

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Донецкий государственный университет»

На правах рукописи



Глухов Антон Александрович

**ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ И НОРМАЛЬНЫЕ УПРУГИЕ ВОЛНЫ
В АНИЗОТРОПНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНЫХ ТЕЛАХ
С РАЗНОФАКТОРНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ
ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА**

Специальность 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Донецк – 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Донецкий государственный университет»

Научный руководитель **Сторожев Сергей Валериевич**, доктор технических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Ватульян Александр Ованесович**, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет», Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, заведующий кафедрой теории упругости

Кисель Екатерина Сергеевна, кандидат физико-математических наук, Автомобильно-дорожный институт (филиал) Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донецкий национальный технический университет», доцент кафедры «Математическое моделирование»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет»

Защита состоится «04» марта 2025 года в 14:00 на заседании диссертационного совета 24.2.489.02 при ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет» по адресу: 283001, Донецкая Народная Республика, г. Донецк, проспект Гурова, 14, ауд. 603.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет» по адресу: 283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24 и на сайте <http://science.donnu.ru>.

Автореферат разослан «___» _____ г.

Учёный секретарь
диссертационного совета 24.2.489.02
кандидат физико-математических наук



А.Б. Мироненко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Теоретический анализ процессов волнового деформирования упругих сред и элементов конструкций является в высокой степени актуальным направлением исследований в механике деформируемого твердого тела, представляющим фундаментально-научный интерес и поддерживающим развитие широкого ряда современных наукоемких высокотехнологичных отраслей и критических технологий. Важной ветвью этих исследований являются разработка и апробация методов решения задач о распространении нормальных и локализованных упругих волн в волноводных структурах с усложненными физико-механическими свойствами, образуемых нанокompозитными анизотропными функционально-градиентными материалами, для которых, в большинстве случаев, вводится один из экспериментально и теоретически обоснованных законов описания пространственной трансформации физико-механических свойств деформируемых материалов, в том числе актуальный вариант описания свойств неоднородности экспоненциальными функциями. Его дальнейшее применение при решении задач распространения локализованных и нормальных волн в анизотропных функционально-градиентных телах перспективно в исследованиях преимущественно открытых проблем распространения нормальных упругих волн в волноводах в виде функционально-градиентного анизотропного слоя с учетом многофакторной экспоненциальной неоднородности – задания отличающихся экспоненциальных функциональных законов изменения для различных характеристик физико-механических свойств. Особой задачей является использование экспоненциальных зависимостей для описания приповерхностно-локализованных зон высокоградиентной неоднородности материалов полубесконечных волноводов с асимптотическим сглаживанием этих зависимостей в глубине рассматриваемых тел, а также разработка и апробация методик решения задач распространения обобщенных поверхностных волн в волноводах данного типа. Актуальным для исследования остается класс задач о спектрах и свойствах локализованных волн в составных структурах в виде слоя, вложенного между деформируемыми полупространствами при учете неоднородности и анизотропии для компонентов таких волноводов. С учетом этих соображений, научная проблема разработки и применения численно-аналитических методов анализа моделей распространения локализованных и нормальных упругих волн в анизотропных функционально-градиентных телах с разнофакторной неоднородностью экспоненциального типа, может быть отнесена к актуальному с теоретической и прикладной точек зрения тематическому направлению исследований в механике деформируемого твердого тела.

Степень разработанности темы диссертации. Используемая в работе методология экспоненциального описания неоднородности для создаваемых на базе аддитивных технологий функционально-градиентных нанокompозитных материалов, а также модели экспоненциальной неоднородности для некоторых классов геоматериалов, развиты и обоснованы в цикле работ L.W. Bird, V. Birman, I. Bharti, V. Bhavar, K. Chau, N. Gupta, K. Gupta, M. Koizumi и др. Исследования ряда моделей статического деформирования, моделей распространения и рассеяния

упругих волн в функционально-градиентных телах с идентичной для всех физико-механических характеристик однофакторной неоднородностью экспоненциального типа осуществлены в работах A. Chattopadhyay, S. Gupta, P. Kumari, V.K. Sharma; J. Chen, Z. Liu, Z. Zou; F. Delale, F. Erdogan; S.A. Meguid, X.D. Wang, L.Y. Jiang; Y.-H. Yang, L.-Z. Wu, X.-Q. Fang; Z.G. Zhou, B. Wang, Y.G. Sun и др. В публикациях S.M. Ahmed, S.M. Abd-Dahab; P. Alam, S. Kundu, S. Gupta; X. Cao, H. Jiang, Y. Ru, J. Shi; A.P. Ghorai, S.K. Samal, N.C. Mahanti; P. Kielczynski, Y.-P. Kong, C.-H. Chen, J.-X. Liu, а также в работах ряда других исследователей получены решения ряда неклассических вариантов задач о распространении обобщенных локализованных волн Лява и волн рэлеевского типа. В работах X. Cao, F. Jin, K. Kishimoto и S. Majhi , P.C. Pal, S. Kumar представлены исследования, связанные с получением отдельных форм представлений базисных решений амплитудных волновых уравнений для сдвиговых волн в изотропных телах с двухфакторной экспоненциальной неоднородностью в рамках моделей различных законов неоднородности для модуля упругости и параметра плотности функционально-градиентного материала. Что касается рассматриваемых в данной диссертационной работе тематические направления и конкретных задач, элементами постановки которых являются сочетание факторов анизотропии функционально-градиентных материалов, учет эффектов формирования приграничных зон неоднородности физико-механических свойств в телах полубесконечной геометрии, учет свойств многофакторной экспоненциальной неоднородности, то они являются открытыми для перспективных научных исследований, и не представлены в научных публикациях других авторов. Отсутствуют также публикации по моделям описания приповерхностной неоднородности полубесконечных анизотропных функционально-градиентных тел с использованием двойных экспоненциальных функций.

Объектом исследования являются процессы распространения стационарных поверхностных и нормальных упругих волн в волноводах с усложненными физико-механическими свойствами.

Предметом исследования являются математические модели распространения локализованных и нормальных упругих волн в анизотропных функционально-градиентных телах в виде полупространства и слоя с локализованной приповерхностной неоднородностью и многофакторной неоднородностью экспоненциального типа.

Целью диссертационной работы является разработка и апробация комплекса специализированных численно-аналитических методов теоретического исследования спектров и свойств локализованных и нормальных упругих волн в анизотропных функционально-градиентных телах с описываемой двойными экспоненциальными функциями приповерхностной неоднородностью и многофакторной неоднородностью экспоненциального типа, а также компьютерная реализация разработанных методов и проведение численных исследований ведущих закономерностей в структуре и свойствах анализируемых волновых полей.

Для достижения целей исследования подлежат решению следующие научные задачи:

- синтез математической модели описания локализованных зон высокоградиентной приповерхностной неоднородности физико-механических свойств материалов и асимптотического сглаживания их характеристик при отходе от границ вглубь рассматриваемых тел с использованием двойных экспоненциальных функций;

- аналитическое интегрирование уравнений модели распространения SH волн и модели распространения упругих P-SV волн в полубесконечном трансверсально-изотропном функционально-градиентном массиве, а также модели распространения произвольно ориентированных трехпарциальных поверхностных волн в функционально-градиентном ортотропном полубесконечном массиве с описываемыми двойными экспоненциальными функциями приграничными зонами неоднородности;

- аналитическое интегрирование уравнений распространения SH волн в рамках моделей двухфакторной экспоненциальной неоднородности трансверсально-изотропной функционально-градиентной среды и уравнений распространения SH волн в рамках модели общей трехфакторной экспоненциальной неоднородности трансверсально-изотропной функционально-градиентной среды;

- анализ моделей распространения обобщенных поверхностных волн Лява в составных структурах «однородный анизотропный слой на функционально-градиентном анизотропном полупространстве», «функционально-градиентный экспоненциально-неоднородный анизотропный слой на функционально-градиентном анизотропном полупространстве с приграничной неоднородностью»;

- анализ модели распространения поверхностных волн рэлеевского типа в функционально-градиентном трансверсально-изотропном полупространстве с приграничной зоной неоднородности; анализ моделей распространения сдвиговых волн в однородном анизотропном слое, сдвиговых и продольно-сдвиговых волн в функционально-градиентном слое с симметричным экспоненциальным законом поперечной неоднородности между однотипными функционально-градиентными трансверсально-изотропными полупространствами с приграничными зонами неоднородности;

- анализ моделей распространения нормальных SH и P-SV волн в слое с альтернативными вариантами двухфакторной физико-механической неоднородности и слое с трехфакторной неоднородностью;

- разработка расчетных алгоритмов и программных приложений для численного исследования анализируемых моделей; обобщение и систематизация полученных данных о закономерностях влияния факторов анизотропии и неоднородности отдельных классов материалов на характеристики их волнового деформирования.

