



ФГБОУ ВО
«Донецкий государственный университет»

Математика в профессиональной деятельности

**Материалы
VII Международной
студенческой
научно-практической
конференции-
конкурса**

Донецк 2025

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Математика в профессиональной деятельности

Материалы

VII Международной студенческой
научно-практической конференции-конкурса

(15 мая 2025 г.)



Донецк, 2025

ББКВ1я431+Ч21в641я431

УДК 51-7(082)

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета математики и информационных технологий
ФБГОУ ВО «Донецкий государственный университет»
протокол № 9 от 27.06.2025*

М34

Математика в профессиональной деятельности : материалы VII Международной студенческой научно-практической конференции-конкурса, 15 мая 2025 года / Донецкий Гос. ун-т ; редкол. : Е. Г. Евсеева [и др.]. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2025. – 268 с.

Редакционная коллегия:

Е.Г. Евсеева, Ю.Ю. Коняева, Л.А. Гладкова, А.В. Зыза,
А.С. Гребенкина, Д.А. Скворцова

В сборник включены тезисы докладов VII Международной студенческой научно-практической конференции-конкурса «Математика в профессиональной деятельности», работа которой проходила по секциям:

1. Приложения математики в физике и технике.
2. Экономико-математическое моделирование.
3. Математические методы в химии, биологии и медицине.
4. Информационные технологии в обучении математике.
5. Математика в гуманитарных профессиях.

ББКВ1я431+Ч21в641я431

УДК 51-7(082)

©Коллектив авторов, 2025

©Донецкий государственный
университет (ДонГУ), 2025

УВАЖАЕМЫЕ УЧАСТНИКИ КОНФЕРЕНЦИИ!

В 2025 году студенческая научно-практическая конференция «Математика в профессиональной деятельности» проводилась уже в 7-й раз, но в первый раз в статусе международной конференции, в связи с чем в оргкомитет конференции были включены учёные из Беларуси, Таджикистана.

Целью конференции является консолидация работы образовательных организаций на всех уровнях образования с целью обеспечения преемственности профессионально-ориентированного обучения математике; содействия развитию творческой активности и популяризации научных исследований, посвященных использованию математики в различных сферах профессиональной деятельности, привлечение школьников и студентов к научной деятельности, приобретение ими исследовательских навыков.

Основные задачи конференции: обмен опытом и обсуждение студентами различных учебных заведений проблем приложений математики в их будущей профессиональной деятельности; развитие у обучающихся навыков научно-исследовательской и проектной деятельности; привлечение школьников к выбору будущей профессии через исследование вопроса об использовании математики в профессиональной деятельности различных специалистов.

Доклады, представленные в первых трех секциях сборника, посвящены применению математических моделей и методов в профессиональной деятельности специалистов различных направлений: физиков, инженеров, экономистов, биологов, химиков, медиков. Рассматриваемые в них задачи могут быть использованы и учителем математики для совершенствования математической подготовки обучающихся, создания у них высокой мотивации к обучению.

Профессиональной деятельности учителя математики посвящены и практически все доклады 4-й секции «Информационные технологии в обучении математике» и 5-й секции «Математика в гуманитарных профессиях». В работах этих секций приводятся разработки студентов – будущих учителей математики, которые могут быть использованы для организации обучения в условиях цифровизации математического образования.

Желаем участникам конференции успеха в учебе и в их будущей профессиональной деятельности.

Предложения по работе конференции присылайте по адресу:
e.evseva.dongu@mail.ru

От имени оргкомитета конференции
доктор педагогических наук, профессор
Евсеева Елена Геннадиевна

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

Белый Александр Владимирович	кандидат химических наук, доцент, проректор ФГБОУ ВО «ДонГУ», ПРЕДСЕДАТЕЛЬ
Моисеенко Игорь Алексеевич,	доктор физико-математических наук, доцент, декан факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «ДонГУ», СОПРЕДСЕДАТЕЛЬ
Евсеева Елена Геннадиевна	доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры высшей математики и методики преподавания математики ФГБОУ ВО «ДонГУ», ЗАМЕСТИТЕЛЬ ПРЕДСЕДАТЕЛЯ
Члены оргкомитета:	
Пирютко Ольга Николаевна	кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики и методики преподавания математики УО «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», Минск, Республика Беларусь
Назаров Ахтам Пулатович	кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры информационных и коммуникационных технологий, Таджикский государственный педагогический университет имени Садриддина Айни, г. Душанбе, Республика Таджикистан
Кривко Яна Петровна	доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики и методики преподавания математики ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, Россия
Зыза Александр Васильевич	доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики и методики преподавания математики ФГБОУ ВО «ДонГУ»
Гребенкина Александра Сергеевна	доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики и методики преподавания математики ФГБОУ ВО «ДонГУ»
Гладкова Людмила Анатольевна	кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математики и математических методов в экономике ФГБОУ ВО «ДонГУ»
Коняева Юлия Юрьевна	аспирант кафедры высшей математики и методики преподавания математики, старший преподаватель кафедры математической физики ФГБОУ ВО «ДонГУ»
Скворцова Дарья Александровна	ассистент кафедры высшей математики и методики преподавания математики ФГБОУ ВО «ДонГУ», ТЕХНИЧЕСКИЙ СЕКРЕТАРЬ

СЕКЦИЯ 1

Приложения математики в физике и технике

Руководитель: Коняева Юлия Юрьевна,
старший преподаватель кафедры математической физики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

ПОБЕДИТЕЛИ:

1-е место

Серебренников Никита, Шевченко Валерий
студенты 1 курса Института атомной и тепловой энергетики
ФГБОУ ВО «Казанский государственный энергетический университет»,
г. Казань, Россия

2-е место

Скакун Владислав
студент 1 курса Физико-технического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

3-е место

Прудников Даниил
студент 1 курса Физико-технического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Вознюк Богдан¹

1 курс, Харцызский технологический колледж

e-mail: sidash.n.s@gmail.com

Руководитель: Сидаш Наталья Сергеевна²

преподаватель математики и информатики

e-mail: sidashns@mail.ru

^{1,2}Харцызский технологический колледж (филиал)

ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет»,

г. Харцызск, Россия

**МАТЕМАТИКА В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
ЭЛЕКТРИКА**

Актуальность статьи в том, что она мотивирует студентов на изучение специальных дисциплин и повышение уровня профессиональной подготовки, помогая усваивать математику. Статья способствует росту компетентности будущего специалиста среднего звена.

На занятиях студентам не хватает времени, чтобы больше узнать о роли математики в различных областях жизнедеятельности. Часто возникают такие вопросы: «Зачем нам математика? Какое место в нашей жизни она занимает?». Математика – важнейшая из наук, которая предоставляет языковые средства другим наукам. Базовые знания по математике необходимы человеку любой профессии.

Цель данной статьи убедить в необходимости математических знаний в овладении специальностью 13.02.13 Эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям). Отсюда вытекает проблема исследования: «Нужна ли математика в приобретении профессии».

Сегодня математика проникает во все сферы человеческой деятельности. Довольно трудно назвать хотя бы один раздел науки или какую-либо профессиональную область, где не присутствовала бы математика или её методы. С математическими закономерностями и объектами мы встречаемся не только на занятиях алгебры и геометрии, но и при изучении дисциплин профессионального цикла, и конечно же в повседневной жизни [1, с. 77].

Большинство знакомы с работой электрика в быту: его вызывают, когда искрит розетка, не работает выключатель, но труд представителей этой профессии не ограничивается этими функциями ремонта, большинство работают на производстве и в строительстве. Электрик на производстве выполняет сборку и разборку, наладку и ремонт, техническое обслуживание электродвигателей, генераторов, схем электроприборов, занимается установкой и ремонтом воздушных линий электропередачи и

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

контактной сети, прокладкой кабелей, проводит внутренние электросети в жилых и производственных помещениях.

История моей специальности. Электрические явления впервые были замечены в древнем Китае, Индии, а позднее в древней Греции. Древнегреческому философу Фалесу Милетскому (640-550 гг. до нашей эры) было известно, что янтарь, натертый шерстью или мехом, может притягивать обрывки бумаги. Электричество (в греческом языке *electron* – янтарь) представляет собой совокупность явлений, в которых обнаруживается существование, движение и взаимодействие заряженных частиц. Долгое время таинственные природные явления и взаимодействия тел давали пищу для размышлений философам – материалистам и ученым. Электричество шло «бок о бок» с человеком на протяжении столетий. С развитием и становлением эры электричества понабились люди, которые освоили бы эту сферу. Так появились электрики [2, с. 84].

Все открытия в области электричества, опирались на знания, в первую очередь математики, а так же физики и химии.

Закон взаимодействия заряженных тел был установлен Ш. Кулоном в 18 веке. В 1883 году М. Фарадей открыл электромагнитную индукцию – явление, которое легло в основу электротехники. Он же ввел понятия электрического и магнитного поля.

Многое в истории электротехники связано с именем Т. Эдисона (1847-1931). Он является автором примерно 1000 изобретений в области электротехники. Эдисон усовершенствовал лампу накаливания, построил первую в мире электростанцию общественного пользования (1882).

В 1880 году французский физик М. Депре заявил о возможности передачи электроэнергии по проводам. Он же построил первую линию электропередач.

В конце XIX века происходит бурное развитие электротехники. Ученые продолжают работать над проблемой использования электричества для освещения. Знаменитая «электрическая свеча» П. Н. Яблочкова была первым потребителем тока.

Востребованность моей специальности. Нам известно, что профессия электрика появилась на свет в конце позапрошлого столетия. Тогда же, с появлением первых электростанций, возникла необходимость прокладывать провода и кабеля.

Специалист среднего звена, занимающийся техническим обслуживанием, эксплуатацией и ремонтом электромеханического и технического оборудования на производстве и в быту, называется техником – электриком.

Представители специальности, связанные с электрикой являются достаточно востребованными на рынке труда. Образовательные учреждения выпускают больше количество специалистов в этой области, но

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

большинство компаний и предприятий нуждаются в квалифицированных техниках – электриках, электромонтерах.

Совершенствование электротехники привело к разветвлению профессии на более узкие специальности, которых насчитывается несколько десятков: электрик – электромонтажник, электрик – электрослесарь, техник электрик, электрик – электромонтер и т.д;

Профессиональная деятельность специалистов среднего звена начинается с автоматических выключателей, розеток и бытовой электропроводки, а заканчивается ремонтом линий электропередач, монтажом и наладкой электрооборудования, проектированием систем электроснабжения, измерением сопротивления изоляции кабеля и прочее. Техник – электрик должен иметь базовые знания по физике, математике, черчению. Освоить специальность можно в профессионально-технических колледжах, техникумах и вузах.

Специалисту, работающему в области электрики и электротехники, занимающемуся монтажом, эксплуатацией или ремонтом электрооборудования и электрических цепей необходимы:

- ✓ хорошая зрительная память;
- ✓ слух и обоняние;
- ✓ хладнокровие, ясность мысли;
- ✓ способность к логическому мышлению (а ведь именно изучение математики, прекрасно развивает логическое мышление);
- ✓ настойчивость и твердость характера;
- ✓ хорошая координация движений и ловкость рук;
- ✓ дисциплинированность и организованность.

Эта профессия относится к категории особо опасных.

Требования к профессиональной подготовке. Выпускник техникума, освоивший нашу специальность должен знать:

правила эксплуатации, ремонта и накладки обслуживаемого оборудования, правила техники безопасности;

должен уметь:

- ✓ читать и составлять схемы;
- ✓ устранять неисправности эксплуатируемого оборудования;
- ✓ прокладывать кабель силового питания, электропроводки по правилам геометрии;
- ✓ подключение электрооборудования;
- ✓ делать математический расчет необходимого размера кабелей для силового питания оборудования;
- ✓ составление плана размещения силового питания и электропроводки на базе знаний геометрии;
- ✓ участие в профилактическом и текущем ремонте электрического оборудования;

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

- ✓ производство монтажа вторичных цепей (управление, защита, сигнализация, измерение);
- ✓ прокладка кабелей и проводов в каналах, коробках и лотках с применением знаний геометрии;
- ✓ установка изоляторов, разметка (геометрия) мест установки и установка приборов защиты и управления;
- ✓ прозванивание смонтированных схем и измерение сопротивления изоляции;
- ✓ подготовка приборов и аппаратов к включению и наладке;
- ✓ ремонт и поиск неисправностей при замыкании проводки;
- ✓ измерить площадь помещения – это математика;
- ✓ рассчитать длину кабеля - это математика;
- ✓ рассчитать нагрузку на электрическую цепь это математические расчеты.

Специальность электромонтёра – техническая, она напрямую связана и с математикой, и с физикой, и с информатикой. А эти три науки тесно переплетаются друг с другом.

В строительных, монтажных и ремонтно-строительных организациях выполняет слесарные работы при монтаже электроконструкций. Делает разметку электроконструкций с помощью геометрии и черчения по образцам и чертежам, устанавливает электрооборудование.

В электрике математика проявляется в темах:

- ✓ законы сложения и умножения;
- ✓ законы вычитания и деления;
- ✓ особые случаи арифметических операций;
- ✓ свойства дробей;
- ✓ арифметический корень;
- ✓ степени;
- ✓ логарифмы.

Технику-электрику приходится делать замеры электрическими приборами, где используются цифры, и надо уметь все подсчитать, определить характер повреждения на линии электропередач.

Исследовательская работа по данной теме. Я исследовал цепь переменного тока с активным и реактивным сопротивлением. Активное сопротивление – это лампа накаливания, а реактивное сопротивление это катушка индуктивности. Если рассматривать это в рамках завода все вместе это будет двигатель. Я буду изменять индуктивность, а на заводе это будет означать, что происходит изменение количества двигателей. Мне необходимо снять показания приборов на стенде: Сила тока, напряжение на лампе, напряжение на катушке. Теперь увеличим индуктивность, т.е. увеличим количество двигателей и опять снимем показания приборов. На стенде мы видим, что лампочка стала гореть тусклее. Произошло изменение

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

угла сдвига фаз в большую сторону. Я должен это подтвердить математическими расчетами. Мне необходимо рассчитать угол сдвига фаз. А сделать это я смогу используя знания по математике.

Мои действия:

1. Выбираю масштаб для построения векторной диаграммы.
2. Строю векторные диаграммы (прямоугольный треугольник).
3. Применяя теорему Пифагора, вычисляю напряжение.
4. Вычисляю угол сдвига фаз через косинус угла, затем определяю градусную меру по таблицам Брадиса в обоих случаях.
5. Расчет показал, что во втором случае угол сдвига фаз был больше, поэтому лампочка горит тусклее.

Примеры прикладных задач по нашей специальности, которые мы решаем на занятиях математики. Без знаний математики невозможно представить нашу профессиональную деятельность [2. с. 234].

Необходимо от кабеля длиной 8 м отрезать кусок длиной 5 м без каких-либо инструментов.

Из блока электронной машины выведены 8 красных, 18 зеленых проводов. Сколько существует способов соединения этих проводов, если можно соединить только два провода одного цвета?

Вычислить объём электропровода цилиндрической формы, если его радиус поперечного сечения 5 мм, его длина 50 м.

Вывод: Исследовав применение математики в профессии электрика, делаю вывод, что математика имеет значимость. Это – умение решать постоянно меняющиеся практические задачи, делать элементарные вычисления. Все это важный фактор для специалиста среднего звена в профессиональной деятельности, т.к. от объема знаний и умения применять эти знания в различных профессиональных ситуациях зависит благополучие нашего общества. Я думаю, что смог показать значимость математики в профессии электромонтера.

Литература

1. Фридман, Л.М. Изучаем математику / Л. М. Фридман. – Москва : Просвещение, 1995. – 255 с.
2. Идельчик, В.И. Электрические системы и сети / В. И. Идельчик – Москва : ООО «Издательский дом Альянс», 2009. – 592 с.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Горбачев Вадим¹

1 курс, Физико-Технический факультет
e-mail: vadimpetrovich492@gmail.com

Руководитель: Бабичева Маргарита Вадимовна²

кандидат технических наук, доцент
кафедры радиофизики и инфокоммуникационных технологий
e-mail: m.babicheva60@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
г. Донецк, Россия

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СОЗДАНИЯ ПЕРЦЕПТИВНОГО
ХЕША ИЗОБРАЖЕНИЯ**

Задумывались ли вы каким образом осуществляется поиск изображений по картинке в поисковых системах? Одним из методов является создание перцептивного хеша изображения, который вычисляется и прикрепляется к изображению, а затем сверяется с хешами других изображений. Перцептивный хэш — это результат применения преобразований к матрице изображения, которые формируют индивидуальный, но не уникальный отпечаток, который представляет из себя число, в шестнадцатеричной системе счисления, похожую на криптографические хеши MD5 SHA1, однако содержимое этой строки отражает цветовые и яркостные особенности изображения. На рисунке 1 представлен самый простой способ получения такого хеша для логотипа физико-технического факультета.

Видим, что сначала изображение уменьшается до размеров 8x8, так что общее число пикселей составляет 64. Можно не заботиться о пропорциях, хэш будет соответствовать всем вариантам изображения, независимо от размера и соотношения сторон. Маленькое изображение переводится в градации серого, так что хэш уменьшается втрое: с 64 пикселей (64 значения красного, 64 зелёного и 64 синего) всего до 64 значений цвета. Вычисляется среднее значение для всех 64 цветов. Для каждого цвета получаем 1 или 0 в зависимости от того, он больше или меньше среднего и вытягиваем в цепочку. Порядок не имеет значения, если он сохраняется постоянным (например, слева направо, сверху вниз). Переводим 64 отдельных бита в одно 64-битное значение. И получаем значение перцептивного хеша, которое теперь можно сравнивать с такими же строками для других изображений.

Как же их можно сравнивать? Для этого используется расстояние Хемминга, которое определяет количество различных позиций между двумя бинарными последовательностями.

Расстояние Хэмминга Δ между x и y определим как:

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

$$\Delta(x, y) = \sum_{xi \neq yi} 1, i = 1, \dots, n.$$

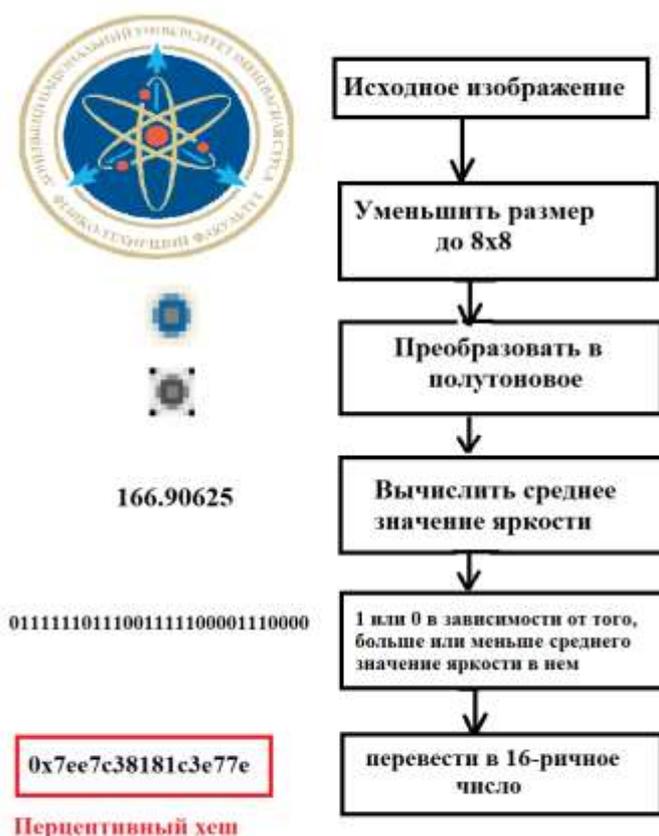


Рисунок 1 – Алгоритм получения перцептивного хеша на основе низкочастотных характеристик изображения

Если перцептивный хеш занимает размер 8 байт, то расстояние Хэмминга лежит в отрезке $[0, 64]$. Чем меньше значение Δ , тем более похожи изображения. Для облегчения сравнения расстояние Хэмминга можно нормировать: $\Delta(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{xi \neq yi} 1, i = 1, \dots, n.$

В этом случае расстояние Хэмминга лежит в промежутке $[0, 1]$ и чем ближе Δ к 0, тем более похожи изображения.

В таблице 1 представлены результаты сравнения расстояний Хэмминга для перцептивных хешей, созданных на основе низкочастотных характеристик изображения для тестовых изображений. Из таблицы хорошо видно, что чем больше различий в изображениях, тем больше расстояние Хэмминга и оно варьируется от значения 4 для похожих изображений, до 53 для различных изображений. Таким образом видно, что перцептивный хеш можно использовать для сравнения содержания изображения, при этом места он занимает гораздо меньше, чем само изображение.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Таблица 1 – Результаты сравнения расстояний Хемминга для перцептивных хешей, созданных на основе низкочастотных характеристик изображения для тестовых изображений

№	Изобр. 1	Изобр. 2	Перцептивный хеш 1	Перцептивный хеш 2	Расстояние Хемминга
1			0x7ee7c38181c3e77e	0xffc381818183c3ff	11
2			0x7ee7c38181c3e77e	0xffe7c38181c3e7ff	4
3			0x7ee7c38181c3e77e	0xffe7c38181c3e7ff	4
4			0x7ee7c38181c3e77e	0x2424ff81bdc3663c	20
5			0x7ee7c38181c3e77e	0x3c3c3c3c3c3800	53

Однако для вычисления перцептивного хеша можно использовать и другое преобразование – дискретно-косинусное. Метод дискретно-косинусного преобразования позволяет получить частотные характеристики изображения, подобно тому, как с помощью Фурье-преобразования получают спектр радиосигналов. Преимущество применения дискретно-косинусного преобразования состоит в том, что оно убирает высокочастотные составляющие изображения, которые можно интерпретировать как мелкие детали, затрудняющие рассматривать общие характеристики изображений.

Если рассматривать изображение как совокупность пространственных волн, причем оси X и Y совпадают с шириной и высотой картинка, а по оси Z откладывается значение цвета соответствующего

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

пикселя изображения, то дискретное косинусное преобразование (DCT) позволяет переходить от пространственного представления изображения к его спектральному представлению и обратно. Данный метод основан на таком важном свойстве дискретного косинусного преобразования, как «уплотнение энергии», что позволяет обнаружить ключевые особенности изображений [1].

Существует восемь различных вариантов DCT. Наиболее распространенный вариант – DCT-2 и именно его часто и называют просто DCT:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{(2n+1) \cdot kn}{2N}\right), k = 0, N - 1, \quad (1)$$

где $x[n]$, $n=0, N-1$ – последовательность точек сигнала.

Двумерное дискретное косинусное преобразование эквивалентно последовательному применению DCT по каждому измерению:

$$X(k_1, k_2) = \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} x(n_1, n_2) \cos\left(\frac{(2n_2+1)k_2 \pi}{2N}\right) \cdot \cos\left(\frac{(2n_1+1)k_1 \pi}{2N}\right).$$

Алгоритм построения перцептивного хеша с использованием DCT:

1. Перевести изображение в оттенки серого.
2. Уменьшить изображение до квадрата 32×32 пикселя.
3. Выполнить дискретное косинусное преобразование для полученного изображения;
4. Выделить из полученной матрицы матрицу 8×8 начиная со второй строки и столбца;
5. Вычислить среднее значение элементов матрицы;
6. Построить хеш из полученной матрицы путем сравнения элементов со средним.

Значения косинусов из формулы (1) для ускорения работы алгоритма можно рассчитать заранее с учетом того, что обрабатываемое изображение будет иметь размеры 32×32 пикселя, то есть $N=32$. Тогда, формулу (1) можно переписать следующим образом:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} C(k, n) \cdot x(k), n = 0, N - 1,$$

где $C(k, n)$ – элементы матрицы DCT, которые рассчитываются следующим образом:

$$C(k, n) = \cos\left(\cos\left(\frac{(2n+1) \cdot kn}{2N}\right)\right), k = 0, N - 1 \quad (2)$$

Тогда, имея изображение I , представленное в виде двумерного массива, можно получить его двумерное косинусное преобразование следующим образом:

$$DCT(I) = C \cdot I \cdot C^{-1},$$

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

где C – матрица DCT, рассчитанная по формуле (2), а C^1 – транспонированная матрица C .

Данный алгоритм является наиболее вычислительно сложным среди всех представленных. Но его работу можно ускорить путем заблаговременного вычисления значений косинусов (матрица C) и выполнения преобразования только для требуемой части матрицы (шаг 4 алгоритма).

Пусть $f(x, y)$ — функция яркости изображения в градациях серого. Тогда непрерывный лапласиан функции:

$$\nabla^2 \cdot f_c(x, y) = \nabla \cdot \nabla f_c(x, y) = \frac{\partial^2 f_c(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_c(x, y)}{\partial y^2}.$$

Фильтр Гаусса:

$$g_c(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}.$$

Лапласиан гауссиана:

$$h_c(x, y) = \nabla^2 \cdot g_c(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}.$$

Свертка лапласиана гауссиана с изображением:

$$[\nabla^2 \cdot g_c(x, y) \cdot f_c(x, y)] \approx \nabla^2 \cdot [f_c(x, y) \cdot g_c(x, y)].$$

Эта свёртка и будет перцептивным хешем.

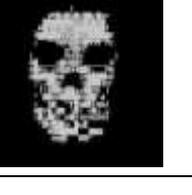
Для создания такого перцептивного хеша, была написана программа на языке программирования Python 3.8. Результаты сравнения расстояний Хемминга для перцептивных хешей, созданных на основе дискретно-косинусного преобразования для тестовых изображений показаны в таблице 2. Видно, что для таких хешей расстояние Хемминга так же больше для разных изображений и меньше для похожих изображений.

Проведено исследование двух реализованных алгоритмов по скорости вычисления перцептивной хеш-функции, по способности хеш-функции по различению изображений, по устойчивости хеш-функции к различного рода геометрическим модификациям, способности хеш-функций определения контаминанта, проведена оценка сложности алгоритмов.

По результатам исследования скорость работы алгоритмов не является определяющим фактором при выборе алгоритма для выполнения поиска изображений. Оба алгоритма оказались устойчивы к масштабированию. Для отображений по вертикали и горизонтали, поворота среднее расстояние Хемминга находится в диапазоне 9-12. Это важно для нахождения подобных изображений разного размера и конфигурации. Предельное расстояние Хемминга, когда изображение можно считать похожими – 12 для метода на основе низкочастотных характеристик изображения и 9 для дискретно-косинусного преобразования.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Таблица 2 – Результаты сравнения расстояний Хемминга для перцептивных хешей созданных на основе дискретно-косинусного преобразования для тестовых изображений

№	Изобр. 1	Изобр. 2	Перцептивный хеш 1	Перцептивный хеш 2	Расстояние Хемминга
1			0ха80082008а082802	0хад00d00083008а03	12
2			0ха80082008а082802	0хb8018240с8002900	8
3			0ха80082008а082802	0хb8408200с8002900	7
4			0ха80082008а082802	0хd5df577d5f7f7ddf	38
5			0ха80082008а082802	0хcf9934f7336439df	45

Применение перцептивного хэширования позволяет автоматизировать процесс идентификации «похожих» с точки зрения человека визуальных образов. Для этих алгоритмов получен порог расстояния Хемминга, при котором изображения можно считать «похожими».

Литература

1. Wen, Z.K. et al. A robust and discriminative image perceptual hash algorithm. Proceedings of the 4th International Conference on Genetic and Evolutionary Computing (ICGEC 2020). 2020. – Pp. 709-712.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Лапцевич Иван¹

e-mail: vanyalapcevich@gmail.com

Шибeko Виталий²

e-mail: Vitalijsibeko@gmail.com

^{1,2}1 курс, Факультет информационных технологий и робототехники

Руководитель: Бадак Бажена Александровна³

старший преподаватель кафедры

«Программное обеспечение информационных систем и технологий», заместитель декана

факультета информационных технологий и робототехники

e-mail: badak.bazhena@bk.ru

^{1,2,3}УО «Белорусский национальный технический университет»,
г. Минск, Беларусь

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ КОМПЬЮТЕРНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В АНАЛИЗЕ ДАННЫХ

В современном мире объем данных, доступных для анализа, растет с невероятной скоростью. Компании, государственные организации и научные институты сталкиваются с необходимостью не просто хранить эти данные, но и анализировать их для принятия решений. Компьютерное математическое моделирование позволяет находить закономерности, прогнозировать будущее и тестировать гипотезы, что делает его важнейшим инструментом в аналитике данных. Математическое моделирование — это метод, который использует математические теории и компьютерные алгоритмы для создания упрощенных и абстрактных моделей сложных систем, процессов и явлений. Этот метод позволяет улучшить наше понимание сложных систем и предсказать их поведение [1].

Методы математического моделирования применяются в самых разных сферах [2]:

1. Экономика и финансы: модели прогнозируют курсы валют, цены на акции и экономические кризисы.

2. Медицина: анализ больших данных помогает находить закономерности в развитии болезней и разрабатывать новые препараты.

3. Инженерия: моделирование используется для проектирования сложных систем, таких как самолеты, мосты и автомобили.

4. Экология: прогнозируются изменения климата, оцениваются риски природных катастроф.

Без компьютерного моделирования многие процессы были бы слишком сложными для анализа вручную, а их изучение занимало бы гораздо больше времени и ресурсов. Работа с наборами данных (datasets) является основой анализа данных.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Рассмотрим, как компьютерное моделирование помогает исследовать реальные данные на примере набора данных (dataset) с информацией о продажах интернет-магазина. Он содержит данные о клиентах (возраст, пол, местоположение), покупках (товары, стоимость, дата заказа) и других параметрах. Для исследования и анализа данных воспользуемся одним из методов статистического анализа таким, как регрессионный. Помогает выявить зависимость между переменными. Например, как цена товара влияет на объем продаж. Линейная регрессия может показать, что, при снижении цены на 10%, продажи увеличиваются на 15%.

Также существуют различные методы статического анализа данных, такие как [3]:

- *кластеризация (группировка данных)*. Используется для сегментации клиентов на основе их покупательского поведения. Например, можно выделить три группы: частые покупатели, редкие покупатели и новые клиенты, чтобы предложить им персонализированные скидки.

- *методы машинного обучения*. Позволяют прогнозировать будущее поведение клиентов. Например, алгоритм может предсказать, какие товары будут популярны в следующем месяце, чтобы заранее скорректировать запасы.

Нами использовались реальные данные, в частности, датасет о прогнозе погоды, на основе которого построена модель, прогнозирующая изменение погоды на следующий день. Первым шагом в практической реализации являлась подготовка данных. Этот этап включал в себя нормализацию и преобразование данных в формат, удобный для анализа. Использование библиотек C++, таких как Vector и Cstdlib, позволяет эффективно обрабатывать, хранить данные и делать различные исследования. Следующим этапом являлся выбор подходящей математической модели для анализа. Нами использовались линейные и нелинейные регрессии и нейронные сети. После выбора модели было необходимо ее обучить на тренировочных данных. Этот процесс включал в себя настройку гипер-параметров и использование методов кросс-валидации для оценки производительности модели. Важно также следить за переобучением модели и использовать регуляризацию для повышения обобщающей способности. Результат выполнения программы представлен на рисунке:

```
Температуры за последние 10 дней:  
32.9°C 7.4°C -5.3°C 27.3°C -2.2°C -9.2°C 18.9°C 15.7°C 2.4°C 13.1°C  
Предсказанная температура на завтра: 10.1°C
```

Рисунок 1 – Результат работы программы

Компьютерное математическое моделирование – это ключевой инструмент в анализе данных. Оно позволяет: 1) работать с большими

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

объемами информации; 2) находить закономерности и зависимости; 3) прогнозировать будущее развитие процессов; 4) автоматизировать принятие решений.

В будущем, с развитием технологий искусственного интеллекта и облачных вычислений, математическое моделирование станет еще более мощным и доступным инструментом для аналитики данных во всех сферах жизни.

Литература

1. Математическое моделирование: понимаем суть понятия [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://mou43-samara.ru/education/matematiceskoe-modelirovanie-ponimaem-sut>. Дата обращения : 07.05.2025.

2. Кудрявцев, В.Б. Компьютерное моделирование логических процессов : учебник для вузов / В.Б. Кудрявцев, Э.Э. Гасанов, А.С. Подколзин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 143 с. (Высшее образование).

3. Никехин, А.А. Основы C++ для моделирования и расчетов. Часть 2. Библиотеки для научных вычислений: Учебное пособие / А.А. Никехин. – Санкт-Петербург : Университет ИТМО, 2016. – 64 с.

Науменко Валентин¹

2 курс, Физико-технический факультет
e-mail: valentin2005-q@yandex.ru

Руководитель: Коняева Юлия Юрьевна²

старший преподаватель кафедры математической физики
e-mail: konyaeva.y@inbox.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ ДЛЯ РАСЧЕТА ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Теория комплексных чисел нашла широкое применение в технических дисциплинах, в частности, в электротехнике. Использование комплексных чисел позволяет: 1) применять формулы, законы и методы расчётов, которые используются в цепях переменного и постоянного токов; 2) упростить некоторые вычисления, путём замены графического решения алгебраическим; 3) рассчитать сложные электрические цепи; 4) упростить решения по расчётам цепей переменного и электрического токов.

В электротехнике одной из важных тем является «Переменный ток в электрической цепи», так как большинство электротехнических установок

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

работает на переменном токе. Описание электромагнитных процессов в цепях переменного тока сводится к использованию комплексных чисел. Из общей физики мы знаем, что переменным током называется ток, изменяющийся во времени. Из всех возможных форм периодических токов наибольшее распространение имеет синусоидальный ток.

Синусоидальным током называется периодический ток, мгновенное значение которого определяется выражением [1]:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad (1)$$

где I_m – амплитуда или максимальное значение тока; $\omega t + \psi_i$ – фаза синусоидального тока; $\omega = 2\pi f$ – угловая частота синусоидального тока; f – частота тока; ψ_i – начальная фаза (значение фазы при $t = 0$).

Законы Ома и Кирхгофа в цепях переменного тока выполняются только для мгновенных токов и напряжений, что усложняет расчет с использованием реальных токов и напряжений. Указанные трудности привели к созданию символического метода, основанного на использовании комплексных чисел.

Комплексный действующий ток есть комплексное число, модуль и аргумент которого равны соответственно действующему значению и начальной фазе синусоидального тока:

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i}, \quad (2)$$

где j – мнимая единица $j = (\sqrt{-1})$.

$$\text{Закон Ома в комплексной форме: } \dot{I} = I \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}, \quad (3)$$

где \underline{Z} – полное комплексное сопротивление.

Запишем полное комплексное сопротивление для цепи, изображенной на рисунке 1:

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R_L + jX_L - jR_C. \quad (4)$$

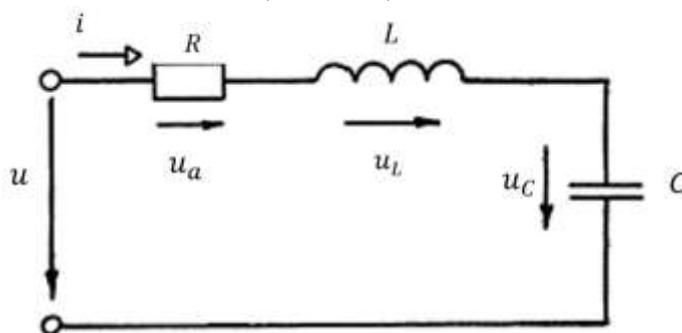


Рисунок 1 – Схема цепи

Геометрически комплексный ток представляется вектором, как показано на рисунке 2.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

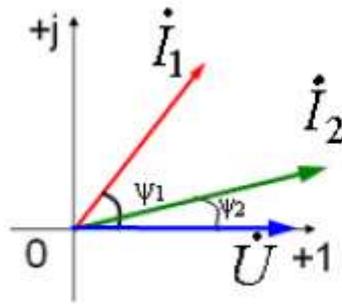


Рисунок 2 – Комплексный ток

Длина вектора равна модулю тока, а угол между вектором и осью абсцисс – аргументу, то есть начальной фазе, отсчитываемой в направлении против часовой стрелки.

При расчете цепи комплексным методом обычная схема замещения цепи заменяется комплексной схемой замещения. В такой цепи действуют комплексные ЭДС и напряжения, протекают комплексные токи, а элементами схемы являются «резисторы» с сопротивлениями R , jR_L , jR_C [2]. На рисунке 3 показана полная схема замещения последовательной RLC -цепи.

Расчет мощностей цепи синусоидального тока также может быть выполнен в комплексной форме. Полная комплексная мощность:

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* , \quad (5)$$

где $\dot{I}^* = I e^{-j\psi_i}$ – комплексный сопряженный ток.

Получим:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= U e^{j\psi_u} \cdot I e^{-j\psi_i} = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = UI e^{j\varphi} = S e^{j\varphi} = \\ &= UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ . \end{aligned} \quad (6)$$

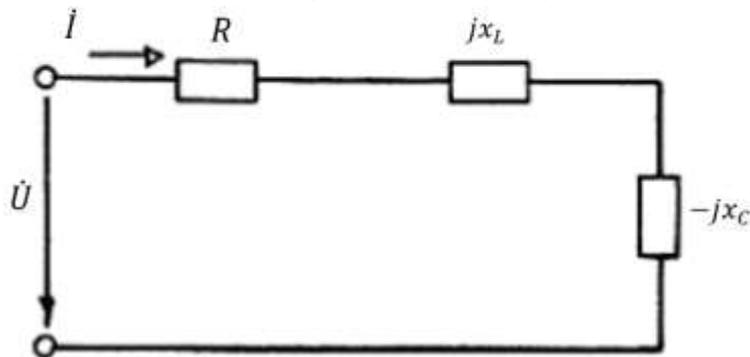


Рисунок 3 – Схема замещения последовательной RLC -цепи

Алгоритм расчета цепи синусоидального тока комплексным методом включает в себя следующие этапы:

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

- составляется обычная схема замещения цепи;
- каждый элемент цепи заменяется соответствующим изображением – комплексным сопротивлением;
- все токи и напряжения заменяются комплексными токами и напряжениями;
- обычная схема замещения заменяется комплексной схемой замещения;
- рассчитываются комплексные токи (напряжения) методами расчета цепей постоянного тока;
- по найденным комплексным токам определяются реальные токи;
- производится проверка полученных результатов (например, методом векторных диаграмм).

Таким образом, символический метод расчета цепей синусоидального переменного тока: упрощает нахождение общего сопротивления электрических цепей по сравнению с классическими методами, так как основан на правилах работы с резисторами; позволяет по заданной электродвижущей силе найти начальную фазу тока и записать формулу для мгновенного значения тока. Для применения этого метода достаточно знать правила работы с комплексными числами и основные законы физики для электромагнитных полей.

Литература

1. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник / Л.А. Бессонов. – Москва : Гардарики, 2002. – 638 с.
2. Хасанова, А.С. Применение комплексных чисел в электротехнике / А.С. Хасанова, К.А. Москалева // Сборник материалов VIII Всероссийской, научно-практической конференции молодых ученых с международным участием «Россия молодая», Кемерово, 19–22 апреля 2016 года / Кузбасский государственный технический университет им. Т.Ф. Горбачева; Ответственный редактор О.В. Тайлаков. – Кемерово: Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, 2016. – С. 748.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Прудников Даниил¹

2 курс, Физико-технический факультет

e-mail: prudnikovdaniil27@gmail.com

Руководитель: Коркишко Валерия Владимировна²

старший преподаватель кафедры математической физики

e-mail: vv.korkishko@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,

г. Донецк, Россия

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В СФЕРЕ ТЕХНОСФЕРНОЙ
БЕЗОПАСНОСТИ**

Одной из задач техносферной безопасности является защита человека от техногенных опасностей и создание благоприятных условий труда. Таким образом, в рамках профессиональной деятельности специалиста по техносферной безопасности может возникнуть необходимость в решении задачи распределения температуры в стене здания с постоянной температурой в помещении и меняющейся в течение суток температурой воздуха снаружи. Рассмотрим упрощенную модель такой задачи.

Постановка задачи. Дана неограниченная пластина, толщина которой равна D . Начальное распределение температуры в пластине задается некоторой функцией $t(x, 0) = f(x)$, на левой границе пластины температура среды постоянная ($t_{c1} = \text{const}$), на правой границе температура среды задается некоторой функцией времени $t_{c2}(\tau) = F(\tau)$. Теплообмен с окружающей средой происходит по закону Ньютона (граничные условия третьего рода). Заданы теплофизические характеристики c , λ , ρ (удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности, объемная масса) и коэффициенты теплопередачи обеих стенок α_1 и α_2 соответственно. Требуется найти распределение температуры по толщине пластины в любой момент времени.

Математическая модель. Начало координат выберем на левой поверхности пластины. Дифференциальное уравнение для одномерной задачи и краевые условия запишутся в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dt(x, \tau)}{dx} = a \frac{d^2 t(x, \tau)}{dx^2} \quad (\tau > 0, 0 < x < D); \\ t(x, 0) = f(x); \\ -\lambda \frac{dt(D, \tau)}{dx} + \alpha_2 (t_{c2}(\tau) - t(D, \tau)) = 0; \\ \lambda \frac{dt(0, \tau)}{dx} + \alpha_1 (t_{c1}(\tau) - t(0, \tau)) = 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Схема расчета. Для решения задачи используем метод конечных разностей, основанный на замене производных их приближенным значением, выраженным через разности значений функции в узлах сетки. Заменяем область непрерывного изменения температуры сетчатой с пространственным шагом $dx = D/n$ и временным шагом $d\tau$.

$$\begin{cases} x \in [0, D] \rightarrow x_i = (i - 1)dx, i = 1, 2..n; \\ \tau \in [\tau_0, \tau_f] \rightarrow \tau_j = \tau_0 + (j - 1)d\tau, j = 1, 2..m. \end{cases} \quad (2)$$

Проведя через полученные узлы на осях координат прямые, параллельные координатным осям, получим узлы сетки, в которых далее будем искать приближенное значение функции $t(x, \tau)$. Значения t в узлах, лежащих на осях координат и на прямой, параллельной оси ординат и расположенной от нее на расстоянии D , находятся из начального и граничных условий.

Заменяем частные производные в узлах сетки разностными отношениями и запишем систему уравнений (1) в виде:

$$\begin{cases} t_{i,j+1} = t_{i,j} + a \frac{dt}{dx^2} (t_{i-1,j} - 2t_{i,j} + t_{i+1,j}); \\ t_{1,j+1} = \frac{t_{2,j+1} + \frac{t_{c1}\alpha_1 dx}{D}}{1 + \frac{\alpha_1 dx}{D}}; \\ t_{n,j+1} = \frac{t_{n-1,j+1} + \frac{t_{c2}\alpha_2 dx}{D}}{1 + \frac{\alpha_2 dx}{D}}. \end{cases} \quad (3)$$

Расчет температурного поля проведем для бетонной стены здания с толщиной $D = 0,6$ м. Теплофизические характеристики стены: $\lambda = 2,8$ Вт/(м·К), $c = 0,28$ Дж/(кг·К), $\rho = 2400$ кг/м³. Температура в комнате постоянная $t_{c1} = 20^0$ С, температура на улице меняется с периодом 24 ч:

$$t_{c2}(t) = t_{c0} + dt \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right). \quad (4)$$

Температура по толщине пластины в начальный момент времени задана линейно:

$$t(x, 0) = \frac{t_{c2}(\tau_0) - t_{c1}}{D} x + t_{c1}. \quad (5)$$

Коэффициенты теплопередачи между поверхностями стены и внешней средой $\alpha_1 = 3,5$ Вт/(м² · К), $\alpha_2 = 3,5$ Вт/(м² · К)

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

На основе указанных данных был произведен расчет при помощи пакета MathCAD и получены следующие результаты (рис.1, рис.2).

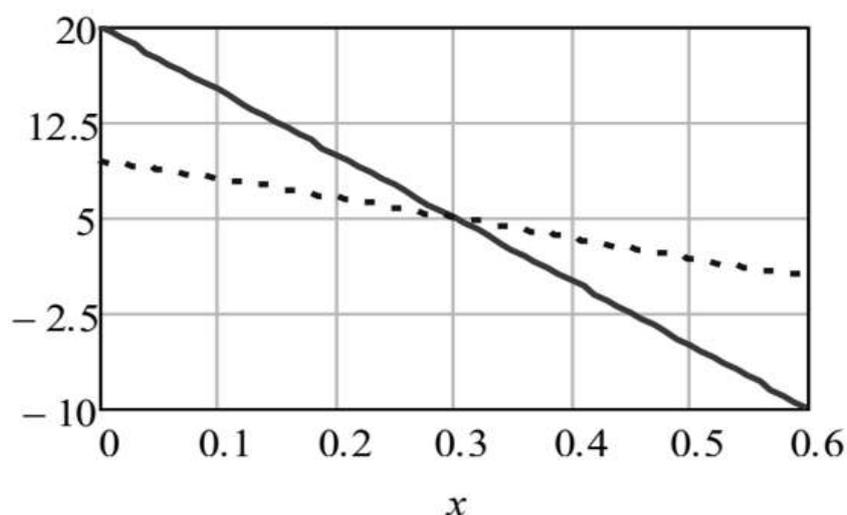


Рисунок 1 – Распределение температуры в стене в начальный (—) и конечный моменты времени (---)

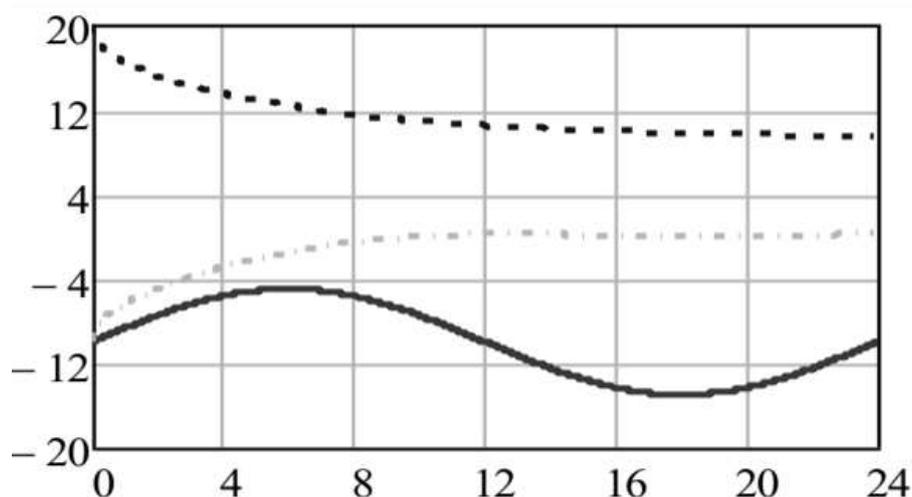


Рисунок 2 – Распределение температуры на улице (—), на внутренней левой (---) и внешней правой (— · —) стенах

Для проверки точности полученного решения было проведено сравнение численного и аналитического решения для простейшего модельного случая. Для тестовой задачи были упрощены начальные и граничные условия: температура снаружи и внутри комнаты поддерживалась $t_c = -10^0$ С, температура во всех местах стены в начальный момент времени была постоянной $t_0 = 20^0$ С.

Из графиков (рис.3, рис.4) видно, что расхождение температур, вычисленных различными методами, незначительное. Следовательно, можно применять реализованный в MathCAD метод, основанный на

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

численном методе конечных разностей, для решения различных задач техносферной безопасности в области строительной теплотехники.

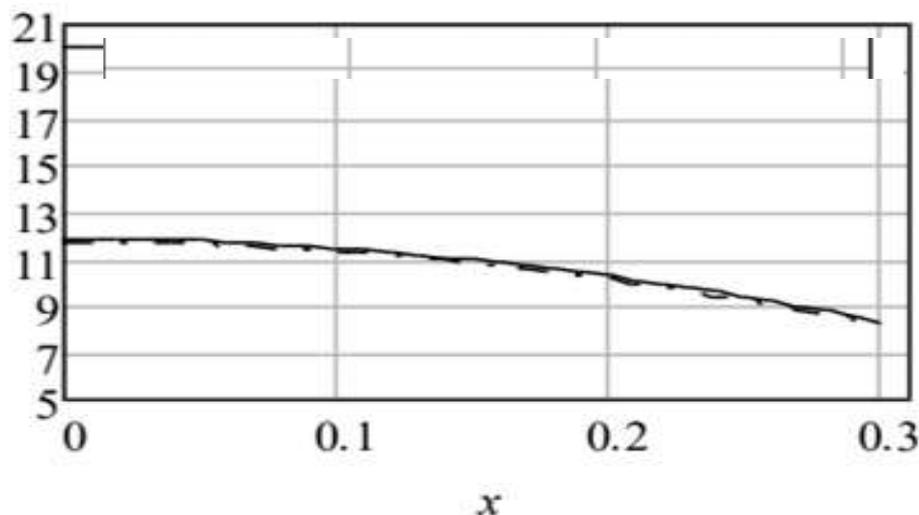


Рисунок 3 – Распределение температуры в стене, рассчитанное аналитически (—) и при помощи пакета MathCAD (---)

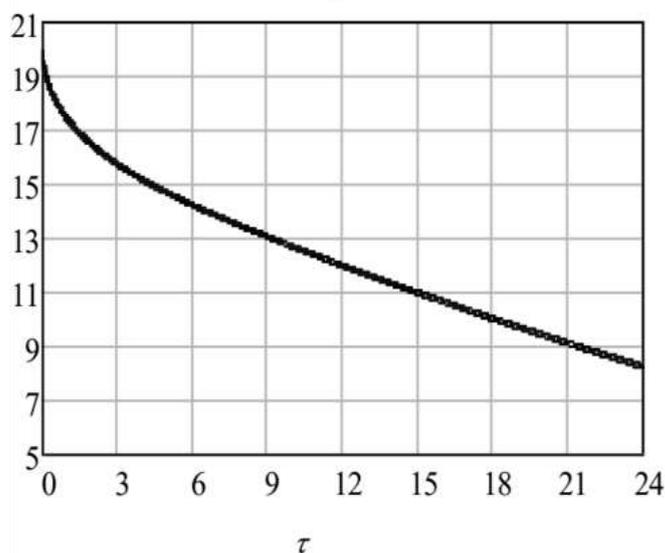


Рисунок 4 – Изменение температуры на поверхности стены по времени

Литература

1. Бедарев, И.А. Численные методы решения инженерных задач в пакете MathCAD / И.А. Бедарев, О.Н. Белоусова, Н.Н. Федорова: учеб. пособие. – Новосибирск : НГАСУ, 2005. – 96 с.
2. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. – Москва : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. – 592 с.
3. Поршнев, С.В. Численные методы на базе MathCAD / С.В. Поршнев. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005. – 464 с.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Романишин Юрий¹

1 курс, Харцызский технологический колледж
e-mail: sidash.n.s@gmail.com

Руководитель: Сидаш Наталья Сергеевна²
преподаватель математики и информатики
e-mail: sidashns@mail.ru

^{1,2} Харцызский технологический колледж (филиал)
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет»,
г. Харцызск, Россия

**МЕЖПРЕДМЕТНАЯ СВЯЗЬ МЕХАТРОНИКИ, РОБОТОТЕХНИКИ
И МАТЕМАТИКИ**

Актуальность статьи в том, что она мотивирует студентов на изучение специальных дисциплин и повышение уровня профессиональной подготовки, помогая усваивать математику. Статья способствует росту компетентности будущего специалиста среднего звена.

На занятиях студентам не хватает времени, чтобы больше узнать о роли математики в различных областях жизнедеятельности. Часто возникают такие вопросы: «Зачем нам математика? Какое место в нашей жизни она занимает?». Математика – важнейшая из наук, которая предоставляет языковые средства другим наукам. Базовые знания по математике необходимы человеку любой профессии.

Цель статьи убедить в необходимости математических знаний в овладении специальностью 15.02.10 Мехатроника и робототехника (по отраслям).

Сегодня математика проникает во все сферы человеческой деятельности. Довольно трудно назвать хотя бы один раздел науки или какую-либо профессиональную область, где не использовалась бы математика или её методы. С математическими закономерностями и объектами мы встречаемся не только на занятиях по алгебре и геометрии, но и при изучении дисциплин профессионального цикла, и конечно же в повседневной жизни [1, с. 58]. Математика – наука о структурах, порядке и отношениях, исторически сложившаяся на основе операций подсчёта, измерения и описания формы объектов.

Робототехника – прикладная наука, занимающаяся разработкой автоматизированных технических систем и являющаяся важнейшей технической основой развития производства. Робототехника – научно-техническая дисциплина, изучающая теорию, методы расчета и конструирования роботов, а также проблемы комплексной автоматизации производства и научных исследований с применением роботов.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Мехатроника – это наука, посвящённая созданию и эксплуатации машин и систем с программным управлением. Часто мехатроникой называют электромеханику и наоборот. К мехатронике относятся заводские станки с программным управлением, беспилотные транспортные средства, современная офисная техника и пр. Иными словами, приборы и системы, предназначенные для выполнения какой-то конкретной задачи. Например, задача офисного принтера – печать документов.

Главная цель мехатроники и робототехники заключается в создании и использовании машин, движущихся и работающих на основе управления с помощью электронно-вычислительной техники. Недаром в настоящее время специальность 15.02.10 Мехатроника и мобильная робототехника входит в перечень наиболее востребованных, новых и перспективных профессий и специальностей из ТОП-50.

Квалифицированные техники-мехатроники необходимы на предприятиях различных отраслей промышленности: в станкостроении и создании оборудования, которое автоматизирует промышленные линии; военной, авиационной и космической технике; медицинской, офисной и бытовой технике; робототехнике; автомобилестроении [2, с. 88].

По этой специальности ведется подготовка специалистов высокого класса, готовых работать с техническими системами, агрегатами и комплексами, которые применяются для исполнения определенных функций и управления устройствами. Студенты специальности 15.02.10 Мехатроника и мобильная робототехника приобретают навыки проектирования и конструирования инновационных машин и роботов. Кроме того, они проходят программу обучения по эксплуатации уже существующей техники и оттачивают свои организационные и управленческие способности.

Техник-мехатроник занимается исследованием, проектированием и эксплуатацией автоматических и автоматизированных машин и систем, робототехнических систем, которые используются на предприятиях, добывающих, транспортирующих и перерабатывающих нефть и газ, предприятиях космической техники, точного машиностроения. Автоматические средства и системы управления используются в самолетах, автомобилях, бытовых приборах и т.д. Техник-мехатроник должен знать элементы системы и их обозначение, уметь составлять и тестировать мехатронные системы, знать устройство рабочих и измерительных инструментов и принципы их работы и уметь их использовать и обслуживать. Работа требует умения читать техническую документацию, знания прикладного программного обеспечения, а также умения составлять программы управления.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Вместе физические и математические знания дают возможность специалисту рассчитывать траекторию движения робота, измерять и рассчитывать значения физических величин. Создание робота – это то, чем занимается робототехник. Точнее, инженер-робототехник. Он исходит из того, какие задачи робот будет решать, продумывает механику, электронную часть, программирует его действия. Чтобы создать функционирующего робота нужны знания точных наук. Математика как инструмент научного познания позволяет в робототехнике решать задачи с углами, градусами, коэффициентами и пропорциями. На базовом уровне робототехника опирается на способность понимать и оперировать абстрактными понятиями, часто представляемыми в виде функций или уравнений. Геометрия является особенно важной для понимания таких тем, как кинематика и технические чертежи.

Робототехника является частью современного мира, а математика – частью робототехники. Робототехника в настоящее время одна из самых быстроразвивающихся, перспективных отраслей производства.

Образовательная робототехника – это мощный инструмент синтеза знаний, закладывающий прочные основы системного мышления, объединяющий классические подходы к изучению основ техники современного направления – информационное моделирование, программирование, информационно-коммуникативные технологии [3, с. 388]. Самые простые программы и вычислительная работа компьютера осуществляется и основывается на принципах математики, начиная с простейших математических операций и выражений, и заканчивая сложными вычислениями. Учитывая то, что математика учит абстрактно мыслить, понимать задачу, ставить задачу, выполнять разные действия и операции, анализировать возможные решения, решать задачи, то в совокупности с информатикой математика позволяет создавать достаточно сложные алгоритмы для робота с использованием переменных величин и математических вычислений.

Дисциплина «Математика» является неотъемлемой частью и мехатроники, поскольку она является основой для разработки и проектирования электронных компонентов. Без точных расчетов невозможно создать точные модели электронных схем, что может привести к ошибкам при производстве или эксплуатации устройств. Знание математики позволяет лучше понимать физические процессы, происходящие в устройствах, а также оптимизировать их работу [3, с. 389]. Математика является неотъемлемой частью мехатроники и помогает создавать более эффективные и надежные устройства. Математика необходима для создания точных моделей электронных схем. Знания математики позволяют инженерам делать более точные прогнозы и принимать обоснованные решения.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Инженеры могут использовать математические методы для определения оптимальных параметров работы устройства, таких как скорость вращения двигателя или напряжение питания. Это позволяет улучшить эффективность работы устройства и снизить затраты на производство.

Вывод. Знание математики является необходимым условием для успешной работы техника-мехатроника. Без нее невозможно создать надёжное и эффективное устройство, работающее без сбоев. Робототехника изначально представляет собой науку, технологию и инженерию, но при внедрении математического направления образовательный процесс становится полноценной STEM-технологией, направленной на разностороннее развитие личности в рамках одной дисциплины. Поэтому всем специалистам, занимающимся в области мехатроники и робототехники, следует уделить должное внимание изучению математики. У роботов есть преимущество перед людьми: они не нуждаются в отдыхе, кислороде и других биологических потребностях. Роботы универсальны: они не боятся жары, холода, радиации, токсинов, всего того, что опасно, а иногда смертельно для человека, поэтому они могут работать в экстремальных условиях, в том числе и в открытом космосе, ведь роботам, как я уже говорил, не нужен кислород, поэтому роботы – это идеальные рабочие, которые могут работать везде. Роботов можно использовать практически во всех областях, они упрощают человеческий труд, освобождая время для саморазвития и отдыха. Профессию робототехника и мехатроника можно назвать созидательной, потому что она создает и делает все во благо людей, именно поэтому я считаю, что математика их неотъемлемая часть.

Литература

1. Асмолов, А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская; под редакцией А.Г. Асмолова 2-ое изд. – Москва : Просвещение, 2011. – 159 с.
2. Гришин, М.Д. Математика в робототехнике [Электронный ресурс] / М.Д. Гришин // XI Международный конкурс научно-исследовательских и творческих работ учащихся «Старт в науке». – 2021. – № 4 (апрель). – С. 87–93. – URL: <https://school-science.ru/11/4/46124> (дата обращения 30.04.2025).
3. Ибрагимов, В.Н. Межпредметная связь робототехники и математики. Внедрение математики в программу внеклассной деятельности по робототехнике / В. Н. Ибрагимов, Б. Б. Мурзалин. // Молодой ученый. – 2021. – № 21 (363). – С. 388-389. –URL: <https://moluch.ru/archive/363/81181/> (дата обращения 30.04.2025).

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Серебрянников Никита¹,

e-mail: neketserebro08@gmail.com,

Шевченко Валерий²

e-mail: valerashev2281@gmail.com

^{1,2,1} курс, Институт атомной и тепловой энергетики

Руководитель: Хакимуллина Лариса Шарифовна³

кандидат технических наук, доцент

кафедра энергетического машиностроения

e-mail: hackimullina.lara@yandex.ru

^{1,2,3}**ФГБОУ ВО КГЭУ «Казанский Государственный
Энергетический Университет»,**

г. Казань, Россия

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПИСАНИЯ
ОРИЕНТАЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА: УГЛЫ ЭЙЛЕРА И
КВАТЕРНИОНЫ**

Описание и управление ориентацией твердого тела является фундаментальной задачей в теоретической механике, робототехнике, авиационной навигации и компьютерном моделировании. Наиболее распространенными математическими инструментами для параметризации вращения являются углы Эйлера и кватернионы. Каждый из этих методов обладает уникальными свойствами, определяющими их применимость в различных областях.

В современной механике и компьютерном моделировании углы Эйлера остаются одним из наиболее распространенных способов описания ориентации твердых тел в трехмерном пространстве. Этот метод, разработанный Леонардом Эйлером в XVIII веке, основан на представлении любого поворота как последовательности трех элементарных вращений вокруг координатных осей.

Основное преимущество углов Эйлера заключается в их интуитивной понятности и наглядности. В механике чаще всего используют две основные конвенции задания углов. Классическая ZYZ-конвенция предполагает сначала поворот на угол ψ вокруг исходной оси Z, затем поворот на угол θ вокруг новой оси Y', и наконец поворот на угол ϕ вокруг оси Z". Альтернативная конвенция Тейта-Брайана (ZYX), широко применяемая в авиации, описывает ориентацию через последовательность рыскания (вращение вокруг Z), тангажа (вращение вокруг Y') и крена (вращение вокруг X").

Математически поворот с помощью углов Эйлера выражается через произведение трех матриц элементарных вращений. Для ZYZ-конвенции результирующая матрица поворота $R(\psi, \theta, \phi)$, где ψ -угол процессии, θ -угол

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

нутации, φ -угол собственного вращения [2]. Получается перемножением матриц поворота вокруг осей Z , Y и Z в указанной последовательности. Каждая из этих матриц имеет стандартный вид, содержащий соответствующие тригонометрические функции от углов поворота [1].

Однако углы Эйлера обладают существенным недостатком - явлением, известным как "шарнирный замок" (gimbal lock). Эта проблема возникает, когда при определенных значениях углов (например, при $\theta = \pm 90^\circ$ в ZYZ -конвенции) система теряет одну степень свободы. В таком случае оси первого и третьего вращений совпадают, что приводит к вырождению матрицы поворота и невозможности однозначного определения ориентации объекта.

Несмотря на это ограничение, углы Эйлера продолжают широко применяться в различных областях. В авиации они используются для описания ориентации летательных аппаратов через понятные пилотам крен, тангаж и рыскание. В системах навигации и управления углы Эйлера позволяют наглядно задавать требуемую ориентацию объектов. Особенно удобны они в случаях, когда требуется ручное управление ориентацией или визуализация положения объекта [4].

Таким образом, хотя углы Эйлера и имеют определенные математические ограничения, их физическая наглядность и простота интерпретации обеспечивают этому методу устойчивые позиции в инженерной практике. При этом важно понимать границы применимости данного подхода и учитывать возможность возникновения особых случаев, таких как шарнирный замок, при проектировании систем управления и моделировании движения твердых тел.

Кватернионное описание ориентации твердого тела представляет собой мощный математический аппарат, сочетающий теоретическую строгость с практической эффективностью. В основе этого подхода лежит представление вращений четырехкомпонентными гиперкомплексными числами специального вида. Где каждый нормированный кватернион можно определить как

$$q = w + xi + yj + zk, \quad (1)$$

где $w^2 + x^2 + y^2 + z^2 = 1$, однозначно определяет поворот в трехмерном пространстве через скалярную составляющую $w = \cos(\theta/2)$, содержащую информацию об угле поворота θ , и векторную часть $v = (x, y, z) = \sin(\theta/2)u$, задающую ось вращения единичным вектором u [5].

Геометрически такое представление соответствует параметризации пространства вращений с помощью единичной сферы в четырехмерном пространстве, где каждому повороту отвечают две антиподальные точки. Это свойство принципиально отличает кватернионы от углов Эйлера, полностью устраняя проблему шарнирного замка и обеспечивая гладкое описание любых вращений без вырожденных случаев. При этом

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

композиция последовательных поворотов реализуется через операцию кватернионного умножения, требующую всего 16 вещественных умножений против 27 операций при перемножении матриц поворота.

Особую ценность кватернионы приобретают при решении задач интерполяции ориентации. Сферическая линейная интерполяция (SLERP), задаваемая формулой

$$\text{SLERP}(q_1, q_2, t) = \frac{\sin((1-t)\Omega)q_1 + \sin(t\Omega)q_2}{\sin\Omega}, \quad (2)$$

где Ω – угол между кватернионами, обеспечивает минимальное по энергии движение вдоль геодезических линий на многообразии вращений. Данное качество создает условия, в которых кватернионы являются основой для компьютерной анимации, а так же в областях, где необходимо плавное изменение ориентации.

При использовании кватернионов периодически возникает необходимость регулировать кватернион, чтобы вычисления были более точными. Для внедрения в современные функционирующие системы большое значение представляют алгоритмы преобразования кватернионных представлений, матриц поворота и углов Эйлера. Преимущества кватернионного формата хорошо проявляются при описании сложных вращательных движений, так как традиционные методы сталкиваются с принципиальными ограничениями. Устранение проблемы сингулярностей, вычислительная эффективность и естественная интерполяция делают этот математический аппарат универсальным инструментом для современных приложений в робототехнике, виртуальной реальности и системах автоматического управления, открывая новые возможности для точного и устойчивого описания пространственной ориентации.

При выборе математического аппарата для описания ориентации твердого тела разработчики сталкиваются с необходимостью тщательного анализа преимуществ и ограничений различных подходов. Наиболее распространенные методы – углы Эйлера и кватернионы – принципиально различаются как по своим математическим свойствам, так и по практической применимости в реальных задачах.

Вычислительная эффективность представляет собой один из ключевых критериев сравнения. Углы Эйлера требуют последовательного перемножения трех матриц поворота, что предполагает выполнение девяти тригонометрических операций. При необходимости восстановления углов из матрицы поворота добавляются вычисления обратных тригонометрических функций. В отличие от этого, кватернионное представление оперирует шестнадцатью операциями умножения и двенадцатью сложениями для композиции поворотов, при этом поворот вектора требует всего четырех операций умножения. Практические измерения подтверждают, что операции с кватернионами выполняются на

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

30-40% быстрее аналогичных матричных преобразований, что особенно важно в системах реального времени.

Особого внимания заслуживает проблема сингулярностей. Углы Эйлера подвержены явлению шарнирного замка (gimbal lock), которое возникает при определенных значениях углов и приводит к потере одной степени свободы. Это не только вызывает вырождение матрицы поворота, но и проявляется в виде резких скачков значений углов, что может дестабилизировать систему управления. Кватернионное представление полностью лишено этого недостатка, обеспечивая непрерывное и однозначное описание любой ориентации, что делает его незаменимым в критически важных приложениях.

При рассмотрении вопросов интерполяции ориентаций становится очевидным преимущество кватернионов. Линейная интерполяция углов Эйлера приводит к физически некорректным траекториям движения, сопровождающимся неравномерной угловой скоростью и паразитными вращениями. В отличие от этого, сферическая линейная интерполяция (SLERP) кватернионов гарантирует постоянную угловую скорость и движение по кратчайшему пути между ориентациями. Хотя SLERP требует примерно на 25% больше вычислительных ресурсов, современные графические процессоры успешно компенсируют эту разницу за счет аппаратных оптимизаций.

Вопрос удобства восприятия и интерпретации демонстрирует преимущество углов Эйлера. Их соответствие интуитивному представлению о поворотах вокруг осей делает этот метод идеальным для систем с ручным управлением и визуализации. Кватернионы, напротив, менее наглядны и требуют дополнительных вычислений для интерпретации, что ограничивает их применение в пользовательских интерфейсах, но не снижает ценности для внутренних расчетов.

Таким образом, выбор между углами Эйлера и кватернионами должен основываться на специфике решаемой задачи. Для систем, где приоритетом является наглядность и простота интерпретации, оптимальны углы Эйлера. В случаях, требующих высокой вычислительной эффективности, отсутствия сингулярностей и качественной интерполяции, предпочтение следует отдавать кватернионам. Современные системы часто используют комбинацию обоих подходов, что позволяет максимально использовать преимущества каждого метода.

В инженерной практике выбор метода описания ориентации твердого тела определяется конкретными требованиями системы. В авиации и космонавтике углы Эйлера (в форме углов Тейта-Брайана - крена, тангажа и рыскания) остаются основным языком описания ориентации летательных аппаратов. Это обусловлено их физической наглядностью: пилоту интуитивно понятно, что означает поворот на 30° по крену или 15° по

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

тангажу. В системах управления ориентацией спутников также традиционно используют углы Эйлера, так как они позволяют естественным образом разделить движение на каналы управления.

Совершенно иная ситуация наблюдается в компьютерной графике и системах виртуальной реальности. Здесь кватернионы стали фактическим стандартом для представления вращений. При анимации трехмерных объектов критически важна плавность переходов между ориентациями, которую обеспечивает сферическая интерполяция (SLERP) на основе кватернионов. Например, при создании реалистичных движений персонажа в компьютерных играх использование кватернионов позволяет избежать рывков и артефактов, характерных для линейной интерполяции углов Эйлера [3].

На практике часто встречаются комбинированные системы, где сильные стороны обоих методов используются совместно. Типичный пример – современные системы управления космическими аппаратами. Внутренние расчеты и алгоритмы управления используют кватернионы, что обеспечивает вычислительную эффективность и отсутствие сингулярностей. В то же время, для взаимодействия с оператором и визуализации ориентации применяются углы Эйлера, так как они более понятны человеку.

В робототехнике также распространен подход, когда кинематические цепи описываются с использованием углов Эйлера (для наглядности и простоты конфигурирования), а динамические расчеты и управление выполняются в кватернионном представлении. В робототехнике также распространен подход, когда кинематические цепи описываются с использованием углов Эйлера (для наглядности и простоты конфигурирования), а динамические расчеты и управление выполняются в кватернионном представлении. Этот подход дает возможность объединить сильные стороны обоих методов, снижая влияние их ограничений.

