача 2. Пусть функция спроса на некоторый товар задается формулой $Q_D = 100 - 4P$, а функция предложения на этот товар имеет вид: $Q_S = 20 + 2P$. Государство вводит субсидию $S = 10$ на каждую ед. товара для потребителей. Как изменится равновесная цена?

Решение: так как, субсидия уменьшает фактическую цену потребителей, то $P_D = P - 10$. Новая функция спроса:

$$Q_D = 100 - 4(P + 10);\ Q_D = 100 - 4P - 40;$$

$$Q_D = 60 - 4P.$$

Приравняем $Q_D = Q_s$ и найдем параметр P из линейного уравнения:

$$60 - 4P = 20 + 2P;\ P = \frac{40}{6} \approx 6{,}67.$$

Таким образом, новая цена без учета субсидии $P \approx 6{,}67$. С учетом субсидии, потребители платят фактически $P_D \approx 6{,}67 - 10 = -3{,}33$. Отрицательная цена говорит о том, что размер субсидии слишком большой. Рынок не будет стабилен при таких условиях.

Задача 3. Владелец пекарни решил распродать оставшиеся пироги перед закрытием. Сначала он снизил цену на x %, а через два часа ещё раз снизил цену на $3x$ % от новой цены. В результате цена одного пирога уменьшилась с 200 рублей до 112 рублей.

На сколько процентов владелец пекарни снизил цену в первый раз? Ответ дайте с округлением до целых.

Указания к решению:

1) обозначьте искомое значение. пусть x – процент снижения цены в первый раз;

2) переведите проценты в коэффициенты;

3) составьте квадратное уравнение;

4) упростите выражение и найдите корни квадратного уравнения;

5) запишите ответ.

Таким образом, можно заключить, что использование профессионально-ориентированных задач может увеличить мотивацию учеников, так как они видят прямую связь между изучаемым материалом и его прикладной направленностью. Это может способствовать более глубокому усвоению материала и повышению общей заинтересованности в математике.

Подводя итог, мы можем сделать вывод, факультатив «Математические модели в экономике» позволяет сформировать у обучающихся представления о математическом моделировании как методе познания реальной действительности; систематизировать знания по математике, научить применять математический аппарат при решении экономических задач; сформировать навыки математического моделирования экономических задач; сформировать интерес к профессиям в экономической сфере.

Литература

1. Абраменкова, Ю.В. Профессионально ориентированное обучение математике будущего учителя химии : автореф. дис. … канд. пед. наук :13.00.02 / Юлия Владимировна Абраменкова; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2017. – 28 с.

2. Бабанская, О.С. Метод математического моделирования в обучении учащихся решению прикладных задач в средней школе / О. С. Бабанская // Universum: психология и образование. – 2019. – № 12(66). – С. 13–17.

3. Байкыдыров, О.Б. Использование практико-ориентированных задач как средства реализации школьного курса математики в условиях обучения в школе / О.Б. Байкыдыров, С.М. Сеитова // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2024. – № 1-1(88). – С. 101–104. DOI 10.24412/2500-1000-2024-1-1-101-104.

4. Бодряков, В.Ю. Обучение решению модельных профессионально-ориентированных задач как способ формирования функциональной математической грамотности студентов колледжей медицинского профиля / В.Ю. Бодряков, М.Ю. Епанчинцев, А.С. Кузнецова // Педагогическое образование в России. – 2020. – № 6. – С. 87–102. DOI 10.26170/po20-06-10.

5. Гребенкина, А.С. Применение цифровых инструментов в практико-ориентированном обучении математике будущих инженеров гражданской защиты / А.С. Гребенкина, Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2021. – № 54. – С. 75-84. DOI 10.24412/2079-9152-2021-54-75-84.

6. Дворяткина, С.Н. Математическое моделирование финансово-экономических процессов как средство формирования вероятностного стиля мышления / С.Н. Дворяткина // Ярославский педагогический вестник. – 2020. – № 2(113). – С. 59-66. DOI 10.20323/1813-145X-2020-2-113-59-66.

7. Келдибекова, А.О. Профессионально-ориентированное обучение школьников посредством прикладных математических задач / А.О. Келдибекова, Г.Х. Мендигалиева, З.М. Ожибаева // Информация и образование: границы коммуникаций. – 2024. – № 16(24). – С. 327-331.

8. Седова, Е.А. Использование профессионально-ориентированных заданий при обучении математическому анализу в педагогических вузах / Е.А. Седова, Р.М. Капарова // Педагогический журнал Башкортостана. – 2018. – № 4(77). – С. 56-63.

9. Фомина, Т.П. Профессионально ориентированные задачи в обучении школьников 7-9 классов математике / Т.П. Фомина, А.В. Хорцев // Педагогика. Вопросы теории и практики. – 2020. – Т. 5, № 6. – С. 823-827. – DOI 10.30853/ped200156.

THE PROFESSIONAL ORIENTATION OF TEACHING MATHEMATICS IN PROFILE SCHOOL BY MEANS OF THE ELECTIVE «MATHEMATICAL MODELS IN ECONOMICS»

Varavina Veronika

Abstract. The article considers the issue of the relevance of teaching economic and mathematical modeling on the example of the elective "Mathematical models in economics". The article presents the content of the elective and professionally oriented tasks on the topic "Systems of equations and

market equilibrium". The possibilities of implementing interdisciplinary connections (mathematics and economics) are revealed when considering professionally oriented tasks at various stages of economic and mathematical modeling.

Keywords: *professionally oriented tasks, economic and mathematical modeling, specialized training, elective*.

РАЗВИТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЦИФРОВОГО ИНСТРУМЕНТА GEOGEBRA

Власенко Илона Сергеевна,
учитель математики и информатики
e-mail: ilona_vlaskina02@mail.ru
ГБОУ «Школа № 91 г.о. Донецк», г. Донецк, РФ

Аннотация: Данная работа посвящена исследованию эффективности использования GeoGebra для развития пространственного мышления учащихся при изучении стереометрии. Изучается влияние интерактивных 3D-моделей на понимание пространственных отношений и решение геометрических задач. Работа содержит методические рекомендации по применению GeoGebra в преподавании стереометрии. Выводы подтверждают значимость использования GeoGebra для повышения эффективности обучения.

Ключевые слова: *цифровой инструмент, GeoGebra, тела, построение тел, сечение тел, объем тела.*

Актуальность темы «Развитие пространственного мышления учащихся при изучении стереометрии с использованием цифрового инструмента GeoGebra» обусловлена несколькими факторами:

1) сложность стереометрии: стереометрия – один из самых сложных разделов школьной математики. Многие учащиеся испытывают трудности с визуализацией пространственных фигур, построением сечений и решением задач на вычисление объемов и площадей. Это приводит к снижению успеваемости и формированию негативного отношения к предмету;

2) роль пространственного мышления: Пространственное мышление – это важная когнитивная способность, необходимая не только для

успешного изучения математики, но и для многих других областей, включая естественные науки, технику, дизайн и архитектуру. Развитие этого навыка способствует успешной адаптации в современном мире;

3) возможности цифровых технологий: современные цифровые инструменты, такие как GeoGebra, предоставляют уникальные возможности для развития пространственного мышления. Они позволяют создавать динамические трехмерные модели, вращать и масштабировать фигуры, исследовать их свойства интерактивно, что значительно облегчает понимание сложных пространственных отношений;

4) недостаток практической работы: традиционные методы обучения стереометрии часто недостаточно эффективны в развитии пространственного мышления, так как основаны преимущественно на работе с плоскими чертежами и абстрактными рассуждениями. Использование GeoGebra позволяет компенсировать этот недостаток, предлагая учащимся возможность практической работы с трехмерными моделями.

GeoGebra выбран в качестве цифрового инструмента по следующим причинам:

1. Многофункциональность: GeoGebra – это бесплатная и мощная система динамической математики, которая объединяет в себе возможности геометрии, алгебры, анализа, статистики и таблиц. Это позволяет использовать его не только для построения трехмерных моделей, но и для решения задач на вычисление, построение графиков и анализ данных.

2. Динамичность: GeoGebra позволяет создавать динамические модели, которые можно изменять и исследовать интерактивно. Это позволяет учащимся экспериментировать, наблюдать за изменениями и делать выводы, что значительно улучшает понимание изучаемого материала.

3. Возможность создания 3D-моделей: GeoGebra обладает мощными инструментами для построения и манипулирования трехмерными моделями геометрических фигур. Учащиеся могут вращать, масштабировать и исследовать фигуры с разных точек зрения, что способствует лучшему пониманию их пространственных свойств.

4. Широкое сообщество и ресурсы: GeoGebra имеет большое и активное сообщество пользователей, что обеспечивает доступ к множеству готовых материалов, уроков и примеров использования.

Сервис GeoGebra оснащен большим количеством инструментария по нескольким разделам математики: графики, тела, геометрия, алгебраические выражения и вероятность (рис. 1).

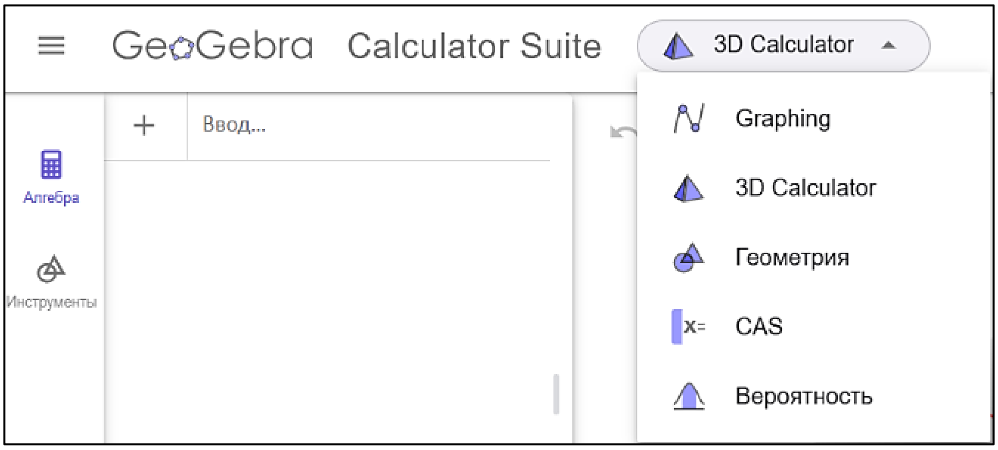


Рисунок 1 – Разделы математики в GeoGebra

Для того, чтобы строить тела, нужно перейти в раздел «3D Calculator», в инструментах можно воспользоваться разными заготовками, построить новые тела, перемещать их, строить тела через точки, проводить плоскости и т.п. (рис. 2).

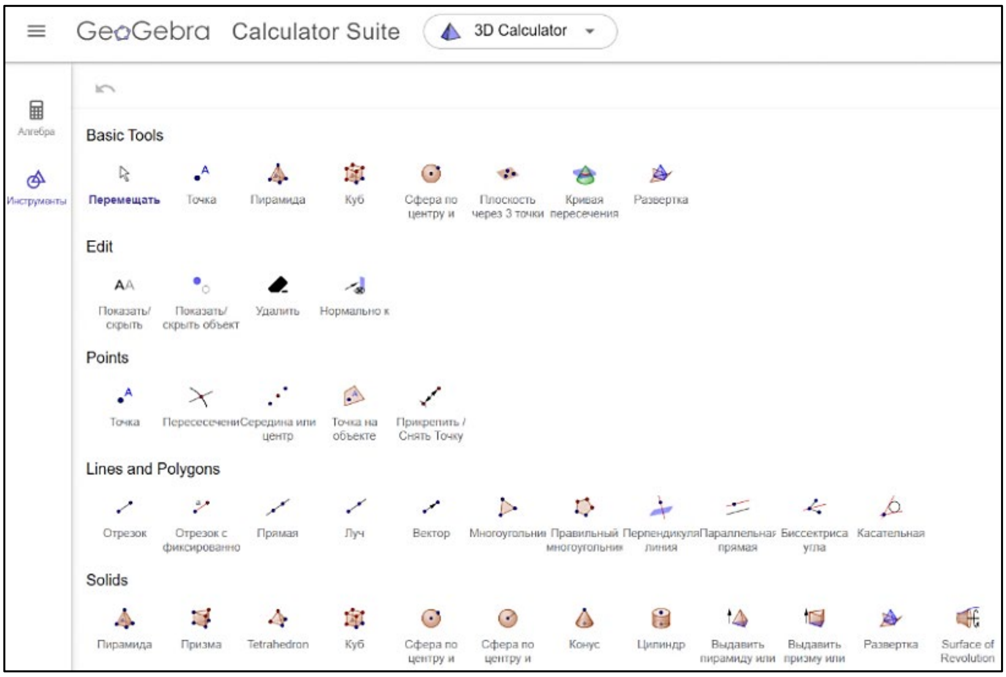


Рисунок 2 – Встроенные инструменты для построения тел

Учитель может быстро и точно построить любые пространственные фигуры (кубы, призмы, пирамиды, цилиндры, конусы, сферы и др.), демонстрируя их свойства и взаимосвязи. Возможность вращения и масштабирования моделей позволяет учащимся рассмотреть фигуры с разных ракурсов, что значительно улучшает понимание. Например, на уроке геометрии учитель в несколько кликов может построить пирамиду в трехмерном пространстве, указав лишь точками основание пирамиды и указав вершину (рис. 3).

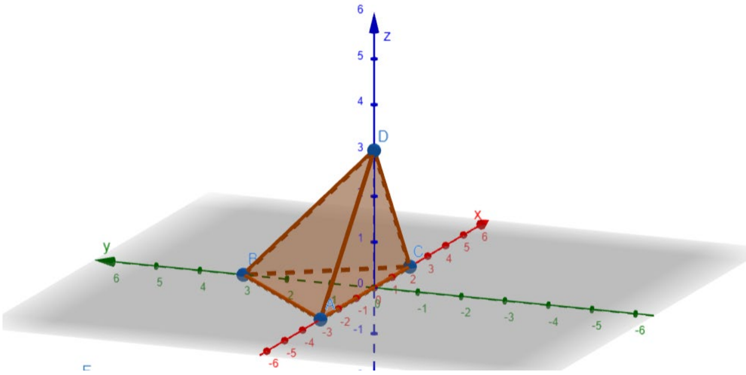


Рисунок 3 – Построение пирамиды

Кроме того, при нажатии на элемент учитель видит всплывающее окно, которое подсказывает, что нужно сделать, для того чтобы построить выбранный элемент (рис. 4).

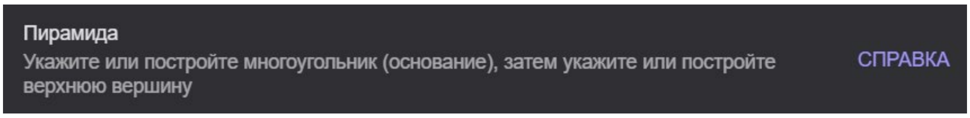


Рисунок 4 – Всплывающее уведомление

GeoGebra позволяет легко строить сечения пространственных фигур различными плоскостями. Это особенно важно для решения задач на вычисление площадей сечений и объемов частей фигур. Процесс построения становится наглядным и интерактивным, что способствует лучшему пониманию. Воспользуемся сервисом для решения следующий задачи: Построить куб $ABCDEFGH$. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки A, G и B. Найти площадь этого сечения.

Для того чтобы решить задачу необходимо построить куб с помощью инструментов GeoGebra (рис. 5) (построение будет выполнено, если мы укажем две точки для ребра AB).

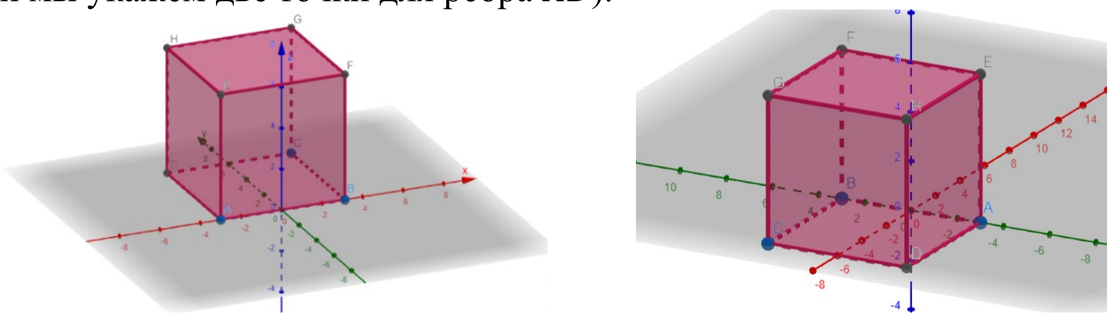


Рисунок 5 – Построение куба

Затем построить плоскость, проходящую через точки A, G и B (GeoGebra легко строит плоскости через три точки). GeoGebra автоматически покажет сечение (рис. 6).

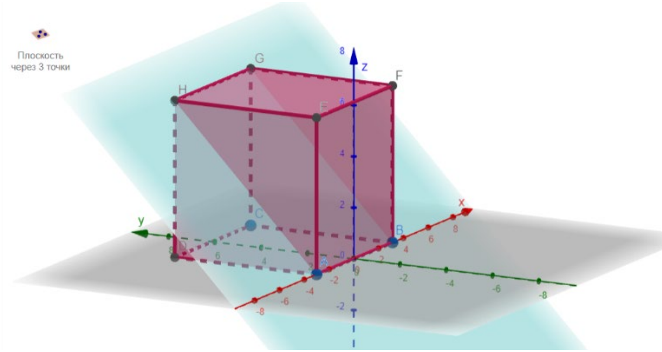


Рисунок 6 – Построение плоскости через три точки

Далее можно использовать инструменты для измерения длины отрезков и вычисления площади сечения (рис. 7).

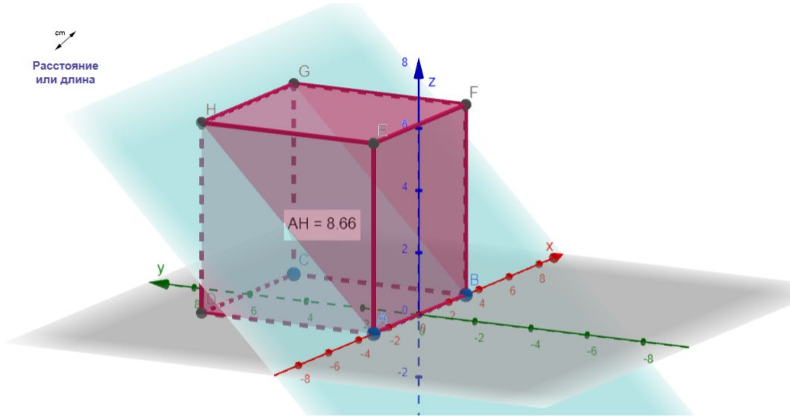


Рисунок 7 – Измерение длины отрезков с помощью инструмента

GeoGebra может быть использован для решения различных типов задач по стереометрии, включая задачи на вычисление объемов, площадей поверхностей, расстояний между точками и прямыми, углов между прямыми и плоскостями. Решим следующую задачу с помощью GeoGebra:

В правильной шестиугольной пирамиде сторона основания равна 4, а высота равна 10. Найдите объем пирамиды. Затем, постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середины противоположных боковых ребер.

Для начала с помощью инструмента «Правильный многоугольник» строим шестиугольник (рис. 8).

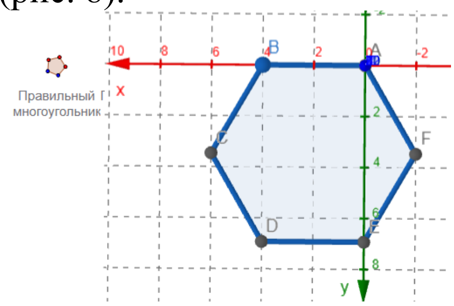


Рисунок 8 – Правильный шестиугольник

Указываем количество вершин – 6 со стороной 4 см, указываем в плоскости две точки, расстояние между которыми будет равно 4 см.

Затем с помощью инструмента «Выдавить пирамиду» можем построить пирамиду с построенным основанием и высотой 10 см (рис. 9).

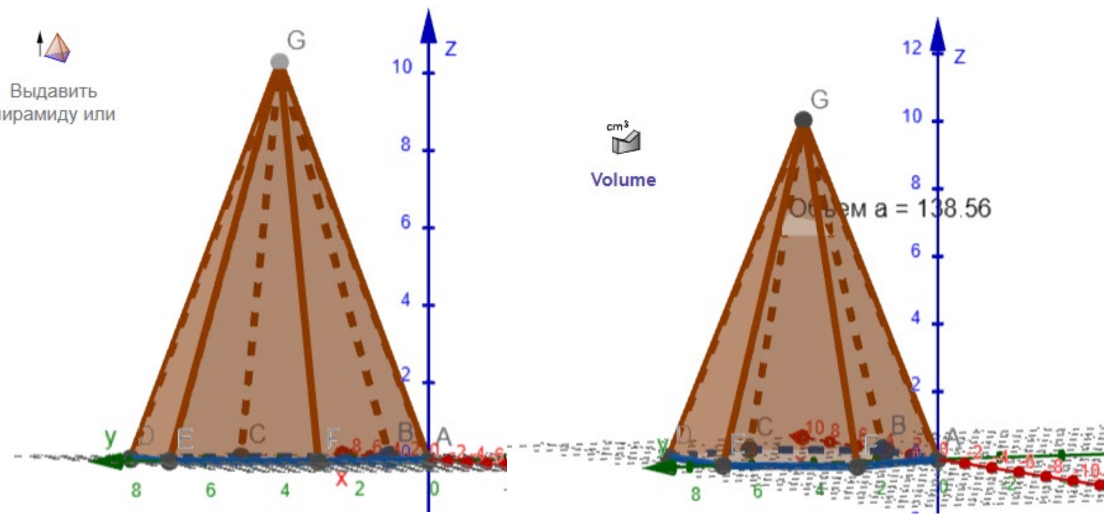


Рисунок 9 – Построение и нахождение объема пирамиды

Для того, чтобы найти объем полученной пирамиды, необходимо воспользоваться формулой: $S = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot h$, где $S_{\text{осн}}$ – площадь шестиугольника, h – высота пирамиды. Тогда $S = \frac{1}{3} \cdot 6\frac{4^2\sqrt{3}}{4} \cdot 10 = 80\sqrt{3} \approx 138{,}56$. Или же с помощью встроенной функции можно найти объем пирамиды в один клик и сравнить полученные результаты.

Теперь необходимо построить плоскость, которая проходит через середины боковых ребер пирамиды. Для этого на трех ребрах отметим середины точек с помощью инструмента «Середина или центр».

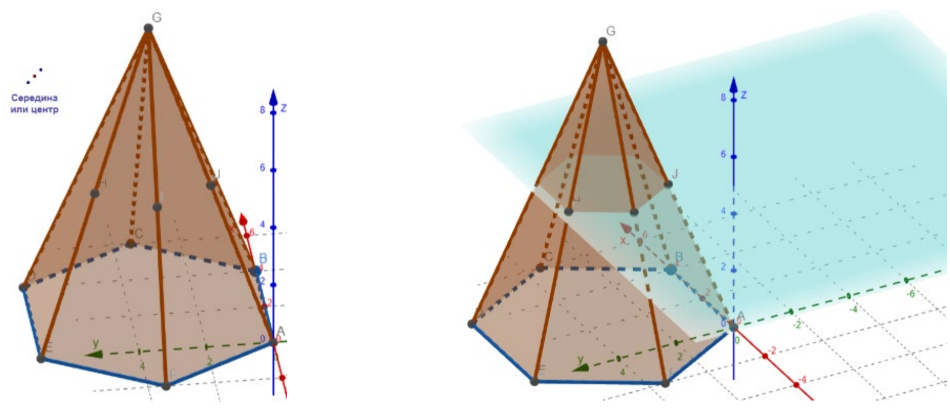


Рисунок 10 – Построение сечения для пирамиды

Через три точки H, I, J можно построить плоскость, то есть необходимое сечение (рис. 10) (аналогично рис. 6).

Таким образом, использование GeoGebra в обучении стереометрии позволяет повысить эффективность обучения, улучшить понимание сложных пространственных понятий и развить пространственное мышление учащихся, что является актуальной задачей современной методики преподавания математики.

Вместе с тем, следует учитывать, что результат вычислений в GeoGebra отображается в численном, а не символьном виде. Как было видно на примере, такой результат бывает приближенным. Это удобно для сравнения ответов. Но обучающимся следует акцентировать внимание на том, что в российской математической традиции ответ необходимо записывать в символьном виде: например, $80\sqrt{3}$, а не $138{,}56$.

Литература

1. Далингер, В.А. Избранные вопросы информатизации школьного математического образования: монография / В.А. Далингер // Москва: Флинта. – 2011. – 150 с.

2. Чанкаев, М.Х. Разработка и применение в учебном процессе электронных образовательных ресурсов / М.Х. Чанкаев, Р.А. Бостанов, Х.А. Гербеков // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». – 2017. – № 1 (39). – С. 41-44.

DEVELOPING STUDENTS' SPATIAL THINKING WHILE STUDYING STEREOMETRY USING THE GEOGEBRA DIGITAL TOOL

Vlasenko Ilona

Abstract. This work is devoted to the study of the effectiveness of using GeoGebra for the development of spatial thinking of students in the study of stereometry. The influence of interactive 3D models on understanding spatial relationships and solving geometric problems is studied. The work contains methodological recommendations on the use of GeoGebra in teaching stereometry. The findings confirm the importance of using GeoGebra to improve learning efficiency.

Keywords: digital tool, GeoGebra, solid, solid construction, solid section, solid volume.

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ[2]

Гатилова Кристина Валерьевна,
учитель математики
e-mail: kristina.gatilova.2000@mail.ru
ГБОУ «Гимназия им. Г.Т. Берегового г.о.Енакиево», г. Енакиево, РФ
Дзундза Алла Ивановна,
e-mail: alladzundza@mail.ru
доктор педагогических наук, профессор
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация. В статье анализируются некоторые современные тенденции развития методики математического обучения, актуализирующие значительный потенциал дисциплин математического цикла в формировании познавательного интереса, операций критического мышления, мотивационной сферы обучающихся.

Ключевые слова: *современные тенденции, математическое обучение, проектная деятельность, кейс-технологии.*

В настоящее время в России, как и во всем современном мире, отмечается тенденция роста интереса подрастающего поколения к математическим наукам и, соответственно, к математическому образованию. В концепции развития российского математического образования, принятой в декабре 2013 года, утверждается, что «математика может стать национальной идеей России XXI века и математическое образование должно явиться предметом государственной программы» [4]. Эти процессы закономерны, поскольку математика лежит в основе всех современных технологий и научных достижений. Математическая грамотность – обязательный элемент культуры современного человека, его социальной и профессиональной компетентности, в России всегда была традиционно сильна система математического образования, однако в последние годы в ней наблюдаются некоторые негативные изменения. Не секрет, что многие школьники испытывают значительные трудности при изучении математических дисциплин. Барбара Оакли в своей книге «Думай, как

[2] Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

математик» писала: «Математика бывает ласковой матерью. Она логично и величаво поднимается от сложения к вычитанию, умножению и делению, затем взмывает к небесам математических красот. Однако бывает и злобной мачехой, которая не прощает ни малейшего сбоя в этой логичной последовательности – а ведь сбиться и пропустить шаг так легко!» [5]. Поэтому важной задачей является формирование у будущих учителей математики компетенций, направленных на развитие познавательного интереса и мотивационной сферы школьников [2].

Заметим, что основным условием эффективности будущей профессиональной деятельности студентов является сформированность всех видов компетенций. В настоящее время в условиях применения инновационных методов преподавания, а также активного использования цифровой образовательной среды актуальным является поиск новых приемов и методов формирования универсальных, профессиональных и общепрофессиональных компетенций. Современные тенденции развития методики обучения математике в профессиональной школе определяются стремлением к интеграции традиционных и инновационных подходов. Важной тенденцией при проектировании целей подготовки учителя является направленность на реализацию компетентностного подхода, который акцентирует внимание на формировании не только теоретических знаний, но и практических навыков, необходимых в профессиональной педагогической деятельности. На наш взгляд, необходим синтез традиционных форм обучения, современных информационных технологий и инновационных методов обучения для создания нового подхода к актуализации компетентностной ориентированности математического образования. Учебное познание должно быть организовано в таких формах деятельности, которые были бы привлекательны для обучающихся, созвучны их внутренним устремлениям. Для решения возникающих мотивационных проблем важно создание интерактивной модели обучения. Необходимо формирование особого пространства взаимодействия субъектов деятельности, в котором каждый активно включается в коллективный поиск истины, высказывает, аргументирует свою точку зрения, уважительно отстаивает свою позицию. Это предполагает реализацию коммуникативного подхода к обучению, основанного на сотрудничестве и сотворчестве [1]. Вне сомнений использование цифровых технологий стало неотъемлемой частью учебного процесса. Платформы для дистанционного обучения, интерактивные приложения и симуляции позволяют учащимся глубже осваивать математические концепции, делая их обучение более увлекательным и доступным.

Важной тенденцией развития методики обучения математике является также ориентированность на применение методов проектной деятельности в процессе преподавания математики в профессиональной школе, что способствует интеграции теоретических знаний и практических навыков обучающихся. В условиях быстро меняющегося мира, где технологии и требования к профессиональным компетенциям непрерывно эволюционируют, проектная работа становится оптимальным инструментом для формирования у учащихся критического мышления, креативности и способности работать в команде. Применение проектного метода в обучении математике позволяет не только углубить понимание учебного материала, но и развить у обучающихся навыки самостоятельной работы. Школьники активно вовлекаются в исследовательскую деятельность, что содействует освоению математических понятий через их практическое применение.

Мы активно используем элементы проектной деятельности в процессе изучения геометрии в 8 классе, в теме «Осевая и центральная симметрии четырехугольников». В рамках данного подхода учащиеся погружаются в практическое исследование симметрии, используя различные материалы и методы, что способствует более качественному усвоению теоретического материала. Данный этап мы начинаем с создания бумажных моделей четырехугольников, после чего учащиеся смогут исследовать их симметричные свойства, складывая и отражая фигуры относительно осей симметрии. Это закладывает основы понимания, как осевая симметрия определяет структуру и взаимосвязь сторон и углов фигуры. Затем мы переходим к изучению центральной симметрии, где учащиеся работают с координатными плоскостями. Они могут создавать системы координат и осваивать преобразования, отражая фигуры относительно центра симметрии. Наш опыт показывает, что такие практические занятия не только развивают пространственное мышление, но и укрепляют навыки работы с математическими понятиями.