Научная новизна полученных результатов.

1. Предложена и апробирована новая аналитическая модель описания локализованной приповерхностной зоны однофакторной неоднородности физико-механических характеристик функционально-градиентного анизотропного полупространства, базирующаяся на интерпретации изменений комплекса свойств его материала двойными экспоненциальными функциями.

2. С применением специализированной итерационной методики получены базисные частные решения амплитудного волнового дифференциального уравнения в модели распространения сдвиговых упругих волн в полубесконечном трансверсально-изотропном массиве с описываемой двойными экспоненциальными функциями приграничной зоной однофакторной неоднородности.

3. С применением специализированной векторно-матричной итерационной методики получены базисные частные решения систем амплитудных волновых дифференциальных уравнений в модели распространения упругих волн P-SV типа в полубесконечном трансверсально-изотропном функционально-градиентном массиве и в модели распространения произвольно ориентированных трехпарциальных поверхностных волн в функционально-градиентном ортотропном полубесконечном массиве с описываемыми двойными экспоненциальными функциями приграничными локализованными зонами однофакторной неоднородности.

4. Получены базисные частные решения амплитудных волновых дифференциальных уравнений, описывающих распространение сдвиговых упругих волн в моделях двухфакторной и трехфакторной экспоненциальной неоднородности трансверсально-изотропной функционально-градиентной среды.

5. Получены и исследованы решения задач о распространении обобщенных поверхностных волн Лява в составных структурах «однородный анизотропный слой на функционально-градиентном анизотропном полупространстве с приграничной неоднородностью», «функционально-градиентный экспоненциально-неоднородный анизотропный слой на функционально-градиентном анизотропном полупространстве с приграничной неоднородностью».

6. Получены и исследованы решения задач о распространении поверхностных волн релеевского типа в функционально-градиентном трансверсально-изотропном полупространстве с приграничной локализованной зоной неоднородности.

7. Получены и исследованы решения задач о распространении локализованных сдвиговых волн в однородном анизотропном слое между однотипными функционально-градиентными полупространствами с приграничными локализованными зонами неоднородности.

8. Получены и исследованы решения задач о распространении локализованных сдвиговых и продольно-сдвиговых волн в анизотропном слое с симметричным законом поперечной экспоненциальной неоднородности, расположенном между однотипными функционально-градиентными полупространствами с приграничными локализованными зонами неоднородности.

9. Реализовано получение и исследование отдельных вариантов дисперсионных соотношений для нормальных сдвиговых волн в слое с альтернативными вариантами двухфакторной экспоненциальной неоднородности.

10. Реализован анализ модели распространения нормальных сдвиговых упругих волн в функционально-градиентном слое с трехфакторной экспоненциальной физико-механической неоднородностью.

11. Установлены, систематизированы и обобщены некоторые физико-механические закономерности влияния факторов анизотропии и неоднородности

отдельных классов упругих материалов на характеристики их стационарного волнового деформирования.

Теоретическое значение результатов работы заключается в создании, совершенствовании и расширении областей применения эффективных алгоритмизированных численно-аналитических методов решения ранее не исследованных классов задач о спектрах и свойствах обобщенных поверхностных волн Лява и Рэлея в полубесконечных функционально-градиентных телах с приграничной неоднородностью физико-механических характеристик, локализованных волн сдвигового и продольно-сдвигового типа в упругом слое между деформируемыми полупространствами при учете свойств непрерывной неоднородности и анизотропии, а также нормальных упругих волн в анизотропном функционально-градиентном слое с разнофакторной неоднородностью экспоненциального типа. Это позволило выявить ряд новых, обусловленных факторами непрерывной неоднородности фундаментальных закономерностей в свойствах исследуемых волн и наметить сферы дальнейшего обобщения разработанных в диссертации подходов.

Практическое значение полученных результатов заключается в применимости разработанных численно-аналитических методов, алгоритмов их компьютерной реализации, установленных и обобщенных свойств анализируемых волновых процессов в предпроектном моделировании и конструкторских расчетах в области технологий геоакустических исследований, в области неразрушающего ультразвукового контроля, в области разработки акустоэлектронных компонентов на ПАВ, в практике прочностных расчетов деталей машин и элементов строительных конструкций из анизотропных функционально-градиентных нанокompозитных материалов.

Методы исследования. Реализуемые в работе исследования базируются на использовании линейных моделей стационарного динамического деформирования неоднородных и однородных анизотропных упругих сред; аппарата теории дифференциальных уравнений в частных производных и уравнений математической физики; методов последовательных приближений для решения обыкновенных дифференциальных уравнений; теории разложений в скалярные и векторные функциональные ряды; методов матричной алгебры; методов численного решения трансцендентных уравнений; методов разработки специализированных программных приложений для реализации расчетных алгоритмов в среде C++.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Предложенная и апробированная в работе модель описания приповерхностной зоны однофакторной неоднородности функционально-градиентного анизотропного полупространства, базирующаяся на интерпретации изменений свойств его материала двойными экспоненциальными функциями, эффективна для численно-аналитических исследований закономерностей влияния факторов вариаций значений исходных параметров деформационных свойств и плотности анизотропного материала полупространства около его граничной плоскости на дисперсионные, кинематические и энергетические эндогенные характеристики локализованных однопарциальных, двух- и трехпарциальных

поверхностных упругих волн, и представляет значительный прикладной интерес в процессах расчетного проектирования технологий и компонентов акустоэлектронной техники и схем реализации сейсмоакустических исследований.

2. Построенные в диссертации аналитические решения амплитудных дифференциальных уравнений моделей распространения обобщенных поверхностных упругих волн SH и P-SV типа в полубесконечных анизотропных функционально-градиентных телах с описываемой двойными экспоненциальными функциями поперечной локализованной физико-механической неоднородностью являются основой эффективного аппарата для вычислительного анализа комплекса свойств обобщенных волн Лява и Рэлея, представляющих фундаментальный интерес и востребованных инженерными приложениями в прочностных расчетах, геоакустике и ультраакустической диагностике, твердотельной акустоэлектронике.

3. Полученные в работе решения задач построения и анализа дисперсионных соотношений, расчета кинематических, силовых и энергетических характеристик локализованных волн SH и P-SV типа в расположенном между однотипными функционально-градиентными полупространствами с приграничными зонами неоднородности однородном анизотропном слое и в расположенном аналогичным образом анизотропном слое с симметричным экспоненциальным законом поперечной неоднородности, качественно дополняют фундаментальные представления о влиянии факторов неоднородности и анизотропии компонентов данных волноводных структур на параметры соответствующих волновых процессов, и в прикладном аспекте открывают новые возможности повышения точности исследований в области шахтной сейсмодиагностики пластов полезных ископаемых.