Сравнительное исследование двух основных способов описания ориентации твердого тела – углов Эйлера и кватернионов — показало их ключевые различия, которые определяют сферы их применения в науке и технике. Хотя углы Эйлера имеют многовековую историю использования в механике и авиации, они остаются востребованными благодаря своей простоте и наглядности. Их главное достоинство — интуитивно понятное представление вращения в виде последовательных элементарных поворотов. Это делает их особенно полезными в системах, где важно удобство взаимодействия с оператором, например, в авиационных дисплеях или при ручном управлении роботами. Однако, как показал анализ, этот подход имеет принципиальные ограничения, связанные с явлением шарнирного замка (gimbal lock), которое существенно осложняет его применение в задачах, требующих полного диапазона ориентаций. Кроме

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

того, тригонометрическая природа преобразований на основе углов Эйлера приводит к повышенной вычислительной нагрузке при последовательных вращениях.

Кватернионное представление, будучи более современным математическим аппаратом, лишено этих недостатков. Отсутствие сингулярностей, возможность эффективной интерполяции между ориентациями (с использованием алгоритма SLERP) и высокая вычислительная эффективность операций умножения делают кватернионы предпочтительным выбором в таких областях, как компьютерная графика, системы виртуальной и дополненной реальности, а также в алгоритмах стабилизации беспилотных летательных аппаратов. Особенно ценным свойством кватернионов является их способность описывать плавные переходы между ориентациями без скачков и разрывов, что критически важно для создания реалистичной анимации и точного управления движением [3].

Интересно отметить, что на практике часто встречаются гибридные подходы, где сильные стороны обоих методов используются совместно. Например, во многих современных системах управления углы Эйлера применяются для интуитивно понятного задания целевой ориентации оператором, в то время как внутренние расчеты и интерполяция выполняются с использованием кватернионов. Такой симбиоз позволяет сочетать преимущества обоих представлений, минимизируя их недостатки.

Кватернионы должны входить в программу технических вузов как фундаментальный математический аппарат для описания вращений в трёхмерном пространстве. Их изучение необходимо, поскольку они являются ключевым инструментом в современных областях — от компьютерной графики и робототехники до систем навигации и управления космическими аппаратами

Перспективными направлениями дальнейших исследований в этой области могут стать: разработка новых гибридных методов параметризации вращения, оптимизация алгоритмов интерполяции для систем реального времени, а также создание эффективных методов визуализации кватернионных преобразований для более удобной работы операторов. Особый интерес представляет адаптация рассмотренных методов к задачам машинного обучения и автономного управления, где требования к точности и вычислительной эффективности описания ориентации продолжают расти.

Таким образом, выбор между углами Эйлера и кватернионами должен осуществляться на основе тщательного анализа конкретной прикладной задачи, учитывая, как требования к точности и быстродействию, так и необходимость взаимодействия с человеком-оператором. Понимание сравнительных характеристик этих методов позволяет инженерам и разработчикам создавать более эффективные и надежные системы

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

управления ориентацией в самых различных областях техники.

Литература

1. Тарг, С.М. Краткий курс теоритической механики: Учеб. для втузов / С.М. Тарг. – 12-е изд., стер. – Москва: Высшая школа, 2002. – С. 147-150.
2. Лекция 12. Кинематика твёрдого тела. Углы Эйлера [Электронный ресурс]. – URL: <https://teach-in.ru/lecture/11-21-Khalilov> (дата обращения: 12.04.25).
3. Буданов, А.С. Использование углов Эйлера в инерциальных навигационных системах / А.С. Буданов, В.А. Егунов // Инженерный вестник Дона. – 2021. – № 7. – URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archiv/p7y2021/7072> (дата обращения: 12.04.2025). – Текст : электронный.
4. Голдобин, Н.Н. Преемственность в развитии научных знаний: практическое применение кватернионов при решении инженерно-технических задач / Н.Н. Голдобин, Л.А. Голдобина / Техно-технологические проблемы сервиса. – 2013. – № 2(24). – С. 59-62.
5. Кватернионы: основы, применение в 3D графике и анимации [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <https://sky.pro/wiki/javascript/kvaternionu-osnovy-primenenie-v-3d-grafike-i-animacii/> (1 дата обращения: 2.04.2025).

Скакун Владислав Вадимович¹

1 курс, Физико-Технический факультет
e-mail: skakunvlad70@gmail.com

Руководитель: Бабичева Маргарита Вадимовна²

кандидат технических наук, доцент
кафедры радиофизики и инфокоммуникационных технологий
e-mail: m.babicheva60@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО Донецкий государственный университет,
г. Донецк, Россия

**ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В
СОВРЕМЕННОЙ КРИПТОГРАФИИ**

Эллиптическая кривая – множество точек, описываемое уравнением:

$$Y^2 = X^3 + aX + b, \text{ где } 4a^3 + 27b^2 \neq 0.$$

Это уравнение называется обычной формулой Вейерштрасса. Также необходимо, чтобы частью кривой являлась бесконечно удалённая точка (идеальная точка). Будем обозначать бесконечно удалённую точку символом 0 (ноль).

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Если нам требуется явным образом учитывать точку в бесконечности, то определение эллиптической кривой можно уточнить следующим образом:

$$(X, Y) \in R \{Y^2 = X^3 + aX + b, \text{ где } 4a^3 + 27b^2 \neq 0\} \cup \{0\}.$$

В криптографии используются группы для эллиптических кривых. Определим группу для эллиптических кривых так:

1. Элементы группы являются точками эллиптической кривой;
2. Единичный элемент — это бесконечно удалённая точка 0 ;
3. Обратная величина точки P — это точка, симметричная относительно оси x ;
4. Сложение задаётся следующим правилом: сумма трёх ненулевых точек P , Q и R , лежащих на одной прямой, будет равна

$$P + Q + R = 0,$$

5. Благодаря тому, что мы находимся в абелевой группе, то можем записать $P + Q + R = 0$ как $P + Q = -R$. Это можно представить геометрически (рис.1.)

Покажем, как это работает на практике, для этого воспользуемся сайтом <https://andrea.corbellini.name/ecc/interactive/real-add.html> (Рис. 2).

Вверху введены коэффициенты, $a = -7$ и $b = 10$, затем координаты точек P и Q , через точки P и Q проводится прямая, которая пересекает график эллиптической кривой, и симметричная точке пересечения точка R является суммой точек P и Q .

Если мы хотим, чтобы сложением точек занимался компьютер, нужно превратить геометрический способ вычисления координат точек в алгебраический.

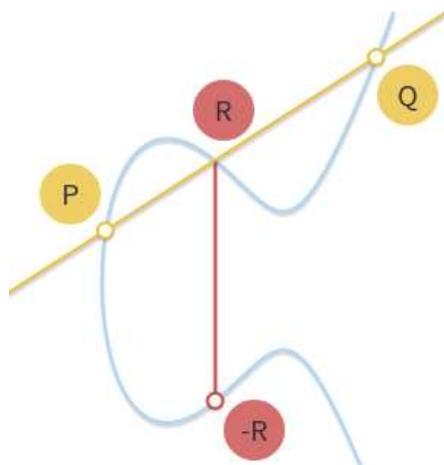


Рисунок 1 – Геометрическое сложение точек на эллиптической кривой

Если P и Q не совпадают, то проходящая через них прямая имеет наклон:

$$m = \frac{Y_p - Y_q}{X_p - X_q}.$$

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

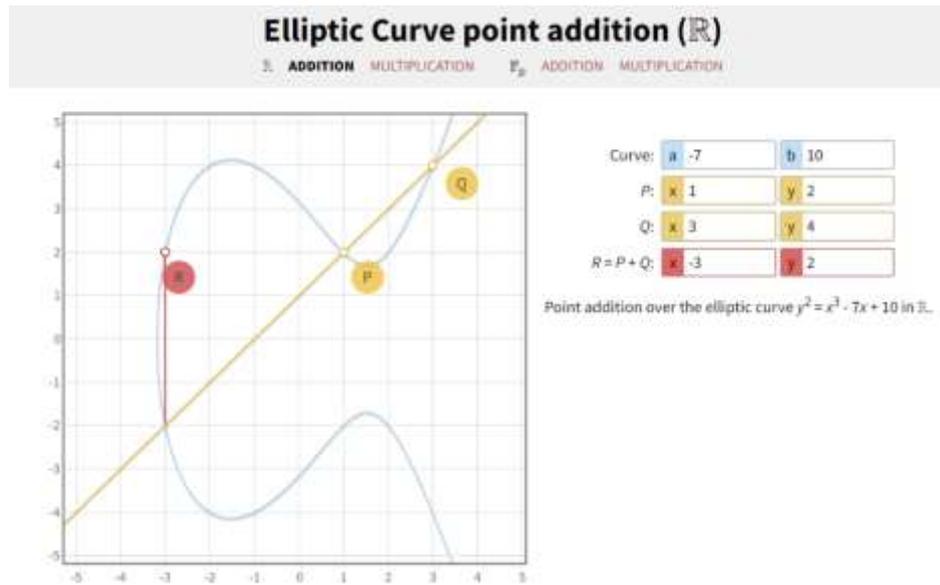


Рисунок 2 – Пример сложения двух точек на эллиптической кривой

Пересечение этой прямой с эллиптической кривой – это третья точка $R = (X_r; Y_r)$, где

$$\begin{aligned} X_r &= m^2 - X_p - X_q, \\ Y_r &= Y_p - m(X_p - X_r), \text{ или} \\ Y_r &= -Y_q + m(X_q - X_r). \end{aligned}$$

Если подставить значения из геометрического примера, то увидим, что

$$\begin{aligned} m &= \frac{Y_p - Y_q}{X_p - X_q} = \frac{2 - 4}{1 - 3} = 1, \\ X_r &= 1^2 - 1 - 3 = -3, \\ Y_r &= -2 + 1(-1 + 3) = 2. \end{aligned}$$

Кроме сложения, мы можем определить и другую операцию: скалярное умножение, то есть:

$$nP = \{P + P + \dots + P\},$$

где n — натуральное число. Умножить можно на том же сайте (рис. 3).

Результатом является точка $Q = n \cdot P$ с координатами $(-1; -4)$.

Очевидно, что вычисление $n \cdot P$ требует n сложений. Если n состоит из k десятичных разрядов, то алгоритм будет иметь сложность $O(2^k)$. Но существуют и более быстрые алгоритмы, например, алгоритм удвоения-сложения [1].

Принцип работы этого алгоритма разберем на примере. Возьмём $n = 151$. В двоичной форме оно имеет вид 10010111. Такую двоичную форму можно представить, как сумму степеней двойки:

$$151 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

С учётом этого можно записать: $P \cdot 151 = P \cdot 2^7 + P \cdot 2^4 + P \cdot 2^1 + P \cdot 2^0$.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

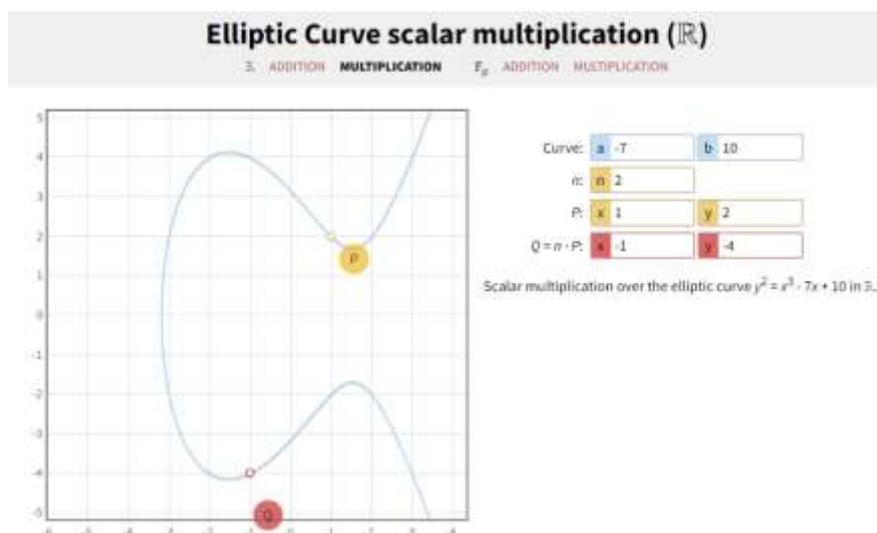


Рисунок 3 – Умножение точки на натуральное число

Алгоритм удвоения-сложения задаёт следующий порядок действий:

1. Взять P .
2. Удвоить его, чтобы получить $2P$.
3. Сложить $2P$ и P (чтобы получить результат $P \cdot 2^1 + P \cdot 2^0$).
4. Удвоить $2P$, чтобы получить $P \cdot 2^2$.
5. Сложить с результатом (чтобы получить $P \cdot 2^2 + P \cdot 2^1 + P \cdot 2^0$).
6. Удвоить $P \cdot 2^2$, получить $P \cdot 2^3$.
7. Не выполнять сложение с $P \cdot 2^3$.
8. Удвоить $P \cdot 2^3$, чтобы получить $P \cdot 2^4$.
9. Сложить с результатом (чтобы получить:
$$P \cdot 2^4 + P \cdot 2^3 + P \cdot 2^2 + P \cdot 2^1 + P \cdot 2^0$$
).

...

В результате мы вычислим $P \cdot 151$, выполнив всего семь удвоений и четыре сложения [2].

На рисунке 4 представлен скрипт на Python, реализующий этот алгоритм.

Если удвоение и сложение являются операциями $O(1)$, то этот алгоритм имеет сложность $O(\log n)$ (или $O(k)$), если учитывать битовую длину. И, конечно, намного лучше, чем изначальный алгоритм $O(n)$.

Покажем на примерах, как осуществлять эти операции, используя язык программирования Python и его библиотеку Sage.

Дана эллиптическая кривая $E: Y^2 = X^3 + 497X + 1768$, $p: 9739$

Задача 1. Используя приведенную выше кривую и точки

$$P = (493; 5564), Q = (1539; 4742), R = (4403; 5202),$$

найдем точку, $S(x; y) = P + P + Q + R$.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

```
def bits(n):
    while n:
        yield n & 1
        n >>= 1

def double_and_add(n, x):
    result = 0
    addend = x

    for bit in bits(n):
        if bit == 1:
            result += addend
            addend *= 2

    return result

print(double_and_add(151,3))
```

Рисунок 4 – Реализация алгоритма умножения-сложения

Задача 1. Используя приведенную выше кривую и точки $P = (493; 5564), Q = (1539; 4742), R = (4403; 5202)$, найдем точку, $S(x; y) = P + P + Q + R$.

Вводим параметры кривой, создаем кривую и Абелеву группу соответствующую этой кривой. А затем просто суммируем. Вычисляем сумму благодаря встроенным функциям (рис. 5).

```
Type some Sage code below and press Evaluate.

1 a = 497
2 b = 1768
3 m = 9739 #модуль
4 F = FiniteField(m) #точки на эллиптической кр
5 E = EllipticCurve(F,[a,b]) #эллиптическая кри
6 P = E(493, 5564)
7 Q = E(1539, 4742)
8 R = E(4403,5202)
9 S = P + P + Q + R
10 print("summa_X: " + str(S[0]))
11 print("summa_Y: " + str(S[1]))
```

Evaluate

```
summa_X: 4215
summa_Y: 2162
```

Рисунок 5 – Находим координаты точки, результата суммирования четырех точек на эллиптической кривой

Так же легко можно решить и задачу нахождения обратной точки на эллиптической кривой. Пусть дана все та же кривая. Найдем точку, обратную данной.

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

Задача 2. Используя приведенную выше кривую и точку $P(8045; 6936)$, найти точку $Q(x; y)$ такую, что $P + Q = O$.

Для этого используем Sage и Python (Рис. 6).

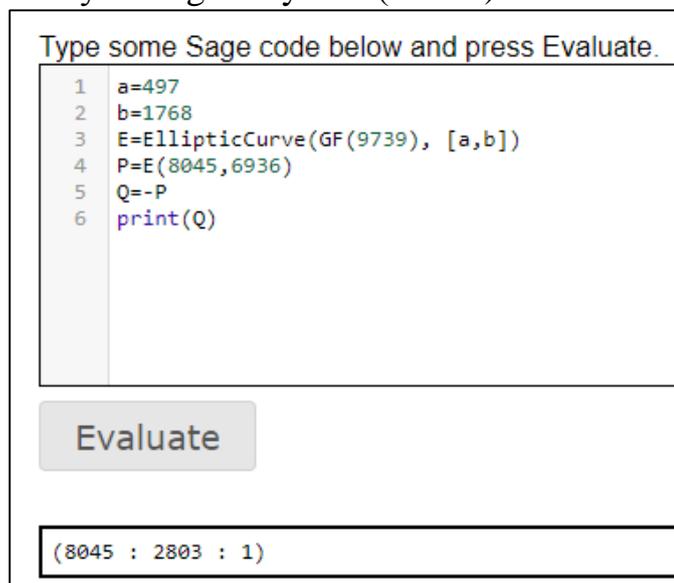


Рисунок 6 – Находим обратную точку на эллиптической кривой

Скалярное умножение двух точек определяется повторным сложением: $3P = P + P + P$.

В следующих нескольких задачах мы будем использовать скалярное умножение для создания общего секрета по незащищенному каналу, аналогично задачам Диффи-Хеллмана. Следующий алгоритм, эффективно вычисляет скалярное умножение точки на эллиптической кривой. Алгоритм Double и Add для скалярного умножения точки P на n .

Входные данные: P в $E(F(X;Y); p)$ и целое число $n > 0$

1. Установите $Q = P$ и $R = O$.
2. Цикл, пока $n > 0$
3. Если $n \equiv 1 \pmod 2$, установите $R = R + Q$.
4. Положим $Q = 2Q$ и $n = \lfloor n/2 \rfloor$.
5. Если $n > 0$, продолжить цикл с шага 2.
6. Вернуть точку R , которая равна nP .

На рисунке 2.2. представлен результат работы алгоритма для кривой:

$$E: Y^2 = X^3 + 497X + 1768, p: 9739$$

и точки $P = (2339; 2213)$, нужно найти точку, $Q(x; y) = 7863 \cdot P$ реализовав приведенный выше алгоритм (рис. 7).

На основе эллиптических кривых разработаны такие криптографические алгоритмы и протоколы, как ECDH (Elliptic Curve Diffie-Hellman)- протокол обмена ключами, позволяющий двум сторонам выработать общий секретный ключ через открытый канал, ECDSA (Elliptic Curve Digital Signature Algorithm) - алгоритм создания электронных

Секция 1. Приложения математики в физике и технике

подписей, обеспечивающий целостность и аутентификацию данных, EC-ElGamal – шифрование на основе эллиптических кривых по схеме ElGamal.

```
Type some Sage code below and press Evaluate.
2  b=1768
3  E=EllipticCurve(GF(9739), [a,b])
4  P=E(2339, 2213)
5  n=7863
6  Q = P
7  R = 0
8  while(n>0):
9      if n%2 == 1:
10         R = R + Q
11         Q = 2*Q
12         n = n//2
13  print(R)
```

Evaluate

(9467 : 2742 : 1)

Рисунок 7 – Найдено скалярное произведение $3P$

Эти алгоритмы применяются в современных криптографических системах, например. Шифрование для протокола HTTPS, на котором работает современный web – используется ECDHE (Elliptic Curve Diffie-Hellman Ephemeral) для передачи секретного ключа для дальнейшего симметричного шифрования трафика. Блокчейны Bitcoin и Ethereum используют ECDSA (кривая SECP256K1) для управления кошельками и транзакциями. Компактные ключи ECC оптимальны для сенсоров и микроконтроллеров, используемых в системах «Умные вещи». Вообще преимущество эллиптических кривых над возведением в степень, которое используется в устаревших алгоритмах, это то, что та же степень секретности обеспечивается меньшим размером ключей.

Литература

1. Washington, L. Elliptic Curves Number Theory and Cryptography / L. Washington. – Series Discrete Mathematics and Its Applications, Chapman & Hall/CRC, second ed., 2008. – 524 p.
2. Эллиптическая криптография // TECH GEEK : [сайт]. – URL: <https://tech-geek.ru/elliptic-cryptography/> (дата обращения 05.05.2025).

СЕКЦИЯ 2

Экономико-математическое моделирование

Руководитель: Гладкова Людмила Анатольевна,
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры математики и математических методов в экономике
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

ПОБЕДИТЕЛИ:

1-е место

Зиатдинова Илюза Ильсуровна

студентка 2 курса,

ГАОУ ВО Альметьевский государственный технологический университет
«Высшая школа нефти»,
г. Альметьевск, Россия

2-е место

Рипенко Алиса Сергеевна

студентка 1 курса, Институт экономики и управления,

ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет
экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского»,
г. Донецк, Россия

3-е место

Алябьева Алиса Викторовна,

студентка 1 курса, Экономический факультет,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Алябьева Алиса Викторовна¹

1 курс, Экономический факультет

e-mail: adelaida.alyabyeva@mail.ru

Руководитель: Гладкова Людмила Анатольевна²

кандидат физико-математических наук

доцент кафедры математики

и математических методов в экономике

e-mail: mail.gladnv00@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,

г. Донецк, Россия

**СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ПРИМЕНЕНИЮ ПРОИЗВОДНЫХ В
ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

Введение. В современной экономической теории и практике, математический анализ занимает центральное место, предоставляя мощные инструменты для моделирования, анализа и оптимизации экономических процессов. Одним из ключевых инструментов математического анализа, используемых в экономике, является производная.

История открытия производной - это эволюционный процесс, начавшийся в древности и продолжающийся до наших дней. Первые проблески идей, связанных с бесконечно малыми и касательными, появились еще в работах древних греков, таких как Архимед и Евклид. Однако формальное развитие концепции производной произошло гораздо позже, в Средние века, когда индийские математики начали разрабатывать методы нахождения касательных к кривым.

Ключевой прорыв произошел в XVII веке, когда Исаак Ньютон и Готфрид Вильгельм Лейбниц независимо друг от друга разработали основы дифференциального исчисления. Ньютон использовал его для описания физических явлений, в то время как Лейбниц уделял больше внимания формальной разработке и символике. XVIII век стал периодом активного развития и применения дифференциального исчисления, благодаря работам Лейбница, Бернулли, Эйлера и Лагранжа. Однако в XIX веке возникла необходимость в более строгом обосновании, что привело к созданию теории пределов, разработанной Коши, Вейерштрассом и Риманом.

В XX и XXI веках дифференциальное исчисление получило широчайшее распространение и применение в самых разных областях науки и техники, от физики и химии до экономики и информатики, продолжая развиваться и совершенствоваться под влиянием новых задач и вызовов. Вся эта долгая история, полная гениальных открытий и кропотливого труда, сделала производную одним из самых мощных инструментов в арсенале современного ученого.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Актуальность. Производная пронизывает многие аспекты экономической сферы, предоставляя инструменты для глубокого анализа и принятия обоснованных решений. В анализе рынка, производная позволяет оценить эластичность спроса и предложения, показывая, насколько изменится количество покупателей или поставщиков при изменении цены. Это критически важно для понимания структуры рынка и прогнозирования его поведения. В теории спроса и предложения, производная используется для определения оптимальной цены, при которой достигается равновесие, максимизирующее благосостояние потребителей и производителей.

В области издержек и прибыли, производная позволяет определить предельные издержки (дополнительные затраты на производство еще одной единицы продукции) и предельный доход (дополнительный доход от продажи еще одной единицы продукции). Сопоставление этих величин помогает компаниям определить оптимальный объем производства, при котором прибыль достигает максимума.

В финансовом анализе, производная применяется для изучения динамики цен акций и оценки рисков. Например, аналитики используют производную для определения скорости изменения цены акции (ее волатильности) и для прогнозирования будущих изменений цен. Она также применяется в сложных финансовых моделях для оценки рисков, связанных с инвестициями в различные активы. Более того, производные финансовые инструменты, такие как опционы, строятся на основе базового актива, и их цена определяется с использованием дифференциального исчисления, позволяя инвесторам хеджировать риски или спекулировать на изменениях цен. В целом, производная – это незаменимый инструмент для экономистов, финансистов и менеджеров, позволяющий принимать более взвешенные и обоснованные решения в сложных и динамичных рыночных условиях.

Целью исследования является обзор основных направлений применения производной в экономических исследованиях, демонстрация ее важности для анализа предельных величин, оптимизации экономических процессов и прогнозирования экономических показателей.

В современной экономике производная стала незаменимым инструментом, чье развитие и повсеместное применение подпитывается несколькими ключевыми факторами. Во-первых, это повсеместная компьютеризация, предоставившая мощные вычислительные ресурсы для анализа сложных экономических моделей и обработки огромных массивов данных. Во-вторых, это развитие эконометрики и статистики, позволяющее более точно оценивать параметры экономических моделей и, соответственно, более эффективно использовать производную для анализа и прогнозирования. В-третьих, это возрастающая сложность и динамичность современной экономики, требующая более точных и оперативных инструментов для принятия управленческих решений.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Использование производной в современной экономике дает ряд существенных преимуществ. Она позволяет проводить более точный анализ предельных величин, что необходимо для оптимизации производства, ценообразования и инвестиций. Она позволяет оценивать эластичность различных экономических показателей, что необходимо для прогнозирования реакции рынка на изменения в экономической политике или внешних условиях. Она позволяет строить и анализировать сложные динамические модели, описывающие изменение экономических переменных во времени, что необходимо для прогнозирования экономических кризисов и разработки мер по их предотвращению.

Применение производной находит свое место практически во всех сферах экономики. В макроэкономике она используется для анализа экономического роста и циклов, в микроэкономике – для анализа поведения потребителей и фирм, в финансах – для оценки рисков и доходности инвестиций. Она может пригодиться экономистам-аналитикам, занимающимся прогнозированием и разработкой экономических политик; финансовым аналитикам, оценивающим риски и разрабатывающим инвестиционные стратегии; менеджерам, принимающим решения об объеме производства, ценах и инвестициях; государственным служащим, разрабатывающим экономическую политику и регулирующим рынки. В целом, владение навыками применения производной является важным конкурентным преимуществом для любого специалиста, работающего в сфере экономики и финансов.

Рассмотрим применение производной на следующих примерах.

Пример 1. Объем продукции цеха в течение рабочего дня представлен функцией $U = -t^3 - 5t^2 + 75t + 425$, где t – время (ч). Найти производительность труда через 2 часа после начала работы.

Решение: За период времени от t_0 до $(t_0 + t)$ количество произведенной продукции изменится от $U_0 = U(t_0)$ до значения $U_0 + \Delta U = U(t_0 + t)$. Средняя производительность труда за этот период времени составит $\frac{\Delta U}{t}$. Следовательно, производительность труда в момент t_0 можно определить, как предельное значение средней производительности труда при $t_0 = 2$, то есть

$$ПТ = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta t} = U'(t).$$

$$U'(t) = -3t^2 - 10t + 75.$$

$$U(2) = -3 \times 2^3 - 10 \times 2 + 75 = -12 - 20 + 75 = 43.$$

Итак, производительность труда через 2 часа после начала работы составит 43 единицы продукции в час.

Пример 2. Максимизация прибыли компании.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Предположим, что функция прибыли компании зависит от объема выпускаемой продукции (Q) следующим образом:

$$P(Q) = 100Q + 2Q^2.$$

Нужно найти объем производства Q , при котором прибыль компании будет максимальной.

Для нахождения точки максимума используем производную функции прибыли по объему продукции. Для этого найдем первую производную от функции:

$$P'(Q) = (100Q - 2Q^2)' = 100 - 4Q.$$

Далее, для нахождения критической точки, приравняем первую производную к нулю:

$$100 - 4Q = 0.$$

$$Q = 4100 = 25.$$

Теперь необходимо проверить, является ли эта точка максимумом. Для этого находим вторую производную функции прибыли:

$$P''(Q) = (100 - 4Q)' = -4.$$

Поскольку вторая производная отрицательна $P''(Q) = -4$, это означает, что точка $Q = 25$ является точкой максимума.

Таким образом, оптимальный объем продукции, при котором прибыль будет максимальной, равен 25 единиц.

Пример 3. Минимизация издержек производства.

Функция общих издержек производства компании задается следующим образом:

$$C(Q) = 50 + 5Q + Q^2,$$

где: $C(Q)$ — общие издержки (в денежных единицах),

Q — объем произведенной продукции (в штуках).

Найти объем производства, при котором средние издержки минимальны.

Средние издержки (AC) рассчитываются как:

$$AC(Q) = \frac{C(Q)}{Q}.$$

Найдем выражение для средних издержек:

$$AC(Q) = \frac{C(Q)}{Q} = \frac{50+5Q+Q^2}{Q} = \frac{50}{Q} + 5 + Q.$$

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Найдем производную функции средних издержек по Q :

$$AC'(Q) = \left(\frac{50}{Q} 50Q + 5 + Q \right)' = \frac{-50}{Q^2} + 1.$$

Приравняем производную к нулю, чтобы найти критические точки:

$$\frac{-50}{Q^2} + 1 = 0; \quad Q^2 = 50; \quad Q = \sqrt{50}; \quad Q = 50 \approx 7,07.$$

Проверим, является ли точка минимумом. Для этого найдем вторую производную функции средних издержек:

$$AC''(Q) = \left(\frac{-50}{Q^2} + 1 \right)' = \frac{100}{Q^3},$$

$(Q) > 0$, следовательно, при $Q \approx 7.07$ достигается минимум средних издержек.

В заключение можно отметить, что производная является незаменимым инструментом в экономических исследованиях, обеспечивающим глубокое понимание экономических процессов и возможность принятия обоснованных и эффективных решений. Ее применение охватывает широкий спектр задач, от микроэкономической оптимизации до макроэкономического моделирования, и продолжает развиваться с появлением новых экономических теорий и вычислительных технологий.

Литература

1. Тельшев, Д.К. Производная в экономике и биологии. // Всероссийский конкурс для школьников “Моя исследовательская работа” – Режим доступа: URL: <https://педпроект.рф/edu-02-2025-pb-177515/> (дата обращения 08.04.2025).

2. Чертенкова, А.Д. Производная и её применение в экономической теории / А.Д. Чертенкова // VIII Международный конкурс научно-исследовательских и творческих работ учащихся «Старт в науке». – Москва, 2020. – URL: <https://school-science.ru/8/7/42110> (дата обращения 08.04.2025). – Текст : электронный.

3. Орлова, И.В. Экономико-математические методы и модели: учеб. Пособ. / И.В. Орлова. – Москва : Вузовский учебник, 2014. – 365 с.

4. Первадчук, В.П. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / В.П. Первадчук, С.Н. Трегубова, Д.Б. Шумкова. – Пермь : Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 450 с.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Варавина Вероника¹

2 курс магистратуры, Факультет математики
и информационных технологий,
e-mail: vivien-2019@mail.ru

Руководитель: Евсева Елена Геннадиевна²

доктор педагогических наук, профессор,
профессор кафедры высшей математики и
методики преподавания математики,
e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

**ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ
ЭКОНОМИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ В СИСТЕМЕ
«ПРОФИЛЬНАЯ ШКОЛА – КЛАССИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

В современном образовательном пространстве, характеризующемся динамичными изменениями и возрастающей сложностью, проблема преемственности обучения приобретает особую значимость. Преемственность, рассматриваемая как психолого-педагогический феномен, обеспечивает последовательное развитие обучающихся, плавный переход от одного образовательного этапа к другому и формирование целостной системы знаний. Для эффективной реализации этого процесса необходимо глубокое понимание структуры преемственности и ее компонентов.

Проблемам преемственности в воспитании, обучении, образовании посвящено большое число исследований: в рамках связей между различными ступенями системы образования, в частности между средней школой и вузом (Т.С. Попова [4], Р.М. Зайниев [2], Р.М. Тургунбаев [7], И.Г. Огоевцева [3], О.М. Саблина [5], С.А. Туманина, З.В. Шилова [6]).

На основе анализа литературы по теме преемственности обучения математике мы пришли к выводу, что понятие преемственность обучения экономико-математическому моделированию между профильными классами средней школы и классическим университетом в научных источниках либо не рассматривается, либо раскрывается фрагментарно.

В рамках нашей исследовательской работы под преемственностью обучению экономико-математическому моделированию между средней школой и университетом мы будем понимать, специально организованный, поэтапный дидактический процесс, направленный на обеспечение непрерывности и согласованности целей, содержания, методов и средств обучения на уровне профильной школы и классического университета, который предполагает систематическое развитие у обучающихся знаний и

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

умений, связанных с построением, анализом и интерпретацией математических моделей социально-экономических процессов, начиная с освоения элементарных моделей (пропорции, уравнения, функции, графики) в старших классах и заканчивая применением методов оптимизации, линейного программирования, анализа временных рядов и других профессионально-ориентированных моделей рассматриваемых в ряде дисциплин высшего учебного заведения.

Такое обучение опирается на применение цифровых образовательных ресурсов, элективных курсов, межпредметных связей (математика + экономика + информатика) и направлено на формирование у учащихся целостного представления о математической модели как инструменте анализа и прогнозирования в экономике.

Тема «Системы линейных уравнений» изучается в 10 классах экономического профиля согласно федеральной рабочей программе основного общего образования по математике для углубленного уровня в рамках раздела (темы) «Множество действительных чисел. Многочлены. Рациональные уравнения и неравенства. Системы линейных уравнений» [8]. Содержание темы:

- решение систем линейных уравнений (СЛУ);
- матрица системы линейных уравнений;
- определитель матрицы 2×2 , его геометрический смысл и свойства; вычисление его значения; применение определителя для решения системы линейных уравнений;
- решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений.

Ожидаемые предметные результаты:

- оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы;
- использовать свойства определителя 2×2 для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений;
- моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат [8].

Рассмотрим компоненты методической системы по обеспечению преемственности обучению теме «Системы линейных уравнений» обучающихся классов с экономическим профилем подготовки, позволяющего успешно обучаться в системе высшего экономического образования.

Целевой компонент: обеспечить непрерывность и согласованность обучению системам линейных уравнений на этапах среднего и высшего

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

образования, формируя у обучающихся устойчивые навыки решения систем линейных уравнений с использованием цифровых инструментов.

Содержательный компонент: содержание темы согласно федеральной рабочей программе [8] предлагаем расширить способами вычисления значения определителей третьего порядка, методами решения системы линейных уравнений 3×3 (Крамера, обратной матрицы), а также основными понятиями и методами матричной алгебры (виды матриц, операции с матрицами, обратная матрица).

Процессуальный компонент

1. Методы обучения: традиционные методы обучения предлагаем модифицировать путем использования цифровых инструментов для решения задач экономико-математического моделирования на основе линейных моделей:

1) объяснительно-иллюстративный с использованием инфографики и средств визуализации экономических процессов;

2) репродуктивный метод, направленный на освоение способов действий по составлению линейных экономических моделей;

3) проблемный метод, направленный на создание и разрешение проблемных ситуаций, основанных на интерпретации результатов экономико-математического моделирования с помощью цифровых инструментов;

4) частично-поисковые методы, например, кейс-метод, заключающий в анализе практических кейсов по обеспечению эффективной работы предприятия с использованием матричных расчетов и систем линейных уравнений;

5) исследовательские методы, такие как метод проектов (например, разработка интегративных проектов по составлению и исследованию моделей производственных процессов, описываемых с помощью простейших задач линейного программирования); метод экономико-математического моделирования (составление и исследование экономико-математической модели на основе матричной алгебры и СЛУ).

2. Формы обучения: групповые и индивидуальные занятия; элективный курс «Математические модели в экономике»; факультативы по математическому моделированию; онлайн-курсы и цифровые лаборатории электронное обучение (дистанционное, смешанное).

3. Средства обучения:

1) печатные: учебное пособие по экономико-математическому моделированию и методические материалы по изучению элективного курса «Математические модели в экономике»;

2) идеальные: система профессионально-ориентированных задач, задания для интегративных проектов и практических кейсов по экономико-математическому моделированию на основе линейных моделей;

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

3) цифровые: программная среда *GeoGebra* для визуализация решений и построение моделей; программное средство *MS Excel*, позволяющее решать систему СЛУ и проводить простые экономические расчёты; интерактивные тренажёры для освоения способов действий по составлению линейных экономических моделей.

Результативный компонент

1. Ожидаемые предметные результаты:

1) оперировать понятиями: виды матриц, операции с матрицами, обратная матрица; система линейных уравнений 3×3 , главная матрица системы, определитель главной матрицы;

2) владеть способами вычисления определителей 3-го порядка, методами Крамера и обратной матрицы решения системы линейных уравнений;

3) моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений 3×3 , исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат.

2. Средства диагностики результатов обучения: тематические и итоговые тесты (в Online Test Pad); практические задания (в том числе в Excel и GeoGebra); защита проектов.

Приведем примеры решения профессионально-ориентированных задач по теме «Системы линейных уравнений», которые можно использовать в качестве реализации проектной деятельности обучающихся.

Задача 1. Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырьё трех типов. Сведения о расходе сырья для каждого вида продукции и запасе сырья каждого типа представлены в таблице. Требуется определить план выпуска каждого вида продукции при условии использования всего имеющегося в запасе сырья [1].

Тип сырья	Расход сырья по видам продукции, ед./ изд.			Запас сырья, ед.
	P_1	P_2	P_3	
C_1	6	4	5	2400
C_2	4	3	1	1450
C_3	5	2	2	1550

Решение. Обозначим через x , y , z план выпуска соответственно первого, второго и третьего вида продукции. Используя данные таблицы запишем систему:

$$\begin{cases} 6x + 4y + 5z = 2400, \\ 4x + 3y + z = 1450, \\ 5x + 2y + 3z = 1550. \end{cases} \quad (1)$$

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Это система линейных алгебраических уравнений 3×3 относительно переменных x, y, z . Вычислим определитель главной матрицы системы

уравнений (1):
$$|A| = \begin{vmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 21. \quad (2)$$

Так как определитель главной матрицы системы A не равен нулю, значит эта матрица невырожденная и имеет обратную матрицу, которая равна:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{21} & \frac{2}{21} & \frac{11}{21} \\ \frac{7}{21} & \frac{7}{21} & -\frac{14}{21} \\ \frac{7}{21} & -\frac{8}{21} & -\frac{2}{21} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Учитывая результат, полученный в (2), система уравнений (1) имеет единственное решение, которое может найдено методом обратной матрицы по формуле:

$$X = A^{-1}B, \quad (4)$$

где X – матрица-столбец неизвестных, A^{-1} – матрица, обратная к главной матрице системы, B – матрица столбец правых частей уравнений. Найдем

матрицу $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ по формуле (4), учитывая, что в системе (1) матрица

правых частей уравнений $B = \begin{pmatrix} 2400 \\ 1450 \\ 1550 \end{pmatrix}$, и результат вычисления A^{-1} ,

полученный в (3):
$$X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} -\frac{7}{21} & \frac{2}{21} & \frac{11}{21} \\ \frac{7}{21} & \frac{7}{21} & -\frac{14}{21} \\ \frac{7}{21} & -\frac{8}{21} & -\frac{2}{21} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2400 \\ 1450 \\ 1550 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150 \\ 250 \\ 100 \end{pmatrix}.$$

Получаем, что $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150 \\ 250 \\ 100 \end{pmatrix}$. Таким образом, система (1) имеет решение: $x = 150$; $y = 250$; $z = 100$.

Ответ: план выпуска продукции первого вида 150 ед., продукции второго вида 250 ед., продукции третьего вида 100 ед.

Проиллюстрируем решение задачи №1 в *MS Excel*.

1. Составим матрицу B .

2. Найдем обратную матрицу A^{-1} . Выделим диапазон искомой обратной матрицы A^{-1} (3×3) и нажмем функцию = МОБР.

3. Найдем значения x, y, z . Для этого выделим диапазон (3×1) и выберем функцию = МУМНОЖ. Выделяем A^{-1} и вектора свободных членов.

4. Проверяем результат с помощью подстановки.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Результат выполнения действий приведен на рисунке 1.

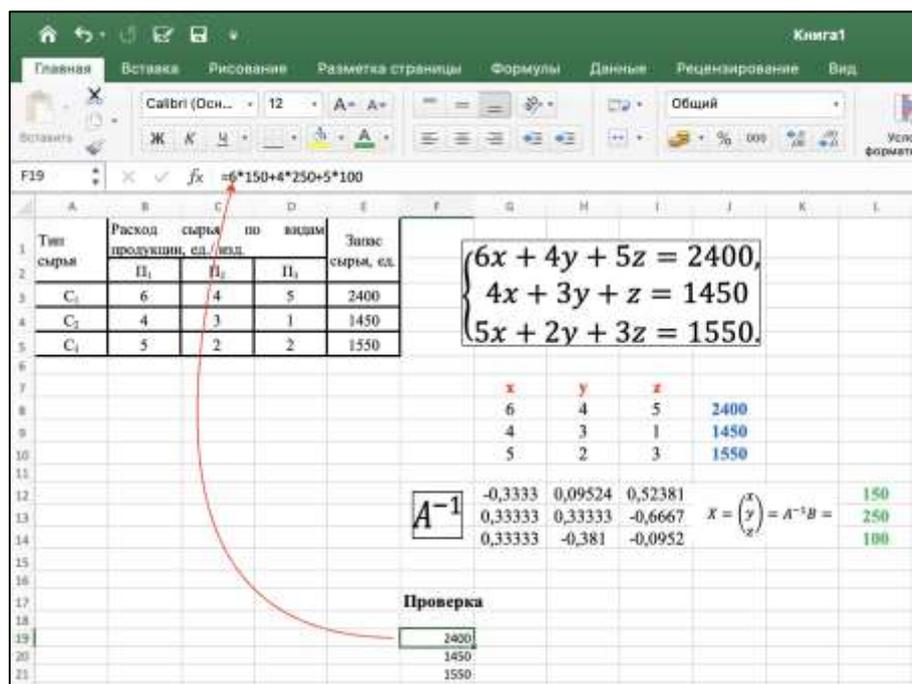


Рисунок 1 – Решение задачи 1 в программе MS Excel

Задача №2. Ценообразование в кофейне. В кофейне «Арома» продаются два вида напитков: латте и капучино. В стоимость каждого напитка входят расходы на кофе и молоко. Известно, что для одной порции латте используется 50 г кофе и 150 мл молока. Для одной порции капучино – 70 г кофе и 100 мл молока. В определённый день кофейня продала: 80 порций капучино, затратив 5,6 кг кофе и 8 л молока. Необходимо узнать цену 1 кг кофе и 1 л молока, если известно, что все закупки пошли ровно на приготовленные напитки, а суммарные расходы на кофе и молоко составили 8200 рублей (на латте) и 8480 рублей (на капучино).

Указания. Пусть x – цена 1 кг кофе (в рублях), а y – цена 1 литра молока (в рублях). Запишем систему линейных уравнений на основе данных

$$\begin{cases} 100 \cdot (0,05x + 0,15y) = 8200 \\ 80 \cdot (0,07x + 0,1y) = 8480. \end{cases}$$

Упростив систему, получим:
$$\begin{cases} 5x + 15y = 8200 \\ 5,6x + 8y = 8480. \end{cases}$$

Решить данную систему линейных уравнений с помощью матриц одним из известных методов (матричным, Крамера, Гаусса).

Изобразим решение системы в программе *GeoGebra*.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

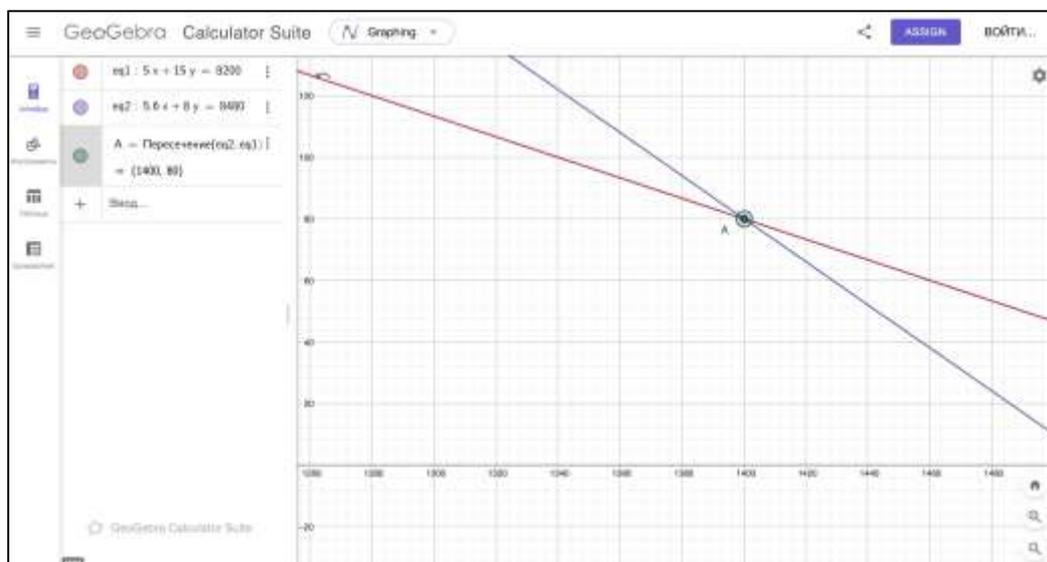


Рисунок 9 – Решение задачи №2 в GeoGebra

Полученный результат говорит о том, что цена 1 кг кофе: 1400 рублей, цена 1 л молока: 80 рублей.

Необходимо предусмотреть такие этапы выполнения проекта: 1) определить цели и задачи, предмет, объект и методы исследования; 2) изучить основные понятия экономические и математические понятия, необходимые для проведения исследования; 3) изучить математический аппарат, необходимый для решения систем линейных уравнений; 4) решить систему линейных уравнений; 5) интерпретировать решение в терминах исходной задачи.

Первые три этапа составляют теоретическую часть исследования, два последних – практическую. Необходимым условием является интегративный характер проекта, который заключается в обязательном применении цифровых программных средств с аналитическими методами. Для этого заданием проекта должно быть предусмотрено выполнение практической части проекта с применением цифровых инструментов.

Таким образом предложенная методика способствует достижению обучающимися описанных ранее предметных результатов обучения, личностных и метапредметных результатов. Личностные результаты обучения включают формирование: основ математического и экономического мышления; осознанного выбора будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов. Метапредметные результаты предполагают владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания; владение навыками получения необходимой информации из источников разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации,

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Литература

1. Благовисная, А.Н. Практикум по решению задач линейной аналитической геометрии с экономическим содержанием: методические указания. / А.Н. Благовисная, С.Т. Дусакаева, О.А. Тяпухина. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009 – 63 с.

2. Зайниев, Р.М. Преемственность профессионально-ориентированного содержания математического образования в системе «школа-колледж-ВУЗ» : Специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Зайниев Роберт Махмутович; Ярославский государственный университет им. К.Д. Ушинского. – Ярославль, 2012. – 43 с.

3. Одоевцева, И.Г. Обеспечение преемственности среднего общего и высшего образования в обучении математике / И.Г. Одоевцева, Н.В. Маркова, Н.В. Эйрих // Наука и школа. – 2016. – № 5. – С. 77-83.

4. Попова, Т.С. Методика углубленного обучения математике на основе преемственности самостоятельной деятельности обучающихся основной школы в процессе обобщения знаний : специальность 5.8.2 Теория и методика обучения и воспитания (математика (основное общее образование)) : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Попова Татьяна Спартаковна; Ярославский государственный университет им. К.Д. Ушинского. – Елец, 2024. – 26 с.

5. Саблина, О.М. Проблема преемственности в обучении математике / О. М. Саблина. – Текст: электронный // Вестник магистратуры. – 2016. – №5-2(56). – URL : https://www.magisterjournal.ru/docs/VM56_2.pdf (дата обращения: 20.04.2024)

6. Туманина, С.А. Преемственность при обучении математике (школа-ВУЗ) / С.А. Туманина, З.В. Шилова. – Текст: электронный // NovaInfo.Ru. – 2016. – Т. 3, № 53. – URL: <https://novainfo.ru/article/8369> (дата обращения: 23.12.2024).

7. Тургунбаев, Р.М. Методические аспекты преемственности в обучении математике / Р. М. Тургунбаев // Norwegian Journal of Development of the International Science. – 2022. – № 77-2. – С. 20-23. – DOI 10.24412/3453-9875-2021-77-2-20-23.

8. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (углубленный уровень) : для 10–11 классов образовательных организаций. – Москва : ФГБНУ «Институт стратегии развития образования», 2023. – 81 с. – URL: [http:// edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/20_ФРП_Матматика_10-11-классы_угл.pdf](http://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/20_ФРП_Матматика_10-11-классы_угл.pdf) (дата обращения 12.04.2024). – Текст : электронный.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Ващенко Элина¹

1 курс, Институт экономики и управления

e-mail: elya.vashchenko07@mail.ru

Руководитель: Скринник Анна Витальевна²

старший преподаватель,

кафедра высшей и прикладной математики,

e-mail: Vitalevna-93@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет экономики

и торговли имени Михаила Туган-Барановского»,

г. Донецк, Россия

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО ПОВЕДЕНИЯ

Моделирование – важный инструмент в экономических исследованиях, позволяющий реализовывать основные задачи экономической науки: объяснять экономические явления, прогнозировать их развитие, давать рекомендации и описывать экономические закономерности [3, с.135].

Примером экономического моделирования, где набирает обороты использование технологий искусственного интеллекта (ИИ), может выступать потребительское поведение, т.к. анализ потребительских предпочтений является ключевым аспектом для компаний, стремящихся повысить свою конкурентоспособность на рынке. Экономические модели находят следующее применение в анализе потребительского поведения:

- используя модели, компании могут разделить рынок на отдельные группы, основываясь на таких факторах, как возраст, образ жизни и покупательские привычки. Это дает возможность создавать более релевантные предложения для каждой группы потребителей;
- анализ с помощью моделирования позволяет компаниям понять, как реклама, брендинг, сезонность и социальные тренды формируют поведение потребителей. Это понимание необходимо для оптимизации маркетинговых стратегий и повышения их эффективности;
- бизнес может использовать экономическое моделирование для прогнозирования потребительских трендов, опираясь на прошлые данные. Это позволяет оптимизировать производственные процессы и распределение ресурсов, избегая перепроизводства или дефицита;

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

- экономисты применяют разнообразные модели спроса, чтобы понять, как цена, доходы и вкусы потребителей влияют на объём покупок. В частности, линейная модель спроса позволяет оценить, насколько сильно потребители реагируют на изменение цен.

На сегодняшний день ИИ прочно вошёл в нашу жизнь и помогает её облегчить тем, что способен выполнить огромный ряд задач. Сейчас самым перспективным направлением искусственного интеллекта можно выделить нейронные сети.

Поведение покупателей – это сложный процесс, оказывающий значительное влияние на экономические показатели на микро- и макроуровне. Привычные способы изучения потребительских предпочтений не всегда справляются с анализом больших объёмов информации и обнаружением неочевидных связей. Искусственный интеллект предоставляет новые возможности для более точного прогнозирования и глубокого понимания действий потребителей. Чтобы понять, почему потребители делают тот или иной выбор, используются экономические модели. Эти модели могут быть как элементарными, описывающими, например, зависимость спроса от цены, так и весьма детализированными, принимающими во внимание множество переменных, таких как вкусы, доходы и влияние маркетинговых стратегий.

С развитием технологий и увеличением объёма данных, доступных для анализа, традиционные методы уже не могут полностью удовлетворить потребности бизнеса. На помощь приходят нейронные сети, т.к. они, как мощный инструмент машинного обучения, в свою очередь, способны обрабатывать огромные объёмы данных и выявлять скрытые закономерности, что позволяет компаниям лучше понимать своих клиентов и предлагать им более персонализированные продукты и услуги.

В своем исследовании К.В. Левченко отмечает, что нейросети – это компьютерные модели, вдохновлённые работой человеческого мозга. Они используются для обучения машин и создания искусственного интеллекта, позволяя обрабатывать сложные данные. Главная цель нейросетей заключается в нахождении скрытых закономерностей в данных, чтобы делать прогнозы или автоматически классифицировать информацию [1].

Т.И. Онофрук справедливо подчёркивает, что искусственный интеллект открывает невероятные возможности. Благодаря алгоритмам, способным ежечасно анализировать огромные объёмы данных, ИИ может находить закономерности и разрабатывать решения, недоступные

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

человеческому разуму, что позволит значительно повысить точность прогнозирования [2, с. 86].

Применение нейронных сетей в анализе потребительского поведения открывает новые горизонты для бизнеса. Эти технологии позволяют более точно сегментировать клиентов, прогнозировать их поведение и анализировать отзывы, что в конечном итоге способствует повышению конкурентоспособности компаний. Несмотря на существующие недостатки, такие как необходимость в больших объёмах данных и сложности интерпретации результатов, потенциал нейронных сетей в данной области не вызывает сомнений.

К.В. Левченко также указывает, что современные компании активно используют нейросетевые технологии для обработки больших массивов данных из разнообразных источников — от веб-сайтов и мобильных приложений до социальных сетей и CRM-систем. С их помощью удаётся выявлять скрытые закономерности в поведении потребителей, прогнозировать их будущие действия, а также разрабатывать точные рекомендательные механизмы и персонализированную рекламу [1].

Таблица 1 – направление и применение нейронных сетей

<i>Направление</i>	<i>Применение нейросетей</i>	<i>Пример</i>
Рекомендательные системы	Предсказание интересов и предложений товара на основе предыдущих действий клиента.	Amazon, Netflix
Персонализации контента	Создание уникального контента для клиентов	Facebook, Google
Предсказание поведения	Прогнозирование потребностей и поведения, на основе истории покупок	Spotify
Анализ настроения	Определение реакций и эмоций пользователей в отзывах и комментариях.	Social Media, Twitter

Так можно наглядно увидеть, что нейросети помогают значительно анализировать своих клиентов по их предпочтениям. Это является очень удобным инструментом, учитывая, что у многих интернет-площадок

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

большая пользовательская база. Однако, с наличием подобных технологий, становится проще и доступен угождать каждому клиенту. Также, с помощью ИИ на основе анализа поведения клиентов, можно понять, как привлечь новых пользователей, какие тенденции этому способствуют, что позволяет повысить конверсию от взаимодействия с потребителями и оптимизировать затраты фирмы на ведение бизнес-процессов в целом.

Таким образом, используя экономическое моделирование, компании получают ценные сведения о поведении потребителей, что позволяет им принимать более обоснованные решения, оптимизировать бизнес-процессы и разрабатывать выигрышные стратегии. В этой области применение искусственного интеллекта даёт привилегии в развитии компании. Использование нейронных сетей для анализа потребительского поведения представляет собой перспективное направление, способное значительно улучшить понимание и предсказание потребительских предпочтений. Сегодня, когда конкуренция на рынке продолжает расти, важно использовать передовые технологии для получения конкурентных преимуществ. Нейронные сети не только повышают эффективность маркетинговых стратегий, но и помогают улучшить взаимодействие с клиентами, усиливая их лояльность и удовлетворенность.

Литература

1. Левченко, К.В. Использование нейросетей для анализа потребительского поведения в digital-маркетинге / К. В. Левченко // Актуальные исследования. – 2024. – № 50-2(232). – С. 71-76. – DOI 10.5281/zenodo.14402101. – EDN OPWTGO.
2. Онофрюк, Т.И. Прогнозирование потребительского поведения на основе интеграции нейросетей в маркетинговые исследования / Т.И. Онофрюк // Молодой ученый. – 2019. – № 28(266). – С. 83-86. – EDN VJAFJC.
3. Орлова, А.В. Методы моделирования в экономических исследованиях и возможности их применения на практике / А.В. Орлова // Теория и практика современной науки. – 2019. – № 10(52). – С. 135-141. – EDN LZFFXE.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Зиатдинова Илюза¹

2 курс, Высшая школа нефти

e-mail: ziatdinovailyuza668@gmail.com

Руководитель: Мельникова Эльвира Фаизовна²

старший преподаватель, кафедра математики и информатики

e-mail: elvirahanum@mail.ru

^{1,2}ГАОУ ВО Альметьевский государственный технологический
университет «Высшая школа нефти»,
г. Альметьевск, Россия

**ЦИФРОВАЯ ЛОГИСТИКА В НЕФТЕГАЗОВОЙ ОТРАСЛИ:
АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
ОПТИМИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

Современная логистика в нефтегазовой отрасли сталкивается с рядом комплексных задач, обусловленных как отраслевой спецификой, так и высоким уровнем неопределенности в операционных процессах. В условиях необходимости обеспечения бесперебойных поставок оборудования и материалов в отдалённые регионы, особенно в сложных климатических и инфраструктурных условиях, возрастает актуальность поиска эффективных решений, способных минимизировать издержки и риски, связанные с логистикой.

В рамках настоящего исследования рассмотрены ключевые логистические задачи, возникающие в процессе транспортировки бурового оборудования, а также проанализированы современные подходы к их решению. Особое внимание уделено возможностям цифровых технологий, которые не только упрощают решение указанных задач, но и позволяют перейти от реактивного к проактивному управлению логистическими процессами. Применение интеллектуальных систем, интеграции данных в реальном времени и алгоритмов машинного обучения способствует более точному планированию, прогнозированию и адаптации маршрутов под изменяющиеся условия [1, с. 60].

Одна из ключевых задач логистики в нефтегазовой отрасли — выбор оптимального маршрута доставки критически важного оборудования в отдалённые регионы. При этом необходимо учитывать не только стоимость и время транспортировки, но и вероятности отказов транспортных средств на отдельных участках маршрута. В данной задаче рассматривается стохастическая модель оптимизации маршрута, минимизирующего ожидаемые суммарные затраты.

Задача 1. Оптимизация маршрута доставки бурового оборудования с учетом вероятности поломок (стохастическая задача оптимизации). Нефтегазовая компания осуществляет доставку критически

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

важного бурового оборудования от трех поставщиков (узлы А, В, С) до буровой установки (узел D), расположенной в труднодоступной местности. Каждый маршрут доставки (например, А→В→D, А→С→D, прямой маршрут А→D) характеризуется определенной стоимостью и средним временем доставки. Однако, в силу сложных дорожных условий и непредсказуемости погодных факторов, существует ненулевая вероятность поломки транспортного средства на каждом участке пути. Поломка приводит к задержке, стоимость которой также определена. Требуется определить оптимальный маршрут, минимизирующий ожидаемые суммарные затраты, включающие стоимость доставки и ожидаемые затраты, связанные с возможными задержками. В качестве примера рассматриваются следующие данные в таблице 1:

Таблица 1 – Исходные данные

Маршрут	Стоимость доставки бурового оборудования (с), у.е.	Время доставки бурового оборудования (t), дн.	Вероятность поломки бурового оборудования (p)	Стоимость задержки доставки бурового оборудования при поломке (d), у.е.
А→В	500	2	0,1	2000
В→D	300	1	0,05	1500
А→С	400	1,5	0,08	1800
С→D	400	1	0,03	1200
А→D	700	2,5	0,12	2500

Целевая функция (минимизация ожидаемых суммарных затрат):

$$E(C) = \sum_i \sum_j x_{ij} \cdot c_{ij} + \sum_i \sum_j x_{ij} \cdot p_{ij} \cdot d_{ij} + T, \text{ где}$$

i – начальный узел участка пути, обозначающий точку, откуда начинается данный конкретный участок маршрута.

j – конечный узел участка пути, обозначающий точку, куда ведет данный конкретный участок маршрута.

c_{ij} – стоимость доставки от узла i к узлу j .

t_{ij} – время доставки от узла i к узлу j .

p_{ij} – вероятность поломки на участке пути от узла i к узлу j .

d_{ij} – стоимость задержки при поломке на участке пути от узла i к узлу j .

x_{ij} – бинарная переменная, принимающая значение 1, если участок пути от узла i к узлу j включен в маршрут, и 0 в противном случае.

$T = 100$ у.е. – стоимость владения и обслуживания транспортного средства.

Возможные значения индексов i и j : А, В, С, D.

Ограничения:

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

1. Выбор одного и только одного маршрута от поставщиков к буровой установке.

2. $x_{ij} \in \{0, 1\}$ (бинарное ограничение).

Рассчитаем стоимость доставки, ожидаемую стоимость задержек и общие ожидаемые затраты по каждому маршруту: $A \rightarrow B \rightarrow D$, $A \rightarrow C \rightarrow D$ и $A \rightarrow D$.

Маршрут $A \rightarrow B \rightarrow D$. Стоимость доставки:

$$c_{AB} + c_{BD} = 500 + 300 = 800 \text{ у. е.}$$

Ожидаемая стоимость задержек:

$$(p_{AB} \cdot d_{AB}) + (p_{BD} \cdot d_{BD}) = (0,1 \cdot 2000) + (0,05 \cdot 1500) = 275 \text{ у. е.}$$

Общие ожидаемые затраты: $800 + 275 + 100 = 1175 \text{ у. е.}$

Маршрут $A \rightarrow C \rightarrow D$. Стоимость доставки:

$$c_{AC} + c_{CD} = 400 + 400 = 800 \text{ у. е.}$$

Ожидаемая стоимость задержек:

$$(p_{AC} \cdot d_{AC}) + (p_{CD} \cdot d_{CD}) = (0,08 \cdot 1800) + (0,03 \cdot 1200) = 180 \text{ у. е.}$$

Общие ожидаемые затраты: $800 + 180 + 100 = 1080 \text{ у. е.}$

Маршрут $A \rightarrow D$. Стоимость доставки: $c_{AD} = 700 \text{ у. е.}$

Ожидаемая стоимость задержек: $p_{AD} \cdot d_{AD} = 0,12 \cdot 2500 = 300 \text{ у. е.}$

Общие ожидаемые затраты: $700 + 300 + 100 = 1100 \text{ у. е.}$

Согласно проведенному анализу, оптимальным является маршрут $A \rightarrow C \rightarrow D$ с минимальными затратами 1080 у.е.

Для реализации подобной стохастической оптимизации на практике применяются современные цифровые технологии, в первую очередь, системы управления транспортом (TMS) в связке с датчиками интернета вещей (IoT) и платформами аналитики больших данных.

Исходные данные для стохастической маршрутизации формируются на основе телеметрии, собираемой в реальном времени с помощью датчиков, установленных на транспортных средствах. Эти устройства фиксируют множество параметров, включая скорость движения, геолокацию, вибрации, температуру узлов и внешние условия. Все данные по защищенным каналам передаются в облачные хранилища или корпоративные центры обработки, где агрегируются и накапливаются. Наиболее широко используются отечественные и международные платформы мониторинга — такие как Wialon, Ruptela, Omnicomm, а также специализированные решения, встроенные в ERP-системы, например, SAP или 1С: ERP.

На следующем этапе данные подвергаются интеллектуальной обработке. Используемые алгоритмы предсказывают вероятность отказов на маршрутах, применяя методы классификации и регрессионного анализа. Интеграция таких инструментов с TMS позволяет не только учитывать вероятности задержек и поломок, но и оперативно пересчитывать оптимальные маршруты в случае изменения внешних условий — погодных,

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

дорожных или технических [2, с. 17]. Система в автоматическом режиме предлагает наиболее экономически обоснованный маршрут оператору или принимает решение самостоятельно, если задан необходимый уровень автономности [4, с. 1298].

Внедрение подобных технологий уже активно осуществляется в России. Компании «Газпром нефть», «ЛУКОЙЛ» и другие участники отрасли применяют TMS как для магистральных, так и для внутрипромысловых перевозок [5, с. 519]. Согласно исследованиям Высшей школы экономики, уровень цифровизации транспортной логистики в топливно-энергетическом комплексе стабильно растёт: за последние пять лет доля организаций, использующих предиктивную аналитику и интеллектуальные платформы маршрутизации, увеличилась более чем в два раза. Таким образом, переход от ручного моделирования к цифровым платформам обеспечивает значительное повышение надёжности и экономической эффективности поставок оборудования в нефтегазовой сфере.

В рамках обеспечения бесперебойной работы буровых установок нефтегазовые компании сталкиваются с необходимостью поддержания оптимального уровня запасов на распределительных складах. Избыточные запасы приводят к росту затрат на хранение, в то время как дефицит критически важных деталей может вызвать простой оборудования и существенные финансовые потери. В данной задаче рассматривается оптимизация запаса одной из деталей на складе с учетом колеблющегося спроса и временного лага поставки. Решение осуществляется с использованием модели запаса с фиксированным интервалом времени при известном распределении спроса.

Задача 2. Оптимизация уровня запасов на распределительном складе. Средний спрос на деталь составляет 50 единиц в месяц, стандартное отклонение 10 единиц. Время поставки из центрального склада 1 месяц. Стоимость хранения единицы 5 у.е. в месяц, а стоимость дефицита 50 у.е. за единицу. Требуется определить уровень запаса, минимизирующий суммарные затраты на хранение и возможный дефицит при уровне сервиса 95% ($z = 1,645$), где z – коэффициент квантиля.

Решение: максимальный ожидаемый спрос за период поставки (1 месяц) при целевом уровне сервиса 95% и коэффициенте квантиля $z = 1,645$:
 $\mu + z \cdot \sigma = 50 + 1,645 \cdot 10 = 66,45$ единиц (μ – средний спрос и σ – стандартное отклонение спроса).

Приблизительные затраты на хранение при предварительном уровне запаса: $66 \cdot 5 = 330$ у.е. в месяц.

В реальных условиях задача определения страхового запаса не может быть решена вручную с высокой точностью. Это связано с тем, что в логистике нефтегазовой отрасли спрос и время поставки подвержены

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

значительным колебаниям, зависят от внешних факторов (погодные условия, срочные заказы, сезонность) и часто имеют нелинейный характер. Учитывать все эти параметры вручную невозможно, особенно если требуется оперативно обновлять расчёты. Поэтому для решения такой задачи применяются цифровые технологии, способные обрабатывать большие объемы данных, анализировать их в реальном времени и формировать рекомендации на основе машинного обучения и адаптивных алгоритмов [3, с. 169].

Современные цифровые инструменты позволяют автоматизировать как сбор данных о спросе, так и прогнозирование его колебаний. Основу для расчетов составляет информация, поступающая из ERP-систем, таких как 1С:ERP, SAP S/4HANA или Oracle NetSuite. Эти платформы фиксируют историю заказов, возвратов, сроков поставки и хранят сведения в централизованных базах данных. Полученные массивы информации передаются в аналитические модули, использующие методы машинного обучения и статистического моделирования для предсказания спроса.

Далее прогноз интегрируется с WMS-системой, которая рассчитывает потребность в пополнении запаса и формирует заказы, автоматически синхронизируемые с TMS – системой управления транспортом. Весь процесс обеспечивает сквозную цифровизацию логистической цепочки от анализа до исполнения.

Таким образом, в рамках данного исследования были рассмотрены две типовые задачи логистики нефтегазовой отрасли, решение которых требует учёта большого объема данных и множества переменных параметров. Проведённые ручные расчёты позволяют наглядно продемонстрировать саму методику и принципиальную постановку задач, однако они не обеспечивают требуемой точности и адаптивности в условиях реального времени. Именно поэтому нефтегазовые компании еще в 1990-х годах внедрили цифровые инструменты, позволяющие автоматизировать сбор, обработку, хранение и передачу данных, а также обеспечивающие высокую скорость принятия решений и интеграцию с TMS и другими компонентами логистической ИТ-инфраструктуры.

Сегодня цифровизация логистических процессов перестала быть конкурентным преимуществом – она стала необходимым условием устойчивого и эффективного функционирования предприятий в условиях высокой динамики спроса, сложности маршрутов и требований к надёжности поставок. Развитие таких технологий, как IoT, машинное обучение и интеллектуальные системы прогнозирования, открывает новые возможности для оптимизации логистических схем, сокращения затрат и повышения уровня обслуживания даже в самых труднодоступных регионах нефтегазовой добычи.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Литература

1. Каллин, О.В. Применение предиктивной аналитики, основанной на алгоритмах искусственного интеллекта // Мир информационных технологий. – 2022. – № 7/8. – С. 60-63.
2. Arinze, C.A., Izionworu, V.O., Isong, D., Daudu, C.D., Adefemi, A. Predictive maintenance in oil and gas facilities, leveraging AI for asset integrity management // International Journal of Frontiers in Engineering and Technology Research. – 2024. – Vol. 6, No. 1. – P. 16–26. – DOI: 10.53294/ijfetr.2024.6.1.0026.
3. Ohalete, N.C., Aderibigbe, A.O., Ani, E.C., Ohenhen, P.E., Akinoso, A. Advancements in predictive maintenance in the oil and gas industry: A review of AI and data science applications // World Journal of Advanced Research and Reviews. – 2023. – Vol. 20, No. 3. – P. 167–181. – DOI: 10.30574/wjarr.2023.20.3.2432.
4. Gowekar, G.S. Artificial intelligence for predictive maintenance in oil and gas operations // World Journal of Advanced Research and Reviews. – 2024. – Vol. 23, No. 3. – P. 1228-1233. – DOI: 10.30574/wjarr.2024.23.3.2721.
5. Shigaev, A.G. Digital Transformation of the Russian Oil and Gas Industry: Main Directions and Expected Results // Advances in Economics, Business and Management Research : Proceedings of the 2nd International Scientific and Practical Conference on Digital Economy (ISCDE 2020). – 2020. – Vol. 156. – P. 515-519.