Важной тенденцией развития методики математического обучения является также актуализация необходимости применения методов Кейс-технологий, которые представляют собой эффективный инструмент, способствующий активному вовлечению учащихся в процесс обучения. Указанные методы базируются на применении реальных практических задач, которые учащиеся решают в условиях, приближенных к профессиональной деятельности. Такой подход создает возможность не только осваивать математические концепции, но и развивать критическое мышление, аналитические способности и навыки работы в команде. Внедрение кейс-технологии в учебный процесс позволяет преподавателю адаптировать содержание курса под специфические потребности учеников, учитывая специфику их будущей профессиональной деятельности. Кейс-методы формируют у молодых специалистов практическое понимание математических методов и их применение в различных сферах, таких как экономика, инженерия и информационные технологии [3]. При изучении теоремы Пифагора мы применяем метод кейсов, так как он представляет собой эффективный способ углубленного освоения материала. Вместо традиционного запоминания формул, обучающиеся погружаются в реальные задачи, основанные на данной теореме. Рассматриваем практические ситуации, такие как вычисление длины диагонали экрана телевизора или высоты треугольного здания.

Например, мы используем такой кейс: «Строительство рамки для картины». Учащимся 8 класса предлагается рассчитать длину диагонали рамки с заданными сторонами 60 см и 80 см. В процессе решения они применяют теорему Пифагора, осознавая, что $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, где c – искомая диагональ, a и b – длины сторон. Таким образом, учитель решает задачу формирования у школьников не только навыков решения учебных заданий, но и операций критического мышления. На следующем занятии обучающиеся 8 класса исследуют карту и определяют кратчайшие расстояния между точками, используя теорему Пифагора в горизонтальной и вертикальной проекции, творческое название такого урока – «Путешествие по городу». Такой подход делает изучение геометрии увлекательным и практичным, вдохновляя учащихся к более глубокому пониманию предмета.

Безусловно, современные тенденции развития методики математического обучения нацелены на создание гибкой образовательной среды, способствующей всестороннему развитию личности и профессиональной компетентности обучающихся. Важно, чтобы учебный процесс включал разнообразные методики: от традиционных лекций до интерактивных семинаров и практических проектов. Это поможет не только улучшить процессы формирования математических знаний, но и развить критическое мышление, креативность и навыки командной работы. Наши наблюдения за результатами деятельности обучающихся показывают, что интеграция технологий в обучение, таких как онлайн-платформы и программное обеспечение для визуализации, делает процесс изучения математических дисциплин более увлекательным и доступным. Кроме того, акцент на междисциплинарном подходе позволяет соединять математику с другими науками, что расширяет горизонты восприятия и применения знаний.

Наконец, такая тенденция развития методики математического обучения, как усиление индивидуализации обучения позволяет учитывать различные уровни подготовки учащихся и их предпочтения в обучении, что значительно повышает эффективность усвоения материала. В рамках этой тенденции мы широко применяем адаптивные технологии и персонализированные учебные планы. Так, мы акцентируем внимание на индивидуализации обучения по теме «Квадратные уравнения» в 8 классе. Данный метод позволяет учитывать уникальные особенности каждого ученика. При этом делаем акцент не только на усвоении теоретических знаний, но и на развитии практических навыков. Безусловно, для более эффективного применения данного метода необходимо сначала оценить уровень подготовленности каждого ученика и выявить как их сильные стороны, так и области, требующие дополнительного внимания. Во время изучения квадратных уравнений применяем дифференцированные задания, адаптированные к разным уровням сложности. Например, для учеников, испытывающих трудности в понимании, предлагаются простые задачи на нахождение корней с использованием графиков, в то время как более подготовленные учащиеся могут работать с уравнениями, требующими более глубокого анализа и использования формул.

Заметим, что активное использование образовательных платформ, способствует процессу индивидуализации, позволяя каждому ученику работать в своем темпе. Это создает условия для более глубокого усвоения изучаемой темы и формирования уверенности в собственных силах. В итоге, метод индивидуализации обучения способствует повышению мотивации учащихся и улучшению их результатов в математике. Современные методы оценивания учебных достижений также должны отражать разнообразие способностей школьников, включая проектные работы и самостоятельные исследования. Это создает атмосферу доверия и мотивации, где каждый учащийся ощущает свою значимость и влияние на общий процесс обучения. В результате, математическое образование становится не просто передачей знаний, а мощным инструментом разностороннего развития личности школьников, готовых к вызовам современного мира.

Таким образом, современные тенденции развития методики математического обучения способствуют созданию динамичной, интерактивной и адаптивной личностно-ориентированной образовательной среды.

Литература

1. Артюхина, М.С. Формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций обучающихся средствами математики на непрофильных направлениях подготовки / М.С. Артюхина // Научно-методический журнал «CONTINUUM. Математика. Информатика. Образование». – 2022. – № 3(27). – С. 59-68.

2. Дзундза, А.И. Мировоззренчески ориентированные задачи как средство мировоззренческого обучения математическим дисциплинам будущих специалистов / А.И. Дзундза, И.А. Моисеенко, В.А. Цапов // Математический вестник Вятского государственного университета. – 2022. – № 3 (26) – С. 33-37.

3. Кобанова, А.С. Методы и приемы дистанционного обучения математике/ А.С. Кобанова // Интернаука. – 2022. – № 1-2(224). – С. 10-11.

4. Концепция развития математического образования в Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р. – URL: https://docs.edu.gov.ru/

document/b18bcc453a2a1f7e855416b198e5e276/ (дата обращения: 20.11.2024). – Текст : электронный

5. Оакли, Б. Думай как математик: Как решать любые задачи быстрее и эффективнее / Б. Оакли. – Москва, 2015. – 358 с.

MODERN TRENDS IN THE DEVELOPMENT OF METHODOLOGY OF TEACHING MATHEMATICS

Gatilova Kristina, Dzundza Alla

Abstract. The article analyzes some modern trends in the development of mathematical teaching methods, actualizing the significant potential of mathematical disciplines in the formation of cognitive interest, critical thinking operations, and the motivational sphere of students.

Keywords: *modern trends, mathematical teaching, project activities, case technologies.*

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К ОРГАНИЗАЦИИ ВНЕУРОЧНОЙ РАБОТЫ ПО ПОДГОТОВКЕ К ОЛИМПИАДАМ

Григорьева Оксана Юрьевна,
кандидат педагогических наук, доцент
***e-mail:* grigoreva_oy@altspu.ru**
Мадияров Куан Галымович,
студент
***e-mail:* kuan.mad@mail.ru**
ФГБОУ ВО «Алтайский государственный педагогический университет», г. Барнаул, РФ

Аннотация. Данная статья посвящена современной методике организации внеурочной работы по подготовке школьников к олимпиадам по математике на примере школ Казахстана. Описаны алгоритм реализации, формат занятий, а также мониторинг эффективности и результатов эксперимента.

Ключевые слова: *внеурочная работа, олимпиады по математике, методическая наука, математическое образование в школах Казахстана, организация обучения.*

Олимпиады по математике являются важным инструментом для выявления талантливых обучающихся. Олимпиады помогают развивать критическое мышление и выработке навыков творческого похода к решению сложных задач. Также, благодаря олимпиадам у учащихся формируется интерес к предмету и самостоятельному формату работы. [1, 4]. Для качественной подготовки учащихся необходимо внедрение современных методик, которые ориентированы на развитие критического мышления и системного подхода [2].

Основной *целью* научной работы является разработка и апробация методики организации внеурочной работы для учащихся в 8-9 классах, а также 10-11 классов естественно-математического направления для подготовки к олимпиадам по математике на примере школ Республики Казахстан.

В 1960-е годы в Казахстане начали зарождаться олимпиады, которые ставят своей целью - выявление талантливых и одаренных учащихся [3]. За последние 10 лет вырос интерес к олимпиадам благодаря внедрению цифровых платформ на международном уровне (например, PISA), которые гораздо упрощают доступ к международным конкурсам, а также на межрегиональном уровне (например, КИО – Казахстанские интеллектуальные олимпиады).

Базовые элементы и принципы методики представлены на рисунке 1.

Рисунок 1 – Основные методические принципы

Алгоритм реализации методики представлен на рисунке 2.

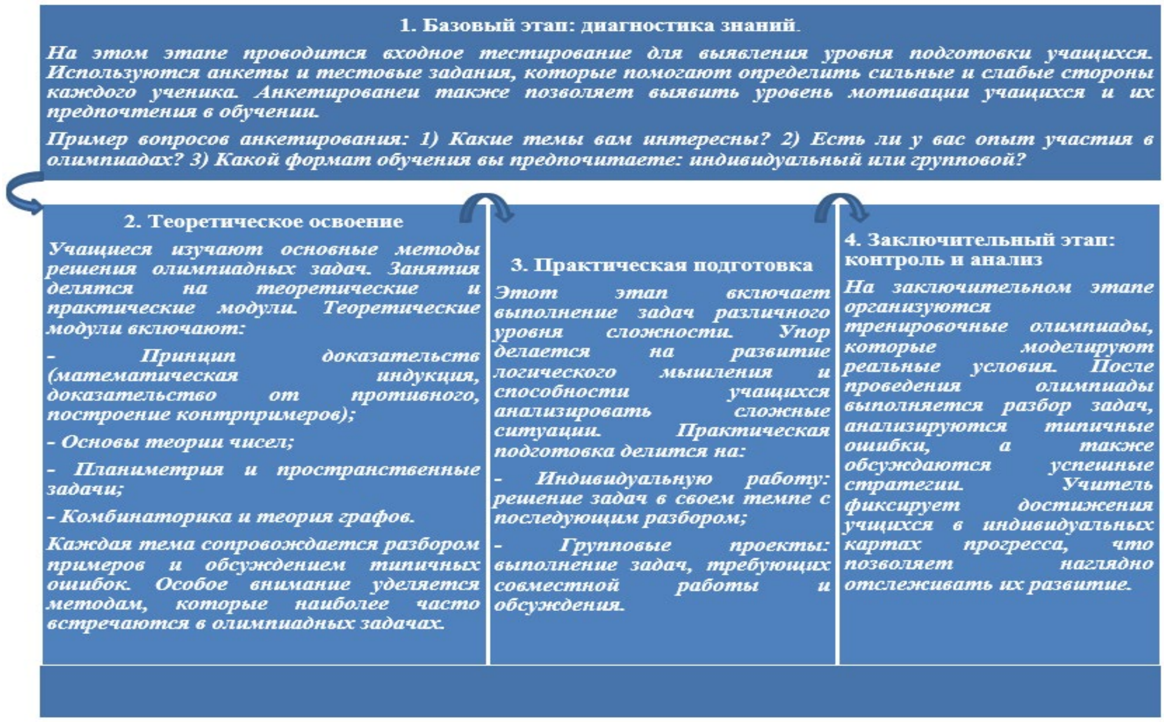


Рисунок 2 – Алгоритм реализации методики

Описание примера занятия. Для примера можно взять урок на тему: «Методы математической индукции». Целью занятия является научить применять метод математической индукции при необходимости доказательства теорем и решения математических задач.

В качестве введения (10 мин.) обсуждаются принципы индукции и формулировка основных шагов доказательства. Теоретическая часть (15 мин.) состоит из объяснения принципа индукции и разбор типовых примеров и частых ошибок. Практическая часть (15 мин.) подробный анализ и разбор примера.

Например, необходимо доказать, что $2^n > n^2$ для всех $n \geq 5$.

Решение: P(5): $2^5=32$, $5^2=25$, $32 > 25$.

Индукционным предположением является P(k): $2^k > k^2$ для некоторого $k \geq 5$. Индукционным переходом является доказательство P(k+1): $2^{k+1} > (k+1)^2$: $2^{k+1} = 2 \times 2^k > 2 \times k^2$.

Т.к. $k \geq 5$, $2 \times k^2 > (k + 1)^2$. Т.к. $2k^2 > k^2+2k+1$.

Упростив, получаем неравенство $k^2 > 2k +1$ (верно для $k \geq 5$). Из этого следует, что $2^{k+1} > (k+1)^2$.

Вывод: утверждение является верным для всех $n \geq 5$. Задача для самостоятельной работы: необходимо доказать, что $1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = (\frac{n(n+1)2}{2})$.

Подведение итогов (5 мин.). Обобщение изученного материала, разбор частых ошибок, привести рекомендации для закрепления изученного материала, путем доказательства аналогичных утверждений, например неравенства или формулы суммы.

Общая четырехэтапная структура самостоятельной работы учащихся с преподавателем описана на рисунке 3.

Рисунок 3 – Структура самостоятельной работы

Таким образом, система самостоятельной работы обучающегося с учителем (далее - СРОУ) позволяет организовывать процесс внеурочной работы учащегося наиболее удобным и логичным способом для эффективной подготовки к математическим олимпиадам.

Описание педагогического эксперимента. Данный эксперимент проводился в течение 2023-2024 гг. на базе школы-лицея г. Астана № 37. В эксперименте участвовало 60 учащихся. Учащиеся были разделены на 2 группы: экспериментальную – 30 учащихся и контрольную – 30 учащихся. Экспериментальная группа обучалась в течении года по разработанной методике, которая включала в себя обучение математической индукции, направленной на развитие навыков решения олимпиадных задач и глубокого уровня понимания материала. Гипотеза строилась со следующей трактовкой: «Системный поход к организации внеурочной работы по подготовке учащихся к математической олимпиаде при обучении математической индукции, влияет положительно на развитие навыков решения олимпиадных задач и повышает интерес к математике по сравнению с традиционными методами подготовки».

Анализ данных педагогического эксперимента. Динамика изменений баллов на входном срезе знаний и выходном представлена на рисунке 4.

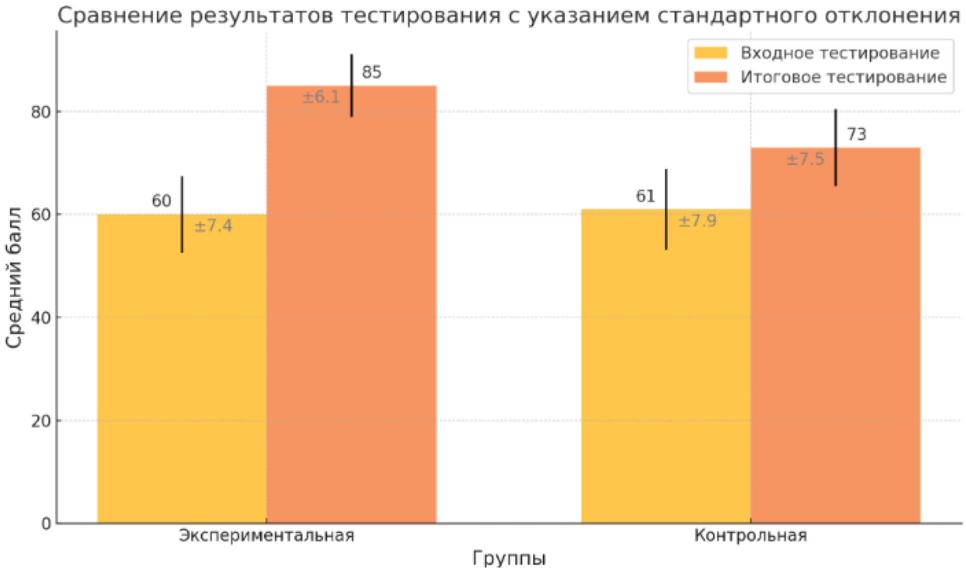


Рисунок 4 – Результаты до/после применения разработанной методики

Таким образом, прирост результатов у экспериментально группы составил 47,1% (с 60 до 85), а у контрольной группы 19,7% (с 61 до 73).

Результаты анкетирования: для 90% учащихся экспериментально группы разработанная методика способствовала улучшению понимания материала. У 85% учащихся экспериментальной группы повысился интерес к математике. В контрольной группе данные показатели составляли 65% и 55% соответственно.

Результаты эксперимента показали статистически значимые различия между экспериментальной и контрольной группы. U-критерий Манна-Уитни составил 225, p=0,003.

Таким образом, сделан вывод о том, что системный подход к организации внеурочной работы для подготовки к математическим олимпиадам эффективен для повышения уровня знаний и интереса к математике.

Литература

1. Власов, Д.А. Возможности математических дисциплин для организации воспитательного процесса / Д.А. Власов, А.В. Синчуков // Гуманитарные исследования Центральной России. – 2020. – № 3 (16). – С. 79–85.

2. Syurmen, M. General principles of training physics olympic students // Vestnik Kazakh National University. – 2019. – № 4. – C. 12–18.

3. Theoretical Foundations of Organizing and Preparing Schoolchildren for Mathematical Olympiads / Keldibekova, A.O., Mambetakunov, E.M., Babaev, D.B., Kaldybaev, S. // Anti-Crisis Approach to the Provision of the Environmental Sustainability of Economy. – June 2023. – DOI: 10.1007/978-981-99-2198-0_10.

4. Агаханов, Н.Х. О современных тенденциях в подготовке школьников к математическим олимпиадам / Н.Х. Агаханов, О.Г. Марчукова, О.К. Подлипский // Вопросы образования. – 2021. – № 4. – С. 266–284. – DOI: 10.17323/1814-9545-2021-4-266-284.

SYSTEMIC APPROACH OF MATHEMATICS TEACHERS TO ORGANIZING EXTRACURRICULAR WORK TO PREPARATE FOR OLYMPIADS

Grigorieva Oksana, Madiyarov Kuan

Abstract. This article is devoted to a modern methodology for organizing extracurricular work to prepare schoolchildren for mathematics olympiads using schools in Kazakhstan as an example. The implementation algorithm, lesson format, and monitoring of the effectiveness and results of the experiment are described.

Keywords: *extracurricular activities, mathematics olympiads, methodological science, mathematical education in schools of Kazakhstan, organization of training.*

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ[3]

Дзундза Алла Ивановна,
доктор педагогических наук, профессор
e-mail: alladzundza@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
Симонова Светлана Алексеевна,
учитель математики
e-mail: svetikqq@bk.ru
ГБОУ «Школа № 31 г.о. Донецк», г. Донецк, РФ

Аннотация. В статье исследуются возможности использования прикладных математических задач как средства повышения экономической грамотности учащихся 10-11 классов. Проведен анализ

[3] Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

существующих методик применения прикладных задач экономического содержания, изучается уровень их влияния на экономическую грамотность учащихся. Приведен обзор практического опыта российских школ, а также результаты личных исследований. Особое внимание уделяется методам внедрения прикладных экономико-математических задач и оценке их эффективности. Намечены перспективы дальнейших научных исследований данного направления.

Ключевые слова: *математические методы, финансовая грамотность, прикладные задачи, экономико-математическое моделирование*.

Экономическая грамотность является одним из ключевых аспектов успешного функционирования личности в современном обществе. Способность понимать сущность финансовых процессов, принимать обоснованные экономические решения и грамотно распоряжаться ресурсами становится необходимым навыком для молодых людей, вступающих во взрослую жизнь. Математические методы активно применяются в современных экономических теориях, в частности при исследовании предельных издержек производства, производственных функций, изучении спроса на товары, зависимости спроса на товар от цены товара и прочее [2]. Поэтому проблема повышения экономической грамотности обучающихся старших классов в процессе преподавания математических дисциплин приобретает особую значимость.

Актуальность рассматриваемой проблемы обусловлена возрастающей потребностью общества в экономически грамотных гражданах, способных эффективно функционировать в условиях рыночной экономики. Использование прикладных задач в процессе математического обучения позволяет интегрировать знания из различных областей, что способствует формированию целостного представления о экономических законах и повышает мотивацию учащихся к изучению математики [8].

Прикладные математические задачи играют важную роль в образовательном процессе, позволяя учащимся применять теоретические знания в реальных жизненных ситуациях. Они становятся мощным средством формирования финансовой грамотности, поскольку позволяют учащимся применять математические методы для решения повседневных экономических вопросов. Например, мы используем такую задачу: «Предположим, вы хотите купить новый телефон стоимостью 30 000 рублей. Вы можете взять кредит на эту сумму под 15% годовых на срок 12 месяцев. Рассчитайте общую стоимость кредита, учитывая проценты». Решение подобных задач требует понимания базовых принципов процентных расчетов, что непосредственно связано с финансовыми операциями в реальной жизни.

Анализ научно-педагогической литературы позволяет сделать вывод о том, что включение прикладных задач в учебный процесс значительно улучшает уровень финансовой грамотности учащихся (табл. 1).

Таблица 1 – Анализ исследований по применению прикладных задач для повышения экономической грамотности

Авторы (источник)	***Предмет исследования***	***Вывод***
Букрина О.О., Дедюхин Д.Д., Попова Е.И. [1]	Создание игровых ситуаций	Учащиеся сталкиваются с различными экономическими проблемами и вынуждены искать пути их решения. Предлагается организовать игру, имитирующую управление собственным бизнесом, где участники должны планировать бюджет, рассчитывать прибыль и убытки, а также принимать инвестиционные решения.
Дударева Н.В., Утюмова Е.А. [3]	Формирование функционально-математической грамотности в процессе обучения математике	Использование прикладных математических задач способствует развитию у учащихся способности к анализу и синтезу информации, что является ключевым элементом экономической грамотности.
Зверева Л.Г. , Бельченко Р.А. [4]	Влияние интеграции вопросов финансовой грамотности в курс математики	Предложено ряд методик, позволяющих сочетать традиционные математические задачи с элементами финансового анализа. Например, задачи на расчет процентов, составление бюджета семьи или предприятия, оценка доходности инвестиций.

Эффективность подобных методик и подходов подтверждается также опытом российских школ, где учителя внедряют прикладные задачи в учебный процесс (табл. 2).

Нами проводились исследования данной проблемы в ГБОУ «Школа № 31 г.о. Донецк». Для нас было важно исследовать, на каком уровне на данный момент находится экономическая грамотность обучающихся конкретной школы; изучить способы внедрения прикладных задач; исследовать уровень сформированности рационального экономического и финансового поведения, с целью развития экономического образа мышления, воспитания ответственности и нравственного поведения в области экономических отношений.

Таблица 2 – Оценка успешности применения прикладных задач

Авторы (источник)	***Вывод исследования***
Медведь И.В. [5]	Возрастная динамика формирования финансовой грамотности зависит от регулярности и качества применения прикладных математических задач. Чем чаще школьники сталкиваются с реальными экономическими ситуациями, требующими математического анализа, тем выше их уровень финансовой грамотности.
Скитева А.Ф., Горская Л.Г. [9]	Оценка уровня экономической грамотности учащихся до и после внедрения прикладных задач показывает значительное улучшение показателей. Уровень финансовой грамотности обучающихся в современной школе повышается при систематическом включении прикладных экономических задач в учебный процесс. Отмечается, что учащиеся начинают лучше ориентироваться в вопросах личного бюджета, кредитования и инвестирования.
Мухамедиева С.А. [6]	Результаты зависят не только от количества и сложности задач, но и от их соответствия интересам и уровню подготовки учащихся. Формирование экономической культуры обучающихся вузов наиболее эффективно происходит в условиях развития креативных подходов. Этот принцип можно перенести и на школу, создавая интересные и актуальные для подростков задачи, связанные с современными технологиями и трендами.
Попова Е.И., Букрина О.О., Дедюхин Д.Д. [7]	Приведены примеры положительных откликов от учителей, отмечающих повышение интереса учащихся к математике и увеличение их уверенности в принятии финансовых решений. Учащиеся, в свою очередь, отмечают, что прикладные задачи делают уроки математики более интересными и полезными для повседневной жизни.

Для этого мы использовали различные способы сбора данных: опросы тестового характера среди учителей и обучающихся, наблюдения, эксперименты с применением конкретных жизненных ситуаций.

На предварительном этапе, до внедрения прикладных задач в образовательный процесс, обучающиеся показали интерес к изучению данного вида задач, но проявили слабое владение информацией. Отметим, что в школьных учебниках наблюдается недостаток прикладных задач и отсутствует методика их внедрения в учебный процесс.

Нами была подобрана и систематизирована подборка прикладных задач как с целью повышения экономической грамотности, так и для развития заинтересованности учащихся. По завершению этапа внедрения прикладных задач в учебный процесс, учащиеся прошли еще один тест и показали более высокий уровень экономической грамотности, в то время как нам удалось опробовать и внедрить в учебные занятия достаточно большое количество прикладных задач.

На основании данного эксперимента, можно сделать предварительный вывод о том, что данный опыт применения прикладных задач приводит к значительному улучшению уровня финансовой грамотности обучающихся. Большинство из них отметили, что стали лучше разбираться в вопросах составления семейных и личных бюджетов и многом другом. Это повысило их интерес к математике, так как они увидели прямую связь между теорией и практическим применением знаний. Данный эксперимент позволил сделать уроки математики более привлекательными и мотивирующими.

Мы считаем, что целесообразно расширить ассортимент прикладных экономических задач, включив в программу задачи, связанные с налогообложением, страхованием, накоплениями и другими важными аспектами финансовой жизни. На наш взгляд, необходимо разработать учебно-методические пособия, содержащие задачи практического содержания, описание методов экономико-математического моделирования, чтобы помочь учителям эффективно внедрять прикладные задачи в учебный процесс.

Безусловно, применение прикладных математических задач в процессе математического обучения в 10-11 классах является эффективным способом повышения экономической грамотности учащихся. Включение таких задач в содержание уроков математики позволяет учащимся не только углубленно изучать математический материал, но и осваивать практические навыки, необходимые для принятия финансово обоснованных решений в реальной жизни. Результаты наших исследований и опыт российских школ свидетельствуют о положительном влиянии данного метода на уровень финансовой грамотности старшеклассников. Перспективы дальнейшего развития данного направления связаны с расширением спектра прикладных задач экономического содержания, учитывающих современные тенденции и интересы молодежи.

Таким образом, применение прикладных задач экономического содержания в процессе преподавания математических дисциплин позволяет не только повысить экономическую грамотность школьников, но и демонстрирует взаимосвязь математики и экономики, возможности математического моделирования при решении экономических задач. Прикладные математические задачи представляют собой мощный инструмент формирования социально-экономической культуры обучающихся, их разработка и внедрение в учебный процесс является важной целью проектирования и организации математического обучения.

Литература

1. Букрина, О.О. Проектно-игровая деятельность как способ формирования финансовых умений и навыков обучающихся / О.О. Букрина, Д.Д. Дедюхин, Е.И. Попова // Учёные записки Шадринского государственного педагогического университета. – 2023. – № 2 (2). – С. 137-140.
2. Дзундза, А.И. Проблема формирования социально-адаптационного компонента системы мировоззренческих ориентиров цифрового поколения современных студентов средствами экономико-математического моделирования / А.И. Дзундза, В.А. Цапов, Е.Ю. Чудина // Вестник Донецкого национального университета, Сер. Б: Гуманитарные науки. – 2019. – №2. – С. 115-122.
3. Дударева Н.В. Модель формирования функционально-математической грамотности в процессе обучения математике / Н.В. Дударева, Е.А. Утюмова // Педагогическое образование в России. – 2021. №4. – С.14- 25.
4. Зверева, Л.Г. Формирование финансовой грамотности школьников на уроках математики / Л.Г. Зверева, Р.А. Бельченко // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2022. – №1-1(64). – С.136-139.
5. Медведь, И.В. Возрастная динамика формирования финансовой грамотности обучающихся / И.В. Медведь // Национальная ассоциация ученых. – 2020. – Т.54. – С.43-46.
6. Мухамедиева, С.А. Формирование экономической культуры обучающихся вузов в условиях развития креативных индустрий / С.А. Мухамедиева // Вестник Кемеровского государственного университета культуры и искусств. – 2023. – № 62. – С. 201–208.
7. Попова, Е.И. Формирование финансовой грамотности через проектно-игровую деятельность / Е.И. Попова, О.О. Букрина, Д.Д. Дедюхин // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2023. – №2(58). – С.59-63.
8. Прикладные задачи как эффективное средство мировоззренческого обучения математике / А.И. Дзундза, И.А. Моисеенко, И.И. Моисеенко, В.А. Цапов // Математика в созвездии наук: Тезисы докладов Международной конференции к юбилею ректора МГУ академика Виктора Антоновича Садовничего / Орг. комитет: В.А. Садовничий, А.И. Шафа-

ревич, И.А. Соколов [и др.]. – Москва : Издательство Московского университета, 2024. – С. 485-486.

9. Скитева, А.Ф. Оценка уровня финансовой грамотности обучающихся в современной школе / А.Ф. Скитева, Л.Г. Горская // Педагогическая перспектива. – 2023. – № 4(12). – С. 14-21.

APPLIED TASKS AS A MEANS OF INCREASING ECONOMIC LITERACY OF 10-11 GRADE STUDENTS

Dzundza Alla, Simonova Svetlana

Abstract. The article examines the possibilities of using applied mathematical problems as a means of improving the economic literacy of students in grades 10-11. An analysis of existing methods for using applied problems of economic content is conducted, the level of their influence on the economic literacy of students is studied. An overview of the practical experience of Russian schools is provided, as well as the results of personal research. Particular attention is paid to the methods of implementing applied economic and mathematical problems and assessing their effectiveness. Prospects for further scientific research in this area are outlined.

Keywords: *mathematical methods, financial literacy, applied problems, economic and mathematical modeling.*

ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДСТВ МУЛЬТИМЕДИА ПРИ ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ В ШКОЛЕ

Игнатоля Елена Павловна,
e-mail: ***elena-pavlova@bk.ru***
заместитель директора ГБОУ «Средняя школа № 59 г.о. Макеевка», г. Макеевка, РФ

Аннотация. В статье описаны подходы к разработке и опыт применения разработанных автором средств мультимедиа на уроках геометрии в школе.

Ключевые слова: *средства мультимедиа, обучение геометрии в школе, мультимедийный тренажёр.*

Еще недавно обучение школьника ограничивалось применением учебника, дополнительной и справочной литературы, конспекта урока.

