

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Донецкий государственный университет»

На правах рукописи



Сероштанов Александр Владимирович

**РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОСТИ ДЛЯ
ОДНОРОДНЫХ МНОГОСВЯЗНЫХ ТОНКИХ ПЛИТ**

Специальность 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Донецк – 2025

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Донецкий государственный университет»

Научный руководитель: **Калоеров Стефан Алексеевич**
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Соловьев Аркадий Николаевич**
доктор физико-математических наук, государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Республики Крым «Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова», профессор кафедры математики и физики

Кисель Екатерина Сергеевна
кандидат физико-математических наук, Автомобильно-дорожный институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донецкий национальный технический университет», доцент кафедры «Математическое моделирование»

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет»

Защита состоится «10» октября 2025 года в 13:00 на заседании диссертационного совета 24.2.489.02 при ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет» по адресу: 283001, Донецкая Народная Республика, г. Донецк, проспект Гурова, 14, ауд. 603.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет» по адресу: 283001, Донецкая Народная Республика, г. Донецк, ул. Университетская, 24 и на сайте <http://science.donnu.ru>.

Автореферат разослан «___» _____ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.2.489.02
кандидат физико-математических наук

 А. Б. Мироненко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие современных отраслей промышленности и техники тесно связано с созданием и применением новых материалов, важное место среди которых занимают пьезоматериалы, обладающие магнитоэлектрическим эффектом. Элементы конструкций из таких материалов могут быть использованы при создании широкого диапазона устройств – от бытовых приборов до космических аппаратов. Широкое распространение в качестве таких элементов конструкций получили тонкие пластинки, находящиеся в условиях поперечного изгиба и называемые тонкими плитами. По разным техническим соображениям или технологическим и эксплуатационным причинам указанные элементы могут иметь концентраторы напряжений типа отверстий и трещин. При эксплуатации конструкций вблизи этих дефектов основные характеристики электромагнитоупругого состояния (ЭМУС) (напряжения, перемещения, индукции, напряженности электромагнитного поля) могут достигать предельных значений, что может приводить к разрушению этих элементов конструкций. Это нужно учитывать при проектировании конструкций на прочность. Поэтому необходимо иметь надежные методы определения ЭМУС многосвязных электромагнитоупругих тонких плит и решения с их помощью прикладных задач, возникающих при проектировании соответствующих конструкций.

Степень разработанности проблемы. Несмотря на указанную практическую потребность в разработке методов и решении важных задач, до сих пор эффективные методы решения задач теории изгиба тонких электромагнитоупругих многосвязных плит разработаны недостаточно. Многочисленные исследования проведены лишь для плит простейшей геометрии, чаще всего сплошных из материалов простейшей микроструктуры.

Известно, что при решении задач о напряженно-деформированном состоянии многосвязных изотропных и анизотропных тонких плит достаточно достоверные результаты получаются при использовании комплексных потенциалов.

Для случая изгиба тонких электромагнитоупругих плит (пьезоплит) эти функции были введены лишь в последние годы. Через них были получены соотношения для основных характеристик ЭМУС, граничные условия для их определения, были решены некоторые задачи для односвязных областей.

Методы же решения задач об изгибе тонких электромагнитоупругих плит, занимающих многосвязные области, включая случаи наличия в них бесконечных прямолинейных границ, не были разработаны; не были решены многие важные для инженерной практики задачи, не изучены закономерности изменений ЭМУС пьезоплит в зависимости от свойств их материалов и геометрических характеристик имеющихся в них отверстий и трещин.

Цель и задачи исследования. Целью работы является разработка методов решения задач об изгибе электромагнитоупругих тонких плит, исследование влияния физико-механических свойств их материалов, геометрических характеристик ослабляющих их отверстий и трещин, их количества, взаимного расположения и сочетания на значения основных характеристик ЭМУС, установление качественных и количественных закономерностей изменений указанных вели-

чин. Для достижения этой цели необходимо было для различных классов задач

- исследовать общий вид комплексных потенциалов;
- найти для различных классов задач общие представления комплексных потенциалов в виде рядов с неизвестными коэффициентами;
- для некоторых случаев односвязных плит получить точные аналитические решения соответствующих краевых задач;
- для каждой из рассматриваемых классов задач в случае многосвязных плит задачи приводить к решениям переопределенных систем линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов рядов;
- составить комплексы программ на алгоритмическом языке для численной реализации получаемых решений;
- исследовать эффективность найденных решений и достоверность получаемых результатов;
- проводить численные исследования с изучением закономерностей изменения ЭМУС рассматриваемых плит при различных внешних механических и электромагнитных воздействиях.

Объектом исследования является электромагнитоупругое состояние тонких пьезоплит с отверстиями и трещинами в зависимости от способа внешнего воздействия, геометрических характеристик плит и физико-механических свойств их материалов.

Предметом исследования является разработка математических методов определения электромагнитоупругого состояния тонких пьезоплит; получение решений новых классов задач с исследованием влияния геометрических и физико-механических характеристик плит на возникающее в них ЭМУС.

Методы исследования. Для достижения сформулированной цели в работе развиты методы решения задач об изгибе тонких многосвязных электромагнитоупругих плит, заключающиеся в построении общих представлений комплексных потенциалов для рассматриваемых классов задач, разложении голоморфных функций в ряды Лорана и по полиномам Фабера с неизвестными коэффициентами, определяемыми из граничных условий. При наличии границ в виде бесконечной прямой широко использован метод интегралов типа Коши. В случае многосвязных плит для удовлетворения граничным условиям использовался обобщенный метод наименьших квадратов. Даны решения конкретных задач с исследованиями сходимости решений и достоверности получаемых результатов.

Научная новизна полученных результатов состоит в том, что

- исследованы и установлены общие представления комплексных потенциалов теории изгиба тонких электромагнитоупругих плит в виде различных рядов с неизвестными коэффициентами;
- получены, изучены и использованы точные аналитические решения задач об ЭМУС конечных и бесконечных односвязных пьезоплит;
- решения задач для конечных и бесконечных многосвязных пьезоплит сведены к переопределенным системам линейных алгебраических уравнений, решаемых методом сингулярного разложения;
- с использованием метода интегралов типа Коши получены общие представления комплексных потенциалов, точно удовлетворяющие граничным усло-

виям на прямолинейной границе многосвязной пьезополуплоскости, с дальнейшим нахождением комплексных потенциалов задачи удовлетворением условиям на контурах внутренних отверстий и трещин обобщенным методом наименьших квадратов (ОМНК);

– предложен подход приближенного удовлетворения ОМНК граничным условиям на всех границах многосвязных полуплоскости и полосы, позволяющий решать задачи не только для случая внутренних отверстий и трещин, но и когда последние пересекают прямолинейные границы;

– установлен ряд новых механических закономерностей влияния физико-механических свойств материалов плит, их геометрических характеристик и способов внешнего воздействия на значения основных характеристик ЭМУС.

Достоверность полученных результатов и выводов работы обеспечивается корректным использованием соотношений механики деформируемого твердого тела; строгостью постановки задач и применяемых математических методов; использованием проверенных математических и численных методов; высокой степенью точности удовлетворения граничных условий краевых задач, проверяемых в многочисленных точках границ, непротиворечивостью получаемых результатов известным представлениям о рассматриваемых физических явлениях; согласованием получаемых результатов с известными в литературе для частных задач теории упругости или электроупругости.

Теоретическая ценность полученных результатов заключается в разработке с использованием комплексных потенциалов электромагнитоупругости методов решения различных классов задач для односвязных и многосвязных плит, для полуплоскости и полосы с отверстиями, трещинами и выемами.

Практическая ценность полученных результатов состоит в возможности использования разработанных методов решения задач и программных средств для их численной реализации при расчетах, связанных с проектированием и определением рабочих параметров элементов конструкций в виде тонких плит из пьезоматериалов с отверстиями и трещинами; в возможности получения численных результатов, позволяющих оценивать взаимовлияние отверстий и трещин, их количества, сочетания, расположения относительно друг друга и внешних границ, а также влияние физико-механических свойств материалов на значения основных характеристик ЭМУС.