Маркина Альбина¹

1 курс, Институт экономики и управления
e-mail: albina.markinaa@yandex.ru

Руководитель: Скринник Анна Витальевна²

старший преподаватель,
кафедра высшей и прикладной математики,
e-mail: Vitalevna-93@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет экономики
и торговли имени Михаила Туган-Барановского»,
г. Донецк, Россия

**ОПТИМИЗАЦИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С
ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

В условиях современной экономики, характеризующейся высокой конкуренцией и необходимостью эффективного распределения ресурсов, оптимизация экономических процессов приобретает первостепенное значение. Организации стремятся к максимизации прибыли, минимизации

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

затрат, увеличению объемов производства и повышению качества продукции. Достижение этих целей требует использования современных методов анализа и планирования, среди которых экономико-математическое моделирование (ЭММ) занимает одно из ведущих мест. ЭММ предоставляет мощный инструментарий для формализации сложных экономических задач, выявления взаимосвязей между различными факторами и выбора оптимальных стратегий развития.

Экономико-математическое моделирование – это процесс построения и анализа математических моделей, отражающих структуру и закономерности экономических явлений и процессов. Эти модели позволяют анализировать различные сценарии развития, прогнозировать результаты управленческих решений и находить оптимальные стратегии, соответствующие заданным критериям. В отличие от интуитивных или эмпирических подходов, ЭММ обеспечивает более объективный и обоснованный процесс принятия решений, основанный на строгих математических расчетах и анализе данных.

Проблема оптимизации экономических процессов с использованием математических моделей актуальна для предприятий всех отраслей и масштабов. От крупных корпораций до малых и средних предприятий, все организации сталкиваются с необходимостью эффективного распределения ресурсов, планирования производства, управления запасами и формирования ценовой политики. Решение этих задач с помощью ЭММ позволяет повысить конкурентоспособность, снизить издержки и увеличить прибыльность бизнеса [2].

Целью данной статьи является рассмотрение возможностей применения математических моделей для оптимизации экономических процессов и демонстрация их эффективности на конкретных примерах.

В экономических исследованиях математические методы и модели помогают анализировать экономические процессы, прогнозировать их динамику и оптимизировать работу экономических систем. Они дают возможность изучить воздействие различных факторов на экономические показатели, выявить закономерности и тренды развития экономики, а также разрабатывать рекомендации по улучшению экономической ситуации [1].

В частности, инструменты математического программирования находят применение в решении оптимизационных задач, включая оптимизацию распределения ресурсов, разработку графиков производства и контроль запасов. Методы, основанные на теории вероятностей и математической статистике, используются для анализа больших объемов данных и обнаружения скрытых зависимостей [3].

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

В области гуманитарных наук математические подходы и модели находят применение при изучении текстов, анализе структур социальных связей, исследовании культурной динамики и других аспектов. Они предоставляют возможность обнаруживать неочевидные тенденции, обрабатывать значительные массивы информации и формулировать заключения о социальных изменениях [2].

Например, методы анализа текстов используются для изучения языка, литературы и других текстов. Методы сетевого анализа применяются для изучения социальных сетей и культурных процессов.

В инженерных изысканиях математические подходы и построение моделей применяются для конструирования и улучшения технических комплексов, предвидения их функционирования и обработки информации. Они дают возможность изучать характеристики веществ, операции в технических устройствах и прочие события [3].

Например, методы математического моделирования используются для создания моделей технических систем и прогнозирования их поведения. Методы анализа данных применяются для обработки больших объёмов информации и выявления закономерностей [2].

Для успешного применения математических инструментов и моделей требуются обширные познания и умения в данной сфере, а также использование специализированных программных средств. Важно принимать во внимание особенности каждой предметной области и модифицировать математические методы для соответствия конкретным задачам.

В качестве примера, рассмотрим такую задачу: «Составить математическую модель движения автомобиля по извилистой дороге с учётом влияния таких факторов, как скорость движения, радиус поворотов, коэффициент сцепления шин с дорожным покрытием и сила сопротивления воздуха».

Чтобы смоделировать перемещение транспортного средства, возможно применение комплекса дифференциальных уравнений, в частности, уравнений Лагранжа второго типа. Важно также принимать во внимание принципы сохранения энергии и импульса. Вычисление данной системы уравнений даст возможность установить путь, пройденный автомобилем, его скоростные показатели и динамику изменения скорости в любой момент времени.

Данную разработку возможно применять для тонкой настройки характеристик транспортного средства и дорожного полотна с целью

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

достижения максимальной безопасности и комфорта во время поездки. Кроме того, она позволяет изучать, как различные условия и обстоятельства воздействуют на перемещение автомобиля. Система уравнений движения автомобиля по извилистой дороге дает возможность исследовать стабильность траектории, максимально допустимую скорость при маневрах, а также воздействие разнообразных параметров.

Использование математического инструментария, а именно методов и моделей, в научных изысканиях представляет собой продуктивный способ достижения новых результатов и углубления понимания комплексных систем.

Такой подход позволяет исследователям выявлять закономерности, строить прогнозы и оценивать влияние различных факторов на изучаемые явления. Применение математических моделей способствует формализации знаний и созданию численных алгоритмов для решения сложных задач.

В итоге, интеграция математических методов в исследовательский процесс обеспечивает более точный и объективный анализ данных, а также способствует развитию теоретических представлений о природе изучаемых систем.

Литература

1. Иванова, В.О. Роль экономико-математических методов в оптимизации экономических решений / В.О. Иванова // Креативная экономика. – 2018. – Том 12. – № 9. – С. 1385-1398. – DOI: 10.18334/ce.12.9.39335.
2. Колачева, Н.В. Оптимизация экономических показателей прикладных задач сельского хозяйства на основе математического моделирования / Н.В. Колачева, М.Г. Никитина // Вестник НГИЭИ. – 2016. – №10 (65). – С. 23-30.
3. Хакимова, Д.Р. Методы математического моделирования в экономике / Д.Р. Хакимова // Молодой ученый. – 2022. – № 39 (434). – С. 58-60. – URL: <https://moluch.ru/archive/434/95205/> (дата обращения: 04.05.2025). – Текст : электронный.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Никонович Евгений Михайлович¹

1 курс, Экономический факультет
e-mail: mr.nikonovich.2007@mail.ru

Руководитель: Гладкова Людмила Анатольевна²

кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры математики
и математических методов в экономике
e-mail: gladnv00@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

**ВЗАИМОСВЯЗИ В ЭКОНОМИКЕ: ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ
ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ**

В современном экономическом анализе функции двух переменных занимают важное место, так как они позволяют более точно моделировать и разбирать сложные взаимосвязи между различными экономическими факторами. Эти функции могут использоваться для описания множества экономических процессов, от производственных и потребительских моделей до финансового анализа и экономического роста. Исследование функций двух переменных позволяет экономистам предсказывать изменения в поведении рынка, оптимизировать процессы и принимать обоснованные решения на уровне бизнеса и государства.

Функция двух переменных в экономике является важным инструментом для анализа экономических процессов и зависимости между различными факторами. Этот подход позволяет исследовать, как изменение одной переменной влияет на другую, что особенно актуально в таких областях, как микроэкономика, макроэкономика и теории потребления. Вопросы, связанные с функциями двух переменных, рассматривались множеством известных экономистов и ученых. Среди них можно выделить работы таких авторов, как П. Самуэльсон, который в своих исследованиях углублялся в теорию потребительского поведения, а также Дж. Кейнс, чьи модели строились на основе взаимодействия нескольких экономических факторов. Другими выдающимися исследователями данного вопроса являются М. Фридман, который рассмотрел влияние различных переменных на потребление и сбережения, и Дж. Стиглиц, изучавший аспекты асимметричной информации и их влияние на экономические решения. В целом, функция двух переменных позволяет лучше понять сложные взаимосвязи в экономике и принимать более обоснованные решения, как на уровне отдельного индивидуума, так и на уровне макроэкономики.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Актуальность изучения функций двух переменных в экономике объясняется несколькими моментами. Во-первых, в условиях быстро меняющейся экономической среды необходимо эффективно анализировать множество факторов, определяющих результативность различных процессов. Во-вторых, использование функций двух переменных позволяет более наглядно представлять взаимодействия между экономическими величинами, что важно, как для теории, так и для практики. В-третьих, в условиях глобализации и углубленной интеграции экономик многих стран возникает необходимость в анализе взаимосвязей между более чем одним фактором, что делает применение таких функций особенно актуальным.

Функция двух переменных играет ключевую роль в экономическом анализе, предоставляя мощные инструменты для моделирования и анализа сложных экономических процессов. В экономике, как правило, существует много факторов, определяющих различные явления, и использование функций двух переменных позволяет более точно изучать взаимосвязи между ними. Основные аспекты, касающиеся функции двух переменных в экономике, включают их определение, примеры применения, методы оптимизации и ограничения.

Функция двух переменных – это математическое выражение, которое описывает зависимость одной переменной от двух других. Обычно функции формулируются в виде:

$$z = f(x, y) \quad (1)$$

где z – зависимая переменная, а x и y – независимые переменные.

С помощью такой функции можно анализировать, как изменения значений x и y влияют на z .

В экономической теории функция двух переменных незаменима для моделирования и анализа поведения потребителей. Она позволяет определить, какие комбинации товаров или услуг принесут потребителю наибольшее удовлетворение (полезность) при ограниченном бюджете. Рассмотрим задачу поиска прибыли от производства двух товаров, демонстрирующую применение функции двух переменных.

Предприятие производит два вида товаров: А и В. Прибыль (в тыс. руб.) от продажи этих товаров зависит от количества произведенных единиц каждого вида и задаётся функцией:

$$P(x, y) = 5x + 3y - 0,1x^2 - 0,2y^2 - 0,1xy, \quad (2)$$

где x – количество произведенных единиц товара А, y – количество произведенных единиц товара В, $P(x, y)$ – прибыль в тысячах рублей.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Вопрос: какую прибыль получит предприятие, если произведено 20 единиц товара А и 30 единиц товара В?

Решение. Подставим $x=20$, $y=30$ в формулу прибыли:

$$\begin{aligned} P(20,30) &= 5 \cdot 20 + 3 \cdot 30 - 0,1(20)^2 - 0,2(30)^2 - 0,1 \cdot 20 \cdot 30 = \\ &= 100 + 90 - 0,1 \cdot 400 - 0,2 \cdot 900 - 0,1 \cdot 600 = \\ &= 190 - 40 - 180 - 60 = -90 \end{aligned}$$

Ответ: прибыль составит -90 тыс. рублей, то есть предприятие понесёт убыток 90 тыс. рублей.

Примеры применения в экономике:

1. Производственные функции. Одним из наиболее распространенных применений функции двух переменных является производственная функция, где зависимая переменная представляет объем выпуска (то есть количество произведенных товаров), а независимые переменные – это факторы производства, такие как труд и капитал. Например, функция Кобба-Дугласа представлена следующим образом:

$$Q = 1,2 \cdot L^{0,4} \cdot K^{0,6} \quad (3)$$

где Q – объем выпуска, L – количество труда, K – количество капитала. Это уравнение помогает экономистам оценивать, как изменения в уровне труда и капитала влияют на общий выпуск.

2. Функции полезности потребителей. В теории потребления функции двух переменных также находят применение в моделировании предпочтений потребителей. Предположим, что функция полезности представлена следующим образом:

$$TU = f(Qa, Qb). \quad (4)$$

Здесь TU – общая полезность, Qa , Qb – объемы потреблений. Изучая такую функцию, экономисты могут определить оптимальные комбинации товаров, которые максимизируют полезность при ограниченном бюджете.

3. Анализ спроса и предложения. В рамках анализа рынка, функция спроса и предложения может зависеть от цен и дохода. Например, функция спроса может быть задана как:

$$Qd = f(P, I), \quad (5)$$

где Qd – количество товара, запрашиваемого потребителями, P – цена товара, и I – доход потребителя. Эта функция позволяет исследовать, как изменение цены и уровня дохода влияет на количество запрашиваемого товара, что является важным аспектом для формирования ценовой политики.

Хотя функции двух переменных и являются мощным инструментом в экономическом анализе, их использование может ограничиваться рядом факторов:

1. Линейность предположений. Многие функции, например, производственные функции, предполагают линейные соотношения, которые могут не соответствовать реальной жизни. В реальности

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

взаимодействия могут быть нелинейными, что требует более сложных функций.

2. Трудности в сборе данных. Для построения функциональных зависимостей необходимо иметь точные и полные данные по использованию ресурсов, что иногда является сложной задачей.

3. Отсутствие учета взаимодействий других факторов. Использование функций двух переменных может ограничивать анализ, так как не всегда учитываются влияния третьих переменных, что может привести к искаженным выводам

Функции двух переменных представляют собой важный инструмент в экономическом моделировании, позволяя исследовать и визуализировать сложные взаимосвязи между различными экономическими факторами. На практике они находят применение в анализе производственных процессов, оценке потребительских предпочтений, анализе спроса и предложения. Методы оптимизации, такие как метод Лагранжа, обеспечивают возможность нахождения оптимальных решений и позволяют исследовать, как изменение одних факторов влияет на другие. Несмотря на существующие ограничения и предположения, функции двух переменных продолжают сохранять свою значимость в современных экономических исследованиях, поскольку они помогают обеспечивать более глубокое понимание сложных экономических механизмов.

Литература

1. Алексеева, С.В. Приложения математики к решению экономических задач. Математический анализ : учебное пособие / С. В. Алексеева. – Санкт-Петербург : СПбГЛТУ, 2020. – 60 с. – ISBN 978-5-9239-1200-5. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/159301> (дата обращения : 12.04.2025).

2. Орлова, И.В. Экономико-математические методы и модели: учебное пособие. – Москва : Вузовский учебник, 2014. – 365 с.

3. Первадчук, В.П. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / В.П. Первадчук, С.Н. Трегубова, Д.Б. Шумкова. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 450 с.

4. Математика в экономике: Учебник / В.С. Мхитарян, Е.В. Астахова, Н.М. Минаев и др. – Москва : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2012. – 608 с.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Полуяхтова Юлия¹

2 курс, Высшая школа нефти
e-mail: poluyakhtovay@mail.ru

Руководитель: Мельникова Эльвира Фаизовна²

старший преподаватель, кафедра математики и информатики
e-mail: elvirahanum@mail.ru

^{1,2}ГАОУ ВО Альметьевский государственный технологический
университет «Высшая школа нефти»,
г. Альметьевск, Россия

**АВТОМАТИЗАЦИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЁТОВ:
ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ В
MICROSOFT EXCEL**

В условиях современных экономических реалий, когда предприятия сталкиваются с постоянно меняющимися условиями рынка, эффективное принятие решений становится ключевым фактором успешного функционирования бизнеса. Одним из наиболее полезных инструментов для поддержки процесса принятия решений является методология исследований операций, которая объединяет математические модели, статистические анализы и методы оптимизации для решения сложных экономических задач. Эти методы помогают анализировать и предсказывать последствия различных решений, а также оптимизировать распределение ресурсов на уровне предприятия и государства. В данной статье будет представлен полезный обзор существующих методов, а также подробно рассмотрены как их применение в Excel, так и трудности, возникающие при использовании ручных расчётов, что позволит глубже понять значимость автоматизированного подхода в современных экономических науках и практике.

Среди множества доступных инструментов для реализации исследований операций, Microsoft Excel выделяется благодаря своей универсальности, доступности и широкому спектру функций. Excel позволяет не только осуществлять базовые вычисления, но и применять более сложные методы, такие как линейное и нелинейное программирование, анализ «что если» и симуляции. Методы исследований операций находят широкое применение в экономике, охватывая различные аспекты управления и принятия решений. В частности, они используются в оптимизации производственных процессов, распределении ресурсов, логистике, финансовом планировании и маркетинговых стратегиях.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Ручные расчеты остаются распространенной практикой в некоторых областях экономики и бизнеса, они имеют значительные недостатки, которые могут отрицательно сказываться на эффективности управления и принятия решений. Они подчеркивают необходимость перехода к более автоматизированным и надежным методам, таким как использование специализированного программного обеспечения, например Microsoft Excel.

Рассмотрим практический пример экономической задачи, решенной вручную. Возьмем задачу оптимизации производства для компании, которая производит два вида товара: продукцию А и продукцию В. Наша задача — определить, сколько единиц каждого товара следует производить, чтобы максимизировать прибыль, при этом не превышая доступные ресурсы. Допустим, что каждая единица продукта А приносит 200 рублей прибыли, а каждая единица продукта В 150 рублей. Кроме того, у нас есть ограниченные ресурсы: 100 часов рабочего времени на производство и 90 единиц сырья. Для производства одной единицы продукта А необходимо 5 часов и 3 единицы сырья, тогда как для продукта В требуется 3 часа и 2 единицы сырья. Мы можем установить следующие ограничения:

1. $5x + 3y \leq 100$ (ограничение по времени),
2. $3x + 2y \leq 90$ (ограничение по сырью),

где x – количество единиц продукта А, а y – количество единиц продукта В. Целевая функция, которую необходимо максимизировать, будет выглядеть следующим образом:

$$Z = 200x + 150y.$$

При ручном расчете задача сводится к решению системы уравнений и линейного программирования. Начнем с вычисления возможных комбинаций x и y по заданным ограничениям. Однако при ручном решении не исключено, что будет выбрано неверное значение, что сильно усложняет процесс.

Первое ограничение может быть переписано как

$$y \leq (100 - 5x) / 3,$$

тогда как второе ограничение

$$y \leq (90 - 3x) / 2.$$

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Теперь необходимо вручную подставлять различные значения x , чтобы найти возможные значения для y и проверить каждую из этих комбинаций, что требует значительного времени и усилий.

Допустим, мы начинаем с $x = 10$, тогда y будет равен 10 по первому ограничению. После проверки второго ограничения осознаем, что это значение не подходит, и так продолжаем до тех пор, пока не найдем подходящие x и y . Этот процесс требует множества итераций и не гарантирует, что решение будет найдено оптимальным, так как при ручных расчетах легко допустить ошибку или не учесть все ограничения.

Применение Microsoft Excel в автоматизации расчетов представляет собой множество преимуществ. Excel не только упрощает процесс выполнения расчетов, но и способствует более точному анализу данных, что в конечном итоге приводит к более обоснованным решениям в области экономики.

Для иллюстрации преимуществ использования Microsoft Excel в решении экономических задач рассмотрим практический пример оптимизации ресурсов для производственной компании, занимающейся производством двух типов продукции: X и Y . Наша задача заключается в максимизации прибыли при ограниченных ресурсах, таких как трудозатраты и сырьевые материалы.

Предположим, что:

- прибыль от продажи одной единицы продукции x составляет 150 рублей;
- прибыль от продажи одной единицы продукции y составляет 200 рублей;
- для производства одной единицы продукции x требуется 2 часа рабочего времени и 3 кг сырья;
- для производства одной единицы продукции Y требуется 4 часа рабочего времени и 2 кг сырья;

Наша цель — максимизировать прибыль, при этом работая в рамках ресурсов: всего доступно 100 часов рабочего времени; всего доступно 240 кг сырья.

Для начала мы создадим таблицу в MS Excel, в которой обозначим параметры задачи (табл. 1):

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Таблица 1 – данные задачи 1

Продукт	Прибыль за единицу	Часы на единицу	Сырье на единицу
X	150	2	3
Y	200	4	2

Далее, добавим ячейки для переменных x (количество продукции X) и y (количество продукции Y), а также ячейку для расчета общей прибыли (целевой функции), которая будет выглядеть как:

$$\text{Общая прибыль} = 150 \cdot x + 200 \cdot y.$$

Затем добавим ячейки для вычисления общих затрат ресурсов. Общие часы будут считаться как:

$$\text{Часы} = 2 \cdot x + 4 \cdot y,$$

а общие затраты сырья:

$$\text{Сырье} = 3 \cdot x + 2 \cdot y.$$

Чтобы найти оптимальные значения x и y , мы используем инструмент "Поиск решения" в Excel. Для этого выберем ячейку с общей прибылью как целевую ячейку, укажем, что нужно максимизировать её значение, а затем добавим ограничения:

$$\begin{aligned} \text{Часы} &\leq 100 \\ \text{Сырье} &\leq 240, \\ -x &\geq 0, \\ -y &\geq 0. \end{aligned}$$

После установки всех необходимых параметров для "Поиска решения" и нажатия кнопки "Выполнить", Excel найдет оптимальное решение. В нашем случае результат показал, что оптимальными значениями будут $x = 10$ и $y = 30$, что позволит максимизировать прибыль до 6,000 рублей.

При таком подходе мы смогли избежать долгих ручных расчетов. Использование Excel позволило быстро рассчитать решение даже при сложных обстоятельствах. Более того, Excel автоматически учел все ограничения, что значительно упрощает процесс.

Другим важным преимуществом использования Excel в данном примере является возможность легко подстраивать и изменять параметры

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

задачи. Например, если сменится цена на продукцию или изменятся условия по ресурсам, можно просто менять значения в соответствующих ячейках и заново запускать "Поиск решения". Это позволяет быстро адаптироваться к изменяющимся экономическим условиям и моделировать различные сценарии.

Таблица 2 – Сравнение двух вариантов решения задачи

Критерий	Ручные расчеты	Автоматизированные расчеты (Excel)
Точность	Высокий риск ошибок из-за человеческого фактора	Минимальный риск ошибок благодаря формулам и проверкам
Скорость	Длительные расчеты, требуют много времени	Мгновенные результаты с помощью инструментов (например, "Поиск решения")
Удобство	Требует высокой концентрации, сложно вносить изменения	Интуитивный интерфейс, легкое обновление данных
Масштабируемость	Ограничена, сложно адаптировать к новым условиям	Быстрая адаптация к изменениям, работа с большими данными
Анализ данных	Ограниченные возможности (без сценариев, диаграмм)	Широкие возможности (анализ "что если", визуализация)
Совместная работа	Затруднена из-за разрозненных данных	Упрощена благодаря единым шаблонам и интеграции

В ходе проведенного исследования применения методов исследований операций в экономике с использованием Microsoft Excel был достигнут ряд ключевых выводов, которые подчеркивают значимость автоматизации вычислений и оптимизации бизнес-процессов. Обобщая основные результаты, можно выделить следующие моменты.

1. Внедрение автоматизированных инструментов таких, как MS Excel, изменяет подход к анализу данных и принятию решений.

2. В ходе анализа выявлено, что автоматизированные методы значительно превосходят ручные в отношении точности, скорости и удобства работы.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

3. Основные проблемы, связанные с ручными расчетами, такие как высокая вероятность ошибок, временные затраты и сложность в работе с большими объемами информации.

4. Применение инструментов для анализа "что если", визуализации данных и создания различных отчетов помогает пользователям быстро адаптироваться к изменениям и принимать более обоснованные решения.

5. Гибкость Excel позволяет легко вносить изменения в модель, что является важным преимуществом в условиях неопределенности.

Исследование применения Microsoft Excel в экономике открывает широкие горизонты для будущих исследований и практических приложений. Учитывая динамичное развитие технологий и изменяющиеся условия бизнеса, можно выделить несколько ключевых направлений, которые будут актуальны и востребованы в ближайшие годы.

Литература

1. Кабанцев, О. Допущение изменений в расчетной схеме при анализе структурного поведения / О. Кабанцев, А. Г. Тамразян // Magazine of Civil Engineering. – 2014. – № 5. – URL: http://www.engstroy.spb.ru/index_2014_05/02.pdf (дата обращения: 17.04.2025). – DOI 10.5862/mce.49.2.

2. Бордак, С.С. Оценка эффективности мероприятий гражданской обороны при подготовке управленческих решений / С.С. Бордак, В.А. Ковтун, Ю.М. Плескачевский // Journal of Civil Protection. – URL: <https://journals.ucp.by/index.php/jcp/article/view/628> (дата обращения: 17.04.2025). – DOI 10.33408/2519-237x.2021.5-2.241.

3. Купек, П. Что хотят инвесторы: восприятие и опыт транснациональных корпораций в развивающихся странах / П. Купек, А. Силва // Вестник международных организаций. – 2018. – Т. 13. – № 4. – С. 160-194. – DOI 10.17323/1996-7845-2018-04-08.

5. Бережливое производство: концепция, принципы, методы и опыт внедрения / А.В. Лихвойнен, А.В. Филиппович, В.И. Юхимец, В.С. Александрова, Е.В. Первухина // St Petersburg University Journal of Economic Studies. – 2017. – № 5. – URL: <http://hdl.handle.net/11701/6345> (дата обращения: 17.04.2025). – DOI 10.21638/11701/spbu05.2017.107.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Полянская София¹

2 курс,

e-mail: mail.va.20@mail.ru

Руководитель: Будыка Виктория Сергеевна²

кандидат физико-математических наук,

доцент кафедры высшей математики

e-mail: budyka.vik@mail.ru

**^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкая академия управления
и государственной службы»,
г. Донецк, Россия**

**АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПОТОКОВ
ПЛАТЕЖЕЙ**

Современные финансовые рынки характеризуются высокой неопределенностью, что делает прогнозирование будущих потоков платежей сложной задачей. Анализ вероятностных распределений потоков платежей позволяет учесть эту неопределенность и получить более точные прогнозы, а также разработать эффективные стратегии управления рисками. Анализ распределения вероятностей потоков платежей особенно важен для предприятий, работающих в нестабильных отраслях или с долгосрочными проектами. Страховым компаниям анализ вероятности позволяет оценивать риски, связанные со страховыми случаями, и определять страховые тарифы. Частным лицам и компаниям анализ вероятностных распределений помогает планировать финансы на долгосрочную перспективу, учитывая возможные колебания потоков платежей. Инвесторы могут принимать более обоснованные решения о том, куда инвестировать, основываясь на прогнозируемом потоке платежей и связанных с ним рисках. В научных исследованиях изучение вероятностных распределений потоков платежей является ключевым инструментом для анализа данных и моделирования реальных процессов в различных областях, таких как эконометрика, демография, метеорология и другие.

Также можно выделить следующие методы анализа.

1. Статистический анализ позволяет нам понять закономерности в данных, предсказывать будущие события и принимать обоснованные решения. Существует множество пунктов метода этого анализа: описательная статистика, тесты гипотез, эмпирические методы, параметрические методы, непараметрические методы, специальные методы;

2. Моделирование является эффективным инструментом для анализа вероятностных распределений потоков платежей. С его помощью можно создавать искусственные сценарии развития событий и изучать, как они

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

вливают на различные характеристики потока платежей, такие как среднее значение, разброс, риски и т.д. Именно у этого метода есть множество преимуществ, таких как:

- учет неопределенности: позволяет учитывать случайность в параметрах потока платежей, что является более реалистичным подходом, чем использование средних значений;
- оценка риска: позволяет оценить диапазон возможных исходов и вероятность возникновения различных рисков;
- анализ чувствительности: позволяет изучить влияние изменения различных параметров модели на результаты;
- прогнозирование: позволяет прогнозировать будущие характеристики потока платежей [2];

3. Прогнозирование – использование статистических моделей и машинного обучения для предсказания будущих доходов и составления вероятностных прогнозов. Это мощный инструмент для принятия решений в условиях неопределенности. Прогнозирование потоков платежей является важной частью финансового планирования и управления рисками. Традиционные методы прогнозирования часто основываются на исторических данных и линейных моделях, которые не всегда учитывают непредсказуемость реальных событий. Анализ вероятностных распределений потоков платежей предоставляет более сложный подход, который позволяет моделировать неопределенность и риск, связанные с будущими платежами [1].

Анализ вероятностных распределений потоков платежей – это мощный инструмент, который позволяет оценить риски и возможности, связанные с будущими денежными потоками. Он используется в различных областях, от финансового планирования до оценки инвестиционных проектов.

Ключевые понятия анализа вероятностных распределений: поток платежей; последовательность денежных поступлений и выплат в определенные моменты времени; вероятностное распределение; математическая функция, описывающая вероятность различных значений потока платежей в будущем; среднее значение потока платежей; ожидаемое значение потока платежей, взвешенное по вероятности каждого значения; стандартное отклонение потока платежей; мера разброса возможных значений потока платежей относительно среднего; риск; вероятность того, что фактический поток платежей будет отличаться от ожидаемого (рис. 1).

При анализе вероятностных распределений вычисляются:

1) ожидаемое значение (E): $E = \sum x_i p_i$, где: x_i – i -й возможный результат потока платежей, p_i – вероятность i -го результата;

2) стандартное отклонение (σ): $\sigma = \sqrt{\sum p_i (x_i - E)^2}$;

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

3) коэффициент вариации (CV): $CV = \frac{\sigma}{E}$.

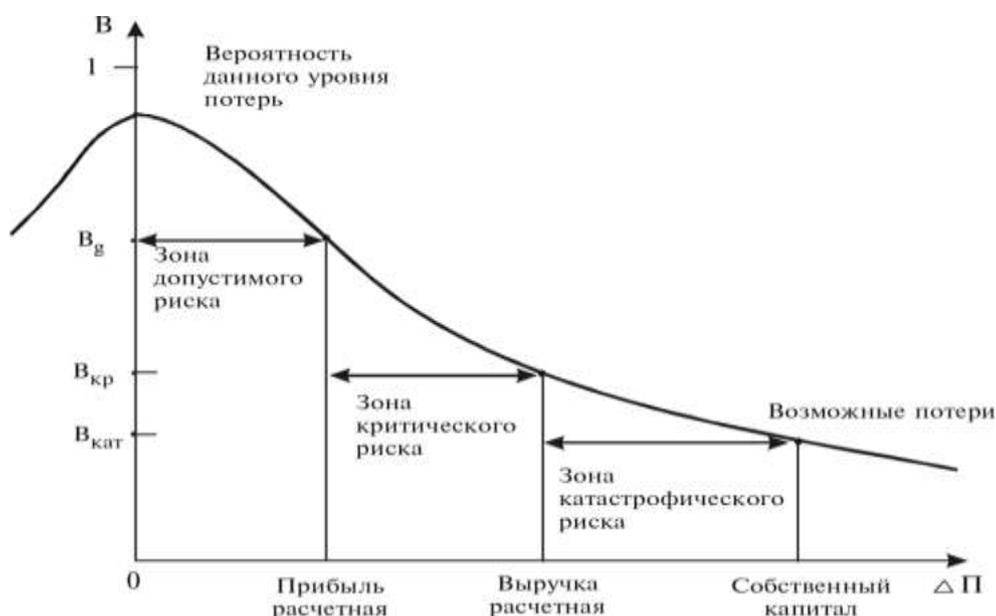


Рисунок 1– Анализ вероятностных распределений потока платежей

Также нужно отметить, что при выборе вероятностного распределения следует учитывать особенности конкретного потока платежей. Для более точного анализа необходимо использовать исторические данные и экспертные оценки. Анализ вероятностных распределений потоков платежей является всего лишь инструментом, который помогает принимать решения, а не гарантией успеха.

Анализ вероятностных распределений потоков платежей является эффективным инструментом для оценки рисков и возможностей, который может применяться в различных сферах. Понимание основных понятий, формул и практических применений анализа позволяет принимать более обоснованные решения и управлять рисками, связанными с будущими денежными потоками.

Литература

1. FasterCapital, Решения, управляемые данными: решения, управляемые данными: Руководство по поведенческой аналитике. –URL: <https://fastercapital.com/ru/content/Решения--управляемые-данными--решения--управляемые-данными--Руководство-по-поведенческой-аналитике.html>.

2. Бузырев, В.В. Экономические проблемы регионов и отраслевых комплексов / В.В. Бузырев, В. Г. Поляков. – Текст : электронный // Проблемы современной экономики. – 2010. – № 2 (34). – URL: <http://www.m-economy.ru/art.php?nArtId=3147> (дата обращения 12.04.2025).

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Рипенко Алиса Сергеевна¹

1 курс, Институт экономики и управления

e-mail: alicaripenko@yandex.ru

Руководитель: Скринник Анна Витальевна²

старший преподаватель

кафедры высшей и прикладной математики

e-mail: Vitalevna-93@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет экономики
и торговли имени Михаила Туган-Барановского»,
г. Донецк, Россия

**ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЧЕЛОВЕЧЕСКИМИ РЕСУРСАМИ
ЧЕРЕЗ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ**

В условиях цифровой экономики и усиления конкуренции научный подход к управлению человеческими ресурсами становится необходимостью. Экономико-математические модели, преобразуя неопределенность в конкретные возможности, позволяют оптимизировать затраты на персонал, повысить производительность труда и оперативно решать возникающие кадровые вопросы. Отход от интуитивных решений в пользу анализа данных и прогнозирования способствует повышению эффективности кадровой политики, улучшению адаптации к изменениям на рынке и, как следствие, повышению конкурентоспособности организации. Внедрение экономико-математических моделей в управление персоналом позволяет компаниям более эффективно использовать свои человеческие ресурсы, что является критически важным фактором успеха в современной бизнес-среде.

Оптимальное управление – это раздел прикладной математики, разрабатывающий методы определения таких управляющих воздействий на динамическую систему, чтобы достичь поставленной цели, выраженной в виде целевой функции, при заданных ограничениях. В отличие от статических методов оптимизации, оптимальное управление рассматривает процессы в динамике, учитывая эволюцию системы во времени.

Оптимизация HR представляет собой задачу по рациональному распределению ресурсов компании, таких как бюджет, время и компетенции, для достижения стратегических целей [5]. В отличие от интуитивного подхода, экономико-математическое моделирование формализует HR-процессы, включая найм, обучение и мотивацию, посредством систем уравнений. Такой подход учитывает динамику, например, текучесть кадров, и предоставляет возможность для сценарного анализа, позволяя оценить различные варианты развития событий.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

В статье О.Л. Чулановой и О.П. Свиридовой анализируется роль HR-аналитики в современной цифровой экономике. Исследователи подчеркивают, что это перспективный инструмент, позволяющий принимать обоснованные кадровые решения на основе данных, оптимизировать HR-процессы и увязывать HR-стратегию с бизнес-целями компании. Опрос российских работников показал, что HR-аналитика входит в число ключевых HR-трендов и наиболее полезна в стратегическом планировании трудовых ресурсов, обучении персонала и оценке рекрутинга.

Несмотря на перспективы, выделяют организационные (нехватка компетенций, сопротивление изменениям, киберриски) и интеграционные риски (недостаток данных, долгий срок внедрения, необходимость междисциплинарных команд). Распространенность HR-аналитики в России пока низкая [10].

В таблице 1 рассмотрены основные подходы к определению понятия «HR-аналитика».

Таблица 1- Контент-анализ понятия «HR-аналитика»

Автор	Определение понятия
SHL Russia	HR-аналитика – это глубокий системный подход, позволяющий принимать взвешенные управленческие решения в компании на основании объективных данных, собранных, обработанных и проанализированных с использованием современных методов и технологий [8].
MicroStrategy	HR-аналитика – это применение статистики, моделирования и анализа факторов, связанных с сотрудниками, для улучшения результатов бизнеса [1].
HR Technologist	HR-аналитика – это методология, позволяющая понять, как инвестиции в человеческий капитал способствуют достижению четырех основных результатов: получение дохода, минимизация расходов, снижение рисков и выполнение стратегических планов [3].
PwC	HR-аналитика – процесс системного сбора и анализа информации в области человеческого капитала для выработки управленческих решений, решающих бизнес-задачи [2].
В.Г. Коновалова	Определение наиболее ценных ключевых показателей индивидуальной и организационной эффективности, которые служат основой успешной реализации бизнес-стратегии [4].
Нагибина Н.И.	HR-аналитика – один из эффективных инструментов, аккумулирующих огромный поток «измеренной», проанализированной информации, представленной в отчетах и служащей основой для принятия управленческих решений [6].

Ключевые методы экономико-математического моделирования в HR включают в себя: линейное программирование, которое применяется для оптимального распределения задач между сотрудниками, учитывая их навыки и загрузку; стохастические модели, используемые для

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

прогнозирования оттока персонала на основе анализа исторических данных; и агентное моделирование, позволяющее имитировать взаимодействия в коллективе и оценивать их влияние на эффективность работы.

Эти методы позволяют более точно и обоснованно принимать решения в области управления персоналом, повышая эффективность и результативность HR-стратегии [7].

Рассмотрим применение методик на частном примере.

IT-компания столкнулась с проблемой высоких затрат на рекрутинг (до 30% годового бюджета) и низким показателем удержания новых сотрудников (40% увольняются в первый год). Для решения была предложена математическая модель, направленная на минимизацию суммарных расходов на рекрутинг и адаптацию персонала.

1. Целевая функция: Минимизация суммарных затрат на рекрутинг и адаптацию: $\sum_{t=1}^{12} (C_{рек} \cdot u(t) + C_{адап} \cdot M(t)) \rightarrow \min$, где $u(t)$ - интенсивность рекрутинга в месяц t , $M(t)$ - количество сотрудников, $C_{рек}$, $C_{адап}$ - затраты на подбор и адаптацию.

2. Ограничения: Бюджет: $\sum u(t) \leq B$; Текучесть: $M(t + 1) = (1 - \delta) \cdot M(t) + k \cdot u$, где δ - коэффициент оттока.

3. Модель учитывает интенсивность найма в течение года, количество сотрудников и затраты на подбор и адаптацию. Ограничениями выступают бюджет и текучесть кадров. Для оптимизации интенсивности найма использовался принцип максимума Л. С. Понтрягина [9].

Для наглядности сравним показатели до и после внедрения математической модели в IT-компанию, представленных в таблице 2.

Таблица 2 – Сравнение показателей до и после оптимизации

Показатель	До оптимизации	После оптимизации	Экономический эффект
Затраты на рекрутинг, тыс. руб.	450	350	-22%
Затраты на адаптацию, тыс. руб.	200	180	-10%
Коэффициент удержания персоналия (год), %	40	65	+25 п.п.
Срок окупаемости найма, мес.	9	6	-3 мес.

В результате, компании удалось снизить затраты на рекрутинг на 22% за счет переноса найма на периоды с меньшей конкуренцией на рынке труда. Внедрение усовершенствованных программ адаптации новых сотрудников

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

привело к значительному увеличению их удержания в компании, которое достигло 65%. Перенос основной активности по найму на периоды с низкой деловой активностью позволил сократить расходы на рекрутинг. Дополнительно, оптимизация процесса адаптации привела к снижению текучести кадров среди новых сотрудников. В совокупности, данные меры позволили компании достичь общей экономии в размере 120 тысяч рублей.

Экономико-математические модели – эффективный инструмент для HR, применимый не только в IT, но и в других отраслях. Ключевой вывод: инвестиции в математическую грамотность HR-менеджеров повышают продуктивность сотрудников и снижают операционные риски.

Внедрение этих моделей позволяет HR-директорам принимать решения, основанные на анализе данных, а не только на интуиции, что оптимизирует кадровую политику и распределение ресурсов. Обучение HR-специалистов математическим методам – стратегически важная инвестиция, окупающаяся за счет улучшения управления персоналом и снижения рисков, связанных с неоптимальными кадровыми решениями.

Литература

1. HR Analytics: Everything You Need to Know. – URL: <https://www.microstrategy.com/us/resources/introductory-guides/hr-analytics-everything-you-need-to-know> (дата обращения 15.04.2025).

2. HR-аналитика: основные тенденции, вызовы и практика. – URL: <https://www.pwc.ru/ru/publications/hr-analytics.pdf> (дата обращения 15.04.2025).

3. What Is HR Analytics? Definition, Importance, Key Metrics, Data Requirements, and Implementation – URL: <https://www.hrtechnologist.com/articles/hr-analytics/what-is-hr-analytics/> (дата обращения 15.04.2025).

4. Коновалова, В.Г. Прогностическая HR-аналитика обеспечивает повышение эффективности управленческих решений / В.Г. Коновалова // Десятый юбилейный кадровый форум Черноземья: Сб. ст. междунар. российско-китайского заседания. Воронеж, 1 марта 2017 г. – Воронеж: ВГУ, 2017. – С. 47–51.

5. Масленникова, Е. В. Инструментальные средства анализа и прогнозирования деятельности предприятий : монография / Е.В. Масленникова, О.В. Багаева, О.В. Козлова. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2021. – 160 с.

6. Нагибина, Н.И. HR-аналитика в современных условиях / Н.И. Нагибина // Управление персоналом в программах подготовки менеджеров: Сб. материалов междунар. науч.-практ. семинара. Воронеж, 13 ноября 2015 г. – Воронеж: ВГУ, 2015. – С. 75–77.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

7. Панкратов, Е.Л. Ведение в экономико-математическое моделирование : учебное пособие / Е.Л. Панкратов, Е.А. Булаева, П.Б. Болдыревский. – Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. – 113 с.

8. Первое исследование SHL Russia по HR-аналитике. – URL: <http://hr-elearning.ru/pervoe-issledovanie-shlrussia-po-hr-analitike/> (дата обращения 15.04.2025).

9. Семенова, Т. В. Алгоритмы и принципы принятия оптимальных решений: методические указания к практическим занятиям / Т. В. Семенова. – Петрозаводск : ПетрГУ, 2020. – URL: https://math-it.petrSU.ru/users/semenova/Theory_Uprav/Praktika/Audit_Tasks/Algorithm_Princip_max_P.pdf (дата обращения 15.04.2025).

10. Чуланова, О. Л. Исследование возможностей и рисков применения HR-аналитики для оптимизации процессов управления персоналом в цифровой экономике / О. Л. Чуланова, О. П. Свиридова // Вестник евразийской науки. – 2020. – №2. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-vozmozhnostey-i-riskov-primeneniya-hr-analitiki-dlya-optimizatsii-protseessov-upravleniya-personalom-v-tsifrovooy> (дата обращения 15.04.2025).

Сокирко Алина Игоревна¹

1 курс, Институт экономики и управления
e-mail: alinasokirko3@gmail.com

Руководитель: Скринник Анна Витальевна²

старший преподаватель,
кафедра высшей и прикладной математики,
e-mail: Vitalevna-93@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет экономики
и торговли имени Михаила Туган-Барановского»,
г. Донецк, Россия

**ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ
МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ
КРИЗИСОВ**

Исследование сложных экономических систем — одна из важнейших задач современной экономической науки. В условиях быстро меняющегося мира, где экономические процессы становятся всё более взаимосвязанными, необходимо использовать инструменты, которые позволяют эффективно анализировать и прогнозировать поведение этих систем.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Одним из таких инструментов являются дифференциальные уравнения, которые позволяют описывать изменения во времени и взаимосвязи между различными экономическими показателями.

Основная идея использования дифференциальных уравнений в экономике заключается в том, что многие экономические процессы имеют непрерывный характер и подвержены изменениям во времени. Например, изменение уровня цен, спроса и предложения, а также влияние таких факторов, как инвестиции и технологический прогресс, можно описать с помощью математических моделей. Эти модели помогают формализовать взаимосвязи между различными элементами экономической системы и анализировать их динамику.

Один из самых известных примеров использования дифференциальных уравнений – это модель экономического роста, разработанная Робертом Солоу. Эта модель описывает, как накопление капитала, рабочей силы и технологический прогресс влияют на долгосрочный экономический рост. В рамках модели Солоу рассматриваются функции производства, которые зависят от капитала и труда.

С помощью дифференциальных уравнений можно проанализировать, как изменения в уровне капитала приводят к изменению производительности и, соответственно, к росту экономики. Это позволяет не только понять механизмы роста, но и оценить влияние различных факторов на экономическую динамику.

Дифференциальные уравнения используются для анализа экономических процессов, таких как инфляция и безработица. Кривая Филипсам, которая показывает обратную зависимость между уровнем безработицы и инфляцией, может быть исследована с помощью дифференциальных уравнений. Это позволяет лучше понять экономические механизмы и предсказать результаты изменений в экономической политике [1]. Например, увеличение денежной массы может привести к снижению безработицы в краткосрочной перспективе, но в долгосрочной перспективе это может вызвать инфляцию.

Уравнения общего вида позволяют описывать системы с несколькими переменными, в то время как специализированные уравнения могут применяться для моделирования процессов, зависящих от нескольких факторов одновременно. В качестве примера можно рассмотреть влияние налоговой политики на экономический рост с учётом различных аспектов, таких как уровень потребления и инвестиции.

В наше время существуют передовые технологии и вычислительные подходы, которые позволяют создавать цифровые модели сложных систем. Это значительно расширяет возможности для анализа [3]. С использованием компьютерных программ можно решать сложные системы

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

дифференциальных уравнений и представлять результаты в наглядном виде. Это особенно полезно для практического применения моделей при разработке экономической стратегии.

Пример 1. (Эффективность рекламы). Фирма подготовила для реализации новый продукт. Для его продвижения была проведена рекламная компания, в результате которой о новинке из 10000 потенциальных покупателей узнали 2500 человек.

После этого сведения о новом товаре распространяются с помощью передачи информации от одного человека к другому. Обозначим через $x(t)$ число покупателей, знающих о новинке в момент времени t [2]. Изменение этой величины будет пропорционально как числу покупателей, знающих о новинке, так и не знающих о ней, а также промежутку времени dt , за который это изменение происходит, то есть

$$dx = kx(n - x)dt,$$

где n – общее число потенциальных покупателей новинки (в нашем случае $n = 10000$), k – коэффициент пропорциональности (будем считать, что $k = 2 \cdot 10^{-6}$ чел./день), $(n - x)$ – число покупателей, не знающих о новинке ($n - x = 10000 - 2500 = 7500$) Используя уравнение логистической кривой, получим зависимость $x(t)$ с учетом данных нашей задачи:

$$x(t) = \frac{n}{1 + (\gamma - 1)e^{-nt}} = \frac{10000}{1 + 3 \times e^{-2 \cdot 10^{-6}t}}.$$

Предположим, что $t = 20$ дней, тогда $x(20) = 3321$, т.е. за 20 дней о новинке будут знать приблизительно 3321 покупатель.

Допустим теперь, что $t = 30$, тогда о новинке будут знать приблизительно $x(30) = 3778$ покупателей. Таким образом, за 30 дней о новинке будут знать 6278 человек.

В итоге, использование дифференциальных уравнений для моделирования сложных экономических систем даёт исследователям и практикам мощные инструменты для анализа динамики экономических процессов. Эти модели позволяют лучше понять взаимосвязи между различными экономическими показателями и прогнозировать последствия изменений в политике или рыночной среде.

Применение дифференциальных уравнений в экономическом моделировании открывает новые перспективы для анализа и прогнозирования. Это позволяет углубить теоретические знания о функционировании экономических систем и применить их на практике для разработки эффективных стратегий управления.

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Литература

1. Шаповалов, А.В. Дифференциальные уравнения в экономических моделях / А.В. Шаповалов. –Томск : НИ ТПУ, 2016. – 80 с.
2. Высшая математика для экономистов: Учебн. пособие для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман; Под ред. проф. Н. Ш. Кремера. – Москва : Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997. – 439 с.
3. Черняев, А.П. Точные решения обыкновенных дифференциальных уравнений некоторых моделей экономической динамики : Учебно-методическое пособие / А.П. Черняев. – Москва : МФТИ, 2019. – С. 5-6.

Трач Алёна Олеговна¹

1 курс, Институт экономики и управления
e-mail: senyora05@mail.ru

Руководитель: Скринник Анна Витальевна²

старший преподаватель,
кафедра высшей и прикладной математики,
e-mail: Vitalevna-93@yandex.ru

^{1,2}**ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет экономики
и торговли имени Михаила Туган-Барановского»,
г. Донецк, Россия**

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Применение современных математических методов в экономике, землеустройстве и при выполнении различных видов работ основано на использовании математического программирования, теории массового обслуживания, теории графов и методов математической статистики. С использованием этих методов становится возможной оперативная обработка исходной информации и принятие обоснованных управленческих решений. Это достигается путем построения абстрактных моделей, то есть формализации экономических процессов и представления их в виде компактных математических конструкций [1].

Оно позволяет формализовать хаос экономических взаимодействий, придав им четкую структуру, идентифицировать ключевые факторы, определяющие траекторию экономического развития, квантифицировать взаимосвязи между различными экономическими переменными, раскрывая их скрытое влияние друг на друга, прогнозировать будущее, основываясь на анализе исторических данных и текущих тенденций, оптимизировать управленческие решения, находя наилучшие стратегии достижения

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

поставленных целей, и оценивать риски и неопределенности, позволяя принимать взвешенные решения в условиях неполной информации [4].

Одним из ключевых инструментов анализа производственной деятельности является модель Кобба-Дугласа. Впервые была предложена Кнудом Викселлем. В 1928 году функция проверена на статистических данных Чарльзом Коббом и Полом Дугласом в работе «Теория производства». Модель позволяет оценить влияние капитала и труда на объем выпуска продукции. Математически она выражается следующим образом (1):

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta}, \quad (1)$$

где Y – объем производства;

K – затраты капитала;

L – затраты труда;

A – технологический коэффициент;

α – константа (коэффициент эластичности выпуска от основного капитала);

β – константа (коэффициент эластичности выпуска продукции от затрат труда)

В качестве примера теоретических моделей можно привести модели потребительского выбора, модели фирмы-монополиста, модели общего равновесия и др. Примерами эмпирических моделей являются эконометрические модели пространственных данных, временных рядов и панельных данных, модели бинарного и дискретного множественного выбора и др. Как правило, эмпирические модели в экономике используются для верификации результатов теоретического моделирования [5].

Она позволяет моделировать различные сценарии и принимать более обоснованные решения о ценообразовании и объемах производства.

Таблица 1 - Анализ чувствительности цены

Название показателя	Описание показателя
Исходная цена	Равновесная цена товара до изменений спроса и предложения
Исходный спрос	Объем спроса при исходной цене
Исходное предложение	Объем предложения при исходной цене
Изменение спроса (%)	Процентное изменение спроса относительно исходного значения
Изменение предложения (%)	Процентное изменение предложения относительно исходного значения
Новый спрос	Новый объем спроса после изменения
Новое предложение	Новый объем предложения после изменения

Секция 2. Экономико-математическое моделирование

Новая цена	Равновесная цена после изменений спроса и предложения (рассчитывается на основе модели)
Дефицит/Профицит	Разница между новым спросом и новым предложением
Вывод	Краткое заключение о влиянии изменений на цену и рынок

Используя таблицу 1, можно быстро анализировать, как изменения в спросе и предложении влияют на равновесную цену товара, которая позволяет компаниям адаптироваться к изменяющимся рыночным условиям, принимать обоснованные решения о ценообразовании, планировании производства и управлении запасами.

Литература

1. Королев, А.В. Экономико-математические методы и моделирование : Учебник и практикум / А.В. Королев. – 1-е изд. – Москва : Издательство Юрайт, 2018. – 280 с. – (Бакалавр и магистр. Академический курс). – EDN ZHEAUP.

2. Ахиджак, С.А. Имитационное моделирование как инструмент повышения эффективности управления запасами предприятия / С.А. Ахиджак // Современная научная мысль. – 2016. – № 1. – С. 98-104. – EDN VMJYZX.

3. Катаргин, Н.В. Экономико-математическое моделирование / Н.В. Катаргин. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 256 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/279791> (дата обращения: 02.05.2025). – Текст : электронный.

4. Орлова, И.В. Экономико-математическое моделирование: практическое пособие по решению задач / И.В. Орлова, М.Г. Бич. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2023. – 190 с. – URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1920327> (дата обращения: 02.05.2025). – Текст : электронный.

5. Орлова, И.В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование : учебное пособие / И.В. Орлова, В.А. Половников. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2024. — 389 с. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/2056791> (дата обращения: 02.05.2025).

СЕКЦИЯ 3

Математические методы в химии, биологии и медицине

Руководитель: Зыза Александр Васильевич,
доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры
высшей математики и методики преподавания математики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

ПОБЕДИТЕЛИ:

1-е место

Шишков Никита

студент 2 курса медицинского факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный медицинский университет
имени М. Горького» Министерства здравоохранения РФ,
г. Донецк, Россия

2-е место

Белецкая Владислава

студентка 2 курса Химического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

3-е место

Вахренева Елизавета

студентка 2 курса Химического факультета
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Белецкая Владислава¹

2 курс, Химический факультет,
e-mail: tori-vega2015@mail.ru

Руководитель: Зыза Александр Васильевич²

доктор физико-математических наук, доцент
профессор кафедры высшей математики
и методики преподавания математики
e-mail: a.v.ziza@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В
РЕШЕНИИ ОДНОЙ ХИМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ О КИПЕНИИ
НЕКОТОРЫХ АЛКАНОВ**

Математика занимает центральное место во многих науках, особенно в химии, предоставляя ученым мощные инструменты для моделирования и предсказания поведения химических веществ в самых разнообразных условиях. С помощью математических моделей химии могут анализировать реакции, предсказывать их исходы и даже оптимизировать условия для достижения желаемых результатов. Как отметил выдающийся физик и химик Лев Ландау: "Математика — это язык, на котором написана книга природы". Этот язык позволяет не только описывать сложные реакции и взаимодействия, но и глубже понять механизмы, лежащие в основе этих процессов.

Особенно важна роль математики в области органической химии, где необходимо учитывать множество факторов, влияющих на физико-химические свойства веществ. Например, с помощью математических методов можно исследовать структуру молекул, их стабильность и реакционную способность. Это позволяет химикам разрабатывать новые соединения и материалы, а также находить эффективные пути для синтеза сложных органических молекул. Таким образом, математика становится неотъемлемой частью химической науки, открывая новые горизонты для исследований и практического применения.

Изучение физико-химических свойств органических соединений, таких как алканы, является важной областью химии, поскольку эти вещества широко применяются в промышленности и повседневной жизни. Температура кипения алканов представляет собой ключевой параметр, определяющий их условия транспортировки, хранение и использование. Понимание факторов, влияющих на данный параметр, позволяет оптимизировать процессы их переработки и применения.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Целью данной работы является исследование влияния молярной массы алканов на температуру кипения с использованием математических моделей и методов. Одним из них является метод наименьших квадратов.

1. Теоретическое обоснование метода наименьших квадратов

Метод наименьших квадратов – это математический статистический метод, позволяющий, например, находить уравнение, наилучшим образом соответствующее набору данных точек. С помощью этого метода определяются параметры искомой модели, позволяющие минимизировать разницу между фактическими и предсказанными значениями, т.е. строится такая функциональная зависимость, для которой сумма квадратов таких отклонений (разниц) будет наименьшей. Теоретической основой метода наименьших квадратов является понятие ортогональной проекции вектора на подпространство.

Рассмотрим E – евклидово пространство, содержащее n базисных векторов, т.е. $\dim E = n$. В качестве E выбираем любое линейное векторное пространство над полем действительных чисел, содержащее n максимально линейно независимых векторов, и заданным скалярным произведением. Пусть E^* – некоторое подпространство евклидова пространства E .

Определение. Вектор $f \in E$ ортогонален подпространству E^* , если он ортогонален любому вектору u из E^* , т.е. для $\forall u \in E^*$ имеем: $(u, f) = 0$.

Укажем очевидное утверждение:

Для того, чтобы вектор f был ортогонален подпространству E^* ($\dim E^* = m, m < n$), достаточно, чтобы он был ортогонален базису этого подпространства.

Пусть теперь вектор f находится в пространстве E , но не принадлежит подпространству E^* . Покажем, как можно найти вектор $\hat{f} \in E^*$, являющийся ортогональной проекцией вектора f на подпространство E^* , т.е. построить такой вектор \hat{f} из подпространства E^* , чтобы вектор $l = f - \hat{f}$ был ортогонален E^* .

На первом этапе нашего построения докажем, проводя аналогию с курсом элементарной математики, что кратчайшее расстояние от точки до подпространства есть перпендикуляр, т.е. если $f_1 \in E^*$ и $f_1 \neq \hat{f}$, то

$$\|f - f_1\| > \|f - \hat{f}\|.$$

Действительно, вектор $\hat{f} - f_1 \in E^*$ как линейная комбинация двух векторов из E^* , следовательно ортогонален вектору $l = f - \hat{f}$.

Имеем $\|f - \hat{f}\|^2 + \|\hat{f} - f_1\|^2 = \|f - \hat{f} + \hat{f} - f_1\|^2 = \|f - f_1\|^2$, (т. Пифагор).

Следовательно, $\|f - f_1\| > \|l\| = \|f - \hat{f}\|$.

На втором этапе построения детально покажем, как найти по заданному вектору f его ортогональную проекцию \hat{f} на подпространство E^* .

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Для этого будем считать, что $[g] = (g_1, g_2, g_3, \dots, g_m)$ – базис подпространства E^* . Тогда вектор \hat{f} будет таков

$$\hat{f} = \alpha_1 g_1 + \alpha_2 g_2 + \alpha_3 g_3 + \dots + \alpha_m g_m, \quad (1)$$

где α_i ($i = \overline{1, m}$) параметры, подлежащие определению.

Из условия ортогональности вектора $l = f - \hat{f}$ к подпространству E^* имеем $(l, g_k) = (f - \hat{f}, g_k) = 0$, ($k = \overline{1, m}$) или $(f, g_k) = (\hat{f}, g_k)$.

Совместное выполнение полученного равенства с равенством (1) приводит к линейной системе из m уравнений с m неизвестными (α_k):

$$\alpha_1(g_1, g_k) + \alpha_2(g_2, g_k) + \alpha_3(g_3, g_k) + \dots + \alpha_m(g_m, g_k) = (f, g_k), \quad k = \overline{1, m}. \quad (2)$$

Система уравнений (2) является определенной, так как ее определитель (определитель Грама), не равен нулю и ее решение α_k , $k = \overline{1, m}$ находится по правилу Крамера. Тем самым однозначно определяется вектор \hat{f} из (1) [1].

$$G(g_1, g_2, g_3, \dots, g_m) = \begin{vmatrix} (g_1, g_1) & (g_1, g_2) & (g_1, g_3) & \dots & (g_1, g_m) \\ (g_1, g_2) & (g_2, g_2) & (g_2, g_3) & \dots & (g_2, g_m) \\ (g_1, g_3) & (g_2, g_3) & (g_3, g_3) & \dots & (g_3, g_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (g_1, g_m) & (g_2, g_m) & (g_3, g_m) & \dots & (g_m, g_m) \end{vmatrix} \neq 0$$

2. Некоторое применение метода наименьших квадратов

Покажем использование метода наименьших квадратов при решении конкретной задачи.

Задача. В таблице 1. приведены дискретные значения сопоставления относительной молекулярной массы и температуры кипения некоторых алканов. Для исследования и анализа более сложных химических процессов и реакций необходимо указать кубическую зависимость температуры кипения от массы, которая наилучшим образом аппроксимирует данные указанной таблицы [2]:

Таблица 1 – Важнейшие физические свойства некоторых алканов

№	Название	Относительная молекулярная масса	Агрегатное состояние при комнатной t°	Температура кипения $С^\circ$
1	Метан	16	газ	-161,6
2	Этан	30	газ	-88,5
3	Пропан	44	газ	-42,2
4	Бутан	58	газ	-0,5
5	Пентан	72	жидкость	36,1
6	Гексан	86	жидкость	68,7
7	Гептан	100	жидкость	98,4
8	Октан	114	жидкость	125,7
9	Нонан	128	жидкость	150,8
10	Декан	142	жидкость	174,1

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Решение

Требуемую функциональную зависимость запишем так

$$T_{(m)} = \gamma_1 m^3 + \gamma_2 m^2 + \gamma_3 m + \gamma_4, \quad (3)$$

где $\gamma_i, i = \overline{1, 4}$ – параметры, подлежащие определению.

Подставим значения, указанные в таблице 1., в формулу (3) и получим несовместную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных $\gamma_i, i = \overline{1, 4}$, которую запишем в матричном виде:

$$\alpha = \gamma_1 e_1 + \gamma_2 e_2 + \gamma_3 e_3 + \gamma_4 e_4. \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \alpha &= (-161,6; -88,5; -42,2; -0,5; 36,1; 68,7; 98,4; 125,7; 150,8; 174,1)^T, \\ e_1 &= (16^3; 30^3; 44^3; 58^3; 72^3; 86^3; 100^3; 114^3; 128^3; 142^3)^T, \\ e_2 &= (16^2; 30^2; 44^2; 58^2; 72^2; 86^2; 100^2; 114^2; 128^2; 142^2)^T, \\ e_3 &= (16; 30; 44; 58; 72; 86; 100; 114; 128; 142)^T, \\ e_4 &= (1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1)^T. \end{aligned}$$

Учитывая теоретическое обоснование метода наименьших квадратов, неопределенные коэффициенты из (4) найдем из совместности следующей системы

$$\begin{cases} (e_1, e_1)\gamma_1 + (e_2, e_1)\gamma_2 + (e_3, e_1)\gamma_3 + (e_4, e_1)\gamma_4 = (\alpha, e_1), \\ (e_2, e_1)\gamma_1 + (e_2, e_2)\gamma_2 + (e_3, e_2)\gamma_3 + (e_4, e_2)\gamma_4 = (\alpha, e_2), \\ (e_3, e_1)\gamma_1 + (e_3, e_2)\gamma_2 + (e_3, e_3)\gamma_3 + (e_4, e_3)\gamma_4 = (\alpha, e_3), \\ (e_4, e_1)\gamma_1 + (e_4, e_2)\gamma_2 + (e_4, e_3)\gamma_3 + (e_4, e_4)\gamma_4 = (\alpha, e_4). \end{cases} \quad (5)$$

Здесь $(e_1, e_1) = 16381389394240$,

$(e_2, e_2) = 1041433168$,

$(e_3, e_3) = 78580$,

$(e_4, e_4) = 10$, $(e_2, e_1) = 128835032800$, $(e_3, e_1) = (e_2, e_2)$, $(e_4, e_1) = 8762680$,
 $(e_3, e_2) = (e_4, e_1)$, $(e_4, e_2) = (e_3, e_3)$, $(e_4, e_3) = 790$, $(\alpha, e_1) = 5749033044 \cdot 5^{-1}$,
 $(\alpha, e_2) = 45448518 \cdot 5^{-1}$, $(\alpha, e_3) = 347877 \cdot 5^{-1}$, $(\alpha, e_4) = 361$.

Система (5) является определенной, так как ее определитель Грама $G = 76280597790921102458880 > 0$ и ее решение находится по формулам

$$\gamma_i = \frac{\Delta_i}{G}, \quad i = \overline{1, 4},$$

где Δ_i – определитель, получаемый из определителя Грама системы (5) заменой i -го столбца столбцов свободных членов этой системы. Окончательно, решение системы (5) таково:

$$\gamma_1 = \frac{3539}{35315280}, \gamma_2 = -\frac{138451}{3923920}, \gamma_3 = \frac{105060959}{17657640}, \gamma_4 = -\frac{27674137}{113190}.$$

Ответ. Искомая кубическая зависимости такова

$$T_{(m)} = \frac{3539}{35315280} m^3 - \frac{138451}{3923920} m^2 + \frac{105060959}{17657640} m - \frac{27674137}{113190}.$$

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Литература

1. Ильин, В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. – Москва : Изд-во «Проспект», 2025. – 400 с.
2. Устынюк, Ю.А. Лекции по органической химии. Часть 2: Химия углеводородов. Алканы, алкены, алкины и диены / Ю.А. Устынюк. – Москва : Изд-во «Техносфера», 2016. – 496 с.

Вахренева Елизавета¹

2 курс, Химический факультет

e-mail: vahrenevaelizabeth@mail.ru

Руководитель: Мазнев Александр Владимирович²

доктор физико-математических наук, доцент,

профессор кафедры высшей математики

и методики преподавания математики

e-mail: o.mazniev.dongu@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,

г. Донецк, Россия

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ХИМИИ

Математика является неотъемлемой частью изучения химии. Ее применение позволяет более глубоко понять и предсказать химические процессы, а также решать сложные химические задачи. Одной из ключевых областей, где математика оказывает существенное влияние, является анализ химических процессов. Математические методы позволяют исследовать кинетику реакций, расчеты энергии активации и определение скорости химических реакций. Математическая модель представляет собой систему уравнений, которые описывают химический процесс. Она позволяет прогнозировать изменения концентрации вещества со временем и оптимизировать условия проведения реакции. Например, при анализе скоростей реакций математика позволяет определить зависимость между скоростью реакции и концентрацией реагентов. Это позволяет предсказывать скорость реакции на различных стадиях и в разных условиях. Кроме того, математические методы используются для моделирования процессов диффузии и реакции в катализаторах. Это помогает оптимизировать эффективность катализаторов и снизить затраты на производство химических веществ. Математика также играет важную роль в решении сложных химических задач. Она помогает анализировать данные, проводить численные расчеты и применять статистические методы для проверки гипотез.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Как изучать химико-технологические процессы? Ключ к решению этой проблемы дает метод математического моделирования. Под математическим моделированием понимают изучение свойств объекта на математической модели. Математической моделью называется приближенное описание какого-либо явления или процесса, выраженное с помощью математической символики.

Математическое моделирование включает три взаимосвязанных этапа: 1) составление математического описания изучаемого объекта; 2) выбор метода решения системы уравнений математического описания; 3) установление соответствия модели объекту.

На этапе составления математического описания предварительно выделяют основные явления и элементы в объекте и затем устанавливают связи между ними. В зависимости от процесса математическое описание может быть представлено в виде системы алгебраических, дифференциальных, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. Этап выбора метода решения подразумевает выбор наиболее эффективного метода решения из имеющихся. Построенная на основе физических представлений модель должна верно качественно и количественно описывать свойства моделируемого процесса.

Как правило, первый этап составления уравнений является наиболее трудным. Рассмотрим задачу о распространении тепла в стержне.

Пусть имеется металлический стержень, расположенный горизонтально и который опирается своими концами на опоры. Расстояние между опорами равно L м. Левый конец стержня поддерживается при постоянной температуре t_1 , а правый – при постоянной температуре $t_2 < t_1$. Стержень сделан из металла с теплопроводностью μ в виде бруска малой толщины с периметром поперечного сечения P м и площадью сечения S м². Коэффициент теплоотдачи от поверхности стержня к окружающей среде примем постоянным. Температуру окружающей среды равна T . Требуется установить соотношение между температурой стержня в любой точке и расстоянием этой точки от левого конца.

Исследуем процесс распространения тепла в элементарном отрезке длиной dx на расстоянии x от левого конца стержня (рис. 1)

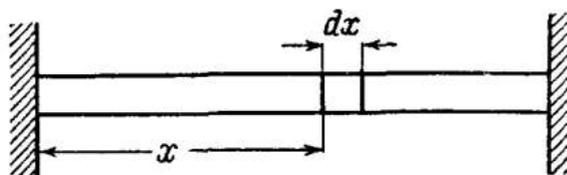


Рисунок 1 – Элементарный отрезок длиной dx

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Предполагаем, что температура является функцией одной независимой переменной x , т.е. $t = t(x)$. Тогда распределение температуры может быть описано обыкновенным дифференциальным уравнением.

Количество тепла, прошедшее за время $d\tau$ через сечение стержня, находящееся на расстоянии x от начала стержня, согласно теории теплопередачи, будет равно: $-\mu S \frac{dt}{dx} d\tau$, где μ – коэффициент теплопроводности, S – площадь поперечного сечения стержня.

Количество тепла, прошедшее за время $d\tau$ через сечение, находящемся на расстоянии $x + dx$ от начала, будет равно:

$$-\mu S \left(\frac{dt}{dx} + \frac{d^2t}{dx^2} dx \right) d\tau.$$

Участок стержня, заключенный между сечениями, отстоящими на расстояниях x и $x + dx$, вследствие теплопроводности, приобретает за время $d\tau$ количество тепла, равное разности указанных количеств, т.е.

$$\mu S \frac{d^2t}{dx^2} dx d\tau.$$

За то же время потеря тепла от этого же участка в окружающую среду будет равна: $\alpha P dx (t - T) d\tau$,

где α – коэффициент теплоотдачи от стержня к окружающей среде.

Так как изучаемый процесс является стационарным, то

$$\mu S \frac{d^2t}{dx^2} dx d\tau = \alpha P dx (t - T) d\tau.$$

Таким образом приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^2t}{dx^2} = \frac{\alpha P}{\mu S} (t - T).$$

Найдем решение этого уравнения. Обозначим через $a^2 = \frac{\alpha P}{\mu S}$.

Очевидно, что при $T = \text{const}$ имеем $\frac{d(t-T)}{dx} = \frac{dt}{dx}$, $\frac{d^2(t-T)}{dx^2} = \frac{d^2t}{dx^2}$.

Тогда дифференциальное уравнение примет вид $\frac{d^2(t-T)}{dx^2} - a^2(t - T) = 0$.

Это однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Его характеристическое уравнение имеет вид $\lambda^2 - a^2 = 0$.

Имеем два действительных корня $\lambda_{1,2} = \pm a$. Общее решение представимо в виде $t - T = C_1 e^{ax} + C_2 e^{-ax}$.

Таким образом, установлена зависимость между температурой стержня в любой точке и расстоянием этой точки от левого конца.

Литература

1. Батунер, Л.М. Математические методы в химической технике / Л.М. Батунер, М.Е. Позин. – Ленинград : Изд-во «Химия», 1971. – 824 с.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Каниболоцкая Полина¹

3 курс, Факультет недропользования и наук о Земле

Руководитель: Прокопенко Наталья Анатольевна²

кандидат педагогических наук,

доцент кафедры высшей математики

e-mail: pronatan@rambler.ru

^{1,2}**ФГБОУ ВО «Донецкий национальный
технический университет»,**

г. Донецк, Россия

**ВЕРОЯТНОСТНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ПРОЦЕССА
ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В
ЗЕМНОЙ КОРЕ И В МАТЕРИИ КОСМОСА**

Теория вероятности имеет огромное разнообразие приложений и аспектов, и поэтому ее можно представлять себе и вводить различными путями. Некоторые авторы рассматривают ее как чисто математическую теорию, другие – как вид или ветвь логики, а еще одни – как часть науки о природе. Эти различные точки зрения могут быть, но могут и не быть несовместимыми.