Сегодня уже учитель не может ограничиться применением только этих средств обучения, но обязательно вносит в учебный процесс современные способы подачи информации, создает новые инструменты для активного обучения, использует разнообразные возможности для контроля и коррекции знаний. Мозг ученика, настроенный на получение знаний в форме развлекательных программ и игр, привычнее воспримет материалы урока, поданные учителем с использованием средств мультимедиа. Помочь учителю организовать процесс обучения так, чтобы ученик активно, с интересом и увлечением работал на уроке, видел плоды своего труда и мог их оценить, может сочетание традиционных методов обучения и применения современных информационных технологий. Использование компьютера на уроке позволяет сделать процесс обучения мобильным, дифференцированным и индивидуальным.

Согласно определению исследователя М.С. Хожиевой, мультимедиа – сочетание различных средств массовой информации: текста, аудио и видео, а также разработка компьютерных аппаратных и программных пакетов, индивидуализирующих использование и обучение [5].

В пользу активного применения средств мультимедиа в обучении выступает и необходимость дистанционного или смешанного обучения. Созданные учителем средства могут использоваться непосредственно на уроке, очном или дистанционном, предлагаться в качестве домашней самостоятельной работы, применяться для контроля знаний.

Существуют различные классификации мультимедийных средств обучения, в зависимости от признаков классификации (педагогическая задача, методическое назначение, организация контента, восприятие контента, по использованию программного обеспечения). В отличие от других (подходящих для классификации любых средств обучения) признак по использованию программного обеспечения является специфическим именно для мультимедийных средств. Согласно этому признаку, можно привести следующую классификацию [4]:

− редакторы неподвижных графических изображений;
− средства создания анимированных GIF-файлов;
− средства аудио- и видеомонтажа;
− средства создания презентаций;
− средства распознавания текстов, введенных со сканера;
− средства создания обучающих программ;
− средства создания контролирующих программ (тестов, квестов);
− системы распознавания голоса и преобразования звуковых файлов в текстовые;
− системы создания приложений виртуальной реальности.

Автор Мамбетова И.Ж. приводит результаты анализа, согласно которым обучение является более эффективным, если информация представлена не в текстовом виде, а в формате аудио, причем она дополнена соответствующей визуальной информацией (иллюстрациями). При этом сила эффекта более значительна для материалов с высокой интерактивностью элементов, чем для материалов с низкой интерактивностью [1].

Так, например, простейшим примером организации урока с учетом рекомендации эффективности может быть объяснение учителем (формат аудио) с дополнением красочной презентацией, транслируемой с мультимедийной доски (визуальная демонстрация) (рис.1).

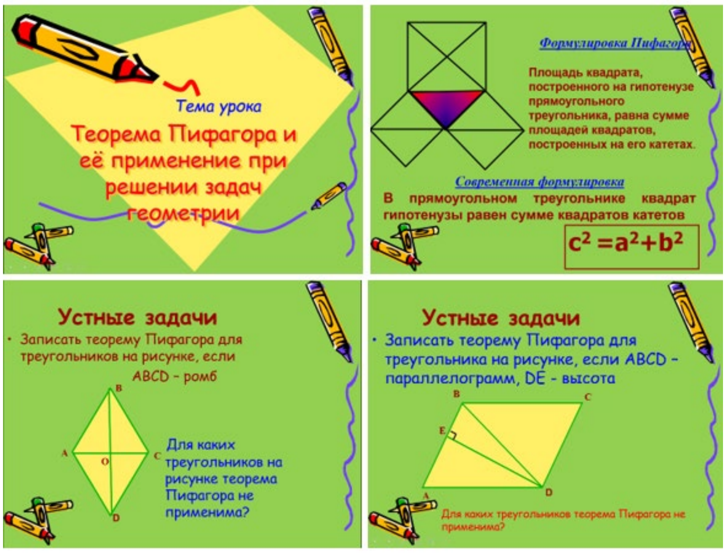


Рисунок 1 – Фрагмент презентации к уроку по теме «Теорема Пифагора и её применение при решении задач геометрии»

Усиливаем эффект обучения интерактивностью материала (устные задания для фронтального опроса, рис.1) и воздействуем на мотивацию (исторические, практико-ориентированные задачи, рис.2). При этом, наряду с красочностью, предпочтительными для обучения являются цвета зелёно-синей гаммы.

Рисунок 2 – Фрагмент презентации к уроку, содержащий примеры исторической и практико-ориентированной задач

Исследуя применение информационно-коммуникационных технологий для обучения геометрии в школе, Е.И. Скафа отмечает преимущества работы обучающихся со специально созданными комплексными мультимедийными эвристическими тренажерами [2]. Разработанные учителем эвристические тренажёры предназначены для организации самостоятельной работы школьников, и особенно востребованы в период дистанционного формата обучения [3]. Такие средства обучения входят в систему эвристико-дидактических конструкций и могут быть акцентированными, разветвлёнными или сцепленными программами [2]. Наиболее популярны, на наш взгляд, разветвлённые программы, в которых обучающийся в процессе решения предложенных задач имеет возможность воспользоваться эвристической подсказкой и в итоге сверить свой ход решения или полученный ответ с правильным (рис. 3, 4).

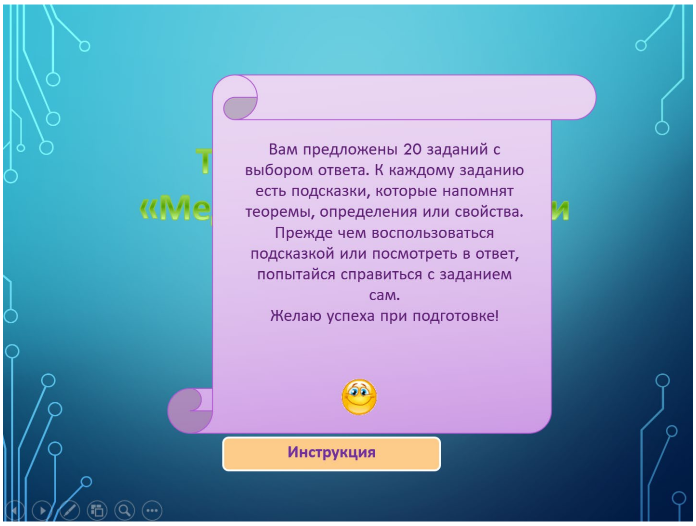


Рисунок 3 – Фрагмент эвристического тренажёра, начало работы

Рисунок 4 – Фрагмент эвристического тренажёра, задания с подсказками

Современные школы повсеместно оборудованы мультимедийной техникой, использование которой в учебном процессе удобно и эффективно. Многие исследователи сходятся во мнении, что применение мультимедийных средств в обучении способствует развитию образного мышления, активизирует учебную деятельность, усиливает мотивацию учащихся. Разработка и использование всевозможных мультимедийных средств (для подачи нового материала, отработки навыков решения задач, организации самостоятельной работы обучающихся, итогового или промежуточного контроля знаний) является для учителя уже необходимой профессиональной функцией. А задачами для научных исследований стало создание методик, позволяющих учителю справиться с этой профессиональной функцией оптимально.

Литература

1. Мамбетова, И. Ж. Применение мультимедийных технологий в учебном процессе / И.Ж. Мамбетова // Бюллетень науки и практики. 2020. №11. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-multimediynyh-tehnologiy-v-uchebnom-protsesse (дата обращения: 08.10.2024).

2. Скафа, Е.И. Информационно-коммуникационные технологии как средство управления геометрическим образованием школьников / Е.И. Скафа, А.А. Ганжа // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2020. – Вып.51. – С. 83-91.

3. Скафа, Е.И. Способы управления эвристической деятельностью учащихся по геометрии / Е.И. Скафа, В.Н. Очерцова, В.В. Коротких // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2018. – Вып.48. – С. 76-83.

4. Харунжева, Е.В. Классификация мультимедийных средств обучения / Е.В. Харунжева, В.А. Суровцева // Педагогическое искусство. 2020. №1. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/klassifikatsiya-multimediynyh-sredstv-obucheniya (дата обращения: 08.10.2024).

5. Хожиева, М.С. Мультимедийные средства обучения и современное образование / М.С. Хожиева, Г.М. Тухтамишова // Universum: технические науки. 2022. №6-1 (99). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/multimediynye-sredstva-obucheniya-i-sovremennoe-obrazovanie (дата обращения: 08.10.2024).

APPLICATION OF MULTIMEDIA TOOLS IN TEACHING GEOMETRY AT SCHOOL

Ignatolya Elena

Abstract. The article describes the approaches to the development and experience of application of the multimedia tools developed by the author at geometry lessons at school.

Keywords: *multimedia tools, teaching geometry at school, multimedia simulator.*

МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ

Кашицына Юлия Николаевна,
кандидат пед. наук, доцент
e-mail: kaschitsyna2010@yandex.ru
Павлова Ирина Михайловна,
магистрант
e-mail: ira.glukhova.02@mail.ru
Харчева Дарья Александровна,
магистрант
e-mail: d.kharcheva@yandex.ru
Государственный университет просвещения, г. Москва, РФ

Аннотация. В статье рассматриваются некоторые аспекты интегрированного подхода в обучении школьников как способа реализации межпредметности в обучении. Особое внимание уделено математическим задачам с параметрами. Показана возможность применения математических методов к решения задач смежных дисциплин. Приведены примеры решения физических задач с использованием введения параметра.

Ключевые слова: *интегрированный подход, задачи с параметром, развитие мышления, математическая модель, межпредметная связь, универсальные учебные действия.*

Применение параметров нашло широкое применение в таких научных дисциплинах, как химия и физика. Введение параметров позволяет более глубоко изучать объекты и явления, выявлять закономерности и устанавливать связи между различными свойствами, выводить законы. Умение решать задачи с параметрами способствует развитию системного и творческого мышления. В то же время, решение задач с параметрами требует наличия определенной математической культуры. Применение задач с параметрами закладывает в себе процесс формирования интеллектуального развития обучающегося. Для решения этой задачи необходимо не только формировать конкретные умения и навыки, но и уделять большое внимание развитию общих интеллектуальных умений. Для этого используется интегрированный подход.

Интеграция учебных дисциплин способствует нахождению новых связей естественно-научных фактов и явлений [2]. Обучающиеся выстраивают новые логические цепочки, углубляют свои знания и умения, а так же определяют зависимость учебных дисциплин. На уроках физики, химии, математики, экономики обучающиеся встречают задачи, связанные с закономерностями и цикличностью. Для решения таких задач на помощь приходит применение параметров. В зависимости от определенных значений параметра происходит изменения в ходе решения некоторого исследования. Изучение методов решения задач с параметром формирует иное представление о задачах, рассматривается исследовательское содержание. Многообразные методы решения задач с параметром способствуют применению аналитического и рационального подхода. Задачи с параметром помогают обучающимся обобщить изучаемые факты и явления в исследовании. При решении мы ищем не единственное значение, а все возможные варианты исхода события [1].

В школьном курсе математики на углублённом уровне задачи с параметрами присутствуют на всех методических линиях. Задачи с параметром относятся к повышенному уровню сложности и обладают диагностической и прогностической функциями, что вызывает интерес обучающихся. Умение решать задачи с параметром формируют способность критически мыслить, анализировать. Для учителей математики разработано много компьютерных программ, адаптированных к школьным курсам математики: «Живая математика», «Математика на компьютерах», «GeoGebra», «Математический конструктор», применение которых позволяет наиболее эффективно организовывать уроки математики в процессе освоения функций и графиков, решения текстовых задач, планиметрических и стереометрических понятий и теорем, а так же задач проектного и исследовательского характера. Применение ИКТ технологий на уроках математики позволяет формировать у обучающихся навыков исследовательской деятельности, создавая в процессе решения задач проблемные ситуации, самостоятельный поиск решения [3]. Программа «GeoGebra», может быть установлена как на компьютере учителя, так и на компьютере ученика и применяться обучающимися самостоятельно.

Решение задач с параметром могут вызывать затруднения у обучающихся, связанные со сложившейся практикой введения и объяснения методов решения в школьном математическом образовании. В методике преподавания математики не уделяется достаточного внимания понятию параметра. Параметр это число, которое может принимать различные значения в зависимости от условия задачи. На уровне школьного математического образования задачи с параметром подаются в сформулированном виде, с определенными заданными алгоритмами решения. Обучающихся теряют возможность производить самостоятельный анализ и обработку данных. Решить эту проблему, можно используя специальные нестандартные задачи, которые учили бы развитию вероятностного и образного мышления.

Задачи должны мотивировать обучающихся к использованию введения параметров в задачу, к проведению обобщения проблемной ситуации. Такими задачами являются практические задачи , жизненные задачи. Физические законы встречаются в любой обыденный ситуации. Рассмотрим практическую задачу курса физики [4].

Задача 1. Представим, что на подставку положили книгу. Происходит взаимодействие двух систем: характеристики книги и подставки. Одна на подставку действует третья сила – зависимость подставки и поверхностью (столом). Взаимодействие трех объектов может изменяться при воздействии фактов:

1)неподвижность трех объектов исследования; 2)подвижность одного объекта при неизменности двух других; 3)подвижность двух объектов; 4)внешнее воздействие на один из объектов;

Разные исходы события заставляют нас использовать параметр в решении задачи, умение анализировать и определять исходы событий.

Например нам не известна температура воздуха утром, но при изменении ее в течении дня, она достигла показателя 15 градусов. Следует узнать, во сколько раз изменилась температура воздуха. В нашем случае мы не знаем исходное значение температуры. Таким образом, нам предстоит решить задачу, вводя параметр. Пусть х-количество градусов, а-во сколько раз изменилась температура. Тогда получаем уравнение ах=20. Разрешив такое уравнение, выразив х, мы получим что решение есть при любых а, кроме 0.

Задача 2. На столе находится подставка с массой М на которой лежит книга массы m. (рис. 1) происходит физическое явление – трение масс.

На подставку воздействует сила F (горизонтальная сила). Рассмотрите возможные варианты поведения системы. Изобразите на координатной плоскости параметров (μ_1, μ_2) соответствующие им области возможного поведения системы.

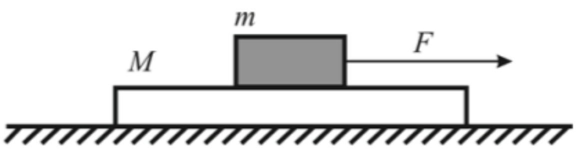


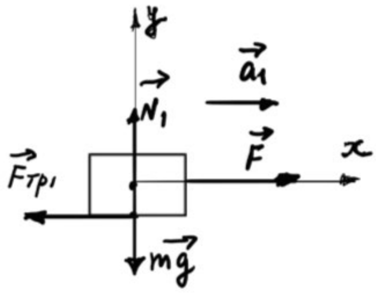
Рисунок 1 – К задаче 2

Для решения задачи следует:

1) составление модели взаимодействия тел с учетом их движения;
2) составление вариантов поведения системы;
3) переход к параметрам.

Решение.

Изобразим силы, действующие на каждое тело в отдельности.



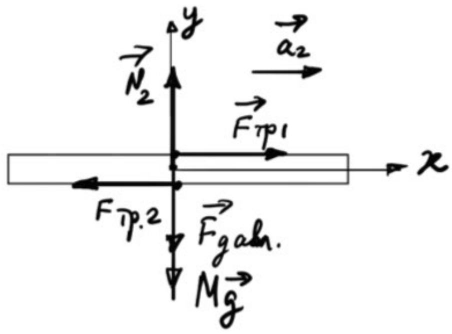


Рисунок 2– К задаче 2 *Рисунок 3– К задаче 2*

На книгу действуют силы (см. рис. 2): сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормального давления $\overrightarrow{N_1}$, внешняя сила $\vec{F}$ и сила трения $\vec{F}_{тр1}$между подставкой и книгой. На подставку действуют силы (см. рис. 3): сила тяжести $M\vec{g}$, сила нормального давления $\overrightarrow{N_2}$, сила давления (вес) книги на доску $\vec{F}_{давл}$, сила трения между книгой и подставкой $\vec{F}_{тр1}$ и сила трения между подставкой и горизонтальной поверхностью $\vec{F}_{тр2}$. Рассмотрим силы, действующие на подставку и книгу проекциях в координатной плоскости (рис. 4).

	Книга	Подставка
X:	$F - F_{тр1} = ma_1$	$F_{тр1} - F_{тр2} = Ma_2$
Y:	$N_1 - mg = 0$	$N_2 - Mg - F_{давл} = 0$
		$F_{давл} = N_1 = mg$
	$F_{тр1} = \mu N_1 = \mu mg$	$F_{тр2} = \mu N_2 = \mu(m + M)$

Рисунок 4 – К задаче 2

Изобразим (см. рис. 5) силы, действующие в горизонтальном направлении на книгу и подставку. Рассмотрим возможные варианты движения.

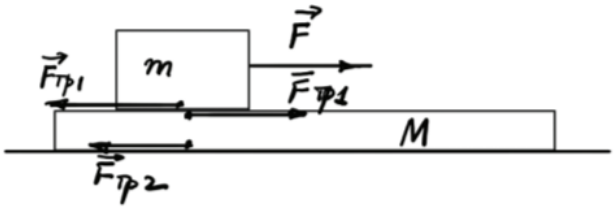


Рисунок 5– К задаче 2

Если книга скользит по подставке, то приложенная сила F больше, чем максимальная сила трения покоя между книгой и подставкой

$F_{тр1} = \mu_1 mg.$

Если не скользит, то меньше. Если книга начнет скользить по подставке, то по третьему закону Ньютона на подставку в направлении силы F будет действовать сила трения скольжения $F_{тр1}$. Если же не начнет, то будет действовать сила трения покоя, равная F. Если эта сила трения покоя меньше, чем максимальная сила трения покоя между подставкой и поверхностью

$$F_{тр2} = \mu_2(m + M)g,$$

то подставка будет скользить по поверхности. Если больше, то подставка не движется.

Таблица 1 – Методическая работа над задачей

	Параметр F	***Критерии $F_{тр1}$ и $F_{тр2}$***
	Если	То
1	$F > F_{тр1max}$ и $F_{тр1max} > F_{тр2max}$	Книга и подставка скользят друг относительно друга с ускорениями, соответственно, a_1 и a_2
2	$F > F_{тр1max}$ и $F_{тр1max} \leq F_{тр2max}$	Книга скользит по подставке, подставка покоится относительно стола
3	$F_{тр2max} < F < F_{тр1max}$	Книга неподвижна относительно подставки, подставка скользит по поверхности
4	$F < F_{тр1max}$ и $F < F_{тр2max}$	Книга с подставкой не движутся

Введение параметра позволяет рассмотреть общее решение задачи. При определенных поставленных вопросах обучающиеся получают различные текстовые задачи, переходят в безмерные параметры и формулируют выводы по проведенному исследованию. Тогда, имея общий сюжет происходит различие значений данных величин, их взаимодействия и зависимости. Цель обучения метода решения задач с параметрами в том, чтобы обучающиеся научились углубляться в условия задачи, доопределять данные, фиксировать все случаи исхода событий. Таким образом, формирование умений решать задачи с параметром формируют глубокое осмысление любых свойств, явлений, факторов. Обучающиеся стремятся не только решить задачу заданным способом, но и предположить и выявить другие исходы решения, в зависимости от изменений данных. Обучающиеся формируют умение выискивать следственные связи в задаче, «ветвления» событий. Моделирование задачных ситуаций и переходу к параметрам качественного события дает обучающимся устанавливать связи физических явлений на повышенном уровне обучения. Таким образом, интегрированный подход в обучении направлен на усвоение межпредметных понятий, методов решения задач и в конечном счёте формирует у обучающихся целостное познание окружающей действительности. Успешное овладение методами решения задач с параметром формирует высокую степень умения мыслить вероятностно, создает представление о процессе, позволяет обучающимся математически моделировать изменения и закономерности, определять полноту постановки задачи, и, наконец, математически решать подобные задачи.

Литература

1. Белолипецкий, С.Н. Олимпиадные задачи по физике для учащихся десятых классов Учебное пособие / С.Н.Белолипецкий. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. – 48с.
2. Высоцкий, В.С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ / В.С. Высоцкий. – Москва : Научный мир, 2011. – 316 с.
3. Кашицына, Ю.Н. Методика обучения решению задач с параметрами с использованием программы "GEOGEBRA" / Ю.Н. Кашицына // Мир науки, культуры, образования. – 2020. – № 1 (80). – С. 249-255.
4. Литвинова, И.Н. Решение задач с параметрами как средство формирования исследовательских умений учащихся / И.Н. Литвинова // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – Т. 6. – С. 11–15.
5. Прокофьев, А.А. Задачи с параметрами: пособие по математике для учащихся старших классов / А.А. Прокофьев. – Москва : МИЭТ, 2004. – 258 с.

INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS USING METHODS FOR SOLVING PROBLEMS WITH PARAMETERS

Kashitsyna Yulia, Pavlova Irina, Kharcheva Darya

Abstract. The article discusses some aspects of the integrated approach in teaching schoolchildren as a way to implement interdisciplinary learning. Special attention is paid to mathematical problems with parameters. The possibility of applying mathematical methods to solving problems of related disciplines is shown. Examples of solving physical problems using the introduction of a parameter are given.

Keywords: *integrated approach, tasks with a parameter, development of thinking, mathematical model, interdisciplinary communication, universal learning activities.*

ЗНАКОВО-СИМВОЛИЧЕСКИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ ДЕЙСТВИЯ И ИХ ФОРМИРОВАНИЕ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Кисельников Игорь Васильевич,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: kiv@altspu.ru
ФГБОУ ВО «Алтайский государственный педагогический университет», г. Барнаул, РФ

Аннотация. В статье рассматриваются методические основы формирования знаково-символических универсальных учебных действий в процессе обучение математике в основной школе. Рассматривается состав знаково-символических универсальных учебных действий, критерии их сформированности.

Ключевые слова: *обучение математике, универсальные учебные действия, основная школа, знаково-символические универсальные учебные действия, методика обучения математике.*

В современных условиях развития образования проблема формирования разного рода универсальных учебных действий (далее – УУД) на уроках математики определяется важностью использования методики включения в процесс познания интерактивных занятий и нестандартных случаев, условий. УУД помогают всесторонне развивать мышление и навыки ребенка. Учащийся с развитыми УУД имеет возможность более быстрого накопления знаний, применения их для получения новых навыков. Готовность будущего учителя организовать формирование УУД на уроках математике является его важнейшим профессиональным качеством [1, с.92].

Знаково – символические действия образуют особую группу общеучебных универсальных действий и включают:

- моделирование – преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта (пространственно-графическая или знаково-символическая);
- преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область.

Символическая функция как отдельная деятельность, исследована в научной школе П. Я. Гальперина [2], где признается необходимость ее специального формирования в дошкольном и школьном возрасте. Согласно исследованиям в области психологии, знаково-символические системы, используемые в учебной деятельности, принципиально различаются между собой по способам кодирования, сложности и четкости алфавита и синтаксиса, природе средств (визуальные – слуховые), произвольности – мотивированности, типам функционирования и т.д. Учебная деятельность предполагает необходимость перевода одной знаково-символической системы в другую, в том числе перевода визуальных систем в вербальную и обратно. Учебная деятельность определяется в большей степени организацией обучения.

Критериями сформированности универсальных знаково-символических действий могут стать следующие характеристики (Салмина Н.Г.) [3]:

- рефлексия как способность к осознанию планов и их соотношения, алфавитов, синтаксиса и пр.;
- обратимость – способность переходить от плана, означаемого к плану означающего и обратно, от использования одного языка к другому;
- инвариантность как сохранение при всех преобразованиях некоторого инварианта содержания при изменениях его формы;
- интенция – сознательное, произвольное, намеренное использование или построение тех или иных знаково-символических средств;
- отделённость-неотделённость знаково-символических средств от объекта.

Умение строить учебные модели и работать с ними является одним из компонентов общего приема решения задач. Визуализация словесно заданного текста при изучении математики с помощью модели позволяет перевести сюжетный текст на математический язык и увидеть структуру математических отношений, скрытую в тексте. Использование одних и тех же знаково-символических средств при построении модели для математических задач с разными сюжетами и разных типов способствует формированию обобщенного способа анализа задачи, выделению составляющих ее компонентов и нахождению путей решения. Каждая учебная дисциплина определяет требования к используемым моделям и их особенности, связанные с предметным содержанием дисциплины.

В обучении в силу его особой роли в учебной, научной и практической деятельности важное место должно быть отведено языку графических построений. Критерии выбора (построения) средств, используемых в обучении, должны учитывать закономерности формирования знаний, генезис функций знаково-символических средств и видов знаково-символической деятельности.

В современных исследованиях выделяют следующие функции знаково-символических средств в деятельности:

- познавательная функция знаково-символических средств направлена на отражение, воспроизведение реальности в деятельности человека. Ее результатом является новое знание о мире.
- замещающая функция направлена на функциональное замещение объекта знаково-символическими средствами.

В свою очередь внутри коммуникативной и познавательной функции выделяют ряд более частных функций. Так, коммуникативная функция может реализовываться в указательной, регуляторной, эстетической, оценочной, функции материализации (например, метка). Познавательная же функция включает в этом плане абстрагирование, создание идеализированной предметности (моделей), операциональность.

Семиотический подход к использованию знаково-символических средств в функции моделей предполагает наличие знаний о специфике различных видов графических средств в деятельности. Поскольку знания о видах средств и их функциях в деятельности в методиках преподавания учебных дисциплин и в школьных программах отдельно не выделяются, а в учебниках графические средства используются достаточно произвольно, то длительное время учащимся приходится идти к освоению моделей методом «проб и ошибок». Результаты такого обучения в большей степени зависят от индивидуальных особенностей школьников, и, следовательно, при этих условиях успех в освоении учебного моделирования может быть достигнут не всеми учащимися.

В процессе решения задачи четко выделяются три этапа математического моделирования:

I этап – это перевод условий задачи на математический язык; при этом выделяются необходимые для решения данные искомые и математическими способами описываются связи между ними;

II этап – внутри модельное решение (т.е. нахождение значения выражения, выполнение действий, решение уравнения);

III этап – интерпретация, т.е. перевод полученного решения на тот язык, на котором была сформулирована исходная задача.

Проиллюстрируем сказанное на примере решения алгебраическим методом следующей задачи: «В одном вагоне электропоезда было пассажиров в 2 раза больше, чем в другом. Когда из первого вагона вышли 3 человека, а во второй вагон вошли 7 человек, то в обоих вагонах пассажиров стало поровну. Сколько пассажиров было в каждом вагоне первоначально?»

Проведем методическую работу над задачей (Таблица 1.), для удобства оформим в виде таблицы. В первом столбце будут вопросы учителя, во втором предполагаемые ответы учащихся.

Таблица 1 – Методическая работа над задачей

Деятельность учителя	***Деятельность учащихся***
О ком эта задача?	О пассажирах
Что нам уже известно в задаче?	Первоначально в 1 вагоне было пассажиров в 2 раза больше чем во 2.
Если количество пассажиров во 2 вагоне обозначим через X, то сколько было пассажиров в 1 вагоне изначально?	2x
Что еще теперь нам известно?	Когда из первого вагона вышли 3 человека, в нем осталось 2x - 3 пассажира. А во второй вагон вошли 7 человек, значит, в нем стало x + 7 пассажиров.
Так как в обоих вагонах сравнялось количество пассажиров, в виде какого уравнения мы можем записать количество пассажиров в обоих вагонах?	Можно записать, что 2x - 3 = x + 7
Можем ли мы решить данное уравнение?	Да, переносим в левую часть члены уравнения, содержащие x, а в правую - не содержащие x, причем у переносимых членов знаки меняем на противоположные: 2x – x = 7 + 3. Приводим подобные члены и получаем, что x = 10.
Итак, зная, что x = 10, можем ли мы найти первоначальное количество пассажиров в 1 и 2 вагонах?	Пассажиров во 2 вагоне было x человек, т.е. 10 человек, а в первом - 2x, т.е. 20 (10-2 = 20).

Обозначим через x первоначальное число пассажиров во втором вагоне. Тогда число пассажиров в первом вагоне – 2x. Когда из первого вагона вышли 3 человека, в нем осталось 2x - 3 пассажира. Во второй вагон вошли 7 человек, значит, в нем стало x + 7 пассажиров. Так как в обоих вагонах пассажиров стало поровну, то можно записать, что 2x - 3 = x + 7. Получили уравнение - это математическая модель данной задачи.

Следующий этап – решение полученного уравнения вне зависимости от того, что в нем обозначает переменная x: переносим в левую часть члены уравнения, содержащие x, а в правую – не содержащие x, причем у переносимых членов знаки меняем на противоположные: 2x – x = 7 + 3. Приводим подобные члены и получаем, что x = 10.

Последний, третий этап – используем полученное решение, чтобы ответить на вопрос задачи: во втором вагоне было первоначально 10 человек, а в первом – 20 (10-2 = 20).

Наибольшую сложность в процессе решения текстовой задачи представляет перевод текста с естественного языка на математический, т.е. I этап математического моделирования. Чтобы облегчить эту процедуру, строят вспомогательные модели – схемы, таблицы и др. Тогда процесс решения задачи можно рассматривать как переход от одной модели к другой: от словесной модели реальной ситуации, представленной в задаче, к вспомогательной (схемы, таблицы, рисунки и т.д.); от нее – к математической, на которой и происходит решение задачи.

Сегодня использованию знаково-символических средств отдается предпочтение, т.к. они выполняют функции: наглядности (схема как краткая запись задачи), образности (ассоциативность), оперативности (лучше запоминается), эвристичности (идет активная мыслительная деятельность). При этом так же если оперировать знаково-символическими УУД без должной подготовки, использование знаков может значительно усложнить понимание учебного материала. Образовательная практика показывает, что многие учащиеся испытывают определенные трудности при решении текстовых задач. Следовательно, необходимо скорректировать методику работы по первичному восприятию и анализу задачи, которая заключается в умении так предоставить условие задачи в знаково-символической форме, чтобы задача стала предельно понятной для ученика.

В условиях введения ФГОС работа с моделями, знаково-символическими средствами становится системной и является одним из жизненных способов формирования УУД [4]. Обучение формированию знаково-символических УУД является приобретает особую значимость в условиях профессиональной ориентации школьников и студентов на педагогическую деятельность в математическом образовании [5].