Апробация результатов работы. Основные положения работы были доложены и обсуждены на ряде заседаний научного семинара по механике сплошных сред кафедры теории упругости и вычислительной математики Донецкого государственного университета под руководством проф. С. А. Калоерова, на ряде научных конференций, в том числе: на V, VI, VII, VIII и IX Междунар. науч. конф. «Донецкие чтения: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности» (г. Донецк, 2020–2024 гг.), на Междунар. мол. научн. форумах «ЛОМОНОСОВ–2020», «ЛОМОНОСОВ–2021», «ЛОМОНОСОВ–2023», на Междунар. конф. к юбилею ректора МГУ академика В. А. Садовниченко «Математика в созвездии наук» (г. Москва, 2024 г.).

В полном объеме диссертационная работа докладывалась на научном семинаре по механике сплошных сред кафедры теории упругости и вычислительной

математики Донецкого государственного университета под руководством проф. С. А. Калоерова.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Проведенные в работе исследования связаны с разработкой конкурсных фундаментальных научно-исследовательских проектов «Методы исследования линейных и нелинейных моделей статического и динамического деформирования анизотропных функционально-градиентных упругих тел» (№ госрегистрации 0120D000014, 2020–2022 гг.) и «Численно-аналитические методы исследования волнового деформирования, ползучести, концентрации напряжений и сопряженных полей в новых классах анизотропных композитных и функционально-градиентных сред» (№ госрегистрации 124012400354-0, 2023–2025 гг.). Результаты исследований по теме диссертации представлены в отчетных материалах по указанным НИР.

На защиту выносятся следующие полученные в работе научные результаты:

- разработка методов решения различных классов задач теории изгиба тонких электромагнитоупругих плит с отверстиями и трещинами;
- установление для рассматриваемых классов задач общего вида комплексных потенциалов;
- получение для некоторых односвязных областей точных аналитических решений рассматриваемых задач;
- получение для конечных или бесконечных многосвязных пьезопластин переопределенных систем линейных алгебраических уравнений по определению неизвестных коэффициентов рядов;
- получение решения задач об изгибе пьезоплиты в виде полуплоскости с внутренними отверстиями и трещинами, основанного на использовании метода интегралов типа Коши и ОМНК с точным удовлетворением граничным условиям на прямолинейной границе и приближенным на контурах отверстий и трещин;
- получение решений задач об изгибе пьезоплиты в виде полуплоскости или полосы с отверстиями и трещинами, в том числе выходящих на прямолинейные границы, с приближенным удовлетворением граничным условиям как на контурах отверстий и трещин, так и на прямолинейных границах обобщенным методом наименьших квадратов;
- решение ряда новых задач теории изгиба электромагнитоупругих плит с отверстиями и трещинами;
- установление новых механических и электромагнитных закономерностей влияния геометрических характеристик пьезоплит и физико-механических свойств их материалов на значения основных характеристик ЭМУС.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Диссертационное исследование соответствует основным направлениям паспорта научной специальности 1.1.8 «Механика деформируемого твёрдого тела», представленным следующими пунктами: 3. Задачи теории упругости, теории пластичности, теории вязкоупругости. 4. Механика композиционных материалов и конструкций, механика интеллектуальных материалов. 11. Математическое моделирование поведения дискретных и континуальных деформируемых сред при механических, тепло-

вых, электромагнитных, химических, гравитационных, радиационных и прочих воздействиях. 12. Вычислительная механика деформируемого твёрдого тела.

Публикации. Основные научные результаты диссертации опубликованы в 21 научной работе, 5 из которых индексируемы наукометрической базой данных Scopus, 11 статей в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России, 10 тезисов и материалов научных конференций.

Личный вклад соискателя. Основные результаты получены автором самостоятельно. В совместно проведенных исследованиях и опубликованных в соавторстве работах соавтору С.А. Калоерову принадлежит участие в постановке задач, выборе метода исследования и обсуждении получаемых результатов, соавтору А.Б. Мироненко принадлежит участие в проведении численных исследований и обсуждении полученных результатов.

Лично автору принадлежат такие, включенные в диссертационную работу и публикации, научные результаты:

- получение общих представлений комплексных потенциалов для различных классов задач в виде рядов с неизвестными коэффициентами;

- получение переопределенных систем линейных алгебраических уравнений по определению неизвестных коэффициентов рядов для каждой рассматриваемой задачи;

- установление общих представлений комплексных потенциалов для многосвязных полуплоскости и полосы, порожденных применением к граничным условиям на прямолинейных границах метода интегралов типа Коши, с дальнейшим использованием ОМНК к граничным условиям на контурах отверстий и трещин;

- распространение на задачи изгиба тонких электромагнитоупругих плит в виде полуплоскости и полосы методики, основанной на приближенном удовлетворении граничным условиям с помощью ОМНК на всех границах; решение на этой основе ряда задач;

- установление закономерностей изменения ЭМУС рассматриваемых пьезоплит при различных внешних механических и электромагнитных воздействиях в зависимости от геометрических характеристик плит и физико-механических свойств их материалов.

Структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованной литературы, который содержит 212 источников, и двух приложений. В работе 33 таблицы и 51 рисунок. Общий объем диссертации составляет 198 страниц, из которых 23 страницы занимает список литературы, 40 страниц – приложения.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении работы обоснована актуальность темы; сформулированы цель, задачи, предмет, объект, методологические основания работы и основные научные результаты, выносимые на защиту; указана связь работы с научными программами, планами; охарактеризованы научная новизна, практическое значение полученных результатов и личный вклад автора в совместные работы.

В первом разделе приведен аналитический обзор известных в литературе публикаций по теме диссертации и смежным темам, описаны формирование и развитие физических представлений и математических моделей магнитоэлектрического эффекта, создание моделей электроупругости, магнитоупругости и электромагнитоупругости, разработка методов и построение решений различных задач об электромагнитоупругом состоянии тел. Анализом литературы охвачено более 200 работ отечественных и зарубежных авторов. Отмечена ведущая роль в развитии теории и ее приложений к решению теоретических и практических задач работ В.А. Бабешко, Д. Берлинкура, А.О. Ватульяна, И.И. Воровича, Ф.Д. Геринга, М.Т. Губера, А.Н. Гузя, А.А. Ильюшина, С.А. Калоерова, Г.Р. Кирхгофа, А.С. Космодамианского, У. Кэди, Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшица, С.Г. Лехницкого, А.И. Лурье, Ж. Можена, Н.И. Мухелишвили, Дж. Ная, А.В. Наседкина, Ю.В. Немировского, В. Новацкого, В.З. Партоня, Ю.Н. Подильчука, Г.Н. Савина, Л.И. Седова, А.Н. Соловьева, Ю.А. Устинова, М.А. Шленева, W. Becker, N. Baroju, С.-P. Chen, А.С. Eringen, С. Gales, Q. Han, P. Heylinger, P.-F. Hou, С. Hwu, X.-F. Li, E. Pan, R. Wang, S.-P. Xu, Z. Yan, Y. Yang, C.Z. Zhang, Y.-F. Zheng и многих других отечественных и зарубежных авторов.

С помощью анализа литературных источников установлено, что к настоящему времени разработаны математические основы электромагнитоупругости, предложены различные методы решения плоских, двумерных и трехмерных задач; решены многочисленные плоские задачи для односвязных и многосвязных областей. В то же время по решению краевых задач теории изгиба тонких электромагнитоупругих плит опубликованы лишь отдельные работы для односвязных плит, и то для плит из пьезоматериалов простейшей микроструктуры; в последние годы были сформулированы краевые задачи общей теории изгиба электромагнитоупругих тонких плит, введены комплексные потенциалы для их решения, исследованы свойства и общие представления этих функций для односвязных и многосвязных областей; но оставались неразработанными методы нахождения комплексных потенциалов при решении различных практически важных классов, таких как многосвязные плита, полуплоскость и полоса с отверстиями, трещинами и выемами, хотя в результатах таких исследований есть большая практическая потребность.