Однако, с точки зрения инженерной деятельности, целесообразно рассматривать теорию вероятностей как часть науки о природе, как теорию некоторых доступных наблюдению явлений, случайных массовых явлений.

Именно такой взгляд на теорию вероятности позволил поставить ее на службу людям, посредством использования для количественной оценки массовых явлений, сопровождающих научную и инженерную деятельность.

Однако малая известность многих таких фактов применения теории вероятности требует их дальнейшей популяризации, не смотря на кажущуюся древность их открытия.

Целью данной работы является изложение вероятной составляющей процесса определения содержания химических элементов в земной коре и в материи космоса.

В качестве метода исследования используются рассуждения и физические аналогии, представленные в виде схематических набросков.

Из соответствующих наблюдений (с телескопом и спектроскопом) мы можем заключить, что некоторые элементы, найденные в коре земного шара, представлены также в Солнце, некоторых других звездах. Это заключение основано на физическом законе, открытом Г. Кирхгофом почти сто лет назад. Этот закон в общих чертах говорит о том, что светящиеся

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

пары поглощают в точности те же лучи света, которые они испускают. Однако в этом заключении известную роль играют вероятности.

Пользуясь подходящим прибором (призмой или дифракционной решеткой), мы можем обнаружить в излучении Солнца (в солнечном спектре) некоторую последовательность линий. Мы можем обнаружить последовательность линий также и в излучении, испускаемом некоторыми веществами, например железом, превращенным при высокой температуре в лаборатории в пар. Фактически, линии в спектре Солнца, фраунгоферовы линии, темные, а линии в спектре железа – светлые. Кирхгоф исследовал 60 линий железа и нашел, что каждая из этих линий совпадает с какой-нибудь солнечной линией (рис.1).

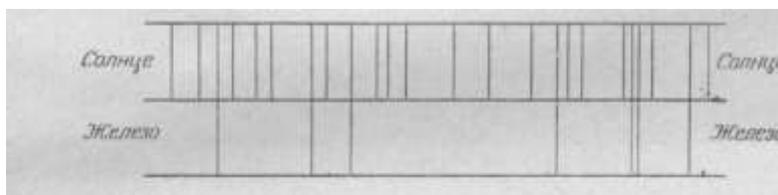


Рисунок 1 – Совпадения линии в спектре Солнца и железа

Эти совпадения вполне понятны, если мы допустим, что на Солнце имеется железо. Точнее, эти совпадения вытекают из закона Кирхгофа об излучении и поглощении, если мы допустим, что в атмосфере Солнца имеются пары железа, которые поглощают часть световых лучей, испускаемых центральной частью Солнца, раскаленной до некоторой еще более высокой температуры. Однако, возможно (вот снова всегда имеющееся возражение), эти совпадения вызываются *случайностью*.

Это возражение заслуживает серьезного рассмотрения. В самом деле, никакое физическое наблюдение не является абсолютно точным. Две линии, которые мы рассматриваем как совпадающие, могли бы в действительности быть различными и только случайно столь близкими одна к другой, что в пределах точности наших наблюдений нам не удалось обнаружить их различия. Мы должны признать, что любое полученное из наблюдений совпадение может быть только кажущимся совпадением, а фактически может иметься небольшое различие. Однако зададим вопрос: *вероятно* ли, чтобы каждое из 60 наблюдаемых совпадений имело причиной случайное различие, столь малое, что его не удалось обнаружить применяемыми средствами наблюдения?

Кирхгоф, отметивший наблюдаемые линии на (произвольной) сантиметровой шкале, оценил доступную ему точность, заметив, что он не мог бы не обнаружить различия, превосходящего $1/2$ миллиметра на своей шкале. На этой шкале среднее расстояние между двумя соседними линиями солнечного спектра приблизительно равнялось двум миллиметрам. Если бы

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

60 линий железа были проведены на этом чертеже наугад, независимо одна от другой, то какова была бы вероятность того, что каждая из них окажется ближе, чем на 1/2 миллиметра к какой-нибудь солнечной линии?

Мы приблизим этот вопрос к решению, сформулировав равносильный вопрос и более знакомой области. На полу проведены параллельные прямые; среднее расстояние между двумя соседними прямыми равно 2 см. Мы бросаем монету на пол 60 раз. Если диаметр монеты равен 1 см, то какова вероятность того, что монета каждый раз накроет какую-нибудь прямую?

В этой последней формулировке на вопрос легко ответить. Допустим сначала, что прямые на полу являются равноотстоящими (рис.2.) так, что расстояние от каждой прямой до соседней равно 2 см.

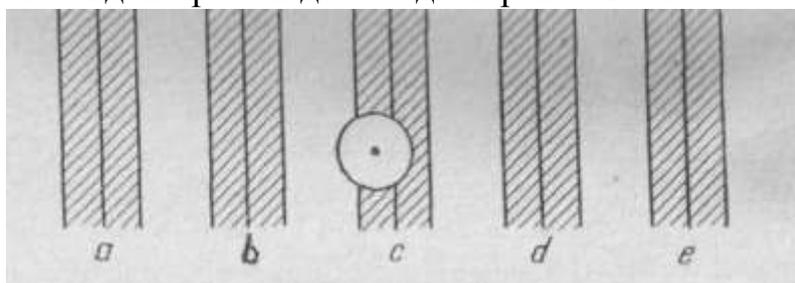


Рисунок 2 – Равноотстоящие прямые

Если монета накроет прямую, то центр монеты будет находиться самое большее на расстоянии 1/2 см от этой прямой, и поэтому этот центр будет лежать где-то в полосе (заштрихованной на рис.2) ширины 1 см, которая делится этой прямой пополам. Очевидно, вероятность того, что монета, брошенная на пол 60 раз, каждый раз накроет какую-нибудь прямую, равна $(1/2)^{60}$.

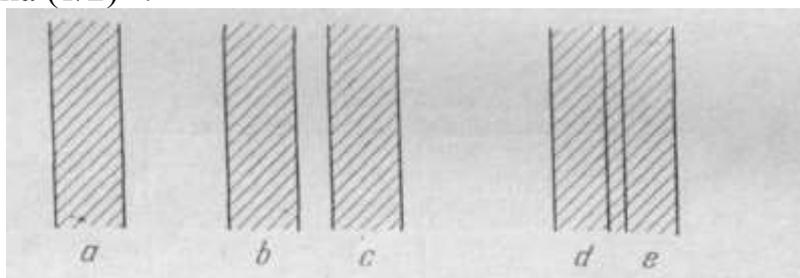


Рисунок 3 – Прямые на неодинаковых расстояниях

Допустим теперь, что прямые на полу не являются равноотстоящими; среднее расстояние между двумя соседними прямыми все еще предполагается равным 2 см. Представим себе, что мы переместили в их теперешнее положение прямые, которые первоначально были равноотстоящими, последовательно одну за другой. Если прямая (как прямая *b* на рис. 3) перемещается так, что ее расстояние от ближайшей

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

соседней прямой остается больше чем 1 см, то вероятность для монеты накрыть какую-либо прямую остается неизменной. Если, однако, прямая перемещается таким образом (как прямая d на рис. 3), что ее расстояние от соседней прямой становится меньше чем 1 см, то две (заштрихованные) полосы перекрываются, и вероятность для монеты накрыть прямую уменьшается. Поэтому искомая вероятность меньше чем $(1/2)^{60}$.

Таким образом, если бы линии железа были проведены на солнечном спектре по слепой случайности, то вероятность 60 совпадений, наблюдавшихся Кирхгофом, была бы меньше чем 2^{-60} и, значит, меньше чем 10^{-18} , или $\frac{1}{1000000000000000000}$. «Эта вероятность, – говорит Кирхгоф, – представляется еще меньшей из-за того факта, что чем ярче видна данная линия железа, тем темнее, как правило, кажется, соответствующая солнечная линия. Следовательно, это совпадение должно быть произведено какой-то причиной, и может быть определена причина, дающая совершенное объяснение полученных из наблюдения фактов» [1].

Литература

1. Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften. – Berlin. 1861. – P. 78-80.

Мохруи Абдулахад¹

студент

Руководитель: Махмадмуродова Фархунда Абдусалимовна²

ассистент кафедры «Методика

преподавания математики»,

e-mail: musmonov.86@mail.ru

^{1,2}Таджикский государственный педагогический

университет им. Садриддина Айни,

г. Душанбе, Таджикистан

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОПОРЦИИ В ХИМИИ

Актуальность применения математических методов в химии и обучения школьников обусловлена несколькими факторами [1; 2].

Во-первых, меняется парадигма образования: от узкоспециализированных знаний переходят к межпредметным и метапредметным компетенциям, в чём значимую роль играют количественные и математические аспекты.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Во-вторых, химия как наука в значительной степени опирается на пропорциональные соотношения и расчёты, что делает интеграцию с математикой не просто желательной, а по-настоящему необходимой для более глубокого понимания учебного материала.

Примерный комплекс заданий для эффективной интеграции математических пропорций в школьный курс химии может включать несколько уровней сложности — от базовых упражнений по отработке навыков применения пропорции в расчёте химических величин до творческих проектов, предполагающих самостоятельный анализ и интерпретацию результатов. Ниже приведены некоторые типовые примеры заданий, а также ключевые методические указания по их организации и проведению.

Во-первых, на первоначальном этапе целесообразно использовать *простые задания*, фокусирующиеся на закреплении навыка построения и решения пропорций в привычном для школьника математическом контексте, но с лёгкой химической «окраской». Например, можно предложить учащимся задачу вида: «Если известно, что 10 г соли растворяются в 100 г воды при определённой температуре, то сколько граммов соли растворится в 50 г воды при тех же условиях?» Хотя это упражнение на первый взгляд может показаться элементарным, оно позволяет ученику без психологического барьера “перейти” от сухой математики к решению задач, имеющих химический подтекст. На этом этапе учителю рекомендуется акцентировать внимание на структурировании решения: 1) формулировка проблемы; 2) запись известных величин; 3) построение пропорции; 4) решение уравнения; 5) интерпретация результата с точки зрения химии. Полезно также проговаривать с учащимися логику, что прямая пропорциональность здесь означает: чем больше воды, тем большее количество растворённой соли.

Во-вторых, по мере продвижения вперёд, задания усложняются за счёт введения *стехиометрических расчётов*. К примеру, можно предложить задачу с несколькими этапами: «Известно, что при полном сгорании 12 г углерода образуется 44 г углекислого газа. Определите, сколько углекислого газа образуется при сгорании 30 г углерода». В данном случае учащиеся сначала восстанавливают в памяти ход стехиометрического расчёта (отношение масс реагирующих веществ по уравнению $C + O_2 \rightarrow CO_2$), а затем используют пропорцию, чтобы найти искомую величину. Рекомендуется, чтобы перед началом решения учитель вместе с классом повторил базовые принципы:

- 1) определение молярных масс;
- 2) соотношение между массами, соответствующими коэффициентам;
- 3) перевод масс в количество вещества (при необходимости);

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

4) использование пропорций для нахождения результата. Такой алгоритм помогает школьникам осознать, что пропорция – это неотъемлемая часть логики химического расчёта, а не просто формальная операция.

Следующий блок заданий может быть посвящён *задачам на выход продукта реакции* и учёту избыточного реагента, поскольку в реальных химических процессах не всегда весь реагент расходуется полностью. Пример: «При теоретическом расчёте выход сульфата бария BaSO_4 из 10 г BaCl_2 составил 15 г. Фактически же удалось получить только 12 г продукта. Определите процент выхода реакции». Здесь учащиеся сначала вычисляют теоретическое количество продукта (с опорой на уравнение реакции и пропорции), а потом, сравнивая с реально полученным результатом, определяют процент выхода. По ходу решения таких задач учитель обращает внимание на то, что пропорциональные отношения лежат и в основе определения реального соотношения между полученным и теоретическим выходом. Важно также обращать внимание на ошибки учащихся, которые могут путать прямую и обратную пропорциональность или неправильно расставлять коэффициенты в уравнениях, нарушая логику расчёта.

Отдельного упоминания заслуживают *лабораторные работы* и занятия демонстрационного типа, где учащиеся получают экспериментальные данные и должны перевести их в числовую форму с использованием пропорций. К примеру, можно организовать лабораторную работу по теме «Исследование зависимости массовой доли растворённого вещества от количества растворяемого вещества». Ученики готовят несколько растворов с различным количеством соли, измеряют их массу, объём, плотность (при наличии соответствующего оборудования), после чего вычисляют массовую долю. Учитель предлагает сформулировать итог в виде пропорции: «Если в 100 г раствора содержится X граммов соли, то в Y граммах раствора — сколько граммов соли?». Подобный практико-ориентированный подход не только закрепляет математический навык, но и развивает умение интерпретировать результаты эксперимента, видеть погрешности измерения и задавать уточняющие вопросы: «Почему у нас получилось чуть больше или меньше теоретического значения?», «Какие факторы могут повлиять на точность измерений?» и т.д.

Для более углублённого погружения в межпредметную тему целесообразно внедрять *проектные задания*. К примеру, учащиеся могут выполнить мини-проект «Оптимизация соотношения реагентов при получении газа X в лабораторных условиях». Им выдают базовую информацию об уравнении реакции, рекомендации по технике безопасности и ограничения по времени/количеству доступного вещества.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Далее задача школьников – самостоятельно определить, какая масса каждого реагента нужна для максимально эффективного выхода газа, используя пропорции для расчётов. В проекте можно предусмотреть вариативность: одни группы берут за основу стандартные соотношения, другие пробуют слегка изменять пропорции, чтобы проверить влияние избыточного или недостаточного реагента, анализируют итоги и делают выводы. В результате такого «экспериментального моделирования» школьники глубже понимают, насколько важна взаимосвязь между математическими расчётами и практическим проведением химических процессов.

Литература

1. Махмадаминов, М. О решение химических задачи с математическим содержанием на уроках химии в 8-9 классах, как средство реализации межпредметных связей в школе / М. Махмадаминов, С.Г. Бандаев, Г.М. Бобиев // Вестник Педагогического университета. – 2018. – № 5-2(77). – С. 45-50. – EDN GWDUFC.

2. Махмадаминов, М. Использование уравнений на уроках химии в 8-9 классах, как средство реализации межпредметных связей в школе / М. Махмадаминов, Г.М. Бобиев, С.Г. Бандаев // Вестник Педагогического университета. – 2018. – № 3(75). – С. 108-117. – EDN FPAALP.

Мошкина Мария¹

3 курс, Факультет недропользования и наук о Земле

Руководитель: Прокопенко Наталья Анатольевна²

кандидат педагогических наук,

доцент кафедры высшей математики

e-mail: pronatan@rambler.ru

^{1,2}**ФГБОУ ВО «Донецкий национальный**

технический университет»,

г. Донецк, Россия

ЛОГИСТИЧЕСКАЯ КРИВАЯ ФЕРХЮЛЬСТА В МОДЕЛИРОВАНИИ МЕДИКО-БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Математика всегда была неотъемлемой частью человеческой культуры, своеобразным ключом к познанию окружающего мира, который с каждым годом становится все более насыщенным в информационном плане. Сегодня трудно переоценить важность математики, математической культуры в жизни каждого современного человека. Вся современная наука

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

пронизана математикой, ее методами и идеями, которые играют огромную роль в повседневной жизни миллионов людей.

Как известно, важная роль математики в такой точной науке, как физика, общепризнана, однако ценность и целесообразность применения математических методов в «менее строгих» науках – биологии и медицине – нередко ставится под сомнение.

Но все же стоит заметить, что случаются разнообразные сложные и запутанные ситуации, при которых научный прогресс будет проходить медленно, и так сказать, на ощупь, если научные факты будут описаны интуитивными понятиями, выраженными словесно. Поэтому чтобы по-настоящему проникнуть в исследуемые процессы и управлять ими, необходимо найти соответствующий математический аппарат, который мог бы обеспечить более точный и логически строгий метод анализа.

Хотя математика уже давно использовалась при исследовании отдельных вопросов, относящихся к различным разделам биологии и медицины, лишь в настоящее время стал возможным интегрированный математический подход ко всей этой области знания. Все разделы прикладной математики и математической статистики, а также вычислительные методы, связанные с биологией и медициной, принято рассматривать под общим названием *математическая биология*. Общая цель математической биологии – сделать для биологии и медицины то, что математическая физика сделала для физики.

Как известно, все живые существа рождаются, растут, а затем стареют, претерпевают непрерывные изменения и превращения и в конце концов умирают; иными словами, все они всегда вовлечены в какие-то динамические процессы развития во времени. В мире неживой природы также непрерывно протекают различные динамические процессы. Многие задачи чисто физического характера — движение планет солнечной системы, траектория снаряда и т.д. — могут быть решены с достаточной степенью точности в математической форме. Изменение во времени обычно приводит непосредственно к выводу дифференциальных уравнений. В настоящее время исследован широкий круг дифференциальных уравнений, особенно в области физики, и прикладная математика получила в высшей степени полезный аппарат, известный под общим названием “уравнений математической физики”.

Живые существа с их саморегуляцией, способностью к приспособлению, целенаправленной активностью и сложными схемами поведения труднее поместить в рамки общих математических законов. Однако необходимо исследовать более конкретно те ситуации, в которых динамическое изменение и развитие обнаруживаются в явной форме с самого начала. По-видимому, наиболее простыми процессами такого рода

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

являются развитие индивидуума и рост популяции. Впервые эти вопросы широко рассмотрел Кетле в 1835 г. в своей знаменитой книге “Essai de Physique Sociale”.

Очевидно, что вес и еще один-два простых показателя лишь довольно грубо описывают развитие отдельного индивидуума. Тем не менее общепризнано (и совершенно правильно), что такие показатели, если уделяется должное внимание и другим факторам, весьма полезны в качестве ориентира. Так, например, предполагается, что если детеныш к определенному возрасту не набрал вес, близкий к среднему значению для данного вида, то, по-видимому, что-то неладно с ним самим или с его питанием. Однако это справедливо не во всех случаях. Кривые роста многих здоровых индивидуумов значительно отличаются от кривых роста для большинства индивидуумов того же вида. Единственное, что можно сказать по этому поводу, это то, что такое расхождение нужно рассматривать как указание на необходимость дальнейшего исследования.

Измерение роста или веса дает некоторую количественную информацию о жизнедеятельности растущего организма и весьма элементарно характеризует динамику процесса развития. Трудность заключается в том, что такие приближенные методы не дают ничего, кроме простого описания. Вряд ли можно назвать такое математическое описание моделью и на его основе получить какие-либо обобщающие выводы.

Одна из простейших моделей роста популяции принадлежит Т. Мальтусу, который в конце XVIII в. заметил, что популяции имеют тенденцию увеличиваться в геометрической прогрессии. Мальтуса беспокоило то, что, по его мнению, средства существования могут возрасти только в арифметической прогрессии и что рано или поздно их станет недостаточно. В природе численность большинства живых существ действительно способна увеличиваться в геометрической прогрессии, однако рост популяций в достаточной мере сдерживают такие факторы, как борьба за существование, болезни, естественная гибель и уничтожение хищниками.

Математическую форму этой типичной S-образной кривой роста популяции впервые получил Ферхюльст, современник Кетле. Он использовал следующий подход. Во-первых, удобно рассматривать численность популяции n как непрерывную переменную, что вполне допустимо, если n довольно велико. Во-вторых, рассматривается непрерывное время t , а не дискретные поколения. Допустим, что средняя скорость роста популяции при благоприятных условиях составляет m на одного индивидуума, так что за время dt численность популяции увеличивается на $mndt$. Это означает, что $dn = mndt$. Поэтому изменение численности популяции описывается дифференциальным уравнением:

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

$$\frac{dn}{dt} = mn, \quad (1)$$

решение которого имеет вид:

$$n = ae^{mt}, \quad (2)$$

где a — число индивидуумов в начальный момент времени $t = 0$. Экспоненциальный рост непрерывной популяции в непрерывном времени, описываемый формулой (2), эквивалентен геометрической прогрессии для дискретной численности популяции в предположении дискретной смены поколений.

Идея Ферхюльста состояла в наложении на экспоненциальный рост, выраженный формулой (2), некоторого фактора, характеризующего замедление и увеличивающегося с ростом популяции. Простейшее из возможных допущений состоит в том, что степень замедления роста для одного индивидуума пропорциональна размеру популяции, т. е. что результирующая скорость роста равна не m , а $m - rn$, где r — коэффициент замедления роста. В этом случае дифференциальное уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{dn}{dt} = mn - rn^2, \quad (3)$$

а его решение выражается формулой: $n = \frac{m}{r + (\frac{m}{a} - r)e^{-mt}}$ (4)

(здесь, как и ранее, a есть численность популяции в момент $t = 0$). Уравнение (4) описывает S-образную кривую (так называемая логистическая кривая Ферхюльста), наклон которой вначале монотонно возрастает, как у экспоненты, а затем постепенно уменьшается до нуля; при больших значениях t кривая сливается с горизонтальной прямой $n = m/r$ (m/r есть равновесное значение, к которому стремится размер популяции).

На практике скорость роста m определяется скоростями размножения и гибели. Если скорость размножения β такова, что за время dt появляется βndt новых индивидуумов, а скорость гибели μ такова, что за то же время погибает μndt индивидуумов, то $m = \beta - \mu$. Значение m может быть положительным, отрицательным или нулевым, и в зависимости от этого популяция будет расти, уменьшаться или оставаться неизменной. Аналогичным образом можно включить в рассмотрение и многие другие факторы, например миграцию.

Логистическая кривая широко используется при описании роста популяций животных и людей. Например, в демографии предпринимались попытки подобрать логистические кривые для данных о численности населения различных стран, в частности США, в прошлом и в настоящее время с целью использовать продолжение полученной кривой для прогноза численности населения при достижении равновесного состояния. Хотя такие методы имеют положительное значение, поскольку благодаря применению математики обсуждение этих проблем становится более

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

конкретным, к оценке результатов, получаемых с их помощью, необходимо подходить с большой осторожностью. Окружающая среда и социальные условия могут измениться, и, следовательно, изменятся скорости размножения и гибели и коэффициент замедления роста. Модель может быть приближенно справедливой для того периода, по которому имеются данные, однако это не гарантирует ее справедливости в будущем. Экстраполяция всегда сопряжена с неопределенностью, однако в данном случае некоторые трудности можно преодолеть путем более детального анализа популяции, рассматривая скорости размножения и гибели для различных возрастных групп с учетом пола.

Практическое значение рассмотренных математических моделей, состоит в том, что они дают предварительное количественное представление об изучаемых процессах. Используемые в них параметры (например, скорость размножения) имеют определенный биологический смысл, и это позволяет проверить соответствие модели тому реальному процессу, который, как предполагается, она описывает. На основании полученных данных можно вычислить соответствующие значения параметров и использовать их как основу для дальнейшего исследования.

Литература

1. Norman T.J. Bailey, "The Mathematical Approach To Biology And Medicine", 1967 (перевод с английского Коваленко Е.Г., 1970).

Радучич Алексей¹

3 курс, Факультет недропользования и наук о Земле

Руководитель: Прокопенко Наталья Анатольевна²

кандидат педагогических наук,

доцент кафедры высшей математики

e-mail: pronatan@rambler.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий национальный

технический университет»,

г. Донецк, Россия

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ХИМИИ ПОЧВ

Химия играет важную роль в землепользовании, в частности в изучении и управлении почвенными и экологическими процессами. Важнейшим аспектом применения химии в землепользовании являются химические процессы, происходящие в почвах. Химия помогает анализировать состав почвы (минералы, органические вещества, вода,

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

воздух) и её химические свойства. Кислотно-щелочной баланс почвы (рН) влияет на её плодородие и способность поддерживать растительность.

Почва – это внешний, поверхностный слой земной коры. В значительной степени ее состав зависит от типа подстилающей породы и процессов почвообразования, которым она подвергается. В почве находится целый спектр элементов и химических соединений. Почти половина состава почвы – минеральные вещества. Они делятся на макроэлементы, к которым относятся калий, натрий, кальций, алюминий, кремний, углерод, железо, фосфор, азот и водород, а также микроэлементы, среди которых бор, марганец, молибден и цинк. Как правило микроэлементы присутствуют в почве в виде минералов. В состав почвы также входят газы, в первую очередь те, которые содержатся в воздухе. Среди них стоит отметить углекислый газ, метан, сероводород и аммиак. Из всех элементов наибольшую массовую долю в составе почвы имеет кислород, за ним следуют кремний и алюминий [1].

Одним из характерных химических свойств почвы является ее реакция (рН), выражаемая с помощью шкалы рН. Большинство растений предпочитают нейтральную почву с рН в диапазоне от 6,5 до 7,5, но некоторые растения будут хорошо расти и в более широком диапазоне (от 5,5 до 8). Когда почва становится слишком кислой или слишком щелочной, некоторые химические вещества перестают быть доступными для растений. Именно поэтому реакция почвы имеет большое значение. Она оказывает прямое влияние на плодородие почвы и, следовательно, ее продуктивность. На реакцию почвы значительное влияние оказывают ионы кальция, преимущественно из карбоната кальция. Вместе с угольной кислотой они образуют буферную систему, которая препятствует резким изменениям рН, что чрезвычайно важно для растений (корни растений чувствительны к быстрым изменениям реакции). Способность почвы поддерживать постоянное значение рН (несмотря на действие факторов, изменяющих его значение) называется буферностью. Все это становится возможным, когда в почве присутствуют так называемые буферные системы, например, слабая кислота и ее соль. Их наличие может быть причиной того, что уровень рН остается неизменным, несмотря на внесение соответствующих подкисляющих удобрений или удобрений, снижающих уровень кислотности почвы [1].

Важным химическим свойством почвы является ее окислительно-восстановительный потенциал. Этот параметр тесно связан с влажностью. По мере роста влажности снижается содержание кислорода. Почвы с высоким содержанием O_2 считаются почвами с хорошими кислородными условиями. Это важный фактор для роста растений, поскольку в такой почве могут беспрепятственно протекать процессы окисления минеральных и

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

органических соединений. Слишком низкий окислительно-восстановительный потенциал может свидетельствовать о чрезмерно большом содержании влаги в почве. В этом случае наблюдаются явления восстановления, например, нитратов, что приводит к потере ценного азота из почвы.

В настоящее время математические методы широко используются для решения задач, связанных с землепользованием. Многие химические процессы, наблюдаемые на садовых участках, связаны с круговоротом элементов. В качестве примера можно привести азот, который в виде газа составляет около 78% окружающего нас воздуха, а в почве является ключевым питательным элементом для большинства растений. Атмосферный азот попадает в живые организмы благодаря бактериям, которые обладают способностью выхватывать молекулярный азот и превращать его в аммиак. В этой форме его могут поглощать, например, растения, и он же может использоваться для образования органических молекул. Когда растение съедает животное, этот химический элемент попадает в его организм. Азот, содержащийся в остатках растений и животных, в результате последующих химических реакций превращается в аммиак и молекулярный азот и снова попадает в атмосферу [1].

Целью данного доклада является показать удобство использования математических операторов для быстрого и точного определения необходимых параметров химической реакции окисления оксида азота, имеющей важное значение в химии почв. Нами рассмотрено применение производных первого и второго порядков для нахождения максимальной скорости химической реакции, концентраций реагентов и компонентов, не участвующих в химическом превращении.

Газовая смесь состоит из оксида азота и кислорода. Требуется найти концентрацию кислорода, при которой содержащейся в смеси оксид азота окисляется с максимальной скоростью. Также определить такую концентрацию для случая, когда в газовой смеси, помимо оксида азота и кислорода, содержится и другие компоненты, не принимающие участия в химической реакции окисления. Окончательно, необходимо найти отношения концентраций кислорода и оксида азота, при которых скорость окисления максимальна в чистой и загрязненной смеси.

Реакция окисления оксида азота описывается уравнением $2\text{NO} + \text{O}_2 = 2\text{NO}_2$. В условиях практической необратимости скорость реакции выражается формулой: $v = kx^2y$, где x – концентрация оксида азота NO в произвольный момент времени; y – концентрация кислорода O_2 ; k – константа скорости реакции, не зависящая от концентрации реагирующих компонентов и зависящая только от температуры.

Концентрации газов будем выражать в объемных процентах. Тогда:

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

$$y = 100 - x \quad \text{и} \quad v = kx^2(100 - x) = k(100x^2 - x^3).$$

Найдем первую производную этой функции: $\frac{dv}{dx} = k(200x - 3x^2) = 0$.

Решая последнее уравнение и приняв во внимание, что $k \neq 0$, находим: $x_1 = 0$, $x_2 \approx 66,7\%$. Для того чтобы установить, какое из полученных значений x соответствует максимальной скорости окисления, найдем

вторую производную функции: $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = k(200 - 6x)$.

Подставляя значения x_1 и x_2 , находим, что при $x = x_1 = 0$ вторая производная больше нуля, т. е. скорость окисления минимальна при концентрации окиси азота, равной нулю, что очевидно также из физического смысла задачи. При $x = x_2 = 66,7\%$ вторая производная равна $k(200 - 6 \cdot 66,7)$, т. е. меньше нуля, следовательно функция, т. е. скорость окисления, имеет максимальное значение.

Когда $x = 66,7\%$, $y = 100 - 66,7 = 33,3\%$, т. е. максимальная скорость окисления окиси азота будет в том случае, когда в газовой смеси содержатся 33,3% кислорода, следовательно, при стехиометрическом соотношении $y : x = 0,5$.

Обозначим через z концентрацию компонентов газа, не участвующих в реакции. В этом случае $x + y + z = 100\%$ и $y = 100 - z - x$. Подставляем это значение y в основное кинетическое уравнение:

$$v = kx^2(100 - z - x) = k[(100 - z)x^2 - x^3],$$

где k — постоянная величина.

Находим первую частную производную этой функции по x

и приравниваем ее нулю: $\frac{\partial v}{\partial x} = k[2(100 - z)x - 3x^2] = 0$.

Находим корни последнего уравнения: $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{2}{3}(100 - z)$.

Подставив значения этих корней во вторую частную производную по x :

$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = k[2(100 - z) - 6x]$, убеждаемся, что максимуму скорости окисления

соответствует $x = \frac{2}{3}(100 - z)$. Так как $y = 100 - z - x$, то

$$y = (100 - z) - \frac{2}{3}(100 - z) = \frac{1}{3}(100 - z).$$

Следовательно, заданному условию максимальной скорости окисления отвечает отношение $y/x = 0,5$.

Из сказанного выше следует, что максимальная скорость окисления оксида азота кислородом всегда будет иметь место при концентрации

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

кислорода в смеси вдвое меньшей, чем концентрация оксида азота, вне зависимости от того, присутствуют ли в смеси другие компоненты, не принимающие участия в реакции.

Поскольку в процессе реакции стехиометрическое соотношение сохраняется, то при содержании в исходной смеси 33,3% кислорода скорость реакции будет относительно максимальной в течение всего процесса. Этот вывод справедлив для осуществления реакции окисления при любой температуре, при которой реакция является практически необратимой, так как полученный результат не зависит от величины константы скорости реакции k .

Литература

1. Орлов Д.С. Химия почв / Д.С. Орлов, Л.К. Садовников, Н.И. Суханов. – Москва: Изд-во «Высшая школа». – 2005. – 558 с.

Шишков Никита¹

2-й курс, медицинский факультет,
e-mail: shushj65@mail.ru

Руководители: Выхованец Юрий Георгиевич²

доктор медицинских наук, заведующий кафедрой
медицинской физики, математики и информатики
e-mail: roger1965@mail.ru

Тетюра Сергей Михайлович³

кандидат медицинских наук, доцент

**^{1,2,3}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный медицинский
университет имени М. Горького» Министерства
здравоохранения Российской Федерации,
г. Донецк, Россия**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ
КАРДИОВАСКУЛЯРНОГО ЗДОРОВЬЯ: ВЛИЯНИЕ ПИТАНИЯ И
ОБРАЗА ЖИЗНИ ЧЕЛОВЕКА**

Сердечно-сосудистые заболевания (ССЗ) остаются одной из ключевых причин смертности человека [5; 10]. Важным инструментом в диагностике патологий сердечно-сосудистой системы (ССС) выступает электрокардиография (ЭКГ) [9]. Среди множества параметров ЭКГ особую диагностическую ценность представляют амплитуда и длительность интервала QT [6]. Отклонения этого интервала (как укорочение, так и удлинение) служат индикатором функциональных донозологических

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

нарушений сердечной деятельности, которые могут привести к внезапной сердечной смерти (ВСС) [3]. Для количественной характеристики функциональных нарушений сердечной деятельности необходим системный подход, учитывающий межсистемные взаимодействия в организме. Значимым аспектом такой оценки является учет социально-экономических детерминант здоровья, включающих неудовлетворительные условия проживания, поведенческие факторы риска (никотиновую зависимость, алкогольную интоксикацию, алиментарные нарушения, недостаток физической активности) [1; 8]. Особую категорию составляют алиментарные факторы, связанные с недостаточным поступлением в организм витаминов, микронутриентов и биологически активных соединений [2]. Диагностика и предупреждение подобных нарушений требуют комплексной оценки нутритивного статуса пациента. Как гипер-, так и гипотрофия неизбежно приводят к дисфункции различных систем организма, проявляясь снижением адаптационных возможностей и ухудшением общего состояния здоровья. Особую значимость приобретают алиментарно-зависимые состояния - ожирение и нарушения углеводного обмена, являющиеся доказанными предикторами сердечно-сосудистой патологии. Эти состояния представляют собой серьезную медико-социальную проблему [7]. Для комплексной оценки функционального состояния кардио-васкулярной системы (КВС) могут быть успешно применены методы математического моделирования. Данный подход позволяет интегрировать многофакторное влияние различных детерминант здоровья и разработать объективные диагностические критерии, а также оценить адаптационные изменения сердечно-сосудистой системы в ответ на воздействие экзогенных факторов. В рамках настоящего исследования ставилась задача разработки математической модели прогнозирования функционального состояния КВС, основанной на анализе временных параметров QT-интервала ЭКГ в корреляции с учетом нутритивного статуса и особенностей образа жизни пациента.

Научные исследования были проведены на базе психофизиологической лаборатории кафедры медицинской физики, математики и информатики ФГБОУ ВО «Донецкий государственный медицинский университет имени М. Горького» МЗ РФ. В исследованиях принимали участие студенты 1-6 курсов. На основании критериев включения и исключения был отобрано 230 человек (142 (61,5%) мужчины и 88 (38,5%) женщин в возрасте от 17 до 29 лет. Средний возраст участников составил $20 \pm 0,18$ (95%ДИ: 19,66-20,39) лет. Группы исследуемых формировались на основании оценки состояния здоровья исследуемых по данным заключений специалистов после проведения ежегодного профилактического осмотра. Исследование включало в себя натурный

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

эксперимент, состоящий из основной части и двух дополнительных, связанных с проведением функциональных проб. Перед проведением натурального эксперимента все обследуемые дали информированное согласие на добровольное участие в исследовании. Затем испытуемый заполнял специально разработанный опросник, включавший стандартные вопросы по признакам витаминной недостаточности, физической активности, образу жизни, после чего проводилось измерение антропометрических, физиологических, гемодинамических и гигиенических показателей, регистрировалась ЭКГ. На каждом этапе исследований проводилась математическая обработка данных при помощи статистических пакетов прикладных программ «Statistika 10.0», «MedStat 5.2» [4], которые включают в себя все алгоритмы одномерного и многомерного статистического анализа, параметрических и непараметрических методов сравнений статистических совокупностей. Определение наиболее значимых факторов, оказывающих влияние на риск формирования ССЗ, проводилось с использованием методов регрессионного анализа (пошаговой многофакторной регрессии). Для оценки качества прогностической математической проводился ROC-анализ.

Оценка риска возникновения нарушений функционирования сердечно-сосудистой системы базировалась на показателях артериального давления (АД), частоты сердечно-сосудистых сокращений (ЧСС), значений вариабельности сердечного ритма. Выявлено, что у 38,8% лиц мужского пола артериальное давление систолическое (АДС) было выше нормы, из них 23,8% имели значения на уровне верхней границы нормы, 12,7% – пограничную гипертензию 1-й степени, и 2,4% – гипертензию 2-й степени. У женщин было выявлено 9,72% лиц с повышенным АДС, из них 8,3% имели значения на уровне верхней границы нормы и 1,4% – пограничную гипертензию 1-й степени. При анализе диастолического артериального давления (АДД) было установлено, что среди мужчин 7,9% обследованных имели значения этого показателя выше нормы, из них у 4,8% выявлены значения на уровне верхней границы нормы, 1,58% имели пограничную гипертензию 1-й степени и 1,58% – гипертензию 2-й степени. В группе женщин 4,2% лиц имели значения на уровне верхней границы нормы, из них 2,7% имели пограничную гипертензию 1-й степени. Кроме этого, значения АДД на уровне нижней границы нормы были выявлены у 3,17% лиц мужского и 2,7% лиц женского пола. При оценке частоты сердечных сокращений (ЧСС) в исследуемых группах были установлены достоверные различия ($p < 0,001$) по этому показателю между группами. У 6,34% лиц мужского пола и 8,33% лиц женского пола была зарегистрирована тахикардия, а у 6,34% мужчин и 2,77% женщин выявлена брадикардия.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

При изучении вариабельности сердечного ритма среднее значение показателя M_0 длительности интервалов RR у мужчин составило $0,84 \pm 0,02$ (95% ДИ: 0,78-0,94), у женщин – $0,81 \pm 0,01$ (95% ДИ: 0,73-0,86). Установлены достоверные различия по M_0 длительности интервалов RR между изучаемыми группами, $p=0,003$. Среднее значение показателя SDNN у мужчин составило $0,061 \pm 0,004$ (95% ДИ: 0,05-0,08), у женщин – $0,058 \pm 0,004$ (95% ДИ: 0,048-0,073). Исследованиями были установлены достоверные различия между изучаемыми группами мужчин и женщин по показателю QT_{ср.} на уровне ($p=0,004$). Межгрупповое сравнение выявило статистически значимое различия ($p<0,001$) по показателю величины QT_{с.} Аналогичная закономерность наблюдалась и при анализе стандартизированной разницы интервала QT, где различия выявлены на уровне значимости ($p=0,004$).

Исследованиями были выявлены признаки недостаточности витамина А у 8 (34,8%) лиц мужского и 29 (60,4%) – женского пола. Недостаточность витамина В₂ выявлена у 15 (65,2%) обследованных мужчин и 32 (66,7%) женщин. Низкое потребление витамина В₆ отмечалось в 6 (26,1%) случаях у мужчин и 21 (43,8%) – у лиц женского пола. Симптомы недостаточности витамина С были выявлены среди 5 (21,7%) лиц мужского и 24 (50%) – женского пола. В группе женщин было выявлено 4 (8,3%) случая нехватки витамина Н. Были отмечены признаки недостаточности витамина Р у 5 (21,7%) лиц мужского и 17 (35,4%) – женского пола. Дефицит витамина РР был отмечен у 3 (13%) мужчин и 15 (31,3%) женщин. Анализ данных о кратности приема пищи в течение дня позволил установить, что среди лиц мужского пола 4-разовое питание было у 7 (30,4%) обследованных, 3-кратное у 11 (47,8%) лиц и 5 (21,7%) человек питались 2 раза в сутки. При оценке кратности приема пищи у лиц женского пола было установлено, что 9 (18,8%) обследованных принимают пищу 4 раза в сутки, 26 (54,2%) – 3 раза и 13 (27,1%) – 2 раза в сутки. Исследованиями установлено, что в питании учащихся преобладало 3-разовое питание. Анализ рациона и мест приема пищи показал, что подавляющее большинство учащихся как женского, так и мужского пола питались в условиях буфета. В питании учащихся преобладали продукты, содержащие животные жиры и углеводы. Среди употребляемых напитков преобладали газированные, с высоким содержанием глюкозы. При оценке условий жизни и быта учащихся было выявлено, что 35 (49,2%) исследуемых проживают в общежитии, 23 (32,3%) – в квартирах и 13 (18,3%) – в частных домах. Оценка физической активности в исследуемых группах показала, что 9 (40%) лиц мужского и 17 (35%) – женского пола не занимаются спортом вообще. Исследованиями было выявлено 10 (43,4%) представителей мужского и 9 (18,7%) – женского пола, которые ежедневно выкуривали по 15-20 сигарет.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Для классификации функциональных состояний человека по данным риска нарушений проводящей системы желудочков сердца, проводилась разработка и построение логистической многофакторной модели прогнозирования степени изменений длительности интервала QT с учетом гендерного признака, параметров жизнедеятельности и питания. В модель вошли факторы, которые учитывали гендерную принадлежность исследуемых, наличие дефицита витамина группы В, наличие вредных привычек (курение), расчетные параметры длительности интервала QT. Уравнение логистической регрессии представлено ниже.

$$Z = \exp(-59,312 + 1,242 \cdot x + 170,204 \cdot y + 0,312 \cdot \beta + 0,185 \cdot \alpha) / (1 + \exp(-59,312 + 1,242 \cdot x + 170,204 \cdot y + 0,312 \cdot \beta + 0,185 \cdot \alpha)),$$

где Z – прогностический параметр определяющий принадлежность к разным классам функционального состояния ССС сердца, x – гендерная принадлежность исследуемых (1 – мужчины, 2 – женщины), y – расчетный показатель длительности интервала QT, β – показатель, характеризующий дефицит витаминов группы В (1 – отсутствует дефицит, 2 – имеется дефицит), α – показатель, характеризующий наличие вредной привычки «курение» (1 – отсутствует привычка, 2 – имеется привычка).

Используя элементы факторного анализа и расчеты референтных интервалов показателя Z было определено критическое значение этого прогностического параметра, которое составило – 0,2985. При диагностике и прогнозировании ФС ССС системы сердца, достаточной является классификация состояний с разбитием их на два класса. Первый класс – это лица, в которых прогнозируется высокий риск ухудшения ФС, второй класс, – те, у кого прогнозируется низкий риск его ухудшения. Если в результате расчетов текущее значение Z будет больше критического $Z_{кр}$, прогнозируется высокий риск ухудшения ФС КВС. В случае, если текущее значение Z будет меньше, чем $Z_{кр}$, прогнозируется низкий риск ухудшения ФС КВС.

Проведенная научная работа позволила создать инновационную прогностическую модель комплексной оценки функционального состояния ССС. В ее основу легли прецизионный анализ временных характеристик QT-интервала электрокардиограммы и мультифакторный учет индивидуального нутритивного статуса пациента. Разработанный алгоритм представляет собой уникальный диагностический инструмент, позволяющий выявлять доклинические нарушения кардиоваскулярного гомеостаза, оценивать влияние пищевых привычек на электрофизиологические параметры сердца и персонифицировать профилактические рекомендации.

Секция 3. Математические методы в химии, биологии и медицине

Литература

1. Взаимосвязь состояния здоровья и факторов образа жизни у пациентов с сердечно-сосудистыми заболеваниями / А.С. Агиенко, И.Л. Строкольская, Д.П. Цыганкова, Г.В. Артамонова // Здоровье населения и среда обитания – ЗНиСО. – 2024. – Т. 32, № 1. – С. 7-14.

2. Головина, Н.Е. Влияние недостаточности витамина D на риск сердечно-сосудистых заболеваний / Н.Е. Головина // Вестник Сибирского института непрерывного медицинского образования. – 2023. – № 1(3). – С. 11-14.

3. Кулешова, М.В. Внезапная сердечная смерть и декомпенсация сердечной недостаточности: как можно снизить риски / М.В. Кулешова, Т.М. Ускач, О.В. Сапельников // Терапевтический архив. – 2025. – Т. 97, № 1. – С. 80-85.

4. Лях, Ю.Е. Основы компьютерной биостатистики. Анализ информации в биологии, медицине и фармации статистическим пакетом / Ю.Е. Лях. – Донецк, 2006. – 214 с.

5. Мадьянова, В.В. Болезни системы кровообращения у пожилых в России: динамика показателей заболеваемости и смертности / В.В. Мадьянова // Проблемы стандартизации в здравоохранении. – 2020. – № 11-12. – С. 44-52.

6. Математические подходы оценки длительности интервала QT электрокардиограммы / Н.Г. Исаков, Н.Н. Чершинцева, А.С. Назаренко, А.А. Зверев // Сборник научных трудов VII Съезда биофизиков России: Сборник материалов съезда. В 2-х томах, Краснодар, 17–23 апреля 2023 года. – Краснодар : Кубанский государственный технологический университет, 2023. – С. 298-299.

7. Ожирение и риск развития сердечно-сосудистых заболеваний: взгляд на современную проблему / А.У. Маматов, Т.Т. Орозматов, Ж. Б. Мадаминов [и др.] // The Scientific Heritage. – 2021. – № 64-2(64). – С. 35-42.

8. Профилактика заболеваний сердечно-сосудистой системы среди студентов: влияние диеты и образа жизни / Д.Т. Лосанова, Д.Т. Хуранова, А.А. Катанчиев [и др.] // Естественные и технические науки. – 2025. – № 1(200). – С. 142-144.

9. Суйиндикова, М.К. Методы функциональной диагностики сердечно-сосудистых заболеваний / М.К. Суйиндикова // Экономика и социум. – 2024. – № 3-2(118). – С. 799-802.

10. Эпидемиология болезней системы кровообращения в Российской Федерации за период с 2010 по 2022 гг. / Д.С. Даирова, Т.Х. Амирова, Г.Ю. Стручко [и др.] // Вопросы клинической и фундаментальной медицины. – 2024. – Т. 1, № 3(3). – С. 24-33.

СЕКЦИЯ 4

Информационные технологии в обучении математике

Руководитель: Гребенкина Александра Сергеевна,
доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры высшей
математики и методики преподавания математики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

ПОБЕДИТЕЛИ:

1-е место

Лукьянчикова Анастасия

Студентка 5 курса, ФГБОУ ВО «Московский педагогический
государственный университет»,
г. Москва, Россия

2-е место

Невалённая Екатерина

студенка 3 курса Факультета математики
и информационных технологий,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

3-е место

Кретов Артём, обучающийся 8 класса,

Тимошенко Ангелина, обучающаяся 10 класса
УО «Гимназия г. Калинковичи», г. Калинковичи, Беларусь

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Абидов Рустам,
аспирант

Руководитель: Назаров Ахтам Пулатович

кандидат педагогических наук, доцент

доцент кафедры информационных и коммуникационных технологий

e-mail: ahtam_69@mail.ru

^{1,2}**Таджикский государственный педагогический
университет им. Садриддина Айни,
г. Душанбе, Таджикистан**

**РАЗРАБОТКА КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЫ,
РЕАЛИЗУЮЩЕЙ МЕТОД ПУЛАТ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ
ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Введение. Педагогическая практика предоставляет различные методики и методы проверки полученных знаний, оценки умений и навыков обучающихся. В процессе работы по проверке уровня усвоения студентами знаний преподавателю необходимо придерживаться последовательности и системности. Как правило, сначала проводится несколько занятий, а затем контрольно-диагностическое мероприятие. Для проверки знаний проводится опрос в начале очередного занятия, контроль выполнения самостоятельной работы обучающихся, проверка качества выполнения домашних заданий, проведение текущего контроля, в заключение проводится письменная работа (контрольная работа, проверочная работа) по обобщению определённой темы дисциплины. Объективное тестирование и объективная оценка знаний, умений и навыков обучающихся являются важнейшим аспектом образовательного процесса и способствуют повышению качества образования. Соблюдение таких требований очень важно для преподавателей и студентов – будущих педагогов [3]. В настоящее время в педагогической практике чаще всего применяются две формы организации и проведения контрольной работы: подготовка не менее двух вариантов письменной работы и тестовый метод проверки знаний. Такие формы организации и проведения письменного контроля не отвечают требованиям современной эпохи информационных технологий и цифровизации образовательного процесса. Поэтому возникает необходимость в разработке, создании и внедрении новых методов организации и проведения контроля. Цифровизация образовательного процесса – требование современной эпохи [2]. Цифровые компетенции для специалистов любого профиля подготовки становятся не просто набором технических навыков, а неотъемлемой частью его профессиональной подготовки [3]. Поэтому в научной литературе большое внимание уделяется проектированию электронных средств обучения и контроля результатов

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

обучения. Так, в процессе обучения дисциплинам математического цикла подготовки предлагается использовать программные среды имитационного моделирования, инструментарий универсальных математических программ и приложений, педагогическое тестирование, мультимедийные тренажеры, обучающие тесты и пр. При этом, вопрос цифровой трансформации методов проведения контрольных мероприятий в процессе обучения информатике и математике рассматривается учеными с позиций разработки эффективных интерактивных средств контроля, проверки умения применить прикладные компьютерные программы и средства интернет в решении поставленных задач, проведения онлайн-тестирования для контроля уровня сформированности умений и коррекции методики преподавания [3], автоматизации работы преподавателя и пр.

Одним из новаторских методов контроля в обучении информатике является авторский метод Пулат, использование которого целесообразно для проверки знаний и уровня сформированности умений студентов составлять разветвляющиеся алгоритмы. Указанный метод при меняется в соответствии с принципами последовательности, системности и повышения качества обучения. Метода Пулат позволяет проводить письменную работу в простой и свободной форме, объективно оценивая знания обучающихся. При этом работа преподавателя становится эффективнее и проще [1].

Мы распространяем и внедряем созданную нами компьютерную программу в реальный учебный процесс. Компьютерная программа записывается и хранится на жёстком диске компьютера либо передаётся через сеть. Каждый студент, выполняющий письменное контрольное задание, самостоятельно запускает программу. В результате этого автоматически генерируются задачи, которые отображаются в диалоговой форме компьютерной программы и выводятся на экран монитора.

Литература

1. Назаров, А.П. Асосҳои методи барномасозӣ ва арзёбии салоҳияти хонандагон аз математика ва информатика дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ : монография / А.П. Назаров. – Душанбе : ЧДММ “Баҳманруд”, 2020 с. – 226 сах.
2. Скафа, Е.И. Теоретико-методические основы формирования готовности будущего учителя математики к проектно-эвристической деятельности: монография / Е.И. Скафа. – Донецк : ДонНУ, 2020. – 280 с.
3. Скафа, Е.И. Технология формирования математической цифровой компетентности будущих магистров математического образования / Е.И. Скафа, Е.Г. Евсева // Педагогическая информатика. – 2023. – № 3. – С. 132-141.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Аникина Оксана¹

e-mail: oksana.anikina.01@mail.ru

Шляхтина Ирина²

e-mail: shlyakhtina2003@mail.ru

^{1,2,4} курс, Физико-математический факультет

Руководитель: Дербеденева Наталья Николаевна³

кандидат педагогических наук, доцент
кафедры математики, экономики и методик обучения

e-mail: nnderbedeneva@mail.ru

^{1,2,3}**ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический
университет имени М. Е. Евсевьева»,
г. Саранск, Россия**

**ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПЛАТФОРМЫ КАК СРЕДСТВО
ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ**

В современном обучении цифровые технологии приобретают всё большее значение, особенно в области математического образования [3].

Использование цифровых технологий в обучении позволяет усовершенствовать образовательный процесс и способствует развитию математических навыков.

Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.

Математическая грамотность включает использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину [2].

Составляющие математической грамотности: 1) умение находить и отбирать информацию; 2) умение производить арифметические действия и применять их для решения конкретных задач; 3) умение интерпретировать, оценивать и анализировать данные.

На рисунке 1 представлены приёмы формирования математической грамотности.

Эффективным средством формирования математической грамотности обучающихся является включение в ход учебных занятий заданий с цифровых образовательных платформ.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике



Рисунок 1 – Приёмы формирования математической грамотности

Цифровая образовательная среда (ЦОС) – это единая информационная система, которая объединяет всех участников образовательного процесса: обучающихся, преподавателей, родителей и администрацию учебных заведений.

Цифровая образовательная среда (ЦОС) включает в себя: 1) комплекс информационных образовательных ресурсов, в том числе электронных; 2) совокупность технологических средств информационных и коммуникационных технологий: компьютеры, средства связи (смартфоны, планшеты), иное информационно-коммуникационное оборудование;

Главная задача ЦОС – создание современной и безопасной электронной образовательной среды, обеспечивающей доступность и высокое качество обучения на всех уровнях.

На рисунке 2 представлены основные элементы цифровой образовательной платформы:

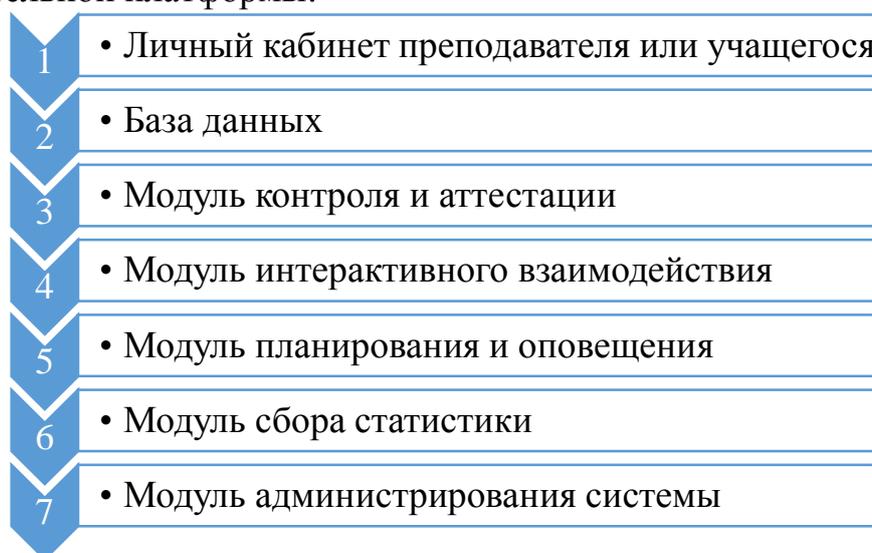


Рисунок 2 – Элементы ЦОП

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Среди множества онлайн-ресурсов, доступных для изучения математике можно выделить следующие образовательные платформы, представленные в таблице 1.

Таблица 1 – Образовательные платформы

Название, ссылка	Характеристика
«UCHI.RU» https://uchi.ru/profile/students	Образовательная онлайн-платформа для школьников, их родителей и учителей.
«РОССИЙСКАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ШКОЛА» https://resh.edu.ru/subject/	Единый образовательный ресурс, созданный при поддержке Министерства просвещения России.
«Библиотека цифрового образовательного контента» https://моиуроки.рф/?ysclid=ma1ujscu9575496087	Проект Академии Министерства просвещения России, один из ключевых элементов Федеральной государственной информационной системы «Моя школа»
«Образовательные тесты» https://testedu.ru/test/?ysclid=ma1ujscu9575496087	На сайте представлены интерактивные тесты для начальной, основной и средней школы, составленные пользователями программы.
Решу «ОГЭ» https://oge.sdangia.ru/?redir&ysclid=mabihjo2o934855077	Сайт предлагает задания, ответы и решения для подготовки к ОГЭ.
ФГБНУ «ФИПИ» https://fipi.ru/?ysclid=ma1ujscu9575496087	Федеральный институт педагогических измерений, который занимается оценкой качества образования.
«Online Test Pad» https://onlinetestpad.com/	Бесплатный многофункциональный сервис для проведения тестирования и обучения.
«LearningApps.org» https://learningapps.org/	Онлайн-сервис для создания интерактивных учебных модулей по разным предметным дисциплинам.
«VIDEOUROKI.NET» https://videouroki.net/?login&ysclid=ma1ujscu9575496087	Крупнейшая образовательная онлайн-платформа в РФ, которая помогает учителям и школьникам в учёбе и работе.
«Образовака.ру» https://obrazovaka.ru/?ysclid=ma1ujscu9575496087	Образовательная платформа, которая предлагает материалы в дополнение к школьной программе, чтобы помочь ученикам подготовиться к урокам или экзаменам по большинству предметов.

«Uchi.ru» Российская образовательная интернет платформа, одобренная Министерством Просвещения. На портале огромное количество

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

заданий для всех классов по многим предметам в игровой форме. Платформа предлагает интерактивные задания на формирование читательской, математической, финансовой, естественно-научной грамотности, креативного мышления, а также глобальной компетенции [1].

На рисунке 3 представлено задание по математической грамотности

Миша решил развлечь своих друзей во время празднования дня рождения, устроив для них математический квест. Попробуй пройти первый этап этого квеста.

Миша: «Первую подсказку вы найдёте на книжной полке. Вам нужно будет взять книгу под номером, который спрятался в головоломке».

Какое число спрятано за красным квадратом?

				20
		-		
+		×		-
13		12		11
				10
×		+		+
				-
:		+		×
				:

Запиши в поле ответа верное число.

Введи ответ

Рисунок 3 – Математический квест

Также в многофункциональном онлайн конструкторе «Online Test Pad», была разработан образовательный тест в виде ситуационной задачи «Книги в библиотеке», который включает в себя 5 заданий.

На рисунке 4 изображена ситуационная задача

Книги в библиотеке

1 1 из 5

Первого сентября ученики 8 класса получали школьные учебники. В библиотеке есть 76 старых учебников по алгебре и 19 новых. Всего в восьмых классах учится 95 человек.

Какова вероятность, что восьмикласснику Игорю достанется старый учебник по алгебре?

Запиши в поле ответа верное число

Далее Завершить

Рисунок 4 – Задача «Книги в библиотеке»

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Литература

1. Буткова, Е.А. Опыт использования цифровых образовательных платформ для достижения планируемых результатов по математике (на примере применения интерактивной образовательной платформы «Учи.ру» / Е.А. Буткова, О.Г. Князева, М.В. Корчагина // Мировая наука. – 2020. – №12 (45). – С. 341-344.
2. Коленченко, И.В. Роль цифровых технологий в развитии математической грамотности у обучающихся / И.В. Коленченко // Вестник науки. – 2024. – №4 (73). – С. 198-204.
3. Роль цифровых технологий в математике / Н.В. Ломовцева, А.А. Бабкина, Н.А. Андрюшечкина, Л.Г. Мамедова, А.Н. Мусин // Образование и право. – 2024. – №6. – С. 271-274.

Бондаренко Диана¹

3 курс, Факультет математики и информационных технологий
e-mail: dianka.bondarenko.2015@mail.ru

Руководитель: Гребенкина Александра Сергеевна²

доктор педагогических наук, доцент,
профессор кафедры высшей математики
и методики преподавания математики
e-mail: a.s.grebenkina@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

**РАЗРАБОТКА УРОКА МАТЕМАТИКИ СРЕДСТВАМИ
ПЛАТФОРМЫ EDUARDO**

Цифровизация образования в основной школе приводит к применению в обучении математике различных цифровых сервисов: программ для проведения видеоконференций (Zoom, PRUFFME, Яндекс Телемост), мессенджеров, средств компьютерной математики (GeoGebra, MathWay), онлайн калькуляторов (Google SketchUp, PhET Interactive Simulations), платформ для разработки электронных курсов (CoreApp, Eduardo, PRUFFME) и пр. Математическое образование постоянно меняется и адаптируется к новым цифровым технологиям, что приводит к изменениям в методах преподавания математики в образовательных учреждениях [4]. Открытый доступ к цифровым образовательным ресурсам обуславливает появление новых методов и форм обучения математике. Так, для формирования у школьников математических умений эффективно применить в процессе обучения цифровые дидактические игры [2], для визуализации математических объектов – программные продукты «Живая

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

математика», «Стереоконструктор», «Уроки геометрии Кирилла и Мефодия» и пр. В тоже время, в современных педагогических исследованиях подчеркивается целесообразность выполнения анализа применимости конкретных электронных платформ в обучении математике, их технических возможностей, а также учебных задач, решаемых с помощью таких платформ [3].

Одной из инновационных платформ для создания онлайн-курсов, которая сочетает в себе простоту использования и мощные инструменты, является Eduardo. Сервис этой платформы позволяет создавать учебные программы любой сложности, управлять процессом обучения и взаимодействовать с аудиторией. В частности, в Eduardo поддерживается интеграция видео, текстов, тестов и других видов учебных материалов, что делает сервис удобным для разработки курсов по математике. Так, в Eduardo можно создать полноценный урок с тестами, с задачами, с теоретической частью, применять мультимедийные материалы, обеспечить учащимся мгновенные подсказки и поддержку для решения возможных проблем.

Цель данной работы – описать потенциал интерактивной платформы Eduardo в разработке электронных уроков по математике в основной школе.

Рассмотрим возможности применения инструментальных средств платформы Eduardo на примере фрагмента курса по математике для учащихся 8-го класса, а именно темы «Текстовые задачи». Для более глубокого понимания темы мы создали серию уроков по указанной теме в сервисе Eduardo. При разработке электронного курса в интерактивном содержании темы «Текстовые задачи» нами были выделены фрагменты «Задачи на движение», «Задачи на встречное и противоположное движение», «Задачи на проценты», «Задачи на работу», соответствующие нескольким урокам. С помощью встроенных инструментов *+Новый раздел*, *+Новый подраздел* и *+Новый блок* платформы Eduardo, в каждом фрагменте были выделены такие элементы, как *Теория*, *Тренировочные задачи* и *Контрольный тест*.

Все элементы урока по своей сути являются гиперссылкой, переходя по которой школьники получают доступ к интерактивному содержанию выбранного элемента. В начале урока с помощью инструментария вкладки *+Новый блок* мы создали небольшой теоретический фрагмент, в котором отразили основные понятия и расчетные формулы темы (рис. 1). Глоссарий позволяет учащимся актуализировать знания, установить аналитическую связь между физическими величинами, их единицы измерения.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

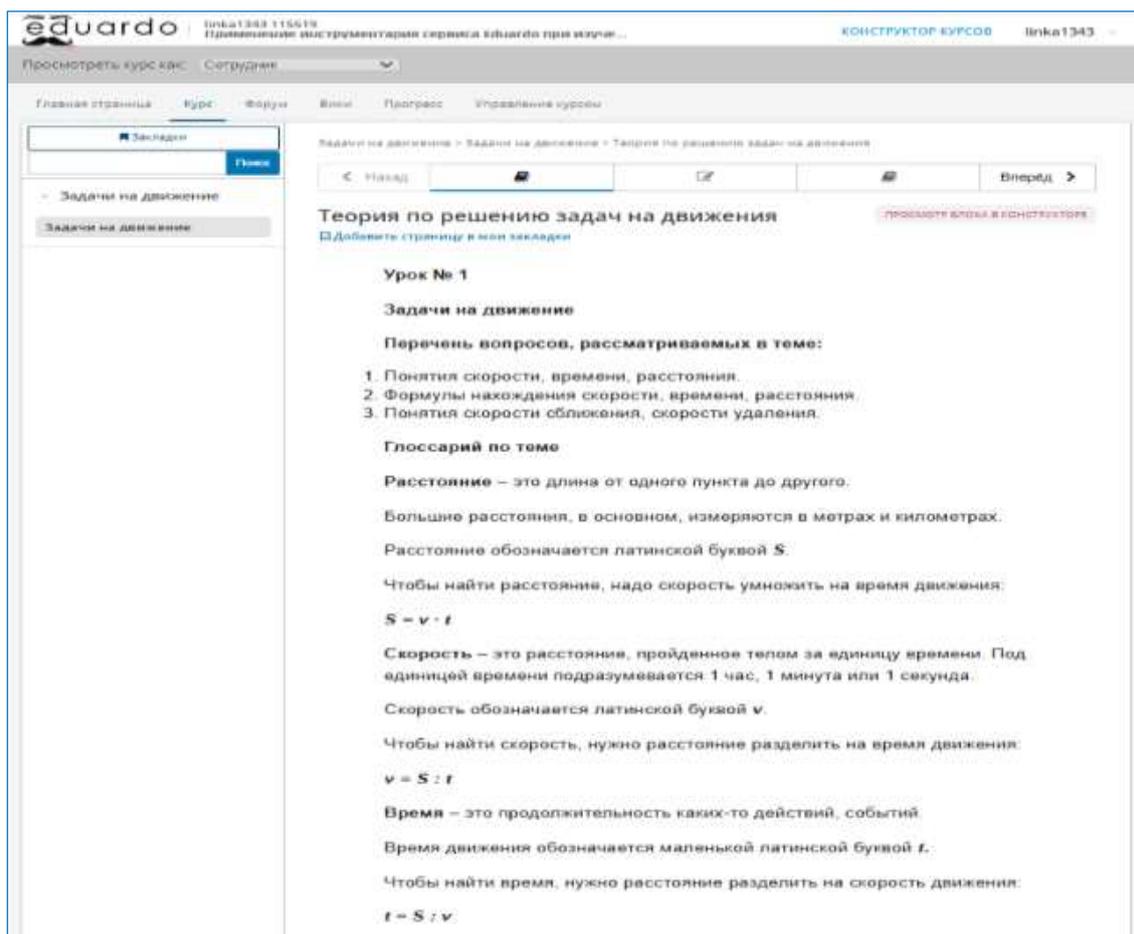


Рисунок 1 – Фрагмент глоссария по теме «Задачи на движение», разработанного на платформе Eduardo

После рассмотрения теоретического блока учащиеся переходят в практический блок *Тренировочные задачи*, в котором представлены образцы решения текстовых задач, а также задания для самостоятельного решения. Например, на рис. 2 отражен фрагмент блока «Задачи на встречное и противоположное движение», в котором приведен пример решения текстовой задачи.

Для лучшего понимания хода решения задачи в нашем уроке выполнен чертеж, визуализирующий ее контекст, приведены расчетные формулы, указаны единицы измерения каждой величины, выполнены расчеты, сделан вывод. Подобный пример будет полезен развития у школьников математических умений, а также формирования у них положительной мотивации к самостоятельному решению задач по теме.

Контроль результатов учебной деятельности на уроке, разработанном на платформе *Eduardo*, осуществляется с помощью компонента *Задача*, в котором содержится конструктор тестов. Отличительной особенностью этого конструктора служит наличие встроенных заданий, требующих ввода математического выражения; задач с динамическими подсказками; задач,

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

проверяемых на Python; заданий, предусматривающих оценивание ответа в свободной форме [1].

The screenshot shows the Eduardo platform interface. At the top, there is a header with the logo 'eduardo' and user information 'linka1343 115519'. Below the header, there are navigation tabs: 'Главная страница', 'Курс', 'Форум', 'Вики', 'Прогресс', and 'Управление курсом'. The main content area is titled 'Задачи на встречное и противоположное движение'. It includes a search bar, a 'Назад' button, and a 'Вперед' button. The main text describes a problem about two cyclists moving towards each other. It includes a diagram showing two cyclists starting from a distance S and meeting after $t = 3$ hours. The first cyclist has a speed $v = 12$ km/h and the second has $v = 14$ km/h. The solution is provided below the diagram, showing the formula $S = v \cdot t$ and the final answer: 'расстояние между посёлками 78 км.'

Рисунок 2 – Фрагмент урока по теме «Задачи на движение», созданного на платформе Eduardo

В наших уроках в блоке «Задачи на движение» учащимся был предложен тест, содержащий задания на текстовый ввод. Такие задания формируют умения решать задачи на движение и развивают математическую грамотность, т.к. требуется корректный ввод ответа. В блоке «Задачи на встречное и противоположное движение» мы использовали тест с выбором правильно варианта ответа и установления соответствия. Это позволило расширить содержательные линии задач на движение и увеличить спектр умений, уровень сформированности которых подлежит контролю.

Таким образом, платформа Eduardo позволяет педагогам создавать и выстраивать урок в правильной последовательности, используя различные задачи, тесты, графики и многое другое. Программа является простой в использовании. В процессе обучения математике в основной школе с помощью сервиса Eduardo можно эффективно организовать практику по решению уравнений, изучение геометрических конструкций в динамике,

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

изучение элементов статистики и вероятности, построение и преобразование графиков функций. Так, при изучении темы «Задачи на движение» инструментальные средства платформы Eduardo позволили нам в интерактивной форме представить учащимся необходимый глоссарий, разобранные примеры решения задач, визуализацию практического контекста задач, задания для самостоятельного решения, а также выполнить контроль результатов изучения темы.

Литература

1. Гребенкина, А.С. Применение платформы Eduardo в обучении математике в высшей школе / А.С. Гребенкина // Эвристическое обучение математике : сборник трудов VII Международной научно-методической конференции, Донецк, 19–21 декабря 2024 года; под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой, проф. А.А. Русакова, проф. Е.И. Скафы. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2024. – С. 192-197.
2. Гребенкина, А.С. Формирование у школьников предметных умений по математике в процессе цифровой дидактической игры / А.С. Гребенкина, П.В. Ляшко // Вестник Самарского университета. История, педагогика, филология. – 2024. – Т. 30, № 3. – С. 104-111.
3. Остапенко, С.И. Использование электронных образовательных ресурсов при изучении математики / С.И. Остапенко, Е.П. Бурлака // StudNet. – 2021. – Т. 4, № 5. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-elektronnyh-obrazovatelnyh-resursov-pri-izuchenii-matematiki> (дата обращения: 03.04.2025).
4. Belland, B.R. Problem-Based Learning: A Meta-Analysis / B.R. Belland, S.A. Thomas // The Journal of Problem-Based Learning. – 2017. – No. 6(1). – P. 4-21.
5. Eduardo: сайт. – Москва, 2023 – . – URL: <https://eduardo.studio> (дата обращения 22.02.2025). – Режим доступа: для зарегистрир. Пользователей. – Текст: электронный.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Веригин Михаил¹

5 курс, Институт цифровых технологий и математики
e-mail: mikhail_verigin@mail.ru

Руководитель: Черноусова Наталия Вячеславовна²

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры математики, информатики,
физики и методики обучения
e-mail: chernousovi@mail.ru

^{1,2}**ФГБОУ ВО «Елецкий государственный
университет им. И.А. Бунина»,
г. Елец, Россия**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ
(НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ»)**

Современная система образования переживает период активной цифровизации, что особенно актуально при подготовке к единому государственному экзамену (ЕГЭ) по математике. Тема «Производная функции» представляет особый интерес, так как входит в число ключевых тем математического анализа, занимает значительное место в структуре ЕГЭ (задания № 7, 11, 12 профильного уровня по математике), вызывает традиционные трудности у учащихся, имеет широкие возможности для визуализации с помощью информационно-коммуникационных технологий (ИКТ).