Литература

1. Брейтигам, Э.К. Предпосылки, специфика и становление подготовки педагогов-математиков в магистратуре по направлению «Педагогическое образование» / Э.К. Брейтигам, И.В. Кисельников // Теория и практика общественного развития [Электронный ресурс]. – 2014. – № 4. – Режим доступа: (дата обращения 04.12.2014).
2. Гальперин, П.Я. Введение в психологию / П.Я. Гальперин. – Москва : Изд-во Моск. ун-та, 1976. – 150 с.
3. Салмина, Н. Г. Знак и символ в обучении / Н. Г. Салмина. – Москва : Изд-во МГУ, 1988. – 286 с.
4. Брейтигам, Э.К. Реализация Концепции развития математического образования в Алтайском государственном педагогическом университете / Э.К. Брейтигам, И.В. Кисельников, Д.П. Кошева // Вестник Алтайского государственного педагогического университета. – №3 (28). – 2016. – С. 93-95.
5. Профессиональная ориентация школьников и студентов на педагогическую деятельность в математическом образовании / Под ред. Э. К. Брейтигам, И.В. Кисельникова. – Барнаул : АлтГПУ, 2017. – 216 с.

SIGNIFICANT-SYMBOLIC UNIVERSAL EDUCATIONAL ACTIONS AND THEIR FORMATION IN TEACHING MATHEMATICS IN BASIC SCHOOL

Kiselnikov Igor

Abstract. The article examines the methodological foundations of the formation of sign-symbolic universal educational actions in the process of teaching mathematics in basic school. The composition of sign-symbolic universal educational actions and the criteria for their formation are considered.

Keywords: *teaching mathematics, universal educational activities, primary school, sign-symbolic universal educational activities, methods of teaching mathematics.*

ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ 8-9 КЛАССОВ МЕТОДАМ РЕШЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ 3-й и 4-й СТЕПЕНИ

Кочетова Ирина Викторовна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: ***ir_vi_kochetova@mail.ru***
Зудова Арина Игоревна,
студент
e-mail: ***zudovaarina2002@gmail.com***
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет имени М. Е. Евсевьева», г. Саранск, РФ

Аннотация. В статье рассматривается историческое становление различных методов решения рациональных уравнений, известные виды решения рациональных уравнений 3-й и 4-й степени, а также наиболее рациональные из них для обучения учащихся 8-9 классов на уроках математики.
Ключевые слова: *рациональные уравнения, уравнения высших степеней, обучение методам решения рациональных уравнений 3-й и 4-й степени, уроки математики, обучение учащихся 8-9 классов алгебре.*

В настоящее время можно говорить о том, что практически весь окружающий нас мир тем или иным образом связан с такой наукой, как математика. Новейшие достижения в информационных технологиях, физике, механике и технике, говорят также о том, что в будущем ее значение будет только возрастать.

Обучение учащихся средней школы математике в настоящее время уже нельзя считать некой проблемой. Однако с каждым годом возникает все больше трудностей на пути к обучению учащихся 8-9 классов, а также их подготовке к основному государственному экзамену (ОГЭ) по математике.

Как известно, основными содержательными линиями курса математики 5-9 классов являются:

1. Числа и вычисления;
2. Уравнения и неравенства;
3. Функции;
4. Геометрические фигуры и их свойства;
5. Вероятность и статистика [2].

Приведенные содержательные линии ведутся параллельно, в соответствии с логичностью получения определенных знаний и умений, получаемых в процессе их изучения, при этом, тесно соприкасаясь и взаимодействуя друг с другом, чтобы научить и укрепить уже имеющиеся знания обучающихся в области математической грамотности.

В частном случае, с понятием «уравнение» обучающиеся 5-9 классов сталкиваются на протяжении всего периода обучения в школе. Однако, с переходом в следующий класс меняется не только представление о различных видах уравнений, но и о методах их решений.

Решением уравнений и их обоснованиями трудились величайшие ученые еще с давних времен. В те времена, решить уравнение казалось наиболее сложной проблемой в мире математики, которую многие века стремились решить разные великие ученые-математики.

В Древней Греции уравнения решались с помощью различных геометрических фигур, известных в то время. Длины отрезков отождествлялись с применяемыми в уравнении числами, что и являлось особым методом нахождения неизвестной длины отрезка.

Впервые, спустя многие века, некоторые способы решения квадратных уравнений были найдены в средневековье, в частности, Индии, Китае и Арабских странах. За развитие данного направления основные заслуги приписывают к прославившемуся во всем мире математику и юристу, родом из Франции, Ф. Виета. Он смог проследить и доказать связь между коэффициентами и корнями квадратного уравнения [3].

Позднее, спустя тысячелетие, изучение алгебраических уравнений достигло европейских стран. Большим достижением в области математики стало считаться открытие формулы, используемой для решения уравнений третьей степени итальянскими учеными Н. Тарталья, Л. Феррари и Д. Кардано.

Также огромный вклад в копилку методов решения уравнений, в особенности высших степеней, внес Э. Безу. Речь идет о теореме о делении многочлена на линейный двучлен, который может помочь понизить степень решаемого уравнения, для удобства его решения [2]. Также значительный вклад внес У. Д. Горнер, чье имя послужило названием ко всемирно известному методу деления многочлена на двучлен – схеме Горнера.

И лишь спустя несколько сотен лет П. Руффини и Н. Абель – итальянские ученые-математики смогли доказать невозможность существования такой формулы, выражающей корни целого уравнения пятой степени.

Именно благодаря этому в настоящее время, в математической науке были спроектированы способы нахождения приближенные значения корней уравнения с любой степенью точности. Однако, необходимо отметить, что развитие компьютерных технологий в последние десятилетия заметно упростили данный труд.

Но вернемся к рассмотрению уравнений. Со стороны общематематического понятия можно говорить об их многоаспектности.

Рассмотренные аспекты можно всецело сопоставить с базовыми векторами развертывания линии уравнений в курсе алгебры основной школы: прикладной и теоретико-математический векторы [3].

С переходом в 8 класс учащиеся начинают изучение квадратных уравнений, а также уравнений, содержащих неизвестную переменную в знаменателе.

В 9-ом классе учащиеся переходят к изучению уравнений высших степеней, а также дробно-рациональных уравнений. Рациональные уравнений третьей и четвертой степени являются сложными математическими объектами для изучения школьниками, которые требуют специальных знаний и навыков для их решения. В современном образовании особое внимание уделяется развитию математической грамотности учащихся, в том числе в области решения сложных уравнений, поэтому, обучение учащихся 8-9 классов методам решения уравнений высших степеней, в частности 3-й и 4-й, необходимо.

Для рассмотрения возможных методов, которые применяют современные педагоги в школах при изучении темы «Рациональные уравнения 3-й и 4-й степени», необходимо отметить формулировку определений описанных типов уравнений, проиллюстрированных в различной учебной литературе.

В учебнике алгебры 8 класса автора Мордковича А. Г. и др. определение уравнения четвертой степени (биквадратного) приведено в следующей формулировке: «Уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$ называют **биквадратным** («би» – два, т. е. «дважды квадратное» уравнение)» [4]. Иных определений, выделенных автором, нет, однако сразу описываются методы их решения, а также примеры их применения, такие как метод нахождения делителя свободного члена, метод введения новой переменной, метод разложения на множители.

Учебник алгебры для углубленного изучения в 8 классе под авторством Мерзляка А. Г. и Полякова В. М. предоставляет учащимся следующее определение: «Уравнение вида $a_n x^n + a_{n-1} X^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$, где x – переменная, a_0, a_1, …, a_n – параметры, называют целым рациональным уравнением» [1]. Именно с этого определения начинается изучение методам решения уравнений старших степеней в данном учебнике.

В виду реальной нехватки времени для полноценного изучения такой сложнейшей темы в линии уравнений алгебры средней школы, в описанных учебниках рассматривается лишь малая часть приемов решения уравнений 3-й и 4-й степени, тогда как существуют следующие рациональные методы:

1) метод группировки;
2) метод замены переменной;
3) метод неопределенных коэффициентов;
4) метод тригонометрических подстановок;
5) применение теоремы виета для кубических уравнений;
6) решение с помощью теоремы безу (понижение степени);
7) решение уравнений с применением формул сокращенного умножения;
8) схема горнера;
9) формула кардано;
10) функционально-графический метод.

Так же в зависимости от вида уравнения необходимо ознакомление с комбинированными приемами решения уравнений 3-й и 4-й степени. Виды таких уравнений:

1) двучленное кубическое уравнение;
2) симметрическое или возвратное уравнение;
3) биквадратное уравнение;
4) уравнения с рациональными корнями.

Из приведенных методов решения уравнений 3-й и 4-й степени в школьном курсе алгебры 8-9 классов в достаточной степени рассматриваются только метод замены переменной, метод группировки, а также в качестве материала для дополнительного изучения Теорема Безу.

В качестве примера метода решения уравнения 3-й, 4-й степени или выше (для умения решить уравнений более высокой степени в случае его появления в КИМах), целесообразно включить в методику обучения учащихся средней школы принцип применения схемы Горнера, а также включение Теоремы Безу в основной материал для изучения в урочное время.

Метод решения уравнений, основанный на теореме Безу, строится по принципу понижения степени исходного уравнения, то есть остаток от деления многочлена P(x) на двучлен (x – a) равен P(a).

Данный способ также можно условно назвать «деление многочлена уголком». Например, решим уравнение $x^3 - 7x^2 + 11x - 2 = 0$.

Решение будет выглядеть следующим образом:

Выполним деление «уголком» (рис. 1):

$$
\begin{array}{r|l}
-\,x^3 - 7x^2 + 11x - 2 & x - 2 \\ \cline{2-2}
\underline{x^3 - 2x^2 \qquad\qquad} & x^2 - 5x + 1 \\
-\,-5x^2 + 11x \quad & \\
\underline{5x^2 + 10x} \quad & \\
-\,x - 2 \quad & \\
\underline{x - 2} \quad & \\
0 \quad &
\end{array}
$$

Рисунок 1 – Выполнение деления уголком

Значит, исходное уравнение можно представить в виде

$$(x - 2)(x^2 - 5x + 1) = 0$$

Отсюда следует

$$x - 2 = 0 \text{ или } x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x_1 = 2,\ x_2 = \tfrac{1}{2}\left(5 + \sqrt{21}\right),\ x_3 = \tfrac{1}{2}\left(5 - \sqrt{21}\right)$$

Исходное уравнение будет иметь три корня:

$$2,\ \tfrac{1}{2}\left(5 + \sqrt{21}\right),\ \tfrac{1}{2}\left(5 - \sqrt{21}\right).$$

Ответ: $2,\ \tfrac{1}{2}\left(5 + \sqrt{21}\right),\ \tfrac{1}{2}\left(5 - \sqrt{21}\right)$.

Так же приведем пример метода понижения степени по схеме Горнера. Решим уравнение $x^4 + 3x^3 - 24x^2 + 17x + 3 = 0$ [4].

Решение: выпишем все делители свободного члена (3).

$$p = \pm 1; \pm 3.$$

$$R(1) = 0,\ x_1 = 1.$$

Составим схему Горнера (табл. 1).

Таблица 1 – Схема Горнера

	1	**3**	**-24**	**3**	
1	1	4	-20	-3	$x_1 = 1$
3	1	7	1	0	$x_2 = 3$

Разложим на множители $(x - 1)(x - 3)(x^2 + 7x + 1) = 0$.

Ответ: 1; 3; $\frac{-7\pm\sqrt{45}}{2}$.

Как можно заметить, рассмотренные способы решения уравнений 3-й и 4-й степени определенно целесообразны и максимально компактны для решения учащимися при условии ограниченного урочного времени. Поэтому, включение их в методику обучения теме «Решение рациональных уравнений 3-й и 4-й степени» учащихся 8-9 классов необходимо для наиболее полного формирования у школьников математической грамотности и способности свободного оперирования различными методами решения уравнений разной сложности.

Приведенные задачи доказывают, что комплексный подход к обучению учащихся 8-9 классов различным методам решения рациональных уравнений 3-й и 4-й степени способствует более глубокому пониманию концепций математических постулатов и расширяет функциональную сторону решения уравнений самих учащихся средней школы.

Литература

1. Мерзляк, А. Г. Алгебра : 8 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. М. Поляков. – 2-е издание, стереотип. – Москва : Вентана-Граф, 2019. – 384 с.

2. Методика обучения математике : учебник для вузов / Н. С. Подходова [и др.] ; под редакцией Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 566 с.

3. Методика обучения математике. Формирование приемов математического мышления : учебное пособие для вузов / Н. Ф. Талызина [и др.] ; под редакцией Н. Ф. Талызиной. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 193 с.

4. Мордкович, А. Г. Алгебра, 8 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (углубленный уровень). В 2 ч. Ч. 1 / А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев. – 15-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2019. – 288 с.

TEACHING STUDENTS OF GRADES 8-9 METHODS OF SOLVING RATIONAL EQUATIONS OF THE 3RD AND 4TH DEGREE

Kochetova Irina, Zudova Arina

Abstract. The article examines the historical formation of various methods for solving rational equations, the well-known types of solving rational equations of the 3rd and 4th degrees, as well as the most rational of them for teaching students in grades 8-9 in mathematics lessons.

Keywords: *rational equations, equations of higher degrees, teaching methods for solving rational equations of the 3rd and 4th degrees, mathematics lessons, teaching algebra to students of grades 8-9.*

ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ РЕШЕНИЮ ЭКОНОМИЧЕКИХ ЗАДАЧ

Кочетова Ирина Викторовна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: ir_vi_kochetova@mail.ru
Светлицкая Дарья Дмитриевна,
студент
e-mail: dashasvetlitskaya@yandex.ru
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет имени М. Е. Евсевьева», г. Саранск, РФ

Аннотация. Данная статья содержит анализ типов задач с экономическим содержанием в едином государственном экзамене по математике профильного уровня. Рассматриваются алгоритмы решения задач. Кроме того, присутствует и практическая составляющая: конкретные примеры решения задач.

***Ключевые слова*:** *задачи с экономическим содержанием, математическая модель, процент, вклад, кредит, алгоритм решения.*

Поскольку от реализации программы финансовой грамотности в школьном курсе будет зависеть успешная адаптация выпускников школы в постоянно меняющихся социально-экономических условиях общества, большое внимание в системе образования уделяется проблеме формирования экономического мышления у подрастающего поколения.

Например, в 2015 году задачи, включающие в себя экономический аспект, впервые были включены в структуру единого государственного экзамена по математике профильного уровня [4]. Задачи данного типа представлены во второй части контрольно-измерительных материалов под номером 16 и оцениваются в 2 первичных балла.

На протяжении нескольких лет тенденции в совершении ошибок при решении задач с экономическим содержанием у обучающихся сохраняют два направления: неверное составление экономической модели и ошибки в вычислениях. Таким образом, причины, из-за которых у школьников возникают проблемы в решении задач данного типа можно сгруппировать по четырем направлениям [5]:

1) незнание учащимися большинства экономических терминов;
2) школьная учебная литература не обладает разборами экономических задач;
3) изученного теоретического материала не достаточно для того,

чтобы учащиеся могли свободно оперировать полученными знаниями в решении задач нестандартного для себя типа;

4) нехватка практического опыта в области экономики.

В первую очередь проблема обучения старшеклассников решению задачи №16 с экономическим содержанием возникает из-за наличия сложных экономических операций, а во вторую, в решении задания данного типа одним из самых сложных этапов является построение математической модели [2].

Для решения данной проблемы необходимо изучить и систематизировать методические аспекты обучения учащихся 10-11 классов решению задач с экономическим содержанием.

В КИМах по математике профильного уровня представлены 5 типов экономических задач, которые представлены на рисунке 1.

Рисунок 1 – Классификация задач с экономическим содержанием

Рассмотрим решение наиболее часто встречающихся типов экономических задач. Кредит – это сумма денежных средств, выдаваемая заёмщику на определенных условиях по принципу срочности и возвратности [3].

Можно выделить два вида задач на кредиты:

аннуитетные платежи (равные выплаты);

дифференцируемые платежи (выплаты уменьшают долг равномерно).

Чтобы разобраться в решении задачи данного типа необходимо усвоить закономерности составления последовательности начисления процентов и погашения долга.

Рассмотрим решение задачи, представленной на рисунке 2 [2; 5].

Задача 1 (аннуитетные платежи). В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 96500 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Рисунок 2 – Задача 1 (аннуитетные платежи)

Решение: S – сумма кредита (руб.) , r % – процентная ставка, r=20%.

Получаем, что после начисления процентов долг банку станет равен 1,2S (здесь сумму кредита нужно увеличить на данное количество процентов, то есть S + S× $\frac{r}{100}$=S(1+$\frac{r}{100}$)).

Введем неизвестную x – ежегодный платёж.

Составляем модель задачи, заполнив таблицу 1 и записав уравнение.

Таблица 1 – Модель начисления процентов и погашения долга

	Долг до % (долг в начале года), руб.	***После %, руб.***	***Платежи, руб.***	***Долг после платежа, руб.***
1	S	1,2S	x	1,2S−x
2	1,2S−x	1,2× (1,2S−x)	x	1,2× (1,2S−x) −x
3	1,2× (1,2S− x)- x	1,2×(1,2× (1,2S− x)- x)	x	0

Составляем уравнение из получивших данных в таблице:

$1{,}2 \times (1{,}2 \times\ (1{,}2S - x) -\ x)\ -\ x\ = 0;$ (1)

Сумма всех платежей составляет $x + x + x$ =3x;

$3\,x - S = 96500$ – переплата по кредиту; (2)

Вернемся к уравнению (1), выведем формулу, раскрывая скобки:

$1{,}2 \times (1{,}2 \times\ (1{,}2S - x) -\ x)\ -\ x\ = 0;$

$S \times 1.2^3 = x(1.2^2 + 1.2 + 1)$;

$x = \frac{S \times 1.2^3}{1.2^2+1.2+1}$;

Подставим в место x выражение, которое вышло в уравнении (2):

$3(\frac{S \times 1.2^3}{1.2^2+1.2+1}) - S = 96500$;

$648S - 455S = 43907500$;

$193S = 43907500$;

$S = 227500$ (руб.) – сумма кредита

По итогу банку будет выплачена сумма равная S+96500, отсюда получаем $227500 + 96500 = 324000$ (руб.)

Ответ: 324000 рублей выплатит заёмщик банку.

Исходя из примера, можно составить алгоритм решения задачи на погашение кредита:

1. Необходимо проанализировать условие, отметить величины, которые нам известны и что необходимо найти;
2. Далее необходимо определить о каких платежах идёт речь;
3. Вводим необходимые обозначения;
4. Конструируем схему (таблицу) погашения кредита;
5. На основе схемы, записываем математическую модель;
6. С помощью вычислений по модели, находим искомую величину;
7. Проводим обработку полученных результатов;
8. Записываем ответ.

Прежде чем, начать решать задачи на вклады необходимо обратить особое внимание на величину, облагаемую процентом. Есть вероятность возникновения ряда ситуаций: начисление процентов на вклад происходит на одну и ту же сумму, на сумму вклада с начисленными процентами или на сумму, которая менялась в зависимости от действий вкладчика. Рассмотрим решение задачи на вклады, представленной на рисунке ниже (рис.3) [2].

Задача 2 (вклады): Клиент вложил некоторую сумму под 10% годовых, начисляемых на вклад раз в год. Известно, что в конце первого года (после начисления процентов) он снял со своего счета 10% от имеющейся на тот момент суммы, а в конце второго года (также после начисления процентов) он доложил на счет 10% от имеющейся суммы. Определите, в конце третьего года (после начисления процентов) увеличилась или уменьшилась сумма на счете после таких манипуляций по сравнению с первоначальным вкладом и на сколько процентов.

Рисунок 3 – Задача на вклады

Решение: r % = 10%,

Обозначим S – сумма вклада

Таблица 2 – Модель начисления процентов и увеличения вклада

	Сумма до %	*Сумма после %*	*Сумма после действия*
1.	S	1,1S	$1{,}1S\times 0{,}9$
2.	$1{,}1S\times 0{,}9$	$1{,}1S\times 0{,}9\times 1{,}1$	$1{,}1S\times 0{,}9\times 1{,}1\times 1{,}1$
3.	$1{,}1S\times 0{,}9\times 1{,}1\times 1{,}1=S\times 1{,}1^3\times 0{,}9$	$S\times 1{,}1^3\times 0{,}9\times 1{,}1=S\times 1{,}1^4\times 0{,}9$	

На вкладе у клиента в конце окажется $S\times 1{,}1^4\times 0{,}9$ рублей.

Упростим выражение:

$$S\times 1{,}1^4\times 0{,}9=S\times\left(\frac{11}{10}\right)^4\times\frac{9}{10}=S\times\frac{131769}{100000}=S\times 1{,}31769.$$

Так как изначальна сумма была S, а $1{,}31769>1$, то можно сделать вывод, что сумма увеличилась. Для того, чтобы узнать на сколько процентов увеличилась сумма необходимо

$\frac{S\times 1{,}31769}{S}\times 100\%=131{,}769\%$ от начальной суммы.

Получаем, начальная сумма 100%, $131{,}769\%$ сумма от начальной, отсюда получаем, что сумма увеличилась на $31{,}769\%$.

Ответ: сумма увеличилась на $31{,}769\%$.

Задачи на вклады одни из самых простых, поэтому обучение решению экономических задач стоит начинать именно с них. Приведем примерную последовательность действий для решения задач данного типа:

1. Изучаем условие задачи, обозначая величины, которые нам даны и которые необходимо найти.
2. Определяем схему изменения суммы вклада.
3. Вводим все необходимые обозначения.
4. Заполняем таблицу и выводим математическую модель.
5. Решаем построенную модель и находим искомую величину;
6. Проводим интерпретацию полученных результатов;
7. Записываем ответ.

На основе проведенного анализа и разбора экономических задач, можно сделать вывод о том, что для успешного их решения, необходимо углубиться в изучение простых задач на проценты и выучить формулы нахождения простых и сложных процентов. Учащимся очень сильно помогут знания о том, как находить проценты от числа, что значит высказывание «…число увеличили/уменьшили на r процентов?», какую из применяемых в тексте задачи величин принимать за 100% и т.д.

Помимо этого целесообразно вспомнить и выделить методы решения неравенств, системы уравнений, а также закрепить в «математическом арсенале» учащихся формулы для нахождения прогрессии (арифметической и геометрической). Не лишним будет повторить нахождение и порядок исследования производной функции.

Большинство ошибок учащихся начинается с самого начала работы с задачей с экономическим содержанием, а именно из-за невнимательного прочтения условия. Здесь в методику обучения методам решения подобных задач следует включить такие известные приемы, как «чтение с остановками» и «выделение ключевых слов». Они могут послужить учащимся хорошим фундаментом на пути к осознанию условия задачи и верного составления математической модели. Для того чтобы довести до автоматизма умение составлять математическую модель, являющуюся ключевым моментом в решении задач с экономическим содержанием, необходимо довести до учащихся четкий алгоритм действий и уверенность в собственной компетентности учащегося при выполнении задания.

Литература

1. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Практикум по решению задач : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 271 с.

2. Пиксаева, О. А., Педагогический эксперимент по введению элективного курса «Задачи с экономическим содержанием», как средство улучшения подготовки старшеклассников к ЕГЭ: статья / О.А. Пиксаева. – Актуальные проблемы развития среднего и высшего образования: межвуз. сб. науч. тр.– Челябинск : «Край Ра», 2017. – 180 с.

3. Симонов, А. С. Математические модели экономики в школьном курсе математики: дис. … докт. пед. наук / Симонов Александр Сергеевич. – Тула, 2000. – 328 с.

4. Спецификация контрольно-измерительных материалов единого государственного экзамена 2022 г. по математике [Электронный ресурс]. – Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ). – Режим доступа: http://www.fipi.ru (дата обращения 11.10.2024).

5. Ященко, И. В. Методические указания для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2020 года по математике : ФИПИ, 2020. – 45 с.

TEACHING STUDENTS OF GRADES 10-11 TO SOLVE ECONOMIC PROBLEMS

Kochetova Irina, Svetlitskaya Daria

Abstract. This article contains an analysis of the types of problems with economic content in the unified state mathematics exam of the profile level. Algorithms for solving problems are considered. In addition, there is a practical component: specific examples of problem solving.

Keywords: *problems with economic content, mathematical model, percentage, contribution, loan, solution algorithm.*

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 50-Х ГОДАХ XX ВЕКА

Кривко Яна Петровна,
доктор педагогических наук, доцент
e-mail: yakrivko@yandex.ru
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, РФ

Аннотация: Статья посвящена анализу педагогических наработок советских педагогов 50-х годов XX века в области развития творческих способностей учащихся на уроках математики. Рассмотрены особенности организации деятельности учащихся по самостоятельному составлению условий задач, а также требования к учителю по подбору материала.

Ключевые слова: *математика, творческие способности, политехническое обучение, задача, условие задачи, учитель.*

Проблема качества математического образования на сегодняшний день приобрела особую остроту. Высокие темпы развития научно-технического прогресса, тотальная цифровизация всех сфер жизни человека обуславливают усиление внимания к уровню преподавания математики, развитию у учащихся творческих способностей. Именно творческие способности ребенка лежат в основе его будущей новаторской деятельности, открытий и т.д., а значит и технологического суверенитета государства. В этой связи особый интерес представляют 50-е года XX века – время, когда были подготовлены те кадры, которые в 60-70-х годах вывели СССР в передовые страны мира в науке и технике.

Анализируя защищенные диссертации по методики преподавания математики в СССР в первой половине XX века А.В. Ланков отмечал сформировавшуюся к 1950 году группу диссертаций – работы психолого-математического содержания, которые создают психологическую базу методики математики [3, с. 16]. Среди них диссертация Т.А. Пескова [7] о развитии творческих способностей учащихся в связи с преподаванием математики, защищенная в 1945 году и ставшая одной из первых научных работ в этом направлении в СССР. Развитие творческих способностей учащихся при изучении математики рассматривалось как практикующими школьными учителями, так и преподавателями вузов, учеными-педагогами.

Отметим, что к середине 50-х годов была введена новая программа преподавания математики, которая предполагала изучение математики во всех классах с первого по шестой по шесть недельных часов, а в седьмом классе – семь часов (около 20 % всего учебного времени). Преобразования в области математического образования были вызваны заявленными на XIX съезде КПСС переходу ко всеобщему среднему образованию (десятилетка) и политехнизацией обучения в целом. При этом было постулировано то, что «…осуществление задач политехнического обучения должно пойти по линии развития творческих способностей учащихся, развития логического мышления и пространственного воображения, сообразительности, воспитания настойчивости в достижении поставленной цели» [4, с. 53–54].

При изучении школьного курса математики педагоги 50-х годов акцентировали свое внимание на эффективном использовании методов обучения, в частности, рекомендовалось применять индуктивно-конкретный метод для сознательного и возможно самостоятельного определения частных случаев в противовес догматическому изложению материала; аналитический метод – «применяя его в геометрии при проведении тех или иных доказательств, суживая, тем самым, применение синтетического метода. Аналитический метод в значительной степени содействует развитию творческих способностей учащихся» [2, с. 339]. Сочетание аналитического и синтетического методов, как наиболее соответствующего человеческому мышлению, содействующих творческой работе учащихся, т.е. самостоятельному нахождению различных способов доказательства, выделял в своей диссертации, защищенной в 50-х годах XX века, А.З. Насыров, фокусируясь на решении задач на построение [6, с. 11].

Изучение математики невозможно без решения задач, это основополагающее звено процесса обучения также было использовано педагогами для развития творческих способностей учащихся. «Решение задач способствует развитию математического мышления учащихся, так как расчленение составной задачи на простые, установление связи между отдельными вопросами, подбор искомого в каждой простой задаче и выбор необходимых данных для его отыскания требуют и развивают сообразительность учащихся, его творческие способности» (Е.С. Березанская [1, с. 393]).

К развитию творческих способностей учащихся относится и самостоятельное составление задач детьми.

Так младшим детям предлагалось составлять задачи по рисункам (рис. 1), по наглядному материалу, например, ведро и картонные рыбки для усвоения разницы между данными числами, искомым числом, что известно и что неизвестно.

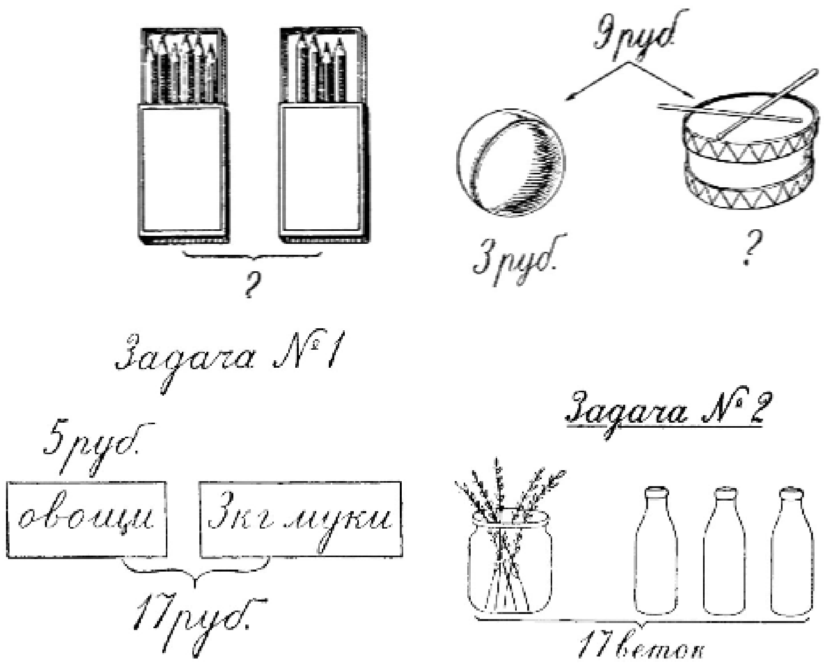


Рисунок 1 – Образцы рисунков для составления задачи [8, с. 139, 142]

Однако, еще в середине XX века советские дидакты выделяли основные требования к этому процессу, на которые должен обращать внимание учитель. Так при самостоятельном составлении условия задачи либо учитель дает определенные условия (например, составить условие задачи, которая бы решалась по предложенной формуле, или же содержала умножение или деление числа на обыкновенную дробь и т.д.), в этом случае учитель должен следить за тем, чтобы предложенный вариант был реален. Чтобы учащиеся отдавали себе отчет, «…что не всякое число может соответствовать стоимости 1 кг хлеба, росту человека, весу головы кита и т.д.» [1, с. 469]. Для преодоления возможных проблем Е.С. Березовская предлагала использовать разнообразные таблицы сравнительных скоростей (пешехода, лошади, самолета и т.д.), глубин океанов, длин рек, расстояний между городами и т.д. Или же составлять задачи по результатам или во время проведения экскурсий на заводы, строительство, на уборку хлеба и т.д. [там же].