Во втором разделе представлены гипотезы и краевые задачи теории изгиба тонких электромагнитоупругих плит, основные соотношения для комплексных потенциалов, выражения через них основных характеристик ЭМУС плит (механические изгибающий и крутящий моменты, моменты электрической и магнитной индукций, перерезывающие силы на основных площадках), граничные условия для определения комплексных потенциалов, общие представления этих функций для многосвязных областей. В этом же разделе получены точные решения задач об изгибе эллиптической плиты и бесконечной плиты с эллиптическим отверстием или трещиной. Проведены численные исследования, с помощью которых изучено влияние на ЭМУС плит физико-механических свойств их материалов.

Решение задачи об изгибе электромагнитоупругой плиты сводится к определению производных комплексных потенциалов $W'_k(z_k)$ ($k = \overline{1,4}$) обобщенных

комплексных переменных $z_k = x + \mu_k y$, где μ_k – корни известного характеристического уравнения 8-го порядка, из соответствующих граничных условий. При этом, рассмотрены случаи плиты с нагруженным внешними воздействиями (механическими и электромагнитными) краем, с жестко подкрепленным или заземленным краем, с заданием на краю плиты прогиба и производной по нормали (угол наклона изогнутой срединной поверхности к плоскости Oxy), в также идеальный контакт плиты с упругим включением. Установлено, что в общем случае многосвязной области производные комплексных потенциалов электромагнитоупругости имеют вид

$$W'_k(z_k) = \Gamma_k z_k + \sum_{l=1}^L (A_{kl} z_k + B_{kl}) \ln(z_k - z_{kl}) + \sum_{r=1}^R (A_{kr}^0 z_k + B_{kr}^0) \ln(z_k - z_{kr}^0) + W_k'^0(z_k), \quad (1)$$

где Γ_k – постоянные, определяемые из условий на бесконечности; A_{kl}, B_{kl} – постоянные, определяемые заданными по контуру отверстия L_l внешними воздействиями; A_{kr}^0, B_{kr}^0 – постоянные, определяемые заданными сосредоточенными во внутренних точках z_r^0 плиты воздействиями; z_{kl} – точки, соответствующие при аффинном преобразовании $z_k = x + \mu_k y$ произвольным точкам внутри контуров L_l ; z_{kr}^0 – точки, соответствующие при аффинном преобразовании $z_k = x + \mu_k y$ точкам приложения сосредоточенных сил z_r^0 ; $W_k'^0(z_k)$ – функции, голоморфные в областях S_k , получаемых этими же аффинными преобразованиями из заданной области S занимаемой срединной плоскостью плиты, и определяемые из граничных условий на контурах области.

Из общей задачи электромагнитоупругости (ЭМУ) следуют частные задачи электроупругости (ЭУ), когда не учитываются магнитные свойства, магнитоупругости (МУ), когда не учитываются электрические свойства, и классической теории упругости (ТУ), когда не учитываются ни электрические, ни магнитные свойства. При проведении исследований для указанных случаев решения задач по одной единой программе на алгоритмическом языке в работе введены пьезопараметры модельного материала $\lambda_g, \lambda_p, \lambda_{gp}$, характеризующие соответственно степень отклонения значений электрических, магнитных и электромагнитных коэффициентов реальных материалов от модельных. Как показывают численные исследования, уже при $\lambda_p = \lambda_{gp} \leq 10^{-3}$ значения характерных величин при решении задачи ЭМУ получаются такими же, как при решении задачи ЭУ. Такое же имеет место и для других случаев, следовательно, для задач МУ $\lambda_p = 1, \lambda_g = \lambda_{gp} \leq 10^{-3}$, для задач ТУ $\lambda_p = \lambda_g = \lambda_{gp} \leq 10^{-3}$, и для задач ЭМУ $\lambda_g = \lambda_p = \lambda_{gp} = 1$.

Во втором разделе приведены и точные аналитические решения задач для эллиптической плиты и для бесконечной плиты с эллиптическим отверстием. Эти решения получены с применением метода рядов. Проведены многочисленные ис-

следования изменения основных характеристик ЭМУС для плит из трех материалов: композита на основе $\text{BaTiO}_3\text{-CoFe}_2\text{O}_4$ (материал M1), композита на основе CdSe-BaTiO_3 (материал M2), композита на основе $\text{PZT-4-CoFe}_2\text{O}_4$ (материал

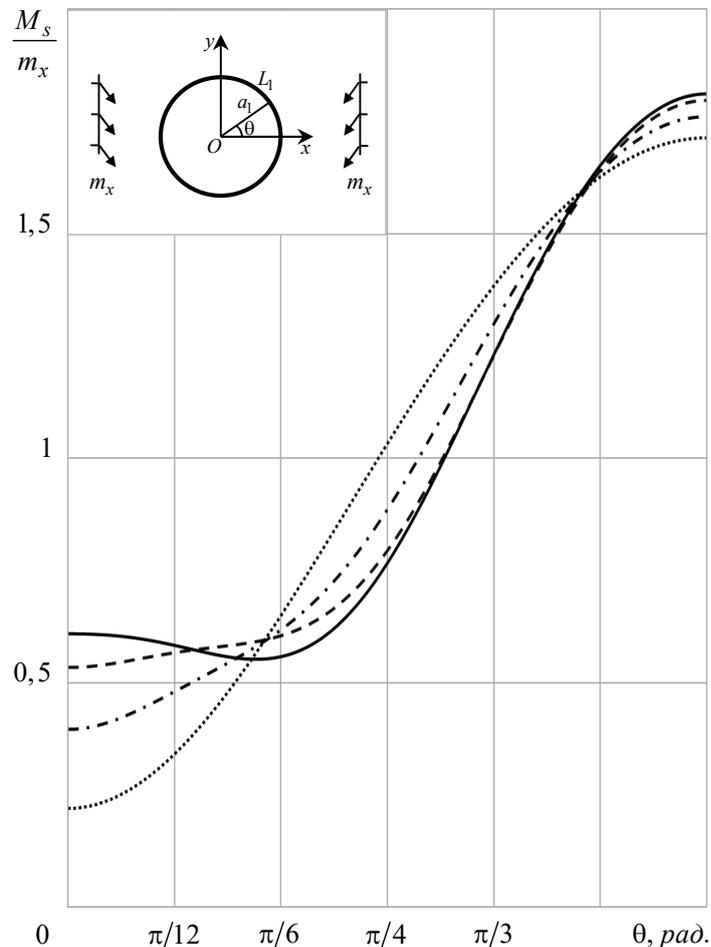


Рис. 1.

даже в случае силовых воздействий при решении задач нельзя пренебрегать ни электрическими, ни магнитными свойствами пьезоматериалов.

В третьем разделе диссертации дано решение задачи для многосвязной электромагнитоупругой плиты с отверстиями и трещинами при произвольном их количестве, сочетании и расположении. Так как контуры произвольных отверстий можно аппроксимировать дугами эллипсов и берегами прямолинейных разрезов,

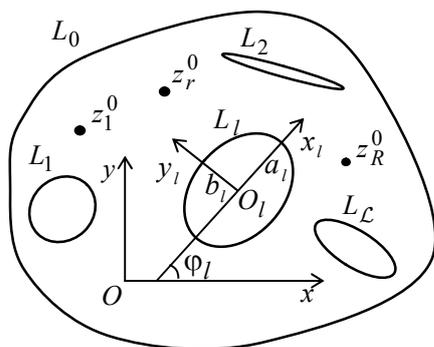


Рис. 2.