Понятие производной функции имеет глубокие исторические корни, связанные с развитием математического анализа в XVII-XVIII веках. Его становление было обусловлено потребностями науки и практики, особенно в области физики, астрономии и механики.

Основные этапы развития понятия представлены на рисунке 1.



Рисунок 1 – Основные этапы развития понятия «Производная»

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

В российской системе среднего образования для последовательного и глубокого освоения этого фундаментального понятия математического анализа предусмотрено поэтапное (в течение двух лет) изучение производной функции.

Более традиционна следующая последовательность изучения.

В 10 классе учащиеся знакомятся с базовыми аспектами производной: формируется понятие производной через предел отношения приращений; изучается геометрический смысл как углового коэффициента касательной; рассматривается физический смысл как мгновенной скорости изменения; осваиваются производные простейших элементарных функций; проводится связь с реальными процессами в физике и технике. Особое внимание уделяется наглядности: с помощью графических построений демонстрируется связь между поведением функции и значениями её производной.

В 11 классе происходит расширение и углубление знаний. Сначала большое внимание уделяют технике дифференцирования: осваиваются правила нахождения производных; изучается дифференцирование сложных функций; рассматриваются производные высших порядков. Затем отработывают навыки применения производной к исследованию функций (анализ монотонности по знаку производной; нахождение точек экстремума; исследование выпуклости и точек перегиба; построение графиков функций). И на завершающем этапе обучения предусмотрено решение прикладных задач (рисунок 2).



Рисунок 2 – Прикладные задачи по теме «Производная функции»

Такой двухэтапный подход позволяет обеспечить прочное усвоение материала: от понимания фундаментальных основ до уверенного применения в разнообразных ситуациях, что особенно важно для успешной сдачи ЕГЭ по математике профильного уровня [2].

В структуре ЕГЭ по математике тема производной функции представлена в трех типах заданий различного уровня сложности, что позволяет комплексно оценить знания и умения выпускников. Задание №7 (базовый уровень сложности) проверяет фундаментальные навыки работы с производными, задание №11 (повышенный уровень сложности) требует более глубокого понимания прикладного значения производной, задание

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

№12 (высокий уровень сложности) демонстрирует наиболее полное владение темой. Такое уровневое представление темы в экзаменационной работе позволяет оценить базовые вычислительные навыки (задание 7), проверить умение применять знания в практических ситуациях (задание 11), выявить учащихся с углубленным пониманием математического анализа (задание 12) [3].

Для успешного выполнения этих заданий выпускнику необходимо не только знать формулы и правила дифференцирования, но и понимать геометрический и физический смысл производной, уметь интерпретировать результаты вычислений в контексте конкретной задачи. Особое значение имеет умение переводить условия прикладных задач на математический язык и грамотно формулировать окончательный ответ.

Использование ИКТ в преподавании данной темы открывает новые методические возможности. Графические редакторы типа GeoGebra и Desmos позволяют визуализировать связь функции с ее производной, демонстрируя в динамике изменение углового коэффициента касательной и поведение функции в зависимости от значений производной. Обучающие платформы (Яндекс.Репетитор, Stepik) с автоматизированной проверкой решений обеспечивают оперативную обратную связь, что особенно ценно при отработке навыков дифференцирования. Симуляторы ЕГЭ (РешуЕГЭ) помогают адаптироваться к формату экзамена, а мобильные приложения («ЕГЭ Математика») делают процесс обучения более гибким и доступным [1].

Особого внимания заслуживают методические приемы, реализуемые с помощью информационных технологий. Интерактивная визуализация позволяет наглядно продемонстрировать геометрический смысл производной. Например, при построении графика функции $f(x) = x^3 + 5x$ и ее производной учащиеся могут непосредственно наблюдать соответствие между знаками производной и интервалами монотонности функции. Адаптивные системы обучения создают персонализированные траектории, автоматически подбирая задания в зависимости от уровня подготовки ученика и выявляя его типичные ошибки. Геймифицированные элементы (математические квесты, системы баллов) повышают мотивацию и вовлеченность учащихся.

Практико-ориентированный аспект применения информационных технологий проявляется в возможности моделирования реальных процессов – экономических, физических, технических, где производная играет ключевую роль. При подготовке к конкретным заданиям ЕГЭ цифровые инструменты дают возможность дифференцированного подхода: для базовых задач на нахождение производной эффективны тренажеры с мгновенной проверкой, для исследовательских задач – графические

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

калькуляторы, для оптимизационных задач – специализированные моделирующие программы.

Оценка эффективности ИКТ-подходов показывает их несомненные преимущества: повышение наглядности учебного материала, возможность индивидуализации обучения, рост мотивации учащихся, доступность дистанционных форм работы. Однако существуют и определенные ограничения: недостаток личного взаимодействия с преподавателем, технические требования к оборудованию, риск поверхностного усвоения материала при избыточном увлечении цифровыми инструментами.

Оптимальной представляется комбинированная методика, гармонично сочетающая традиционные формы обучения (лекции, семинары, работу с учебником) с современными цифровыми технологиями. Особенно перспективным направлением является разработка интеллектуальных обучающих систем, которые смогут не только предоставлять учебный контент, но и анализировать процесс усвоения материала, адаптируясь к индивидуальным особенностям каждого учащегося. Такой комплексный подход к применению ИКТ при изучении производной функции позволяет не только эффективно подготовиться к ЕГЭ, но и сформировать глубокое понимание одного из ключевых понятий математического анализа.

Литература

1. ДемOVERсии, спецификации, кодификаторы // Официальный сайт ФИПИ. – URL: <https://fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory> (дата обращения: 24.04.2025). – Текст : электронный.
2. Ляхова, Н.Е. Использование информационно-коммуникационных технологий в преподавании математического анализа / Н.Е. Ляхова // Вестник Таганрогского института имени А. П. Чехова. – 2011. – №1. – С. 50-54.
3. Миназова, Х. А. Методика изучения производной в школьном курсе математики / Х. А. Миназова, Д. Х. Манаева // Актуальные вопросы физико-математического образования : Материалы межрегиональной студенческой научно-практической конференции, Грозный, 28 апреля 2023 года. – Грозный: Общество с ограниченной ответственностью "Издательство АЛЕФ", 2023. – С. 68-71. – EDN MVQJLA.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Емельянова Анастасия¹

4 курс, Факультет математики и информационных технологий

e-mail: anastasia0105@bk.ru

Руководитель: Гончарова Ирина Владимировна²

кандидат педагогических наук, доцент,

доцент кафедры высшей математики и

методики преподавания математики

e-mail: i.goncharova.dongu@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,

г. Донецк, Россия

**АВТОРСКИЙ ПОДХОД К ОБУЧЕНИЮ ГЕОМЕТРИИ В 5 КЛАССЕ:
ИНТЕГРАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЗАДАЧ НА ПРИМЕРЕ
ТЕМЫ «НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ. МНОГОУГОЛЬНИКИ»**

В современном образовании все большее внимание уделяется развитию у обучающихся не только предметных знаний, но и универсальных учебных действий, обеспечивающих успешное обучение на протяжении всей жизни. Одним из важнейших универсальных учебных действий является пространственное мышление, которое играет ключевую роль в освоении не только математики, но и других дисциплин, таких как физика, химия, инженерное дело и архитектура [2].

Наглядная геометрия, изучающая свойства геометрических фигур и их взаимосвязи, является фундаментом пространственного мышления. Особенно актуальным является ее изучение для пятиклассников. Изучение многоугольников открывает перед ними мир форм, симметрии и закономерностей.

Традиционные методы обучения геометрии, часто сводятся к заучиванию формул и алгоритмов, что не всегда способствует формированию глубокого понимания материала или развитию критического и творческого мышления у обучающихся. Такие подходы могут приводить к рутине, где обучающиеся просто воспроизводят известные способы решения задач без реального осмысления геометрических концепций. Это подчеркивает необходимость внедрения более инновационных методов, особенно в условиях стремительного прогресса цифровых технологий [3].

Цифровизация позволяет сделать процесс образования более гибким, приспособленным не только к реалиям сегодняшнего дня, но и к новым технологическим вызовам в будущем [1]. Этот процесс способен преобразить обучение геометрии в пятом классе, открывая новые горизонты для более персонализированного и эффективного учебного процесса.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Использование цифровых технологий, включая интерактивные приложения, образовательные платформы и специальные программы, позволяет учителям подбирать задания в соответствии с уровнем знаний каждого обучающегося. Такой подход помогает школьникам осваивать материал в оптимальном режиме, усиливая их мотивацию и активность на уроках [3]. В таком контексте применение цифровых технологий не только улучшает усвоение материала, но и активизирует деятельность обучающихся. Визуализация геометрических объектов, доступная через цифровые средства, помогает лучше понимать и осмысливать сложные геометрические концепты. Например, возможность манипулировать трехмерными моделями в виртуальной среде позволяет не просто наблюдать, но и экспериментировать с формами, что в свою очередь способствует более глубокому пониманию пространственных отношений и свойств геометрических фигур [1].

Кроме того, цифровизация обучения предоставляет удобные инструменты для моделирования различных ситуаций и проведения экспериментов. Это важно, так как позволяет обучающимся не только решать задачи из учебника, но и применять геометрические знания в реальных условиях, что делает обучение более практическим и актуальным. Мгновенная обратная связь, которую обеспечивают цифровые платформы, позволяет обучающимся видеть свои успехи и недостатки сразу, что способствует их быстрому прогрессу и корректировке ошибок без длительной задержки [3].

Нами разработаны типы задач для обучающихся 5 классов по теме «Наглядная геометрия. Многоугольники», направленные на эффективное использование цифровых технологий в обучении. Эта разработка помогает сделать образовательный процесс более гибким, соответствующим актуальным запросам учащихся и тенденциям современной педагогики.

Приведем типы задач на этапе актуализации знаний и мотивации.

Задача 1 (устная). Какие фигуры называются многоугольниками? Приведите примеры многоугольников, встречающихся в окружающем мире.

Цель: актуализация базовых знаний, связь с реальностью.

ИТ-поддержка: презентация с изображениями различных объектов, имеющих форму многоугольников (здания, знаки, предметы интерьера).

Задача 2 (проблемная). Можно ли построить многоугольник, у которого все углы прямые, а все стороны разной длины? Почему?

Цель: создание проблемной ситуации, стимулирование к поиску решения.

ИТ-поддержка: использование интерактивной геометрии (например, GeoGebra) для моделирования многоугольников и экспериментов.

Типы задач на этапе поиска закономерностей и свойств

Задача 3 (практическая). Разделите заданный многоугольник (например, пятиугольник) на треугольники различными способами.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Сколько треугольников получается каждый раз? Сформулируйте гипотезу о связи между количеством сторон многоугольника и количеством треугольников при его разбиении.

Цель: эмпирическое исследование, формулирование гипотезы.

ИТ-поддержка: использование графического редактора (например, Inkscape) или интерактивной доски для выполнения разбиений и визуализации результатов.

Задача 4 (логическая). Докажите или опровергните гипотезу, сформулированную в задаче 3. Используйте полученные знания для вывода формулы суммы углов выпуклого n -угольника.

Цель: доказательство гипотезы, вывод общей формулы.

ИТ-поддержка: создание интерактивной модели в GeoGebra, позволяющей изменять количество сторон многоугольника и наблюдать за изменением суммы углов.

Задача 5 (классификация). Даны различные многоугольники. Разделите их на группы по определенным признакам (например, по количеству сторон, по наличию прямых углов, по наличию симметрии).

Цель: развитие умения классифицировать объекты по различным признакам.

ИТ-поддержка: использование интерактивной базы данных с изображениями многоугольников и возможностью сортировки по заданным критериям (можно создать в Google Sheets).

Типы задач на этапе применения

Задача 6 (вычислительная). Найдите площадь правильного шестиугольника, если известна длина его стороны.

Цель: применение формул и свойств правильных многоугольников.

ИТ-поддержка: использование калькулятора или специализированного программного обеспечения для вычислений (например, Wolfram Alpha).

Задача 7 (конструктивная). Постройте многоугольник по заданным условиям (например, по координатам вершин, по длинам сторон и углам).

Цель: развитие умения строить многоугольники по заданным параметрам.

ИТ-поддержка: использование интерактивной геометрии (GeoGebra) для построения многоугольников и проверки правильности построения.

Задача 8 (практико-ориентированная). Разработайте проект паркета, состоящего из многоугольников различной формы. Рассчитайте необходимое количество плиток каждого вида для покрытия определенной площади.

Цель: применение знаний о многоугольниках в практической ситуации, развитие творческих способностей.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

ИТ-поддержка: использование программного обеспечения для проектирования и визуализации паркета (например, онлайн-сервисы для дизайна интерьера).

В основе указанных типов задач лежат следующие принципы:

- развитие мышления – такие задачи направлены на развитие логического, пространственного и комбинаторного мышления;
- проблемный подход – данные задачи сформулированы таким образом, чтобы стимулировать самостоятельный поиск решения;
- дифференциация – предусмотрены задачи разного уровня сложности для учета индивидуальных особенностей учащихся;
- интеграция с ИТ – использование интерактивных инструментов и ресурсов для визуализации, исследования и проверки гипотез.

Таким образом, рассмотрены актуальные вопросы обучения по теме «Наглядная геометрия. Многоугольники» в 5 классе с использованием цифровых технологий. Разработанные типы задач направлены на развитие пространственного мышления, логики и творческих способностей обучающихся, а также на формирование универсальных учебных действий.

Ключевыми преимуществами предложенного подхода являются:

- 1) интерактивность и наглядность – использование цифровых инструментов (GeoGebra, графические редакторы, онлайн-платформы) позволяет визуализировать геометрические объекты и экспериментировать с их свойствами;
- 2) дифференциация и персонализация – задачи адаптированы под разный уровень подготовки, что способствует вовлечению всех обучающихся;
- 3) практическая направленность – задания связывают теорию с реальными ситуациями, усиливая мотивацию и интерес к предмету;
- 4) оперативная обратная связь – цифровые технологии обеспечивают мгновенную проверку решений, помогая школьникам корректировать ошибки и глубже усваивать материал.

Внедрение таких методов в образовательный процесс соответствует современным тенденциям цифровизации и способствует повышению эффективности обучения геометрии. Дальнейшие исследования могут быть направлены на оценку влияния этих технологий на академические результаты обучающихся и разработку новых интерактивных методик для других разделов математики.

Литература

1. Герасимова, Е.К. Цифровизация образования: от теории к практике : учебное пособие / Е.К. Герасимова. – Москва : Знание-М. – 2022. – 155 с.
2. Майер, Е.И. Универсальные учебные действия как главный результат школьного образования / Е. И. Майер, Л. М. Бронникова // Молодой ученый. – 2018. – № 15 (201). – С. 237-238.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

3. Бостанова, Ф.А. Использование современных информационных технологий при обучении геометрии / Ф.А. Бостанова, С.К. Байчорова, М.С. Лайпанова // Вестник МГПУ. – 2020. – № 1 (51). – С. 53-57.

Кононенко Егор¹

1 курс, Харцызский технологический колледж
e-mail: sidash.n.s@gmail.com

Руководитель: Сидаш Наталья Сергеевна²

преподаватель математики и информатики
e-mail: sidashns@mail.ru

^{1,2}Харцызский технологический колледж (филиал)

ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет»

г. Харцызск, Россия

**ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ РАБОЧИХ ЛИСТОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ В ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ КОЛЛЕДЖЕ**

Актуальность нашей статьи в том, что она мотивирует студентов на изучение дисциплины математика, повышает уровень профессиональной подготовки, расширяет представление о применении ИКТ на занятиях. Сегодня уже невозможно представить систему образования без информационно-коммуникационных технологий. Внедрение ИКТ в подготовку студентов представляет собой инновационный процесс, который обеспечивает личностно-ориентированный характер обучения, дифференцированный подход к выбору средств и форм его организации, вариативность содержания. Следует отметить, что к существенному повышению эффективности образовательного процесса приводит не использование ИКТ само по себе, а только такая организация деятельности обучающихся, которая обеспечивает их мотивацию и тем самым стимулирует к самостоятельному приобретению знаний и саморазвитию.

Цель данной работы обосновать необходимость в учреждениях среднего профессионального образования использовать интерактивные технологии и средства обучения, позволяющие в доступном для каждого обучающегося темпе осваивать учебный материал, видеть результаты своей работы. Отсюда вытекает проблема пробудить интерес студентов к будущей профессии, помочь им более полно овладеть профессиональными знаниями и навыками, ориентироваться в новых ситуациях будущей профессиональной деятельности и достигать поставленных целей.

При подготовке к занятию перед преподавателем и постоянно встают вопросы: какие педагогические технологии, какие методические приемы

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

использовать на занятии, чтобы студенту было интересно на любом этапе занятия, чтобы было понятно, что он делает и зачем. Важно, чтобы каждый студент был вовлечен в процесс познания, самостоятельного поиска знаний, чтобы, проведя несложную исследовательскую работу, он смог сам делать выводы, открывать для себя новые знания и на их основе решать поставленные перед ним задачи. Многие из перечисленного возможно благодаря современным средствам обучения, особенно интерактивным. Такие средства дают возможность каждому студенту стать непосредственным участником учебного процесса, увидеть результат своего труда, проанализировать допущенные ошибки, добиться получения более высоких результатов, сделать выводы и обобщить полученные знания. Тем самым интерактивные средства позволяют повысить познавательную активность студентов, эффективность и результативность занятия.

В последнее время все более широкое применение в обучении находят цифровые, интерактивные дидактические материалы, большинство из которых предлагается в готовом виде, без возможности внесения изменений в содержание заданий, что создает значительные трудности в использовании этих материалов в образовательном процессе. У многих преподавателей возникает желание создавать собственные дидактические материалы, которые соответствуют особенностям их студентов и используемого в обучении и при этом занятие должно быть привлекательным и содержательным. В таких случаях одним из инструментов как раз и выступают так называемые «Рабочие листы». Рабочий лист позволяет организовать продуктивную самостоятельную работу студентов с учебным материалом на занятии, помогает активизировать студентов на любом этапе занятия, является замечательным средством получения обратной связи. Главная задача рабочего листа - обучать студента, учить его учиться, показывать, что процесс обучения может быть увлекательным, что если студент приложит некоторые усилия, он испытает радость от процесса обучения, от процесса понимания и собственных успехов [1, с. 123].

Процесс подготовки рабочего листа достаточно трудоёмкий, но он компенсируется отличными дидактическими целями: в содержание рабочего листа можно включать задания на осмысление информации, данной в учебнике, а также задания более высокого уровня сложности, требующие умения анализировать, сравнивать, применять знания в новых ситуациях, находить информацию в дополнительных источниках; информация должна быть представлена в разных схемах, таблицах, диаграмм и т.д. Графическое преимущество усвоения информации на занятиях математики имеет ведущее значение. При создании рабочих листов рядом с заданием помещают теоретическую информацию, которая

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

необходима студенту, для того, чтобы успешно справиться с ним, образцы, зона самопроверки в виде QR-кода, либо эвристические QR-подсказки.

Интерактивный рабочий лист — это цифровое средство организации преподавателем самостоятельной учебной деятельности обучающихся с помощью облачных сервисов и веб-инструментов. Для работы на своих занятиях создаю интерактивные рабочие листы в таких онлайн конструкторах: LiveWorksheets, Wizer, Formative, с помощью сервисов Google, Core. Wizer – это удобный и интересный сервис, который позволяет создавать интерактивные рабочие листы путём добавления различного контента (текстов, изображений, видео, встраиваемых презентаций, интерактивных плакатов ThingLink, карт Google и т.д.). Использования различных типов заданий: от традиционных заданий с выбором ответа и открытым ответом до заданий на комментирование изображения и заполнение таблицы. Можно распечатать созданный рабочий лист, добавить на Google Диск, разместить на странице с заданием голосовое объяснение, ссылку на видео, добавить интерактив в задания, настроить автоматическую проверку. И это далеко не полный перечень возможностей. LiveWorksheets максимально приближен к видению печатного рабочего листа. Вы можете использовать за основу свои старые рабочие листы и тетради. Для создания интерактивных рабочих листов вы можете использовать свои записи в текстовом редакторе Word, а также в формате PDF или изображение JPEG. Созданные интерактивные рабочие листы вы можете группировать в интерактивные рабочие книги. Для обратной связи с учащимися достаточно сбросить им ссылку на интерактивный рабочий лист или разместить его на сайте или в блоге. Core - отечественная онлайн платформа конструирования образовательных материалов и проверки знаний с обратной связью и электронным журналом, предлагает несколько шаблонов создания, предусматривается также возможность создания листа с нуля [3, с. 95].

Преимущества, которые дает рабочий лист: развитие самостоятельности и возможность научить студентов процессу учения; возможность передать ответственность за процесс и результат обучения студенту; индивидуальный подход заключается в том, что каждый студент имеет возможность получить обратную связь не от преподавателя, а из рабочего листа, двигаться в собственном темпе, и определять цель своей деятельности; возможность использовать осознано цифровые девайсы. Рабочий лист является эффективным инструментом в работе преподавателя, который помогает решать множество задач в рамках системно - деятельностного подхода и помогает студентам понять, что учёба в удовольствие [2, с. 212]. Современный образовательный процесс ориентируется на достижение личностного результата образования, под которым понимают мотивы деятельности, систему ценностных отношений студентов к себе, к другим участникам образовательного процесса, к самому

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

образовательному процессу, к объектам познания и результатам образовательной деятельности. Рабочий лист – это модель занятия, которую можно корректировать, дополнять, а затем использовать как опорный материал для закрепления или повторения материала. Кроме того, рабочий лист можно дополнить информационным листом, где каждый найдёт для себя новую интересную информацию, что в конечном итоге повышает интерес к предмету, то есть мотивирует на успешное обучение.

Вывод: Интерактивные рабочие листы являются сегодня востребованным дидактическим инструментом. Цифровые технологии, используемые при создании современных рабочих листов, включают элементы геймификации, что дает возможность повысить интенсивность и привлекательность учебного процесса. Интерактивные рабочие листы создают возможность для индивидуализации и дифференциации образовательного процесса, позволяют развивать навыки самостоятельной автономной работы студентов, а также эффективно вписывают цифровые инструменты и веб-сервисы в учебный процесс. Конкретный преподаватель или разработчик курса может использовать любые цифровые решения, подходящие именно для его профессиональных целей. Однако важно понимать, что сам по себе рабочий лист – только один из инструментов педагогической практики, один из компонентов успешной эффективной работы преподавателя в современных условиях.

Литература

1. Иванова, Е.О. Дидактические возможности информационно-образовательной среды для организации самостоятельной работы учащихся / Е.О. Иванова // Дистанционное и виртуальное обучение. – 2012. – № 3. – 123 с.
2. Миренкова, Е.В. Рабочий лист как средство организации самостоятельной познавательной деятельности в естественно-научном образовании / Е.В. Миренкова // Ценности и смыслы. – 2021. – № 1 (71). – С. 84-87.
3. Файзуллина, С.Б. Роль рабочего листа в управлении учением / С.Б Файзуллина // Актуальные научные исследования в современном мире. – 2019. – № 6-7 (50). – С. 94-96.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Кретов Артём¹

8А класс

e-mail: 20kretovartem000@gmail.com

Тимошенко Ангелина²

10А класс

e-mail: Angelina.timoshenko07@gmail.com

Руководитель: Травин Вадим Владимирович³

учитель математики первой категории, магистр,

e-mail: Vadim013by@yandex.ru

^{1,2,3}ГУО «Гимназия г. Калинковичи»,

г. Калинковичи, Беларусь

**СПОСОБЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЗНАНИЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ
ПАКЕТА GEOGEBRA НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

Современный уровень знаний педагога включает в себя виды разносторонней деятельности с учащимися. Это, например, проведение игр с целью усвоения новых знаний, создание головоломок с целью закрепления изучаемых объектов, а также множество разнообразных мероприятий. Главная их цель — создание условий для усвоения учебного материала учащимися всех уровней. В помощь учителю по математике предложен ряд различных материалов и электронных приложений, которые помогают в построении плана урока и выборе содержания для него. Рассмотрим один из математических пакетов, который поможет учителю предоставить материал учащимся на различных занятиях по математике в более удобной форме.

Geogebra является динамической математической программой для всех уровней образования, которая содержит необходимые инструменты для наглядной демонстрации учебного материала. Это приложение при разумном использовании окажет для учителя неотразимую помощь при построении занятий.

Широкий выбор инструментария в программе позволяет добавлять в ход урока и новые типы заданий, например, построить подвижный чертёж; построить семейство линий и их огибающую и т.д. [1, с. 5]. Благодаря программе динамической геометрии также появляется и геометрический эксперимент, состоящий в следующих этапах:

- А. Прочитать условие.
- Б. Построить подвижный чертёж.
- В. Провести эксперимент.
- Г. Выдвинуть гипотезу.
- Д. Проверить гипотезу.
- Е. Обосновать гипотезу. [1, с. 4]

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Как можно использовать данные возможности на уроках математики в учреждениях общего среднего образования? Все примеры можно условно разделить на два класса: первый с использованием анимационных возможностей (динамические объекты), а второй — без использования (статические объекты). Для построения статичных чертежей данная программа схожа с векторными редакторами изображений.

В чём может быть выражена визуализация учебного материала?

Пример 1. В рассмотрении определений. В теме «Фигуры вращения» наглядным примером использования анимации является вращение плоского тела вокруг некоторой оси. Учащимся показан основной плоский объект — прямоугольник $ABCD$, который построен в полотно 3D, вдоль окружностей движение точек анимирует цилиндр (рис. 1). Аналогичным образом можно демонстрировать не только основные тела вращения (конус, усечённый конус, сфера и шар), но и тела нестандартной формы, полученные вращением не только плоских многоугольников, но и кривых линий.

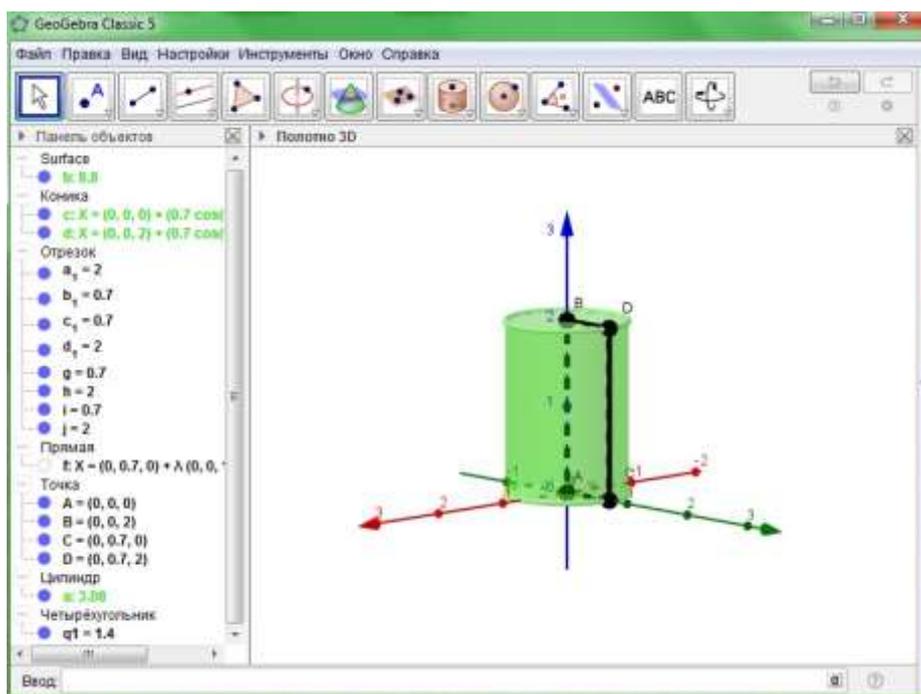


Рисунок 1 – Визуализация определения цилиндра

Пример 2. В визуализации объектов одного класса

Предварительно, создавая ползунок, мы задаём в нём некоторый параметр, который можно связать с данным объектом в определении или условии задачи, изменяя который мы можем увидеть геометрические одинаковые объекты разных форм и размеров. Так, например, на рисунке 2 представлена модель построения окружностей разных радиусов, но одного

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

центра (изменяющийся параметр — радиус). Такие окружности называются концентрическими.

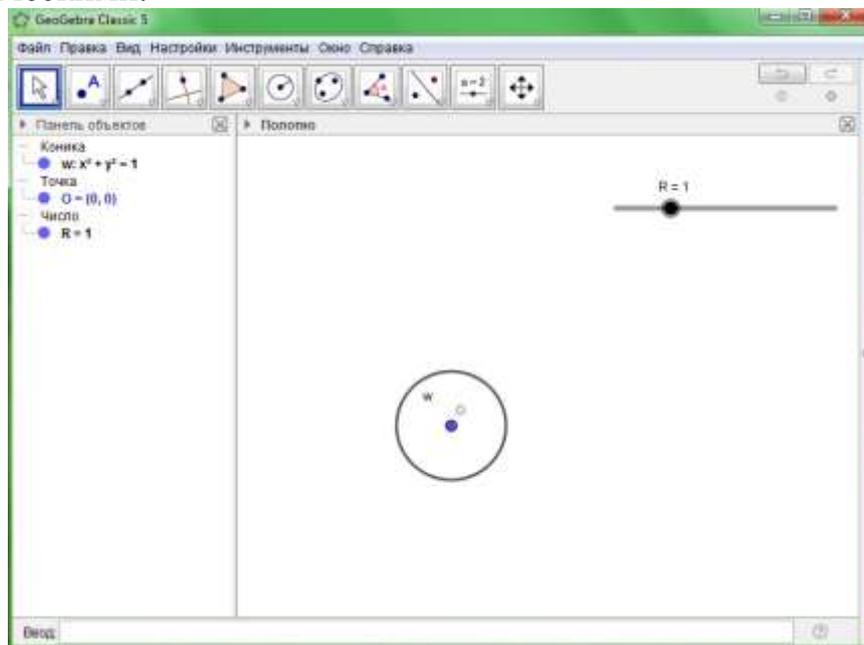


Рисунок 2 – Визуализация окружностей разных радиусов

Пример 3. В визуализации условия задачи на статическом чертеже. В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = BC$ и градусная мера угла BCA равна 55° . Через точку B проведена прямая l , параллельная стороне AC и делящая плоскость на две полуплоскости. В полуплоскости, где не лежит треугольник ABC , выбрана точка D так, что градусная мера угла ADC равна 35° и градусная мера угла ABD равна 120° . Найти градусную меру угла DAC . [2, с. 109]

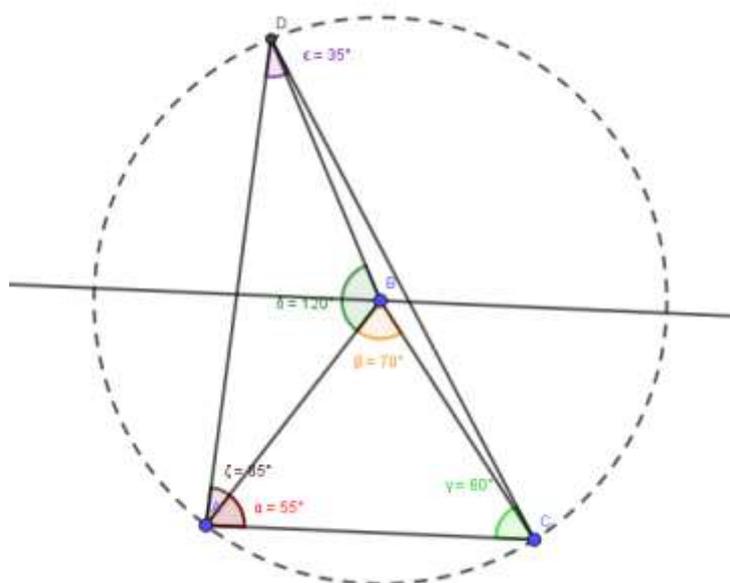


Рисунок 3 – Статичный чертёж к задаче в пакете Geogebra

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

В рамках визуализации статичного чертежа (рис. 3) отметим ряд преимуществ данного редактора: наличие объектов разных форм, стилей и цвета, а также возможность изменять чертёж после решения задачи для построения новой задачи для обобщения решения или поиска закономерностей в общем виде. Решение данной задачи связано с построением вспомогательной окружности, которую при использовании точных данных можно построить в приложении сразу.

Пример 4. В рассмотрении вспомогательного динамического чертежа в части решения задачи. Является ли линия $y = y(x)$, изображённая в декартовой системе координат Oxy , функцией? Так как единственному значению x соответствует единственное значение y , то если через любую точку на оси абсцисс провести прямую (рис. 4), которая будет параллельна оси ординат, то эта прямая должна пересечь линию не более чем в одной точке. В случае, когда это не так, данная линия не является функцией.

Для построения в Geogebra прямой, параллельной оси ординат, необходимо сначала выбрать точку на оси абсцисс, поставить её с помощью инструмента «Точка», а теперь используя инструмент «Параллельная прямая» через данную точку провести прямую, параллельную оси ординат. Используя инструмент «Пересечение» мы выделяем данную линию и построенную нами прямую. Может появиться одна или несколько точек пересечения.

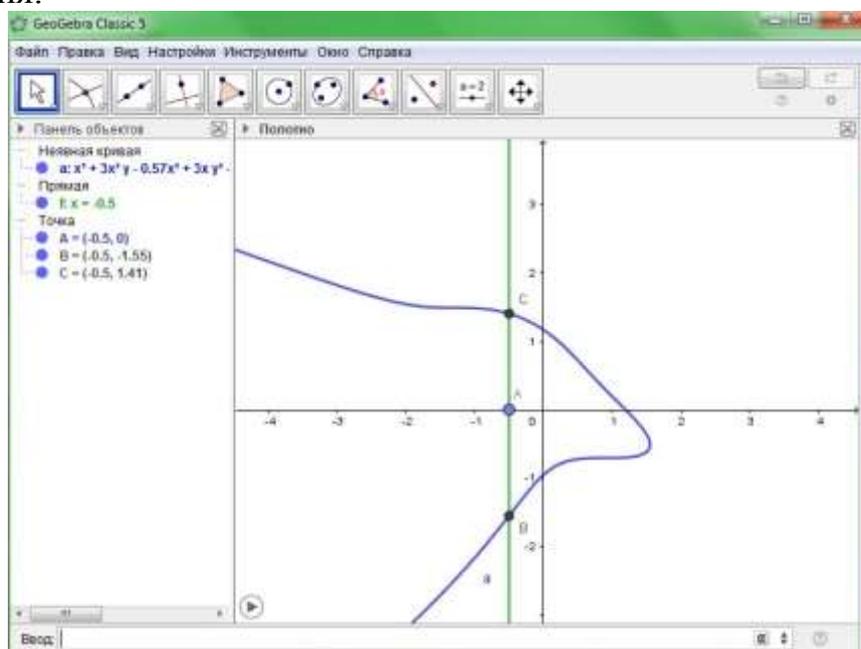


Рисунок 4 – Выявление функции

Пример 5. В проведении геометрических исследований и экспериментов. Одним из достаточно новых видов деятельности на занятиях по математике можно считать экспериментальную деятельность,

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

основанную на выявлении геометрических гипотез. Учащиеся выполняют задание в приложении, а учитель оценивает как визуальное оформление, так и геометрическую суть построенной модели.

Так, рассмотрим следующую задачу. Дан неравнобедренный треугольник. Построить точку и провести отрезок из вершины треугольника к точке так, чтобы площадь треугольника была разделена пополам.

Основное теоретическое решение данной задачи опирается на утверждение о том, что медиана делит треугольник на два равновеликих. Но как, не зная данного утверждения, прийти к такому выводу?

Для этого рассмотрим точки A , B и C . На стороне BC отметим точку D и выведем на экран с использованием надписей численные значения площадей двух полученных закрашенных треугольников (рис. 5). В ходе изменения положения точки D замечаем, что в середине отрезка значения площадей совпадают. Данные построения приближительны, и окончательный ответ состоит в построении середины отрезка E и точка D должна быть «прикреплена» к точке E . В этом случае равенство площадей будет достигнуто. Тем самым, данный результат характеризует закономерность. В этом также можно убедиться, если изменить расположение точек A , B и C .

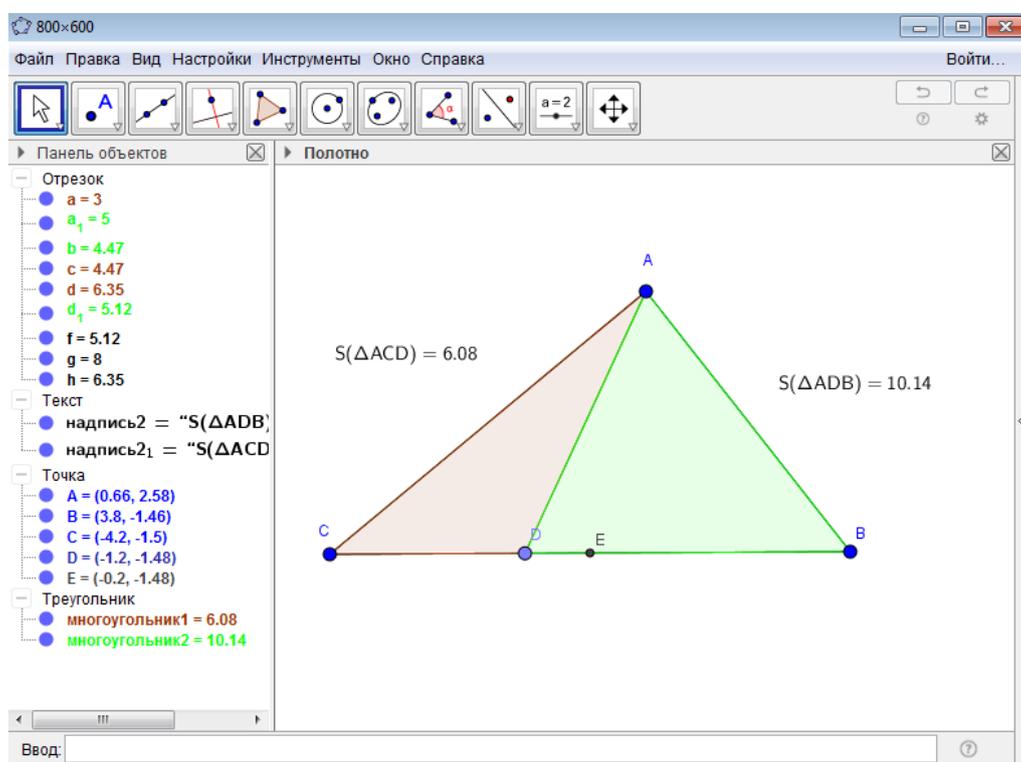


Рисунок 5 – Построенная модель для геометрического эксперимента

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Литература

1. Сгибнев, А.И. Геометрия на подвижных чертежах. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : МЦНМО, 2024. — 240 с.: ил. — (Школьные математические кружки; Вып. 19).
2. Травин, В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств... : учебное пособие / В.В. Травин. — Минск : Адукацыя і выхаванне, 2019. — 128 с. : ил. — (Серия «Коллекция идей»).

Литвиненко Евгений¹

1 курс магистратуры

Институт физико-математического образования

e-mail: zhenyalit@list.ru

Руководитель: Кривко Яна Петровна²

заведующий кафедрой высшей математики

и методики преподавания математики

e-mail: yakrivko@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Луганский государственный

педагогический университет»,

г. Луганск, Россия

**ПРИМЕНЕНИЕ ДИСТАНЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ
ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ**

Пандемия коронавируса неожиданно сделала реальностью тот формат обучения, за которым виделось лишь отдаленное будущее, — приобретение знаний без посещения учебных заведений. По данным отчета Организации Объединенных Наций (ООН), составленным в августе 2020 г., «пандемия COVID-19 привела к крупнейшему за всю историю сбою в функционировании систем образования, который затронул почти 1,6 миллиарда учащихся в более чем 190 странах и на всех континентах. Закрытие школ и других образовательных учреждений коснулось 94 процентов мирового контингента учащихся, причем в странах с низким уровнем дохода и с уровнем дохода ниже среднего этот показатель составляет 99 процентов» [1, с. 2].

Современный этап развития российского образования можно охарактеризовать внедрением в учебный процесс информационно-коммуникационных технологий. Они позволяют выйти на новый уровень обучения, открывают новые, ранее не используемые возможности, как для учителя, так и для учащихся. Применение новых информационно-

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

коммуникационных технологий стало неотъемлемой частью в образовательном процессе.

Это подтверждается программными стратегическими документами РФ и требованиями ФГОС СОО. Так, в Федеральном законе «Об образовании в РФ» от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ указано, что при реализации ООП необходимо использовать электронное обучение посредством образовательных онлайн-курсов и дистанционных технологий.

Как показывает опыт других стран (например, США, Германии, Японии и др.), отличным решением проблем компьютеризации образования является внедрение в учебный процесс «облачных сервисов» [2].

Информатизация образования предполагает действия по обеспечению педагогического процесса в определенной предметной области методологией и практикой оптимального использования современных информационных технологий, которые ориентированы на реализацию целей обучения в области развития знаний, навыков и умений, а также целей воспитания, такой подход можно найти в работах И. Роберта [3, с. 11]. По мнению автора работы, облачные сервисы позволяют использовать коммуникационные возможности единой информационной среды и достигать целей дистанционного обучения и воспитания. Поэтому облачные сервисы становятся механизмом достижения общих целей в коммуникации «ученик-учитель».

Технология облачных вычислений и реализованная на ее основе образовательная платформа позволяют максимально эффективно использовать имеющиеся программно-аппаратные ресурсы, а студенты и школьники получают возможность применять на практике самые современные компьютерные технологии. Но российскому облачному рынку пока далеко до западных масштабов.

Наполнение электронного образовательного пространства учебного заведения осуществляют преподаватели и методисты. Они создают новые образовательные сервисы на базе облачных технологий, включающие в себя электронные учебные комплексы, конспекты и видеозаписи лекций, методические указания к лабораторным работам и др.

Видеоконференцсвязи стали важной частью дистанционного обучения алгебре. Российские учителя используют такие платформы, как Zoom и Skype, для проведения уроков. Во время уроков учитель может показывать решения задач на доске (с помощью экрана - шары или специальных программ для записи на экране), а также взаимодействовать с учениками в режиме реального времени.

Для примера, учитель может задать вопрос ученику, получить его ответ и сразу же дать обратную связь. Это позволяет создать обстановку, близкую к обычному уроку в классе, но при этом позволяет ученикам из разных регионов России участвовать в обучении.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Виртуальные лаборатории в алгебре позволяют студентам экспериментировать с математическими моделями. Российские разработчики создают такие лаборатории, которые доступны онлайн. Например, в виртуальной лаборатории по линейной алгебре студенты могут исследовать свойства матриц, выполнять операции над ними и видеть результаты в реальном времени.

Виртуальные лаборатории помогают студентам лучше понять абстрактные концепции алгебры, так как они могут визуализировать математические объекты и процессы. Это делает обучение более интересным и эффективным. Социальные сети и форумы также играют важную роль в дистанционном обучении алгебре. Российские студенты и учителя общаются на таких платформах, как ВКонтакте и форумах по математике. Здесь студенты могут задавать вопросы, обсуждать решения задач и получать советы от более опытных коллег.

Например, на форуме по математике студенты могут опубликовать сложную алгебраическую задачу и получить несколько различных подходов к ее решению от других участников форума. Это расширяет кругозор студентов и помогает им лучше понять алгебраические концепции.

В дистанционном режиме многие процессы, связанные с обучением, приобретают новые особенности. Так, видоизменяются процессы восприятия, памяти. Зрительная память не срабатывает при чтении с электронного носителя, потому что нет привязки текста к месту его расположения, оно постоянно меняется при прокручивании документа.

При работе в дистанционном режиме чаще приходится набирать текст на клавиатуре компьютера, чем писать от руки, в то время как рукописные записи сильнее активизируют те районы коры головного мозга, которые отвечают за память и усвоение новой информации. Информация, которую мы фиксируем при помощи клавиатуры, быстрее вылетает из памяти, чем та, которую мы записали, особенно если мы не набираем текст, а действуем по алгоритму «копировать – вставить».

В текущей ситуации учитель должен освоить новое понимание своего места и роли в образовательном процессе, а также овладеть современными технологиями чтобы в последующем уметь применять их в обучении. С помощью ИКТ (информационно-коммуникационных технологий) можно организовывать самостоятельную работу, чему в данный момент и уделяется много внимания. Таким образом, осваиваются надпредметные знания и появляется возможность включить в образовательный процесс различные категории обучающихся.

Используя облачные технологии, педагоги смогут более эффективно управлять познавательной деятельностью школьников, оперативно отслеживать результаты их обучения и воспитания, принимать

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

обоснованные и целесообразные меры по повышению уровня обучаемости и качества знаний учащихся.

Литература

1. Концептуальная записка: Образование в эпоху COVID-19 и в последующий период. — URL: https://www.un.org/sites/un2.un.org/files/2020/09/policy_brief_-_education_during_covid-19_and_beyond_russian.pdf
2. О применении облачных технологий в современной системе образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа <http://elibrary.ru/defaultx.asp?>
3. Роберт, И.В. Информационно-образовательное пространство. / И.В. Роберт, И.Ш. Мухаметзянов, В.А. Касторнова. Монография – Москва : ФГБНУ «ИУО РАО», 2017. – 92 с.

Лукьянчикова Анастасия¹

5 курс, Институт математики и информатики
e-mail: nastyatomo80@gmail.com

Руководитель: Соколова Елизавета Валериевна²

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры теории и методики
обучения математике и информатике
e-mail: ev.sokolova@mpgu.su

^{1,2}ФГБОУ ВО «Московский педагогический
государственный университет»,
г. Москва, Россия

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЦИФРОВОГО ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ КООРДИНАТНОМУ И ВЕКТОРНОМУ МЕТОДУ В 10-11 КЛАССАХ

В настоящее время реализуется Федеральный проект «Цифровая образовательная среда», направленный на создание и внедрение цифровой образовательной среды в образовательные учреждения [2]. В текущем учебном году рекомендованы платформы: Московская электронная школа (МЭШ) и Цифровой учитель. Отметим, что платформа Цифровой учитель в настоящее время используется только для 5-9 классов. Таким образом, в обучении математике в 10-11 классах рекомендовано использование «Библиотеки МЭШ».

В Федеральной рабочей программе (ФРП) среднего общего образования по предмету «Математика» применение векторного и

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

координатного метода при решении геометрических задач является предметным результатом, которым должен обладать выпускник [3].

В теме «Векторы и координаты в пространстве» в МЭШ представлены только видеоролики, содержащие готовые решения стереометрических задач векторным или координатным методом. В теме «Координатный метод» на платформах содержатся в основном планиметрические задачи. Таким образом, отметим недостаточность материалов, которые можно использовать в качестве ЦДЗ для достижения указанных в ФРП предметных результатах.

Проиллюстрируем конструирование различных упражнений, способствующих обучению применения векторного и координатного методов на различных этапах обучения, которые можно использовать в качестве цифрового домашнего задания. Как известно из методики обучения математике, на первом этапе обучения векторному методу важно научить школьников умению «переводить» геометрический язык на векторный [1]. Поэтому разработаны карточки, как средство помощи учащимся. Они заполняются на первом уроке, и школьники впоследствии могут использовать их при решении задач (рисунок 1).

Точка _____ лежит на отрезке AB	$\overrightarrow{AX} = \alpha \overrightarrow{AB}$
$AB \parallel CD$	$\overrightarrow{AB} = \alpha \overrightarrow{CD}$
Точка X лежит _____	$\overrightarrow{AX} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$
$AB \perp CD$	

Рисунок 1 – Средство помощи: «перевод» между геометрическим и векторным языками

Для сопровождения первого этапа обучения на платформе МЭШ созданы упражнения, которые можно использовать в качестве ЦДЗ (рисунок 2). Задания из тестов направлены на отработку умения «переводить» с векторного языка на геометрический и обратно.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

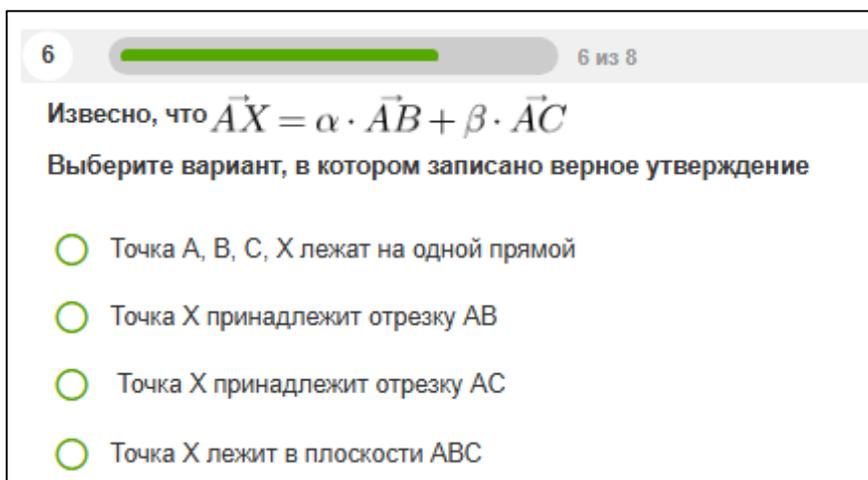


Рисунок 2 – Фрагмент тестирования на «перевод» утверждений

На следующем этапе обучения применению векторного метода в качестве ЦДЗ предлагаются задания, направленные на сопоставление шагов решения известной школьникам задачи различными методами. На рисунке 3 приведён пример доказательства теоремы о средней линии треугольника векторным методом и методом цепочки треугольников.

Шаг решения	Метод цепочки треугольников	Векторный метод
шаг 1		
шаг 2	$\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$	$\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$
шаг 3	$\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$	$\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$

Рисунок 3 – Пример ЦДЗ на сопоставление шагов решения задачи

На уроке целесообразно предложить учащимся задания из курса алгебры и начал анализа, решаемые векторным методом, что позволит проиллюстрировать более широкое применение этого метода. Приведем пример такого задания. *Найдите наибольшее и наименьшее значение функции:*

$$g(x) = \sqrt{x} + 4\sqrt{1 - \frac{x}{2}}$$

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Перед тем, как решать задание векторным методом, необходимо выполнить следующие действия для обоснования выбранного метода:

$$g(x) = \sqrt{x} + 4\sqrt{1 - \frac{x}{2}} = \sqrt{x} + 2\sqrt{1 - \frac{x}{2}} + 2\sqrt{1 - \frac{x}{2}};$$

$$\vec{a} \left(\sqrt{x}; \sqrt{1 - \frac{x}{2}}; \sqrt{1 - \frac{x}{2}} \right), \vec{b} (1; 2; 2);$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{1 - \frac{x}{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{1 - \frac{x}{2}}\right)^2} = \sqrt{x + 2\left(1 - \frac{x}{2}\right)} = \sqrt{x + 2 - x} = \sqrt{2};$$

$$|\vec{b}| = 3.$$

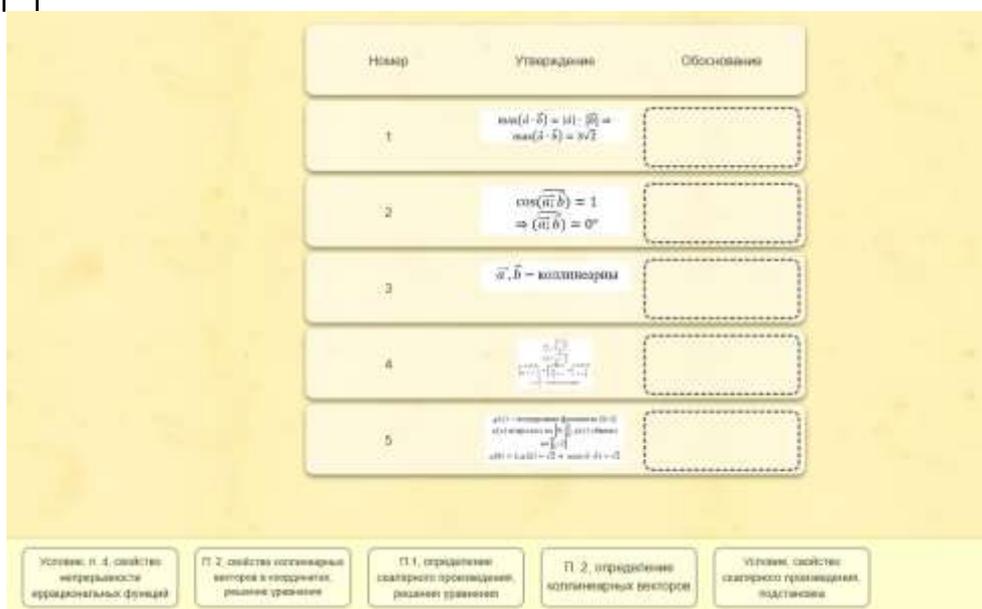


Рисунок 4 – Пример ЦДЗ «Применение векторного метода в алгебре»

В качестве ЦДЗ школьники получают задание: сопоставить шаги решения, используя структуру: «утверждение»-«обоснование», что позволит им ещё раз осознанно обратиться к решению задачи.

При обучении решению задач векторным и координатным методом следует обратить внимание на включение ЦДЗ, позволяющего отразить весь процесс решения задачи, а не только возможность проверки готового ответа. В связи с этим предлагается тестирование, содержащее вопросы на:

- 1) выбор рациональной системы координат;
- 2) нахождения координат точек в выбранной системе координат;
- 3) вычисление расстояний, углов координатным методом.

Решения таких задач более длительны и предполагают записи в тетради. Задания сконструированы таким образом, что на каждом этапе решения задачи осуществляется проверка (рисунок 5), что позволяет школьнику осуществлять самоконтроль в процессе решения задачи, а

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

учителю получить обратную связь не только в качестве готового ответа (получился/не получился), но и проследить все этапы решения.

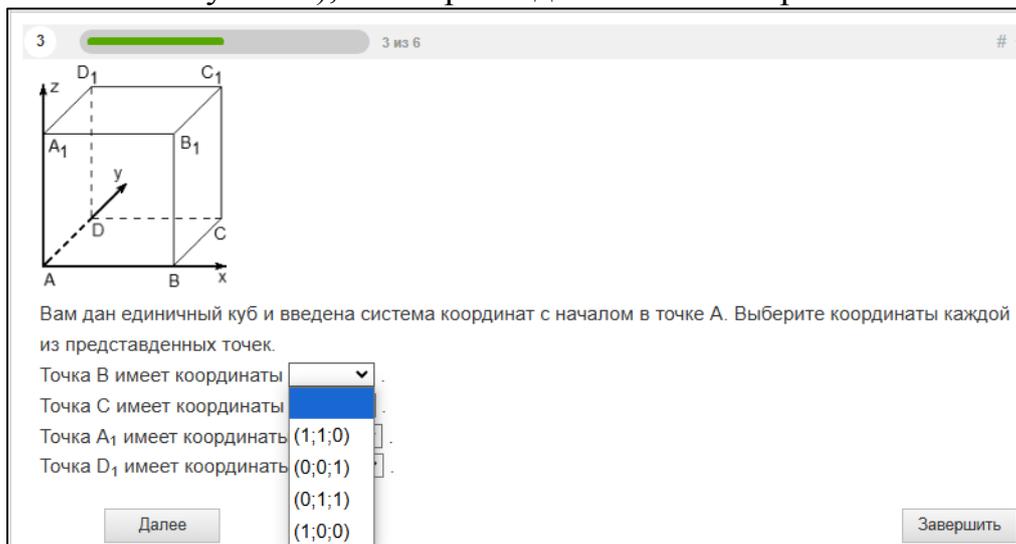


Рисунок 5 – Первый шаг в решении задачи координатным методом»

Если процесс обучения решению задач векторным и координатным методом построить на основе методики использования ЦОР, дифференцированных по целям применения и этапам обучения, то это будет способствовать достижению планируемых результатов освоения математики. Разработанные упражнения направлены на иллюстрацию школьникам значимости векторного и координатного методов в решении математических задач, а учителю позволяют получить быструю обратную связь.

Литература

1. Методика обучения математике : учебник для вузов / под редакцией Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. – Москва : Издательство Юрайт, 2025. – 566 с. – (Высшее образование). – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/568559> (дата обращения: 20.03.2025).

2. Приказ Минпросвещения России от 02.12.2019 №649 «Об утверждении Целевой модели цифровой образовательной среды». – Режим доступа: – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/73235976/?ysclid=maioroi111487205579> (дата обращения: 20.03.2025).

3. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Математика (углубл. уровень) для 10–11 классов образовательных организаций). – Москва, 2023. – Режим доступа: – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/20_ФРП_Математика_10-11классы_угл.pdf (дата обращения 19.03.2025).

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Мельников Артур¹

2 курс, Институт математики, информационных технологий и физики
e-mail: artur.melnikov.2021@gmail.com

Руководитель: Мышкина Елена Ивановна²

ассистент кафедры вычислительных систем
и информационных технологий
e-mail: elena99410@gmail.com

^{1,2}ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»,
г. Ижевск, Россия

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПЛАТФОРМ В ПРЕПОДАВАНИИ ВЫСШЕЙ
МАТЕМАТИКИ**

Современный этап развития высшего образования характеризуется активным внедрением цифровых технологий в образовательный процесс. Особенно актуальным стало использование интерактивных образовательных платформ в преподавании дисциплин, считающихся сложными для усвоения, к числу которых относится высшая математика. Интеграция цифровых технологий способствует повышению наглядности представления материала, созданию условий для активного взаимодействия между преподавателями и студентами. Многочисленные исследования отечественных ученых подтверждают актуальность исследований цифровых трансформаций математического образования [1-8].

Эффективность использования интерактивных образовательных платформ в преподавании высшей математики обусловлена рядом факторов. Они обеспечивают визуализацию абстрактных математических концепций, предлагают инструменты для организации оценивания, автоматизированной проверки заданий, что позволяет преподавателям оперативно получать информацию о прогрессе обучающихся. Кроме того, использование платформ способствует индивидуализации обучения, позволяя студентам осваивать материал в удобном темпе.

В настоящее время на российском рынке образовательных технологий представлен широкий спектр интерактивных платформ, которые могут быть использованы в преподавании высшей математики. Рассмотрим основные из них.

Платформа Stepik. Одной из наиболее популярных образовательных платформ в России является Stepik, предоставляющая широкие возможности для создания и размещения онлайн-курсов по различным дисциплинам, включая высшую математику. Платформа была основана в 2013 году и за время своего существования приобрела значительную аудиторию, как среди преподавателей, так и среди студентов.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Основные преимущества платформы Stepik [6]:

1. Разнообразие интерактивных заданий: тесты, задания на сопоставление, числовые задачи, задания с автоматической проверкой кода.
2. Поддержка математических формул через LaTeX, что критически важно для курсов высшей математики.
3. Встраивание интерактивных элементов, включая графики функций, геометрические построения.
4. Аналитика прогресса обучающихся для выявления разделов, вызывающих наибольшие трудности.

На платформе Stepik представлен широкий спектр курсов по высшей математике, охватывающих такие разделы как математический анализ, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика. Многие из этих курсов разработаны преподавателями ведущих российских вузов и активно используются в образовательном процессе.

Исследование, проведенное на базе нескольких российских университетов, показало, что использование платформы Stepik в преподавании высшей математики способствует повышению успеваемости студентов на 15-20% по сравнению с традиционными методами обучения. Особенно заметен положительный эффект при изучении тем, требующих высокой степени визуализации, таких как многомерные интегралы или дифференциальные уравнения.

Национальная платформа открытого образования представляет собой проект, инициированный ведущими российскими университетами для предоставления качественного онлайн-образования. Платформа содержит курсы по различным дисциплинам, в том числе по высшей математике, которые разработаны в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов.

Особенности использования платформы «Открытое образование»:

1. Высокое качество контента, разработанного ведущими специалистами российских университетов (МГУ, СПбГУ, МФТИ, НИУ ВШЭ).
2. Структурированное представление материала: видеолекции, конспекты, интерактивные задания и тесты.
3. Возможность получения сертификатов, которые могут быть зачтены в рамках основной образовательной программы.
4. Интеграция с системами прокторинга для обеспечения достоверности результатов онлайн-экзаменов.

На платформе «Открытое образование» представлены такие курсы по высшей математике, как «Линейная алгебра и геометрия» (МФТИ), «Математический анализ» (СПбГУ), «Дискретная математика» (НИЯУ

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

МИФИ), «Теория вероятностей и математическая статистика» (НИУ ВШЭ) и многие другие.

Анализ опыта использования платформы «Открытое образование» в преподавании высшей математики показывает, что она особенно эффективна при реализации смешанной модели обучения, когда онлайн-курсы дополняют традиционные занятия. Студенты отмечают, что возможность многократного просмотра видеолекций и выполнения интерактивных заданий с автоматической проверкой способствует лучшему усвоению сложного математического материала.

Платформа МатЛогика является специализированным ресурсом, ориентированным именно на математическое образование. Она разработана коллективом российских математиков и программистов с целью создания эффективной среды для изучения различных разделов математики, включая высшую математику.

Основные преимущества платформы «МатЛогика»:

1. Специализированный математический редактор для удобного ввода формул и выражений.
2. Система автоматической проверки математических заданий, анализирующая не только конечный результат, но и ход решения.
3. Адаптивные алгоритмы, формирующие индивидуальные задания на основе анализа предыдущих ответов.
4. Библиотека интерактивных моделей, иллюстрирующих математические концепции и теоремы.

Исследование эффективности использования платформы «МатЛогика» в преподавании высшей математики, проведенное на базе нескольких технических вузов, показало, что регулярное использование платформы способствует формированию у студентов более глубокого понимания математических концепций и развитию навыков математического моделирования. Особенно заметен прогресс у студентов, изначально испытывавших трудности с освоением математических дисциплин.

Проведем сравнительный анализ образовательных платформ. Для объективной оценки эффективности различных интерактивных образовательных платформ в преподавании высшей математики был проведен сравнительный анализ по ряду ключевых параметров (таблица 1).

Как видно из таблицы, каждая из трех рассмотренных платформ имеет свои сильные и слабые стороны. Выбор конкретной платформы должен определяться целями и задачами образовательного процесса, спецификой изучаемого раздела высшей математики, а также техническими и организационными возможностями учебного заведения.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Таблица 1 – Сравнительный анализ интерактивных образовательных платформ

Параметр	Stepik	Открытое образование	МатЛогика
Специализация на математических дисциплинах	Средняя	Высокая	Высокая
Поддержка математической нотации	Высокая	Высокая	Высокая
Разнообразие интерактивных элементов	Высокое	Среднее	Высокое
Возможности визуализации	Средние	Средние	Высокие
Автоматизация проверки заданий	Высокая	Высокая	Высокая
Аналитика учебного процесса	Высокая	Средняя	Высокая
Возможности коммуникации	Средние	Низкие	Средние
Доступность для вузов	Высокая	Высокая	Средняя

На основе проведенного анализа можно сформулировать ряд методических рекомендаций по эффективному использованию интерактивных образовательных платформ в преподавании высшей математики:

1. Интеграция платформ в учебный процесс должна осуществляться на основе тщательного анализа целей и задач обучения, а также особенностей конкретных разделов высшей математики. Например, для изучения тем, требующих визуализации (аналитическая геометрия, многомерный анализ), целесообразно использовать платформы с развитыми инструментами создания интерактивных моделей (МЭО, МатЛогика).

2. Целесообразно комбинировать различные платформы для достижения максимального образовательного эффекта. Например, основной курс может быть размещен на платформе «Открытое

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

образование», дополнительные материалы и задания – на Stepik, а специализированные математические задания могут быть организованы через МатЛогику.

3. При разработке курсов необходимо учитывать психологические особенности восприятия математического материала. Рекомендуется разбивать сложные темы на небольшие логически завершённые блоки, сопровождать теоретический материал интерактивными примерами и визуализациями, предусматривать различные уровни сложности заданий.

4. Особое внимание следует уделять организации обратной связи. Студенты должны иметь возможность задавать вопросы, получать комментарии к выполненным заданиям, участвовать в обсуждении сложных тем. Для этих целей могут использоваться форумы, чаты, видеоконференции, интегрированные в образовательные платформы.

5. Важным аспектом является мониторинг и анализ учебного процесса. Преподаватель должен регулярно анализировать данные о прогрессе студентов, выявлять темы, вызывающие наибольшие трудности, и корректировать методику обучения на основе полученной информации.

6. Необходимо уделять внимание обучению преподавателей работе с интерактивными образовательными платформами. Эффективность использования цифровых инструментов напрямую зависит от цифровой компетентности педагогов, их готовности к освоению новых технологий и методик преподавания.

7. При внедрении интерактивных образовательных платформ следует учитывать технические возможности и ограничения учебного заведения и студентов. Необходимо предусмотреть альтернативные способы доступа к образовательному контенту для студентов с ограниченными техническими возможностями.

Заключение. Использование интерактивных образовательных платформ в преподавании высшей математики имеет значительный потенциал для повышения качества образования. Каждая из рассмотренных платформ (Stepik, Открытое образование, МатЛогика) обладает своими преимуществами и может эффективно использоваться при правильном методическом применении.

Интеграция образовательных платформ способствует визуализации абстрактных математических концепций, индивидуализации обучения, автоматизации рутинных процессов, организации эффективной обратной связи. Это позволяет создать продуктивную образовательную среду, способствующую формированию у студентов глубокого понимания математики и развитию навыков ее практического применения.

Следует отметить, что интерактивные образовательные платформы не должны рассматриваться как замена традиционных форм обучения, а скорее как их дополнение. Наиболее эффективным является сочетание цифровых

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

инструментов с традиционными методиками, позволяющее использовать сильные стороны каждого подхода.

Литература

1. Гребенкина А.С. Применение цифровых инструментов в практико-ориентированном обучении математике будущих инженеров гражданской защиты / А.С. Гребенкина, Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования: международный сборник научных работ. – 2021. – № 54. – С. 75-84. – DOI: 10.24412/2079-9152-2021-54-75-84.

2. Гурьянова, С. Ю. Российская «Национальная платформа открытого образования» – шаг в будущее высшей школы / С. Ю. Гурьянова // Качество. Инновации. Образование. – 2016. – № 2(129). – С. 3-9. – EDN VUCBWN.

3. Дацун, Н.Н. Использование массовых открытых онлайн-курсов в математической подготовке специалистов по программной инженерии / Н.Н. Дацун, Л.Ю. Уразаева. – Текст : электронный // Интернет-журнал «Науковедение». – 2015. – Том 7, №2. – URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/48PVN215.pdf> (дата обращения 22.04.2025). – DOI: 10.15862/48PVN215.

4. Евсеева, Е.Г. Моделирование цифровой компетентности учителя в контексте математического образования / Е.Г. Евсеева, Д.А. Скворцова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – Вып. 2 (58). – С. 29-36. – DOI: 10.24412/2079-9152-2022-58-29-36.

5. Цирулева, Л.Д. Геймификация в обучении: сущность, содержание, пути реализации технологии / Л.Д. Цирулева, Н.Е. Щербакова // Вестник Пензенского государственного университета. – 2023. – № 3. – С. 13-17.

6. Юдина, Ю.А. Использование образовательной платформы Stepik в дистанционном обучении математике / Ю.А. Юдина // Информационные технологии в образовательном процессе вуза и школы : Материалы XV Всероссийской научно-практической конференции, Воронеж, 24 марта 2021 года / Редколлегия: Р.М. Чудинский (науч. ред.) [и др.]. – Воронеж: Воронежский государственный педагогический университет, 2021. – С. 506-510. – EDN VTHYYG.

7. Яницкий, М. С. Психологические аспекты цифрового образования / М.С. Яницкий // Профессиональное образование в России и за рубежом. – 2019. – №2 (34). – С. 38-44.

8. A Multifaceted Approach to Forming Mathematical Digital Competency of Future Engineers in Teaching Applied Mathematics / M.V. Noskov, V.A. Shershneva, E.I. Skafa, E.G. Evseeva, M.E. Korolev // J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys. – 2023. – No 16(6). – Pp. 720–731. – EDN: BCTNDO.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Невалённая, Екатерина¹

3 курс, Факультет математики и информационных технологий

e-mail: nevalennaekaterina@gmail.com

Руководитель: Скафа Елена Ивановна²

доктор педагогических наук, профессор,
заведующий кафедрой высшей математики
и методики преподавания математики

e-mail: e.i.skafa@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

**СОЗДАНИЕ ИНТЕРАКТИВНОГО КОНТЕНТА ПО МАТЕМАТИКЕ
НА ПЛАТФОРМЕ GENIALLY**

Методика преподавания активно трансформируется под влиянием стремительно развивающихся цифровых технологий, что обусловлено возрастанием спроса на повышение эффективности обучения, адаптации к индивидуальным потребностям обучающихся и интеграции инновационных методов. Особую значимость процесс приобретает в контексте математического образования, где визуализация абстрактных понятий и интерактивное взаимодействие с учебным материалом способствует более глубокому усвоению знаний. В связи с этим возрастает интерес к цифровым инструментам, которые позволяют создавать динамичные учебные материалы.