4. Впервые разработанные и апробированные методики получения дисперсионных уравнений для моделей распространения нормальных SH и P-SV волн в анизотропном слое с альтернативными вариантами двухфакторной экспоненциальной физико-механической неоднородности, а также для модели распространения нормальных сдвиговых упругих волн в трансверсально-изотропном функционально-градиентном слое с трехфакторной экспоненциальной физико-механической неоднородностью, помимо вклада в базу фундаментальных знаний об особенностях волновых процессов в функционально-градиентных средах имеют важное значение для практики инженерных расчетов в динамике нанокompозитных конструкций, для сферы проектирования волноводных компонентов устройств радиоэлектроники и акустической диагностики.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Диссертационное исследование соответствует позициям паспорта специальности 1.1.8. Механика деформируемого твёрдого тела: 3. Задачи теории упругости, теории пластичности, теории вязкоупругости; 4. Механика композиционных материалов и конструкций, механика интеллектуальных материалов; 8. Динамика деформируемого твёрдого тела. Теория волновых процессов в средах различной структуры; 12. Вычислительная механика деформируемого твёрдого тела.

Личный вклад автора. Все основные теоретические и расчетные результаты исследований получены лично соискателем. В совместно проведенных исследованиях и опубликованных работах соавторам В.Е. Болнокину, В.И.

Сторожеву, С.В. Сторожеву, В.А. Шалдырвану принадлежат участие в постановке рассматриваемых задач, рекомендации по схемам их анализа, а также направлениям обобщения и практического применения полученных результатов; соавторам М.Н. Пачевой и М.В. Фоменко принадлежат рекомендации по разработке программных приложений для осуществления численных экспериментов на базе предложенных методов, а также участие в обработке и систематизации их результатов.

Достоверность и обоснованность результатов диссертационной работы подтверждается строгостью и корректностью постановок рассматриваемых задач в рамках математически обоснованных апробированных моделей динамической теории упругости анизотропного твердого тела; использованием при теоретическом исследовании рассматриваемых моделей верифицированных математических методов, включая аппарат теории дифференциальных уравнений в частных производных, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений математической физики; анализом сходимости некоторых полученных решений волновых уравнений в функциональных рядах; использованием при численных исследованиях апробированных алгоритмов решения трансцендентных уравнений; сопоставительной проверкой согласованности отдельных полученных разработанными методами результатов работы в предельных частных случаях с опубликованными результатами исследований других авторов.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Тематика работы связана с исследовательскими проектами: «Методы исследования линейных и нелинейных моделей статического и динамического деформирования анизотропных функционально-градиентных упругих тел» (МОН ДНР, № гос. регистр. 0120D000014, 2020-2022 гг.); «Численно-аналитические методы исследования волнового деформирования, ползучести, концентрации напряжений и сопряжённых полей в новых классах анизотропных композитных и функционально-градиентных сред» (гос. задание Минобрнауки РФ, № гос. регистр. 124012400354-0, 2023-2024 гг.). Ведущие результаты работы включены в отчеты по указанным НИР.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты работы были представлены, доложены и обсуждены на: III, IV, V, VII, VIII и IX Междунар. научн. конф. «Донецкие чтения. Образование, наука и вызовы современности» (г. Донецк, ДонГУ, 2018, 2019, 2020, 2022, 2023, 2024 г.г.); XVII и XVIII Всероссийских школах-семинарах «Матем. моделирование и биомеханика в совр. ун-те» (пос. Дивноморское, ЮФУ, 2023 г., 2024 г.); XXI Междунар. конф. «Совр. пробл. механики сплошной среды» (г. Ростов-на-Дону, ЮФУ, 2023 г.); International Conference on Construction and Building Materials (ICCBM) (Vladivostok, Russia, 2024); Междунар. конф. «XXXV КРОМШ Н.Д. Копачевского по спектральным и эволюционным задачам» (г. Симферополь, ФТИ ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского» 2024); Всероссийской конференции «Матем. моделирование в механике», посвящённой 50-летию ИВМ СО РАН (Красноярск, ИВМ СО РАН, 2024). Работа в целом доложена и обсуждена на объединённом научном семинаре по механике сплошных сред каф. теории упругости и вычисл. математики им. акад. А.С. Космодамианского, теор. и прикл. механики ФГБОУ ВО «ДонГУ» и отдела аналитич. проблем механики горных пород ФГБНУ «Ин-т прикл. матем. и

механики» под рук. д.ф.-м.н., проф. С.А. Калоерова (2024 г.), а также на профильном научном семинаре ФГБНУ «РАНИМИ» (г. Донецк, 2024 г.).

Публикации. По результатам диссертационного исследования опубликованы 22 научные работы, из них 11 работ в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка литературы из 219 источников на 26 страницах. Работа изложена на 186 страницах, содержит 83 рисунка и 7 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, определяются цели, задачи, предмет, объект и методологические основания исследования, дается характеристика степени новизны, вынесенных на защиту положений, теоретической и практической значимости результатов исследования, публикаций и апробаций по теме работы, а также личного вклада автора в получение представленных в диссертации результатов.

В первом разделе работы изложен аналитический обзор научных публикаций, в которых представлены основные методы и ведущие результаты исследований по проблемам распространения локализованных и нормальных волн деформации в упругих телах и элементах конструкций. Представлена общая характеристика рассматриваемых в диссертации классов задач и приведены основные концептуальные методологические положения, используемые для реализации поставленной цели исследования. На основе обобщенной характеристики исследований по рассматриваемой проблематике выделены и охарактеризованы классы проблем, имеющих как фундаментальное теоретическое значение, так и возможность применения результатов их анализа в ряде инновационных научно-технических отраслей. Дана формулировка исследовательских заданий работы, включающих: задачи теории распространения локализованных поверхностных упругих волн в анизотропных телах с приграничной локализованной зоной неоднородности; задачи теории распространения локализованных сдвиговых и продольно-сдвиговых волн в волноводных структурах в виде деформируемого слоя между вмещающими упругими полупространствами; задачи теории распространения нормальных сдвиговых и продольно-сдвиговых упругих волн в трансверсально-изотропном функционально-градиентном слое с многофакторной экспоненциальной неоднородностью физико-механических свойств. Представлены используемые в работе методологические подходы, в частности, использование введенной в работе на базе применения двойных экспоненциальных функций модели описания локализованной приповерхностной однофакторной физико-механической неоднородности в волноводных структурах, содержащих компоненты в виде упругих функционально-градиентных полупространств из анизотропных нанокompозитных материалов или неоднородных анизотропных горных пород,

Во втором разделе работы в контексте общих заданий исследования предложена новая однофакторная модель описания эффектов локализованной приповерхностной неоднородности в занимающих область $x_3 \geq 0$ полубесконечных

функционально-градиентных телах с использованием двойных экспоненциальных функций вида

$$\varphi(\lambda, \beta, x_3) = \exp(\lambda \exp(-\beta x_3)), \quad (1)$$

в которых безразмерный параметр λ описывает максимальный порядок возмущения (отклонения) соответствующей характеристики у граничной поверхности $x_3 = 0$ от значения, асимптотически достигаемого в глубине полупространства при $x_3 \rightarrow \infty$, а параметр β [m^{-1}] описывает форму закона изменения этой характеристики от приграничной зоны вглубь полупространства. Положительные значения λ характеризуют эффект приграничного «упрочнения» и увеличения плотности материала полупространства, отрицательные – отвечают ситуации «приповерхностного разупрочнения» материала и уменьшения его плотности. Варьирование двух параметров неоднородности в данном представлении является механизмом достижения достаточной меры адекватности данной модели локализованной неоднородности реальным свойствам функционально-градиентных наноконкомпозитных и горных материалов в приграничных краевых зонах.