рассматриваемых как частные случаи эллипсов, одна из полуосей которых равна нулю, то можно ограничиться случаем плиты с эллиптическими отверстиями. Итак, рассматривается тонкая электромагнитоупругая плита с эллиптическими отверстиями, занимающая многосвязную область S и отнесенная к прямоугольной декартовой системе координат Oxy . Область S ограничена внешним контуром L_0 и контурами отверстий L_l ($l = \overline{1, \mathcal{L}}$) с полуосями a_l, b_l (рис. 2), причем в локальных си-

стемах координат $O_l x_l y_l$ с началами в центрах эллипсов L_l и направлениями осей $O_l x_l$ вдоль полуосей a_l их параметрические уравнения будут такими:

$$x_l = a_l \cos \theta, \quad y_l = b_l \sin \theta, \quad (2)$$

а в основной системе координат Oxy имеют вид

$$\begin{aligned} x &= x_{0l} + x_l \cos \varphi_l - y_l \sin \varphi_l, \\ y &= y_{0l} + x_l \sin \varphi_l + y_l \cos \varphi_l, \end{aligned} \quad (3)$$

где θ – параметр параметрического задания эллипса, изменяющийся от 0 до 2π ; x_{0l} , y_{0l} – координаты начала локальной системы $O_l x_l y_l$ в основной системе Oxy ; φ_l – угол между положительными направлениями осей Ox и $O_l x_l$, отсчитываемый от положительного направления Ox против часовой стрелки. Плита находится под действием приложенных к ее контурам L_l ($l = \overline{0, \mathcal{L}}$) механических изгибающих моментов $m_l(s)$, поперечных сил $p_l(s)$, моментов электрической индукции $m_{dl}(s)$ и магнитной индукции $m_{bl}(s)$, сосредоточенных воздействий (сил, моментов механических и моментов индукционных) во внутренних точках $z_r^0(x_r^0, y_r^0)$ области S . Как частный случай, когда контур L_0 полностью уходит в бесконечность, будем рассматривать и бесконечную многосвязную плиту, и будем предполагать, что на бесконечности действуют механические изгибающие и крутящие моменты M_x^∞ , M_y^∞ , H_{xy}^∞ и моменты индукций (векторов индукций) M_{dx}^∞ , M_{dy}^∞ , M_{bx}^∞ , M_{by}^∞ .

Методами конформных отображений и разложения функций в ряды Лорана и по полиномам Фабера, для функций (1) и их производных получены выражения

$$W'_k(z_k) = (1-g)a_{k00} + g\Gamma_k z_k + N_k(z_k) + \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{kln} \varphi_{kln}(z_k), \quad (4)$$

$$W''_k(z_k) = g\Gamma_k + N'_k(z_k) + \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{kln} \varphi'_{kln}(z_k), \quad (5)$$

в которых $g = 0$ для конечной области, $g = 1$ для бесконечной области;

$$N_k(z_k) = \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} (A_{kl} z_k + B_{kl}) \ln(z_k - z_{kl}) + \sum_{r=1}^R (A_{kr}^0 z_k + B_{kr}^0) \ln(z_k - z_{kr}^0),$$

$$\begin{aligned} N'_k(z_k) &= \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \left[A_{kl} \ln(z_k - z_{kl}) + \frac{A_{kl} z_k + B_{kl}}{z_k - z_{kl}} \right] + \\ &+ \sum_{r=1}^R \left[A_{kr}^0 \ln(z_k - z_{kr}^0) + \frac{A_{kr}^0 z_k + B_{kr}^0}{z_k - z_{kr}^0} \right], \end{aligned}$$

$$\varphi_{k0n}(z_k) = \left(\frac{z_k - z_{k0}}{R_{k0}} \right)^n, \quad \varphi_{kln}(z_k) = \frac{1}{\zeta_{kl}^n} \quad (l = \overline{1, \mathcal{L}});$$

$$\varphi'_{k0n}(z_k) = \frac{n(z_k - z_{k0})^{n-1}}{R_{k0}^n}, \quad \varphi'_{kln}(z_k) = -\frac{n}{R_{kl}\zeta_{kl}^{n-1}(\zeta_{kl}^2 - m_{kl})};$$

ζ_{kl} – переменные, получаемые из конформных отображений

$$\begin{aligned} z_k &= z_{kl} + R_{kl} \left(\zeta_{kl} + \frac{m_{kl}}{\zeta_{kl}} \right), \\ z_{kl} &= x_{0l} + \mu_k y_{0l}, \\ R_{kl} &= \frac{a_l (\cos \varphi_l + \mu_k \sin \varphi_l) + ib_l (\sin \varphi_l - \mu_k \cos \varphi_l)}{2}, \\ m_{kl} &= \frac{a_l (\cos \varphi_l + \mu_k \sin \varphi_l) - ib_l (\sin \varphi_l - \mu_k \cos \varphi_l)}{2R_{kl}}, \end{aligned} \quad (6)$$

внешностей единичных кругов $|\zeta_{kl}| \geq 1$ на внешности эллипсов L_{kl} , получаемых при аффинном преобразовании $z_k = x + \mu_k y$ из контуров L_l ($l = \overline{g, \mathcal{L}}$). Входящие в функции (4) и (5) постоянные a_{kln} определяются из граничных условий на контурах плиты обобщенным методом наименьших квадратов. Для этого на каждом из контуров выбирается набор точек $t_{pm}(x_{pm}, y_{pm})$ ($p = \overline{g, \mathcal{L}}; m = \overline{1, t_p}$), в которых удовлетворяются граничные условия с получением систем

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} g_{ikp} \delta_{k,s} \varphi'_{kln}(t_{kpm}) a_{kln} &= -2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 g_{ikp} \delta_{k,s} (g\Gamma_k + \\ &+ N'_k(t_{kpm})) + \frac{df_{ip}(t_{pm})}{ds} \quad (i = \overline{1, 4}; p = \overline{g, \mathcal{L}}; m = \overline{1, M_p}). \end{aligned} \quad (7)$$

где $\delta_{k,s} = dz_k/ds$; g_{ikp} – постоянные, $f_{ip}(t_{pm})$ – функции, зависящие от способа нагружения или подкрепления контура L_p . Кроме уравнений (7), для каждого контура отверстия должны выполняться уравнения

$$2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 ia_{kl1} = 0 \quad (l = \overline{1, \mathcal{L}}), \quad (8)$$

следующие из условия однозначности прогиба при полном обходе контуров отверстий L_l .

После решения систем уравнений (7) и (8) методом сингулярных разложений, постоянные a_{kln} , а следовательно, и функции $W'_k(z_k)$ будут известными, и по ним можно вычислять основные характеристики ЭМУС изгиба в любой точке плиты, а в случае трещин и коэффициенты интенсивности моментов (КИМ) для их вершин.

С использованием приведенного решения были проведены численные исследования для различных задач. Были рассмотрены случаи круговой плиты с отверстиями, трещинами или выемами при действии изгибающих моментов по внешнему контуру плиты; бесконечной плиты с двумя эллиптическими отверсти-

ями или трещинами, с круговым отверстием и внутренней или краевой трещиной. В работе полученные результаты приведены в таблицах и на рисунках, дан анализ изменений ЭМУС в зависимости от геометрических характеристик отверстий и трещин, физико-механических свойств материалов плит. При проведении расчетов количество членов в бесконечных рядах (4), (5) и «коллокационных» точек t_p на контурах L_p ($p = \overline{g, \mathcal{L}}$), для которых составлялись линейные алгебраические уравнения (7) увеличивалось до тех пор, пока граничные условия на контурах не удовлетворялись с достаточно высокой степенью точности, пока относительная погрешность не становилась менее сотых долей процента. Для такого удовлетворения граничным условиям, как показали численные исследования, в решаемых задачах достаточно было в указанных рядах оставлять от 10 до 150 членов, и на каждом из контуров брать от 30 до 500 «коллокационных точек». Ниже описаны лишь некоторые из полученных результатов в случае плиты из наиболее пьезоактивного материала М2.

На рис. 3 для круговой плиты с внешним круговым контуром радиуса a_0 с двумя симметричными круговыми выемками радиуса $a_1 = a_0 / 2$ с центрами на внешнем контуре и центральным круговым отверстием радиуса a_3 при изгибе под действием моментов m_0 по внешнему контуру с точностью до множителя m_0 приведены значения изгибающих моментов M_s / m_0 в точках контура центрального кругового отверстия для некоторых значений отношения a_3 / a_0 в зависимости от центрального угла θ , отсчитываемого от положительного направления оси Ox против часовой стрелки. Как видно, с ростом радиуса центрального отверстия значения моментов около контура отверстия в зоне перемычек (при $\theta < \pi / 6$) резко растут, незначительно изменяясь вдали от перемычек.