Это особенно важно, так как «настоящие практические задачи, решаемые людьми разных профессий, или совсем не содержат готовых данных или содержат их в минимальном числе» и ученику требуется самостоятельно определить какие именно данные ему нужны для решения поставленной проблемы [6, с. 14], что особенно важно для современной робототехники, развития цифровых технологий для науки, производства, военной промышленности и т.д.

Важным аспектом в организации подобной работы в 50-х годах педагоги выделяли четкое выделение требований, предъявляемых к учащимся при составлении ими задач (самостоятельность, максимальная близость задач к жизни, реальность конкретной ситуации и данных, логическая и грамматическая правильность). А также демонстрация образцов – задач, составленных другими учащимися, как хороших, так и плохих. Кроме того, требовательность учителя постепенно должна возрастать, по мере овладения навыками работы учащимися в соответствии с их возрастом [10, с. 13].

В процессе развития творческих способностей учащегося от учителя не требовалось использовать все типы и разновидности задач, но показать некоторые задачи так, чтобы привлечь внимание ученика к задаче как к явлению, которым стоит и интересно заниматься. Учителю следует дать не одни вариант решения задачи, сравнительно долго останавливаясь на ней [9, с. 9].

К концу 50-х годов все чаще стали звучать призывы к разделению старших классов на различные профили, интересно, что помимо физико-математического и гуманитарного профилей А.А. Ляпунов предлагал выделять еще и сельскохозяйственный, и корректировать программу по математике с учетом их специфики. Его идеи опередили время, например, он предлагал ввести в физико-математических школах в старших классах раздел о функциях в старших классах, а также «Элементы вычислительной математики», который бы включал в себя представления о приближенных вычислениях, систем счисления, сведения о вычислительных приборах (счетах, логарифмической линейке, номограммах, арифмометре) и о вычислительных машинах, включая элементы программирования [5, с. 154].

Интересно мнение А.А. Ляпунова о дефиците учебного времени, которое отводится на математику: «если у кого-то возникнет вопрос о загруженности школьников и о недостатке учебного времени, то я предложу стопкой на стол школьные учебники и обязательные учебные пособия по истории и литературе. Думаю, что разумное сжатие этой стопки позволит найти время для математики» [5, с. 154]. Этот тезис чрезвычайно актуален в наши дни.

Таким образом, анализ наработок педагогов 50-х годов по развитию творческих способностей учащихся показал, что значительное внимание уделялось самостоятельному составлению и решению задач с практическим содержанием, что является перспективным направлением работы и в современной школе.

Литература

1. Березанская, Е. С. Методика арифметики : пособие для учителей / Е.С. Березанская // 5-е изд., перераб. – М. : Учпедгиз, 1955. – 544 с. – Библиогр.: с. 537 – 538.

2. Коршунков, С.А. Борьба за прочные и глубокие знания учащихся по математике / С.А. Коршунков // Из опыта преподавания математики в VIII – X классах средней школы. – М. : Учпедгиз, 1955. – С. 336–350.

3. Ланков, А.В. Научные работы по методике математики (обзор диссертаций) / А.В. Ланков // Математика в школе. – 1950. – № 5. – С. 14–20.

4. Ларичев, П.А. О преподавании математики в V классах в 1954/55 учебном году / А. О. Ларичев // Математика в школе. – 1954. – № 4. – С. 53–54.

5. Математическое просвещение : математика, ее преподавание, приложения и история. – М. : Физматгиз, 1959. – Вып. 4. – 320 с.

6. Насыров А. З. Самостоятельная работа учащихся на уроках математики в V–X классах : автореф. дис. ... канд. пед. наук по методике преподавания математики / Акад. пед. наук РСФСР. Науч.-исслед. ин-т методов обучения. – М., 1955. – 16 с.

7. Песков, Тимофей Андреевич. Развитие творческих способностей учащихся в связи с преподаванием математики : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.00. – Уфа, 1945. – 124 с.

8. Попова, Н.С. Методика преподавания арифметики в начальной школе : пособие для учителей. / Н. С. Попова // Л. : Учпедгиз, 1955. – 403 с.

9. Решение задач в средней школе : арифметика, алгебра, геометрия : из опыта учителей математики V–X кл. / Акад. пед. наук РСФСР, Ин-т методов обучения ; под общ. ред. Н.Н. Никитина ; [сост. И.Н. Шевченко, И.А. Гибш, А.И. Фетисов, И.Л. Цветков]. – М. : Изд-во Акад. пед. наук РСФСР, 1952. – 320 с.

10. Хайдуков, Ю.И. Самостоятельное составление учащимися задач как средство повышения сознательности знаний : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Ленинград. гос. пед. ин-т им. А.И. Герцена. – Л., 1951. – 14 с.

THE DEVELOPMENT OF CREATIVE ABILITIES OF STUDENTS IN MATHEMATICS LESSONS IN THE 50S OF THE TWENTIETH CENTURY

Krivko Ia.

Abstract: The article is devoted to the analysis of pedagogical developments of Soviet teachers of the 50s of the twentieth century in the field of developing creative abilities of students in mathematics lessons. The features of the organization of students' activities for the independent preparation of task conditions, as well as the requirements for the teacher on the selection of material, are considered.

Keywords: *mathematics, creativity, polytechnic education, task, task condition, teacher.*

О ПРОФИЛЬНОМ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ[4]

Павлов Александр Леонидович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент
e-mail: a.pavlov49@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
Бродский Яков Соломонович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент
e-mail: y-brodsky@yandex.ru
г. Донецк, РФ

Аннотация. Рассмотрены проблемы реализации профильного обучения математике и пути их решения, выявлена сущность профильной направленности обучения математике и ее обеспечение для разных профилей.

Ключевые слова: *профильное обучение, профиль обучения, профильное обучение математике, элективный курс, уровень обучения.*

Организация профильного обучения порождает проблему организации обучения каждому предмету в соответствии с профилем, то есть имеющему профильную направленность. Обеспечение профильной направленности обучения математике для каждого профиля представляет актуальную задачу. При этом возникают вопросы: Что такое профиль обучения? Какие бывают профили? В чем сущность профильной направленности обучения математике для конкретного профиля?

Положение в реализации профильного обучения сегодня примерно соответствует тому, что несколько лет назад было описано в [5]: «К сожалению, весьма часто идея профильного обучения сводится к повышению эффективности подготовки учащихся к преодолению экзаменационных барьеров. А в этой ситуации профилизация редуцируется до привычного в последние десятилетия изучения отдельных предметов на углубленном уровне». Это мнение подтверждается современными исследованиями состояния профильного обучения[2].

Профильное обучение предусматривает общеобразовательную подготовку и профильную подготовку. ***Общеобразовательная подготовка*** осуществляется базовыми общеобразовательными

[4] Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

предметами, которые обязательны для всех профилей. ***Профильная подготовка*** обеспечивается всем содержанием обучения, в частности изучением профильных предметов, способствующих «вхождению» в профессию, в значительной степени вариативной составляющей, а также внеурочными мероприятиями. Необходимость профильной направленности базовых предметов вытекает из главной цели профильного обучения – оказание помощи личности в выборе жизненного пути, самоопределении, социализации. Понятно, что обеспечить профильную направленность обучения предмету можно не
только уровнем обучения, и даже не столько уровнем обучения.

Проблема организации профильного обучения требует выявления сущности профильной направленности обучения каждому предмету. Для этого необходимо определить сущность понятия «профиль обучения» и пути организации обучения по профилю.

Профиль обучения – это ориентация обучения на определенные области знания и виды деятельности, определяющая её содержание, преобладающие виды учебной деятельности обучающегося и требования к результатам освоения образовательной программы.

Проблему формирования существенных признаков профиля и соответствующих критериев их наличия целесообразно решать на основе деятельностного подхода, по признакам, отражающим профессиональную деятельность, которая может быть смоделирована в обучении. Обобщенность профилей является важным условием обеспечения потребностей личности. Обучение должно ориентироваться не на конкретные виды профессиональной деятельности, а на обобщенные. Создание условий для применения в обучении обобщенных видов деятельности в определенной сфере является важным средством реализации профильного обучения.

Безусловно, углубленное по сравнению с базовым уровнем, изучение группы предметов является существенным, но не определяющим, признаком профиля. Условия социализации и самоопределения личности связаны не только и даже не столько с изучением предметов. Профильная ориентация изучения цикла родственных предметов является значимым признаком профиля. Но и он также не имеет четкого содержания.

В соответствии с нормативными документами профильное обучение может осуществляться по следующим профилям: технологический, естественно-научный, социально-экономический, гуманитарный, универсальный [6]. При такой широкой трактовке понятия «профиль обучения» невозможно обеспечить основную задачу профильного обучения – помочь обучающимся в их профессиональном самоопределении, выборе жизненного пути. В рамках одного профиля даже набор профильных предметов разный в рекомендованных учебных планах [6]. На практике используется более узкая трактовка понятия «профиль обучения»: химико- биологический, информационно-технологический, инженерный, филологический и другие профили. При таком понимании профиля обучения становится более определенным состав знаний и видов деятельности, обеспечивающих профессиональное самоопределение обучающихся [3].

По нашему мнению, в нормативных документах целесообразно использовать термин «направление»: технологическое направление, естественно-научное направление и т.д. Это соответствует соотношению объемов понятий «направление» и «профиль», используемых в высшей школе. Попытка классифицировать профили по составу предметов, изучающихся углубленно, не соответствует сущности профильного обучения. Роль других компонент системы профильного обучения, в частности, вариативной составляющей, в определении профиля не менее важна.

Различные профили должны формироваться по основным направлениям профилирования за счет выбора профильных предметов, вариативной составляющей, а также профильной направленности базовых предметов инвариантной составляющей учебного плана. Изучение всех базовых предметов, независимо от уровня их изучения, должно обеспечивать достижение главной цели всеми возможными путями. Хорошей иллюстрацией этого положения является публикация [1], в которой автор приводит примеры «профильного наполнения» обучения информатике на базовом уровне для различных профилей.

Обучение математике в профильной школе должно максимально способствовать профильному становлению обучающегося, иметь профильную направленность независимо от уровня обучения.

Профильная направленность обучения математике должна:

- обеспечить общекультурный уровень математической подготовки, который определяется заказом общества и возможностями обучающихся;
- удовлетворить потребности профильной подготовки в формировании различных видов компетенций средствами математики;
- формировать средствами математики профессиональные склонности и намерения обучающихся.

Обучение математике имеет три основные функции: развивающую, образовательную и профессионально ориентирующую. Обеспечение их гармонической реализации является главной задачей обучения математике. Содержание математического образования в профильных классах должно обеспечивать особенности профиля. Это означает, что курс математики:

а) должен давать четкое представление о роли математики в развитии общества, в частности в областях, соответствующих данному профилю;

б) должен быть направленным на формирование навыков математического моделирования;

в) может включать в себя и некоторые нетрадиционные для школьного курса содержательные линии.

Современные теоретические основы формирования содержания обучения предусматривают его проектирование в соответствии с потребностями и возможностями личности. Этот принцип и этот подход в определенной степени могут быть реализованы такой структурой содержания профильного обучения математике:

- адекватным профилю содержанием основного курса математики базового или углубленного уровня в соответствии с учебным планом (базовая математическая подготовка);
- системой курсов по выбору за счет вариативного компонента (элективные курсы, факультативы), которые состоят из небольших по содержанию учебных модулей, учитывающих многообразие интересов и возможностей обучающихся данного профиля, углубляют и расширяют основной курс математики в соответствии с профилем обучения (вариативная математическая подготовка);
- организацией самостоятельной творческой работы обучающихся, системой индивидуальных заданий, направленных на развитие профессиональных склонностей обучающихся, их интереса к применениям математики (личностно-ориентированная математическая подготовка).

Профильная направленность основного курса математики является необходимым, но недостаточным условием реализации профильной направленности обучения математике. Важное место в ее осуществлении должны занять элективные курсы, факультативы и индивидуальная работа творческого характера.

Вариативная составляющая позволяет обучающимся углубить и расширить знания в различных разделах математики; реализовать потребности, удовлетворить свои интересы, раскрыть способности; подготовиться к выполнению индивидуального задания творческого характера.

Полноценно смоделировать профессиональную деятельность позволяют индивидуальные задания творческого характера. Они способны полнее учесть индивидуальные особенности обучающихся, их и намерения. Они направлены на развитие профессиональных склонностей обучающихся, их интереса к применениям математики, занятиям математикой.

Указанная структура содержания профильного обучения математике эффективна, прежде всего, для профилей, где математика играет важную роль в обеспечении профильного обучения. Но она имеет существенное значение и для других профилей. Подобная структура предлагается в [4] для профилей технологической (инженерной) направленности. Элективные курсы по математике для обучающихся гуманитарного профиля могут существенно повлиять как на их подготовку по выбранному профилю, так и на их отношение к математике. А формирование положительного отношения к предмету является одной из важнейших целей его изучения.

Профильные направленности обучения математике на разных профилях можно объединить в следующие направления: ***общекультурный, , академический, прикладной, теоретический.***

Практически по каждому из этих направлений возможен выбор двух (и даже трех) профильных направленностей обучения математике в зависимости от выбора профиля, так как это разделение связано с функциями предмета "математика" в реализации особенностей профиля обучения, профессионального становления личности.

Профильное обучение математике теоретического направления отличается, прежде всего, направленностью на развитие теоретического типа мышления. Этот тип мышления характеризуется гармоничным взаимодействием анализа и синтеза, а также высоким уровнем абстракции, построенным на основе познавательной рефлексии, благодаря которой формируется ориентировочная основа действий, оцениваются результаты их выполнения. Будущая профессиональная деятельность, на которую направлены эти профили, неразрывно связана с математической деятельностью.

Профильное обучение математике прикладного направления отличается направленностью на применение математики. Моделирование в обучении применениям математики является главным видом деятельности. На этом направлении необходимо достаточно внимания уделить развитию логического, пространственного мышления, формированию готовности применять математику для моделирования реальных процессов и явлений.

Профильное обучение математике академического направления предусматривает добротную математическую подготовку, позволяющую продолжить образование по всем направлениям и предназначено, прежде всего, для универсального профиля обучения.

Профильное обучение математике общекультурного направления отличается гуманитарной направленностью, оно ориентировано, в первую очередь, на формирование математической грамотности – готовности применять математику для решения жизненных задач – и предназначено для профилей, ориентирующих обучающихся на гуманитарные сферы деятельности.

Взаимодействие основных функций обучения математике может быть отражено в двумерной модели: уровень и профильная направленность обучения. Каждый вариант проектирования обучения математике, учитывающий уровень и профильную направленность обучения, имеет особенности в целях, содержании, результатах обучения, которые определяются направлением профилизации и ролью обучения математике в ее реализации.

На углубленном уровне математика может изучаться по трем направлениям – академическом, прикладном и теоретическом. Обучение математике на углубленном уровне академического направления свидетельствует о значимости профессионально – ориентирующей функции обучения математике, но без учета сферы дальнейшей профессиональной деятельности. Обучение математике на углубленном уровне прикладного направления свидетельствует о приоритетности профессионально-ориентирующей функции обучения математике и отражает потребности профилирования, особенности сфер профессиональной деятельности. Обучение математике на углубленном уровне теоретического направления, прежде всего, направлено на формирование теоретического типа мышления. Общекультурная направленность обучения математике предполагает изучение математике на базовом уровне.

Актуальной проблемой является создание учебно-методических комплексов по математике, которые способны обеспечить указанные особенности различных вариантов проектирования обучения математике, учитывающих уровень и профильную направленность обучения математике. Важной функцией таких комплексов является управление учебным процессом. Средства обучения должны обеспечивать адаптивность обучения, то есть учитывать уровень подготовки обучающегося, темп его продвижения в обучении и т. п.

Литература

1. Гейн, Н.А. О представлении профильных предметов в непрофильном курсе информатики / Н.А Гейн // Профильное образование и специализированное обучение: перспективы развития в цифровом пространстве: сборник материалов Всероссийской научно-методической конференции с международным участием – Новосибирск : ИПЦ НГУ, 2022. – С. 48-51.
2. Ломакина, Т.Ю. Профильное обучение: 20 лет спустя / Т.Ю. Ломакина, Н.В.Васильченко // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2024. – Т.1.№1(97) – С. 7-23.
3. Ломакина, Н.Н. Химико-биологический класс как среда построения индивидуальной образовательной траектории / Н.Н. Ломакина, Е.Л. Филипповых // Академический вестник. – 2023. – № 1 (59). – С. 45–50.
4. Реализация профильного обучения технологической (инженерной) направленности на уровне среднего общего образования: методические рекомендации / Т.Ю.Ломакина и др. / под ред. Т.Ю. Ломакиной. – Москва : ФГБНУ «Институт стратегии развития образования», 2023. – 56 с.

5. Чистякова, С.Н. Проблемы и риски профильного обучения / С.Н. Чистякова // Academia. Педагогический журнал Подмосковья. – 2017. – №2(12). – С.37-41.

6. Федеральная образовательная программа среднего общего образования [Электронный ресурс] URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2024/08/0001202307130017.pdf (дата обращения 25.11.2024).

ABOUT SPECIALIZED MATHEMATICS EDUCATION

Pavlov Alexander, Brodsky Jakov

Abstract. The problems of implementing specialized mathematics education and ways to solve them are considered, the essence of the profile orientation of mathematics education and its provision for different profiles are revealed.

Keywords: *specialized education, profile of education, specialized mathematics education, elective course, level of education.*

ИЗ ОПЫТА ОРГАНИЗАЦИИ НАСТАВНИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ЮФУ ПРИ ПОДГОТОВЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Романов Юрий Викторович,
кандидат педагогических наук, доцент
e.mail: yvromanov@sfedu.ru
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,
г. Ростов-на-Дону, РФ

Аннотация. В статье рассматривается проблема профессионального становления будущего учителя математики. В качестве одного из средств формирования профессиональных компетенций является включение студентов в профессиональную деятельность на этапе их обучения в вузе. Для этого необходимо создать определенную образовательную практико-ориентированную среду, одним и компонентов которой является наставничество. В статье представлен опыт организации наставнической деятельности Института математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича при подготовке учителей математики.

Ключевые слова: *учитель математики, наставник, наставничество, обучение математике, профессиональная подготовка.*

Сегодня остро стоит вопрос о качестве профессиональной подготовки будущих учителей математики в системе высшего педагогического образования. Определяются направления его модернизации в соответствии с целями, задачами и запросами государства, общества и историческим временем.

Вызывает всеобщую обеспокоенность проблема высокой вероятности неудачного педагогического старта молодого педагога. В школьной практике перед молодым учителем одновременно возникают проблемы разного уровня сложности, решить которые успешно ему не всегда удается. Причиной этого при отсутствии практического опыта может быть пока еще недостаточная психолого-педагогическая и методическая подготовки. Неудачи в профессиональной деятельности, как следствие, приводят к разочарованию в профессии, и возможно, к принятию решения, уйти в другую сферу деятельности, что вряд ли будет объективным решением.

Исторический опыт функционирования отечественной системы педагогического и математического образования подсказывает нам эффективные средства и формы организации профессионального становления будущих учителей математики. Одной из традиций российского образования является наставничество. Наиболее развитым направлением является производственное наставничество, обеспечивающее вхождение в профессию и профессиональное становление молодого специалиста, а тем самым удержанию (закреплению) его в профессии.

Государственная политика РФ в области образования сегодня, рассматривая педагогическое наставничество как одну из эффективных форм профессиональной адаптации будущих учителей и педагогов, ориентирует нас на возрождение наставничества, на разработку эффективных механизмов и форм взаимодействия вузовского преподавателя, школьного учителя и студента. Эффективность функционирования института наставничества в значительной степени определяется личностью наставника. Стоит задача формирования кадрового ресурса наставников.

В высшем педагогическом образовании наставничество заслуживает самого пристального внимания, так как работа учителя – это не механическая работа у станка, это особый вид деятельности - формирование и развитие личности ребенка, передача исторически накопленного опыта и научного знания, формирование нации.

Введение института наставничества в педагогическом образовании должно способствовать:

1) повышению мотивации студентов к обучению и мотивации к самосовершенствованию, саморазвитию, самореализации;

2) развитию личностных качеств будущих учителей, их коммуникативных умений, ценностных ориентаций и познавательных интересов;

3) повышению качества психолого-педагогических и методических знаний;

4) повышению качества результатов прохождения различных видов практик (учебных, научно-исследовательских, производственных);

5) оптимизации процесса профессионального становления будущего учителя;

6) усилению внеаудиторной работы студентов и практико-ориентированной составляющей их обучения в вузе;

7) измерению, количественной и качественной оценке сформированности общих и профессиональных компетенций у студентов, построению модели перспективного профессионального роста;

8) получению наставнической поддержки в преодолении профессиональных затруднений;

9) росту уровня трудоустройства выпускников и закреплению их в профессии.

В Институте математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича Южного федерального университета развивается система наставничества будущих учителей математики, обучающихся на программах бакалавриата и магистратуры направлений 44.03.01 (профиль «Математика»), 44.03.05 (с двумя профилям подготовки «Математика и информатика», «Математика и физика») и 44.04.01(магистерская программа «Математика и информатика в образовании») Педагогическое образование.

Охарактеризуем некоторые аспекты этой системы. В основу ее функционирования положен принцип «Обучение действием», который подразумевает совместную работу над научными, образовательными и воспитательными проблемами и проектами наставников и наставляемых на основе их личного опыта и индивидуального примера. Это взаимодействие не связано с официальными отношениями и часто осуществляется в неформальном общении. Такой подход позволяет эффективнее воздействовать на личность будущего учителя математики, помогая ему определиться в профессиональной области, формируя зоны ближайшего развития и реализовать свой потенциал.

Кадровый ресурс наставников формируется из сотрудников кафедры теории и методики математического образования и преподавателей Воскресной математической школы Института математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича ЮФУ (директор доц. О.А. Прозоров).

Воскресная математическая школа выступает базой подготовки студентов к различным видам практик (производственным, учебным), а также выполняет функции ресурсного центра, оказывающего консультативную и методическую поддержку по организации дополнительного математического образования, в том числе, кружковой и олимпиадной работы с учащимися школ. Участие студентов педагогического образования в мероприятиях математической школы обеспечивает их подготовку к работе в школах с математическим профилем, в центрах дополнительного математического образования. Формируем кадровый резерв учителей и преподавателей математики для Лицея ЮФУ и СУНЦ ЮФО при ЮФУ.

Для эффективного функционирования наставничества в Институте сформировано экспертно-консультационное сообщество, в задачи которого входит:

1) определение перспектив наставнической деятельности, расширение и продвижение программ наставничества;

2) построение взаимодействия с партнерами как внутри Университета, так и формирование сетевого взаимодействия с профессиональным сообществом (образовательные организации г. Ростова-на-Дону и Ростовской области, центры дополнительного образования и др.);

3) обеспечение сопровождения (организационного, научно-методического) и оперативной поддержки наставников и наставляемых с целью повышения результативности их деятельности;

4) ответственность за деятельность наставников.

Назовем некоторые проекты и мероприятия значимые для профессионального становления будущего учителя математики, в которых принимают активное участие студенты Института математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича под руководством опытных наставников сотрудников кафедры теории и методики математического образования.

1. Муниципальный проект «Математическая вертикаль» Управления образования г. Ростова-на-Дону.

2. Организация и проведение математических конкурсов, математических боев и олимпиад (муниципальный уровень «Математическая вертикаль», олимпиады ЮФУ и Института ММиКН им. И.И. Воровича по математике, межмуниципальная дистанционная олимпиада по математике среди обучающихся 5 и 6 классов, проводится учителем математики А.А. Удот при поддержке депутата Государственной Думы РФ Е.П. Стенякиной и ЮФУ).

В рамках проведения ежегодных математических боев «Лабиринт», организованных Информационно-методическим центром образования при поддержке Координационного совета проекта «Математическая вертикаль» и Институтом математики, механики и компьютерных наук ЮФУ в рамках проекта «Математическая вертикаль» студенты выпускных курсов (4 - 5 курсы) участвуют в качестве жюри школьного тура в лигах «Юниоры» и «Тенейджеры». В подготовке членов жюри участвуют сотрудники издательства «Легион», имеющие опыт участия в олимпиадах и конкурсах по математике на региональном и всероссийском уровнях.

3. Совместный образовательный проект ЮФУ и Управления образования г. Ростова-на-Дону:

- «Профильные классы». Организация проектной деятельности обучающихся психолого-педагогических классов (направление «Математика»);

- волонтерский (образовательный) проект «Педагогический десант», поддержанный Государственной Думой РФ и при поддержке депутата Л.Н. Тутовой.

Так, например, студенты 2 курса (профиль «Математика») под наставничеством членов кафедры теории и методики математического образования участвуют в реализации совместного проекта ЮФУ и Центра опережающей профессиональной подготовки (ЦОПП РО) «Профориентационный нетворкинг. Профориентационный студенческий десант». Бакалаврами-математиками в школах г. Ростова-на-Дону в третьей учебной четверти проводятся внеаудиторные мероприятия «Занимательная математика» для учащихся 5 – 8 классов. Эти мероприятия проводятся на базовых площадках проекта «Математическая вертикаль» (охватывают более 500 учащихся) с целью популяризации математики, развития у школьников познавательного интереса к математике, а также развития их творческих способностей, логического мышления и расширения кругозора учащихся. При проведении разнообразных по форме и содержанию внеаудиторных мероприятий студенты широко использовали активные методы обучения и современные образовательные технологии.

Подготовку к проведению внеаудиторных мероприятий в общеобразовательных учебных заведениях студенты проходят во время учебной технологической и производственной (педагогической) практик, в рамках которых они не только знакомятся с особенностями содержания и организации внеклассной работы по математике. Студентами рассмотрены особенности решения занимательных и нестандартных задач, они получили опыт составления математических ребусов, кроссвордов, задач-шуток, изготовления геометрических тел и различных головоломок (пентамино, танграм и др.).

Наставниками для студентов были организованы деловые педагогические игры, моделирующие школьные внеаудиторные мероприятия, благодаря которым обучающиеся получили возможность опробовать свои методические разработки, откорректировать их.

Успешному участию будущих учителей математики в общегородских мероприятиях проекта «Математическая вертикаль» способствует не только практико-ориентированная программа обучения в бакалавриате, но и активное вовлечение их в систему дополнительного математического образования Воскресной математической школы при мехмате ЮФУ, а также в деятельность научно-образовательных кружков кафедры теории и методики математического образования.

4. Участие в различных программах повышения квалификации для учителей математики и студентов (программы Института ММиКН им. И.И. Воровича ЮФУ, Образовательного центра «Сириус» и др.), а также в работе объединенного методического семинара «Проблемы подготовки учащихся к математическим соревнованиям и конкурсам» кафедры ТиММО и Регионального научно-образовательного математического центра ЮФУ (РНОМЦ ЮФУ).

Ежегодно в преддвериях регионального этапа Всероссийской олимпиады по математике сотрудники Института ММиКН им. И.И. Воровича и РНОМЦ ЮФУ для студентов и учителей математики г. Ростова-на-Дону и Ростовской области проводят методический семинар «Подготовка учащихся к математическим соревнованиям и конкурсам». Для студентов бакалавриата и магистратуры предлагается одноименная программа повышения квалификации (рук. доц. О.А. Прозоров). Целью данной программы является совершенствование методической компетентности учителей математики в области подготовки учащихся к олимпиадам. Слушатели имеют возможность познакомиться с опытом работы преподавателей Воскресной математической школы при мехмате ЮФУ.

Студенты, показывающие высокие результаты в учебной деятельности, приглашаются принять участие в образовательной деятельности Воскресной математической школы при мехмате ЮФУ. Под руководством опытных наставников они проводят занятия в младших возрастных группах: 4 класс, 5– 6 классы и 7 класс.

Так, например, студенты 3 и 4 курсов принимают активное участие в реализации образовательной онлайн-программы «Доступная математика» для учащихся 5 – 6 классов (рук. доц. Е.В. Белик). Программа ориентирована на школьников имеющих затруднения в изучении математики. Предварительно было проведено исследование наиболее часто возникающих затруднений обучающихся при изучении математики, в котором приняли участие слушатели Воскресной математической школы. Это позволило выделить отдельные базовые модули по проблемным темам. Слушатели программы могут выбрать отдельные модули, ориентируясь на свои потребности и результаты диагностической работы.

5. Научно-образовательные кружки (НОК) для студентов кафедры ТиММО: «Методическая копилка» (рук. доц. Е.В. Белик и доц. И.А. Бреус), «Разработка современных средств обучения математике» (рук.

доц. В.Е. Пырков), «Нестандартные задачи элементарной математики» (рук. доц. И.Ю. Жмурова). Деятельность НОК ориентирована: на формирование опыта творческой деятельности будущих учителей математики и опыта исследовательской деятельности в области математического образования; разработка и апробация методического обеспечения технологии развивающего обучения; разработка современных средств обучения математике (их изготовление, апробация эффективности, методическое сопровождение и доведение до создания промышленного образца).

6. Посещение открытых лекций и мастер-классов ведущих учителей математики, преподавателей математики, имеющих общественное и профессиональное признание (например, Михаил Гуров – победитель Всероссийского конкурса «Учитель года»).

7. Взаимодействие с научно-образовательным центром «Перспективные решения в образовании» ЮФУ, целью которого является формирование резерва молодых специалистов и наставников в ЮФУ. Осуществляется наставническая деятельность молодых преподавателей в подготовке и реализации образовательных проектов, программ дополнительного образования для школьников и студентов.