Далее в разделе представлены результаты исследований по проблеме получения базисных частных решений амплитудных обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами для ряда моделей распространения одно-, двух- и трехпарциальных гармонических упругих волн в полубесконечных анизотропных функционально-градиентных телах с однофакторной локализованной приграничной неоднородностью, описываемой представлениями их физико-механических параметров в виде $c_{ij} = c_{ij0} \cdot \varphi(\lambda, \beta, x_3)$, $\rho = \rho_0 \cdot \varphi(\lambda, \beta, x_3)$. Решения рассматриваемых уравнений с применением модификаций итерационного алгоритма получены в замкнутой аналитической форме в скалярных и векторных экспоненциальных рядах. В случае модели распространении сдвиговых упругих волн с комплексной функцией перемещений $u_2 = f(x_3) \cdot \exp(-i(\omega t - kx_1))$ в трансверсально-изотропном массиве с приграничной локализованной зоной неоднородности рассматриваемое амплитудное уравнение приводится к виду

$$f'' + \alpha f = \gamma e^{-\beta x_3} f', \quad (2)$$

и его решение отыскивается в виде $f = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_p + \dots$, где $f_0'' + \alpha f_0 = 0$, $f_2'' + \alpha f_2 = \gamma e^{-\beta x_3} f_1'$, ..., $f_p'' + \alpha f_p = \gamma e^{-\beta x_3} f_{p-1}'$, В качестве начальных приближений используются представления $f_0 = e^{\delta x_3}$ или $f_0 = e^{-\delta x_3}$ $\delta = \alpha^{1/2}$; при первом варианте выбора f_0 определяются выражения $f_1 = A_1 e^{(\delta - \beta)x_3}$, $f_2 = A_2 e^{(\delta - 2\beta)x_3}$, ..., $f_p = A_p e^{(\delta - p\beta)x_3}$, ...;

$$A_1 = \gamma \delta ((\delta - \beta)^2 + \alpha)^{-1}, A_2 = A_1 \gamma (\delta - \beta) ((\delta - 2\beta)^2 + \alpha)^{-1}, \dots,$$

$$A_p = A_{p-1} \gamma (\delta - (p-1)\beta) ((\delta - p\beta)^2 + \alpha)^{-1}, \dots,$$

и для первого базисного частного решения записывается явное аналитическое представление в виде абсолютно и равномерно сходящегося в рассматриваемой области экспоненциального ряда

$$f_+(x_3) = e^{\delta x_3} + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma^n \left[\prod_{p=1}^n (\delta - (p-1)\beta) ((\delta - p\beta)^2 + \alpha)^{-1} \right] e^{(\delta - n\beta)x_3}. \quad (3)$$

Второе базисное решение $f_-(x_3)$ получается в результате замены в данном ряде параметра δ на $-\delta$.

Для модели распространения упругих волн P-SV типа $u_1(x_1, x_3) = u_{10}(x_3) \exp(-i(\omega t - kx_1))$, $u_3(x_1, x_3) = u_{30}(x_3) \exp(-i(\omega t - kx_1))$, в полубесконечном трансверсально-изотропном функционально-градиентном массиве с приграничной зоной неоднородности построение базисных решений решение соответствующей системы амплитудных дифференциальных уравнений

$$(\underline{A}_1^{(0)} \partial_3^2 + \underline{A}_2^{(0)} \partial_3 + \underline{A}_3^{(0)}) \underline{F}(x_3) = -\gamma e^{-\beta x_3} (\underline{A}_2^{(1)} \partial_3 + \underline{A}_3^{(1)}) \underline{F}(x_3), \quad (4)$$

$$\underline{A}_1^{(0)} = \begin{pmatrix} c_{44}^{(0)} & 0 \\ 0 & c_{33}^{(0)} \end{pmatrix}, \quad \underline{A}_2^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & (c_{13}^{(0)} + c_{44}^{(0)})(ik) \\ (c_{13}^{(0)} + c_{44}^{(0)})(ik) & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{A}_2^{(1)} = \begin{pmatrix} c_{44}^{(0)} & 0 \\ 0 & c_{33}^{(0)} \end{pmatrix},$$

$$\underline{A}_3^{(0)} = \begin{pmatrix} \Omega^2 - c_{11}^{(0)} k^2 & 0 \\ 0 & \Omega^2 - c_{44}^{(0)} k^2 \end{pmatrix}, \quad \underline{A}_3^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & c_{44}^{(0)}(ik) \\ c_{13}^{(0)}(ik) & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{F}(x_3) = \begin{pmatrix} u_{10}(x_3) \\ u_{30}(x_3) \end{pmatrix},$$

реализуется с использованием системы соотношений

$$\underline{F} = \underline{F}_0 + \underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \dots + \underline{F}_p + \dots, \quad (5)$$

$$(\underline{A}_1^{(0)} \partial_3^2 + \underline{A}_2^{(0)} \partial_3 + \underline{A}_3^{(0)}) \underline{F}_0 = 0, \quad (\underline{A}_1^{(0)} \partial_3^2 + \underline{A}_2^{(0)} \partial_3 + \underline{A}_3^{(0)}) \underline{F}_1 = -\gamma e^{-\beta x_3} (\underline{A}_2^{(1)} \partial_3 + \underline{A}_3^{(1)}) \underline{F}_0, \dots, \quad (6)$$

$$(\underline{A}_1^{(0)} \partial_3^2 + \underline{A}_2^{(0)} \partial_3 + \underline{A}_3^{(0)}) \underline{F}_p = -\gamma e^{-\beta x_3} (\underline{A}_2^{(1)} \partial_3 + \underline{A}_3^{(1)}) \underline{F}_{p-1} \dots,$$

а сами искомые решения получены в аналитической форме

$$\underline{F}_j = f_{0j} e^{\delta_j x_3} - \gamma \underline{Q}_{1j} f_{0j} e^{(\delta_j - \beta) x_3} + \gamma^2 \underline{Q}_{2j} \underline{Q}_{1j} f_{0j} e^{(\delta_j - 2\beta) x_3} - \dots + (-\gamma)^n \underline{Q}_{nj} \underline{Q}_{n-1,j} \dots \underline{Q}_{1j} f_{0j} e^{(\delta_j - n\beta) x_3} + \dots \quad (7)$$

$$\underline{Q}_{nj} = \underline{M}_{1n,j}^{-1} \underline{M}_{2n,j}, \quad \underline{M}_{1n,j} = (\delta_j - n\beta)^2 \underline{A}_1^0 + (\delta_j - n\beta) \underline{A}_2^0 + \underline{A}_3^0, \quad \underline{M}_{2n,j} = (\delta_j - (n-1)\beta) \underline{A}_2^1 + \underline{A}_3^1,$$

$$\underline{F}_{0j} = f_{0j} e^{\delta_j x_3}, \quad f_{0j} = (1, \Delta_3^{(j)})^T, \quad \Delta_3^{(j)} = c_1 \delta_j (a_1 \delta_j^2 + b_1)^{-1}, \quad a_1 = c_{44}^{(0)}, \quad b_1 = \Omega^2 - c_{11}^{(0)} k^2, \quad c_1 = (c_{13}^{(0)} + c_{44}^{(0)}) ik,$$

δ_j ($j = \overline{1, 4}$) – корни биквадратного характеристического уравнения однородной системы дифференциальных уравнений относительно \underline{F}_0 .

Далее, на базе соотношений (4)–(6), в которых $\underline{A}_1^{(0)}$, $\underline{A}_2^{(0)}$, ..., $\underline{A}_3^{(1)}$ – соответствующие матрицы третьего порядка, в форме (7) получены представления базисных частных решений для системы амплитудных уравнений распространения произвольно ориентированных трехпарциальных поверхностных волн в функционально-градиентном ортотропном полупространстве с приграничной локализованной зоной неоднородности. Также в данном разделе работы с применением охарактеризованных выше итерационных алгоритмов в аналитической форме экспоненциальных рядов получены системы базисных частных решений для амплитудных уравнений вида $f'' + \alpha f' + \beta f = \gamma e^{-\lambda x_3} f$ и $f'' + \alpha f' = \beta e^{\lambda x_3} f$, описывающих распространение сдвиговых упругих волн в трансверсально-изотропной функционально-градиентной среде в рамках нескольких вариантов двухфакторных моделей экспоненциальной неоднородности, а также для уравнения вида $(\underline{A}_1 \partial_3^2 + \underline{A}_2 \partial_3 + \underline{A}_3) \underline{\Phi}(x_3) = \exp(\gamma x_3) \underline{B} \underline{\Phi}(x_3)$, $\underline{\Phi}(x_3) = (u_{10}(x_3), u_{30}(x_3))^T$, описывающего

распространение упругих P-SV волн в среде с разнотипными законами экспоненциальной неоднородности для параметра плотности и модулей упругости.