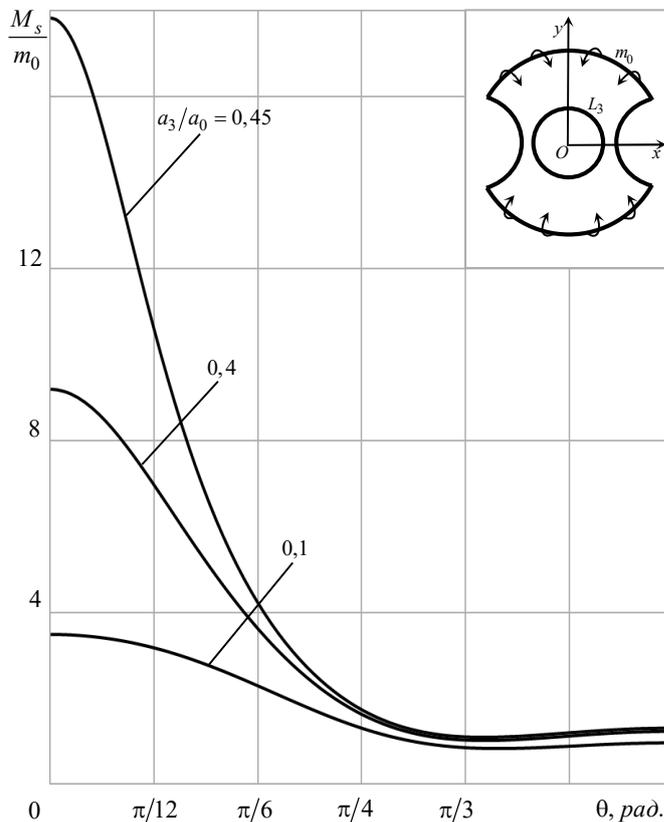


Рис. 3.

На рис. 4 для бесконечной плиты с двумя круговыми отверстиями радиуса a_1 вдоль оси Ox при действии на бесконечности механических моментов $M_y^\infty = m_y$ изображены графики распределения моментов M_s / m_y для некоторых значений c / a_1 , где c – расстояние между контурами отверстий. Сплошные линии относятся к задаче ЭМУ, штриховые – к задаче ТУ. Из приведенных данных и других полученных результатов следует, что при сближении отверстий друг с

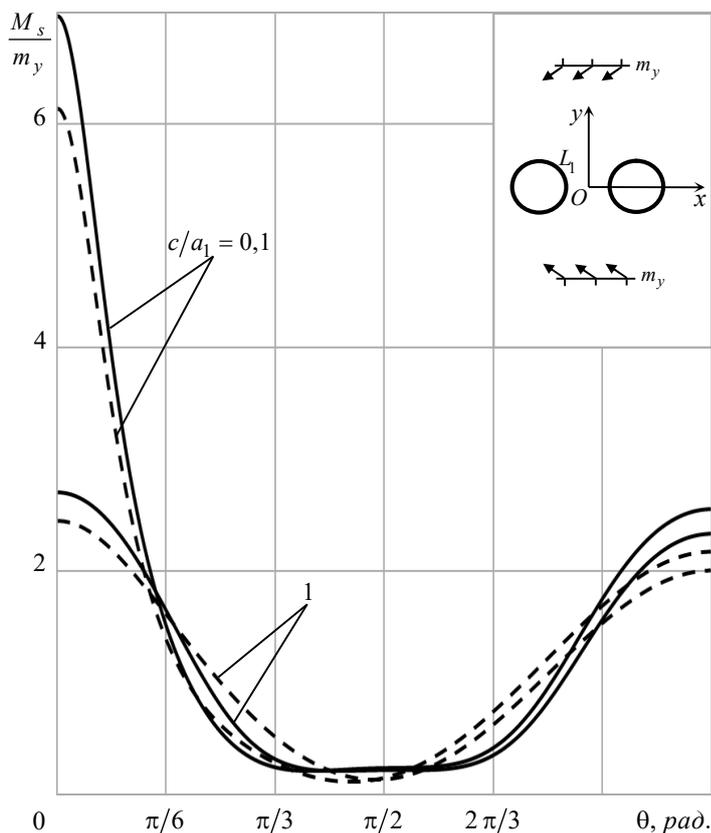


Рис. 4.

другом значения основных характеристик ЭМУС в зоне между отверстиями резко возрастают, незначительно изменяясь в других зонах. Учет пьезосвойств материала (ср. значения моментов в задачах ЭМУ и ТУ) значительно влияет на значения изгибающих моментов, особенно в зонах наибольшей концентрации изгибающих моментов. Следовательно, при решении вопросов прочности элементов конструкций с отверстиями из пьезоматериалов нельзя ограничиваться решением задачи ТУ, а нужно решать задачу ЭМУ. Из описанных результатов также следует, что с увеличением расстояния между отверстиями значения основных характеристик ЭМУС около контуров отверстий уменьшаются и при расстояниях между контурами,

больших диаметра отверстия (при $c/a_1 > 2$) влиянием одного отверстия на ЭМУС около другого не значительно и им можно пренебречь и считать плиту ослабленной одним отверстием.

В третьем разделе также даны решения периодической и двоякопериодической задач об изгибе пьезоплиты с эллиптическими отверстиями или трещинами. Описаны результаты численных исследований для плиты с периодическим рядом круговых отверстий или трещин, двоякопериодической системой круговых отверстий с полным или частичным учетом пьезосвойств, без их учета.

Четвертый раздел диссертации посвящен решению задач об изгибе электромагнитоупругих многосвязных полуплоскости и полосы. Сперва рассматривается случай полуплоскости с внутренними отверстиями и трещинами, нагруженная или подкрепленная по некоторому отрезку $[c, d]$ прямолинейной границы, по контурам отверстий и на бесконечности. Методом интегралов типа Коши получены общие представления комплексных потенциалов электромагнитоупругого изгиба, которые точно удовлетворяют граничным условиям на прямолинейной границе

$$W'_k(z_k) = F^+(z_k) + \Gamma_k z_k + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_{kln} \phi_{kln}(z_k) - \sum_{q=1}^4 \frac{r_{kk+q-1}}{r_{kk+q-1}} a_{k+q-1ln} \phi_{k+q-1ln}^+(z_k) \right], \quad (9)$$

здесь $F^+(z_k)$ – функции, зависящие от способа нагружения отрезка $[c, d]$; $\overline{r_{kk}}$ –

постоянные, зависящие от способа загрузки или подкрепления отрезка $[c, d]$;

$$\Phi_{kln}(z_k) = \frac{1}{\zeta_{kl}^n}, \quad \Phi_{k+q-1ln}^+(z_k) = \frac{1}{\left(\zeta_{k+q-1l}^+\right)^n},$$

ζ_{kl} – переменные, определяемые из равенств (6); ζ_{k+q-1l}^+ – переменные, определяемые из конформных отображений

$$z_k = -\overline{(\mu_{k+q-1} - \mu_k)} h^+ + \overline{z_{k+q-1l}} + \overline{R_{k+q-1l}} \left(\zeta_{k+q-1l}^+ + \frac{\overline{m_{k+q-1l}}}{\zeta_{k+q-1l}^+} \right) \quad (q = \overline{1, 4}), \quad (10)$$

внешностей единичных кругов $|\zeta_{k+q-1l}^+| \geq 1$ на внешности контуров L_{k+q-1l}^+ верхних (относительно границы L_k^+) полуплоскостей S_k^+ переменной z_k ; a_{kln} – неизвестные постоянные, определение которых из граничных условий на внутренних контурах плиты ОМНК сведено к решению системы линейных алгебраических уравнений.

В случае, когда отверстия или трещины могут пересекать прямолинейную границу полуплоскости, на основании (9) предложен метод приближенного удовлетворения граничным условиям как на контурах отверстий, так и на прямолинейной границе полуплоскости обобщенным методом наименьших квадратов. В этом случае исходя из представлений (9) комплексные потенциалы задачи можно представить в виде

$$W_k'(z_k) = F^+(z_k) + \Gamma_k z_k + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_{kln} \Phi_{kln}(z_k) + b_{kln} \Phi_{kln}^+(z_k) \right], \quad (11)$$

где

$$\Phi_{kln}(z_k) = \frac{1}{\zeta_{kl}^n}, \quad \Phi_{kln}^+(z_k) = \frac{1}{\left(\zeta_{kl}^+\right)^n};$$

a_{kln} , b_{kln} – неизвестные постоянные, для определения которых из граничных условий на контурах отверстий и прямолинейной границе обобщенным методом наименьших квадратов получается переопределенная система линейных алгебраических уравнений.