Так, например, магистранты образовательной программы «Математика и информатика в образовании» как сотрудники НОЦ «Перспективные решения в образовании» разработали для слушателей психолого-педагогических классов (направление математика) регионального проекта «Профильные классы» программу дополнительного математического образования «Стратегии решения математических задач». Курс нацелен на развитие интеллектуального мышления обучающихся, в его задачи входит формирование умений осуществлять поиск решения задач, рассмотрение различных подходов и методов решения задач.

8. Реализация социально-значимых, волонтерских проектов в рамках программы «Обучение служению». Будущие учителя математики совершенствуют свои профессиональные навыки и умения, оказывая консультативную помощь и реализуя программы дополнительного образования по математике для детей участников специальной военной операции (рук. к.п.н. К.М. Москин).

Высокий уровень включенности будущих учителей математики в профессиональную деятельность на этапе обучения в Университете способствует формированию у них своего педагогического стиля и уверенности в собственных силах, развитию личного, творческого и педагогического потенциалов.

FROM THE EXPERIENCE OF ORGANIZING MENTORING ACTIVITIES IN SFU IN THE TRAINING OF A MATHEMATICS TEACHER

Romanov Yuri

Abstract. The article considers the problem of professional development of a future mathematics teacher. One of the means of developing professional competencies is to involve students in professional activities at the stage of their studies at a university. To do this, it is necessary to create a specific educational practice-oriented environment, one of the components of which is mentoring. The article presents the experience of organizing mentoring activities at the I. I. Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science in training mathematics teachers.

Keywords: *math teacher, mentor, tutoring, math teaching, professional training.*

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ В ШКОЛЕ[5]

Селякова Людмила Ивановна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: l.seliakova@mail.ru
Полупанова Елизавета Анатольевна,
студент
e-mail: lizza.anatolevna@gmail.com
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», Донецк, РФ

Аннотация. В статье описаны подходы к формированию метапредметного математического понятия на примере понятия «равенство».

Ключевые слова: *метапредметное математическое понятие, методика формирования понятия.*

[5] Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

Современное школьное образование направлено на формирование у обучающихся целостного интегрированного знания, отражающего понимание картины мира, составляющего основу для дальнейшего обучения и применения умений и навыков в жизнедеятельности. Метапредметный подход и практическая ориентированность обучения лежит в основе новых образовательных стандартов. Достижение метапредметных результатов в обучении – одна из важнейших задач предметной подготовки, в том числе математической.

Формирование понятийного аппарата – первооснова в обучении, в особенности – математическим дисциплинам. Формированию понятий при обучении посвящены многие научные исследования.

Термин «метапредметное математическое понятие» определяется как такое математическое понятие, которое возникает без привязки к определенной математической дисциплине, обобщает признаки и свойства процессов, объектов или явлений, характерных для многих математических дисциплин, применяется во всех, или почти во всех, математических дисциплинах, и определение которого не зависит от контекста его применения в конкретной дисциплине [2].

Формирование математического понятия сопряжено с проблемами, отмеченные автором И.Е. Маловой: обеспечение мотивации изучения нового понятия; организация введения определения конкретно-индуктивным методом; конструирование примеров на распознавание объектов, подходящих под понятие [1].

Аналогичные проблемы (с некоторыми дополнительными нюансами) сохраняются и при введении метапредметного математического понятия, но их преодоление, на наш взгляд, имеет еще более существенную значимость. Ошибки в формировании метапредметного математического понятия влияют не только на усвоение отдельной темы (раздела) математики, но затрагивают гораздо более широкую область знаний. Правильно введённое в процессе обучения метапредметное понятие в итоге способствует формированию целостной научной картины мира, позволяет находить подходы к изучению объектов или явлений в новой ситуации, даёт универсальное знание. Конечно, формирование метапредметного понятия осуществимо не за один урок, но «растянуто» по разным учебным дисциплинам и по времени изучения отдельных тем, его содержащим. Таким образом, возникает еще одна ***проблема формирования метапредметного математического понятия***, которая заключается в слаженности подходов при обучении разными учителями (в разных дисциплинах и в разные годы обучения школьника). Вышесказанное обуславливает актуальность разработки и внедрения в учебный процесс единой методики формирования метапредметных математических понятий при обучении в школе.

Одним из таких понятий является «равенство». Выпускник школы должен оперировать понятиями «числовое равенство», «тождественное равенство алгебраических выражений», «уравнение», «равенство рациональных чисел», «равные фигуры», «равные множества», «равные векторы», «равные силы» (в физике, например), «равенство прав и свобод граждан»; должен уметь сравнивать (равны или не равны) траектории движения, длины, площади фигур, объёмы тел, массы, объемы информации (в том числе, в разных единицах измерения) и т. д. [4].

Формирование понятия «равенство» в основной школе начинается при обучении математике в 5-6 классах: равенство дробей, «Буквенные равенства, нахождение неизвестного компонента», равенство фигур и др. Продолжается освоение понятия школьниками в курсе алгебры – тождественно равные выражения, равные многочлены, равные функции; в геометрии – равные фигуры (начиная с равенства треугольников), равные векторы и т. д. [4].

Согласно абстрактно-дедуктивному способу формирование понятий содержит несколько этапов [3].

Первым этапом формирования понятия является мотивация. В основной школе этот этап приходится на 5 класс, поэтому мотивирующие примеры должны быть простыми и понятными для восприятия детьми 10-11 лет. Мотивировать к изучению понятия и его точной формулировки могут естественные и понятные вопросы равенства размеров футболок, объема кружек, шкалы линеек, цен на товары, затрат на покупки, роста или веса одноклассников, прав или обязанностей граждан разного возраста или разных стран, сил удара, скоростей движения и т. д. Примеров много и в других учебных предметах. На уроках «Технологии» могут понадобиться одинаковые отрезы ткани; на уроках «Окружающего мира» – сравнение погодных условий в разные дни месяца. Важный вопрос: как разделить что-нибудь пополам? Например, нужно разделить 100 одинаковых конфет? А если конфеты разные? Если нужно разделить плитку шоколада? А если шоколад – в бесформенном куске? Если нужно разделить 400 мл лимонада?

На первом этапе формирования понятия «равенство» важно объяснить причины, по которым это понятие имеет значение и пробудить интерес к его изучению. Также следует акцентировать внимание обучающихся на универсальных и междисциплинарных аспектах понятия. Мотивация нужна каждый раз, когда снова возникает необходимость определения равных объектов. Например, как сложить два геометрических вектора? А если они не приложены к одной точке? А если конец одного из векторов не совпадает с началом другого? Таким образом, мотивацию можно создать с помощью примеров, не относящихся непосредственно к математике, или же через иллюстрации из математических областей, которые подчеркивают необходимость введения понятия «равенство». Это необходимо не только для воспитания элементарной математической грамотности, но и для формирования представлений об окружающем мире и его законах.

Второй этап (усвоения) заключается в выявлении существенных свойств понятия, которые составляют его определение. Педагогу нужно будет выстроить продуманную систему наводящих вопросов, направляя мыслительную деятельность школьников в нужном направлении, а также поддерживать эвристическую беседу так, чтобы школьники смогли сформулировать понятие точно и корректно, а не посредством приведения примеров.

Среди заданий, обычно вызывающих логические затруднения, – предложение сформулировать определение не равных объектов (на основании данного определения равных).

Приведём ***примеры***. Могут ли быть равными две дроби с разными знаменателями? Могут ли быть различными две дроби с одинаковыми знаменателями? Какие два треугольника не равны? Какие из равенств верны при любых значениях переменных, какие из них верны только при некоторых значениях переменных, а какие не могут быть верными ни при каких значениях переменных: 1) $a+b=b+a$; 2) $x+7=15$; 3) $0\cdot y=5$?

«Будет ли одинаковый рост обязательно описываться одним и тем же числом?» «Может ли один и тот же рост описываться разными числами?» «Может ли разный рост описываться равными числами?» «Какие дроби равны, а какие не равны, из перечисленных: $\frac{3}{4},\frac{4}{3},\frac{6}{8},\frac{2}{4}$ и почему?» «Какие два треугольника не являются равными?» «Могут ли два не равных треугольника иметь одинаковую площадь?» «Могут ли быть равными по площади треугольник и квадрат?» «Какие из заданных множеств попарно равны, а какие равными не являются: $\{1,2,3\},\{1,2,3,4\},\{3,2,1\},\{1,2,4\}$? Почему?»

«Какие из заданных множеств содержат одинаковое количество элементов:

$\{1,2,3\},\{1,2,3,4\},\{3,2,1\},\{1,2,4\}$?»

Выполнение первых заданий в рамках данной темы также ставит задачу формирования у школьников отношений «равно». Для этой цели сначала предлагаются задания, в основе которых лежит житейский опыт учащихся.

Примеры.

Рассмотрим данные об учениках школы с математическим уклоном:

1) Елизавета – ученица 5 класса, рост – 160 см, вес – 55 кг, средний балл – 4,9;

2) Мария – ученица 5 класса, рост – 160 см, вес – 51 кг, средний балл – 4,92;

3) Елена – ученица 5 класса, рост – 158 см, вес – 52 кг, средний балл – 3,6;

4) Светлана – ученица 5 класса, рост – 151 см, вес – 45 кг, средний балл – 4,6;

5) Валерий – ученик 5 класса, рост – 159 см, вес – 56 кг, средний балл – 3,6;

6) Анна –ученица 5 класса, рост – 151 см, вес – 45 кг, средний балл – 4,6;

7) Кирилл – ученик 5 класса, рост – 161 см, вес – 56 кг, средний балл – 4,6.

Пример показывает некоторые характеристики разных учеников. Они все различаются, но есть и некоторые сходства. Можно ли выделить одинаковые характеристики? Ученикам предлагается для заполнения таблица (см. табл. 1).

Варианты того, что можно сравнить между собой стоит показать, начиная с самых очевидных равенств роста, веса... но не самих учеников.

Также стоит дополнить рассуждение о равных характеристиках учеников таким вопросом: «Можем ли мы говорить о том, что ученики равны между собой?»

Таблица 1 – Составление равенств из текстовой информации для формирования понятия

Характеристика	***Пары по равным характеристикам***
Рост	Елизавета и Мария; Светлана и Анна
Вес	Светлана и Анна; Валерий и Кирилл
Средний балл	Светлана и Анна; Елена, Валерий и Кирилл

Примеры, позволяющие выделить существенные и несущественные признаки. «Будет ли одинаковый рост обязательно описываться одним и тем же числом?» «Может ли один и тот же рост описываться разными числами?» «Может ли разный рост описываться равными числами?» «Какие дроби равны, а какие не равны, из перечисленных: $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{6}{8}, \frac{2}{4}$ и почему?» «Какие два треугольника не являются равными?» «Могут ли два не равных треугольника иметь одинаковую площадь?» «Могут ли быть равными по площади треугольник и квадрат?»

«Какие из заданных множеств попарно равны, а какие равными не являются: $\{1,2,3\}, \{1,2,3,4\}, \{3,2,1\}, \{1,2,4\}$? Почему?»

«Какие из заданных множеств содержат одинаковое количество элементов: $\{1,2,3\}, \{1,2,3,4\}, \{3,2,1\}, \{1,2,4\}$?»

Следующим этапом формирования понятия является этап применения этого понятия. На этом этапе школьники используют полученное понятие в конкретных ситуациях, переходя от понятия «равенство» к его существенному свойству и обратно.

Пример. Составить числовые равенства или уравнения по следующим данным.

1. Сегодня Мария купила в столовой обед за 450 рублей, а вчера покупала завтрак за 380 рублей, но докупала к нему печенье за 70 рублей.
2. Владислав зарядил новый телефон, который был полностью разряжен, до 90%. После проверил новые функции, поиграл в игры и пообщался в мессенджерах, потратив 43% заряда, и снова поставил на зарядку, до полного ее восстановления. Сколько процентов не хватало во второй раз до полного заряда?

Пример. Предложить данные или составить задачи, которым соответствуют следующие равенства или уравнения:

1) 20+52–44=28; 2) x:12=5; 3) 1+2=3x;
4) 120:12=10; 5) 5+5=10; 6) 45-3x=0.

Пример. Составить число, равное данному $\frac{7}{3}$, со знаменателем 15. Почему эти два числа равны? Будет ли составленное число равным числу $2+\frac{1}{3}$?

Пример. Могут ли быть не равными два равносторонних треугольника? Могут ли быть равными равносторонний и прямоугольный треугольник? Могут ли иметь равные периметры равносторонний и прямоугольный треугольник? Маша нарисовала в тетради прямоугольник шириной в 1 клеточку и длиной в четыре клетки; Коля нарисовал прямоугольник, длина и ширина которого по две клетки. Коля и Маша нарисовали разные или равные прямоугольники? У Коли и Маши прямоугольники разные или равные по площади?

Понятно, что приведенные выше примеры могут и должны иметь практико-ориентированное наполнение (земельные участки определенной формы, длина ограждающего забора, площади участков и т. п.)

Четвертый этап – этап применения. Е.И. Скафа отмечает, что этот этап призван формировать у школьников осознанное понимание роли изучаемого понятия во всей системе математических знаний. При этом, чем абстрактнее изучаемое понятие, тем более разнообразной конкретизации оно требует [3].

Пример. В 7-А классе учится 10 девочек. Известно, что пятеро обучающихся в этом классе – отличники. По данным анкетирования 12 человек из этого класса занимаются дополнительно в спортивных секциях. Какие из следующих утверждений являются верными?

1. В 7-А классе всего 27 обучающихся.
2. В 7-А классе не меньше 12 обучающихся.
3. В 7-А классе больше 12 обучающихся.
4. В 7-А классе среди обучающихся есть мальчики.

Пример.

1. Задать графически функцию, равную функции $f(x)=2x-1$.
2. Верно ли, что функции $f(x)=2x-1$ и $g(x)=\dfrac{4x^2-1}{2x+1}$ равны при $x\in R$? Равны при $x\in(7;+\infty)$?

Методика формирования метапредметного математического понятия дополнена двумя этапами:

1) этап демонстрации обобщающих признаков и свойств процессов, объектов или явлений метапредметного математического понятия, характерных для многих математических дисциплин;

2) этап демонстрации применения метапредметного математического понятия во всех, или почти во всех, математических дисциплинах [2].

Приведем несколько простейших примеров равенств из разных математических дисциплин в школе:

1) в математике: 2=2, 2+2=4 (равенство чисел), $a+b=b+a$ (тождественное равенство, закон коммутативности сложения чисел), $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$ (равенство дробей, равенство рациональных чисел);

2) в геометрии: равенство геометрических фигур, равенство векторов;

3) в алгебре: равенство функций, равенство многочленов;

4) в теории вероятностей: например, $P(A+B)=P(A)+P(B)$ (теорема сложения вероятностей несовместных событий).

Важно обратить внимание, что метапредметные понятия также являются и межпредметными, то есть имеют свое распространение не только среди математических дисциплин, но и среди других школьных предметов. В информатике, например, равный объём информации, но записанный в разных единицах измерения; равные множества и др. В химии, например, закон сохранения массы – масса веществ до и после реакции должна оставаться равной. В истории – это конституционное равенство набора прав и свобод граждан перед законом.

На этапе демонстрации применения покажем задачи и их решения из различных математических дисциплин – также для демонстрации метапредметной направленности понятия.

Пример (математика). На двух полках стояло 50 книг. Когда с одной полки взяли 8 книг, а с другой 12 книг, то книг на полках стало поровну. Сколько книг осталось на каждой полке?

Решение.

1) 8 + 12 = 20 книг взяли с двух полок.

2) 50 – 20 = 30 книг осталось на двух полках.

3) 30 : 2 = 15 книг осталось на каждой полке.

Ответ: 15 книг.

Пример (геометрия)**.** В декартовой прямоугольной системе координат на плоскости заданы точки $A(1;1)$, $B(4;2)$, $C(0;-1)$, $D(3;0)$. Верно ли, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ – равные?

Решение. Из иллюстрации к задаче (рис.1) видим, что векторы лежат на параллельных прямых, одинаково направлены и имеют одинаковую длину, что удовлетворяет *определению равных векторов*.

Проверим это аналитически.

$\overrightarrow{AB}=(4-1;2-1)=(3;1)$, $\overrightarrow{CD}=(3-0;0-(-1))=(3;1)$.

Векторы раны тогда и только тогда, когда равны их координаты (*критерий равенства двух векторов*). Следовательно, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ равны.

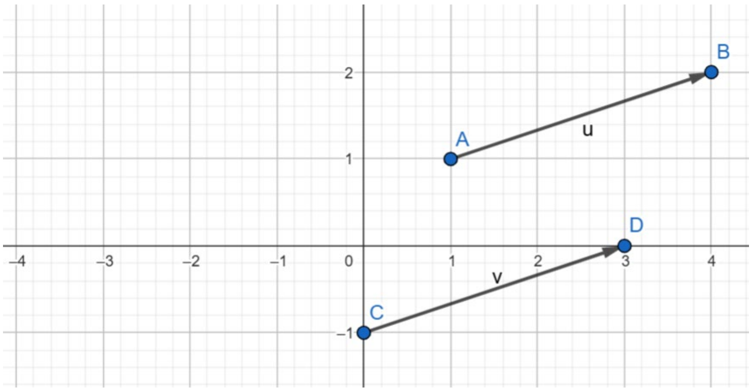


Рисунок 1 – Иллюстрация к задаче по геометрии

Пример (теория вероятностей и статистика)**.** В урне 15 шаров – 7 белых, 2 зеленых, 6 красных. Наугад вынимаем 1 шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется или красным, или зеленым?

Решение.

1) Событие А – вынули красный шар $P(A)=\left(\dfrac{6}{15}\right)$.

2) Событие В – вынули зеленый шар $P(B)=\left(\dfrac{2}{15}\right)$.

3) События А и В – несовместные, поэтому $C=A+B$ – сумма событий

$$P(C)=P(A)+P(B)=\left(\frac{6}{15}\right)+\left(\frac{2}{15}\right)=\left(\frac{8}{15}\right).$$

Ответ: $P(C) = \left(\dfrac{8}{15}\right)$

Формирование понятия «равенство» продолжается в течение всего обучения в школе по мере возникновения новых объектов и необходимости их идентификации в программе изучения различных дисциплин. Таких понятий достаточно много, и основная сложность реализации описанного подхода формирования метапредметных понятий, на наш взгляд, заключается как раз в самой метапредметности, – формирование осуществляют разные учителя, в разных предметах и в разное время (на протяжении всего обучения). Но эти факторы, одновременно, являются не только проблемными, но и благоприятствующими: с разных сторон, в разное время и разными учителями методично формируется системность мышления и целостная научная картина мира.

Литература

1. Малова, И.Е. Проблемы реализации методики формирования понятий / И.Е. Малова, Л.П. Охват // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – Вып. 1(57). – С. 60-68.

2. Селякова, Л.И. Сущностно-содержательная характеристика метапредметных математических понятий в обучении будущих учителей математики и информатики // Л.И. Селякова, К.Э. Матрон // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы VI Междунар. заочной научной конф. (Москва, МПГУ, декабрь 2020г.) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://news.scienceland.ru/. – С. 339-348.

3. Скафа, Е. И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика : учебное пособие / Е. И. Скафа. – Издание второе. – Москва : ООО «Директ-Медиа», 2022. – 441 с.

4. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (базовый уровень) : для 5-9 классов обр. орг. / ФГБНУ «Институт стратегии развития образования». – Москва, 2023. – 106 с.

ON THE PECULIARITIES OF THE FORMATION OF META-SUBJECT MATHEMATICAL CONCEPTS IN SCHOOL EDUCATION

Seliakova Ludmila, Polupanova Elizaveta

Abstract. The article describes approaches to the formation of a meta-objective mathematical concept using the example of the concept of "equality".

Keywords: *metasubject mathematical concept, a method of forming a concept.*

ФАКУЛЬТАТИВНЫЙ КУРС КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ ИНТЕГРАТИВНОГО ПОДХОДА К ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ[6]

Селякова Людмила Ивановна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: l.seliakova@mail.ru
Семаш Богдан Евгеньевич,
студент
e-mail: bogsemash2003@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация. В статье описан разработанный факультативный курс, направленный на обобщение и систематизацию математических знаний обучающихся 9-11 классов и реализующий интегративный подход к обучению.

Ключевые слова: *интегративный подход в обучении, обобщающий факультативный курс по алгебре.*

Образовательный процесс, формируя и углубляя знания по разным направлениям, может создать ложное впечатление и картину разрозненных, не связанных друг с другом и отдельно (параллельно) существующих представлений о науке и мире. Такой знаниевый «комплект» мало применим и нежизнеспособен, вряд ли может служить целью образования. Школьное образование направлено на формирование разносторонней, но целостной картины мира. Дифференциация в обучении нужна для более глубокого понимания отдельных направлений в науках. Но без обратного процесса «собирания» результаты образования так и останутся набором несвязных частей.

В современном образовательном процессе термин «интегация» имеет множество значений и обычно воспринимается как объединение знаний из различных сфер. К примеру, интегрированные занятия или специализированные курсы исследуют одну и ту же тематику с разных точек зрения. В таких случаях интеграция подразумевает междисциплинарные связи, которые формируют целостное понимание темы и углубляют восприятие различных явлений. Тем не менее, такой подход может быть

[6] Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

недостаточно широким и не до конца отражает настоящую природу интеграции. Это понятие охватывает не только объединение (дополнение) образовательных компонентов (знаний, методик и т.д.), но также и разрешение противоречий, которые не поддаются устранению в рамках одной дисциплины. Интеграция стремится к созданию более глубокого и многогранного понимания изучаемых вопросов, что способствует более эффективному взаимодействию с учебным содержанием.

Исследователь Д.Т. Ашурова определяет понятие интеграции в обучении как объединение разрозненных частей в целое, глубокое взаимопроникновение, слияние обобщенных знаний из той или иной дисциплины в единый материал [1].

Интегративное обучение представляет собой методологию, при которой разрабатываются новые подходы и формируются сложные, динамически развивающиеся объекты. Это достигается путем анализа и объединения различных характеристик, моделей и концепций (основной принцип интеграции) [3]. В таком контексте процесс обучения воспринимается как система, в которой создаются интегративные связи. Следовательно, интегративный подход включает в себя как процесс интеграции для создания учебной системы, так и механизм связи между ее компонентами.

Интегративный подход означает реализацию принципа интеграции во всех компонентах педагогического процесса, что гарантирует целостность и систематизацию педагогического процесса.

Определение интегративному подходу в педагогике ученые дают по-разному. Для более явного объяснения понимания следует рассмотреть трактовки некоторых авторов. Учёные И.А. Зимняя , Е.В. Земцова определяют интегративный подход как целостное представление совокупности объектов, явлений, процессов, объединяемых общностью как минимум одной из характеристик, в результате чего создается его новое качество [4]. В.М. Лопаткин считает, что интегративный подход – средство, которое обеспечивает целостность картины мира; способствует развитию способностей человека к системному мышлению при решении теоретических и практических задач [5].

К компонентам интегративного подхода можно отнести организационно-методический, практико-ориентированный и теоретико-содержательный. При этом, организационно-методический компонент включает в себя интеграцию различных педагогических методик, таких как дебаты, проектный метод, модерация, деловые игры, обсуждения, круглые столы, фестивали, конкурсы, конференции, кейс-методы и т. д. [3]

Исследователь О.Л. Лунеева считает, что одним из ключевых элементов современной образовательной системы является принцип целостного подхода, который подразумевает формирование интегрированного системного восприятия окружающего мира. Математика и естественные науки, в их взаимосвязи и переплетении, ярко демонстрируют данное утверждение. К тому же, они предоставляют широкие возможности для эффективного использования проектного метода, который воплощает принцип активности, что, в свою очередь, помогает учащимся достигать как предметных, так и метапредметных успехов. Уроки, организованные на основе проектной технологии с учетом междисциплинарных связей, способствуют развитию потенциала обучающихся, побуждая их к исследованию окружающей действительности и совершенствованию логического мышления [6].

Автор Л.И. Гриценко указывает, что в современном российском обществе педагогика характеризуется полипарадигмальностью. Это касается как теории, так и практики обучения, что подразумевает использование множества методологических подходов, которые могут существенно отличаться друг от друга, включая даже противоположные учения. Данная методологическая перспектива способствовала возникновению вариативного образования. В отличие от альтернативного образования, которое отвергает традиционные нормы, вариативное образование предоставляет возможность личностного роста, помогая индивиду адаптироваться в условиях постоянных изменений и развивать навыки разрешения различных ситуаций. Существенную роль в реализации вариативного образования в рамках культурно-исторической педагогики играет переход от разрозненных альтернативных научных школ к интеграции разнообразных инновационных технологий [2]. В том числе, вариативность школьного образования проявляется и за счет введения элективных и факультативных курсов наряду с обязательными.

При разработке педагогической интеграции в процессе обучения необходимо определить предмет изучения, установить конечную цель (желаемый результат) и выбрать подходящую стратегию для ее достижения. Одним из оптимальных решений, на наш взгляд, является создание вариативного курса, обобщающего, систематизирующего и интегрирующего разрозненные знания в единое целое.

Факультативный курс может быть создан для углубленного изучения и специализации в определённых областях. Такой курс может включать следующие элементы:

1) углубленные темы по математическим дисциплинам;

2) актуальные технологии в образовании, ориентированные на применение информационных технологий в обучении, включая обучающие приложения, интерактивные доски и ресурсы для дистанционного обучения;

3) исследовательские работы для обучающихся в области математики или информатики, что направлено на формирование критического мышления и научного анализа.

Разработанный факультативный курс ориентирован на обучающихся 9-11 классов, направлен на обобщение разрозненных знаний, полученных при обучении, но составляющих единое целое и представляющих собой основу для представлений об алгебре в школе как о единой науке. Созданный факультатив «Фундаментальные основы школьного курса алгебры» предполагает обучение по блокам и темам, представленным ниже.

Блок 1. Числовые системы

1. Система натуральных чисел.
2. Метод математической индукции.
3. Системы целых, рациональных чисел.

Блок 2. Алгебраические структуры в школьном курсе математики

4. Алгебраические операции на числовых множествах. Группы.
5. Кольцо целых чисел.
6. Кольцо многочленов от одной переменной.

Блок 3. Логические основы теории решения уравнений, неравенств и их систем

7. Основные понятия логики высказываний и алгебры предикатов.
8. Равносильные преобразования в алгебре предикатов, применение при решении уравнений, неравенств и их систем.
9. Решение иррациональных уравнений, неравенств и их систем.
10. Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем.

Каждая из тем курса сопровождается как теоретическими материалами, так и практическими заданиями для закрепления знаний и навыков. В разработанную систему заданий включены задачи базового уровня и исследовательские задания. Некоторые задания подходят для программированного обучения, однако в основном они предназначены для кружковой работы, для организации научно-исследовательских проектов, а также могут быть использованы в интегрированных уроках как основной материал.

В первом разделе под названием «Числовые системы» факультативный курс направлен на обобщение разрозненных знаний по темам: система натуральных чисел, метод математической индукции, системы целых и рациональных чисел. Задания по теме «Метод математической индукции» посвящены применению различных видов доказательств по математической индукции, а также индуктивным определениям. Последняя тема первого блока, в том числе содержит обоснование деления с остатком в кольце целых чисел, представление рационального числа целой дробью. В этой теме целесообразно использовать различные интерактивные программы и современные информационные технологии для большей наглядности, что позволит сделать процесс обучения более динамичным и увлекательным. Применение таких технологий поможет визуализировать информацию, демонстрировать сложные процессы в реальном времени и облегчить восприятие материала. Например, использование интерактивных симуляторов и мультимедийных презентаций позволит углубить понимание и заинтересовать обучающихся.

Второй блок факультативного курса направлен на систематизирование и обобщение разрозненных примеров алгебраический операций, обладающих определенными свойствами на разных множествах, в понятия простейших алгебраических структур в школьном курсе математики. Алгебраические структуры являются фундаментом математического образования, позволяя не только расширить кругозор учащихся, но и заложить основу для понимания сложных взаимосвязей внутри самой математики. Здесь предлагается обобщение свойств алгебраических операций на числовых множествах, таких как коммутативность, ассоциативность и наличие нейтрального элемента, обратимость, приводящее к определению группы. Предлагаются простые примеры числовых групп, группы геометрических преобразований, группа векторов по сложению. Внимание уделяется циклическим (числовым) группам, доказательству известных свойств степеней.

Интеграция всех этих понятий в одном курсе позволяет не только систематизировать знания учащихся, но и показать, как различные математические структуры связаны друг с другом. Такой подход формирует у учеников целостное восприятие алгебры и готовит их к изучению более сложных разделов математики.

Тема делимости в кольце целых чисел охватывает широкий спектр понятий, которые представляют не только теоретический интерес, но и находят множество применений при решении практических задач. Изучение делимости в кольце целых чисел формирует основу для понимания теории делимости в кольце многочленов и демонстрирует, как абстрактные математические понятия могут применяться для решения реальных задач.

В последнем, третьем блоке, систематизируются знания по логическим основам теории решения уравнений, неравенств и их систем и рассматриваются основные понятия логики высказываний и алгебры предикатов, равносильные преобразования в алгебре предикатов, применение при решении уравнений, неравенств и их систем, решение иррациональных уравнений, неравенств и их систем, решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем.

Блок «Логические основы теории решения уравнений, неравенств и их систем» охватывает основные методы преобразования уравнений и неравенств, исследует взаимосвязь между логикой и математическими моделями, а также уделяет внимание эвристическим методам. Основные понятия логики высказываний и алгебры предикатов применяются непосредственно для решения уравнений, неравенств и их систем.

Делается акцент на равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и неравенств, на переходах, приводящих к расширению или сужению области определения. Особое внимание уделяется решению систем уравнений с параметрами и анализу случаев, когда решение зависит от дополнительных условий. Также блок охватывает изучение подходов к решению иррациональных и тригонометрических уравнений, неравенств и их систем. В том числе, предлагаются и эвристические методы и приёмы, позволяющие находить все решения или исследовать условия их существования.

Таким образом, представленный курс «Фундаментальные основы школьного курса алгебры» объединяет знания разрозненных тем из алгебры, геометрии, информатики, обобщает и систематизирует их, интегрирует в единое целое. Факультатив формирует единое целостное математическое знание, готовит основу к встраиванию новых фактов и математических объектов при дальнейшем обучении.