Наконец, в представляемом подразделе разделе получено решение задачи интегрирования амплитудного волнового уравнения для волн SH-типа в трансверсально-изотропной функционально-градиентной среде с трехфакторной неоднородностью. Реализованный алгоритм базируется на введении представлений искомой амплитудной функции волновых перемещений и разнотипных экспоненциальных функций неоднородности для физико-механических характеристик среды степенными рядами, на приведении рассматриваемого уравнения к виду

$$c_{440} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda_{44}^n x_3^n}{n!} \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)a_{n+2} x_3^n + \lambda_{44} c_{440} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda_{44}^n}{n!} x_3^n \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)a_{n+1} x_3^n +$$

$$+ (\rho_0 \omega^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda_{\rho}^n}{n!} x_3^n - k^2 c_{660} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda_{66}^n}{n!} x_3^n) \sum_{n=0}^{\infty} a_n x_3^n = 0,$$

и получении рекуррентных соотношений связи искомых коэффициентов a_n

$$a_{p+2} = -((p+1)(p+2)c_{440})^{-1} ((p+1)c_{440}\lambda_{44}a_{p+1} + (\rho_0\omega^2 - c_{660}k^2)a_p +$$

$$+ \sum_{n=0}^{p-1} [((n-p)!)^{-1} ((n+1)(n+2)c_{440}\lambda_{44}^{p-n}a_{n+2} + (n+1)c_{440}\lambda_{44}^{p-n+1}a_{n+1} + (\rho_0\omega^2\lambda_{\rho}^{p-n} - c_{660}k^2\lambda_{66}^{p-n})a_n])$$

$$(p = \overline{1, \infty}), a_2 = -(1/2)\lambda_{44}a_1 - (\rho_0\omega^2 - c_{660}k^2)(2c_{440})^{-1}a_0,$$

из которых при альтернативном выборе $a_0^{(1)} = 1, a_1^{(1)} = 0$ либо $a_0^{(2)} = 0, a_1^{(2)} = 1$ определяются последовательности значений $\{a_n^{(j)}\}_{n=0}^{\infty}$ ($j=1, 2$) для двух базисных решений рассматриваемого уравнения с представлениями $\Phi_j(x_3, \omega, k) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(j)} x_3^n$.

Результаты, полученные во втором разделе работы, являются базовыми для исследований, представленных в последующих разделах.

В третьем разделе работы с использованием результатов раздела 2 получены аналитические формы дисперсионных соотношений для обобщенных поверхностных волн Лява в волноводных структурах, образуемых идеально контактирующими компонентами в виде однородного изотропного либо экспоненциально-неоднородного функционально-градиентного слоя из изотропного или трансверсально-изотропного материала на поверхности трансверсально-изотропного функционально-градиентного полупространства с описываемой функцией (1) локализованной приповерхностной неоднородностью. Численный анализ дисперсионных соотношений показывает, что для высоких частот влияние параметров неоднородности на скорости обобщенных волн Лява из низшей моды спектра становится все менее выраженным. Влияние неоднородности на скорости волн из более высоких мод является еще менее существенным, что дает основание для заключения об отсутствии, в этом случае, достаточно явных изменений в топологии ветвей дисперсионного спектра. Установлено также следует, что учет приповерхностной неоднородности материала полупространства с ростом модулей упругости и параметра плотности у поверхности контакта, приводит к существенному монотонному снижению значений относительных амплитуд смещений в области по толщине слоя от границы контакта с полупространством до

свободной верхней грани с минимальным влиянием на эту характеристику в самом полупространстве; приводит к росту значений относительных амплитуд соответствующих напряжений в слое, максимальному у контактной поверхности и уменьшающемуся к свободной внешней грани, а также их росту в приграничной области неоднородности полупространства. Анализ распределения относительной плотности среднего за период потока мощности указывает на эффект существенного роста этой характеристики в зоне слоя с нарастанием при приближении к свободной грани (рис.1), незначительного роста в приграничной области неоднородности полупространства и в узкой окрестности контактной поверхности (рис. 2).

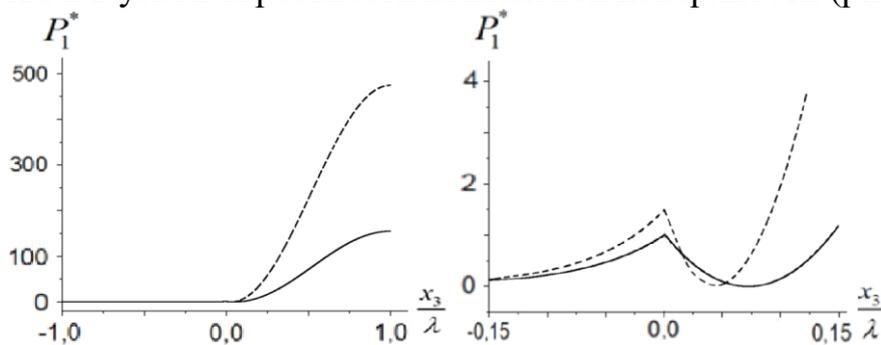


Рис. 1.

Рис. 2.

Таким образом, можно отметить, что приграничная неоднородность полубесконечной компоненты волновода для обобщенных поверхностных волн Лява в наибольшей мере влияет на их кинематические, силовые и энергетические характеристики в зоне слоя, в меньшей мере – в области, прилегающей к поверхности контакта слоя и полупространства, и крайне незначительно сказывается на характере убывания исследуемых характеристик при удалении вглубь подстилающего полупространства.

В данном разделе также получены и исследованы аналитические дисперсионные соотношения, описывающие распространение обобщенных поверхностных волн рэлеевского типа в функционально-градиентном ортотропном полупространстве с приграничной локализованной зоной неоднородности. Представленные на рисунках 3–5 результаты их численного анализа для полупространства с приведенными нормированными параметрами $c_{11}^{(0)} = 3$, $c_{13}^{(0)} = 1$, $c_{33}^{(0)} = 3$, $c_{44}^{(0)} = 1$, $\rho_0 = 1$ из однородного материала (сплошные линии) и материала с приграничной неоднородностью ($\lambda = 2.5$, $\beta = 2.5$, пунктирные линии) показывают, в частности, что эффектами влияния неоднородности являются снижение фазовой скорости обобщенной поверхностной волны; смещение вглубь полупространства зон всплесков значений амплитуд перемещений (рис. 3); увеличение значений нормированных напряжений σ_{11} и уменьшение значений σ_{31}, σ_{33} , а также более пологий характер их зависимостей от координаты (рис. 4); изменение профиля изменяемости для убывающей энергетической характеристики волны при углублении в полупространство (рис. 5).

В четвертом разделе рассмотрены модели распространения локализованных SH волн и локализованных упругих волн P-SV типа в нескольких видах волноводных структур в виде трансверсально-изотропного экспоненциально

неоднородного слоя между вмещающими трансверсально-изотропными функционально-градиентными полупространствами с описываемой функциями (1) приповерхностной неоднородностью. В аналитической форме получены дисперсионные соотношения для симметричных SH-волн для случая, когда вмещающий слой состоит из однородного трансверсально-изотропного материала; симметричных SH-волн и симметричных P-SV волн для случая, когда вмещающий слой составлен из функционально-градиентного трансверсально-изотропного материала с симметричной экспоненциальной неоднородностью.