В этом же разделе так же рассмотрен случай изгиба электромагнитоупругой многосвязной полосы со свободными прямолинейными границами. Комплексные потенциалы в данном случае будут иметь вид

$$W_k'(z_k) = \Gamma_k z_k + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_{kln} \Phi_{kln}(z_k) + b_{kln} \Phi_{kln}^+(z_k) + c_{kln} \Phi_{kln}^-(z_k) \right], \quad (12)$$

где

$$\Phi_{kln}(z_k) = \frac{1}{\zeta_{kl}^n}, \quad \Phi_{kln}^+(z_k) = \frac{1}{\left(\zeta_{kl}^+\right)^n}, \quad \Phi_{kln}^-(z_k) = \frac{1}{\left(\zeta_{kl}^-\right)^n};$$

ζ_{kl}, ζ_{kl}^+ – функции, вычисляемые из соответствующих конформных отображений (6), (10); ζ_{kl}^- – функции, вычисляемые из аналогичных (10) конформных отображений

$$z_k = (\overline{\mu_k} - \mu_k) h^- + \overline{z_{kl}} + \overline{R_{kl}} \left(\zeta_{kl}^- + \frac{\overline{m_{kl}}}{\zeta_{kl}^-} \right), \quad (13)$$

внешностей единичных кругов $|\zeta_{kl}^-| \geq 1$ на внешности контуров L_{kl}^- нижних (относительно границы L_k^-) полуплоскостей S_k^- переменной z_k ; $a_{kln}, b_{kln}, c_{kln}$ – неизвестные постоянные, для определения которых из граничных условий на контурах отверстий и прямолинейных границах полосы ОМНК получается переопределенная система линейных алгебраических уравнений.

Решено множество задач для полуплоскости и полосы с произвольно расположенными отверстиями и трещинами, в том числе с выходящими на прямолинейную границу. Численные исследования проведены для изгиба полуплоскости усилиями $M_x^\infty = m_x$, когда полуплоскость была ослаблена круговым отверстием или вертикальной трещиной, в том числе выходящими на прямолинейную границу (случай полуплоскости с выемом или разрезом), круговым отверстием и внутренней вертикальной трещиной в перемычке, круговым отверстием, имеющим краевую трещину в перемычке, в том числе выходящей на прямолинейную границу (случай полуплоскости с круговым отверстием и разрезом между отверстием и границей полуплоскости). Для полосы численные исследования были проведены для случаев, когда она была ослаблена круговым отверстием, в том числе выходящим на одну из прямолинейных границ, когда она имела круговое отверстие и краевую трещину из него в перемычке, в том числе выходящую на прямолинейную границу. Для удовлетворения граничным условиям необходимо было в рядах (9), (11), (12) оставлять от 10 до 120 членов, на каждом из контуров отверстий и на «коллокационных отрезках» прямолинейных границ брать от 50 до 500 «коллокационных точек». При этом в качестве «коллокационных отрезков» на прямолинейных границах были отрезки длины 1–3 диаметра основного концентратора моментов с центром в точке, где наиболее существенно влияние отверстий и трещин. Как показывают исследования, за этими отрезками не наблюдаются существенные изменения концентрации моментов (следовательно, и напряжений), то есть значения этих величин здесь практически такие же как в полуплоскости или полосе без отверстий и трещин.

На рис. 5 для полуплоскости из материала М2, для некоторых значений c/a_1 , где c – длина перемычки между контуром отверстия и границей полуплоскости, изображены графики распределения M_s/m_x по контуру отверстия в зависимости от центрального угла θ , отсчитываемого от оси Ox против часовой стрелки, причем сплошные линии относятся к задаче ЭМУ, пунктирные – к задаче ТУ. Как видно, с приближением отверстия к прямолинейной границе значения моментов в точках перемычки и прямолинейной границы вблизи перемычки резко возрастают, незначительно изменяясь в остальных точках. На рис. 6 для некото-

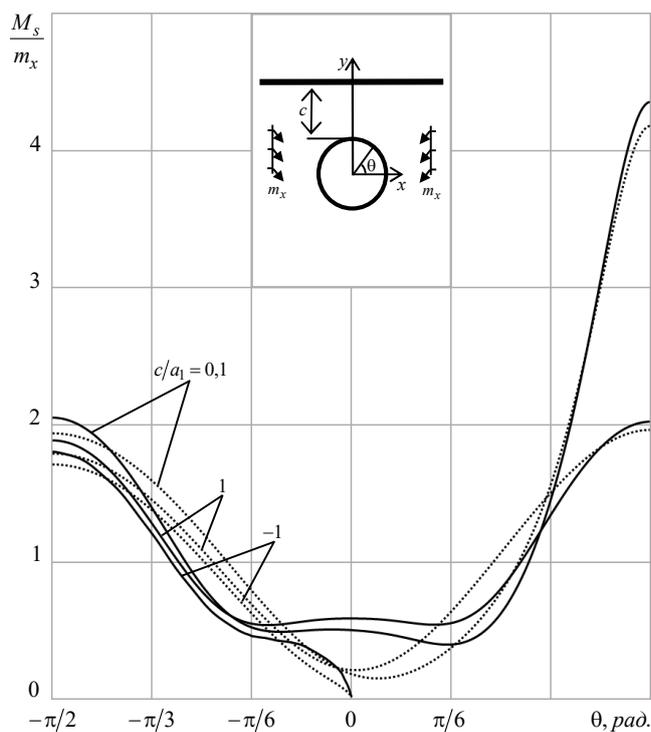


Рис. 5.

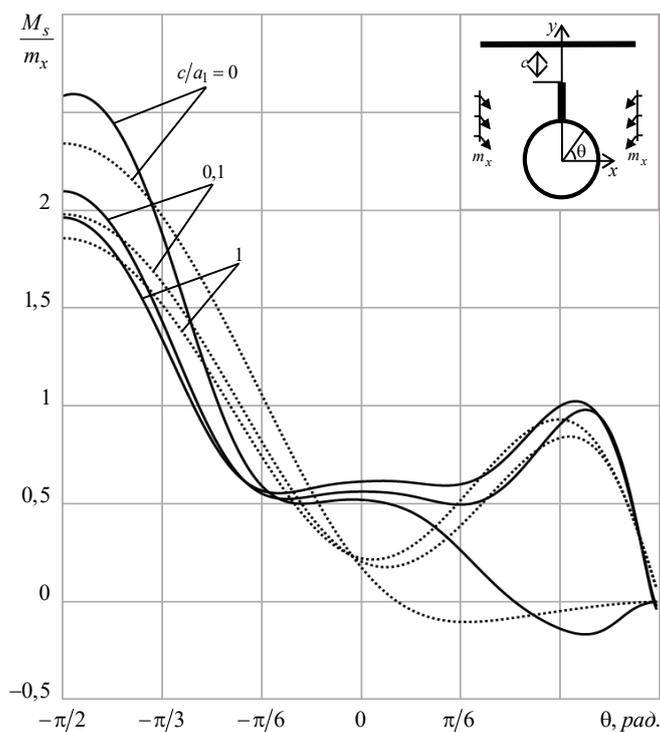


Рис. 6.

рых значений c/a_1 , где c – длина перемычки между вершиной трещины и границей полуплоскости, изображены графики распределения моментов M_s/m_x по контуру отверстия для полуплоскости из материала М2. Приближение кругового отверстия с краевой трещиной к границе полуплоскости ведет к весьма существенному росту концентрации изгибающих моментов в точках перемычки, около контура отверстия и около прямолинейной границы вблизи перемычки. Выход трещины на прямолинейную границу (случай разреза между контуром отверстия и границей полуплоскости) резко снижает значения моментов в точках перемычки и незначительно изменяет их вблизи прямолинейной границы. Незначительное уменьшение значений моментов наблюдается и с уменьшением длины разреза.