Литература

1. Ашурова, Д.Т. Метод интегрированного обучения в образовательном процессе / Д.Т. Ашурова, Н.К. Тошматова, Н.Р. Максудова // Достижения науки и образования. – Фергана. – 2021. – С. 46–48. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/metod-integrirovannogo-obucheniya-v-obrazovatelnom-protsesse (дата обращения: 20.11.2024). – Текст : электронный.
2. Гаваза, Т.А. О применении интегративного подхода при подготовке будущего учителя математики в вузе / Т.А. Гаваза, С.В. Лебедева, Л.В. Павлова, В.А. Фахретдинова // Современные наукоемкие технологии. – 2021. – № 11-1. – С. 132-138. – Режим доступа: https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=38900 (дата обращения: 20.11.2024). – Текст : электронный.
3. Гревцева, Г.Я. Интегративный подход в учебном процессе вуза / Г.Я. Гревцева, М.В. Циулина, Э.А. Болодурина, М.И. Банников // Современные проблемы науки и образования. – 2017. – № 5. – Режим доступа: https://science-education.ru/ru/article/view?id=26857 (дата обращения: 16.11.2024). – Текст : электронный.
4. Зимняя, И.А. Интегративный подход к оценке единой социально-профессиональной компетентности выпускников вузов / И.А. Зимняя, Е.В. Земцова // Высшее образование сегодня. – 2008. – № 5. – С. 14–19. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=15232049 (дата обращения: 17.11.2024). – Текст : электронный.
5. Лопаткин, В.М. Интеграционные процессы в региональной системе педагогического образования: монография / В.М. Лопаткин. – Барнаул : Изд-во БГПУ. – 2000. – 162 с. – Режим доступа:

https://elibrary.ru/wvvxmp (дата обращения: 19.11.2024). – Текст : электронный.

6. Лунеева, О.Л. Элементы проектной деятельности межпредметной направленности на уроках математики в 5–9-х классах в контексте реализации ФГОС / О.Л. Лунеева // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – № 8 (август). – С. 37–47. – Режим доступа: http://e-koncept.ru/2017/170204.htm (дата обращения: 20.11.2024). – Текст : электронный.

ELECTIVE COURSE AS A MEANS OF IMPLEMENTING AN INTEGRATIVE APPROACH TO LEARNING MATHEMATICS AT SCHOOL

Seliakova Ludmila, Semash Bogdan

Abstract. The article describes the developed optional course aimed at generalizing and systematizing the mathematical knowledge of students from 9 to 11 grades and implementing an integrative approach to learning.

Keywords: *an integrative approach for teaching, generalizing an optional course in algebra.*

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ПОДГОТОВКЕ К ОЛИМПИАДАМ И КОНКУРСАМ ПО ДИСЦИПЛИНАМ ИНФОРМАЦИОННО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА

Травин Вадим Владимирович,
учитель математики,
Ефремов Андрей Александрович,
учитель информатики,
e-mail: vadim013by@yandex.ru
ГУО «Гимназия г. Калинковичи», г. Калинковичи, РБ

Аннотация. Данная статья посвящена функциональным уравнениям и методов их решения. Данные материалы разработаны на основе подготовки учащихся к олимпиадам и конкурсам в рамках проведения учебных и факультативных занятий, а также занятий кружковой работы в ГУО «Гимназия г. Калинковичи».

Ключевые слова: *уравнение, функциональное уравнение, виды функциональных уравнений, система функциональных уравнений, функциональное неравенство, олимпиадные задания.*

На протяжении столетий математики, учёные и педагоги (Л. Эйлер, К.Ф. Гаусс, О.Л. Коши, Ж.Л. Даламбер, Н.И. Лобачевский и др.) неоднократно использовали функциональные уравнения в своих трудах и уделяли внимание разработке методов их решения. Раннее развитие функциональных уравнений видно в работах XIV века математика Николы Оресме, который дал косвенное определение линейных функций с помощью функционального уравнения.

Функциональные уравнения в современной математике проявляются в различных областях для решения практических задач, а в учебной программе появляются на математических соревнованиях и олимпиадах.

Определение. *Функциональным уравнением* называется уравнение, в котором неизвестная функция связана с известными функциями с помощью арифметических операций и операции композиции.

Определение. *Функциональным неравенством* называется неравенство, в котором неизвестная функция связана с известными функциями с помощью арифметических операций и операции композиции.

Нестрого говоря, *системой n функциональных уравнений* называется такая система, каждое уравнение которой содержит *n* неизвестных функций, связанных как между собой, так и с известными функциями с помощью арифметических операций и операции композиции.

Примерами функциональных уравнений могут служить уравнения:

$3f(f(x)) - 2f(x) = 53, f(xy) - f(xf(y)) = 9.$

Примерами функциональных неравенств могут служить неравенства:

$x \cdot f(x + f(x)) > 0, f(x + y) : f(x - f(y)) \leq 1.$

Здесь $f(x)$ – неизвестная функция, x и y – переменные. Неизвестной является функция одной переменной, но во втором примере фигурируют две независимые переменные.

Примерами систем функциональных уравнений с двумя неизвестными функциями $f(x)$ и $g(x)$ могут служить системы:

$$\begin{cases} 7f(3x+y)+5g(xy)=34, \\ f(2x+\sin 5y)+x^{12}\cdot g(y)=57, \end{cases} \quad \begin{cases} f(xy)=g(xy), \\ f(x^3+y)-x\cdot g(y)=1. \end{cases}$$

Определение. *Решением функционального уравнения* называется функция, которая при подстановке в это уравнение вместо неизвестной функции обращает его в тождество на заданном множестве.

Определение. *Решением функционального неравенства* называется функция, которая при подстановке в это неравенство вместо неизвестной функции обращает его в верное неравенство на заданном множестве.

Определение. *Решением системы n функциональных уравнений* называется набор из n функций, который при подстановке в каждое из уравнений системы вместо неизвестных функций обращает каждое уравнение в тождество на заданном множестве [1].

Пример. При каких значениях параметра a функция $f(x) = ax$ является решением функционального уравнения $2f(x + 1) – 2f(x) = 1$ (f: $\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$)?

Решение. Зная, что $f(x + 1) = a(x + 1)$, подставим в уравнение и получим следующее: $2a(x + 1) – 2ax = 1 \Leftrightarrow 2ax + 2a – 2ax = 1 \Leftrightarrow a = 0{,}5$.

Ответ: $a = 0{,}5$.

Определение. *Решить функциональное уравнение* означает найти все его решения или доказать, что решений нет.

Пример. Являются ли функции $f(x) = x$ и $g(x) = x^2$ решениями системы (f, g: $\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$) функциональных уравнений

$$\begin{cases} y\cdot f(x) + x\cdot g(xy) = x^2y + xy^2, \\ y\cdot f(xy) + xy\cdot g(x) = x^2y^2 + x? \end{cases}$$

Решение. Зная, что $f(xy) = xy$ и $g(x) = (xy)^2 = x^2y^2$, подставим в исходную систему функциональных уравнений и получим:

$$\begin{cases} y\cdot x + x\cdot x^2y^2 = x^2y + xy^2, \\ y\cdot xy + xy\cdot x^2 = x^2y^2 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy(x-1)(1-xy-y) = 0, \\ x(y^2 + x^2y - xy^2 - 1) = 0. \end{cases}$$

Каждое уравнение системы не будет тождеством. Это означает, что данные функции не являются решениями данной системы.

Ответ: не являются.

Пример. Является ли функция $f(x) = 1$ (f: $\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$)
решением функционального уравнения $f(x)\cdot f(y) = f(xy)$?

Решение. Зная, что $f(x) = 1$ подставим в исходное уравнение и получим равенство $1\cdot 1 = 1$, справедливое при любых значениях переменных. Данная функция является решением уравнения.

Ответ: является.

Свойства функций могут быть заданы через функциональные уравнения. Из равенства $f(x + 5) = f(x)$ видно, что функция является периодической с периодом, равным 5, а в качестве решения, например, могут быть функции $f_1(x) = \{x\}$ – дробная часть от числа и $f_2(x) = C$, $C \in \boldsymbol{R}$. Аналогично из равенства $f(x + \pi) = f(x)$ заметим, что в качестве решения, например, могут быть функции $f_1(x) = \operatorname{tg} x$ и $f_2(x) = \operatorname{ctg} x$, период которых равен π. Уравнение $f(–x) = f(x)$ задаёт множество всех чётных функций, а уравнение $f(–x) = –f(x)$ – множество всех нечётных функций [2].

В курсе школьной математики изучаются классические уравнения (линейные, квадратные, иррациональные, показательные и др.), к которым с помощью введения новой переменной может быть сведено данное функциональное уравнение. Для этого используется замена вида $f(x) = t$.

Пример. Решить уравнение (f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$) в классе непрерывных функций $(f(x))^2 - 4f(x) + 3 = 0$.

Решение. Обозначим $f(x) = t$ и перепишем уравнение $t^2 - 4t + 3 = 0$. Разложим левую часть на множители: $(t - 1)(t - 3) = 0$. Поэтому $t = 1$ или $t = 3$, значит непрерывными решениями уравнения будут функции $f(x) = 1$ и $f(x) = 3$.

Ответ: $f(x) = 1$, $f(x) = 3$.

Вообще говоря, существуют и разрывные решения данного уравнения. Так, например, функция $f(x)=\begin{cases}1, \text{ если } x>0,\\ 3, \text{ если } x\le 0,\end{cases}$ удовлетворяет уравнению $(f(x))^2 - 4f(x) + 3 = 0$.

Пример. Функция f удовлетворяет уравнению $f(x) + f(x + 1) = 2$. Найти сумму вида $f(0) + f(1) + f(2) + \ldots + f(9)$.

Решение. Данную сумму можно найти, не находя саму функцию. Так, с помощью подстановки всех чётных чисел с 0 по 8 в условие, получим:

$(f(0) + f(1)) + (f(2) + f(3)) + \ldots + (f(8) + f(9)) = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =10$.

Ответ: 10.

В предыдущем примере мы использовали подстановку определённых значений. Суть *метода подстановки* заключается в том, чтобы определённое число раз использовать операцию подстановки $x \to \varphi(x)$. Такое использование приводит к некоторым следствиям, позволяющим упростить нахождение решения [3].

Пример. Решить уравнение $f(x) = f(0) \cdot \sin x - f\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos x + x$.

Решение. В уравнении известен вид функции, осталось найти $f(0)$ и $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$. Для этого выполним подстановки $x = 0$, $x=\frac{\pi}{2}$ получим систему уравнений:

$$\begin{cases} f(0)=f(0)\cdot\sin 0 - f\left(\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos 0+0,\\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)=f(0)\cdot\sin\frac{\pi}{2}-f\left(\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2},\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(0)=-\frac{\pi}{4},\\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{4}.\end{cases}$$

Решением уравнения является функция $f(x) = -\frac{\pi}{4}\sin x - \frac{\pi}{4}\cos x + x$.

Ответ: $f(x) = -\frac{\pi}{4}\sin x - \frac{\pi}{4}\cos x + x$.

Метод математической индукции также используется для нахождения искомых функций (как правило на множестве $\boldsymbol{N}\to\boldsymbol{N}$).

Пример. Решить уравнение $f(x + 1) = f(x) + 2x + 1$, если $f(1) = 1$ и неизвестной является функция $f : \boldsymbol{N}\to\boldsymbol{N}$.

Решение. Подставим некоторые значения:

$f(1) = 1^2$;

$f(2) = f(1) + 2 \cdot 1 + 1 = 4 = 2^2$;

$f(3) = f(2) + 2 \cdot 2 + 1 = 9 = 3^2$; …

Предположим, что $f(n) = n^2$ для любого $n \in \boldsymbol{N}$. Докажем это с помощью метода математической индукции.

1. База индукции. По условию $f(1) = 1$.

2. Предположение индукции. Пусть утверждение верно для некоторого натурального числа k, т.е. $f(k) = k^2$.

3. Шаг индукции. Проверим, верно ли для следующего натурального числа $k + 1$: $f(k + 1) = f(k) + 2k + 1 = k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2$ – верно.

Таким образом, с помощью метода математической индукции, установлен вид функции $f(x) = x^2$.

Ответ: $f(x) = x^2$.

При решении систем функциональных уравнений и функциональных неравенств могут быть использованы методы, использованные при решении функциональных уравнений. Они могут быть сведены к алгебраическим системам и неравенствам [4].

Пример. Решить (f, g: $\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$) систему функциональных уравнений
$$\begin{cases} f(x)+2g(x)=x^2+3x+2, \\ f(x)-g(x)=x+1. \end{cases}$$

Решение. Пусть $f(x) = a$, $g(x) = b$, тогда $\begin{cases} a+2b=x^2+3x+2, \\ a-b=x+1. \end{cases}$

Решив систему относительно a и b, получим
$$a=f(x)=\frac{x^2}{3}+\frac{5x}{3}+1\frac{1}{3} \text{ и } b=g(x)=\frac{x^2}{3}+\frac{2x}{3}+\frac{1}{3}.$$

Ответ: $f(x)=\frac{1}{3}x^2+\frac{5}{3}x+1\frac{1}{3},\ g(x)=\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$.

Пример. Решить (f, g: $\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$) систему функциональных уравнений
$$\begin{cases} f(x)+g(x)=2, \\ f(xy)=g(y). \end{cases}$$

Решение. Выполним подстановку во втором уравнении $y=1$ и получим $f(x) = g(1)$. Обозначим $g(1) = a$ и имеем $f(x) = a$. Тогда из первого уравнения найдём $g(x) = 2 – a$. Подставляя во второе уравнение $x = 1$, получаем $f(y) = g(y)$, что означает $a = 2 – a \Leftrightarrow a = 1$. Решение имеет вид $f(x) = g(x) = 1$.

Проверка показывает, что данные функции удовлетворяет условию задачи.

Ответ: $f(x) = 1$, $g(x) = 1$.

Пример. Решить (f: $\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$) неравенство $(f(x))^4 - (f(x))^2 \leq 2f(x) - 2$.

Решение. Пусть $f(x) = t$, тогда $t^4 - t^2 \leq 2t - 2 \Leftrightarrow (t^2 - 1)^2 + (t - 1)^2 \leq 0$. Откуда получим систему $\begin{cases} t^2 - 1 = 0, \\ t - 1 = 0. \end{cases}$ Значит $t = 1$, поэтому $f(x) = 1$.

Ответ: $f(x) = 1$.

Литература

1. Андреев, А.А. Функциональные уравнения. Учебное издание. Серия А: Математика. / А.А. Андреев, Ю.Н. Кузьмин, А.Н. Савин. – Вып. 3. – Самара: Пифагор, 1997. – 45 с.
2. Ацель, Я. Функциональные уравнения с несколькими переменными. Пер. с англ. / Я. Ацель, Ж. Домбр. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 432 с.
3. Лихтарников, Л.М. Элементарное введение в функциональные уравнения / Л.М. Лихтарников. – Санкт-Петербург : Лань, 1997. – 160 с.
4. Маскина, М.С. Введение с теорию функциональных уравнений: Учебное пособие М31 к курсу по выбору / М.С. Маскина, С.А. Моисеев. – Рязань: РГПУ, 2002. – 96 с.

FUNCTIONAL EQUATIONS IN PREPARATION FOR OLYMPIADS AND COMPETITIONS IN THE DISCIPLINES OF THE INFORMATION AND MATHEMATICAL CYCLE

Travin Vadim, Efremov Andrey

Abstract. This article is devoted to functional equations and methods of their solution. These materials are developed on the basis of preparing students for Olympiads and competitions within the framework of educational and optional classes, as well as circle work classes at the State Educational Institution "Gymnasium of Kalinkovichi".

Keywords: *equation, functional equation, types of functional equations, system of functional equations, functional inequality, olympiad tasks.*

МЕТОДИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОЦЕССУ ОБУЧЕНИЯ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ УРАВНЕНИЙ[7]

Цапов Вадим Александрович,
доктор педагогических наук, доцент
e-mail: tsapva@mail.ru
Магдиева Дания Руслановна,
магистрант
e-mail: dani.magdieva@yandex.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация: статья посвящена исследованию методических требований к процессу обучения содержательной линии уравнений в условиях цифровизации образования. Авторами обозначена актуальность и значение рассматриваемой темы. Затронута проблема соотношения активных и интерактивных методов преподавания.

Ключевые слова: *уравнения, содержательная линия, активные методы обучения, математическая модель, прикладная направленность.*

Материал, посвященный решению уравнений, составляет значительную и очень важную часть математических дисциплин школьного курса. Это вызвано с широким использованием уравнений в различных математических разделах, в решении большого количества прикладных задач.

Понятие уравнения является ведущим алгебраическим понятием. Эта содержательная линия развертывается в трех основных направлениях:

• прикладная направленность;

• теоретико-математическая направленность;

• направленность на формирование связей с другими разделами курса математики: с числовой линией; с функциональной линией; с линией тождественных преобразований; с алгоритмической линией [5].

Теоретико-математическая направленность содержательной линии уравнений заключается в исследовании, как обобщенных методов и понятий, связанных с данной линией в целом, так и в изучении различных видов уравнений и систем.

[7] Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

Активное использование уравнений при решении задач в качестве простейшей математической модели, демонстрирует прикладную направленность данной линии, что является, на наш взгляд, одним из методических требований к процессу обучения, заключающееся в систематизации и целенаправленности обучения. Данный подход позволяет учащимся овладеть на доступном материале методом математического моделирования и раскрыть пути применения математики во многих других дисциплинах (так называемые, межпредметные связи) [1].

Линия уравнений является одной из основных содержательных линий алгебры и начал анализа школьного курса. Этот аспект рассматривается в методике преподавания математики как направленность на осуществление связей с другими разделами курса математики (так называемые внутрипредметные связи) [4].

Заметим, что изучение уравнений, вне зависимости от его вида, должно соответствовать методическим требованиям на поэтапное усложнение и обобщение подходов к решению, которое обязано содержать решение простейших уравнений, включая анализ действий, которые необходимо выполнить для решения, поиск алгоритма (правила или формулы) решения. Затем решаются несложные уравнения данного вида, не являющиеся простейшими, и снова проводится анализ действий. После этого формулируется частный приём решения, который применяется по образцу в сходных ситуациях.

При обучении содержательной линии уравнений необходимо разумное использование различных методов обучения, которые можно разделить по степени активности педагога и учеников во время процесса на:

1) пассивные (объяснительно-иллюстративный, репродуктивный): ученики являются «объектом» обучения, которые нацелены на усвоение материала, излагаемого учителем и его воспроизведение. Главные методы: лекция, опрос, чтение учебника;

2) активные (исследовательский, проблемный): ученики выступают в роли «субъекта» обучения, вступают с учителем в диалог, выполняют предложенные творческие задания. Главные методы: диалог, творческие задания;

3) интерактивные: позволяющие учиться общению между собой, коммуникации. Интерактивное обучение построено на общении, сотрудничестве как обучающихся, так и педагога.

Подробнее остановимся на различии активных и интерактивных методах обучения содержательной линии уравнений.

Активные методы обучения используют схему отношения «учитель = ученик». Очевидно, что они предполагают участие учителя и учащихся на равных в учебном процессе [3].

Отметим, что признаки активных методов обучения заключаются в активизации мышления, следовательно, учащемуся приходится длительное время быть активным, то есть ученик обучается в течение всего процесса обучения, а не эпизодически; при этом у него проявляется самостоятельность в поиске решений рассматриваемых задач; активизируется мотивированность к обучению [2].

В процессе обучения учитель может выбирать как один из активных методов (например, деловая игра, мозговой штурм, метод анализа конкретных ситуаций и т.д.), так и применять комбинацию различных. Но успех и результат зависит от соотношения выбранных методов и системности в их применении к поставленным задачам.

При интерактивных методах обучения (кейсы, проекты, дебаты, малые группы) меняется контакт преподавателя и обучаемого: обучаемый перехватывает инициативу и активность, а педагог нацелен на создание благоприятных условий для инициативы обучающихся [6].

Участники общаются друг с другом, совместно обсуждают проблемы, обмениваются информацией, моделируют ситуации, оценивают действия других и свое собственное поведение, что является необходимым условием формирования не только математического мышления, но и развития интеллекта личности.

Задачи интерактивных методов обучения:

- развить самостоятельность, научить анализу и поиску информации, определения стратегии решения;

- развить коммуникабельность, привить навыки работе в команде: проявлять толерантность, уважать чужое мнение;

- развивать инициативность, научить формулировать и отстаивать собственное мнение.

На наш взгляд, в современных условиях в процесс обучения учащихся содержательной линии «Уравнения» необходимо активней внедрять интерактивные методы обучения, информационно-коммуникационные технологии и различные организационные формы.

Отметим, что все методы обучения, вне зависимости, активные или интерактивные, направлены на решение основной задачи – научить ученика учиться. Это значит, что главное, это развивать критическое мышление, опирающееся на анализе предложенной ситуации, активном поиске информации, формировании логической непротиворечивой цепочки и принятию аргументированного и взвешенного решения [2].

На наш взгляд методическим требованием в школьном образовании в современных условиях является развитие и широкое применение инновационных, не только активных, но и интерактивных методов. Сегодня нет ни одного педагога, который бы не задумался над вопросами: Как сделать урок интересным и познавательным? Как учащихся заинтересовать своей учебной дисциплиной? Как для ученика создать ситуацию успеха?

Отметим преимущества инновационных методов обучения: процесс обучения будет интересным только в случае активности учащихся, прививаются навыки самостоятельности в поиске и приобретении знаний; развиваются исследовательские умения и навыки, формируется логическое мышление; повышается уровень знаний.

Таким образом, наиболее эффективным в настоящее время является сочетание традиционных и инновационных методов. Они прекрасно дополняют друг друга, позволяя максимально реализовывать способности школьников к самостоятельному обучению и значительно повышать эффективность работы учителя.

Литература

1. Гусакова, Е.М. Реализация активных методов преподавания математики в условиях цифровизации образования / Е.М. Гусакова, Т.А. Гусакова // Педагогический журнал. – 2019. – Т. 9. – № 1-1. – С. 610-619.

2. Далингер, В.А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся : учебник и практикум для вузов / В.А. Далингер - 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2018. – 460 с.

3. Давыдов, В.В. Проблемы развивающего обучения / В.В. Давыдов – Москва : Директмедиа Паблишинг, 2008. – 613 с.

4. Начала теории уравнений: методические рекомендации к проведению факультативных занятий / Е.И. Скафа, Н.В. Коваленко, Н.П. Манзий, Ю.П. Селявкина; под общей ред. Е.И. Скафы. – Донецк: ДонНУ, 2005. – 48 с.

5. Разработка персонализированной модели обучения математике средствами интерактивных новелл для повышения качества образовательных результатов школьников / М.И. Бочаров, Т.Н. Можарова, Е.В. Соболева, Т.Н. Суворова // Перспективы науки и образования. – 2021. – № 5 (53). – С. 306-322.

6. Антонова, И.В. Технология развивающего обучения старшеклассников решению текстовых задач на работу и производительность в общеобразовательной школе / И.В. Антонова, А.А. Середа // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – Вып. 2 (58). – С. 47-56.

METHODOLOGICAL REQUIREMENTS TO THE PROCESS OF TEACHING THE CONTENT LINE OF EQUATIONS

Tsapov Vadim, Magdieva Daniya

Abstract. The article is devoted to the study of methodological requirements for the process of teaching the content line of equations in the context of digitalization of education. The authors indicate the relevance and significance of the topic under consideration. The problem of the relationship between active and interactive teaching methods is touched upon.

Keywords: *equations, content line, active teaching methods, mathematical model, applied focus.*

ФОРМИРОВАНИЕ ГРАЖДАНСКОЙ ПОЗИЦИИ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ СРЕДСТВАМИ МАТЕМАТИКИ[8]

Цапов Вадим Александрович,
доктор педагогических наук, доцент
e-mail: tsapva@mail.ru
Удод Анна Владимировна,
студент
e-mail: anngabidulina@gmail.com
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация. В статье рассматриваются возможности использования математики как инструмента формирования гражданской позиции обучающихся 7-9 классов. Анализируется потенциал математических методов и задач для развития критического мышления, умения анализировать информацию, принимать обоснованные решения и брать на себя ответственность.

Ключевые слова: *гражданская позиция, уроки математики, критическое мышление, социальная ответственность, гражданское общество, патриотизм.*

Формирование гражданской позиции – одна из важнейших задач современного образования. Гражданская позиция включает в себя осознание своей роли в обществе, готовность к активному участию в общественной жизни, ответственность за свои действия и действия других. Традиционно, формирование гражданской позиции связывается с гуманитарными предметами. Однако, математика, как точная наука, также обладает значительным потенциалом в этом направлении. Её методы способствуют развитию логического мышления, умения анализировать

[8] Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

информацию и принимать взвешенные решения – качества, необходимые для активной гражданской позиции.

Формирование гражданственности и патриотизма представляет собой целенаправленный и последовательный процесс, осуществляемый образовательными учреждениями всех уровней – от школ до вузов. Его цель – воспитание у молодого поколения глубокого патриотического сознания, неразрывной связи с историей и культурой своей страны, а также готовности к активному участию в общественной жизни и защите интересов Отечества [6]. Этот процесс ориентирован на развитие гармоничной личности, обладающей высокими моральными качествами и способной эффективно выполнять свои гражданские обязанности в любых условиях. Воспитание патриотизма и гражданской ответственности не сводится лишь к знанию исторических фактов, но включает в себя формирование активной жизненной позиции и готовности нести ответственность за будущее своей страны.

Математика может использоваться для формирования гражданской позиции различными способами:

• математическое моделирование социальных процессов. решение задач, моделирующих социальные явления (распределение ресурсов, борьба с бедностью, экологические проблемы), позволяет обучающимся анализировать сложные ситуации, выявлять причины проблем и предлагать возможные решения. например, моделирование распределения бюджета города или распространения инфекционного заболевания;

• статистический анализ данных. работа с статистическими данными (демографическими, экономическими, социальными) развивает умение анализировать информацию, выявлять тенденции и делать обоснованные выводы. это способствует формированию критического мышления и умению оценивать достоверность информации, что важно для грамотного участия в общественной жизни;

• решение прикладных задач. решение задач, связанных с реальными проблемами жизни (оптимизация расходов, планирование бюджета, расчет пропорций в строительстве), показывает практическую применимость математических знаний и способствует формированию ответственности за принятие решений;

• игровое моделирование. использование игр и имитационных моделей позволяет вовлечь обучающихся в игровой процесс, где они могут принять на себя роль граждан и решать социально-значимые задачи.

Математика традиционно воспринимается как предмет, направленный исключительно на развитие логического мышления и навыков решения задач. Однако потенциал этого предмета гораздо шире. Математические знания могут служить основой для обсуждения различных социальных вопросов, таких как справедливость, равенство, ответственность за свои поступки и другие важные аспекты гражданского общества.

Интеграция в математические задачи контекста исторических событий, в частности, Великой Отечественной войны, способствует не только развитию математических навыков, но и формированию у учащихся глубокого понимания тягот военных лет и ценности миролюбия. Решая задачи патриотической тематики, учащиеся развивают не только предметные, но и личностные УУД, воспитывая чувство гордости за историческое прошлое своей страны и подвиг героев [4].

Практика показывает высокую эффективность использования элементов краеведения на уроках математики. Интеграция местной истории и географии в математические задачи повышает интерес учащихся к изучению предмета, улучшает усвоение материала и способствует формированию чувства причастности к истории своего края. Решение таких задач расширяет кругозор учащихся, демонстрируя практическую применимость математических знаний в реальных жизненных ситуациях [3].

Воспитание патриотизма и гражданской ответственности является одной из приоритетных задач современного образования. Школа должна формировать гармонично развитую личность, обладающую высокими моральными качествами [2]. Учителя всех предметных областей, включая учителей математики, играют важную роль в этом процессе. Их задача – не только передать знания, но и воспитывать в учащихся чувство любви к Родине, формируя духовный мир и активную гражданскую позицию.

Основные направления, способствующие патриотическому воспитанию школьников при обучении математике указаны на рис. 1.

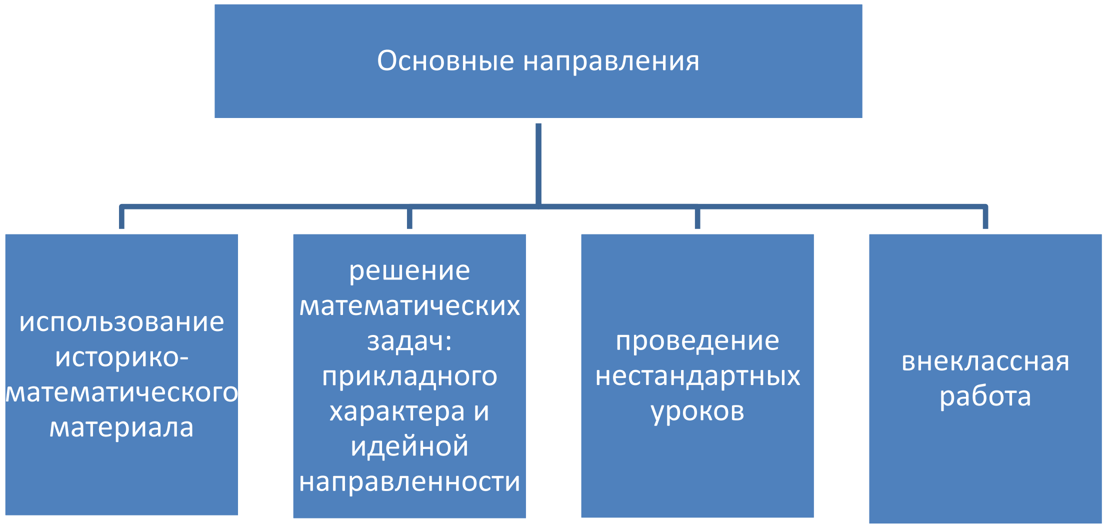


Рисунок 1. – Основные направления, способствующие патриотическому воспитанию обучающихся при обучении математике

Представленные ниже примеры математических задач демонстрируют возможности интеграции патриотической тематики в учебный процесс, способствуя не только освоению математических навыков, но и формированию чувства патриотизма и исторической памяти у учащихся.