Среди многообразия платформ для разработки интерактивного образовательного контента особого внимания заслуживает Ganially – универсальный конструктор, предоставляющий широкие возможности для визуализации математического материала и геймификации учебного процесса.

Цель данной статьи – рассмотреть потенциал использования платформы Ganially в обучении математике, служащей средством для разработки интерактивного образовательного контента, провести анализ дидактических возможностей рассматриваемой платформы.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью поиска способов повышения мотивации учащихся и оптимизации процесса обучения через применение интерактивные цифровых ресурсов. В статье будут рассмотрены ключевые функции Ganially, методологические аспекты его использования, а также преимущества и ограничения платформы в контексте математического образования.

Современное образование характеризуется активным внедрением цифровых технологий, существенно трансформирующих традиционные подходы к преподаванию математики [1].

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Ключевыми дидактическими преимуществами применения информационных технологий в математическом образовании, в первую очередь, являются наглядность и интерактивность. Цифровые инструменты позволяют визуализировать сложные математические объекты, что способствует более глубокому освоению материала. Кроме того, отмечает Е.В. Кондрашова, использование игровых механик повышает мотивацию учащихся и снижает математическую тревожность [2].

Среди многообразия цифровых ресурсов платформа Ganially отличается своей универсальностью. Её ключевые преимущества в контексте математического образования включают:

– многообразие готовых интерактивных шаблонов, адаптированных для различных видов деятельности (презентации, инфографики, игры и тесты);

– гибкость настройки интерактивности за счёт простой реализации нелинейных сценариев для создания ветвящихся заданий;

– доступность, выражающаяся в бесплатном базовом функционале, достаточном для создания качественных учебных материалов [4].

Таким образом, Ganially представляет собой эффективный инструмент цифровой дидактики, что позволяет повысить вовлеченность учеников в освоение учебного материала.

Ganially это многофункциональная веб-платформа, обладающая комплексом инструментов для разработки интерактивного образовательного контента. Архитектура сервиса реализует принцип WYSIWYG (What You See Is What You Get), что обеспечивает доступность использования для педагогов без специальной ИТ-подготовки [4].

Ключевые технологические особенности заключаются в:

- модульной системе шаблонов, разбитым по классам исходя из дидактических целей (презентации, игры, инфографики, тесты и т.д.);
- библиотека мультимедийных ресурсов, включающая математические символы и формулы, графические элементы и анимационные эффекты;
- механизмы интерактивности (hotspots, drag-and-drop, ветвящиеся сценарии и встроенные формы обратной связи);

Платформа предоставляет возможность для создания различных типов учебных активностей. Разделим их, для удобства, на уровни:

- базовый уровень (интерактивные flesh-карты для запоминания формул, дидактические игры на арифметические операции и т.п.);
- продвинутый уровень (многоуровневые квесты по решению уравнений, кейсы с ответвлениями для лучшего анализа математических моделей и т.д.).

Платформа содержит оценочные инструменты (интерактивные контрольные работы с автоматическим подсчётом баллов, портфолио учебных достижений). Данный инструмент является кроссплатформенным,

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

что даёт возможность прохождения разработанного материала как на компьютере, так и на мобильных устройствах.

Таким образом, Ganially предоставляет комплексное решение для цифровой трансформации математического образования, сочетая технологическую простоту использования с богатым дидактическим потенциалом. Особенностью платформы является возможность поэтапного усложнения создаваемых материалов – от простых иллюстративных элементов до сложных интерактивных учебных модулей.

Отметим преимущества и ограничения Ganially, о которых необходимо знать начинающему учителю математики при разработке цифровых дидактических материалов.

Платформа Ganially имеет ряд преимуществ, отличающих её от аналогов:

- дидактическая гибкость (широкий ряд предлагаемых шаблонов обеспечивает возможность различных методических подходов), см. рис. 1;

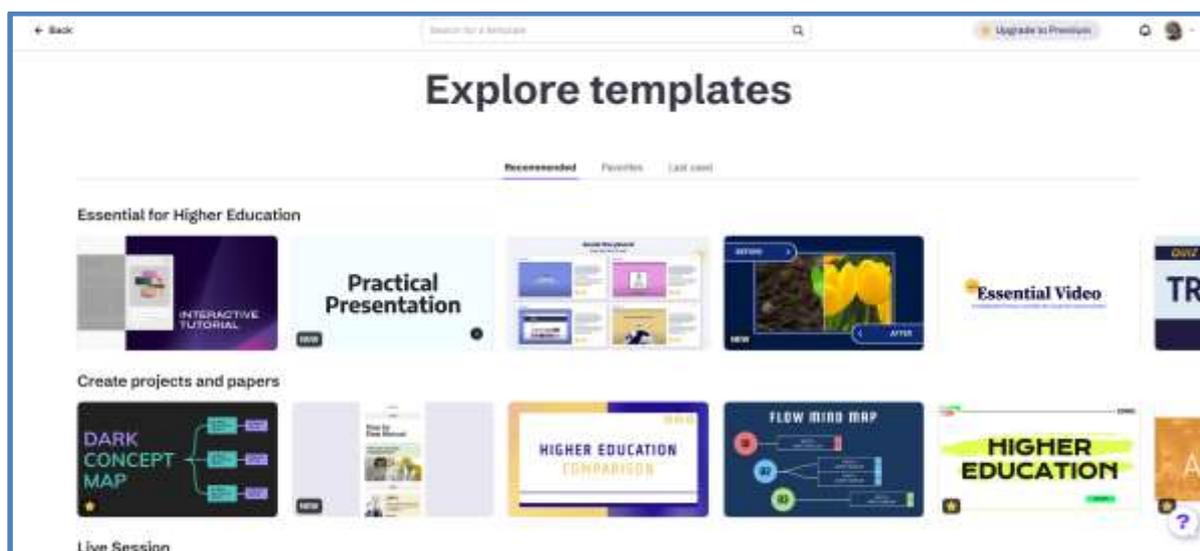


Рисунок 1 – Обзор шаблонов

- технологическая доступность (интуитивно понятный интерфейс с минимальным порогом вхождения, кроссплатформенность и открытый API для интеграции с внешними сервисами);
- методические преимущества (возможность реализации принципа адаптивности путём создания разветвлённых сценариев обучения, встроенные инструменты для формирования оценивания).

Однако, как и любая другая платформа, она подвержена и негативным характеристикам:

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

- технические ограничения (зависимость от интернет-соединения, отсутствие полноценного мобильного редактора, ограничение по оффлайн-работе);
- методические проблемы (отсутствие русскоязычной локализации интерфейса, а также значительные временные затраты на создание качественных интерактивных материалов).

Ganially представляет собой перспективный инструмент цифровой педагогики, обладающий значительным, хотя и не безграничным дидактическим потенциалом. Для того, чтобы его эффективно использовать, учителю при подготовке к уроку необходимо учитывать как преимущества, так и ограничения платформы. Поэтому, считаем, что для разработки цифровых дидактических материалов по математике данную платформу необходимо сочетать с другими сервисами.

Например, для разработки системы интерактивных игр по геометрии мы предлагаем наряду с Ganially использовать и такие онлайн-сервисы, как Core.ai, LearningApps.org, Online Test Pad [3]. Так, по теме «Треугольники» 7 класса нами создана цифровая дидактическая система обобщения и систематизации знаний обучающихся, включающая:

- инфографику, созданную на платформе Ganially, являющуюся визуализацией учебного материала, которая позволяет школьникам познакомиться с практическим приложением темы, увидеть и распознать геометрические фигуры в виде треугольников в быту, в архитектуре, технике и т.д.;
- ментальную карту по основным понятиям и теоремам темы (LearningApps.org), способствующую повторению учебного материала, поиску связей между треугольниками, их распознавание по сторонам и углам, сформированности умения различать характерные отрезки треугольника и т.д.;
- систему интерактивных заданий по теме, созданную на основе разветвлённых программ (Ganially), направленную на повторение основных алгоритмов решения геометрических задач по теме;
- систему геометрических игр по теме (Core.ai), состоящую из нескольких игр, которые вместе составляют комплексное закрепление изученного материала;
- тест по теме (Online Test Pad), проверяющий уровень её освоения.

Таким образом, интерактивные функции сервиса Ganially в сочетании с другими платформами, способствуют динамической визуализации абстрактных понятий, организации обратной связи и геймификации учебного процесса, открывают новые возможности для повышения эффективности математического образования. Особую ценность представляет способность платформы трансформировать традиционные

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

дидактические материалы в интерактивные образовательные ресурсы, что соответствует современным тенденциям цифровизации обучения.

Его грамотное применение в сочетании с другими педагогическими технологиями способно существенно обогатить учебный процесс, повысить мотивацию учащихся и обеспечить более глубокое усвоение сложных математических концепций. Дальнейшее развитие цифровых образовательных технологий, несомненно, расширит возможности использования подобных платформ в профессиональной педагогической практике.

Литература

1. Гербеков, Х.А. Использование информационных технологий в обучении математике / Х.А. Гербеков, Б.С. Кубекова, Н.М. Чанкаева // Вестник российского университета дружбы народов. Серия: информатизация образования. – 2016. – 78-83.

2. Кондрашова, Е.В. Геймификация в образовании: математические дисциплины / Е.В. Кондрашова. – Текст: электронный // Образовательные технологии и общество. – 2017. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/geymifikatsiya-v-obrazovanii-matematicheskie-distipliny> (дата обращения: 03.05.2025).

3. Скафа, Е.И. Создание коллекции цифровых игр по планиметрии как средство формирования мотивации обучающихся к изучению геометрии / Е.И. Скафа, А.А. Ганжа, В.С. Веселовская // Математика и математическое образование в эпоху цифровизации: материалы XIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 14–15 ноября 2024 г. / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2024. – С. 434–438.

4. Genially academy : training website on how to use Genially: website. – 2025. – URL: <https://academy.genially.com/en/> (дата обращения 03.05.3035). – Режим доступа: для не автор. пользователей. – Текст : электронный.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Некрасова Елизавета¹

5 курс, Факультет математики и информационных технологий,
e-mail: yelizaveta.nekrasova.03@mail.ru

Научный руководитель: Гончарова Ирина Владимировна²

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики
e-mail: i.goncharova.dongu@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

**К ВОПРОСУ О МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ
8 КЛАССОВ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ
ПЛАТФОРМ DIGIPAD И LEARNINGAPPS**

Современная образовательная парадигма делает акцент на персонализации обучения и повышении учебной мотивации школьников, что особенно актуально при изучении алгебры в 7–9 классах. Этот этап является ключевым для формирования математической грамотности, однако абстрактность содержания и традиционные методы обучения зачастую снижают интерес обучающихся к предмету. В условиях цифровизации образования особую значимость приобретают интерактивные инструменты, способные трансформировать процесс обучения, сделав его более занимательным и эффективным.

Система образования постепенно отходит от классических методов обучения, заменяя их интерактивными и комплексными подходами. Более того, проблема COVID-19 в 2020 году, а после – ситуация на территории Донецкой и Луганской Народных Республик, показала необходимость адаптации учителей и обучающихся к переменам. Никто не знает, что дальше ожидает нас в современном изменчивом мире и в каком формате предстоит работать уже завтра. Информационные технологии на данный момент являются наиболее универсальным форматом. Они призваны не вытеснить живое общение учителя и обучающегося, а скорее дополнить и разнообразить.

Изменения коснулись и приёмов формирования мотивации обучения математике. Актуальность этой проблемы обусловлена обновлением содержания образования, необходимостью формирования у обучающихся навыков самостоятельного приобретения знаний, познавательного интереса и активной жизненной позиции. Достижение этих целей невозможно без устойчивого интереса обучающихся к предмету [1].

Как отмечает Е.И. Скафа, компьютеры с качественным программным обеспечением могут быть с успехом использованы в учебном процессе по

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

математике [3]. Современные информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) предлагают мощный арсенал инструментов, способных превратить изучение алгебры в увлекательное и эффективное путешествие. Визуализация сложных концепций, индивидуальный подход, практика в интерактивной форме, доступ к огромному объёму информации, совместное обучение и общение – и это только малая часть преимуществ ИКТ.

Помимо облегчения восприятия посредством наглядности и интерактивности, использование ИКТ – это работа на будущее обучающегося. В процессе работы с различными компьютерными программами обучающийся повышает свою информационную грамотность, необходимую современному человеку.

Современные исследования показывают, что усилению прикладной направленности в процессе обучения может способствовать внедрение компьютерных технологий в учебный процесс [2]. Вместо монотонного решения однотипных задач, ИКТ предлагают интерактивные упражнения, тесты и игры. Это делает процесс обучения более увлекательным и мотивирующим. Мгновенная обратная связь помогает сразу выявлять и исправлять ошибки, а также отслеживать свой прогресс.

Такие цифровые платформы, как *Digipad* и *LearningApps*, предоставляют широкие возможности для развития учебной мотивации за счет интерактивности, геймификации и коллаборации. Их применение на уроках алгебры позволяет преодолеть пассивность обучающихся через вовлечение в активную деятельность, визуализировать сложные математические концепции, организовать оперативную обратную связь.

Ярким примером успешной реализации информационных технологий в сфере образования является *LearningApps* – бесплатный онлайн-сервис, где можно создавать собственные задания, редактировать уже опубликованные и выполнять чужие. Он будет полезен для учителей и обучающихся с целью проведения занятий в интерактивном режиме. Огромными преимуществами данного сервиса является наличие русскоязычного интерфейса, значительная простота, наличие огромной библиотеки уже готовых материалов. Нами было создано несколько интерактивных упражнений на данной платформе, с одним из примеров можно ознакомиться на рис. 1.

Продолжая анализ цифровых образовательных ресурсов, стоит особо отметить потенциал онлайн-досок. Они представляют собой современный цифровой инструмент, позволяющий систематизировать и визуализировать учебные материалы. Их функциональные возможности особенно полезны при организации учебного процесса – от подготовки отдельных уроков до структурирования целых тематических блоков. В качестве практического примера реализации данной технологии мы организовали учебные материалы по теме «Числа и вычисления. Квадратные корни» для

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

обучающихся 8 класса с использованием сервиса Digipad (рис. 2). Данный инструмент позволил систематизировать весь подобранный материал (исторические факты, исторические и занимательные сведения) для мотивации изучения темы.



Рисунок 1 – Интерактивное упражнение «Найти пару» в сервисе LearningApps

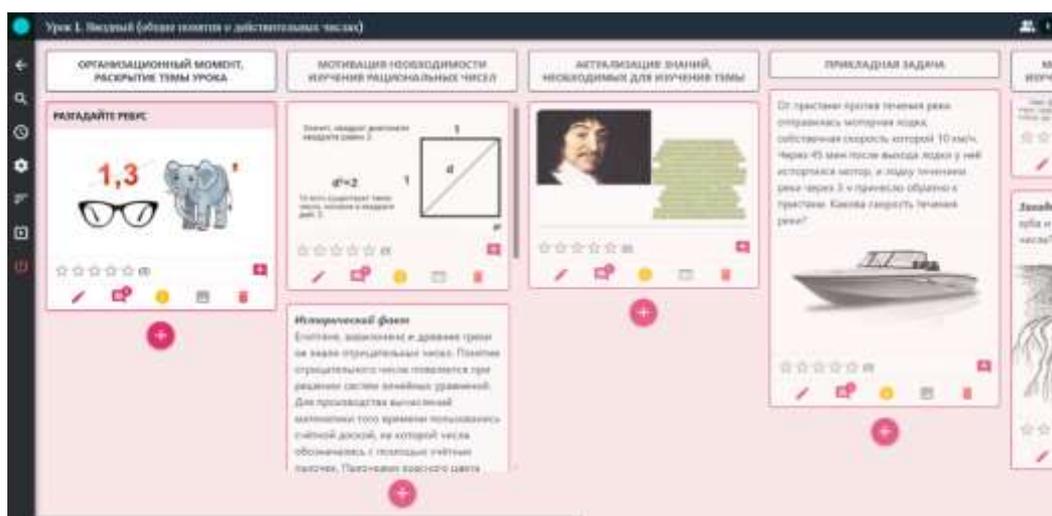


Рисунок 2 – Использование сервиса Digipad для мотивации обучения темы «Числа и вычисления. Квадратные корни»

Нами были использованы основные преимущества онлайн-доски: интерактивное представление информации, доступ к материалам в любое время, наглядность подачи учебного контента. Такой подход демонстрирует эффективность интеграции цифровых технологий в современный образовательный процесс.

В интерактивной среде Digipad систематизированы учебные материалы, разработанные для повышения мотивации обучающихся 8 класса при изучении темы «Числа и вычисления. Квадратные корни».

Специально подготовленная тематическая подборка содержит:

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

- 1) исторический контекст (увлекательные факты о развитии понятия квадратного корня, примеры использования в древних цивилизациях);
- 2) прикладные задачи (реальные ситуации, демонстрирующие важность темы);
- 3) занимательные элементы (математические головоломки и ребусы, интерактивные задания с элементами геймификации).

Данная система позволяет наглядно структурировать все типы материалов на одной цифровой площадке, обеспечить легкий доступ к разным видам контента, создать целостную мотивирующую среду для изучения темы.

Использование Digipad для такой организации учебных материалов превращает стандартное изучение квадратных корней в увлекательный исследовательский процесс, сочетающий теоретические знания с практической значимостью и историческими параллелями.

Для усиления мотивации и повышения эффективности обучения при изучении темы нами предлагается сочетание двух цифровых платформ: Digipad и LearningApps. Совместное их использование превращает изучение квадратных корней в динамичный процесс. Учитель структурирует контент на интерактивной доске, а ученики закрепляют знания через интерактивные задания, что усиливает мотивацию и понимание темы. Этот подход делает обучение не только наглядным, но и адаптивным под разные стили восприятия информации.

Таким образом, использование цифровых платформ Digipad и LearningApps, на уроках алгебры в 8 классе способствует повышению мотивации учащихся. Эти инструменты не только делают обучение более интерактивным и наглядным, но и активизируют познавательный интерес школьников. Внедрение современных технологий в образовательный процесс подтверждает их эффективность как средства вовлечения обучающихся в изучение математики, что в конечном итоге способствует более глубокому усвоению материала.

Литература

1. Гончарова, И.В. Формирование приёмов учебной мотивации к дистанционному обучению математике с помощью электронного интерактивного урока / И.В. Гончарова, Л.И. Черская // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – Вып. 55. – С. 90-100.
2. Дерипаско, А.А. Роль и место прикладных задач в процессе обучения математике / А.А. Дерипаско // Молодой ученый. – 2019. – № 31 (269). – С. 130-131.
3. Скафа, Е.И. Перспективные технологии эвристического обучения математике / Е.И. Скафа // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2005. – Вып. 24. – С. 137-140.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Петухов Данил¹

3 курс, Институт физико-математического образования
e-mail: petuhovdani1415@gmail.com

Руководитель: Панишева Ольга Васильевна²

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики и
методики преподавания математики

e-mail: panisheva-ov@mail.ru

**^{1,2}ФГБОУ ВО «Луганский государственный
педагогический университет»,
г. Луганск, Россия**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ УЧАЩИХСЯ И СПОСОБЫ ИХ
ПРЕДОТВРАЩЕНИЯ СРЕДСТВАМИ IT ТЕХНОЛОГИЙ**

Проблема формирования у учащихся вычислительных умений и навыков всегда привлекала особое внимание психологов, дидактов, методистов, учителей. В методике математики известны исследования М.А. Бантовой, Е.С. Дубинчук, Н.Б. Истоминой, С.С. Минаевой, М.И. Моро, Н.Л. Стефановой, А.А. Столяра, Я.Ф. Чекмарева и др., в которых в том числе затрагиваются и вопросы профилактики математических ошибок школьников.

Математические ошибки представляют собой отклонения от правильного результата или процесса при решении математических задач. Эти ошибки могут быть вызваны различными факторами, включая недостаточное понимание концепций, невнимательность или неправильное применение правил. Анализ ошибок помогает выявить их природу и предложить пути их исправления, что является важным аспектом педагогической работы.

Концептуальные ошибки возникают из-за недостаточного понимания основных математических понятий. Например, учащиеся могут неправильно интерпретировать правило сложения обыкновенных дробей, считая, что числитель и знаменатель можно складывать отдельно. Такие ошибки чаще встречаются у младших школьников, так как их абстрактное мышление ещё развивается. Причины концептуальных ошибок включают в себя недостаточное объяснение материала, использование некорректных примеров и отсутствие практики. Для их предотвращения важно использовать методы, способствующие глубокому усвоению материала.

Вычислительные ошибки часто связаны с невнимательностью или недостаточной автоматизацией вычислительных навыков. Примером является неправильное сложение или умножение чисел. Для предотвращения вычислительных ошибок важно развивать у учащихся

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

навыки проверки своих решений, а также использовать современные технологии, такие как калькуляторы и обучающие программы, которые могут снизить частоту подобных ошибок.

Логические ошибки возникают при нарушении последовательности рассуждений или неверной интерпретации условий задачи. Например, учащиеся могут делать выводы, не основанные на приведённых данных, что указывает на недостаток навыков анализа.

Ошибки также можно классифицировать на случайные и систематические, то есть устойчивые. Случайные ошибки возникают из-за недостатка знаний или невнимательности учащихся [1]. Важно учитывать не только логику рассуждений, но и уровень подготовки учащихся для выявления и устранения причин ошибок.

Различные типы ошибок часто взаимосвязаны. Например, концептуальная ошибка, связанная с неверным пониманием операции с дробями, может привести к вычислительной ошибке при выполнении арифметических действий. Понимание этой взаимосвязи помогает находить корень проблемы и эффективно её устранять.

Для успешного исправления математических ошибок учащихся требуется структурированный подход, который включает как анализ причин возникновения ошибок, так и работу по коррекции и предотвращению их повторного появления. Первоначально, важно различать ситуативные и системные ошибки. Ситуативные ошибки могут быть вызваны непродуманными действиями, в то время как системные ошибки свидетельствуют о более серьёзных пробелах в знаниях [2]. Эффективная коррекция математических ошибок может начаться с тщательного анализа контрольных работ и устных ответов учащихся, что позволит выявить типичные ошибки и определить их причины.

Организация индивидуальной и групповой работы с ошибками может значительно повысить уровень математической подготовки. Групповая работа способствует повышению учебного сотрудничества и развитию коммуникативных навыков [3]. Применение методов теоретического анализа и эмпирического эксперимента также может повысить интерес учащихся к математике и улучшить их навыки [4]. Наличие учебных ситуаций, где исправление ошибок подразумевает активное участие учащихся, позволяет создать более инклюзивную и поддерживающую учебную среду.

Хорошая практика в этом процессе – использование методов активного обучения, а также работа с примерами и контрпримерами, чтобы проиллюстрировать математические принципы и предотвратить повторное возникновение ошибок. Эти методы позволяют учащимся лучше выявлять и понимать ошибки, что снижает вероятность их повторения в будущем [5]. Также важным аспектом является развитие критического мышления

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

школьников через анализ и исправление ошибок, что благоприятно влияет на их общие навыки решения задач.

Регулярный анализ результатов учебной деятельности выявляет и систематизирует ошибки, что позволяет учителям разрабатывать эффективные стратегии коррекции [5]. Применение накопленного опыта работы с ошибками на различных этапах обучения, анализ методов и подходов к их исправлению может значительно повысить эффективность учебного процесса. Важно также использовать исследования, направленные на оценку причин ошибок, чтобы информировать дальнейшие шаги в коррекции и улучшении методов обучения. Таким образом, требуется комплексный подход, включающий стратегическую организацию работы и прозрачные методические рекомендации для учителей.

Большим помощником учителя в деле предотвращения и коррекции ошибок являются современные технологии. С их помощью могут проводиться отработка навыков решения тех или иных упражнений, усвоение математических определений, визуализация математических структур, способствующая лучшему пониманию материала

Визуализация данных об ошибках, возникающих у учащихся в процессе обучения математике, играет важную роль в педагогической практике. Применение различных инструментов визуализации позволяет более эффективно анализировать и интерпретировать ошибки, выявленные в ходе обучения. Актуальные исследования подчеркивают, что использование графических представлений повышает уровень понимания и удобства восприятия информации. Это также способствует развитию критического мышления и помогает решить различные педагогические задачи [6].

Онлайн-сервисы и мобильные приложения для визуализации данных становятся неотъемлемой частью образовательного процесса. Они позволяют оперативно обрабатывать информацию и представлять ее в виде диаграмм, графиков и инфографики. Данные визуальные элементы значительно упрощают анализ математических ошибок и помогают учащимся выявлять собственные недочеты и области, требующие дополнительного внимания [7]. Опишем использование некоторых из них.

Math Playground – это образовательная онлайн-платформа, предназначенная для обучения математике через интерактивные игры и задания. На этой платформе можно найти множество игр, позволяющих оттачивать математические навыки, что уменьшит количество концептуальных и вычислительных ошибок в будущем.

Так игра Fraction Battles помогает детям освоить дроби в формате веселого соревнования. Игроки решают задачи на сравнение, сложение и упрощение дробей, стараясь быстрее соперника дать правильный ответ. Игра предлагает разные режимы: можно сражаться с компьютером или

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

друзьями, отвечая на вопросы типа «Какая дробь больше: $\frac{3}{4}$ или $\frac{5}{8}$?» или выполняя задание типа «сократите дробь $\frac{12}{16}$ ». За верные ответы начисляются очки, а побеждает тот, кто первым достигнет заданного результата.

Яркая графика, динамичный геймплей и система подсказок делают изучение дробей интерактивным и понятным. Игра особенно полезна для учеников 4–6 классов, превращая сложную тему в захватывающее испытание.

Другая игра Geometry Escape Room тренирует не только алгебраические, арифметические и геометрические навыки, но и логику обучающихся. Игра в виде увлекательной математической головоломки в жанре квеста, где игрокам нужно решать геометрические задачи, чтобы найти выход из виртуальной комнаты. Игра превращает изучение геометрии в захватывающее приключение, сочетая логические задачи с элементами детектива.

Игрок оказывается в закрытой комнате, наполненной скрытыми подсказками, загадочными символами и геометрическими фигурами. Чтобы продвинуться дальше, нужно решать задачи на вычисление площадей и углов, распознавание свойств фигур, построение симметричных отражений и другие геометрические концепции. Например, может потребоваться вычислить периметр окна, чтобы открыть сейф, или определить тип треугольника по заданным параметрам, чтобы активировать механизм двери.

Еще один сервис – Kahoot. В нем педагог может создавать тесты по изучаемой теме и давать ссылку на их прохождение ученикам. Учащиеся сразу видят свои ошибки, так как на сервисе автоматически отмечается правильный ответ был дан или нет. Это тренирует навыки самоконтроля школьника.

Таких сервисов, которые существуют даже в качестве мобильных приложений, становится все больше. Педагогам требуется лишь рассказать школьникам о их существовании, и ученики с интересом будут играть в математические игры, что значительно повысит их вычислительные навыки, потренирует логику, увеличит глубину запоминания, что приведет к логичному уменьшению допускаемых ими ошибок.

Итак, современные ИТ-технологии становятся все более мощным помощником учителя в деле коррекции знаний и умений школьников, выполняя роль тренажеров. Однако, они не заменяют классических традиционных способов работы над ошибками, проводимых учителем

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Литература

1. Далингер, В.А. Типичные ошибки учащихся по математике и их причины / В.А. Далингер // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 12. – С. 94-95.
2. Скафа, Е.И. Коррекция учебных достижений обучающихся: работа над ошибками в 5–6 классах / Е.И. Скафа, Ю.В. Абраменкова, В.А. Чебаненко // Дидактика математики: проблемы и исследования: международный сборник научных работ. – 2021. – № 53. – С. 76–86. – DOI: 10.24412/2079-9152-2021-53-76-86.
3. Кисельников, И.В. Предупреждение и коррекция погрешностей в предметных результатах единого государственного экзамена по математике // Крымский научный вестник. – 2015. – №5-2. – С. 47-52.
4. Шереметьева, О.В. Ошибка ученика как учебная ситуация на уроке математики в начальной школе / О.В. Шереметьева, М.Ю. Васильева // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. – 2023. – №2. – С. 110-117. – DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-2-110-117.
5. Энгл, Роберт Ф. Коинтеграция и коррекция ошибок: представление, оценивание и тестирование / Роберт Ф. Энгл, К. У. Дж. Грэнджер // Прикладная эконометрика. 2015. №3 (39). – С. 107-135.
6. Шамаева, А.А. Визуализация данных в образовании с помощью российских VI-платформ / А.А. Шамаева, В.А. Павлов // Вестник науки. – 2024. – №12 (81). – Т. 5, ч. 2. – С. 359-363.
7. Лобашёв И.В. Визуализация информации в образовательном процессе / И.В. Лобашёв, В.Д. Лобашёв // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. – 2021. – №4. – С. 299-304. – DOI: 10.34216/2073-1426-2021-27-4-299-304.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Подлужная Дарина¹

4 курс, Факультет математики и информационных технологий

e-mail: drnplznn@yandex.ru

Руководитель: Гребенкина Александра Сергеевна²

доктор педагогических наук, доцент,
профессор кафедры высшей математики
и методики преподавания математики

e-mail: a.s.grebenkina@mail.ru

^{1,2} ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

**РАЗРАБОТКА ИНТЕРАКТИВНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ
ШКОЛЬНИКАМИ ДЕЙСТВИЙ С ДРОБЯМИ**

Одним из ключевых факторов в развитии образования является его цифровизация, предполагающая применение педагогами и учащимися инструментальных средств различных цифровых платформ, мобильных и интернет-технологий. Цифровизация может быть определена как один из основных подходов к использованию цифровых ресурсов в образовании. Важным направлением цифровизации процесса обучения математике является разработка и внедрение инновационных компьютерно-ориентированных средств обучения [3]. В обучении математике могут быть эффективно применены такие средства обучения как электронные учебники, сервисы компьютерной математики, цифровые инструменты, позволяющие выполнить математическое моделирование, интерактивные курсы и пр. [2]. К наиболее распространенным цифровым сервисам, позволяющим проектировать различные виды учебной деятельности, относятся платформы Eduardo, Kahoot!, Quizlet, LearningApps, Google Classroom и др.

Цель данной статьи – представить авторскую коллекцию, созданную на платформе LearningApps.org, для обучения школьников действиям с обыкновенными дробями.

С целью повышения эффективности процесса обучения математики в 6-м классе основной школы нами на платформе LearningApps.org [1] была разработана коллекция «Дроби. 6 класс». Коллекция включает в себя задания на формирование основных понятий темы и развитие у школьников умений выполнять действия с дробями. Все задания авторской коллекции являются интерактивными, что позволяет учащимся активно участвовать в процессе обучения.

Рассмотрим подробнее задания, включенные в нашу коллекцию. Часть заданий состоит из серии предложений, в которых пропущены ключевые термины и понятия, связанные с дробями (рис. 1). Учащимся

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

предлагается прочитать каждое предложение и выбрать правильное слово или фразу из предложенного списка для заполнения пропусков. Такие задания направлены на формирование у школьников понятийного аппарата по теме «Дроби». Содержание задания отражает основные понятия темы дробей, такие как определение дроби, составляющие дроби (числитель и знаменатель), операции с дробями (сложение, вычитание, умножение и деление), приведение дробей к общему знаменателю.

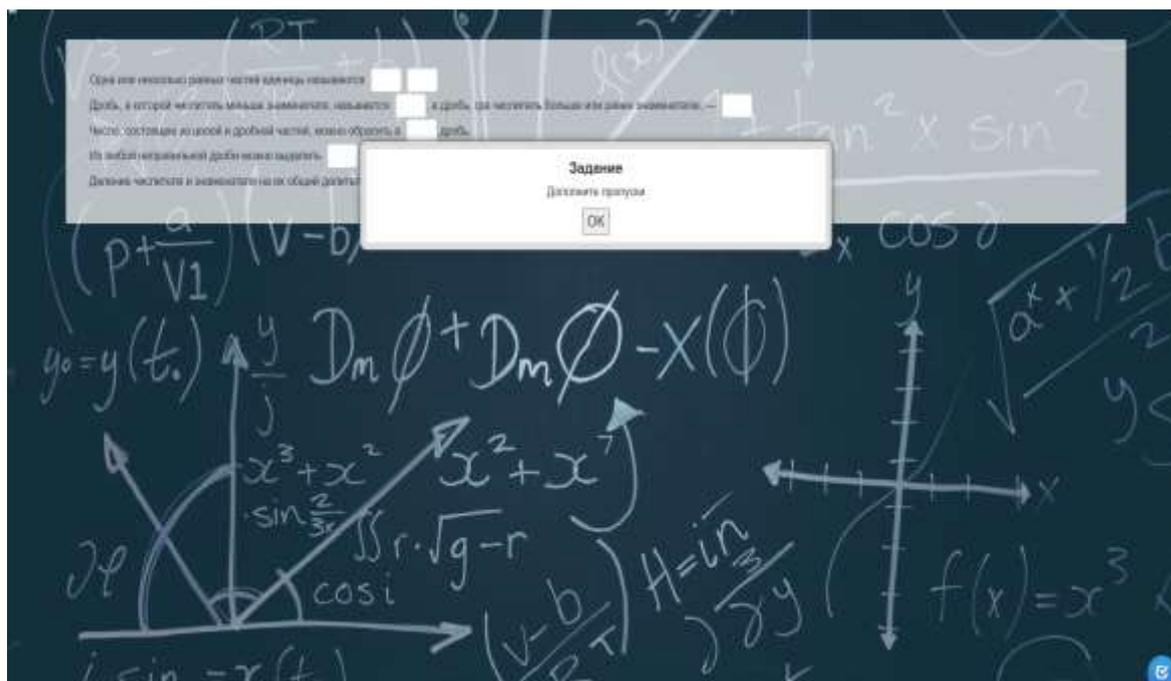


Рисунок 1 – Интерфейс задания 1

Указанное задание способствует активному вовлечению учащихся в учебный процесс. Благодаря интерактивности задания, в ходе его выполнения учащиеся несколько раз меняют вид учебной деятельности. Во-первых, анализ информации. Учащиеся должны проанализировать каждое предложение и выбрать подходящее слово, что требует понимания материала. Во-вторых, заполнение пропусков помогает связать различные аспекты темы дробей и формирует целостное восприятие материала (синтез знаний). В-третьих, после выполнения задания, учащиеся могут проверить свои ответы и оценить уровень своего понимания темы (осуществление рефлексии).

Задания из нашей коллекции направлены на достижение следующих учебных целей:

1. Углубление понимания темы дробей: успешно выполнив задания, учащиеся смогут более уверенно оперировать с понятиями, связанными с дробями.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

2. Формирование умений работы с текстом и математической грамотности учащихся: заполнение пропусков способствует развитию умений чтения и анализа математического текста, что является важной частью учебного процесса.

3. Подготовка к более сложным задачам. Убедившись в своем понимании основ дробей, учащиеся будут готовы к решению более сложных задач, связанных с этой темой.

Второй тип заданий, включенных в разработанную коллекцию «Дроби. 6 класс», посвящен развитию умений выполнять действия с дробями, а именно сложение и вычитание дробей. Каждое задание состоит из нескольких интерактивных упражнений, в которых учащимся предлагается решить задачи на сложение и вычитание дробей. Каждое упражнение включает в себя несколько примеров, где учащиеся должны правильно выполнить предложенные действия (рис. 2).

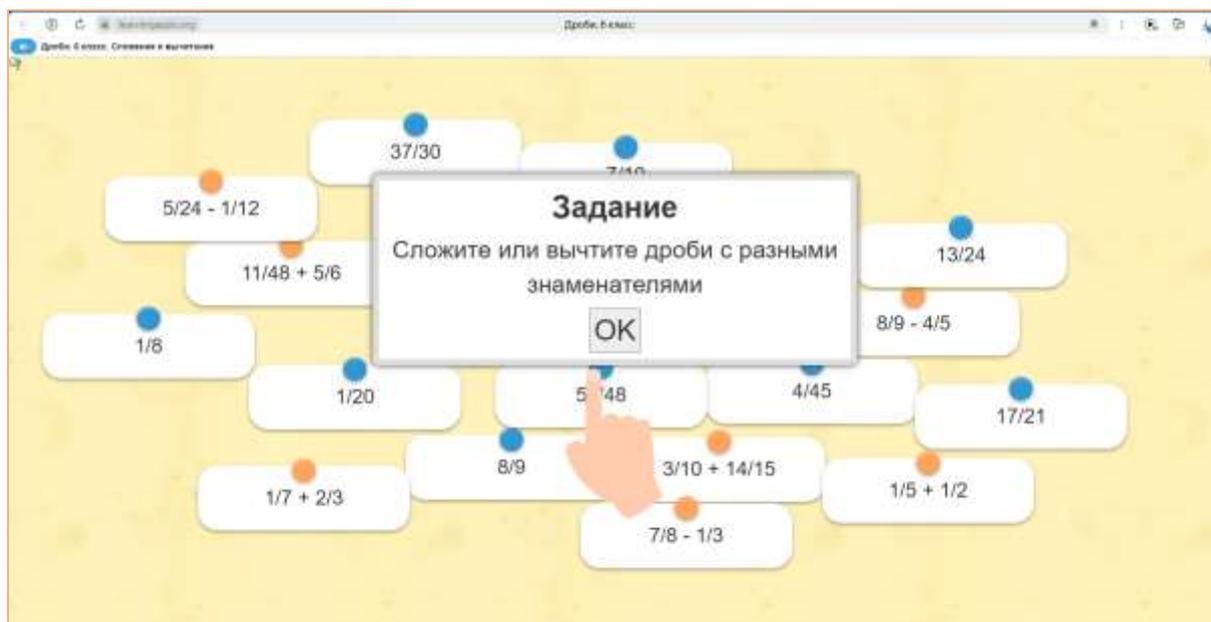


Рисунок 2 – Интерфейс задания 2

Содержание задания охватывает ключевые аспекты сложения и вычитания дробей, включая: приведение дробей к общему знаменателю; правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми и разными знаменателями; упрощение дробей после выполнения операций.

Каждое упражнение тщательно разработано для того, чтобы проверить понимание учащимися различных методов и правил, связанных со сложением и вычитанием дробей.

Содержание задания направлено на формирование у школьников умений выполнять такие действия с дробями: приведение дробей к общему

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

знаменателю; усвоение правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями; усвоение правила сложения и вычитания дробей с различными знаменателями; упрощение дробей после выполнения операций.

Задание на сложение и вычитание дробей направлено на достижение следующих учебных целей:

1. Развитие навыков выполнения операций с дробями. Учащиеся научатся правильно выполнять сложение и вычитание дробей.

2. Формирование понятия «общий знаменатель» и развитие умения приводить дроби к общему знаменателю.

Содержание первого типа заданий, включенных в нашу коллекцию, способствует закреплению теоретических знаний о дробях, развивает навыки анализа и синтеза информации. Выполняя задания, школьники учатся правильно использовать ключевые термины и понятия, что формирует прочную понятийную базу для дальнейшего изучения темы.

Второй тип заданий – «Сложение и вычитание дробей» – позволяет учащимся практиковать операции сложения и вычитания дробей, действие приведения дробей к общему знаменателю и упрощения дроби, а также развивает логическое мышление и способности к практическому применению теоретических знаний.

Таким образом, благодаря встроенным инструментами LearningApps, были разработаны задания, содержащие интерактивные упражнения на действия с дробями. После выполнения серии упражнений в приложении LearningApps, ученики должны: уверенно выполнять операции сложения, вычитания и умножения дробей, понимать и применять правила преобразования дробей, уметь проверять свои результаты и исправлять ошибки.

Литература

1. Бабенко, А.С. Из опыта применения интернет-сервиса LearningApps.org на уроках математики / А.С. Бабенко, Е.Д. Винокурова, М.С. Пшеничников // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественнонаучных дисциплин: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции (23-24 апреля 2021 г.). – Кострома: КГУ, 2021. – С. 119-124.

2. Гребенкина, А.С. Применение платформы Eduardo в обучении математике в высшей школе // Эвристическое обучение математике: сборник трудов VII Международной научно-методической конференции (19-21 декабря 2024 г.). – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2024. – С. 192-197.

3. Егорова, Е.М. К вопросу о цифровизации в обучении математических дисциплин / Е.М. Егорова // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2020. – Т. 9. – № 4 (33). – С. 121-124.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Савченко Ольга¹

1 курс магистратуры,

Институт физико-математического образования

e-mail: olenka_savchenko_2020@mail.ru

Руководитель: Кривко Яна Петровна²

заведующий кафедрой высшей математики

и методики преподавания математики

e-mail: yakrivko@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Луганский государственный

педагогический университет»,

г. Луганск, Россия

**ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

В наше время информационные технологии становятся все более важным компонентом образовательного процесса. Они не только изменяют способы обучения, но и преобразуют способы, которыми ученики взаимодействуют с материалом. В настоящее время и система образования, и технический план любого учебного заведения сделали множество шагов вперед, из-за чего потеряли свою исключительную актуальность традиционные столпы классической педагогики индустриального общества, на которые всё ещё опирается большое количество людей. Например «стабильная структура учебных дисциплин и форм организации учебного процесса с акцентом на аудиторские занятия; опора на книгу как на основное средство обучения и др.» [2].

Доказательством этому утверждению может служить «большое количество очных и дистанционных конференций, семинаров и школ, посвящённых применению информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) в образовании. Такой интерес подтверждает востребованность направления в научно – педагогической мысли о необходимости обмена опытом и идеями по данной проблеме» [1].

В области преподавания математики информационные технологии играют особенно важную роль, позволяя учащимся лучше и нагляднее познакомиться со сложными математическими вещами, учителям – понятнее объяснять материал, родителям - быть в курсе успехов их детей и их взаимоотношений в школе.

Для учеников и педагогов полезным будет тот факт, что они могут смотреть анимации или самостоятельно под запрос создавать необходимый материал в реальном времени, чтобы показать, как работают графики или трёхмерные формы. Сейчас, когда дети воспринимают информацию короткими «клипами», с трудом

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

справляются с необходимостью длительной фокусировки внимания на чём-то одном, а также выработали паттерн взаимодействия с интерактивными элементами на экранах компьютеров и смартфонов, крайне важно закладывать в их головы необходимую основополагающую информацию наиболее комфортным, привычным для них способом. Более того, преподаватели могут обновлять свои знания в режиме онлайн и обсуждать важные вопросы как с коллегами, так и с детьми, к примеру через сервис «Сферум» или официальный сайт ФГБНУ «ФИПИ».

Для родителей же актуальным будет портал «Электронный дневник», который позволяет вовремя принимать важные решения касательно успеваемости ребёнка и его поведения на уроках.

В чём преимущества использования информационных технологий в преподавании математики в школах? Во-первых, это упрощение работы для самого преподавателя. Множество онлайн сервисов и программ, которые позволяют вывести объяснение и презентацию новой, сложной, многоплановой информации в рамках школьной программ на новый уровень, как правило, просты в использовании. Поэтому каждый школьник в классе имеет больше шансов понять и запомнить проведённый урок за счёт наглядности, привычности восприятия и интереса из-за интерактивной составляющей.

Во-вторых, детям становится интереснее присутствовать на уроках, они чувствуют себя частью создания информации, частью путешествия в интереснейший мир наук, из-за чего стремление лучше понять материал, а иногда даже узнать сверх программы, является важным параметром успеха преподавания.

В-третьих, ещё одним преимуществом является доступ к интерактивным, постоянно обновляющимся учебным ресурсам. Онлайн-курсы, приложения и веб-сайты предоставляют ученикам возможность изучать материал в своём собственном темпе и в более удобном формате, используя разнообразные методы обучения, такие как видеуроки, тесты и игры. Более того, когда по различным причинам ученик не смог присутствовать на важном занятии, ему не придётся самостоятельно продирается через все тернии наук, а дистанционно погружаться в проходимый в школе материал.

В-четвёртых, информационные технологии позволяют индивидуализировать обучение, учитывая потребности каждого школьника. Адаптивные программы могут автоматически анализировать успеваемость каждого ученика в классе и предлагать персонализированные материалы и задания для дальнейшего изучения, а также с лёгкостью воспроизводить необходимый материал с прошлых уроков, если что-то забылось.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Какие основные виды информационных технологий в преподавании математики можно выделить? Существует множество различных видов информационных технологий, которые можно использовать в преподавании математики. Например, интерактивные доски, проекторы, персональные компьютеры позволяют преподавателям демонстрировать математические концепции в реальном времени и взаимодействовать с учениками. Дети же могут также пользоваться приложениями и программами для воспроизведения более быстрых вычислений или нахождения необходимых формул, концентрируясь на смысле, каркасе проходимой темы, не отвлекаясь на расчёты и другие привычные нынешней модели образования нюансы, оставив тренировку мозгов либо на конец урока, когда будет усвоен материал, либо на отработку дома. Также необходимо отметить всевозможные онлайн-курсы и образовательные платформы, которые предоставляют детям доступ к широкому спектру материалов и ресурсов, а также возможность общения с преподавателями и другими учениками в случае затруднений или повышенного интереса к теме.

Такие рассуждения не лишены опытных обоснований. Примеров успешного применения информационных технологий в преподавании математики в последние годы становится всё больше. Особенно остро это почувствовалось во время пандемии, когда необходимо было продолжать обучение несмотря на изоляцию и приостановление посещения школ и университетов. Таким образом, я лично участвовала в интернет-коммуникации с каждым из своих классов, предоставляя детям как возможность дистанционно присутствовать на каждом уроке, в режиме онлайн проходить тесты на проверку усвоения материала и задавать уточняющие вопросы, обсуждаемые как лично, так и через дискуссию среди всех учащихся в классе.

К сожалению, каждый новый шаг в науке, в преподавании, в обучении связан со сложностями и вызовами. Сейчас большинство школ в крупных городах РФ достаточно оборудованы и оснащены техникой и необходимыми программами, но чтобы предоставить комфортный доступ к новшествам технического плана для каждого учащегося и преподавателя – требуется в перспективе огромное количество денег и времени. В более маленьких региональных населённых пунктах намного больше сложностей с оснащением школ и интеграцией новых технологий в учебные программы. И это всего лишь верхушка айсберга, так как для работы с информационными технологиями и мне в том числе необходимо постоянно обучаться и улучшать свои навыки работы с техникой и профильными программами в нерабочее время, из чего вытекает новая проблема на пути к цифровизации и технологизации обучения – нехватка квалифицированных кадров.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

В заключение следует отметить, что информационные технологии делают изучение математики проще и интереснее, они играют все более важную роль в преподавании математики, предоставляя ученикам новые возможности для изучения и понимания сложных математических концепций, теорий, закономерностей. Однако для полной реализации их потенциала необходимо продолжать работать над улучшением доступности и качества образовательных технологий, а также развивать квалификацию педагогических кадров.

Литература

1. Андреев А.А. Педагогика в информационном обществе, или электронная педагогика / А.А. Андреев // Высшее образование в России. – 2011. – №11. – С. 113-117.
2. Новиков, А.М. Постиндустриальное образование / А.М. Новиков. – Москва : Изд-во Эгвес, 2008. – 136 с.

Сергеева Анастасия¹

5 курс, Факультет математики и информационных технологий
e-mail: nastia.sergeeva03@gmail.com

Руководитель: Евсеева Елена Геннадиевна²

доктор педагогических наук, профессор,
профессор кафедры высшей математики
и методики преподавания математики
e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru

^{1,2} ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

ПРИМЕНЕНИЕ АКТИВНЫХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ КУРСУ «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» В ОСНОВНОЙ И СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДСТВ ИКТ

Современные информационные технологии предоставляют возможность получения знаний и доступа к разнообразной информации на равных или даже более эффективных условиях по сравнению с традиционными методами обучения. Интеграция изображений, звука, видео и текста формирует инновационную учебную среду, которая активно вовлекает студентов в образовательный процесс и позволяет контролировать его динамику. Цифровизация открывает новые горизонты для организации обратной связи, поддержания диалога и постоянной помощи, что делает обучение более доступным и увлекательным [5].

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Также следует отметить, что непосредственное применение информационных технологий в обучении позволяют лучше и прочнее осознать и усвоить пройденный материал за счет того, что ИКТ-технологии позволяют наглядно представить материал урока. В тоже время именно визуальный способ представления информации как раз и способствует лучшему пониманию материала [5].

Помимо полезности и огромных возможностей применения ИКТ-технологий на уроках, в последнее время, также часто используются активные методы обучения.

Активные методы обучения – способы и приемы педагогического воздействия, пробуждающие в студентах поисковую мыслительную активность, креативность, способствующие формированию компетенций на уровне «знать», «уметь» и «владеть» [2].

Если говорить о классификации активных методов обучения, то эти методы включают в себя имитационные и неимитационные, которые в свою очередь также делятся на множество других [4].

Ввиду приобретения большой значимости в современном мире такой области как теория вероятности и статистики все чаще поднимается вопрос о том, как лучше и качественнее преподать материал, чтобы обучающиеся могли в достаточной степени им владеть и использовать в дальнейшей жизни [4]. Поэтому включение в методику обучения данному курсу в школе активных методов обучения с использованием средств ИКТ открывает возможность для учащихся стать активными участниками учебного процесса и развивать их критическое мышление, способствуя тем самым более глубокому пониманию и лучшему усвоению ими материала.

В обучении курсу «Вероятность и статистика» в школе рационально использовать как активные методы обучения, так и использовать ИКТ-технологии во время урока, ведь они позволяют сделать учащихся активными участниками учебного процесса, увеличить их вовлеченность в процесс обучения и развить их мышление.

ИКТ-технологии предоставляют возможность расширить знания обучающихся путем их вовлечения в процесс обучения. Активные методы, например такие, как игровые, будет полезно и удобно совместить с информационными технологиями и реализовать игровую форму обучения курсу «Вероятность и статистика» более интересно. Так, например, можно использовать такой интерактивный сервис, как квест комнаты при проведении актуализации пройденных знаний перед изучением новой темы. Или же для мотивации к изучению урока, ребятам будет интересно посмотреть презентацию, созданную в онлайн-сервисах, поскольку яркое и красочное представление информации всегда увлекает обучающихся в урок и настраивает их на работу. Полезным является и использование онлайн платформ для реализации этапов урока, например первичного

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

усвоения знаний: провести среди обучающихся тест или викторину, используя онлайн-платформу для того, чтобы ребята показали степень усвоения своих знаний [1].

Вообще говоря, использование информационных технологий на уроках «Вероятности и статистики» можно применить в таких направлениях, как:

- 1) изложение нового материала (визуализация знаний);
- 2) проведение лабораторных работ;
- 3) закрепление изложенного материала (решение задач по образцу, выполнение домашних заданий);
- 4) система контроля и проверки (тестирование с оцениванием), самостоятельная работа [1].

Для курса «Вероятность и статистика» использование активных методов обучения в сочетании с ИКТ-технологиями открывает возможности для лучшего восприятия обучающимися усвояемого материала, а также позволяет учащимся активизировать свое мышление, развивают в учащихся самостоятельное освоение и применение знаний, повышают вовлеченность учащихся в процесс обучения за счет наглядности и дискуссий между друг другом, учителем и учащимися, расширяют возможности самостоятельной творческой работы учащихся, предоставляя работу на их усмотрение и открывая широкие возможности в реализации их идей с помощью ИКТ.

Рассмотрим применение активных методов обучения курсу «Вероятность и статистика» с использованием ИКТ средств.

1. Проблемный метод обучения выступает как один из эффективных методов обучения. Данный метод стимулирует у учащихся поисковую деятельность, творческую активность в подходе к решению проблемы, самостоятельность в процессе обучения и развитие мыслительных способностей.

В курсе «Вероятность и статистика» этот метод также нашел свое применение, поскольку его использование способствует более глубокому пониманию материала за счет собственных размышлений и больше вовлекает учащихся в процесс обучения. Проблемный метод обучения можно применить в 8 классе на уроке по теме «Формула сложения вероятностей», предложив решить две задачи:

Задача 1. В ящике находятся 8 шаров: 3 красных и 5 зеленых. Чему равна сумма событий: A – вытянуть красный шар и B – вытянуть зеленый шар;

Задача 2. в колоде из 52 карт совершают два события: A – вытянуть карту червонной масти и B – вытянуть карту треф. Найти сумму этих вероятностей.

Реализовать данные задачи можно в ресурсе CoGeApp (рис. 1), где в процессе решения задачи 1 у учащихся не возникнет вопросов, поскольку

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

происходит два несовместных события, а при попытке решения задачи возникает вопрос, ведь вероятность суммы двух этих событий меньше 1 и так учащиеся знакомятся с совместными событиями

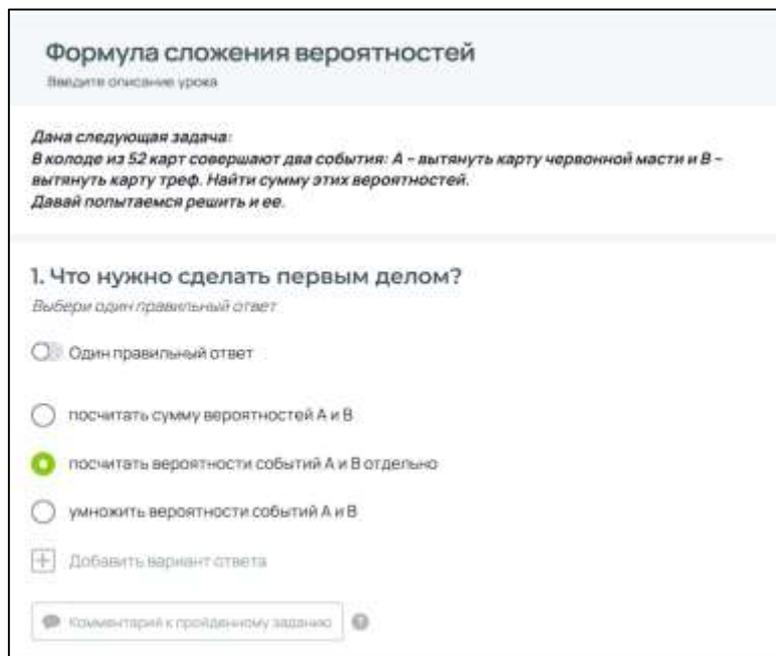


Рисунок 1 - Применение ресурса CoreApp на уроке в 8 классе по теме «Формула сложения вероятностей»

2. **Метод проведения экспериментов** в обучении открывает учащимся возможность наглядно воспринять материал, а самостоятельное проведение экспериментов и анализ результатов развивают в учащихся критическое мышление и позволяют лучше сопоставить усвоенный теоретические знания с практическими.

В большинстве своем метод экспериментов полезен во многих предметах, изучаемых в школе, и не менее результативным он является и в курсе «Вероятности и статистики». Так, например, при изучении в 8 классе темы «Независимые события. Правило умножения вероятностей» учащимся можно предложить провести эксперимент и сравнить его результаты с теми, которые можно получить, используя формулы. Для этого эксперимента разделить класс на две группы и предложить одной группе найти вероятность того, что при одновременном подбрасывании двух игральных кубиков на первом выпадет четное число, а на втором игральном кубике выпадет нечетное число. Второй же группе предложить провести эксперимент с колодой карт: найти вероятность того, что из стандартной колоды карт (52 карты) в первый раз достали карту червовой масти, после чего вернули ее обратно в колоду и во второй раз достали туза.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Эксперимент здесь заключается в том, что обучающиеся делятся на группы, получают задания и сначала проводят непосредственно наблюдения и сам эксперимент, используя сайт www.random.org для онлайн подбрасывания двух кубиков (рис. 2), и сайт <https://deck.of.cards/> для проведения эксперимента с колодой карт (при выпадении джокера его не учитывать). Результаты экспериментов заносить в таблицу Excel и подсчитать количество благоприятных исходов используя в столбце «Успех да/нет» формулу =ЕСЛИ(И(ОСТАТ(B2;2)=0; ОСТАТ(C2;2)=1); "Да"; "Нет") (рис. 3). После этого провести расчеты, применяя формулы вероятностей и сравнить полученные результаты в эксперименте и из формул.

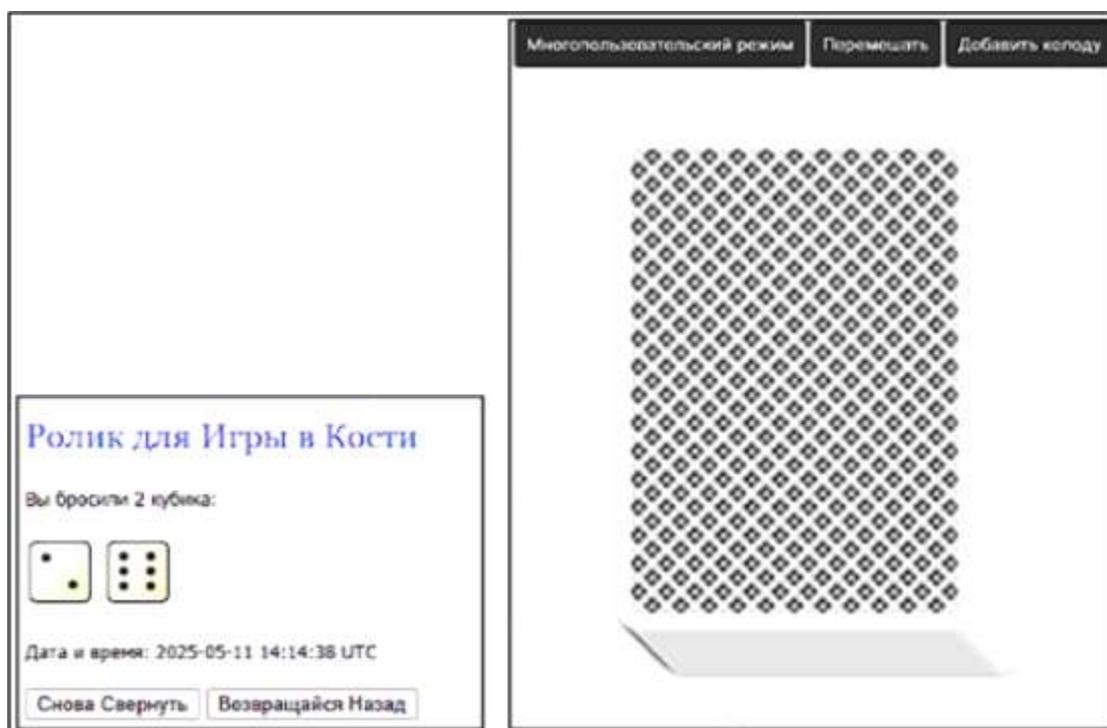


Рисунок 2 - Сайты для проведения экспериментов с игральными кубиками и колодой карт

The image shows a screenshot of an Excel spreadsheet. The formula bar at the top displays the formula: =ЕСЛИ(И(ОСТАТ(B2;2)=0; ОСТАТ(C2;2)=1); "Да"; "Нет"). The spreadsheet has columns A through F. Column A is labeled '№ попытки' (Attempt No.), column B is 'Игральный кубик 1' (Die 1), column C is 'Игральный кубик 2' (Die 2), and column D is 'Успех (да/нет)' (Success (yes/no)). The data rows are as follows:

	A	B	C	D	E	F
1	№ попытки	Игральный кубик 1	Игральный кубик 2	Успех (да/нет)		
2	1	4	3	Да		
3	2	6	5	Да		
4	3	1	3	Нет		
5	4	3	2	Нет		
6		

Рисунок 3 - Представление результатов эксперимента в таблице Excel

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

3. *Игровой метод обучения* для обучающихся является прекрасным активатором их знаний. Игры в обучении полезно применять не только для того, чтобы увлечь учащихся изучаемой темой, но и чтобы разрядить обстановку, дать ребятам время передохнуть, расслабиться и «перезарядиться». Вообще говоря, игровые технологии послужат хорошую службу во всех предметах, улучшая усвоение материала за счет визуальной яркой и интересной картинки и, при этом, более легкого восприятия материала.

Для реализации игрового метода обучения с помощью средств ИКТ можно разработать игровые элементы для использования их в процессе урока. В курсе «Вероятность и статистика» в 10 классе при изучении темы «Элементы комбинаторики» в качестве закрепления материала можно предложить им пройти игру «Поиск сокровищ», разработанную на сайте Interacty.me. Чтобы пройти игру ребятам необходимо заполучить все кусочки карты, а чтобы открыть часть карты необходимо решить задачу по комбинаторике (рис. 4), см. <https://interacty.me/projects/ce72d7bb52166e77>.

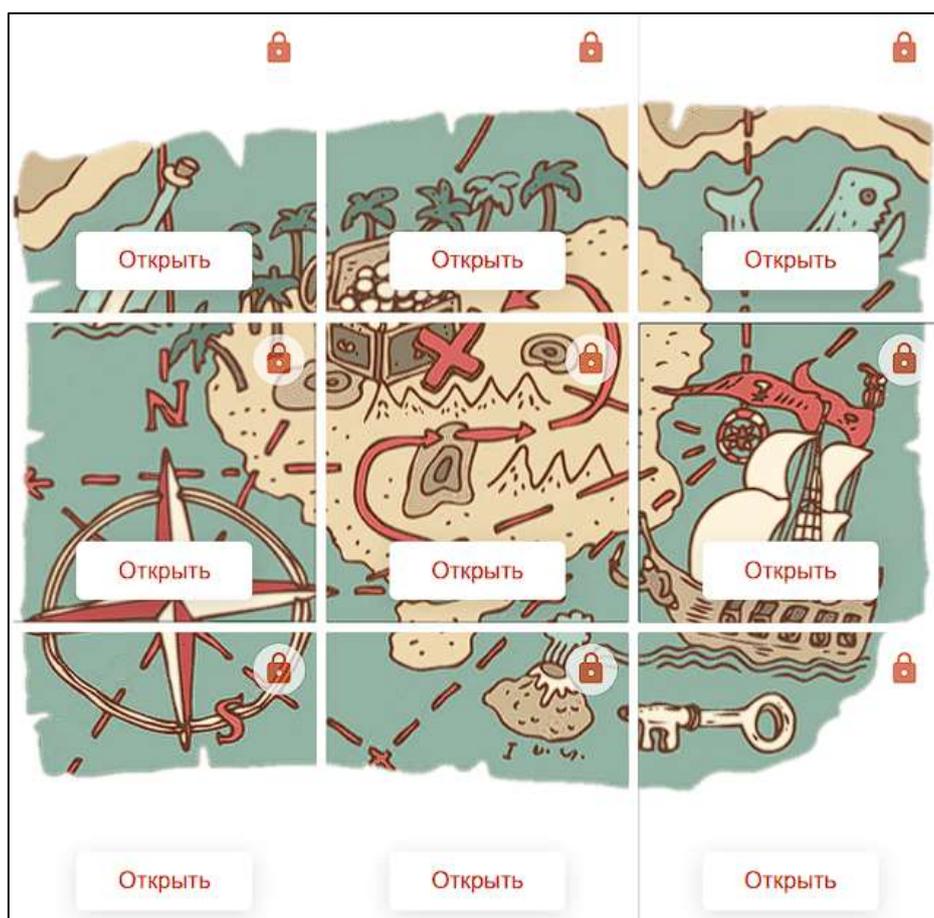


Рисунок 4 – Закрепление изученного по теме «Элементы комбинаторики» в 10 классе с помощью игры на сайте Interacty.me

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

В заключение можно сказать, что применение активных методов обучения с использованием средств ИКТ в курсе «Вероятность и статистика» открывает множество возможностей для лучшего восприятия информации учащимися, их большей вовлеченности в урок и в изучаемый материал и делает уроки более интересными.

Литература

1. Арутюнян, А.Д. Применение информационных технологий в курсе «Теория вероятностей и математическая статистика» / А.Д. Арутюнян, Е.В. Иващенко // Вестник науки. – 2023. – № 12 (69). – С. 641-645.

2. Горшкова, О.В. Активные методы обучения: формы и цели применения / О.В. Горшкова. – Текст: электронный // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – № S3. – С. 10-15. – URL: <http://e-koncept.ru/2017/470039.htm> (дата обращения: 02.05.2025).

3. Евсеева, Е.Г. Развитие методической компетентности учителя математики по проектированию обучения содержательной линии «Элементы комбинаторики, теории вероятностей и статистики» / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – Вып. 56. – С. 63-72. – DOI: 10.24412/2079-9152-2022-56-63-72.

4. Курбатова, О.В. Активные методы обучения: рекомендации по разработке и применению / О.В. Курбатова, Л. Б. Красноперова, С.А. Солдатенко. – Кемерово : Государственное профессиональное образовательное учреждение «Кемеровский аграрный техникум» имени Г.П.Левина, 2017. – 53 с.

5. Щукина, Н.В. Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» с использованием дистанционных образовательных технологий / Н.В. Щукина, Н.Д. Харитоновна // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. – 2023. – № 4. – С. 51-57.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Шатохина Виктория¹

5 курс, Факультет математики и информационных технологий

e-mail: torika.2003@mail.ru

Руководитель: Прач Виктория Станиславовна²

кандидат педагогических наук,

доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики

e-mail: v-prach@mail.ru

^{1,2}**ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия**

**ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В
ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

В современном мире происходит процесс бурного развития информационных технологий. На сегодняшний день наблюдается возрастающий интерес учителей-предметников к использованию информационных технологий в обучении. В современной школе компьютер все шире используется не только на уроках информатики, но и на уроках математики, химии, биологии, русского языка, литературы, изобразительного искусства, иностранного языка и т.д. [4].

Информационные технологии стремительно завоевывают жизненное пространство во всех сферах человеческой деятельности, в том числе и в школе. Они ключевую роль в формировании учебных навыков через большую мотивацию, устойчивую концентрацию и развитие интеллектуальных способностей, способствуют повышению у обучающихся уверенности в себе, увеличивают количество направлений деятельности, в которых они могут почувствовать себя более уверенными в своих собственных возможностях и способностях [1].

Следует помнить, что понятие «информационные технологии» и «технологии обучения» различны. Под технологиями обучения, будем понимать систему методов, форм и средств обучения, в рамках которых обеспечивается достижение поставленных дидактических целей [4].

Понятие «информационные технологии» трактуется по-разному, мы считаем наиболее точной трактовку данного понятия данную М.И. Желдаковым. Под информационными технологиями понимается совокупность методов и технических средств сбора, организации, хранения, обработки, передачи и представления информации, расширяющие знания людей и развивающая их возможности по управлению техническими и социальными процессами [2].

Информационные технологии включают программированное обучение, интеллектуальное обучение, экспертные системы, гипертекст и

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

мультимедиа, микромиры, имитационное обучение, демонстрации. Эти частные методики должны применяться в зависимости от учебных целей и учебных ситуаций, когда в одних случаях необходимо глубже понять потребности обучающегося, в других важен анализ знаний в предметной области, в-третьих основную роль может играть учет психологических принципов обучения. Рассматривая имеющиеся на сегодняшний день информационные технологии, выделим следующие их важнейшие характеристики:

- 1) типы компьютерных обучающих систем (обучающие машины, обучение и тренировка, программированное обучение, интеллектуальное репетиторство, руководства и пользователи);
- 2) используемые обучающие средства (ЛОГО, обучение через открытия, микромиры, гипертекст, мультимедиа);
- 3) инструментальные системы (программирование, текстовые процессоры, базы данных, инструменты представления, авторские системы, инструменты группового обучения) [4].

В процессе обучения математике информационные технологии способствуют осуществлению всех дидактических принципов, усиливая их взаимодействие, всемерно содействуя всем функциям обучения: формированию у обучающихся научных знаний, познавательных умений и интересов, мировоззренческих убеждений, развитию интеллектуальных способностей ученика [1].

Информационные технологии на уроках математики привлекательны тем, что направлены на развитие коммуникативных способностей обучающихся, делая при этом работу педагога более продуктивной. Так, компьютерные технологии на уроке математики: экономят время, повышают мотивацию, позволяют провести многостороннюю и комплексную проверку знаний, умений, к предмету, наглядно и красочно представляют материал. Существуют различные типы уроков с применением информационных технологий: урок-лекция; урок постановки и решения задачи; урок введения нового материала; интегрированные уроки и т.д. Наиболее эффективно применять на уроках математики информационные технологии при мотивации введения нового понятия, демонстрации моделей, моделировании, отработке определенных навыков и умений, контроле знаний. Уроки с применением информационных технологий эффективны не только своей эстетической привлекательностью, но и способствуют активизации разных каналов восприятия обучающихся, реализуя тем самым принципы доступности и наглядности (использование анимации, звукового сопровождения, видеосюжетов и гиперссылок) [3].

Приведем примеры использования информационных технологий на уроках математики.

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Применение редактора электронных таблиц Microsoft Excel при изучении темы «Построение графиков квадратичной функции» позволяет обучающимся наглядно увидеть, что графиком квадратичной функции является парабола. Компьютер может высчитать координаты большого числа точек и построить их, поэтому изображение параболы будет более точным и аккуратным. Обучающиеся могут самостоятельно увидеть, как меняется график функции при изменении параметров. Задание будет выполнено аккуратнее и с большим числом вариантов, чем при построении соответствующих зависимостей на доске или в тетради.