На рис. 7 для полосы из материала М2, для некоторых значений c_1/a_1 , где c_1 – длина перемычки между контуром отверстия и границами полосы, изображены графики распределения M_s/m_x по контуру отверстия в зависимости от центрального угла θ , отсчитываемого от оси Ox против часовой стрелки, а на рис. 8 изображены графики распределения моментов M_x/m_x по отрезку прямолинейной границы L^+ . Из представленных рисунков и других полученных данных следует, что влияние прямолинейных границ полосы на напряженное состояние около отверстия значительно, если отверстие находится на расстоянии менее диаметра отверстия от них. Сближение отверстия с некоторой прямолинейной границей приводит к значительному росту концентрации моментов (следовательно, и напряжений) в зоне между отверстием и этой прямолинейной границей с незначительными изменениями в других зонах. При выходе отверстия на прямолинейную границу концентрация моментов резко уменьшается вблизи выема как около контура отверстия, так и в точках прямолинейной границы. В полосе с отверстием (при учете влияния обеих прямолинейных границ) значения моментов получаются не

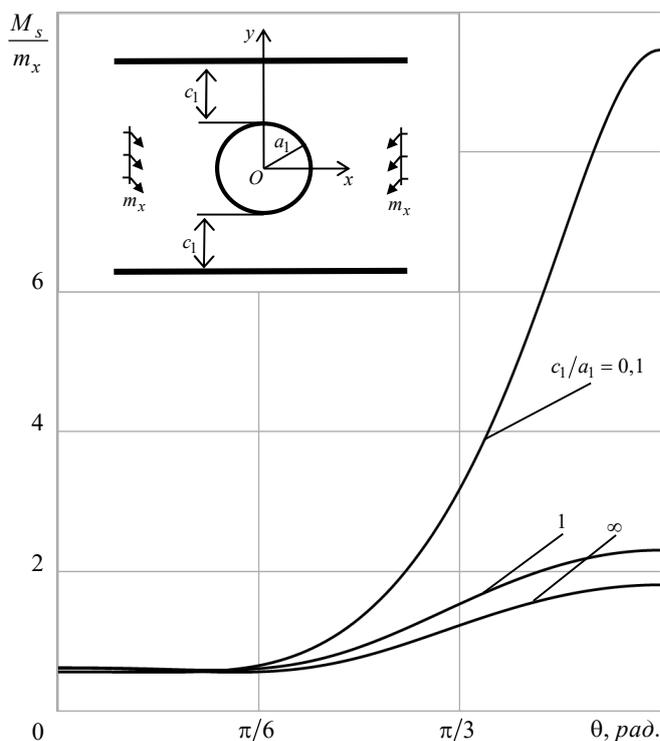


Рис. 7.

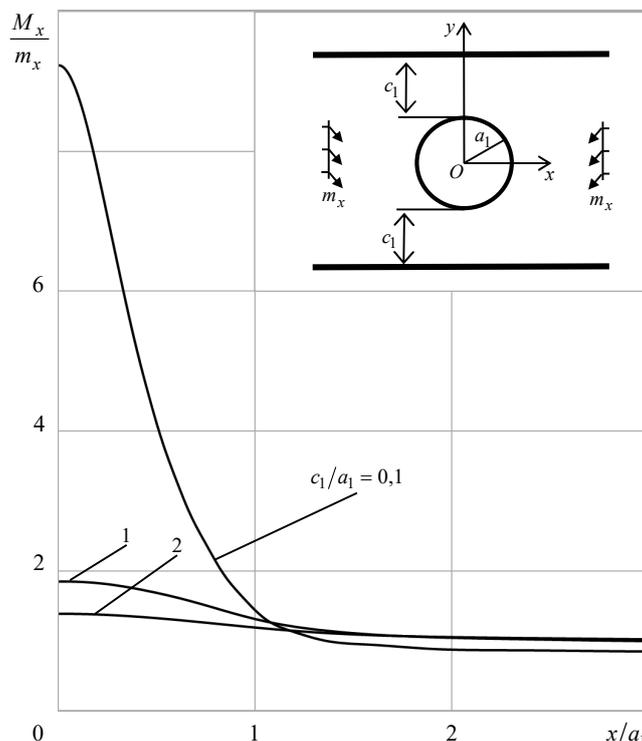


Рис. 8.

сколькo выше, чем в полуплоскости (при учете влияния только одной прямолинейной границы).

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В результате проведенных в диссертационной работе исследований разработаны методы решения задач об изгибе электромагнитоупругих тонких плит, даны их приложения к решениям различных классов задач для односвязных и многосвязных конечных и бесконечных плит, полуплоскости или полосы с отверстиями, трещинами и выемами.

Основные научные результаты и выводы, полученные в работе, следующие:

1. Исследованы основные соотношения теории изгиба электромагнитоупругих тонких плит.

2. Показано введение обобщенных комплексных потенциалов теории изгиба электромагнитоупругих тонких плит, сведение краевых задач теории изгиба электромагнитоупругих плит к граничным условиям по определению комплексных потенциалов, нахождение основных характеристик ЭМУС по комплексным потенциалам.

3. Даны точные аналитические решения ряда задач для односвязных плит.

4. С использованием методов конформных отображений, разложений функций в ряды Лорана и по полиномам Фабера, обобщенного метода наименьших квадратов разработан численно-аналитический метод определения комплексных потенциалов для конечной или бесконечной многосвязной плиты с произвольно расположенными отверстиями и трещинами (в том числе с пересекающимися контурами), приводящий задачи к переопределенным системам ли-

нейных алгебраических уравнений, решаемых методом сингулярных разложений.

5. Предложен, основанный на использовании метода интегралов типа Коши, подход решения задач электромагнитоупругости для полуплоскости с внутренними отверстиями и трещинами с точным удовлетворением граничным условиям на прямолинейной границе и приближенным удовлетворением (обобщенным методом наименьших квадратов) на контурах отверстий и трещин.

6. Предложен, основанный на приближенном удовлетворении граничным условиям на всех границах многосвязных полуплоскости и полосы, метод, позволяющая решать задачи не только для случая внутренних отверстий и трещин, но и когда последние пересекают прямолинейные границы.

7. Получены теоретические решения ряда задач с их алгоритмизацией.

8. На алгоритмическом языке C++ составлены комплексы программ численной реализации полученных решений.

9. Численными исследованиями установлена эффективность разработанных методик решения различных классов задач, устойчивость и достоверность получаемых результатов.

10. Проведены численные исследования по решению ряда задач, с помощью которых установлены новые закономерности влияния на значения основных характеристик ЭМУС физико-механических свойств материалов рассматриваемых плит, их геометрических характеристик. В частности, установлено, что учет электромагнитных свойств материалов тонких плит вносит значительный вклад в значения основных характеристик ЭМУС, следовательно, при исследованиях нельзя пренебрегать пьезосвойствами материалов, решая классическую задачу изгиба тонких анизотропных плит, а нужно решать общую задачу электромагнитоупругости. Это влияние особенно велико в зонах высоких концентраций моментов, где значения основных характеристик ЭМУС с учетом и без учета пьезосвойств могут даже в несколько раз отличаться друг от друга. Установлено также значительное влияние на значения основных характеристик ЭМУС геометрических характеристик рассматриваемых плит, в частности, расстояние между отверстиями и трещинами, способ их подкрепления, их геометрические характеристики. При сближении границ (отверстий, трещин, бесконечных прямолинейных границ) значения основных характеристик ЭМУС в точках перемычек, а в случае трещин и КИМ резко растут, иногда в десятки раз.

11. Результаты, представленных в диссертационной работе исследований, имеют как теоретический, так и практический интерес. Предложенные методы решения задач могут использоваться для решения разнообразных инженерных задач.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК

1. Калоеров С.А., Исследование изгиба тонких электромагнитоупругих плит / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Прикладная механика и техническая физика. – 2022. – Т. 63, № 2(372). – С. 151-165. – DOI:10.15372/PMTF20220214. – EDN: WUCJZS. (Переводная

версия: Kaloerov S.A., Bending of thin electromagnetoelastic plates / S.A. Kaloerov, A.V. Seroshtanov // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2022. – Vol. 63, No. 2. – P. 308-320. – DOI:10.1134/s0021894422020146.)