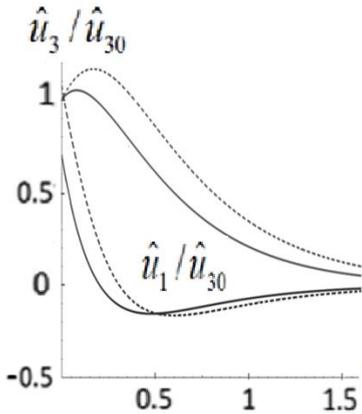


Рис. 3.

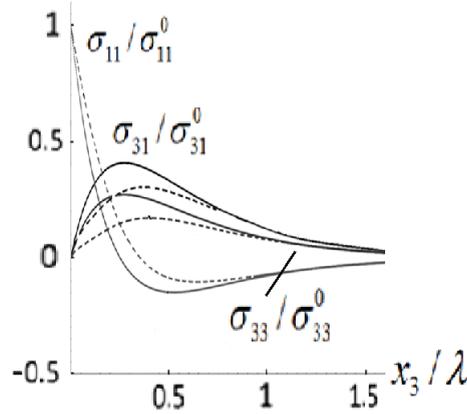


Рис. 4.

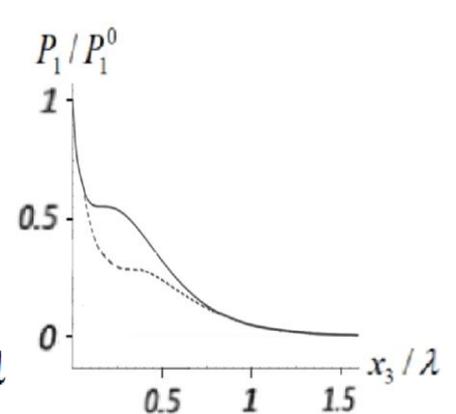


Рис. 5.

В частности, при значениях нормированных параметров материала слоя $c_{440} = c_{660} = 1.4$, $\rho_0 = 1.65$, $\mu = -1$ и полупространства $c_{440} = c_{660} = 3.8$, $\rho_0 = 1.8$, $\lambda = \beta = 0.1$, для локализованных сдвиговых волн первых трех мод рассчитаны распределения по толщине слоя нормированных форм относительных амплитудных характеристик волновых перемещений (рис. 7а–7в), и напряжений (рис. 8а–8в).

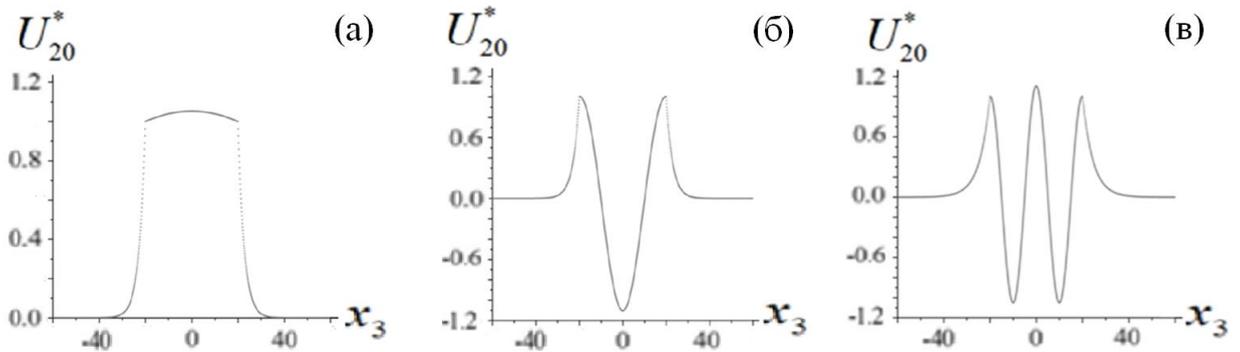


Рис. 7.

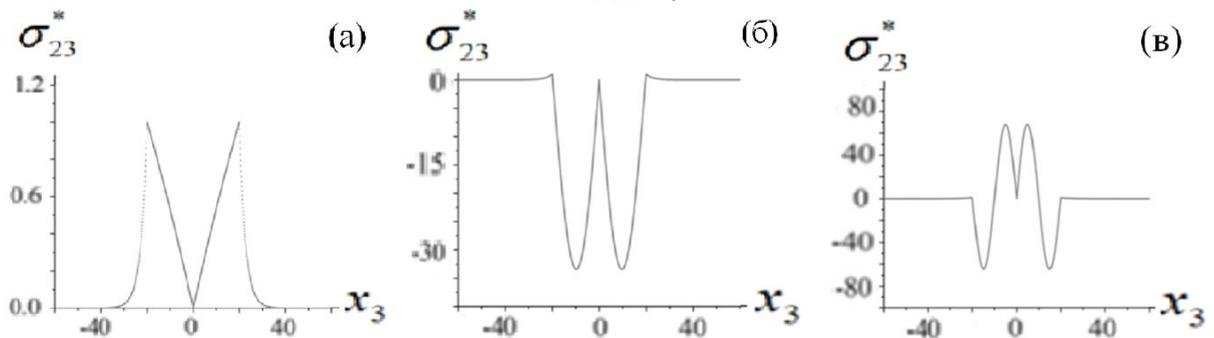


Рис. 8.

Можно отметить, что рассматриваемые волны имеют высокую степень локализации в области вмещенного слоя; мера захвата волновыми колебаниями

приграничных зон полупространства существенно не различается для волн, принадлежащих различным модам дисперсионного спектра

В пятом разделе работы представлены базирующиеся на результатах раздела 2 исследования, связанные с получением аналитических дисперсионных соотношений и анализом спектров нормальных SH волн, распространяющихся в плоскости слоя из функционально-градиентного трансверсально-изотропного материала с двухфакторной неоднородностью в случаях, когда задаются различные экспоненциальные законы изменения модулей упругости и параметра плотности по толщине слоя, либо когда двухфакторная поперечная неоднородность описывается особой экспоненциальной зависимостью для одного из параметров упругих свойств и вторым типом экспоненциальных зависимостей для всех оставшихся физико-механических характеристик. Представлена также численно-аналитическая методика анализа модели распространения нормальной SH волны в неоднородном по толщине трансверсально-изотропном слое с трехфакторной неоднородностью, каждый из физико-механических параметров которого характеризуется отличающейся от остальных экспоненциальной функцией изменения по поперечной координате. Так, расчеты фрагментов диаграмм дисперсионных кривых для закрепленного слоя из материала с двухфакторной экспоненциальной неоднородностью, характеризуемой различающимися значениями параметров изменчивости для модулей упругости λ_c и плотности λ_ρ , указывают на снижение частот запирания и уменьшение значений фазовых скоростей для волн однопорядковых мод в случае фиксации значения $\lambda_c = 1$ и увеличения величины $\lambda_\rho = 3$ (рис. 9), а также на рост значений указанных характеристик в случае фиксации значения $\lambda_\rho = 1$ и увеличения величины $\lambda_c = 3$ (рис. 10).

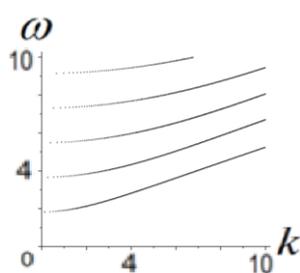


Рис. 9.

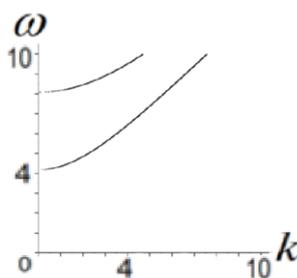


Рис. 10.