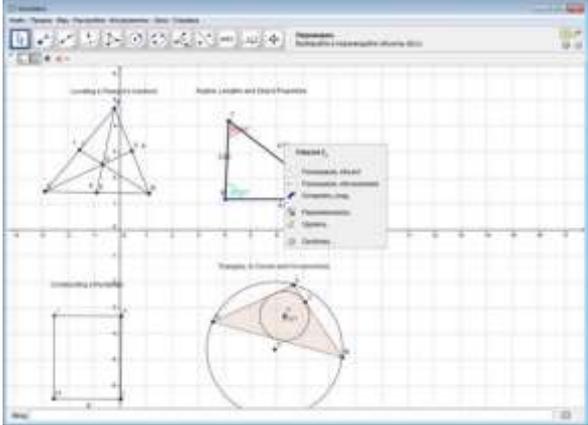
При изучении геометрии большую роль играют проектные и проблемные педагогические технологии. Их использование предполагает, что при непосредственной работе с геометрическими фигурами ученик экспериментирует, выдвигает гипотезы, доказывает. Программная среда «Живая геометрия» может применяться на всех этапах изучения геометрии: при изучении нового материала, актуализации полученных знаний, формирование знаний, умений и навыков, систематизации и обобщении изученного материал, а также при осуществлении самоконтроля. Информационные образовательные ресурсы позволяют создавать красочные, варьируемые и редактируемые чертежи, осуществлять операции над ними, а также производить все необходимые измерения [1].

Приведем примеры математических программных средств, которые можно использовать при обучении математике (Таблица 1). В таблице содержатся названия программных средств, их назначение, а также приведены изображения программных средств.

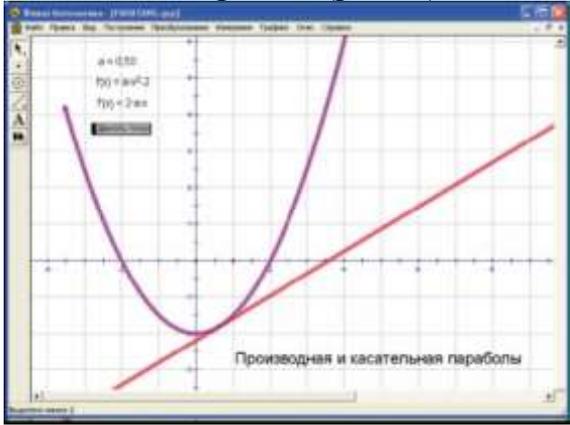
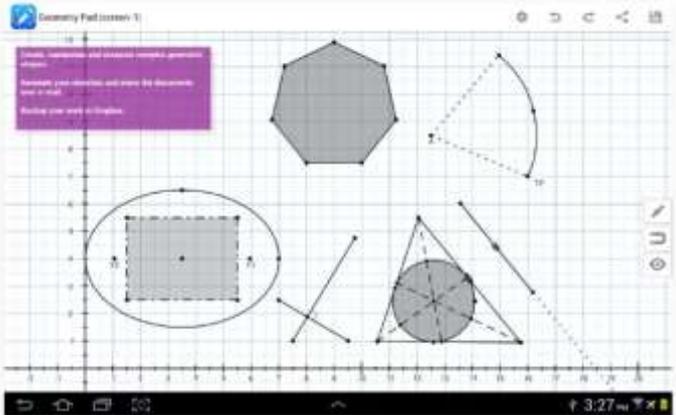
Таблица 1 – Программные средства, используемые при обучении математике

<i>№ n/n</i>	<i>Название программного средства</i>	<i>Назначение и изображение программного средства</i>
1.	PhotoMath	Математический сканер. Он позволяет использовать камеру телефона для сканирования математической задачи. Приложение проанализирует и решит задачу, а затем даст пошаговое объяснение, как ее решить. Можно использовать это приложение перед занятием, чтобы найти способ объяснить решение в доступной форме. Это также может помочь решить задачи, которые находятся за пределами возможностей обучающихся (рис. 1).

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

		 <p><i>Рисунок 1 – Математическая программа PhotoMath</i></p>
2.	GeoGebra	<p>Бесплатная кроссплатформенная динамическая математическая программа для всех уровней образования, включающая в себя геометрию, алгебру, таблицы, графы, статистику и арифметику, в одном пакете. Программа предусматривает возможность работы с функциями (построение графиков, вычисление корней, экстремумов, интегралов и т. д.) за счёт команд встроенного языка (который также позволяет управлять и геометрическими построениями) (рис. 2).</p>  <p><i>Рисунок 2 – Динамическая математическая программа GeoGebra</i></p>

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

<p>3.</p>	<p>«Живая математика»</p>	<p>Программа проста в освоении, имеет понятный интерфейс, позволяет создавать красочные, легко варьируемые и редактируемые чертежи, осуществлять операции над ними, производить измерения. А также визуализировать алгебраические операции (рис. 3).</p>  <p>Рисунок 3 – Программное средство «Живая математика»</p>
<p>4.</p>	<p>Geometry Pad</p>	<p>Мобильный инструмент, позволяющий создавать фундаментальные геометрические фигуры. В нем также имеются инструменты для геометрических вычислений, измерения углов и т.д. Свойства и метрики фигур вычисляются автоматически, что избавляет от необходимости делать это вручную. Можно также выполнять корректировку. Кроме того, имеются текстовые аннотации, позволяющие обучающимся легко понять, что изображено на экране (рис. 4).</p>  <p>Рисунок 4 – Математическая программа Geometry Pad</p>

Секция 4. Информационные технологии в обучении математике

Таким образом, использование информационных технологий при обучении математике позволяет заменить многие традиционные средства обучения. Такая замена оказывается эффективной, так как позволяет поддерживать у обучающихся интерес к изучаемому предмету, позволяет создать информационную обстановку, стимулирующую интерес и пытливость ученика. В образовательной организации компьютер дает возможность педагогу оперативно сочетать разнообразные средства, способствующие более глубокому и осознанному усвоению изучаемого материала, экономит время урока, позволяет организовать процесс обучения математике по индивидуальным программам.

Литература

1. Виноходова, И.В. Информационные технологии в обучении математике / И.В. Виноходова, Е.В. Смотровва // Интерактивная наука. – 2022. – 9(74). – С. 12-14.
2. Желдаков, М.И. Внедрение информационных технологий в учебный процесс / М.И. Желдаков. – Минск : Новое знание, 2013. – 152 с.
3. Пинаевская, Т.А. Использование ИКТ-технологий на уроках математики / Т.А. Пинаевская // Педагогическое мастерство : материалы II Междунар. науч. конф. (декабрь, 2012 г.). – Москва : Буки-Веди, 2012. – URL : <https://moluch.ru/conf/ped/archive/65/2923/> (дата обращения : 12.05.2025).
4. Токмалаева, Н.В. Информационные технологии при изучении математики / Н.В. Токмалаева. – Текст : электронный // Концепт. – 2013. – №3 (март). – URL: <http://e-koncept.ru/2013/13047.htm> (дата обращения 02.05.2025).

СЕКЦИЯ 5

Математика в гуманитарных профессиях

Руководитель: Евсеева Елена Геннадиевна,
доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры
высшей математики и методики преподавания математики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

ПОБЕДИТЕЛИ:

1-е место

Полупанов Владислав
студент 5 курса Факультета математики
и информационных технологий
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

2-е место

Камышан Алексей
студент 1 курс Факультета информационных
технологий и автоматизации производственных процессов
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, Россия

3-е место

Канайкина Дарья,
обучающаяся 10 класса
ГБОУ «Школа № 113 г.о. Донецк»,
г. Донецк, Россия

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Анисимова Екатерина¹

1 курс магистратуры

Факультет математики и информационных технологий

e-mail: anisimova_katyunya@mail.ru

Руководитель: Абраменкова Юлия Владимировна²

кандидат педагогических наук, доцент

доцент кафедры высшей математики

и методики преподавания математики

e-mail: abramenkovajulia@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,

г. Донецк, Россия

**ДИДАКТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИНТЕРАКТИВНЫХ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ СРЕД**

Современное математическое образование сталкивается с необходимостью адаптироваться к быстро развивающемуся миру информационных технологий. Происходящие в нашем обществе инновации создали реальные предпосылки для обновления всей системы образования, что находит свое отражение в разработке и введении в практику работы школы элементов нового содержания, новых образовательных технологий [2].

Интерактивные методы обучения позволяют проводить занятия с большей непосредственностью, эмоциональным подъемом за счет отсутствия сложных электронных и механистических технологий и средств. По мнению А.В. Рожко, интерактивный метод обучения – метод, которое обеспечивает возникновение диалога, то есть активный обмен сообщениями между пользователем и информационной системой в режиме реального времени [3]. Интерактивное обучение оказывает положительное воздействие, как на повышение качества знаний, так и на повышение работоспособности учащихся, их заинтересованности предметом. Учащиеся применяют свои знания в новых ситуациях, учатся их использовать на практике и самостоятельно добывать их [2].

Интерактивные математические среды (ИМС) представляют собой мощный инструмент, предоставляющий новые возможности для визуализации, исследования и моделирования математических объектов и процессов. В данном докладе будут рассмотрены дидактические возможности ИМС, их преимущества и ограничения в обучении математике.

Интерактивные математические среды — это программные комплексы, позволяющие учащимся активно взаимодействовать с

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

математическими объектами и процессами в режиме реального времени. К числу наиболее популярных ИМС относятся GeoGebra, Cabri Geometry, Maple, Mathematica и другие. Такие программы являются мощными инструментами, предназначенными для поддержки обучения и исследований в области математики и смежных дисциплин. Каждая из них имеет свои сильные стороны и специализацию, что делает их полезными для разных целей и уровней подготовки.

Развитая в этих пакетах графика помогает наглядно представить результаты решения задач. Кроме того, эти пакеты можно успешно использовать не только в математике, но и в физике, теоретической механике и других дисциплинах [1]. Если говорить в целом, то ИМС позволяют визуализировать абстрактные математические понятия, графики функций, геометрические фигуры и другие объекты. Визуализация помогает учащимся лучше понять и усвоить материал, формируя более прочные ассоциативные связи. Также интерактивные математические среды предоставляют возможность проводить эксперименты и изучать математические закономерности.

ИМС способствуют активному вовлечению учащихся в учебный процесс. Интерактивность среды стимулирует познавательную активность, повышает мотивацию и интерес к математике. ИМС позволяют адаптировать обучение к индивидуальным потребностям и возможностям каждого учащегося. Учитель может создавать задания разного уровня сложности, предоставлять индивидуальную помощь и поддержку. Работа в интерактивных средах способствует развитию логического, алгоритмического и пространственного мышления. С их помощью учащиеся анализируют данные, доказывают теоремы и решают задачи [2].

Выделим основные педагогические стратегии интеграции ИМС в учебный процесс:

- активное обучение: использование ИМС для создания проблемных ситуаций, требующих активного исследования и решения;
- обучение через открытие: предоставление учащимся возможности самостоятельно открывать математические закономерности и принципы с помощью ИМС;
- проектная деятельность: использование ИМС для реализации проектных работ, направленных на решение конкретных задач и развитие исследовательских навыков;
- совместное обучение: организация работы учащихся в группах для решения задач с использованием ИМС, развитие навыков сотрудничества и коммуникации;
- дифференцированное обучение: адаптация заданий и материалов в ИМС к индивидуальным потребностям и возможностям каждого обучающегося;

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

- использование интерактивных досок: проведение интерактивных лекций и демонстраций с использованием ИМС на интерактивной доске;
- онлайн-обучение: создание интерактивных онлайн-курсов и уроков с использованием ИМС.

При использовании интерактивных сред в профессиональной деятельности преподавателя математики необходимо учитывать ряд важных аспектов. Самое главное - использование ИМС должно быть направлено на достижение конкретных учебных целей. В начале урока необходимо уделить время обучению работе с выбранной ИМС, познакомить учащихся с основными инструментами и функциями. Во время занятия должен осуществляться контроль за ходом работы учащихся, а также всесторонняя помощь и поддержка. После выполнения задания следует обсудить результаты работы, сделать выводы и обобщения.

Выделим основные ограничения и сложности, которые могут возникнуть при использовании информационных математических сред.

1. Технические требования: для использования ИМС необходимы компьютеры, программное обеспечение и доступ в Интернет.

2. Необходимость обучения: учителя должны обладать достаточной квалификацией для эффективного использования ИМС.

3. Риск переориентации на форму, а не на содержание: важно не допустить ситуации, когда использование ИМС становится самоцелью, а не средством обучения.

4. Потенциальное снижение вычислительных навыков: необходимо соблюдать баланс между использованием ИМС и развитием навыков вычислений вручную.

Применение ИМС позволяет сделать урок необычным, насыщенным и интересным, качественно преподавать и осваивать учебный материал. Интерактивные математические среды (ИМС) могут быть эффективно использованы практически на всех типах уроков математики, адаптируясь к целям, задачам и содержанию конкретного занятия. Вот несколько примеров.

1. Уроки изучения нового материала. Цель: представление новых понятий, теорем, правил, установление связей между ранее изученным материалом и новым. Применение ИМС:

- визуализация абстрактных понятий: иллюстрация новых определений и понятий с помощью динамических моделей и графиков (например, визуализация предела функции, построение конических сечений, демонстрация теоремы Пифагора);

- исследование закономерностей: предоставление учащимся возможности самостоятельно исследовать закономерности и свойства новых объектов (например, изменение формы графика функции в зависимости от параметров, изучение свойств геометрических фигур);

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

– активное вовлечение в процесс открытия: стимулирование учащихся к самостоятельному формулированию гипотез и выводов на основе экспериментов в ИМС.

2. Уроки закрепления и систематизации знаний. Цель: углубление понимания изученного материала, формирование умений и навыков применения полученных знаний на практике, обобщение и систематизация знаний. Применение ИМС:

– решение задач разного уровня сложности: использование ИМС для решения задач, требующих визуализации, моделирования или сложных вычислений;

– создание интерактивных тренажеров и тестов: автоматизированная проверка знаний, индивидуальная адаптация заданий, предоставление обратной связи;

– проектная деятельность: реализация мини-проектов, требующих применения полученных знаний для решения практических задач (например, моделирование движения тела под действием силы тяжести, оптимизация геометрических форм).

3. Уроки повторения и обобщения. Цель: восстановить в памяти ранее изученный материал, выявить пробелы в знаниях, подготовиться к контрольным работам и экзаменам. Применение ИМС:

– создание интерактивных карт знаний: визуализация связей между различными понятиями и темами, структурирование информации;

– проведение интерактивных викторин и игр: повторение материала в увлекательной форме, активизация познавательной деятельности;

– решение задач повышенной сложности: применение ИМС для решения нестандартных задач, требующих интеграции знаний из разных разделов математики.

4. Уроки контроля и оценки знаний. Цель: оценка уровня усвоения материала, выявление пробелов в знаниях, корректировка учебного процесса. Применение ИМС:

– создание интерактивных тестов и контрольных работ: автоматизированная проверка, объективная оценка, экономия времени учителя;

– визуализация результатов: представление результатов в графической форме, анализ ошибок, выявление типичных затруднений;

– предоставление индивидуальной обратной связи: автоматическое формирование отчетов об успеваемости, рекомендации по дальнейшему изучению материала.

5. Уроки практической направленности (прикладные уроки). Цель: показать применение математических знаний в реальной жизни, развить

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

интерес к математике, сформировать мотивацию к обучению. Применение ИМС:

– моделирование реальных процессов и явлений: создание интерактивных моделей, имитирующих реальные процессы (например, распространение эпидемии, движение транспортного потока);

– решение практических задач: применение математических методов для решения задач из различных областей (например, экономики, инженерии, медицины);

– визуализация данных: анализ данных, полученных из реальных источников, с помощью ИМС (например, обработка статистических данных, визуализация географических карт).

Таким образом, интерактивные математические среды открывают широкие возможности для совершенствования процесса обучения математике. Грамотное использование ИМС позволяет сделать обучение более наглядным, интересным, активным и эффективным [2]. Интерактивные математические среды представляют собой мощный инструмент, обладающий широкими дидактическими возможностями. При правильном использовании ИМС могут развить интерес к предмету и сформировать у учащихся необходимые навыки и компетенции.

Литература

1. Будовская, Л.М. Использование компьютерных технологий в преподавании математики / Л.М. Будовская, В.И. Тимонин. – Текст : электронный // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2013. – №5 (17). – URL: <https://engjournal.bmstu.ru/catalog/pedagogika/hidden/736.html> (дата обращения: 04.05.2025). – DOI: 10.18698/2308-6033-2013-5-736.

2. Исаева, З.И. Применение интерактивных методов обучения на уроках математики / З.И. Исаева // Проблемы современного педагогического образования. – 2019. – №63-4. – С. 81-84.

3. Рожко, А.В. Использование интерактивных средств обучения в образовательном процессе / А.В. Рожко. – URL: <https://detsad4-okt.narod.ru/personal/pimenova/inter.pdf> (дата обращения: 04.05.2025). – Текст : электронный.

4. Умаев, А.У. Способы и методы развития творческой активности учащихся в учебно-воспитательном процессе / А.У. Умаев, А.П. Салахбеков, Р.Р. Алиева // Проблемы современного педагогического образования. – 2016. – № 53(4). – С. 277-283.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Бабичева Карина¹

1 курс магистратуры,

Институт физико-математического образования

e-mail: ba.karina02@gmail.com

Руководитель: Кривко Яна Петровна²

доктор педагогических наук, доцент

заведующий кафедрой высшей математики

и методики преподавания математики

e-mail: yakrivko@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет»,

г. Луганск, Россия

**ЗАДАЧИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ КАК СРЕДСТВО
АКТИВИЗАЦИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
ШКОЛЬНИКОВ**

Современная школа ставит перед собой задачу всесторонней подготовки обучающегося к полноценной жизни в социуме. Ключевым навыком, который должен приобрести школьник, является способность эффективно справляться с практическими задачами, возникающими в повседневной жизни. Среди школьных дисциплин математика занимает важную роль, она обладает уникальным потенциалом для обучения последовательным этапам решения задач: от формулировки и выявления известных и неизвестных данных до выбора метода решения и анализ полученных результатов.

Однако, несмотря на свою значимость, математика часто воспринимается как наиболее абстрактный предмет в школьной программе. Обучающиеся изучают концепцию числа, знакомятся с переменными, осваивают арифметические действия, учатся строить геометрические фигуры и определять их параметры, а также решать уравнения. При этом они зачастую не осознают, как эти абстрактные знания могут быть применены в реальных жизненных ситуациях. Данная проблема возникает из-за недостаточного внимания, уделяемого практическому применению математических знаний в процессе обучения. Акцент на практической направленности обучения, развитии метапредметных умений и применении знаний для решения реальных задач способствует более глубокому пониманию и усвоению материала [5, 3]. Одним из способов добиться интереса к предмету и понимания его значимости могут служить задачи экономического содержания.

Изучение задач экономического содержания начинается ещё с младшей школы и играет большую роль на протяжении всего школьного

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

обучения. Именно задачи данного типа помогают заинтересовать обучающихся и показать важность изучения предмета.

Экономические задачи, внедренные в школьную программу, способствуют формированию у обучающихся базовых экономических компетенций, необходимых для успешной адаптации в современном обществе. Они демонстрируют практическое применение математических знаний в реальных жизненных ситуациях, стимулируя интерес к учебе и развивая навыки принятия обоснованных решений.

В процессе обучения математике важно добиться неразрывной связи между теоретическими знаниями и практическими задачами. Необходимо формировать у обучающихся устойчивые и осмысленные математические навыки, которые будут полезны как для дальнейшего изучения предмета, так и для решения проблем, возникающих в реальной жизни. Существенную роль играет осознание обучающимися практической ценности изучаемого материала и перспектив его применения в будущем.

Экономическая составляющая курса математики может быть реализована последовательно на протяжении всего периода обучения, начиная с начальной школы и заканчивая выпускным классом. Базовые арифметические действия позволяют обучающимся младших классов знакомиться с элементарными экономическими понятиями, такими как цена, доход и прибыль. Изучению процентов активно начинает применяться уже в 5-6 классах. [2].

В младшей школе часто применяются задачи прикладного характера. Под понятием задачи с прикладным характером подразумеваются задачи, где в формулировке используются реальные факты, информация и числовые данные, с которыми люди сталкиваются ежедневно. Подобные упражнения помогают ученикам накапливать социально-экономический опыт, а сами тексты задач обогащают знания детей об окружающем мире [1].

Такие задачи могут использоваться как на школьных уроках, так и родителями при прогулках и общении со своими детьми. Например, проезжая в общественном транспорте, мама может спросить у своего семилетнего ребенка, сколько сдачи даст водитель с 40 рублей, если проезд стоит 37 рублей, а сколько нужно заплатить за проезд, если с нами поедет еще и папа? В более старшем возрасте можно предложить ребенку проверить, правильно ли кассир в магазине посчитал сдачу или предложить самому понять, какая покупка будет выгоднее.

В средней школе рассматриваются более сложные задания, в том числе задачи на проценты, основанные на ситуациях из реальной жизни. Такие задания вызывают интерес и мотивацию у обучающихся. Примером может служить определение суммы, которую можно сэкономить при покупке нового телефона или подарочного набора во время распродажи, а

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

также подсчёт расходов на канцелярские товары перед началом учебного года.

Полное вовлечение в задание и глубокое погружение в изучаемый вопрос способствуют активизации познавательной деятельности учащихся. Благодаря этому, в процессе выполнения практической работы, обучающиеся могут обнаружить математические закономерности и приобрести новые знания на основе практического опыта.

Задачи экономического содержания по своей сути имеют прикладной характер. Навык решения подобных задач способствует более глубокому усвоению материала курса математики, позволяет применять полученные знания и умения в сфере экономики, а также обычной жизни. Это, в свою очередь, повышает интерес школьников к проблемам прикладного характера в обучении и к математике в целом. Такой подход позволяет в полной мере реализовать практическую направленность обучения и способствует формированию умений решать задачи данного типа.

Литература

1. Бырдина Ю.С. Экономическое воспитание детей младшего школьного возраста в образовательном процессе / Ю.С. Бырдина // Студенты вузов – школе и производству: электронный сборник студенческих научных статей / отв. ред. С. Н. Синегубов. – Ишим : Изд-во ИПИ им. П.П. Ершова (филиала) ТюмГУ, 2022. – С. 7-9.

2. Зыбина А.С. Методические особенности использования задач с экономическим содержанием для активизации познавательной активности школьников / А.С. Зыбина // Актуальные вопросы математики и методики преподавания математики : Материалы Межрегиональной заочной научно-практической конференции, Луганск, 28 февраля 2024 г. – Луганск: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Луганский государственный педагогический университет», 2024. – С. 123-128.

3. Скурихина Ю.А. Практико-ориентированные задачи по математике. 5-6 класс. Учебное пособие. / Авт.-сост. Ю.А. Скурихина / КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области», ООО «Издательство «Радуга-ПРЕСС», 2019. – 192 с.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Бочкова Анита¹

1 курс магистратуры

Институт физико-математического образования

e-mail: anitaangela2215@gmail.ru

Руководитель: Кривко Яна Петровна²

заведующий кафедрой высшей математики

и методики преподавания математики

e-mail: yakrivko@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Луганский государственный

педагогический университет»,

г. Луганск, Россия

**ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ НА СТЫКЕ МАТЕМАТИКИ И ИТ:
КАК ТЕХНОЛОГИИ ПОМОГАЮТ ИЗУЧАТЬ МАТЕМАТИКУ**

Современное образование сталкивается с вызовами, которые требуют переосмысления традиционных подходов к обучению. Научные и технологические достижения последних десятилетий дают возможность интегрировать информацию и технологии (ИТ) в процесс обучения, предоставить учащимся новые инструменты и методы для изучения математики. В данной статье рассматриваются примеры проектной деятельности, которые способствуют углублению понимания математических концепций, использование технологий для их применения и инновационные методы, способствующие развитию критического мышления.

Проектная деятельность представляет собой подход к обучению, при котором учащиеся работают над решением реальных задач или создают проекты, которые имеют практическое значение. Это метод, который формирует у студентов навыки самостоятельного поиска и анализа информации, а также критического мышления и креативности [1, с. 17].

Проектная деятельность в контексте изучения математики может принимать множество форм: от разработки математических моделей до анализа данных и создания программного обеспечения. Использование проектного метода позволяет более детально изучить предмет, демонстрирует связи между математикой и реальными задачами, способствует развитию компетенций, востребованных на рынке труда.

Всем известно, что технологии стали неотъемлемой частью образования, и их использование в изучении математики может существенно повысить интерес обучающихся и улучшить результаты усвоения материала [4, с. 12-31]. К числу таких технологий относятся:

1. Компьютерные программы и приложения: существуют различные образовательные программы и приложения, которые помогают

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

обучающимся визуализировать математические концепции. Например, GeoGebra позволяет моделировать геометрические фигуры, исследовать функции и строить графики.

2. Онлайн-курсы и видеоуроки: платформы, такие как «информио» или АНО «Национальное агентство развития профессионального образования», предлагают доступ к учебным материалам на любом уровне, позволяя учащимся изучать математику в удобном темпе и по индивидуальному графику.

3. Математическое моделирование: с помощью языков программирования, таких как Python или R, студенты могут строить математические модели, анализировать большие объемы данных и применять статистические методы в реальных приложениях.

4. Системы для дистанционного обучения: платформы, такие как Moodle или Сферум, предоставляют средства для организации взаимодействия между студентами и преподавателями, а также для размещения учебных материалов и заданий.

Из самых распространенных примеров можно выделить следующие [2, с. 30-48].

Проект «Анализ больших данных». Один из примеров проектной деятельности – это работа с большими данными, которая требует использования статистики и алгоритмов. Учащимся предложено собрать и проанализировать данные, например, о погоде, ценах на акции или статистике по специальным темам (например, здоровье). В процессе работы они научатся применять навыки сбора и обработки данных, строить графики, а также уметь делать выводы на основе анализа данных.

Проект «Геометрия и 3D-моделирование». Студенты могут заняться созданием трехмерных моделей, которые разрабатываются с использованием CAD-программ или SketchUp. В рамках этого проекта они изучают геометрические фигуры и их свойства, а также анализируют, как математика применяется в архитектуре и дизайне.

Проект «Разработка мобильного приложения». Учащиеся могут создать мобильное приложение для обучения математике. Они могут разрабатывать математические игры, которые помогут другим учащимся лучше понять математические концепции. Такой проект учит студентов программированию, а также навыкам работы в команде и управлению проектами.

Несмотря на ряд преимуществ, внедрение технологий в образование сталкивается с определенными трудностями. Во-первых, не все учебные заведения имеют равный доступ к необходимым ресурсам и технологиям. В решении этого вопроса в последние годы были достигнуты большие успехи, однако, окончательно проблема равного доступа не решена. Во-вторых,

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

учителя должны быть подготовлены к использованию новых методик и технологий [3, с. 10-12].

Обучение учителей также является важным аспектом успешного внедрения технологий в процесс обучения. Его необходимо осуществлять как в процессе обучения студентов в вузах на педагогических специальностях, так и в формате курсов повышения квалификации. Причем особо следует отметить неэффективность подобных курсов, проводимых в дистанционном формате, когда в ряде случаев речь идет только о формальном получении итогового документа.

Интеграция технологий в обучение математике через проектную деятельность открывает новые горизонты для учащихся. Так, студенты не просто усваивают теоретические знания, но и применяют их на практике, развивают критическое мышление и творческие способности. Подход, ориентированный на проектную деятельность, способствует более глубокому пониманию математических концепций и формирует навыки, востребованные в современном мире.

Литература

1. Беляева, Т.М. Информатика и математика: учебник и практикум для вузов / Беляева, Т.М., Элькин В.Д. – 2-е изд. – Москва : Юрайт, 2021. – 402 с.
2. Кириенко, И.П. Проектная деятельность: методическое пособие / И.П. Кириенко, Т.А. Махова. – 2-е изд. – Москва : Флинта, 2024. – 85 с.
3. Кудинова, Л.Г. Проектное обучение на уроках математики: из опыта работы / Л.Г. Кудинова; Муниципальное образовательное учреждение «Мамоновская основная общеобразовательная школа». – Мамоново, 2013. – 56 с.
4. Моисеев, В.С. Современная прикладная математика и информатика / В.С. Моисеев. – Казань : Мастер Лайн, 2004-2017. – 206 с.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Камышан Алексей^{1,2}

1 курс, Факультет информационных технологий и автоматизации
производственных процессов,
e-mail: alexkamyshan07@mail.ru

Руководитель: Сухинина Ольга Анатольевна²

г.Донецк, ДНР
старший преподаватель кафедры высшей
математики и естественных наук,
e-mail: soa-72@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донбасский государственный
технический университет»,
г. Алчевск, Россия

**МАТЕМАТИКА КАК ИНСТРУМЕНТ В ПСИХОЛОГИИ:
СТАТИСТИКА, АНАЛИЗ ДАННЫХ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ**

Психология – это наука, изучающая психические процессы и поведение человека. Психологи, как специалисты в этой области, помогают людям преодолевать жизненные трудности, проводят научные исследования в области когнитивных и эмоциональных процессов, а также работают над улучшением межличностных отношений в различных группах.

Современная психология как строгая научная дисциплина опирается на комплекс математических методов, обеспечивающих надежность получаемых результатов. Современное развитие психологической науки характеризуется активным формированием новых теоретических подходов и исследовательских направлений. Это закономерно приводит к возрастанию значения математических методов для системного анализа и формализации изучаемых психических явлений. Особенно заметна тенденция к математическому моделированию выявляемых закономерностей.

Интеграция математического аппарата в психологические исследования особенно интенсивно происходит в экспериментальной и прикладной сферах. Подобная методологическая интеграция, с одной стороны, существенно расширяет исследовательские возможности, позволяя более точно анализировать сложные психические явления. С другой стороны, она требует более строгого и обоснованного подхода к формулировке исследовательских гипотез и выбору методов их подтверждения. Рассмотрим различные аспекты применения математики в психологии: описательная статистика, индуктивная статистика, корреляционный анализ, регрессионный анализ, факторный анализ. В данной работе рассматриваются ключевые математические методы,

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

применение которых существенно повышает надежность психологических исследований.

Описательная статистика — это раздел статистики, который используется для обобщения и осмысленной организации данных. В психологических исследованиях она выполняет функцию первичного анализа, позволяя исследователю получить общее представление о распределении изучаемых признаков в выборке. Цель описательной статистики — сделать данные более значимыми и простыми для интерпретации.

Основные показатели описательной статистики включают меры центральной тенденции (среднее арифметическое, медиана, мода), характеризующие типичное значение в ряду данных, и меры изменчивости (дисперсия, стандартное отклонение, размах), отражающие степень рассеивания значений вокруг центрального показателя. Особое значение имеют методы графического представления данных (гистограммы, боксплоты), которые обеспечивают наглядность при интерпретации результатов. В психодиагностике описательная статистика используется для стандартизации тестовых показателей, анализа нормативного распределения признаков и выявления нестандартных значений. При обработке экспериментальных данных она позволяет оценить характер распределения переменных, что является необходимым условием для выбора адекватных методов дальнейшего статистического анализа.

Важнейшим аспектом применения описательной статистики в психологии выступает необходимость содержательной интерпретации полученных числовых показателей с учетом специфики изучаемых психических явлений и особенностей выборки. Грамотное использование методов описательной статистики обеспечивает надежную основу для последующего анализа данных и формулирования научно обоснованных выводов.

Индуктивная статистика представляет собой раздел математической статистики, направленный на обобщение результатов выборочных данных на всю генеральную совокупность и проверку статистических гипотез. В отличие от описательной статистики, которая ограничивается характеристикой конкретной выборки, индуктивная статистика позволяет делать вероятностные выводы о закономерностях, присущих более широкой популяции. Основу индуктивного подхода составляют методы статистического вывода, включающие оценку параметров и проверку гипотез с определением уровня их достоверности. Ключевыми инструментами индуктивной статистики в психологии выступают параметрические и непараметрические критерии. Параметрические методы (t-критерий Стьюдента, дисперсионный анализ, линейная регрессия) применяются при выполнении условий нормальности распределения и

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

интервального характера данных. Непараметрические методы (критерий Манна-Уитни, ранговый корреляционный анализ, критерий Краскела-Уоллиса) используются при нарушении этих предпосылок или работе с порядковыми шкалами. В психологических исследованиях индуктивная статистика находит применение при решении разнообразных задач: сравнении групп по уровню выраженности психологических характеристик, анализе динамики изменений в продолжительных исследованиях, установлении значимых взаимосвязей между переменными.

Рассмотрим пример эксперимента, направленного на оценку эффективности когнитивно-поведенческой терапии (КПТ) в снижении уровня тревожности у студентов в период экзаменационной сессии.

Исследование основывается на сравнении двух групп: экспериментальной (прошедшей курс КПТ) и контрольной (не получавшей вмешательства). Нулевая гипотеза (H_0) предполагает отсутствие различий в уровне тревожности между группами, тогда как альтернативная гипотеза (H_1) утверждает, что применение КПТ приводит к его снижению. Для проверки гипотез использовался рандомизированный контролируемый эксперимент. Уровень тревожности измерялся с помощью стандартизированной шкалы (STAI) до и после вмешательства. Полученные данные анализировались с применением t-критерия для независимых выборок, поскольку переменная (уровень тревожности) измерялась в интервальной шкале, а распределение значений соответствовало нормальному.

Эмпирические данные показали, что средний уровень тревожности в экспериментальной группе ($M = 35$, $SD = 4,2$) был статистически значимо ниже, чем в контрольной ($M = 45$, $SD = 5,1$). Результаты t-теста ($t(58) = 3,72$, $p = 0,01$) при уровне значимости $\alpha = 0.05$ позволили отвергнуть нулевую гипотезу. Полученные результаты свидетельствуют о том, что применение КПТ оказывает значимое влияние на снижение тревожности у студентов ($p < 0,05$). Данный пример иллюстрирует ключевую роль индуктивной статистики в психологических исследованиях, обеспечивающей надежность выводов при анализе экспериментальных данных.

Корреляционный анализ представляет собой статистический метод, позволяющий количественно оценить степень и направление взаимосвязи между двумя или более переменными. В психологических исследованиях этот метод занимает центральное место при изучении взаимозависимостей между психическими процессами, поведенческими характеристиками и другими измеряемыми параметрами.

Основу корреляционного анализа составляют коэффициенты корреляции, численно выражающие силу и направление связи. Наиболее широкое применение в психологии находит коэффициент корреляции Пирсона (r), который измеряет линейную зависимость между переменными,

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

измеренными в интервальной шкале. Для порядковых данных или при нарушении предположения о нормальности распределения используется коэффициент ранговой корреляции Спирмена (ρ). Оба коэффициента варьируются в диапазоне от -1 до +1, где значения, близкие к нулю, указывают на отсутствие линейной связи, а крайние значения - на сильную прямую (+1) или обратную (-1) зависимость. Грамотное применение корреляционного анализа в психологических исследованиях требует соблюдения методологических предосторожностей: четкого обоснования выбора переменных для анализа, проверки предпосылок используемых методов и оценки практической значимости выявленных связей.

Регрессионный анализ представляет собой мощный статистический инструмент, позволяющий исследовать и количественно оценивать зависимости между переменными, а также прогнозировать значения одних переменных на основе других. В психологических исследованиях данный метод занимает особое место, так как позволяет перейти от констатации факта взаимосвязи между явлениями к построению предсказательных моделей.

Основная суть регрессионного анализа заключается в построении математической модели, описывающей, как изменение одной или нескольких независимых переменных (предикторов) влияет на зависимую переменную (отклик). Простейшей и наиболее часто используемой формой является линейная регрессия, которая предполагает линейную зависимость между переменными и выражается уравнением вида

$$Y = a + bX + \varepsilon,$$

где Y – зависимая переменная,

X – независимая переменная,

a – константа (свободный член),

b – коэффициент регрессии, показывающий силу и направление влияния,

ε – ошибка предсказания.

В психологической практике особое значение имеют следующие виды регрессионного анализа:

1. Простая линейная регрессия (с одним предиктором)
2. Множественная регрессия (с несколькими предикторами)
3. Логистическая регрессия (для бинарных зависимых переменных)
4. Иерархическая регрессия (последовательное добавление предикторов)
5. Нелинейная регрессия (для сложных зависимостей)

Особую ценность представляет множественный регрессионный анализ, позволяющий одновременно учитывать влияние нескольких факторов. Например, можно исследовать, как уровень тревожности (Y)

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

зависит от перфекционизма (X_1), социальной поддержки (X_2) и стратегий совладания (X_3), оценивая вклад каждого фактора при контроле остальных.

Факторный анализ представляет собой многомерный статистический метод, предназначенный для выявления скрытых (латентных) переменных, лежащих в основе наблюдаемых корреляций между измеряемыми показателями. В психологической науке данный метод занимает особое положение, поскольку позволяет перейти от поверхностного описания феноменов к исследованию глубинных структур психики.

Методологической основой факторного анализа выступает предположение о том, что наблюдаемые корреляции между переменными обусловлены существованием скрытых факторов. Математически это выражается через систему линейных уравнений, где каждая наблюдаемая переменная представляется как взвешенная сумма латентных факторов и уникальной составляющей. Основная задача заключается в определении минимального числа независимых факторов, достаточного для объяснения корреляционной структуры данных.

В психологической практике применяются два принципиально разных подхода:

1. Эксплораторный факторный анализ - используется на начальных этапах исследования, когда структура взаимосвязей неизвестна. Он позволяет выявить базовые измерения в наборе переменных, определить минимальное число факторов и установить вклад каждого фактора в общую дисперсию.

2. Подтверждающий факторный анализ - применяется для проверки априорных гипотез о факторной структуре. Факторный анализ дает возможность тестировать соответствие данных теоретической модели и оценивать надежность и валидность измерительных шкал.

Особую значимость факторный анализ приобретает при разработке психологических тестов, где он позволяет выявить базовые шкалы опросника, оценить факторную валидность, а также оптимизировать структуру методики. Методологические требования к применению факторного анализа в психологии предполагают достаточный объем выборки (рекомендуется не менее 10 наблюдений на переменную). Факторный анализ существенно расширяет методологический арсенал психолога, позволяя переходить от поверхностного описания явлений к исследованию глубинных структур психической реальности.

Проведенный анализ демонстрирует ключевую роль математических методов в современных психологических исследованиях, выступающих важнейшим инструментом обеспечения научной строгости и доказательности получаемых результатов. Описательная статистика формирует необходимую основу для первичного осмысления данных, предоставляя исследователю компактные и информативные показатели

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

центральной тенденции и вариативности, без которых невозможно переходить к более сложным видам анализа. Корреляционный анализ открывает возможности для выявления устойчивых взаимосвязей между психологическими феноменами, хотя и требует осторожной интерпретации во избежание ошибочных причинных заключений. Регрессионные модели позволяют не только констатировать наличие связей, но и строить прогностические уравнения, количественно оценивая вклад различных факторов в изучаемые психические явления. Особое значение имеет факторный анализ, дающий возможность перейти от поверхностного описания к исследованию глубинных латентных структур, лежащих в основе наблюдаемых корреляций.

Современное развитие психологической науки характеризуется усложнением методологического аппарата, интеграцией традиционных статистических методов с новейшими вычислительными подходами. Это создает новые возможности для работы со сложными, нелинейными зависимостями и большими массивами данных, характерными для психологических исследований. Однако столь же важным остается грамотное содержательное осмысление получаемых результатов, их соотнесение с психологической теорией и практикой.

Применение математических методов в психологии требует от исследователя не только технической компетентности в области статистики, но и глубокого понимания специфики психологических конструктов, особенностей их измерения и интерпретации. Только сочетание строгого математического аппарата с содержательным психологическим анализом позволяет получать достоверные и практически значимые результаты, способствующие развитию психологии как полноценной научной дисциплины. В условиях возрастающих требований к доказательности психологических исследований владение современными методами математической обработки данных становится неотъемлемой частью профессиональной подготовки психолога-исследователя.

Таким образом, математические методы образуют методологический фундамент современной психологической науки, обеспечивая переход от интуитивных предположений к строго подтвержденным научным выводам. Их грамотное применение позволяет не только описывать и анализировать психические явления, но и выявлять скрытые закономерности, строить теоретические модели и разрабатывать эффективные практические вмешательства, что в конечном итоге способствует углублению нашего понимания человеческой психики и совершенствованию психологической практики.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Литература

1. Высоков, И. Е. Математические методы в психологии : учебник и практикум для вузов / И. Е. Высоков. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2025. – 413 с.

2. Ермолаев-Томин, О. Ю. Математические методы в психологии в 2 ч. Часть 1. : учебник для вузов / О. Ю. Ермолаев-Томин. — 5-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2025. – 280 с.

3. Специальная психология : учебник для вузов / под редакцией Л. М. Шипицыной. – Москва : Издательство Юрайт, 2025. – 287 с.

Канайкина Дарья¹

10 класс

e-mail: asdfghjklmlbb@gmail.com

Руководитель: Манжос Наталья Васильевна²

специалист I категории, учитель математики и информатики

e-mail: karolinuhka@mail.ru

^{1,2}ГБОУ «Школа № 113 г.о. Донецк»,

г. Донецк, ДНР

НЕЙРОННЫЕ СЕТИ В МАШИННОМ ПЕРЕВОДЕ

Современные технологии машинного перевода стремительно развиваются и играют ключевую роль в глобальной коммуникации. Машинный перевод позволяет осуществлять перевод текстов с одного языка на другой с помощью алгоритмов и моделей, которые используют математические методы и данные. Это упрощает взаимодействие между людьми, способствуя обмену знаниями и культурой.

Алгоритмы машинного перевода становятся все более точными благодаря нейронным сетям, что важно в условиях глобализации. Они находят применение в различных сферах деятельности, облегчая доступ к информации и улучшая коммуникацию.

Цель работы: изучение роли нейронных сетей в машинном переводе, рассмотрение принципов работы нейронных сетей, использующих сложные архитектуры для обработки языковых данных.

Машинный перевод – это процесс автоматического перевода текстов с одного языка на другой с помощью искусственного интеллекта и без вмешательства со стороны человека. Современный машинный перевод превосходит возможности обычного дословного перевода – он способен передать полный смысл заложенной в исходном тексте информации на целевой язык, анализирует все текстовые элементы и определяет, как слова влияют друг на друга [3].

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Концепцию применения принципов теории информации Клода Шеннона для автоматического перевода текстов впервые выдвинул в 1949 году Уоррен Уивер – один из основоположников информатики. Он предложил рассматривать перевод как статистическую задачу, заключающуюся в определении наиболее вероятных соответствий между словами и фразами двух языков на основе анализа обширных корпусов параллельных текстов.

Однако в тот период ограниченные вычислительные возможности и недостаточный объем доступных данных не позволили реализовать этот подход. Лишь в конце 1980-х годов учёные из Исследовательского центра Томаса Дж. Уотсона IBM возобновили изучение концепции статистического машинного перевода.

Таким образом, заложенные Уивером основополагающие идеи и их дальнейшее развитие в 1980–90-х годах способствовали практической реализации и широкому распространению статистического машинного перевода [1].

В начале 1954 года в Джорджтаунском университете специалисты IBM представили первую систему автоматического перевода, известную как Джорджтаунский эксперимент. Система состояла из вычислительной машины IBM-701, набора перфокарт и словаря из 250 русских слов. Она преобразовывала русские фразы в английские эквиваленты, используя всего шесть алгоритмов грамматического анализа.

Презентация этой установки привлекла особое внимание прессы, академических кругов и военного ведомства, которые с восхищением наблюдали за работой электронного переводчика. Несмотря на несовершенство результатов, сама возможность автоматического перевода произвела сильное впечатление.

Но настоящую революцию произвел нейронный машинный перевод, появившийся в начале 2010-х годов, он стал важным этапом в развитии технологии машинного перевода.

В отличие от традиционных систем машинного перевода нейронный использует искусственные нейронные сети. Эти сети обучаются на огромных объемах параллельных текстов на разных языках, выявляя сложные взаимосвязи и закономерности между словами, фразами и предложениями. Это обеспечивает еще более точные и естественные переводы.

Нейронные сети, особенно в контексте машинного перевода, представляют собой мощный инструмент, который изменил подход к автоматическому переводу текстов. Эти модели основаны на принципах вероятности и статистики, позволяя им эффективно обрабатывать и интерпретировать языковые данные [2].

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

С развитием нейронных сетей и их модификаций с механизмами внимания, машинный перевод достиг нового уровня. Эти модели способны учитывать контекст целых предложений, что позволяет им не только анализировать последовательности слов, но и понимать их смысл и грамматическую структуру.

Нейронные сети используют многослойные архитектуры, в которых каждый слой отвечает за извлечение различных уровней абстракции из входных данных. Основной концепцией является то, что сеть обучается на больших объемах параллельных текстов, выявляя закономерности и зависимости между словами и фразами на разных языках.

В нейронных сетях для перевода текстов используется вероятностный подход, который позволяет оценить, с какой вероятностью определённое слово или фраза будет переведено на другой язык.

Модель перевода с помощью нейросетей на основе вероятностей состоит из следующих этапов:

Сбор данных: для начала собирается большой объём параллельных текстов, то есть текстов, которые уже переведены с одного языка на другой. Эти тексты используются для обучения модели.

Токенизация: тексты разбиваются на отдельные слова или фразы, называемые токенами. Это позволяет модели работать с отдельными элементами языка.

Построение вероятностных распределений: на основе собранных данных модель строит вероятностные распределения для каждого слова или фразы в исходном языке. Эти распределения показывают, насколько вероятно, что определённое слово или фраза в исходном языке будет переведено определённым образом в целевом языке.

Оценка вероятности перевода: когда модель получает новый текст для перевода, она использует построенные вероятностные распределения для оценки вероятности каждого возможного перевода. Модель выбирает перевод с наибольшей вероятностью.

Учёт контекста: для улучшения качества перевода модель может учитывать контекст, в котором используется слово или фраза. Это позволяет учитывать многозначность слов и различия в употреблении одинаковых слов в разных контекстах.

Оптимизация: после первоначального перевода модель может использовать методы оптимизации, такие как алгоритмы машинного обучения, для улучшения качества перевода на основе обратной связи от пользователей или дополнительных данных.

Современные системы часто используют гибридные подходы, комбинируя статистические методы и нейронные сети. Это позволяет улучшить качество перевода, учитывая, как вероятностные характеристики, так и контекстуальные зависимости.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Алгоритмы машинного перевода, основанные на нейронных сетях, находят широкое применение в различных областях. Они используются для перевода документации и научных текстов, обеспечивая высокую точность и естественность перевода. Нейронные сети позволяют создавать автоматические системы поддержки клиентов, которые могут эффективно обрабатывать запросы на разных языках, делая общение более удобным и доступным. Такие технологии активно внедряются в облачные сервисы и мобильные приложения, что способствует улучшению пользовательского опыта и повышению качества перевода в реальном времени.

Рассмотрим некоторые примеры применения нейросетей для машинного перевода:

Онлайн-переводчики (Google Translate, ЯндексПереводчик, DeepL). Это, пожалуй, самое известное применение нейросети. Пользователь вводит текст (или даже говорит) на одном языке, а система почти мгновенно выдает перевод на другом. Современные системы могут переводить не только отдельные слова или фразы, но и целые веб-страницы или документы, сохраняя при этом форматирование.

Модель оценивает вероятность различных вариантов перевода и выбирает наиболее вероятный.

Перевод в реальном времени в коммуникационных приложениях (Skype Translator, Zoom или перевод комментариев в соцсетях). Некоторые мессенджеры и платформы позволяют общаться людям, говорящим на разных языках, переводя их сообщения “на лету”. Например, вы пишете сообщение на русском, а ваш собеседник видит его на английском, и наоборот. Нейросеть адаптирована для обработки коротких, часто неформальных сообщений разговорного стиля.

Локализация контента (субтитры к фильмам, перевод интерфейсов ПО и игр). Компании, выпускающие фильмы, сериалы, программное обеспечение или игры для глобальной аудитории, используют нейронные сети для ускорения процесса локализации – адаптации продукта к языку и культуре конкретного региона. Нейросеть значительно сокращает время и затраты по сравнению с переводом “с нуля” человеком, предоставляя уже достаточно качественную и связную основу.

Несмотря на высокие достижения машинный перевод сталкивается с рядом проблем:

– нейронные сети могут не всегда правильно интерпретировать контекст, особенно в сложных предложениях. Это может приводить к искажению смысла и снижению качества перевода;

– перевод культурных выражений и фраз, насыщенных местными значениями, остаётся сложной задачей. Например, метафоры, пословицы и специфические термины могут быть трудны для адекватного перевода, так как они требуют глубокого понимания культурного контекста;

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

– нейронные сети могут выдавать неожиданные результаты, что требует дополнительного контроля и коррекции. Это подчёркивает необходимость в ручной проверке и редактировании переведённых текстов.

Таким образом можно сказать, что алгоритмы машинного перевода, его применение и развитие открывают новые горизонты в области коммуникации между культурами и языками. Нейронные сети, основываясь на теории вероятностей и статистике, служат основой для алгоритмов, которые способны обрабатывать и переводить тексты на высоком уровне. Их развитие и внедрение способствуют устранению языковых барьеров, расширяют доступ к информации и улучшают межкультурное взаимодействие. Важно продолжать изучать и совершенствовать эти модели, чтобы повысить качество автоматического машинного перевода и расширить сферы их применения.

Литература

1. История машинного перевода: от Декарта до нейросетей – URL: <https://www.securitylab.ru/blog/personal/Technolady/355284.php>.
2. Половцева, Т. Нейронный машинный перевод: что это? – URL: <https://lingvanex.com/ru/blog/neural-machine-translation-what-is-it/#title-4>
3. Что такое машинный перевод? – URL: <https://aws.amazon.com/ru/what-is/machine-translation/>.

Кормилец Дарья¹

5 курс, Факультет математики и информационных технологий
e-mail: dasha.kormilets@bk.ru

Руководитель: Евсева Елена Геннадиевна²

доктор педагогических наук, профессор,
профессор кафедры высшей математики
и методики преподавания математики
e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru

^{1,2} ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ОБУЧЕНИЮ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ: НА ПРИМЕРЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА» В 5-6 КЛАССАХ

Обучение математике в основной школе в 5-6 классах – это ключевой этап формирования фундаментальных математических знаний и навыков, которые будут необходимы для дальнейшего обучения и успешной адаптации к современной жизни. Существует несколько основных

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

концепций, которые определяют подход к обучению математике на этом этапе.

Одна из ведущих концепций, представленная в исследованиях Ф.Ф. Нуриева, Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон, заключается в реализации деятельностного подхода к обучению математике. Данный подход предполагает активное вовлечение учащихся в учебно-познавательную деятельность, в ходе которой они самостоятельно открывают новые математические факты и закономерности, осваивают способы решения задач [4].

Концепция развивающего обучения математике, раскрытая в трудах А.Г. Мордковича, Ю.М. Колягина, В.А. Гусева, предполагает ориентацию на всестороннее развитие личности учащихся, формирование у них универсальных учебных действий. Особое внимание уделяется развитию логического мышления, пространственного воображения, вычислительных навыков, что достигается за счет использования разнообразных форм и методов обучения, включения школьников в поисковую и творческую деятельность [4].

Исследования М.А. Холодной, А.К. Артемьевой, Т.А. Лугуевой раскрывают концепцию личностно-ориентированного обучения математике, которая заключается в учете индивидуальных особенностей и образовательных потребностей каждого ученика. Авторы подчеркивают необходимость создания ситуаций успеха, применения дифференцированного и индивидуального подходов, использования разноуровневых заданий, что способствует повышению мотивации школьников к изучению математики. Личностно-ориентированный подход позволяет раскрыть творческий потенциал учащихся и обеспечить их личностное развитие [4].

Концепция интегративного обучения математике, разработанная Н.С. Подходовой, И.М. Смирновой, Е.Э. Кочуровой, предполагает установление междисциплинарных связей, интеграцию математических знаний с другими учебными предметами. Это позволяет расширить кругозор учащихся, сформировать целостное представление о роли математики в познании окружающего мира, ее прикладном значении. Интегративный подход способствует повышению мотивации школьников к изучению математики, а также развитию их аналитических и творческих способностей [4].

По нашему мнению, самый эффективный подход к обучению математике в 5-6 классах – это комплексный подход, который сочетает в себе элементы различных концепций и учитывает индивидуальные особенности учащихся. Современные образовательные технологии и цифровые ресурсы могут стать мощным инструментом для улучшения качества обучения математике в основной школе [2].

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Цифровизация образования - это не просто внедрение компьютеров и гаджетов в школьную жизнь, а комплексный процесс, который требует переосмысления методов обучения, дидактических материалов и оценки знаний. В контексте математики в 5-6 классах это означает переход от традиционных учебников и задачников к интерактивным платформам, симуляторам и онлайн-ресурсам.

Одной из актуальных тенденций в современном математическом образовании основной школы является активное внедрение информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в учебный процесс. Данное направление находит отражение в научных исследованиях ряда авторов.

Многие исследователи отмечают огромный потенциал ИКТ в обучении математике. Они указывают на возможность визуализации абстрактных математических понятий, моделирования реальных процессов, проведения виртуальных экспериментов, индивидуализации обучения и повышения мотивации учащихся [2].

Так, А.С. Машбиц, доктор психологических наук, в своих работах рассматривает психолого-педагогические аспекты применения средств ИКТ в обучении. Ученый подчеркивает, что использование компьютерных технологий должно быть методически обоснованным и способствовать активизации познавательной деятельности учащихся, развитию их самостоятельности и творческих способностей. Машбиц отмечает необходимость учета индивидуальных особенностей школьников при проектировании компьютерных обучающих систем.

В исследованиях А.Г. Гейна раскрываются дидактические возможности применения ИКТ в процессе обучения математике. Автор акцентирует внимание на использовании компьютерных моделей, визуализации математических объектов, применении интерактивных тренажеров и обучающих игр[5].

Концепция интеграции ИКТ в математическое образование представлена в работах И.В. Роберт. Ученый подчеркивает, что цифровые технологии должны не просто дополнять традиционные методы обучения, но трансформировать весь образовательный процесс, способствуя его индивидуализации и повышению интерактивности. Роберт отмечает, что интеграция ИКТ в обучение математике позволяет реализовать дифференцированный и личностно-ориентированный подходы, а также развивать у учащихся универсальные учебные действия [6].

Нормативно-правовые аспекты цифровизации образования, в том числе в области математики, раскрываются в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования и Концепции развития математического образования в Российской Федерации. Данные документы подчеркивают необходимость

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

широкого использования современных информационных и коммуникационных технологий в учебном процессе для повышения его эффективности и качества математической подготовки школьников [7].

Психолого-педагогические требования к применению средств ИКТ:

1. Целесообразность: ИКТ должны использоваться не просто для развлечения, а для решения конкретных педагогических задач;

2. Доступность: средства ИКТ должны быть доступны всем учащимся, независимо от их материального положения;

3. Безопасность: использование ИКТ должно быть безопасным для здоровья учащихся, в том числе для их зрения;

4. Индивидуальный подход: ИКТ должны использоваться с учетом индивидуальных особенностей учащихся, их темпа обучения и уровня подготовки;

5. Мотивация: использование ИКТ должно быть мотивирующим для учащихся, чтобы они хотели использовать их для учения.

Примеры применения ИКТ в обучении математике в 5-6 классах:

– интерактивные учебники: визуализация математических понятий, интерактивные задания, тесты, игры, анимация;

– симуляторы: моделирование реальных процессов (например, движение тел, финансовые операции), проведение виртуальных экспериментов;

– онлайн-платформы: доступ к дополнительным учебным материалам, упражнениям, тестам, консультациям с учителем;

– видеуроки: объяснение нового материала, демонстрация решения задач;

– мобильные приложения: игры, тренажеры, решатели задач.

Также в качестве примера применения ИКТ приведём некоторые онлайн инструменты, которые были использованы мной для создания онлайн уроков. В них отражается попытка использования современных цифровых инструментов:

1) урок на платформе Бот Борис (<https://borisbot.com/35645>);

2) урок на платформе Online Test Pad (<https://onlinetestpad.com/kovr6jjhc5mos>).

Урок, созданный мной на платформе Бот Борис, представляет собой решение задачи в онлайн режиме. Ученик, при помощи данного бота разбирается и решает задачу. Тематический фон данной платформы создает атмосферу игры, что очень привлекает внимание ученика (см. рис. 1).

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

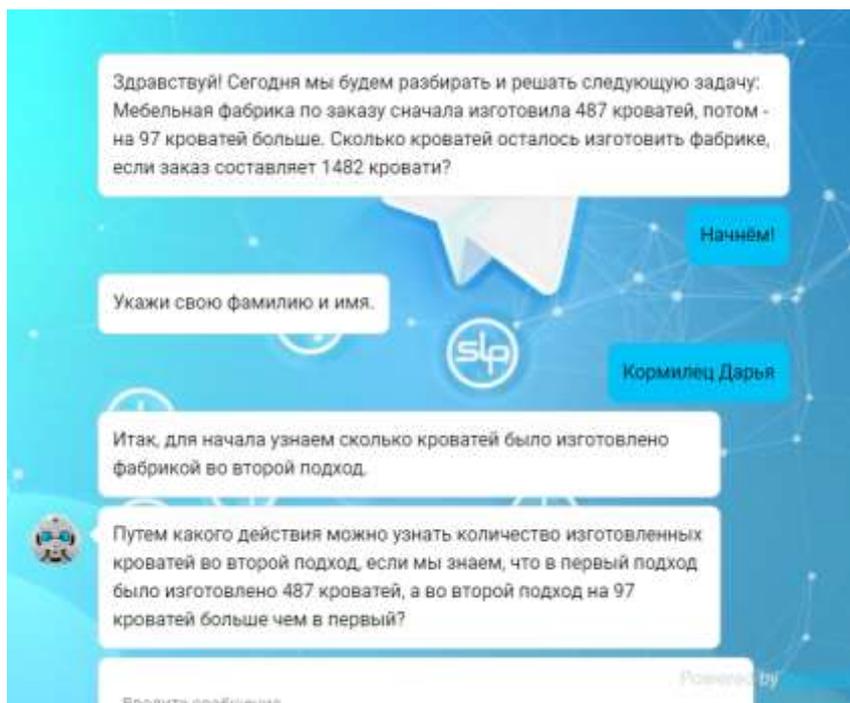


Рисунок 1 – Фрагмент онлайн урока на платформе Бот Борис

Таким образом, современные научные исследования, проведенные в период 2014-2023 гг., отражают тенденции к совершенствованию обучения математике в 5-6 классах основной школы на основе традиционного, деятельностного, развивающего, лично-ориентированного, компетентного подходов. Реализация данных концепций в педагогической практике позволит повысить эффективность математического образования, раскрыть интеллектуальный потенциал учащихся и сформировать прочные математические компетенции, востребованные в современном обществе.

Литература

1. Боташева, З.Х. Методы использования информационных технологий на уроках математики / З.Х. Боташева // Проблемы современного педагогического образования. – 2022. – № 75 (4). – С. 63–65.
2. Вербицкий, А.А. Цифровое обучение: проблемы, риски и перспективы / А.А. Вербицкий // Электронный научно-публицистический журнал "Homo Cyberus". – 2019. – №1(6). – URL: http://journal.homocyberus.ru/Verbitskiy_AA_1_2019 (дата обращения: 06.04.2025). – Текст : электронный.
3. Герасимова, А. С. Современные подходы к обучению математике в основной школе / А.С. Герасимова, А.С. Машбиц // Образование и наука. – 2017. – Т. 19. – № 4. – С. 83–99.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

4. Далингер, В.А. Современные технологии обучения математике в основной школе / В.А. Далингер // Вестник Омского государственного педагогического университета. – 2019. – № 1 (21). – С. 67-72.

5. Савельева, Е.В. Интерактивные методы обучения математике / Е.В. Савельева, Д.В. Здор, О.Е. Федореева // Вестник педагогических наук. – 2022. – № 3. – С. 243–245.

6. Такиуллин, Т.Р. Влияние цифровизации на систему образования / Т.Р. Такиуллин // Молодой ученый. – 2021. – № 47 (389). – С. 5-8. – URL: <https://moluch.ru/archive/389/85723/> (дата обращения: 06.07.2024). – Текст : электронный.

7. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [утвержден Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287; Зарегистрировано в Министерстве юстиции Российской Федерации от 5 июля 2021 г. Регистрационный № 64101]. – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027> (дата обращения 06.07.2024). – Текст : электронный.

Натёкина Анастасия¹

5 курс, Факультет математики и информационных технологий
e-mail: natekina.03@mail.ru

Руководитель: Павлов Александр Леонидович²

кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики
e-mail: a.pavlov49@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

**ПОТЕНЦИАЛ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СОРЕВНОВАНИЙ В
ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ
ШКОЛЬНИКОВ**

Одной из ведущих целей современного образования является развитие когнитивных способностей обучающихся – умения анализировать, рассуждать, обобщать, строить логические цепочки и применять знания в незнакомых ситуациях. Согласно ФГОС ООО [4], образовательный процесс должен обеспечивать формирование универсальных учебных действий, прежде всего познавательных, как основы для развития математической грамотности. Особенно активно эти способности развиваются при решении нестандартных задач, не имеющих однозначного пути решения и

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

требующих творческого подхода. Математические соревнования – олимпиады, турниры, математические бои содержат именно такие задания, которые отличаются высокой степенью неопределённости, отсутствием шаблонного алгоритма и необходимостью построения индивидуальной стратегии решения.

Среди исследований, посвященных вопросам обучения обучающихся решению нестандартных задач, следует выделить работы Ю. М. Колягина. Рассматривая умение решать задачи, он отмечает, что это умение «образует сложный комплекс, в состав которого входят активно действующие математические знания (и соответствующие им специальные умения и навыки), опыт в применении знаний и определенная совокупность сформированных свойств мышления», так называемых «мыслительных умений» [1, с. 152].

Исследования в области когнитивной психологии свидетельствуют о том, что именно нестандартные задачи активизируют процессы интеграции знаний и стимулируют использование метапредметных навыков, таких как умение выявлять закономерности и устанавливать связи между различными областями знаний. Это важный аспект в контексте формирования у школьников не только математической грамотности, но и умения применять полученные знания в изменяющихся и нестандартных условиях реальной жизни [2, с. 6].

Таким образом, решение нестандартных задач предполагает использование всего арсенала когнитивных действий: анализировать, планировать, формулировать, сопоставлять, моделировать, обобщать, сравнивать и т.д.

Математические соревнования играют ключевую роль в развитии критического и креативного мышления. Эти виды мышления особенно важны в контексте математической грамотности, так как они помогают учащимся не только анализировать данные, но и подходить к решению задач с разных точек зрения, выдвигать гипотезы и проверять их. Креативное мышление в математике проявляется в способности находить нестандартные методы решения задач, разрабатывать оригинальные стратегии и подходы, что является неотъемлемой частью участия в математических соревнованиях.

Развитие критического и креативного мышления возможно только в условиях задачи, которая не имеет очевидного и единственного пути решения. В таких задачах учащиеся сталкиваются с необходимостью самоорганизации, поиска новых решений и оценки их эффективности. Математические соревнования создают именно такие условия, требующие от участников не только знаний, но и способности мыслить независимо, формулировать новые идеи и методы, а также умело применять их в нестандартных ситуациях. Эти виды мышления, наряду с умением

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

самостоятельно находить решения, играют важную роль в процессе формирования математической грамотности, обеспечивая способность обучающихся применять математические знания в реальных жизненных ситуациях.

Решение нестандартных задач, характерных для математических олимпиад, стимулирует не только когнитивную активность, но и создает у школьников ощущение достижения, что усиливает их положительное отношение к математике как к области, в которой возможно самовыражение и творчество. В.А. Тестов [4, с. 179] отмечает, что участие в олимпиадах способствует не только развитию математических знаний, но и формированию у учащихся положительных эмоций, связанных с интеллектуальными достижениями, что, в свою очередь, усиливает их мотивацию и стремление к дальнейшему обучению.

Формирование положительного отношения также связано с успешным преодолением когнитивных трудностей, что является важным компонентом математической грамотности. Преодоление трудностей при решении математических задач способствует развитию устойчивости и уверенности в собственных силах, что в дальнейшем позитивно сказывается на отношении учащихся к математике как к учебному предмету.

С позиции когнитивной теории обучения, процесс преодоления учебных затруднений в ходе решения задач способствует формированию у обучающихся устойчивой познавательной мотивации к дальнейшему освоению математических знаний и их применению в разнообразных жизненных и профессиональных контекстах [5].

Международные исследования, в частности, данные программы PISA, показывают, что учащиеся, проявляющие интерес к математике, демонстрируют более высокие результаты в решении задач, направленных на анализ и решение реальных проблем, что подтверждает важность формирования положительного отношения как необходимого компонента математической грамотности.

Таким образом, положительное отношение к математике формируется через успешное преодоление когнитивных трудностей, участие в математических соревнованиях и решение нестандартных задач, а также через создание условий для постоянного развития познавательной активности учащихся. Это отношение является индикатором уровня сформированности математической грамотности и важным фактором, способствующим эффективному усвоению математических знаний и их применению в реальных жизненных ситуациях.

Математические соревнования создают условия для формирования навыков решения нестандартных задач, стимулируя развитие критического и креативного мышления, а также уверенности в собственных силах.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Примерами массовых математических соревнований, ориентированных на развитие математической грамотности обучающихся, являются конкурсы для школьников 4–9 классов, проводимые Центром математического просвещения факультета математики и информационных технологий Донецкого государственного университета [6]. С 1997 года организуется математический конкурс «Золотой ключик». Изначально он включал два этапа: заочный тур, проводившийся зимой, и очный – в марте, который одновременно являлся подготовительным этапом к Международному математическому конкурсу «Кенгуру».

Начиная с 2012 года, оба тура стали проводиться в заочной форме. Первый этап сохранил название «Золотой ключик», второй получил название «Золотой сундучок» и проводится в начале учебного года. Эти конкурсы объединены общими целями, единым подходом к содержанию заданий, формой их представления, методикой проведения, а также системой оценивания и интерпретации результатов.

Основное назначение математических конкурсов «Золотой ключик» и «Золотой сундучок» – развитие у обучающихся умений применять математические знания для решения задач, приближённых к реальным жизненным ситуациям; овладение методом математического моделирования; формирование и повышение уровня математической грамотности школьников различного уровня подготовки, включая обучающихся с высокой предметной компетентностью в соответствии с международными стандартами.

Конкурсы предполагают выполнение заданий в домашних условиях учащимися 4–9 классов. Задания включают как задачи с выбором одного правильного ответа из нескольких предложенных, так и задачи, требующие развёрнутого решения с пояснением и обоснованием каждого этапа. Задания конкурсов способствуют формированию вышеуказанных умений. Среди них нет задач, требующих лишь стандартных вычислительных операций; напротив, каждое из заданий предполагает процесс математизации условия. Во многих случаях необходимость построения модели неочевидна, что требует от обучающихся осознанного включения приёма математического моделирования как важнейшего средства решения.

Преобразованные в математические формулировки задачи, как правило, не выходят за пределы школьной программы соответствующего класса, однако требуют высокого уровня математической подготовки, а главное – самостоятельности, находчивости и изобретательности. По содержанию задания охватывают основные содержательные линии курса математики и способствуют развитию логического, образного и других видов мышления.

Во многих конкурсных заданиях ключевым этапом решения становится завершающий – анализ и интерпретация полученных

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

результатов с учётом исходной ситуации и сформулированной проблемы. При этом оформление результата требуется не во всех случаях, однако способность обосновывать свои действия является критически важной и трудно приобретаемой. В процессе проверки учитываются логичность и обоснованность рассуждений, полнота решения и его оригинальность.

Привлечение обучающихся к участию в конкурсах способствует развитию метапредметных умений – таких как моделирование, анализ, интерпретация, аргументация, выбор стратегии решения и др. Это обусловлено тем, что задания ориентированы на применение математики в жизненных контекстах, что требует от обучающихся не только знаний в области предмета, но и готовности к переносу этих знаний в нестандартные ситуации, характерные для реальной практики.

Важно отметить, что задания различаются по уровню сложности и когнитивной насыщенности, что позволяет использовать их для реализации дифференцированного подхода и анализа уровня сформированности различных компонентов математической грамотности. Более сложные задачи требуют от обучающихся высокой степени самостоятельности, глубины понимания и умения делать аргументированные выводы, что напрямую связано с формированием универсальных учебных действий и метапредметных компетенций.

Кроме того, анализ выполнения заданий обучающимися позволяет судить о степени их трудности. Низкий процент успешного выполнения может свидетельствовать либо о повышенной сложности задания (например, неочевидности способа решения или сложности интерпретации условия), либо о недостаточной сформированности соответствующих умений у обучающихся.

Таким образом, решение нестандартных задач и участие в математических соревнованиях является не только способом развития знаний и навыков в математике, но и ключевым инструментом в формировании у школьников комплексных умственных навыков, которые необходимы для успешной адаптации и решения проблем в реальной жизни.