2. Калоеров С.А., Решение задачи об электромагнитоупругом изгибе многосвязной плиты / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Прикладная механика и техническая физика. – 2022. – Т. 63, № 4(374). – С. 143-155. – DOI:10.15372/PMTF20220415. – EDN: LWKFFP. (**Переводная версия:** Kaloerov S.A., Solving the problem of electro-magneto-elastic bending of a multiply connected plate / S.A. Kaloerov, A.V. Seroshtanov // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2022. – Vol. 63, No. 4. – P. 676-687. – DOI:10.1134/s0021894422040150.)

3. Калоеров С.А., Исследование электромагнитоупругого состояния конечной многосвязной тонкой плиты / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2023. – № 4. – С. 34-44. – DOI: 10.15593/perm.mech/2023.4.04. – EDN: ANPNLC.

4. Калоеров С.А., Исследование электромагнитоупругого состояния тонкой многоугольной плиты с отверстиями и трещинами / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов, А.Б. Мироненко // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2023. – № 1(82). – С. 5-20. – DOI:10.24412/0136-4545-2023-1-5-20. – EDN: APLKBS.

5. Калоеров С.А., Изгиб тонкой электроупругой многосвязной полуплоскости / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов, А.Б. Мироненко // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2023. – № 3(84). – С. 44-60. – DOI:10.24412/0136-4545-2023-3-44-60. – EDN: JHSYGU.

6. Калоеров С.А., Решение задачи о поперечном изгибе полуплоскости с отверстиями и трещинами / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2023. – № 3. – С. 3-20. – EDN: GZBAPP.

7. Калоеров С.А., Решение задачи об изгибе многосвязной пьезополуплоскости с приближенным удовлетворением граничным условиям на прямолинейной границе / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2024. – № 1. – С. 28-41. – DOI:10.5281/zenodo.12527097. – BYCRBC.

8. Калоеров С.А., Решение задачи электроупругости об изгибе полуплоскости с произвольными отверстиями и трещинами / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2024. – № 2(87). – С. 41-54. – DOI:10.24412/0136-4545-2024-2-41-54. – EDN: ELCONA.

9. Сероштанов А.В., Решение задачи об изгибе электромагнитоупругой многосвязной тонкой плиты с жестко подкрепленными отверстиями / А.В. Сероштанов // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2025. – № 1. – С. 12-20. – DOI: 10.5281/zenodo.14922486. – EDN: WYOOQV.

10. Калоеров С.А., Решение задачи о поперечном изгибе электромагнитоупругой полуплоскости с отверстиями и трещинами / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2025. – № 1. – С. 20–33. – DOI: 10.15593/perm.mech/2025.1.02. – EDN: UGJQVI.

11. Калоеров С.А., Решения периодической и двоякопериодической задач об изгибе тонкой пьезоплиты с отверстиями и трещинами / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Изв. РАН. МТТ. – 2025. – № 2. – С. 28-45. – DOI: 10.31857/S1026351925020029. – EDN: AMQLIM. (**Переводная версия:** Kaloerov S.A., Solutions of Periodic and Doubly Periodic Bending Problems of a Thin Piezo Plate with Holes or Cracks / S.A. Kaloerov, A.V. Seroshtanov // Mechanics of Solids. – 2025. – Vol. 60, No. 2. – P. 812-824.)

Публикации в других изданиях

12. Калоеров С.А., Изгиб тонких электромагнитоупругих плит / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Современные проблемы механики сплошной среды: тезисы докладов XX Международной конференции, Ростов-на-Дону, 18-21 июня 2020 года. – Ростов-на-Дону - Таганрог: Южный федеральный университет, 2020. – С. 81. – EDN: RULLEG.

13. Калоеров С.А., Точные аналитические решения задач изгиба тонких электромагнитоупругих односвязных плит / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Донецкие чтения 2020: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: Материалы V Международной научной конференции, Донецк, 17-18 ноября 2020 года / Под общей редакцией С.В. Беспаловой. Том 1. Часть 1. – Донецк: Донецкий национальный университет, 2020. – С. 71-73. – EDN: JESRLK.

14. Калоеров С.А., Решение задачи об электромагнитоупругом изгибе тонкой плиты с отверстиями / С.А. Калоеров, А.Б. Мироненко, А.В. Сероштанов // Донецкие чтения 2021: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: материалы VI Международной научной конференции, Донецк, 26-27 октября 2021 года. Том 1. – Донецк: Донецкий национальный университет, 2021. – С. 44-47. – EDN: VYNLYQ.

15. Сероштанов А.В., Решение задачи об изгибе тонкой многосвязной плиты из пьезоматериалов / А.В. Сероштанов // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2021» / Отв. ред. И.А. Алешковский, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов, Е.И. Зимакова. [Электронный ресурс] – М.: МАКС Пресс, 2021. – ISBN 978-5-317-06593-5.

16. Калоеров С.А., Решение задачи изгиба конечной многосвязной тонкой пьезоплиты с отверстиями и трещинами / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Донецкие чтения 2022: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: материалы VII Международной научной конференции, посвящённой 85-летию Донецкого национального университета, Донецк, 27-28 октября 2022 года. Том 1. – Донецк: Донецкий национальный университет, 2022. – С. 56-58. – EDN: LVLHWW.

17. Сероштанов А.В., Решение периодической и двоякопериодической задачи изгиба электромагнитоупругой пластинки с эллиптическими отверстиями или трещинами / А.В. Сероштанов // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2022» / Отв. ред. И.А. Алешковский, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов, Е.И. Зимакова. [Электронный ресурс] – М.: МАКС Пресс, 2022. – ISBN 978-5-317-06824-0.

18. Калоеров С.А., Задача изгиба тонкой электромагнитоупругой плиты с периодическим рядом отверстий или трещин / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Донецкие чтения 2023: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: Материалы VIII Международной научной конференции, Донецк, 25-27 октября 2023 года. – Донецк: Донецкий государственный университет, 2023. – С. 55-57. – EDN: OLTDVC.

19. Сероштанов А.В., Решение задачи изгиба прямоугольной электромагнитоупругой многосвязной плиты с отверстиями и трещинами / А.В. Сероштанов // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2023» / Отв. ред. И.А. Алешковский, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов, Е.И. Зимакова. [Электронный ресурс] – М.: МАКС Пресс, 2023. – ISBN 978-5-317-06952-0.

20. Калоеров С.А., Решение задач изгиба тонких пьезоплит с отверстиями и трещинами методом комплексных потенциалов электромагнитоупругости / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Международная конференция «Математика в созвездии наук». К юбилею ректора МГУ академика Виктора Антоновича Садовниченко: Тезисы докладов / Орг. комитет: В.А. Садовничий, А.И. Шафаревич, И.А. Соколов [и др.]. — Москва: Издательство Московского университета, 2024. – С. 409-411.

21. Калоеров С.А., Исследование электромагнитоупругого состояния многосвязной полуплоскости при ее поперечном изгибе / С.А. Калоеров, А.В. Сероштанов // Донецкие чтения 2024: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: Материалы IX Международной научной конференции, Донецк, 15-17 октября 2024 г. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2024. – Т. 1. – С. 48-50. – EDN: KFRJCC.

Сероштанов Александр Владимирович

**РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОСТИ ДЛЯ
ОДНОРОДНЫХ МНОГОСВЯЗНЫХ ТОНКИХ ПЛИТ**

Специальность 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Издательский дом «ЭДИТ»

ДНР, г. Донецк, ул. Кирова, 90 и; +7(949) 332 36 75; info@edit-dn.ru; www.edit-dn.ru

Подписано в печать 04.07.2025 г, формат 60x90/16

Бумага офсетная, гарнитура Times New Roman

у.п.л. 1,27; у.и.л. 1,40. Заказ № 10 от 04.07.2025 г.; тираж 100 экз.

Отпечатано с готового оригинал-макета

В типографии «Издательский дом «ЭДИТ»

ДНР, г. Донецк, ул. Кирова, 90 и; +7(949) 332 36 75