Численные исследования эффектов увеличения значений параметра двухфакторной неоднородности λ_1 для характеристики c_{66} при фиксации величины параметра неоднородности λ_2 для характеристик c_{44} и ρ на траекторию низшей моды нормальных волн сдвига из дисперсионного спектра для свободного по краям слоя показывают, что это влечет снижение фазовых скоростей соответствующих нормальных волн, как следует из рисунка 12, где сплошная линия отвечает значениям пары параметров $\{\lambda_1 = 2.0, \lambda_2 = 1.0\}$, штриховая — $\{\lambda_1 = 2.25, \lambda_2 = 1.0\}$, мелкий штрих — $\{\lambda_1 = 2.5, \lambda_2 = 1.0\}$, пунктирно-штриховая — $\{\lambda_1 = 3.0, \lambda_2 = 1.0\}$. Расчеты фрагментов высших действительных ветвей дисперсионных спектров в этой модели показали, что при фиксации параметра двухфакторной неоднородности λ_1 для характеристики c_{44} и при наращивании величины параметра неоднородности λ_2 для

характеристик c_{66} и ρ наблюдается эффект снижения значений частот запирания однопорядковых мод (рис. 13: $\lambda_2 = 3$ и рис. 14: $\lambda_2 = 7$). Реализован также расчетный анализ траекторий низшей моды спектра нормальных волн сдвига в слое со свободными плоскими гранями для ряда вариантов задания параметров трехфакторной неоднородности функционально-градиентного слоя. В качестве эффектов варьирования параметров неоднородности можно, в частности, указать на рост фазовых скоростей нормальных волн низшей моды при фиксации c_{440} , c_{660} , ρ_0 , λ_{44} и увеличении относительных значений параметра λ_{66} , а также уменьшение фазовых скоростей этих волн при росте значений параметра неоднородности λ_p .

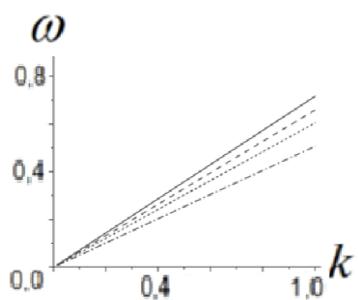


Рис. 12.

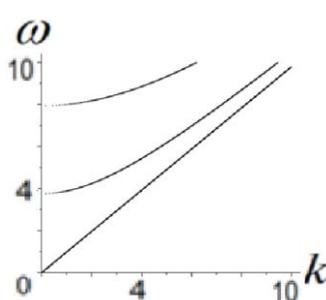


Рис. 13.

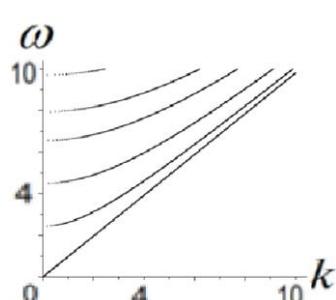


Рис. 14.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В итоге изложенных в диссертационной работе исследований соответственно ее целям осуществлена разработка и апробация комплекса специализированных численно-аналитических методов теоретического исследования спектров и свойств локализованных и нормальных упругих волн в полубесконечных анизотропных функционально-градиентных телах с описываемой двойными экспоненциальными функциями локализованной приповерхностной неоднородностью и функционально-градиентном слое с многофакторной неоднородностью экспоненциального типа, а также дана компьютерная реализация разработанных методов и проведены численные параметрические исследования анализируемых волновых полей с выявлением ведущих закономерностей в их структуре и свойствах. При реализации заданий работы:

1. Разработана и апробирована новая аналитическая математическая модель описания локализованных зон выраженной высокоградиентной приповерхностной однофакторной неоднородности физико-механических свойств функционально-градиентных материалов и асимптотического сглаживания их характеристик при отходе от границ вглубь рассматриваемых тел с использованием двойных экспоненциальных функций.

2. На основе итерационной аналитической методики в форме скалярных и векторных экспоненциальных рядов получены базисные частные решения амплитудных волновых обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами и систем уравнений указанного типа для моделей распространения упругих волн SH и P-SV типа в полубесконечном трансверсально-изотропном функционально-градиентном массиве с описываемой двойными экспоненциальными функциями приграничной зоной неоднородности, а также для

модели распространения произвольно ориентированных трехпарциальных поверхностных волн в функционально-градиентном ортотропном полубесконечном массиве с приграничной локализованной зоной неоднородности.

3. С применением итерационной аналитической методики получены базисные частные решения амплитудных волновых обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, описывающих распространение сдвиговых нормальных упругих волн в функционально-градиентном слое рамках моделей двухфакторной экспоненциальной неоднородности трансверсально-изотропной функционально-градиентной среды.

4. Разработана аналитическая методика интегрирования амплитудных волновых обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, описывающих распространение сдвиговых упругих волн в функционально-градиентном трансверсально-изотропном слое в рамках модели общей трехфакторной экспоненциальной неоднородности.

5. Осуществлен теоретический и численный анализ моделей распространения обобщенных поверхностных волн Лява в волноводных структурах, образуемых идеально контактирующими компонентами в виде однородного изотропного либо экспоненциально-неоднородного функционально-градиентного слоя из изотропного или трансверсально-изотропного материала на поверхности трансверсально-изотропного функционально-градиентного полупространства с описываемой двойной экспоненциальной функцией приповерхностной неоднородностью.

6. Осуществлен теоретический и численный анализ модели распространения обобщенных поверхностных волн рэлеевского типа в функционально-градиентном трансверсально-изотропном полупространстве с приграничной локализованной зоной неоднородности, описываемой двойными экспоненциальными функциями.

7. Осуществлен теоретический и численный анализ моделей распространения локализованных SH волн в однородном анизотропном слое, а также локализованных SH и P-SV волн в слое с симметричным экспоненциальным законом поперечной неоднородности, расположенными между однотипными функционально-градиентными трансверсально-изотропными полупространствами с приграничной локализованной зоной неоднородности

8. Реализовано получение и исследование отдельных вариантов дисперсионных соотношений для нормальных сдвиговых волн в функционально-градиентном трансверсально-изотропном упругом слое с альтернативными вариантами двухфакторной экспоненциальной неоднородности.

9. Осуществлен теоретический и численный анализ модели распространения нормальных сдвиговых упругих волн в функционально-градиентном трансверсально-изотропном слое с трехфакторной неоднородностью.

10. Установлены, систематизированы и обобщены некоторые новые физико-механические закономерности влияния факторов анизотропии и неоднородности отдельных классов упругих функционально-градиентных материалов для волноводов обобщенных поверхностных волн Лява и Рэлея, локализованных волн в слое между анизотропными полупространствами с приграничной неоднородностью, а также нормальных волн в анизотропном функционально-градиентном слое, на

дисперсионные, кинематические, силовые и энергетические характеристики волн исследуемого типа.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК

1. Глухов, А.А. Нечетко-множественные оценки для фазовых скоростей нормальных волн сдвига в анизотропном функционально-градиентном слое с разбросом значений физико-механических параметров / А.А. Глухов, С.Б. Номбре, С.В. Сторожев, В.А. Шалдырван // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А. Естественные науки. – 2019. – № 3-4. – С. 31–36.

2. Болнокин, В.Е. Анализ модели распространения сдвиговых упругих волн в полубесконечном трансверсально-изотропном функционально-градиентном геомассиве / В.Е. Болнокин, А.А. Глухов, В.И. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2022. – № 3 (80). – С. 14–19. – doi:10.24412/0136-4545-2022-3-14-19. – EDN:BOBAVC.

3. Глухов, А.А. Интегрирование системы уравнений распространения произвольно ориентированных трехпарциальных поверхностных волн в функционально-градиентном ортотропном полупространстве / А.А. Глухов, В.И. Сторожев, В.А. Шалдырван // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2022. – № 4 (81). – С. 15–22. – DOI: 10.24412/0136-4545-2022-4-15-22. – EDN:JBNEKR.