Задача 1: Потери советского народа в Великой Отечественной войне составили около 20 миллионов человек. Эта цифра составляет 40% от общего числа погибших во Второй мировой войне. Определите приблизительное общее число погибших во Второй мировой войне. (Задача способствует пониманию масштабов войны и потерь советского народа).

Задача 2: Легендарный советский истребитель Як-3, разработанный А.С. Яковлевым, обладал максимальной скоростью 720 км/ч. Скорость немецкого истребителя Мессершмитт Bf.109 была на 120 км/ч меньше, чем у Як-3, а скорость немецкого истребителя Focke-Wulf Fw 190 – на 30 км/ч меньше, чем у Мессершмитта. Определите скорости немецких истребителей и сравните их с максимальной скоростью Як-3. Какой вывод о преимуществе советской авиационной техники можно сделать на основе полученных данных? (Данная задача стимулирует не только вычисления, но и анализ, и сравнение данных в историческом контексте).

Задача 3. Рассчитайте площадь российского флага, если длина полотнища равна 2 метра, а ширина – 1 метр. Как изменится площадь флага, если его размеры увеличить вдвое?

Образовательный процесс, охватывающий дисциплины от гуманитарных (история, обществознание) до точных (математика, физика), создает благоприятную среду для становления личности школьника и формирования его гражданской позиции. Однако, патриотическое воспитание не должно ограничиваться лишь гуманитарным циклом. Даже в рамках точных наук, например, математики, существует потенциал для воспитания любви к Родине и формирования гражданской ответственности через анализ прикладных задач, имеющих социально-значимую направленность [5].

Ключевую роль в этом процессе играет учитель, способный не только передавать знания, но и воспитывать в учащихся чувство причастности к истории и будущему своей страны, формируя у них глубокие патриотические убеждения и активную жизненную позицию. Эффективность воспитательного процесса зависит от умения учителя заинтересовать учащихся, показать релевантность изучаемого материала к реальным социальным проблемам и воспитать чувство гражданского долга [1].

Использование математики для формирования гражданской позиции – это перспективное направление, позволяющее развивать у обучающихся не только математические навыки, но и важные гражданские качества. Интеграция математических методов в учебный процесс способствует формированию активной гражданской позиции, ответственного отношения к обществу и способности к эффективному участию в общественной жизни. Дальнейшие исследования должны быть направлены на разработку более эффективных методик и учебных материалов, ориентированных на формирование гражданской позиции средствами математики.

Литература

1. Дзундза, А.И. Математическое обучение как средство патриотического воспитания цифрового поколения / А.И. Дзундза, В.А. Цапов // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2019. – Вып. 50. – С. 41-47.

2. Зубкова, Е.В. Универсальная история. На пути к новой концепции школьного историкознания / Е.В. Зубкова // Историки читают учебники истории. Традиционные и новые концепции учебной литературы. – Москва : АИРОХХ, 2022. – С. 93-113.

3. Кадькаленко, А.С. Элементы историзма на уроках математики как средство патриотического воспитания школьников / А.С Кадькаленко, В.А. Цапов // Современный учитель: профессиональная компетентность и социальная значимость : Тезисы докладов III Международной научно-практической конференции. – Донецк, 2024. – С. 47-50

4. Малыгин, К.А. Элементы историзма в преподавании математики в средней школе. Пособие для учителей / К.А. Малыгин. – Москва : Учпедгиз, 1963. – 224 с.

5. Салаватова, С.С. Избранные вопросы теории и методики обучения математике: к реализации национально-регионального компонента содержания образования : учебное пособие для студентов 3-5-х курсов / С.С. Салаватова. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. –162 с.

6. Философский словарь / под редакцией А.А. Гусейнова и Ю.Н. Солодухина; научные редакторы-составители П.П. Апрышко, А.П. Поляков. – 9-е изд., дораб. и доп. – Москва : Мир философии : Алгоритм, 2021. – 941 с.

FORMATION OF A CIVIC POSITION AMONG STUDENTS OF GRADES 7-9 BY MEANS OF MATHEMATICS

Tsapov Vadim, Udod Anna

Abstract. The article discusses the possibilities of using mathematics as a tool for forming a civic position among students in grades 7-9. The potential of mathematical methods and tasks for the development of critical thinking, the ability to analyze information, make informed decisions and take responsibility is analyzed.

Keywords: *citizenship, mathematics lessons, critical thinking, social responsibility, civil society, patriotism.*

ПАТРИОТИЗМ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ[9]

Чудина Екатерина Юрьевна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: eka-chudina@yandex.ru
ФГБОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», г. Макеевка, РФ
Шатохина Виктория Дмитриевна,
учитель математики
e-mail: torika.2003@mail.ru
ГБОУ «Пантелеймоновская школа Ясиноватского МО», г. Ясиноватая, РФ

Аннотация. В данной статье рассмотрена роль математики в патриотическом воспитании школьников, а также проблемы патриотического воспитания. Рассматривается основная проблема воспитания патриотизма.

Ключевые слова: *патриотизм, воспитание, уроки математики, проблемы патриотизма, образование.*

Патриотическое воспитание нового, подрастающего поколения является одной из главных задач современной педагогики, так как детство и юность – наиболее благодатный возраст для воспитания чувства любви к своей Родине. За время обучения в школе обучающийся приобретает большое количество различных знаний, умений, навыков, но, наверное, главной задачей является задача воспитания Личности, Человека с большой буквы, а учитель может и должен способствовать формированию душ обучающихся.

Проблема гражданского становления и патриотического воспитания подрастающего поколения является, на сегодняшний день, одной из самых главных задач общества, государства и, в частности, образовательных

[9] Исследование проводилось в ФГБОУ ВО «ДОНГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446)

учреждений страны. На данный момент стало уделяться больше внимания данной проблеме как со стороны государственных структур, так и со стороны общественных объединений, что отражено в нормативных документах, связанные с развитием гражданственности, в частности открытием парка «Патриот» [6]. в словаре С.И. Ожегова сказано: «Патриотизм – это преданность и любовь к своему Отечеству, своему народу» [4].

Чаще всего, действенным способом патриотического воспитания, является использование математических задач исторического характера. На уроках математики мы применяем следующие задачи:

Задача 1. Из Курска к Прохоровке танк Т-34 выехал со скоростью 50 км/ч и до поля боя доехал за 2,5 часа. Определить, за какое время до Прохоровки доедет танк ИС-76, постоянная скорость которого составляет 31,25 км/ч, учитывая, что на половине пути возникло препятствие, из-за чего он вернулся к Курску и снова начал движение к Прохоровке? [1].

Задача 2. По сводке за 08.07.1943 года участвовали в воздушном бою 759 самолетов: истребители, пикирующие бомбардировщики и разведывательные самолеты. Их отношение составляет: 97:126:30. Определить сколько каждого вида самолетов участвовало в бою? [1]

Задача 3. С самолета, летящего на высоте выше, чем 320 м., для партизанского отряда сбросили груз. Определить, сколько времени груз будет лететь до земли? (значение ускорения свободного падения считать $10\ \text{м/с}^2$). На каком расстоянии от деревни, занятой фашистами, должны быть партизаны, чтобы безопасно забрать груз, учитывая, что средняя скорость движения в лесу 5,4 км/ч, а немцы самолет увидели за 10 минут до момента сброса груза? [4]

Задача 4. Советские конструкторы в годы Великой Отечественной войны создали большое количество образцов качественной военной техники. В частности, и самый быстрый на то время, истребитель «ЯК-3» – изделие конструкторского бюро великого советского авиаконструктора Яковлева. Его скоростные данные были недоступны самолетам других стран. Максимальная скорость «ЯК-3» была 720 км/ч, а фашистского истребителя «Мессершмидт-109» меньше скорости «ЯК-3» на 120 км/ч, но больше скорости другого истребителя «Фокке-Вульф-190-А» на 30 км/ч. Найдите скорости обоих немецких истребителей и сопоставьте их со значением «ЯК-3» [3].

Другим направлением воспитательной работы учителя может быть использование на уроке эпиграфов. В качестве эпиграфа можно взять высказывания известных людей, афоризмы, строчки стихотворений, как о математике и математиках, так и патриотического содержания.

Для достижения патриотического воспитания мы применяем на уроках следующие эпиграфы: «Человек есть дробь. Числитель это – сравнительно с другими – достоинства человека; знаменатель – это оценка человеком самого себя. Увеличить своего числителя – свои достоинства – не во власти человека, но всякий может уменьшить своего знаменателя – свое мнение о самом себе, и этим уменьшением приблизиться к совершенству» Л.Н. Толстой [7].

Патриотическое воспитание напрямую связано с развитием нравственных качеств личности. В статье А.Я. Хинчина «О воспитательном эффекте уроков математики» идет речь о важной роли преподавания математики в воспитании личности учащихся. Александр Яковлевич подчеркивает, что «работа над усвоением математической науки неизбежно воспитывает – исподволь и весьма постепенно – в молодом человеке целый ряд черт, имеющих яркую моральную окраску и способных в дальнейшем стать важнейшими моментами в его нравственном облике». В качестве таких черт автор выделяет: настойчивость и мужество, честность и правдивость. При обучении математике он особо выделяет воспитание гражданственности, патриотизма, чувства гордости за страну, за достижения национальной науки, наших ученых. [8].

Воспитание гражданственности непосредственно кореллирует с проблемой становления личности. Первыми и не утратившими своей актуальности, являются научные исследования А.Ф. Лазурского. Автором были разработаны специальные методики исследования личности [8].

Однако, не стоит забывать, что не любое содержание способствует достижению целей воспитания и развития обучающихся. Необходимо специальным образом конструировать содержание учебного курса, включая в него элементы истории, современности, занимательности, и важно показывать красоту математики.

Также можно выделить еще одну проблему – проблема изучения истории математики. Для патриотического воспитания обучающихся на уроках математики в содержание учебного материала мы включаем элементы истории математики.

Введение элементов историзма в преподавание математики, в целях патриотического воспитания, выполняет следующие определяющие дидактические функции, а именно:

1. Применение исторического материала способствует проникновению в мировоззренческую суть науки, в процесс возникновения новых идей, методов.

2. Использование исторического материала является позволяет разнообразить содержание учебного материала, развивает познавательный интерес обучающихся к математике.

3. Исторические сведения помогают развитию творческих наклонностей обучающихся.

4. Исторические факты способствуют нравственному воспитанию обучающихся: формированию чувства патриотизма, гордости за достижения отечественных математиков [6].

Остановимся еще на нескольких моментах, очень важных для патриотического воспитания. Главное, чтобы патриотом своей страны, примером для учащихся, прежде всего был сам учитель. Также немаловажно отметить следующие организационные особенности, связанные с развитием патриотизма, а именно: выступления самих обучающихся воздействуют значительно большее на слушателей, чем рассказы педагогов; но необходимо дозировать различных составляющие данного учебного материала [6]. Также в качестве творческой работы, задаём обучающимся написать доклады, нарисовать плакаты, за этот вид деятельности они получают дополнительные баллы. Все эти приемы, помогают нам в патриотическом воспитании наших воспитанников.

Таким образом, в процессе обучения математике основными направлениями патриотического воспитания являются: решение прикладных математических задач идейной направленности; проведение уроков, нестандартных по форме, содержанию; использование математического историко-культурного материала; внеклассная работа.

Для подражания в молодости очень важно иметь достойный пример. В качестве примера могут быть и современники, и предшественники, способные у обучающихся вызвать переживания и отклик своей биографией. На уроках математики и внеклассных мероприятиях мы знакомим обучающихся с жизнью и творческой биографией М.В. Остроградского, Н.И. Лобачевского, П.Л. Чебышева С.В. Ковалевской, и других русских ученых являются примером действительно патриотического служения Отчизне. Они прославили нашу науку, навсегда вошли их имена в историю математики. Очень важно, чтобы обучение было эмоциональным и порождало положительные эмоции. Важный положительный психологический настрой обучающихся к изучаемой теме мы создаем, если провести двух – трехминутную увлекательную беседу о роли математики в жизни. В частности, мы рассказываем об ученых – математиках М.В. Келдыше, А.Н. Крылове, А.Н. Колмогорове, С.А. Христиановиче, Н.Г. Четаеве, А.А. Дородницыне и других, их роли в создании и развитии военной техники, укреплении обороны нашей страны во время Великой Отечественной войны. В частности, работы А.Н. Колмогорова способствовали развитию теории стрельбы артиллерии, им изучалось такое явление, как рассеивание снарядов для артиллерии. Другой великий математик М.А. Лаврентьев во время войны разработал теорию кумулятивных снарядов для авиации и артиллерии. В математических дисциплинах при изучении разделов: «Предел», «Производная и дифференциал», «Применение производной», «Интегральное исчисление» нужно акцентировать внимание обучающихся что не только наука служит задачам обороны страны, но и проблемы обороны дали новый вектор развития интегральному и дифференциальному исчислению. XXI век принес много важных открытий в современной математике и у нас в стране. Так была доказана теорема Пуанкаре, одна из известнейших проблем XX столетия. Анри Пуанкаре, французский математик, сформулировал ее в 1900 году, а в 2006 году наш российский математик Григорий Яковлевич Перельман ее доказал [3].

При этом воспитательное воздействие содержания задач осуществляется не только через условие задачи, но и непроизвольно, через подтекст материала. Основываясь на сведениях из истории науки, мы показываем, что математика возникла из практических потребностей человека, что она развивалась и развивается в результате умственной и практической деятельности людей в течение тысячелетий. Так, изобретение самолета потребовало решения задачи движения твердого тела в воздухе. Великий русский ученый Н.Е. Жуковский решил эту задачу, создав основу математической теории полета. Недаром его назвали «отцом русской авиации», а в математике активно применяется «функция Жуковского» [3].

Однако при внедрении элементов историзма в процессе обучения математике возникают существенные проблемы. Например, в действующей программе по математике отсутствуют конкретные указания на предмет того, какой именно исторический материал, а также, во время изучения каких именно тем желательно использовать. Все видят необходимость этой информации и целесообразность ее внедрения, но инструкций что и как применять не существует. В связи с этим у учителя появляется настоятельная необходимость самому определять, что, в каком объеме и когда рассказывать обучающимся.

Новые учебники содержат в определенные элементы историзма, но, как обычно, они являются перечислением общих дат, фактов, бессистемно и фрагментарно, в качестве дополнительного материала и носят в основном информационный, ознакомительный характер. Например, в учебниках по алгебре под редакцией Г.В. Дорофеева изучение новой главы начинается с краткого и поверхностного экскурса в историю: даются ссылки на известные фамилии и факты. В конце учебника алгебры под редакцией Г.К. Муравина находится небольшой раздел «Сведения из истории математики», также автор отдельно включает в содержание учебника старинные задачи [2].

При обучении мы используем прикладные задачи исследовательского характера, которые не только способствуют развитию у обучающихся самостоятельности, инициативности и познавательной активности, но и формируют гражданские качества личности [5].

Таким образом, патриотическое воспитание на уроках математики возможно благодаря решению задач патриотического характера, внеклассной работы, посвященной патриотизму и изучению истории математики. Решение задач, которые включают в себя исторические сведения, способствует развитию кругозора молодого поколения и роста познавательного интереса к предмету. Такие уроки математики пробуждают чувства сопричастности к величию своей Родины, а также собственных предков. Уроки математики, наполненные патриотическим содержанием, оказывают существенное влияние на развитие математического мышления обучающихся, а также способствуют воспитанию чувства гордости за свою Родину, за героев, приближавших победу. Как отмечает Д.С. Лихачев: «Воспитание любви к родному краю, к родной культуре, к родному городу, к родной речи – задача первостепенной важности и нет необходимости это доказывать» [6].

Литература

1. Воистинова, Г.Х. Патриотическое воспитание на уроках математики / Г.Х. Воистинова, М.Р. Байназарова – Текст : электронный // E-Scio. – 2021. – №4 (55). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/patri oticheskoe-vospitanie-na-urokah-matematiki (дата обращения: 27.02.2024).
2. Кадькаленко, А.С. Элементы историзма на уроках математики как средство патриотического воспитания школьников/ А.С. Кадькаленко, В.А. Цапов // Современный учитель: профессиональная компетентность и социальная значимость: Тезисы докладов III Международной научно-практической конференции. – Донецк, 2024. – С. 47-50.
3. Клепиков, В.Н. Духовно-нравственное воспитание на уроках математики / В.Н. Клепиков // Педагогика. – 2015. – №10. – С.54-58.
4. Ожегов, С.И. Толковый словарь русского языка. – Москва : ИТИ Технологии; Издание 4-е, доп. – 2015. – 944 с.
5. Прикладные задачи как эффективное средство мировоззренческого обучения математике / А.И. Дзундза, И.А. Моисеенко, И.И. Моисеенко, В.А. Цапов // Математика в созвездии наук: Тезисы докладов Международной конференции к юбилею ректора МГУ академика Виктора Антоновича Садовничего / Орг. комитет: В.А. Садовничий, А.И. Шафаревич, И.А. Соколов [и др.]. – Москва : Издательство Московского университета, 2024. – С. 485-486.
6. Смирнова, И.М. Воспитание патриотизма при обучении математике / И.М. Смирнова // Наука и школа. – 2023. – №3. – С. 201-208.
7. Фарафонова, М.А. Воспитание патриотизма на уроках математики / М.А. Фарафонова. – Текст : электронный // Педагогические таланты России. – 2024. – URL :https://педталант.РФ/фарафонова-воспитание-патриотизма / (дата обращения: 15.11.2024).
8. Хинчин, А.Я. О воспитательном эффекте уроков математики / А.Я. Хинчин // Математика в образовании и воспитании: сб. ст. – Москва : ФАЗИС. – 2000. – С. 64-102.

PATRIOTISM IN MATHEMATICS EDUCATION

Chudina Ekaterina, Shatokhina Victoria

Abstract. This article considers the role of mathematics in the patriotic education of schoolchildren, as well as the problems of patriotic education. The main problem of patriotism education is considered.

Keywords: *patriotism, upbringing, math lessons, patriotism issues, education.*

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Шкурай Ирина Александровна,
ассистент
e-mail: shkuray@sfedu.ru
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,
г. Ростов-на-Дону, РФ

Аннотация. В статье предлагается подход к включению элементов математического моделирования в школьный курс математики. Приводятся примеры задач, способствующих формированию у школьников навыков построения математических моделей. Подчеркивается роль подготовки учителей в развитии компетенций математического моделирования у школьников.

Ключевые слова: *математическое моделирование, школьное образование, межпредметные связи, подготовка учителей, методика обучения математике.*

Постановка проблемы. Современное школьное математическое образование ориентировано не только на формирование базовых знаний, но и на подготовку учащихся к применению математики для решения реальных (практических, прикладных) задач и формирование у них представлений о возможности реальных приложений математики [10]. Это обусловлено несколькими факторами.

Во-первых, значительно возросла роль математики в системе научных знаний. Создание модели является необходимым этапом изучения сложных явлений природы и общества. Реальные объекты и процессы часто слишком сложны для непосредственного изучения, моделирование позволяет упростить их и изучать только определенные аспекты. Во-вторых, появление в распоряжении человечества нового инструмента – компьютера, существенно расширило возможности в сфере вычислительных операций и позволило решать задачи, ранее недоступные для «ручного счёта», что открыло новые перспективы в применении математических методов [5, С. 6-7].

Однако, несмотря на очевидную значимость математического моделирования, в большинстве школьных учебников по математике практически не затрагиваются эти вопросы. Исключение составляют учебники И.И. Зубаревой и А.Г. Мордковича и учебники Г.В. Дорофеева и Л.Г. Петерсон, в которых явно присутствует материал по математическому моделированию.

Анализ актуальных исследований. Мысль о необходимости обучения школьников математическому моделированию давно обсуждается в методических исследованиях (А.Г. Мордкович [8], Л.М. Фридман [11], Е.М. Ложкина [7], О.Б. Епишева [1] и др.).

Так, А.Г. Мордкович подчеркивает, что «одной из основных задач школьного математического образования является ознакомление учащихся с соотношениями между явлениями реального или проектируемого мира и его математическими моделями, практическое обучение построению математических моделей для встречающихся жизненных ситуаций, объяснение того, что абстрактная математическая модель, в которой отброшено все несущественное, позволяет глубже понять суть вещей» [8, С. 30]. Л.М. Фридман акцентирует внимание на том, что для успешного освоения метода моделирования необходимо предоставить ученикам возможность самостоятельно строить модели и применять их для изучения различных объектов и явлений. И такие возможности есть рамках курсов математики, физики, химии и других предметах [11, Стр. 41].

Важным направлением является подготовка учителей к обучению школьников методам математического моделирования. Этой теме посвящены работы И.В. Каменской [3], А.А. Садыковой [9], Л.С. Капкаевой [4]. Подчеркивается, что успешное введение математического моделирования в школьную программу невозможно без формирования соответствующих компетенций у будущих учителей математики.

Цель статьи – *предложить подходы к введению элементов математического моделирования в школьный курс математики.*

Изложение основного материала.

В методической литературе по методике обучения математике традиционно выделяют три этапа математического моделирования сюжетных задач: 1) формализация (построение математической модели задачи); 2) решение задачи внутри модели; 3) интерпретация полученного математического решения [6, С. 119]. При решении задач школьного курса математики основное внимание уделяется второму этапу, на котором ученики решают задачу в рамках математической теории. Так, например, в материалах ОГЭ и ЕГЭ представлены задачи с физическим содержанием, в которых уже дана готовая формула, требуется только произвести вычисления. Поэтому, сталкиваясь с задачами межпредметного содержания, в которых нет готовой модели, учащиеся испытывают большие затруднения. Большинство текстовых задач в школьных учебниках, которые решаются составлением уравнения, носят искусственный характер и тоже не позволяют сформировать у учащихся представление о методе математического моделирования.

В связи с этим требуется основательная работа с набором рассматриваемых в школе задач и их содержанием. А именно необходимы следующие казалось бы незначительные, но важные изменения:

- включение задач, требующих формализации реальных ситуаций и интерпретации математических решений;
- разработка задач с межпредметным содержанием, интегрирующие знания из разных областей (биологии, физики, химии и т. д.);
- включение задач, содержащих параметр и позволяющих построить математическую модель для целого класса аналогичных задач;
- внесение небольших изменений в формулировки типовых задач для большего их соответствия идеи математического моделирования.

Поясним последний пункт на примере задачи из книги «Эта «простая», «красивая» и полезная математика» [2], отдельная глава которой посвящена математическому моделированию:

«**Задача.** Преступник, ограбивший банк в городе А, отправился в город Б, находящийся в 160 км от города А по шоссе со скоростью 120 км/час, чтобы скрыться там с награбленным. Через полчаса следом за ним в погоню отправились на автомобиле полицейские. С какой постоянной скоростью они должны его преследовать, чтобы догнать преступника до его прибытия в Б?» [2, С. 299].

Далее рассмотри решение авторской задачи межпредметного содержания, правильно построенная модель которой позволяет решить ее без знания сложных физических формул и законов.

Задача. Маша испекла пирожки и поручила Медведю отнести их бабушке, которая живет в 15 километрах от их дома. К бабушкиному дому ведет длинная прямая тропинка. Маша решила проследить, чтобы Медведь не съел все пирожки по дороге, и забралась на дерево высотой 10 метров. Учитывая кривизну Земли (радиус Земли приблизительно 6371 километр), нужно определить, на каком расстоянии она сможет наблюдать за Медведем, прежде чем он скроется за горизонтом. Успеет ли Медведь насладиться пирожками пока будет идти к бабушке? И если да, то какой должна быть высота дерева, чтобы Маша могла видеть Медведя до самого бабушкиного дома?

Решение.

1 этап. Интерпретация условия.

Для решения задачи нужно учесть, что дальность видимости объекта ограничена кривизной Земли.

Сделаем допущения:

- форма земли — это идеальная сфера с радиусом 6371 км;
- действие в задаче происходит при идеальных погодных условиях и между наблюдателем и объектом нет препятствий (деревьев, зданий, холмов и т. д.);
- высота наблюдаемого объекта (медведя) игнорируется.

Все эти предположения можно преобразовать в следующую математическую модель (рис. 1):

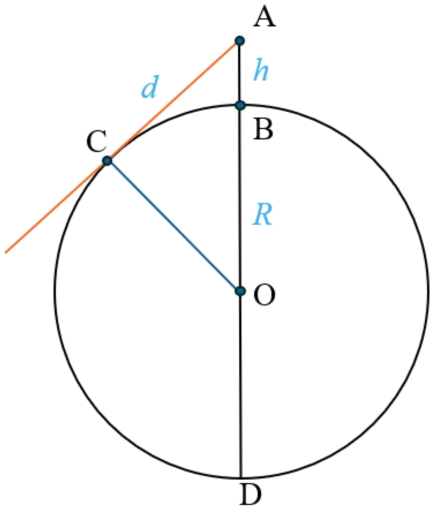


Рисунок 1 – Математическая модель задачи

На рисунке представлено поперечное сечение Земли. Окружность представляет Землю радиуса R, отрезок AB – высота наблюдателя (h), отрезок AC – расстояние до видимого горизонта с высоты наблюдателя (d).

2 этап. Построение модели.

По теореме о секущей и касательной квадрат касательной AC равен произведению длины внешнего отрезка AB секущей на всю длину этой секущей AD, т. е. $AC^2 = AB \cdot AD$.

Получаем следующую формулу:

$d^2 = h \cdot (2R + h)$ *или* $d = \sqrt{h(2R + h)}$.

Поскольку высота h, на которой находится наблюдатель, значительно меньше диаметра земного шара, ею можно пренебречь, приняв значение 2R+h равным 2R. Таким образом, формула упрощается до следующего вида:

$d = \sqrt{2Rh}$ (1)

3. Работа с моделью.

По условию высота $h = 10$ м $= 0{,}01$ км. Найдем расстояние d:
$d = \sqrt{2 \cdot 6371 \cdot 0{,}01} \approx 11{,}288$ км.

4. Интерпретация результата.

Вычисления показали, что Маша с высоты дерева сможет видеть Медведя только первые 11,29 км пути. После чего Медведь начнет скрываться за горизонтом. Бабушка живёт в 15 километрах от дома. Значит, у Медведя остаётся ещё 15 – 11,29 ≈ 3,71 км пути, на протяжении которых он будет вне зоны видимости Маши, и у него будет достаточно времени, чтобы насладиться пирожками на этом участке.

Чтобы Маша могла видеть Медведя до самого бабушкиного дома, дальность видимости d должна быть равна расстоянию до бабушкиного дома, то есть d=15 км. Используем формулу (1):

$15 = \sqrt{2 \cdot 6371 \cdot h}$. Откуда $h \approx 0{,}0177$ км $\approx 17{,}7$ м

5. Компьютерный эксперимент.

В действительности высота наблюдаемого объекта тоже может значительно повлиять на дальность его видимости. Можно предложить ученикам провести исследование модели в компьютерной среде динамической геометрии Geogebra. И с помощью нее проследить, как рост медведя и высота дерева может повлиять на решение задачи.

Выводы. Математическое моделирование должно стать неотъемлемой частью школьного курса математики. Но для достижения этой цели необходимо создать систему подготовки будущих учителей, способных интегрировать моделирование в учебный процесс. Это требует пересмотра вузовских программ, разработки методических материалов и проведения курсов повышения квалификации для действующих учителей. Также в настоящее время ведется работа по разработке факультативного курса для школьников по решению задач математического моделирования.

Литература

1. Епишева, О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: кн. для учителя / О.Б. Епишева. – Москва : Просвещение, 2003. – 233 с.

2. Ерусалимский, Я.М. Эта «простая», «красивая» и полезная математика / Я.М. Ерусалимский, Г.Р. Малонек. – Ростов-на-Дону; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2024. – 330 с.

3. Каменская, И. В. Профессиональная направленность подготовки учителей математики к обучению учащихся методу математического моделирования: специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. … канд. пед. наук / Каменская Инна Владимировна; Калужский гос. пед. ун-т им. К.Э. Циолковского. – Калуга, 2001. – 195 с.

4. Капкаева, Л.С. Формирование приемов математического моделирования у студентов педагогического направления в процессе решения

практико-ориентированных задач / Л.С. Капкаева // Современные наукоемкие технологии. – 2022. – № 12(2). – С. 323-331.

5. Коржов Е.Н. Математическое моделирование: учебное пособие / Е.Н. Коржов. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2012. – 74 с.

6. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: учебное пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / Е.И. Лященко, К.В. Зобкова, Т.Ф. Кириченко и др.; под ред. Е.И. Лященко. – Москва : Просвещение, 1988. – 223 с.

7. Ложкина, Е.М. Обучение математическому моделированию в курсе алгебры основной школы как условие развития учебно-познавательной компетентности учащихся: специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис…. канд. пед. наук / Ложкина Екатерина Михайловна; Рос. гос. пед. ун-т им. А.И. Герцена. – Санкт-Петербург, 2008. – 209 с.

8. Мордкович, А.Г. Новая концепция школьного курса алгебры / А.Г. Мордкович // Математика в школе. – 1996. – № 6. – С.28-33

9. Садыкова, А.А. Методика подготовки будущих учителей математики к использованию моделирования в обучении школьников: специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. … канд. пед. наук / Садыкова Айнур Абухановна; Нижегор. гос. ун-т им. Н.И. Лобачевского. – Чебоксары, 2010. – 227 с.

10. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования [утвержден Приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 12 августа 2022 года №732]. – URL:https://docs.edu.gov.ru/document/39b302788ccdb35ae2c13cd316cde490/download/6077/ (дата обращения 26.11.2024). – Текст : электронный.

11. Фридман, Л.М. Наглядность и моделирование в обучении / Л.М. Фридман. – Москва : Знание, 1984. – 80 с.

TEACHING MATHEMATICAL MODELING IN A SCHOOL MATHEMATICS COURSE

Shkuray Irina

Abstract. The article proposes an approach to the inclusion of elements of mathematical modeling in the school mathematics course. Examples of tasks that contribute to the formation of students' skills in building mathematical models are given. The role of teacher training in the development of mathematical modeling competencies among schoolchildren is emphasized.

Keywords: *mathematical modeling, school education, interdisciplinary communication, teacher training, methods of teaching mathematics.*