4. Глухов, А.А. Волны Лява в структуре «однородный изотропный слой на трансверсально-изотропном полупространстве с двойной экспоненциальной неоднородностью» / А.А. Глухов, В.И. Сторожев, В.А. Шалдырван // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2023. – № 1 (82). – С. 32–39. – doi:10.24412/0136-4545-2023-1-32-39. – EDN:ENGOVX.

5. Глухов, А.А. Анализ модели распространения поверхностных релеевских волн в функционально-градиентном ортотропном полупространстве с приграничной локализованной зоной неоднородности / А.А. Глухов, В.И. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2023. – № 2 (83). – С. 26–38. – doi:10.24412/0136-4545-2023-2-26-38. – EDN:ETYFCH.

6. Глухов, А.А. Локализованные волны сдвига в поперечно-неоднородном анизотропном слое между неоднородными полупространствами / А.А. Глухов, И.А. Моисеенко, В.И. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2023. – № 3 (84). – С. 93–101. – doi:10.24412/0136-4545-2023-3-93-101. – EDN:UUNEXN.

7. Глухов, А.А. Волны продольно-сдвигового типа в анизотропном слое между неоднородными полупространствами / А.А. Глухов // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2023. – № 4 (85). – С. 61–81. – doi:10.24412/0136-4545-2023-4-61-71. – EDN:RHKXPW.

8. Сторожев, В.И. Дисперсия нормальных сдвиговых волн в функционально-градиентном трансверсально-изотропном слое / В.И. Сторожев, А.А. Глухов // Вестник Донецкого национального университета. Серия А. Естественные науки. – 2024. – № 1. – С. 58–64. – DOI: 10.5281/zenodo.12531960. – EDN:GCZGRS.

9. Глухов, А.А. Методика анализа проблемы распространения волн сдвига в анизотропном функционально-градиентном слое с различными законами экспоненциальной неоднородности для каждой физико-механической характеристики / А.А. Глухов, В.И. Сторожев, С.В. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2024. – № 1 (86). – С. 51–60. – doi:10.24412/0136-4545-2024-1-51-60. – EDN:PSXXPV.

10. Глухов, А.А. Анализ модели распространения нормальных P-SV волн в функционально-градиентном ортотропном слое для специального случая двухфакторной экспоненциальной неоднородности / А.А. Глухов // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2024. – № 2(87). – С. 34–40. – doi:10.24412/0136-4545-2024-2-34-40. – EDN:VIAPOE.

11. Глухов, А.А. Дисперсионные соотношения для сдвиговых волн в анизотропном функционально-градиентном слое с двухфакторной экспоненциальной поперечной неоднородностью по механическим характеристикам / А.А. Глухов // Вестник Донецкого национального университета. Серия А. Естественные науки. – 2024. – № 4. – С. 5–10. – DOI: 10.5281/zenodo.14138063. – EDN:VREMUM.

Публикации в других изданиях

12. Болнокин, В.Е. Качественный анализ структуры дисперсионных спектров волн деформаций для двухслойных анизотропных пластов в толще геомассива / В.Е. Болнокин, А.А.

Глухов, В.И. Сторожев // Донецкие чтения 2018: Матер. III Междунар. научн. конф. (Донецк, 25 окт. 2020 г.). – Т. 1 – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2020. – С. 278–280.

13. Глухов, А.А. Особенности топологического строения дисперсионных спектров сдвиговых нормальных волн в трансверсально-изотропном функционально-градиентном упругом слое / А.А. Глухов, В.И. Сторожев // Донецкие чтения 2019: Матер. IV Междунар. научн. конф. (Донецк, 31 окт. 2020 г.). – Т. 1, Ч. 1 – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2019. – С. 53–55.

14. Глухов, А.А. Локализованные сдвиговые волны в трехслойном поперечно-анизотропном пласте симметричного строения в толще неоднородного геомассива / А.А. Глухов, М.Н. Пачева В.И. Сторожев // Донецкие чтения 2020: Матер. V Междунар. научн. конф. (Донецк, 17–18 ноября. 2020 г.). – Т. 1, Ч. 1 – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2020. – С. 49–51.

15. Болнокин, В.Е. Интегрирование уравнения распространения волн сдвига в функционально градиентном полупространстве с приграничной локализацией зоны неоднородности физико-механических свойств / В.Е. Болнокин, А.А. Глухов, В.И. Сторожев // Донецкие чтения 2022: Матер. VII Междунар. научн. конф. (Донецк, 27–28 окт. 2022 г.). – Т. 1. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2023. – С. 38–40.

16. Сторожев, В.И. Локализованные волны в полубесконечных ортотропных функционально-градиентных телах с приграничными зонами неоднородности, описываемой двойными экспоненциальными функциями / В.И. Сторожев, А.А. Глухов, М.Н. Пачева // Матем. моделирование и биомеханика в совр. ун-те: тез. докл. XVII Всерос. школы, (пос. Дивноморское, 28 мая – 1 июня 2023 г.) / ЮФУ. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2023. – С. 105.

17. Глухов, А.А. Влияние двойной экспоненциальной неоднородности на энергетические эффекты распространения волны Лява в однородном изотропном слое на функционально-градиентном трансверсально-изотропном полупространстве / А.А. Глухов, В.И. Сторожев, М.В. Фоменко // Донецкие чтения 2023: Матер. VIII Междунар. научн. конф. (Донецк, 25–27 окт. 2023 г.). – Том 1. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2023. – С. 40–42.

18. Сторожев, В.И. Локализованные продольно-сдвиговые волны в функционально-градиентном полупространстве с двойной экспоненциальной неоднородностью / В.И. Сторожев, А.А. Глухов // Совр. пробл. механики сплошной среды: тез. докл. XXI Междунар. конф. (Ростов-на-Дону, 11–13 окт. 2023 г.) ЮФУ. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2023. – С. 110.

19. Глухов, А.А. Дисперсионные соотношения для нормальных SH-волн в трансверсально-изотропном слое с разнотипной экспоненциальной поперечной неоднородностью по механическим характеристикам / А.А. Глухов, М.Н. Пачева // Матер. докл. Всероссийской конф. «Матем. моделирование в механике», посвящ. 50-летию ИВМ СО РАН. – Электронные данные. – Красноярск: ИВМ СО РАН, 2024. – С. 38–40. – Режим доступа: <https://mdm2024.tilda.ws/#rec796105776>.

20. Глухов, А.А. Численно-аналитическое исследование модели распространения сдвиговых упругих волн в трансверсально-изотропной среде с трехфакторной экспоненциальной неоднородностью / А.А. Глухов, С.В. Сторожев // Сборник матер. Междунар. конф. «XXXV КРОМШ Н.Д. Копачевского по спектральным и эволюционным задачам» – Симферополь: ИТ «АРЕАЛ», 2024. – С. 79–80.

21. Глухов, А.А. Анализ модели распространения продольно-сдвиговых нормальных волн в функционально-градиентном ортотропном слое с двухфакторной экспоненциальной неоднородностью / А.А. Глухов, В.И. Сторожев, С.В. Сторожев // Донецкие чтения 2024: Матер. IX Междунар. научн. конф. (Донецк, 15–17 окт. 2024 г.). – Том 1. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2024. – С. 26–29.

22. Глухов, А.А. Дисперсионное соотношение для поверхностных волн Лява в составной структуре «функционально-градиентный экспоненциально-неоднородный анизотропный слой на функционально-градиентном анизотропном полупространстве с приграничной неоднородностью» / А.А. Глухов // Труды РАНИМИ – Донецк, 2024. – № 3 (41). – Том 2. – С.214–221. DOI:10.24412/2519-2418-2024-341-214-221.

Подписано в печать 24.12.2024г.
Формат 60x84x1/16 Усл. печ. л. 1.25
Печать лазерная. Заказ № 433. Тираж 100 экз.
Отпечатано ИП Сорокина Н.В.
ОГРНИП 323930100237372, г. Донецк,
ул Университетская, 34
Тел.+7 949 418-15-70, E-mail: Print-dc@mail.ru