Литература

1. Колягин, Ю. М. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся средней школы : дис. д-ра пед. наук / Ю. М. Колягин. – Москва, 1977. – 398 с.
2. Сагайдачная, В. В. Интегральные познавательные задания как средство формирования и оценки метапредметных компетенций школьников / В. В. Сагайдачная, В. А. Сагайдачный // Самарский научный вестник. – 2019. – Т. 8, № 1. – С. 292–297.
3. Тестов, В. А. Математические задачи как средство развития интеллекта / В. А. Тестов, В. В. Альминдерова, А. А. Никитина //

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Интеллектуальная и творческая одаренность: сб. тр. II отк. междунар. науч.-метод. семинара «Апрельский форум». – Новосибирск : ИПИО РАО, 2008. – С. 178–180.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [утвержден Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287; Зарегистрировано в Министерстве юстиции Российской Федерации от 5 июля 2021 г. Регистрационный № 64101]. – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027>. – Текст : электронный.

5. Md. Yunus, A. S. Motivation in the Learning of Mathematics [Электронный ресурс] / A. S. Md. Yunus, W. A. Wan Zah // European Journal of Social Sciences. – 2009. – Vol. 7, № 4. – P. 93–101. – URL: https://www.researchgate.net/publication/265996639_Motivation_in_the_Learning_of_Mathematics.

6. Учебно-методический Центр математического просвещения Факультета математики и информационных технологий : сайт ФГБОУ ВО «ДонГУ». – URL : <https://donnu.ru/math/mmtm> (Дата обращения 10.05.2025). – Текст : электронный.

Пиперова Валентина¹

2 курс магистратуры, Тольяттинский государственный университет,
г. Тольятти, Россия
e-mail: valyapiperova@gmail.com

Руководитель: Демченкова Наталья Анатольевна²

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры «Высшая математика и математическое образование»
e-mail: ndemchenkova@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Тольяттинский государственный университет»,
г. Тольятти, Россия

**НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ЛИЧНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО
ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

Современное образование переживает трансформацию, связанную с переходом от унифицированных программ к персонализированным траекториям обучения. Личностно-ориентированное обучение (ЛОО), зародившееся в рамках гуманистической педагогики, становится ключевым в преодолении кризиса мотивации и академической неуспешности в математике. Потребность в реализации личностно-ориентированного обучения обусловлена требованиями ФГОС к формированию

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

метапредметных компетенций, что невозможно без учёта индивидуальных особенностей.

Концептуальные основы проективно-рекурсивных методических систем обучения формулируют принципы организации таких систем, которые, в отличие от традиционных систем, обеспечивают условия для личностной вовлеченности всех участников процесса обучения. Это позволяет реализовать дифференцированные и индивидуальные формы обучения в предметно-информационном поле и направлять обучение на достижение результатов самостоятельного обучения с внедрением в процесс обучения личностно-ориентированной технологии.

Личностно-ориентированная технология обучения – это специальная методика организации учебно-воспитательного процесса, нацеленная на развитие личности ребёнка с учётом его индивидуальных особенностей [5]. В этой технологии педагог подбирает стиль и методы обучения, которые отвечают познавательным способностям, возможностям и интересам ребёнка.

Идеи ЛОО уходят корнями в труды Ж.-Ж. Руссо, Дж. Дьюи и К. Роджерса [15], которые рассматривали образование как процесс самореализации личности. В математическом образовании переломным моментом стал XX век, когда массовая школа столкнулась с проблемой «поточного» обучения. Работы Л.В. Занкова и Д.Б. Эльконина заложили основы дифференциации, однако лишь к началу 2000-х ЛОО сформировалось как самостоятельное направление.

В.В. Сериков [10] отмечает, что личностный подход в образовании заключается в «создании условий для свободного развития личности, предоставлении возможности выбора и участия в проектировании собственного образовательного маршрута».

Несмотря на обилие теоретических исследований, практическое внедрение ЛОО остаётся фрагментарным, что обусловлено как объективными (нехватка ресурсов), так и субъективными (консерватизм педагогов) факторами.

Существует противоречие между необходимостью реализации личностно-ориентированного подхода в обучении математике и недостаточной проработанностью методических основ его применения в процессе обучения математике. Это противоречие определяет проблему: как методически обоснованно реализовать личностно-ориентированные технологии в процессе преподавания?

Целью исследования является обзор преимуществ применения личностно-ориентированных технологий в математике и трудностей их внедрения в образовательный процесс.

Теоретико-методологическую основу исследования составляют труды Н.С. Подходовой [7], В.В. Серикова [10], И.С. Якиманской [13].

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Педагоги-исследователи считают, что при реализации личностно-ориентированной технологии основой является формирование личности обучающихся. Таким образом, применение данной технологии в обучении математике возможно при соблюдении следующих условий:

- обеспечивать развитие и саморазвитие личности как субъекта познавательной и предметной деятельности;
- создавать условия для реализации личности в различных видах деятельности в соответствии с ее ценностными ориентациями и субъективным опытом;
- обеспечивать духовное и интеллектуальное становление;
- формировать индивидуальное восприятие мира, предоставлять возможность творческого совершенствования;
- способствовать развитию индивидуальности, саморазвитию и самовыражению.

По мнению И.С. Якиманской [13], «концепция личностно-ориентированного подхода направлена на развитие личности ребёнка как субъекта познания, способного воспроизвести путь и методы научного познания». Согласно Е.В. Бондаревской [2] идея обучения и воспитания личности индивидуальным образом является основной составляющей урока, помогающей формированию предметных компетенций учащихся. Как считает Г.К. Селевко [9] личностно-ориентированное обучение должно помочь ребёнку встретиться с субъективным опытом, сформированным в детстве, и социальным опытом, выражающим ценности и смыслы. В.В. Сериков [10] рассматривает понятие личностно-ориентированного обучения как создание условий, способствующих развитию способностей учащихся и стимулирующих формирование самостоятельности. И.Ю. Гаранина [4] рассматривает личностно-ориентированный подход как ключевой элемент обучения математике, подчеркивая необходимость учета индивидуальных особенностей, в работе акцентируется важность адаптации педагогических технологий к личностным запросам обучающихся. Н.А. Серова [11] представляет целеполагание и применение разработанного ею способа и формы предъявления учебных целей обучения математике в условиях личностно-ориентированного подхода. Т. И. Бондаренко [3] под термином «личностно-ориентированный подход в обучении» понимает такой подход, при котором учитель в процессе обучения может контролировать качество полученных знаний каждого учащегося и, в зависимости от индивидуальных особенностей ученика, совершенствовать их. Т.С. Саввина [8] рассматривает личностно-ориентированные технологии в обучении математике как «инструмент, позволяющий адаптировать учебный процесс к индивидуальным когнитивным и эмоциональным особенностям учащихся».

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

В математике личностно-ориентированное обучение реализуется прежде всего через адаптацию содержания. Адаптивные программы обучения в области математики представляют собой важный шаг к созданию персонализированной образовательной среды, где каждому учащемуся предлагается уникальный путь изучения материала. Задания разрабатываются с учетом индивидуальных способностей ученика.

Необходимым условием для реализации ЛОО является гибкость форм работы: сочетание индивидуальных, групповых и фронтальных методов. Особое место занимает обучение в сотрудничестве путем коллективной работы. Важным аспектом обучения в сотрудничестве является упор на коммуникативные навыки учащихся. Обсуждение математических задач в парах и группах формирует коммуникативные умения и критическое мышление [14].

Особенно важную роль в реализации личностно-ориентированного обучения занимает учитель. Роль учителя уклоняется от цели прямой трансляции знаний, и проявляется в новом качестве: тьютора, который диагностирует потребности учащихся, создаёт индивидуальные образовательные маршруты, обеспечивает эмоциональную поддержку. Исследования Т.Н. Шамовой [12] показывают, что эффективность ЛОО на 70% зависит от компетенций педагога.

Практические методы реализации ЛОО представляют собой дифференцирование заданий, проектную деятельность, модульное обучение, применение игровых и цифровых технологий. Дифференциация – ядро ЛОО. Дифференцированное обучение позволяет учителям адаптировать свои методики в соответствии с интересами, способностями и социальным опытом каждого ученика. Главное назначение такого обучения — обеспечить всестороннее развитие учащихся, включая их интеллектуальные, эмоциональные и творческие способности [1].

Проектная деятельность играет значительную роль в поддержании интереса учащихся к математике. Нужно вырабатывать у учеников умения самостоятельно ставить учебные цели и достигать их, направлять на выбор путей решения задач, обсуждая возможные методы и подходы. Каждый новый проект приносит уникальность в учебный процесс.

В основе технологии модульного обучения лежит структурирование учебного материала в самостоятельные модули. Согласно подходу, предложенному В.В. Сериковым [10], модульное обучение позволяет адаптировать образовательный процесс под индивидуальные темпы и способности учащихся. В.В. Сериков [10] выделяет ряд личностных функций, таких как мотивация, критичность, смысловое творчество, которые являются ключевыми при обучении и способствуют личностному росту учащихся.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Технологии игрового обучения способствуют созданию индивидуального подхода к каждому учащемуся, представляя собой важный аспект мотивации. Например, интеграция игрового элемента в образовательный процесс через соревнования или групповые задания создает дух соперничества. Это не только активизирует учащихся, но и развивает важные качества, такие как упорство и целеустремленность, что в дальнейшем положительно сказывается на учебных результатах. [6].

Цифровизация открывает новые горизонты для ЛОО: адаптивные платформы анализируют ошибки и подбирают индивидуальные задания. Виртуальные лаборатории (GeoGebra, Desmos) визуализируют сложные концепции (например, преобразование графиков), мобильные приложения (Photomath, Mathway) обеспечивают мгновенную обратную связь и самопроверку. Обучение математике с применением личностно-ориентированных технологий благоприятно влияет на качество усвоения знаний по математике, способствует повышению мотивации и удовлетворенности и снижению тревожности среди учащихся.

Однако, реализация ЛОО сталкивается с проблемами и противоречиями. Так, индивидуальная траектория обучения невозможна из-за нехватки времени у учителя: подготовка дифференцированных заданий увеличивает нагрузку на учителя на 30–40%. Ограниченность ресурсов в школах препятствует внедрению личностно-ориентированных технологий. Методические сложности связаны с отсутствием единых стандартов: многие учебники не адаптированы для ЛОО, нет единого взгляда на структуру и ключевые параметры в формировании образовательного контента, многие учителя считают ЛОО «избыточно сложным».

Реализация ЛОО страдает и со стороны учащихся и их законных представителей. Зачастую психологические барьеры и страх ошибки не способствуют проявлению инициативы, индивидуальности. Также нет механизмов, позволяющих увидеть и проанализировать уровень мотивации учащихся к учебной деятельности. Ученики боятся экспериментировать из-за жёсткой системы оценок, а среди родителей распространен стереотип, что игры и проекты - это «несерьёзные» методы.

Возможными путями решения существующих проблем может стать создание банка готовых дифференцированных заданий, введение курсов повышения квалификации по ЛОО, разработка гибкой системы оценивания, вовлечение учащихся в коллективную деятельность, проведение просветительских бесед с родителями.

Подводя итоги, можно отметить, что помимо всех явных преимуществ влияния личностно-ориентированных технологий на процесс обучения, среди которых: индивидуализация процесса обучения, развитие творческих способностей учащихся, устойчивый интерес к предмету, все еще

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

существуют проблемы с реализацией личностно-ориентированного обучения: сложность подготовки материалов для каждого ученика, повышенные требования к квалификации учителя, значительные временные затраты на организацию уроков, трудности объективной оценки результатов работы учеников. Однако, несмотря на существующие препятствия, личностно-ориентированные технологии делают процесс обучения более гибким, интересным и эффективным.

Литература

1. Бойкина, М.В. Дифференцированное обучение в современной школе / М. В. Бойкина, А. И. Ляшенко. – Москва : Просвещение, 2019. – 176 с.
2. Бондаревская, Е.В. Теория и практика личностно-ориентированного образования / Е.В. Бондаревская. – Ростов-на-Дону : Изд-во Рост. пед. ун-та, 2000. – 351 с.
3. Бондаренко, Т.И. Методические особенности обучения алгебре в основной школе в условиях личностно-ориентированного подхода : специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Бондаренко Татьяна Ивановна ; Московский педагогический университет. – Москва, 2000. – 19 с.
4. Гаранина, И.Ю. Личностно-ориентированный подход к профессионально-направленному обучению математике студентов учреждений среднего профессионального образования : специальность 13.00.08 – теория и методика профессионального образования : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Гаранина Ирина Юрьевна ; Калужский государственный педагогический университет им. К. Э. Циолковского. – Калуга, 2010. – 25 с.
5. Кузнецов, М.Е. Педагогические основы личностно ориентированного образовательного процесса в школе / М.Е. Кузнецов; Под ред. В.Д. Симоненко; М-во образования Рос. Федерации. Новокузнец. гос. пед. ин-т. – Новокузнецк : Изд-во НГПИ, 2000. – 338 с.
6. Левина, С.А. Игровые технологии в обучении математике / С.А. Левина // Педагогика. – 2021. – № 6. – С. 89-94.
7. Подходова, Н.С. К проблеме личностно-ориентированного обучения геометрии // Математика в школе. – 2000. – № 10. – С. 54-58.
8. Саввина, Т.С. Личностно-ориентированное обучение математике в классах с малой наполняемостью : специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Саввина Татьяна Сергеевна ; Московский государственный открытый педагогический университет им. М.А. Шолохова. – Москва, 2006. – 20 с.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

9. Селевко, Г. К. Энциклопедия образовательных технологий : в 2 т. Т. 2 / Г. К. Селевко. – Москва : НИИ школьных технологий, 2006. – 815 с.
10. Сериков, В.В. Личностный подход в образовании: концепция и технологии / В. В. Сериков. – Волгоград : Перемена, 1994. – 152 с.
11. Серова, Н.А. Целеполагание в условиях личностно-ориентированного обучения математике в средней школе : специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Серова Наталья Александровна ; Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева. – Саранск, 2004. – 22 с.
12. Шамова, Т. Н. Управление образовательными системами / Т. Н. Шамова. – Москва : Академия, 2015. – 320 с.
13. Якиманская, И.С. Технология личностно-ориентированного образования. – Москва : Сентябрь, 2000. – 176 с.
14. Johnson, D., Johnson, R. Making cooperative learning work // Theory into Practice. – 1999. – Vol. 38, No. 2. – P. 67–73.
15. Rogers, C. R. Freedom to Learn: A View of What Education Might Become / C. R. Rogers. – Columbus : Merrill, 1969. – 358 p.

Полупанов Владислав¹

5 курс, Факультет математики и информационных технологий
e-mail: vlad.polupanov.03@mail.ru

Руководитель: Скафа Елена Ивановна²

доктор педагогических наук, профессор,
заведующий кафедрой высшей математики
и методики преподавания математики
e-mail: e.i.skafa@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

**КЕЙС-МЕТОД КАК СРЕДСТВО ДОСТИЖЕНИЯ
МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИИ**

В современных условиях достичь нового качества образования возможно с помощью внедрения новых форм и методов обучения, оптимизации образовательного процесса через использование перспективных образовательных технологий. Неотъемлемой частью современного урока является самостоятельная практическая деятельность обучающихся.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Одним из методов интерактивного обучения, требующих активной мыслительной деятельности, формирующих такие метапредметные компетенции, как умения анализировать, сравнивать, обобщать, видеть проблему, формировать гипотезу, искать средства решения, корректировать полученные результаты, является кейс-метод. На уроках геометрии при использовании учителем кейс-метода обучающиеся решают проблемные ситуации, приобретают социальную активность, умение правильно представить своё мнение и выслушать мнение другого человека [2].

В современной педагогической литературе проблеме внедрения кейс-метода в обучение уделено достаточное внимание. Например, по мнению И.Ю. Ребровой и Ю.В. Стояновой одним из самых продуктивных приёмов организации активной работы обучающихся, активизации их мыслительной деятельности и формирования функциональной грамотности является кейс-метод, или так называемый анализ конкретных ситуаций. Это техника обучения, использующая описание реальных жизненных обстоятельств и сценариев. Обучающимся даётся задание исследовать предлагаемые условия, выявить проблему и разобраться в её сути, предложить возможные решения и выбрать из них наиболее рациональное. Кейсы основываются на реальном фактическом материале или же максимально приближены к реальной ситуации [3].

Среди основных преимуществ применения этого метода И.Ю. Реброва и Ю.В. Стоянова выделяют:

- практико-ориентированность: применение теоретических знаний в реальных ситуациях даёт более широкое представление об окружающей действительности, в частности о специфике некоторых профессий;
- интерактивность: за счёт высокой эмоциональной вовлеченности усвоение материала происходит наиболее эффективно, вырабатывается способность самостоятельного приобретения знаний;
- наработку конкретных навыков и компетенций: кроме предметных навыков (*hard skills*), кейс-метод способствует выработке мягких навыков (*soft skills*), которые носят метапредметный характер [3].

Исследователи О.Б. Пяткова и М.В. Кравцова отмечают, что преимуществом кейс-метода является возможность оптимально сочетать теорию и практику, что представляется достаточно важным в условиях реализации системно-деятельностного подхода к обучению [2].

Г.Г. Курбонов пишет: «Суть кейс-метода состоит в том, что участникам предлагается подумать о реальной жизненной ситуации, которая описывает не только практическую задачу, но и учебный материал, который необходимо усвоить в процессе решения проблемы» [1, с. 45]. Также автор акцентирует внимание на том, что подобный анализ ситуации оказывает сильное влияние на предвыборный опыт будущей профессиональной

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

деятельности обучающихся, что является основой для возникновения интереса и мотивации к обучению [1].

Кейс-технология рассматривается О.А. Шумаковой и М.А. Карпиковой как интерактивная технология обучения на основе действительных или вымышленных ситуаций, которые направлены на овладение знаниями, а также на развитие ранее не проявлявшихся качеств и умений у обучающихся [5].

М.Н. Шестакова подчёркивает, что для успешной реализации кейс-технологии в обучении геометрии необходимо разрабатывать кейсы, которые будут интересны и доступны обучающимся, а также соответствовать учебной программе. Каждый кейс должен содержать задачу или проблему, обоснование, возможные варианты решения и выводы. Обучающиеся могут работать над кейсами как индивидуально, так и в группах, обсуждать свои решения и находить оптимальные варианты [4].

Мы поддерживаем мнения вышеперечисленных исследователей на проблему реализации кейс-метода в обучении и считаем, что при изучении планиметрии такой метод особенно важен, так как формирует у обучающихся метапредметные компетенции.

Предлагаем рассмотреть пример кейса по планиметрии и выделим те метапредметные результаты обучения, формированию которых этот кейс-проект способствует.

Кейс-проект по теме «Площадь прямоугольника» в 8 классе

Цель: обобщение и систематизация знаний по теме: «Площадь прямоугольника».

Вид кейса: практический.

Ситуация: Представьте, что Вы живёте в собственной квартире и Вам необходимо сделать в ней ремонт. Одним из основных этапов ремонта является замена напольного покрытия. Вы решили устелить все комнаты своей квартиры, кроме санузла, линолеумом. Предположим, что Вы обладаете желанием, временем и минимальными навыками, чтобы выполнить эту работу самостоятельно. Но вот перед Вами стоит вопрос: «Сколько будет стоить закупка линолеума на всю мою квартиру?». А ещё Вы обладаете недурным вкусом и чувством стиля, поэтому Вам хотелось бы, чтобы в каждой комнате вашей квартиры линолеум был подобран в соответствии с той ролью, которую играет комната в квартире.

Задания:

1. Ознакомьтесь с планом-схемой квартиры (рис. 1), который изображён на клетчатой бумаге. Площадь одной клетки на плане соответствует в действительности площади квадрата со стороной 1 м.

2. Сегодняшний рынок строительных материалов предлагает потребителю такой огромный ассортимент товаров, что порой бывает очень сложно из всего многообразия выбрать что-то одно. Это касается и

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

напольного покрытия, поэтому ознакомьтесь с каталогом разных видов линолеума (табл. 1).

3. Рассчитайте стоимость напольного покрытия, которое нужно закупить для Вашей квартиры, учитывая то, что в магазине строительных материалов линолеум продаётся цельными рулонами.



Рисунок 1 – План-схема квартиры

Таблица 1 – Каталог линолеумов

1.		Длина – 5 м Ширина – 1 м Цена – 290 руб/м ²	5.		Длина – 5 м Ширина – 1,5 м Цена – 255 руб/м ²
2.		Длина – 5,5 м Ширина – 1 м Цена – 270 руб/м ²	6.		Длина – 7 м Ширина – 2 м Цена – 320 руб/м ²
3.		Длина – 6 м Ширина – 1,5 м Цена – 290 руб/м ²	7.		Длина – 6 м Ширина – 1,5 м Цена – 350 руб/м ²

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

4.	 Тиковое дерево D 766	Длина – 5 м Ширина – 1 м Цена – 310 руб/м ²	8.	 Вишня атласская D 1372	Длина – 6,5 м Ширина – 1,5 м Цена – 330 руб/м ²
----	---	--	----	--	--

По нашему мнению, ожидаемыми метапредметными результатами работы обучающихся с данным кейсом могут быть следующие:

– *регулятивные*:

- 1) развитие навыков управления своей деятельностью;
- 2) совершенствование критериев оценки и самооценки в диалоговом общении с учителем;
- 3) развитие инициативности и самостоятельности;

– *познавательные*:

- 1) выдвижение гипотез при решении геометрических задач и их обоснование;
- 2) развитие навыков работы с информацией;
- 3) работа с учебными моделями;

– *коммуникативные*:

- 1) умение планировать совместную деятельность в группе;
- 2) владение устной и письменной речью в процессе работы в группе;
- 3) умение наладить межличностное взаимодействие в условиях работы в группе.

Таким образом, будучи интерактивным методом обучения, т.е. отвечая схеме взаимодействия «обучающийся-обучающийся», кейс-метод, в первую очередь, способствует достижению коммуникативных метапредметных результатов обучения. Кейс, отличаясь от обычной учебной задачи, предполагает несколько вариантов решения, а поскольку в основе кейс-метода лежит проблемная ситуация, то особый интерес представляет путь поиска решения данной ситуации, её анализ и получение результата. При использовании кейс-метода при изучении планиметрии целесообразно отводить больше времени для группового и межгруппового взаимодействий обучающихся.

Литература

1. Курбонов, Г.Г. Интерактивные методы обучения аналитической геометрии: метод case study / Г.Г. Курбонов // Наука, техника и образование. – 2020. – № 8 (72). – С. 44-47.
2. Пяткова, О.Б. Кейс-метод как условие активизации самостоятельной работы учащихся при обучении предметам естественно-

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

математических и технологических дисциплин / О.Б. Пяткова, М.В. Кравцова // Школьные технологии. – 2019. – № 3. – С. 41-46.

3. Реброва, И.Ю. Кейс-метод: вопросы формулировки и методологии оценивания / И.Ю. Реброва, Ю.В. Стоянова // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. – 2021. – № 4 (58). – С. 41-47.

4. Шестакова, М.Н. Кейс-технология как средство формирования геометрических понятий учащихся 10-11 классов / М.Н. Шестакова // Теория и практика современной науки. – 2024. – № 6 (108). – С. 237-240.

5. Шумакова, О. А. Кейс-технологии в системе образования / О.А. Шумакова, М.А. Карпикова // Экономика и социум. – 2018. – № 1 (44). – С. 960-962.

Полупанова Елизавета¹

5 курс, Факультет математики и информационных технологий
e-mail: lizza.anatolevna@gmail.com

Руководитель: Селякова Людмила Ивановна²

кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики
e-mail: l.seliakova@mail.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, Россия

**ФОРМИРОВАНИЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ
ПОНЯТИЙ В УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ФГОС: ЦЕЛИ,
СОДЕРЖАНИЕ И ДИДАКТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ**

В условиях модернизации российского образования особую актуальность приобретает проблема формирования метапредметных результатов обучения, закрепленных во ФГОС ООО. Среди всех компонентов методики формирования метапредметных математических понятий цели занимают особое место. Именно они определяют содержание и форму того, чего требуется достичь, а также обеспечивают координацию активности для удержания её в приемлемых пределах, чтобы получить необходимый результат [3].

Таким образом, четко сформулированная цель обучения обеспечивает общее понимание педагогами и школьниками содержания и формы ожидаемых результатов, что, в свою очередь, определяет направление деятельности и способствует успешному учебному процессу.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Целями реализации Федеральной образовательной программы основного общего образования (ФОП ООО) являются:

1) организация учебного процесса с учетом целей, содержания и планируемых результатов основного общего образования, отраженных в ФГОС ООО;

2) создание условий для становления и формирования личности обучающегося;

3) организация деятельности педагогического коллектива по созданию индивидуальных программ и учебных планов для одаренных, успешных обучающихся и (или) для обучающихся социальных групп, нуждающихся в особом внимании и поддержке [7].

Проанализировав федеральную рабочую программу базового уровня по математике для 5-9 классов, вынесем цели. Приоритетными целями обучения являются:

1) продолжение формирования основных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;

2) развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, интереса к изучению математики; подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира;

3) формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические объекты в реальных жизненных ситуациях, применять освоенные умения для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать полученные результаты и оценивать их на соответствие практической ситуации [8].

Таким образом, в контексте формирования метапредметных математических понятий, цели играют определяющую роль, задавая вектор учебному процессу и обеспечивая координацию усилий педагогов и учащихся. Исходя из этого, и опираясь на Федеральную образовательную программу и Федеральную рабочую программу по математике, можно выделить следующие приоритетные цели формирования метапредметных математических понятий:

1) развитие интеллектуальных и творческих способностей учащихся, познавательной активности, исследовательских умений и интереса к изучению математики: эта цель акцентирует внимание на формировании универсальных учебных действий, позволяющих учащимся самостоятельно добывать знания, анализировать информацию, решать проблемы и адаптироваться к новым ситуациям;

2) формирование функциональной математической грамотности, а именно умения распознавать математические объекты в реальных

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

жизненных ситуациях, применять освоенные умения для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать полученные результаты и оценивать их на соответствие практической ситуации: данная цель направлена на то, чтобы учащиеся могли видеть связь математики с окружающим миром и использовать ее инструменты для решения реальных проблем, выходя за рамки узкопредметного обучения.

Составленные нами цели обуславливают соответствующий отбор содержания формирования метапредметных математических понятий.

В своих исследованиях по вопросам формирования математических понятий Е.И. Скафа выделяет четыре основных этапа [6]:

- 1) пропедевтический этап – подготовка к формализации (мотивация введения понятия);
- 2) этап раскрытия содержания понятия и создания представления о его объеме, а также усвоение терминологии и символики;
- 3) этап обучения понятию в простейших типичных ситуациях;
- 4) этап включения понятия в систему содержательных связей с другими понятиями.

При обсуждении становления метапредметного математического понятия, которое имеет абстрактную природу, важно учитывать факторы, которые часто выражены косвенно. Этот процесс предполагает тщательный отбор содержания учебного материала, способствующий выделению связей между понятиями, раскрытию их сути, обеспечивающий понимание и использование материала, и в конечном итоге формирующий целостное представление об учебном материале.

В педагогике взаимосвязь целей и содержания образования представляет собой основополагающий принцип, определяющий эффективность обучения и достижения запланированных результатов. Цели образования задают желаемое направление развития личности и формируют требования к результатам обучения, в то время как содержание выступает средством достижения этих целей, наполняя учебный процесс конкретным материалом, знаниями, умениями и ценностями. Эта взаимосвязь носит диалектический характер: цели определяют содержание, а содержание, в свою очередь, влияет на достижение целей, корректируя их и уточняя.

«Содержание программы по математике, распределенное по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно, чтобы овладение математическими понятиями и навыками осуществлялось последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включались в общую систему математических представлений обучающихся, расширяя и углубляя ее, образуя прочные множественные связи» [7].

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

В контексте формирования метапредметных математических понятий, эта взаимосвязь становится особенно значимой. Цели формирования метапредметных понятий определяют необходимость включения в содержание обучения задач, стимулирующих развитие универсальных учебных действий, таких как анализ, синтез, сравнение, обобщение и моделирование. В свою очередь, тщательно подобранное содержание, ориентированное на формирование этих действий, обеспечивает более глубокое понимание математических концепций и способствует формированию целостной картины мира, необходимой для успешной деятельности в различных областях.

Анализ рабочих программ учебных дисциплин «Математика», «Алгебра», и «Геометрия» помог раскрыть потенциал для формирования метапредметных математических понятий, указал на их наличие в содержании. Каждая из этих дисциплин может продолжать формирование метапредметных математических понятий, которое начинается в математике, а продолжает свое развитие в разветвлении в виде двух других дисциплин – «Алгебра» и «Геометрия» [7].

Ранее нами выделены некоторые метапредметные понятия: «числа», «равенства», «неравенства», «множество», «отношение», «координаты», «фигура», некоторые из которых встречаются, как на начальном курсе, так и в продолжении изучения математики в 7-9 классах. Они носят надпредметный характер, а также не имеют привязки к определенной математической дисциплине, обобщают признаки и свойства процессов, объектов или явлений, характерных для многих математических дисциплин, применяется во всех, или почти во всех, математических дисциплинах, и их определения не зависят от контекста применения в конкретной дисциплине [5].

А так как в ФОП ООО подчеркивают необходимость преемственности в изучении математических понятий, их многократного возвращения и углубления на разных этапах обучения, что способствует формированию прочных знаний и умений, что можно проследить на примере выделенных нами метапредметных математических понятий, то поставленные для формирования таких понятий цели должны быть направлены не только на усвоение конкретного математического содержания, но и на формирование универсальных учебных действий, позволяющих учащимся эффективно применять полученные знания в различных контекстах и областях деятельности. Эти цели должны обеспечивать развитие критического мышления, исследовательских навыков и способности к самообразованию, что позволит учащимся успешно адаптироваться к изменяющимся условиям современного мира.

Так, первая цель в контексте формирования метапредметных понятий, развитие интеллектуальных и творческих способностей, познавательной активности, исследовательских умений и интереса к математике

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

достигается за счет акцента на формировании универсальных учебных действий (УУД), которые выходят за рамки конкретных математических знаний. То, что учащиеся учатся выделять ключевые элементы математических концепций, устанавливать связи между ними и объединять их в целостные системы знаний, и есть основным в метапредметных понятиях, которые носят междисциплинарный характер.

Одним из современных трендов развития системы российского школьного образования является ориентация на формирование у обучающихся функциональной грамотности, концепция которой выстраивается на основе практико-ориентированного подхода. Именно на это и направлена одна из предложенных нами целей, относительно формирования метапредметных понятий [1]. И как отмечают Е. В. Позднякова и Г. А. Малышенко, основой развития математической грамотности является овладение обучающимися метапредметными умениями – универсальными учебными действиями (УУД), а не только предметными (математическими) знаниями и умениями [4].

Закономерно, что в методических исследованиях ведется постоянный поиск эффективных средств формирования математической грамотности и универсальных учебных действий, и практико-ориентированные задачи представляют особый интерес. В частности, исследование [2], убедительно демонстрирует взаимосвязь между обучением решению практико-ориентированных задач и достижением метапредметных образовательных результатов.

Таким образом, метапредметные математические понятия служат основой для системного мышления, позволяют учащимся видеть взаимосвязи между разделами математики и применять полученные знания в различных контекстах. Их успешное формирование зависит от четко поставленных целей, тщательно отобранного содержания и методически грамотного подхода, учитывающего этапы усвоения понятий и их практическую значимость.

Литература

1. Бородулина, Н.А. Формирование математической грамотности у обучающихся на уроках математики/ Н.А. Бородулина, К.Г. Вятченова // Научно-методический электронный журнал «Калининградский вестник образования». – 2023. – № 1 (17). – С. 22-29.

2. Егупова, М.В. О роли задач на приложения математики в достижении метапредметных образовательных результатов / М. В. Егупова, Ю.В. Мошура // Наука и школа. – 2019. – № 2. – С. 80-88.

3. Поваренков, Ю.П. Проблемы психологии профессионального становления личности / Ю.П. Поваренков. – Саратов : СГСЭУ, 2013. – 400 с.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

4. Позднякова, Е.В. Метапредметные задания в онлайн-сервисах как средство формирования математической грамотности учащихся девярых классов / Е.В. Позднякова, Г.А. Малышенко // Наука и школа. – 2023. – № 4. – С. 212-224.

5. Селякова, Л.И. Об особенностях формирования метапредметных математических понятий при обучении в школе / Л.И. Селякова, Е.А. Полупанова // Эвристическое обучение математике : сборник трудов VII Международной научно-методической конференции, Донецк, 19–21 декабря 2024 года; под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой, проф. А.А. Русакова, проф. Е.И. Скафы. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2024. – С. 343–352.

6. Скафа Е.И. Эвристические приемы при формировании математических понятий / Е.И. Скафа // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2001. – Вып. 15. – С. 68-80.

7. Федеральная образовательная программа основного общего образования : [утверждена Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 18 мая 2023 г. № 370; Зарегистрировано в Министерстве юстиции Российской Федерации от 12 июля 2023 г. Регистрационный № 74223]. – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202307140040?index=4769> (дата обращения 22.10.2024). – Текст : электронный.

8. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (базовый уровень) : для 5-9 классов обр. орг. / ФГБНУ «Институт стратегии развития образования». – Москва, 2023. – 106 с.

Резниченко Мария¹

11-А класс, ГБОУ «Гимназия им. Г.Т. Берегового г.о. Енакиево»,
г. Енакиево, Россия

Руководитель: Панченко Анна Витальевна²

учитель математики,
e-mail: dolzhikova23@mail.ru

^{1,2}ГБОУ «Гимназия им. Г.Т. Берегового г.о. Енакиево»,
г. Енакиево, Россия

ОБУЧЕНИЕ ТЕМЕ «НЕПРЕРЫВНЫЕ ДРОБИ» В ШКОЛЕ

Одной из тем, не входящих в школьную программу по математике, является теория непрерывных дробей, обладающая большим потенциалом в плане развития мышления, расширения представления о числовых системах, практического применения в различных областях науки и техники. Кроме того, с помощью вычислительного аппарата теории

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

непрерывных дробей можно решать некоторые задачи, входящие в задания единого государственного экзамена по математике (ЕГЭ).

В работах современных ученых подчеркивается актуальность изучения цепных дробей для современного математического образования. Так, А.Т. Ахметзянова и В.А. Кургузов рассматривают необходимость введения в школьный курс обучения элективного курса, посвященного бесконечным цепным дробям. Авторы подчеркивают, что некоторое время назад возрос интерес к теории чисел, так как многие красивые решения по математике можно выполнить, владея аппаратом цепных дробей. Кроме того, цепные дроби – это именно тот материал, который может быть полезен школьника для решения некоторых сложных заданий на ЕГЭ по математике [2].

Использование темы «Цепные дроби» на уроках математики рассматривали Д.Ю. Кузнецов и Т.Л. Трошина. Авторы считают, что раздел «Цепные дроби» хоть и выходит за рамки школьной программы, однако изучение его может оказать большую помощь учителю в преподавании математики (особенно в классах гуманитарного профиля), в пробуждении у учащихся интереса к предмету. Учеными рассмотрено применение цепных дробей в таких областях как музыка, биология, астрономия и др. [9].

В работе М.В. Гридневой рассматриваются перспективы изучения цепных дробей в процессе математической подготовки бакалавра математики. Автор обосновывает необходимость изучения этой темы тем, что цепные дроби широко применяются в теории чисел, например, это можно продемонстрировать студентам при решении сравнений, некоторых диофантовых уравнений и их систем. Кроме того, по мнению ученого, в настоящее время цепные дроби находят все большее применение в вычислительной технике, так как позволяют строить эффективные алгоритмы для решения ряда вычислительных задач [5].

О применении непрерывных дробей в вычислительной математике говорят в своей работе В.Ф. Гузик, В.И. Шмойлов, Г.А. Кириченко. Авторы рассматривают несколько задач из разных разделов вычислительной математики, решенных с использованием метода суммирования расходящихся непрерывных дробей и оценены возможности аппаратной реализации построенных алгоритмов при проектировании современных однородных вычислительных структур [7].

Одним из учебных пособий, которое можно использовать для организации обучения этому элективному курсу является книга Н.М. Бескина «Замечательные дроби», увидевшая свет еще в 1980 году, посвященная теории непрерывных (цепных) дробей [3]. В книге рассмотрены исторические загадки, такие как: Загадка Архимеда и Задача Григория XIII, раскрыт Алгоритм Евклида, изложена история образования цепных дробей.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Рассмотрим применение цепных дробей для описания закономерностей в календарях. Одним из первых, кто рассмотрел проблему математического описания календаря с применением непрерывных дробей, был Леонард Эйлер. Следуя Эйлеру, выразим величину года в сутках: 1 год = 365,242199... суток, что может быть представлено в виде цепной дроби:

$$1 \text{ год} = 365 + \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{20 + \frac{1}{6 + \frac{1}{12}}}}}}}$$

Последовательность подходящих дробей для неё:

$$365; 365\frac{1}{4}; 365\frac{7}{29}; 365\frac{8}{33}; 365\frac{31}{128}; 365\frac{163}{673}; 365\frac{3291}{13588}; 365\frac{19909}{82201}; 365\frac{242199}{1000000}.$$

Эти дроби получаются из исходной последовательным отбрасыванием дробных слагаемых в знаменателе. Если выбрать дробь $365\frac{1}{4}$, то в этом случае за 4 года набегает одни «лишние» сутки – что соответствует юлианскому календарю.

Рассмотрим дробь $365\frac{7}{29}$. Согласно ей за 29 лет набегает 7 «лишних» суток. Период в 29 лет разбиваем на 7 циклов: первые 6 циклов по 4 года и 7-й – 5 лет. Последний 6 год в каждом цикле будет високосным. Такой календарь никем не использовался. Средняя продолжительность года в таком календаре всего на 1 минуту и 11 секунд меньше истинного года. Лишние сутки в таком календаре набегут за 1217 лет.

Если выбрать дробь $365\frac{8}{33}$, то за 33 года набегит 8 «лишних» суток; именно такое устройство календаря предлагал Омар Хайям (отметим, что такой календарь был бы точнее григорианского).

Если же выбрать дробь $365\frac{31}{128}$, получим соответствующий ей календарь огромной точности, по которому средняя длина года лишь на 1 секунду превышала бы истинную. При таком устройстве календаря пришлось через каждые 128 лет пропускать один високосный год. Интересно, что по предложению немецкого ученого Иоганна Медлера вопрос о таком устройстве календаря (начиная с XX века) рассматривался в

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

России, но оно распространения не получило, и по-прежнему используется юлианский календарь.

Следуя Эйлеру, из разложения длительности тропического года в непрерывную дробь, можно обосновать григорианский календарь. Действительно, если продолжительность тропического года лежит между

$365\frac{31}{128}$ и $365\frac{163}{673}$ сутками, то за 400 лет должно набежать у високосных лет,

так как в григорианском календаре набегают «лишние» сутки за 400 лет. Предположим, что за 400 лет должно набежать x високосных лет, тогда

$$\text{имеем: } \frac{x}{400} = \frac{31}{128} \Rightarrow x = \frac{31 \cdot 400}{128} = \frac{775}{8} = 96,875 \approx 97.$$

Полученный результат означает, что за 400 лет набегит 97 високосных лет, или каждый 4-й год будет високосным, как это и есть в действующем григорианском календаре.

В средней школе в 10-11 классах изучение непрерывных дробей предлагаем осуществлять с целью подготовки к ЕГЭ и олимпиадам по математике. При этом в качестве средств обучения могут использоваться учебные пособия Арнольда В.И. [1], А.А. Бухштаб [4], Е.И. Дезы и Л.В. Котовой [8] и др.

Приведем пример решения задачи с помощью цепных дробей, которую можно было бы рассмотреть первой теме элективного курса для классов гуманитарного профиля.

Задача 1. Решить уравнение на множестве натуральных чисел:

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z + \frac{1}{t}}} = \frac{33}{5}.$$

Решение. Выражение, стоящее в левой части уравнения представляет собой цепную дробь, а в правая часть уравнения – это рациональное число.

Справедлива теорема: *Любое рациональное число равно некоторой конечной цепной дроби.* Выполняется и обратная теорема: *Существует одна и только одна цепная дробь, равная данному рациональному числу* [4]. Следовательно необходимо дробь, стоящую в правой части уравнения, представить в виде конечной цепной дроби. Учитывая, что любое рациональное число единственным образом представляется в виде суммы двух чисел, одно из которых – целое, а другое – неотрицательно и меньше единицы. Это сумма его целой и дробной части. Выполним преобразования:

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z + \frac{1}{t}}} = \frac{33}{5} = 6 + \frac{3}{5} = 6 + \frac{1}{\frac{5}{3}} = 6 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = 6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}} = 6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}.$$

Получаем $x = 6, y = 1, z = 1, t = 2$. Ответ: (6; 1; 1; 2).

Для проверки правильности вычислений обучающиеся могут использовать отечественные онлайн-калькуляторы, например, PLANETCALC. На рисунке 1 показано разложение в непрерывную дробь правой части уравнения из задачи 1.

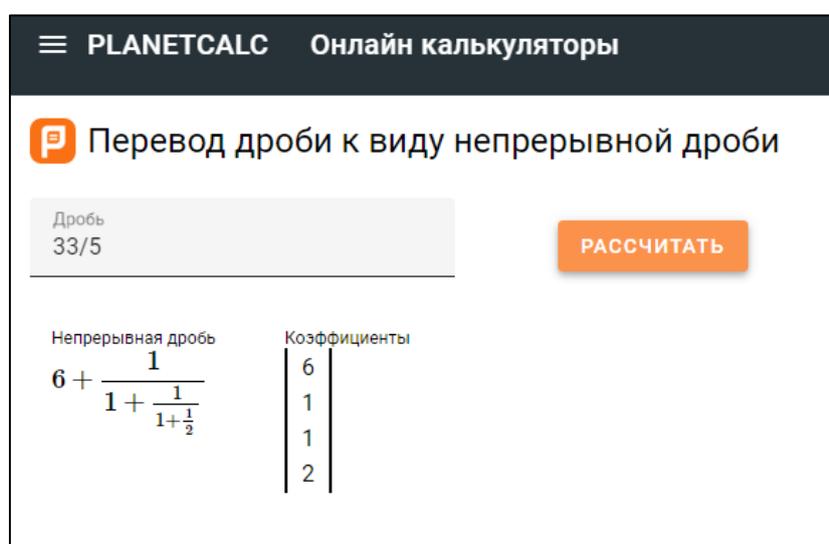


Рисунок 1 – Пример разложения рационального числа в непрерывную дробь с помощью онлайн-калькулятора PLANETCALC

Еще одним электронным средством для решения задач можно отнести онлайн-сервисы, позволяющие автоматизировать выполнение базовых вычислительных операций по теме, так и программное обеспечение для смартфонов, имеющее схожий функционал.

В качестве примера, рассмотрим онлайн-сервис WolframAlpha, который функционирует, как через сеть интернет, так и существует аналогичное программное обеспечение для смартфона. Возможности WolframAlpha позволяют разложить любое действительное число в виде цепной дроби. На рисунке 2 приведен пример разложения иррационального числа в цепную дробь с помощью команды «continued fraction».

Использование приведенных выше средств обучения позволяет не только качественно организовать процесс освоения обучающимися темы

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

«Непрерывные дроби», что будет способствовать интеллектуальному развитию школьников.



Рисунок 2 – Разложение иррационального числа в цепную дробь в онлайн-сервисе WolframAlpha

Таким образом, изучение непрерывных дробей в основной школе можно начинать в выпускных классах с целью реализации предпрофильной подготовки за счет создания образовательного пространства, которое будет способствовать самоопределению учащегося. Предметом изучения на этом этапе могут стать исторические задачи, демонстрирующие возникновение и применение непрерывных дробей. В средней школе изучения непрерывных дробей можно продолжить и расширить в за счет рассмотрения задач, входящих в варианты ЕГЭ, а также задач, возникающих в реальной жизни, решение которых возможно с помощью непрерывных дробей.

Литература

1. Арнольд, В.И. Теория чисел / В.И. Арнольд. – Москва : Издательство Московского центра непрерывного математического образования, 2001. – 40 с.
2. Ахметзянова, А.Т. Бесконечные цепные дроби как элективный курс школьного обучения / А.Т. Ахметзянова, В.А. Кургузов // Наука и образование сегодня. – 2021. – №3 (62). – С. 34-42.
3. Бескин, Н.М. Замечательные дроби / Н.М. Бескин. – Минск : Вышэйшая школа, 1980. – 128 с.
4. Теория чисел: учебное пособие. 3-е изд., стер. / А.А. Бухштаб. – Санкт-Петербург : Изд-во «Лань», 2008. – 383 с.
5. Гриднева, М.В. О перспективах изучения цепных дробей в процессе математической подготовки бакалавра математики / М.В. Гриднева //

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Интеллектуальный потенциал XXI века: ступени познания. – 2012. – №11. – С. 64-68.

6. Гринько, Е.П. Методы решения диофантовых уравнений при подготовке школьников к олимпиадам : электронное учебно-метод. пособие / Е.П. Гринько, А.Г. Головач. – Брест: Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина. 2013. – 180 с.

7. Гузик, В.Ф. Непрерывные дроби и их применение в вычислительной математике / В.Ф. Гузик, В.И. Шмойлов, Г.А. Кириченко // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2014. – № 1(150). – С. 158-174.

8. Деза, Е.И. Сборник задач по теории чисел. 112 задач с подробными решениями. Учебное пособие / Е.И. Деза, Л.В. Котова. – Москва: Либроком, 2014. – 224 с.

9. Кузнецов, Д.Ю. Использование темы «Цепные дроби» на уроках математики / Д.Ю. Кузнецов, Т.Л. Трошина // Ярославский педагогический вестник. – 1998. – № 3(15). – С. 91-95.

Суглобов Дмитрий¹

1 курс магистратуры,

Факультет математики и информационных технологий

e-mail: suglobovdima@ya.ru

Руководитель: Евсева Елена Геннадиевна²

доктор педагогических наук, профессор,

профессор кафедры высшей математики

и методики преподавания математики

e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru

^{1,2} ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,

г. Донецк, Россия

**НАИБОЛЕЕ ВОСТРЕБОВАННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
ТЕХНОЛОГИИ В СОВРЕМЕННЫХ ГУМАНИТАРНЫХ
ПРОФЕССИЯХ**

Современные гуманитарные науки переживают трансформацию, связанную с цифровизацией и увеличением объемов доступных данных. Если раньше гуманитарные исследования опирались преимущественно на качественные методы, то сегодня количественный анализ становится неотъемлемой частью различных дисциплин. Математические технологии, позволяют обрабатывать сложные массивы информации, выявлять закономерности и строить объективные модели социальных и культурных процессов.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Цель данного доклада – выявить наиболее востребованные математические технологии в гуманитарных профессиях, проанализировать их применение и определить перспективы их развития. Задачи исследования включают обзор ключевых методов, изучение их практического применения и анализ текущих тенденций в междисциплинарных исследованиях. Актуальность темы обусловлена растущей ролью математики в гуманитарных науках и необходимостью подготовки специалистов, способных эффективно использовать математические инструменты в своей профессиональной деятельности.

Применение математических методов в гуманитарных науках активно обсуждается в научной литературе. В работе [1] рассматриваются методы математического моделирования социальных явлений и процессов. Исследование [2] акцентирует внимание на использовании машинного обучения для обработки текстовых данных в лингвистике, построении антологических моделей. В [3] рассматриваются также общие проблемы и специфика применения моделирования в истории. Эти работы подтверждают, что математические технологии расширяют возможности гуманитарных наук и требуют междисциплинарного подхода.

Рассмотрим математические технологии и области их применения.

Статистические методы и анализ данных. Статистический анализ является фундаментальным инструментом в гуманитарных науках, обеспечивая количественную основу для обработки и интерпретации данных. Ключевые методы включают корреляционный анализ, регрессионное моделирование, дисперсионный анализ, кластеризацию и факторный анализ. В социологии эти методы используются для анализа общественных опросов, выявления социальных трендов и оценки влияния факторов, таких как уровень образования или доход, на общественное мнение.

Например, множественная регрессия позволяет моделировать зависимость уровня доверия к институтам от социально-экономических переменных [1]. В психологии статистические методы применяются для обработки данных экспериментов, таких как тесты на когнитивные способности, где факторный анализ помогает выделить основные компоненты поведения.

Теория вероятностей играет важную роль в гуманитарных исследованиях, где данные часто носят вероятностный характер. Байесовские модели, например, используются для прогнозирования социальных процессов, таких как миграционные потоки или динамика протестных движений [1]. В корпусной лингвистике статистические методы, такие как частотный анализ и анализ коллокаций, помогают изучать языковые особенности, например, эволюцию терминов в профессиональных дискурсах. Однако ограничения статистических

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

методов включают необходимость больших выборок и чувствительность к качеству данных, что требует от гуманитариев навыков предварительной обработки информации.

Математическое моделирование. Математическое моделирование предоставляет мощные инструменты для анализа сложных процессов в гуманитарных науках. В социологии модели на основе дифференциальных уравнений и агентного моделирования применяются для изучения динамики общественных явлений, таких как урбанизация, миграция или распространение социальных норм. Например, агентные модели позволяют симулировать поведение индивидов в социальных группах, прогнозируя изменения в структуре общества [1]. В истории математическое моделирование используется для реконструкции событий, анализа временных рядов и построения хронологических моделей. Модели на основе марковских процессов помогают, например, восстановить последовательность событий на основе фрагментарных архивных данных [3]. В культурологии модели социальных сетей помогают анализировать распространение культурных феноменов, таких как мемы, модные тренды или музыкальные жанры. Преимущество моделирования заключается в его способности упрощать сложные системы, но ограничения связаны с необходимостью точных исходных данных и риском чрезмерного упрощения реальных процессов.

В лингвистике математическое моделирование применяется для анализа текстовых корпусов и построения онтологических моделей. Скрытые марковские цепи и вероятностные контекстно-свободные грамматики используются для сегментации текстов, классификации языковых единиц и автоматического перевода [2]. На стыке математики, компьютерных наук и лингвистики образовалась новые области знаний «Компьютерная лингвистика» и «Математическая лингвистика» (см. рис. 1).

Методы оптимизации. Оптимизационные технологии находят широкое применение в гуманитарных проектах, где требуется эффективное управление ресурсами. Методы линейного программирования, целочисленного программирования и комбинаторной оптимизации используются для решения задач планирования. Например, в образовательных учреждениях линейное программирование помогает оптимизировать расписания, учитывая ограничения на аудитории и преподавателей. В культурных организациях, таких как музеи, оптимизационные модели применяются для планирования выставок, минимизируя затраты на транспортировку и хранение экспонатов [1].

В социологии методы оптимизации используются для анализа распределения социальных ресурсов, таких как доступ к здравоохранению или образовательным программам. Например, модели транспортной

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

оптимизации помогают планировать доставку гуманитарной помощи в кризисных ситуациях.

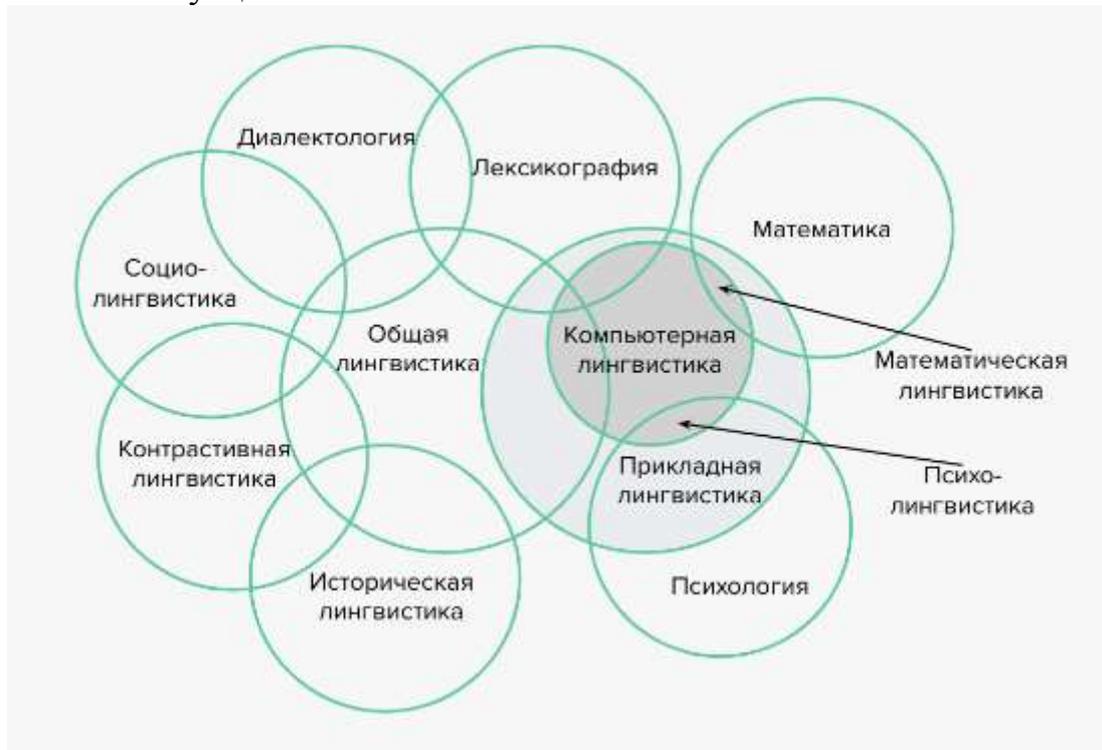


Рисунок 1 – Место компьютерной и математической лингвистики в системе наук о языке

В образовательных исследованиях оптимизационные подходы применяются для разработки адаптивных учебных программ, которые учитывают индивидуальные потребности студентов и максимизируют их успеваемость. Однако оптимизационные методы требуют точной формализации задачи, что может быть сложным в гуманитарных контекстах с нечеткими критериями.

Машинное обучение и искусственный интеллект. Машинное обучение становится ключевым инструментом в гуманитарных науках, особенно в задачах анализа текстов и больших данных. Алгоритмы обработки естественного языка, такие как классификация, кластеризация, анализ тональности и тематическое моделирование, применяются в лингвистике для автоматического перевода, анализа текстовых корпусов и построения онтологических моделей. Например, алгоритмы на основе нейронных сетей позволяют создавать системы автоматической обработки текстов, такие как чат-боты или переводчики, а также анализировать семантические структуры языка [2].

В социологии машинное обучение используется для анализа социальных медиа, выявления трендов и прогнозирования общественных настроений. Алгоритмы кластеризации помогают сегментировать

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

аудиторию социальных сетей по интересам, а модели предсказания - оценивать влияние информационных кампаний. В культурологии машинное обучение применяется для классификации цифровых медиа, например, для определения жанров фильмов, музыкальных композиций или стилей живописи. В истории искусственный интеллект поддерживает анализ архивных документов, включая распознавание рукописных текстов и автоматическую классификацию источников [3]. Ограничения машинного обучения включают высокую вычислительную сложность и необходимость больших объемов данных для обучения моделей.

Анализ больших данных (Big Data). Анализ больших данных преобразует гуманитарные исследования, позволяя обрабатывать огромные массивы информации: тексты, изображения, аудио- и видеоматериалы. Математические методы визуализации, кластеризации, редукции размерности и извлечения информации используются для анализа этих данных. В истории большие данные применяются для обработки архивных баз, например, для изучения демографических изменений, экономических процессов или миграционных потоков на основе исторических записей [3].

В культурологии анализ больших данных помогает изучать цифровые тренды, такие как популярность контента в социальных сетях, влияние медиа на общественное мнение или эволюцию культурных предпочтений. Например, методы анализа больших данных позволяют выявить паттерны в поведении аудитории на стриминговых платформах, таких как Netflix или Spotify. В лингвистике большие данные используются для создания текстовых корпусов, которые служат основой для исследований языковой эволюции, диалектологии или стилистики. Преимущество больших данных - в их способности выявлять скрытые закономерности, но ограничения связаны с необходимостью мощных вычислительных ресурсов и проблемами конфиденциальности данных.

Теория графов и анализ сетей. Теория графов предоставляет инструменты для анализа социальных сетей, коммуникаций и сложных систем. Методы сетевого анализа, такие как анализ центральности, кластеризации и обнаружения сообществ, позволяют изучать структуру социальных взаимодействий, влияние ключевых акторов и динамику распространения информации. В социологии теория графов применяется для исследования структуры общественных движений, таких как протесты или кампании в социальных медиа. Например, анализ центральности узлов в графе помогает выявить лидеров мнений в сообществах, а анализ путей - моделировать распространение идей [1].

В культурологии теория графов используется для анализа распространения культурных феноменов, таких как мемы, модные тренды или музыкальные жанры. Например, графовые модели помогают изучать, как культурные продукты распространяются через социальные сети. В

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

лингвистике сетевой анализ применяется для изучения семантических связей между словами в текстах, что позволяет строить онтологические модели языка или анализировать дискурсы. Преимущество теории графов - в ее способности визуализировать сложные системы, но ограничения связаны с необходимостью точных данных о связях между объектами.

В заключении можно отметить, что в условиях цифровизации и роста объемов данных, о чем говорилось во введении, математические технологии становятся неотъемлемой частью гуманитарных наук, обеспечивая их трансформацию и развитие. В докладе были рассмотрены наиболее востребованные математические технологии, включая статистические методы, математическое моделирование, методы оптимизации, машинное обучение, анализ больших данных и теорию графов. Эти инструменты находят применение в социологии для анализа общественных процессов, в лингвистике для обработки текстов и построения онтологических моделей, в истории для реконструкции событий, а также в психологии и культурологии для изучения сложных данных.

Достижение цели исследования – выявление ключевых математических технологий и их применения – подтверждается анализом их роли в решении практических задач гуманитарных профессий. Междисциплинарные подходы и развитие искусственного интеллекта, выявленные как основные тенденции, подчеркивают необходимость подготовки специалистов, способных интегрировать математические методы в гуманитарные исследования. Таким образом, как и было отмечено во введении, освоение этих технологий открывает новые перспективы для гуманитариев, позволяя им эффективно работать с данными и вносить вклад в развитие науки.

Литература

1. Велько, О.А. Социолого-математическое моделирование как метод социальных исследований // Социологический альманах. – 2021. – № 12. – С. 45–53.
2. Найденова, К.А. Машинное обучение в задачах обработки естественного языка: обзор современного состояния исследований / К.А. Найденова, О.А. Невзорова // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. – 2008. – № 4. – С. 112–125.
3. Гагарина, Д.А. Моделирование в истории: подходы, методы, исследования / Д.А. Гагарина // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. – 2009. – № 7. С. 34–42.

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Фараонова Дарина¹

1 курс магистратуры

Институт физико-математического образования

e-mail: faraonova.d@yandex.ru

Руководитель: Кривко Яна Петровна²

заведующий кафедрой высшей математики

и методики преподавания математики

e-mail: yakrivko@yandex.ru

^{1,2}ФГБОУ ВО «Луганский государственный

педагогический университет»,

г. Луганск, Россия

**ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ
ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ**

Использование методов проблемного обучения определяется развитием высокого уровня мотивации к учебной деятельности, активизации познавательных интересов обучающихся, что также становится возможным при разрешении возникающих противоречий, создании проблемных ситуаций на уроке.

Пол проблемным обучением принято понимать организацию учебных занятий, которая в свою очередь под собой предполагает создание при руководстве учителя проблемных ситуаций и активную самостоятельную деятельность обучающихся по их разрешению [6].

В структуре урока при проблемном обучении принято выделять *четыре основных этапа*:

- 1) осознание проблемной ситуации;
- 2) анализ ситуации и формулировка проблемы;
- 3) решение проблемы: выдвижение гипотез и обоснование путей решения;
- 4) проверка правильности решения.

Основным звеном проблемного обучения является *проблемная ситуация*.

Проблемное обучение в своих трудах разрабатывали Дж. Дьюи, А.М. Матюшкин, М.И. Махмутов, А.В. Брушлинский, Т.В. Кудрявцев, И.Я. Лернер и другие. В педагогической литературе имеется ряд трактовок понятия проблемного обучения.

Проблемное обучение (по М.М. Левиной) – это технология развивающего обучения, основные функции которого заключаются в том, чтобы стимулировать активный познавательный процесс учащихся, их самостоятельность в обучении; воспитывать у них творческий,

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

исследовательский стиль мышления; знакомить обучающихся с логикой и методами исследования научных проблем [1, с. 27].

Основная идея проблемного обучения (по М. И. Махмутов) заключается в том, что знания в значительной части не передаются в готовом виде учащимся, а приобретаются ими в процессе самостоятельной деятельности в условиях проблемной ситуации [4, с. 13].

Создание учителем проблемных ситуаций при различных видах учебной деятельности обучающихся, управление их мыслительной деятельностью при усвоении новых знаний путем самостоятельного или коллективного решения учебных проблем собственно составляет сущность проблемного обучения.

Педагогическая проблемная ситуация также создается зачастую при помощи постановки учителем проблемных вопросов, которые будут подчеркивать новизну, важность, красоту и другие не менее важные для обучающихся отличительные качества объекта познания. При применении метода проблемного обучения и для создания самостоятельной работы обучающихся важно их заинтересовать, выбрать интересную, актуальную тему. Создание психологической проблемной ситуации – является индивидуальным явлением. Слишком трудная или слишком легкая познавательная задача не создает проблемной ситуации для учеников. То есть, первая представляет собой организацию учебного процесса, вторая касается деятельности учеников [5].

Проблемные ситуации можно создавать различными способами:

1. Показывая несоответствие нового факта известному знанию,
2. Сравнивая противоположные мнения об одном факте,
3. Показывая «невозможность» использования теоретических знаний в определённых нестандартных ситуациях,
4. Побуждая к прогнозированию дальнейшего развития событий законченного произведения или их развёртывания в иных условиях,
5. Давая задание сравнить несравнимые на первый взгляд факты и тому подобное [3, с. 37].

При создании проблемных ситуаций направленных на организацию самостоятельной работы обучающихся учителю следует руководствоваться *правилами*:

- каждое задание должно основываться на тех знаниях и умениях, которыми уже владеет ученик;
- то неизвестное, которое нужно «открыть» ученику при разрешении проблемной ситуации, должно подлежать усвоению, способствовать формированию действительно важных знаний и умений;
- выполнение проблемного задания должно вызывать у ученика интерес, потребность в усваиваемом знании [2, с. 54].

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

Технология проблемного обучения позволяет учащимся самостоятельно «открывать» новые знания, и закреплять уже изученный материал. Она представляет собой детальное описание методов обучения, а также их взаимосвязи с формами и средствами обучения. Методы проблемного обучения – это некие способы деятельности учителя на этапе открытия новых знаний, или на уроке систематизации и обобщения материала.

Теория проблемного обучения была разработана в середине 1970-х годов В. Оконь и М.И. Махмутовым. Она построена на деятельностном подходе и исходит из того, что мышление носит проблемный характер, возникновение каждой мысли происходит в проблемной ситуации [3, 12].

Концепция таких уроков состоит в сочетании традиционных и проблемных методов и также форм обучения предусматривающих применение элементов современных образовательных технологий.

Вывод: организация проблемного обучения предполагает применение таких приемов и методов преподавания, которые приводили бы к возникновению взаимосвязанных между собой проблемных ситуаций и предопределяли применение обучающимися соответствующих методов изучения. Проблемные ситуации возникают в следующих видах учебно-познавательной деятельности учащихся: решение готовых нетиповых задач, составление задач и их решение, логический анализ текста, исследование, сочинение, рационализация и изобретение, конструирование и другие.

Поэтому создание учителем цепи проблемных ситуаций в различных видах творческой учебной деятельности учащихся и управление их мыслительной (поисковой) деятельностью по усвоению новых знаний путем самостоятельного (или коллективного) решения учебных проблем составляет сущность проблемного обучения.

Литература

1. Левина, М.М. Технологии профессионального педагогического образования : Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / М.М. Левина; Международная АН пед.образования. – Москва : Академия, 2001. – 172 с.
2. Махмутов, М.И. Избранные труды: В 7 т. / М.И. Махмутов. – Казань: Магариф-Вақыт, 2016. – Т. 1: Проблемное обучение: Основные вопросы теории / Сост. Д.М. Шакирова. – 423 с.
3. Общая и профессиональная педагогика: Учебное пособие для студентов, обучающихся по специальности «Профессиональное обучение»: В 2-х книгах / Под ред. В.Д. Симоненко, М.В. Ретивых. – Брянск: Изд-во Брянского государственного университета, 2003. – Кн.1. – 174 с.
4. Щемелева, М. А. Технология проблемного обучения / М.А. Щемелева. – Текст : электронный // Образовательная социальная сеть

Секция 5. Математика в гуманитарных профессиях

nsportal.ru : [сайт]. – URL: <https://nsportal.ru/shkola/informatika-i-ikt/library/2022/04/28/statya-tehnologiya-problemnogo-obucheniya>. – Дата публикации: 28 апреля 2022 г.

5. Букарева О.А. Проблемное обучение на уроках математики в условиях реализации ФГОС ООО / О.А. Букарева. – Текст : электронный // Образовательная социальная сеть nsportal.ru : [сайт]. – URL: <https://nsportal.ru/shkola/matematika/library/2018/04/30/problemnoe-obuchenie-na-urokah-matematiki-v-usloviyah>. – Дата публикации: 30 апреля 2018 г.

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ 1. ПРИЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В ФИЗИКЕ И ТЕХНИКЕ.....	5
Вознюк Богдан (Руководитель: Сидаш Н.С.) МАТЕМАТИКА В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЭЛЕКТРИКА.....	6
Горбачев Вадим (Руководитель: Бабичева М.В.) МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СОЗДАНИЯ ПЕРЦЕПТИВНОГО ХЕША ИЗОБРАЖЕНИЯ.....	11
Лапцевич Иван, Шибeko Виталий (Руководитель: Бадак Б.А.) ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ КОМПЬЮТЕРНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В АНАЛИЗЕ ДАННЫХ.....	17
Науменко Валентин (Руководитель: Коняева Ю.Ю.) ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ ДЛЯ РАСЧЕТА ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА.....	19
Прудников Даниил (Руководитель: Коркишко В.В.) МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В СФЕРЕ ТЕХНОСФЕРНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ	23
Романишин Юрий (Руководитель: Сидаш Н.С.) МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ МЕХАТРОНИКИ, РОБОТОТЕХНИКИ И МАТЕМАТИКИ	27
Серебренников Никита, Шевченко Валерий (Руководитель: Хакимуллина Л.Ш.) СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПИСАНИЯ ОРИЕНТАЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА: УГЛЫ ЭЙЛЕРА И КВАТЕРНИОНЫ.....	31
Скакун Владислав (Руководитель: Бабичева М.В.) ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В СОВРЕМЕННОЙ КРИПТОГРАФИИ.....	37
СЕКЦИЯ 2. ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ....	44
Алябьева Алиса (Руководитель: Гладкова Л.А.) СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ПРИМЕНЕНИЮ ПРОИЗВОДНЫХ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ.....	45
Варавина Вероника (Руководитель: Евсеева Е.Г.) ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ ЭКОНОМИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ В СИСТЕМЕ «ПРОФИЛЬНАЯ ШКОЛА – КЛАССИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ».....	50
Ващенко Элина (Руководитель: Скринник А.В.) ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО ПОВЕДЕНИЯ.....	58

Зиятдинова Илюза (Руководитель: Мельникова Э.Ф.) ЦИФРОВАЯ ЛОГИСТИКА В НЕФТЕГАЗОВОЙ ОТРАСЛИ: АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ.....	62
Маркина Альбина (Руководитель: Скринник А.В.) ОПТИМИЗАЦИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ.....	67
Никонович Евгений (Руководитель: Гладкова Л.А.) ВЗАИМОСВЯЗИ В ЭКОНОМИКЕ: ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	71
Полуяхтова Юлия (Руководитель: Мельникова Э.Ф.) АВТОМАТИЗАЦИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЁТОВ: ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ В MICROSOFT EXCEL.....	75
Полянская София (Руководитель: Будыка В.С.) АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПОТОКОВ ПЛАТЕЖЕЙ...	81
Рипенко Алиса , (Руководитель: Скринник А.В.) ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЧЕЛОВЕЧЕСКИМИ РЕСУРСАМИ ЧЕРЕЗ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ.....	84
Сокирко Алина (Руководитель: Скринник А.В.) ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ КРИЗИСОВ.....	88
Трач Алёна (Руководитель: Скринник А.В.) ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.....	91
СЕКЦИЯ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ХИМИИ, БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ.....	94
Белецкая Владислава (Руководитель: Зыза А.В.) ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В РЕШЕНИИ ОДНОЙ ХИМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ О КИПЕНИИ НЕКОТОРЫХ АЛКАНОВ.....	95
Вахренева Елизавета (Руководитель: Мазнев А.В.) ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ХИМИИ.....	99
Каниболоцкая Полина (Руководитель: Прокопенко Н.А.) ВЕРОЯТНОСТНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ПРОЦЕССА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В ЗЕМНОЙ КОРЕ.....	102
Мохруи Абдулахад (Руководитель: Махмадмуродова Ф.А.) МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОПОРЦИИ В ХИМИИ.....	105
Мошкина Мария (Руководитель: Прокопенко Н.А.) ЛОГИСТИЧЕСКАЯ КРИВАЯ ФЕРХЮЛЬСТА В МОДЕЛИРОВАНИИ МЕДИКО-БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ.....	108
Радучич Алексей (Руководитель: Прокопенко Н.А.) МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ХИМИИ ПОЧВ.....	112

Шишков Никита (Руководители: Выхованец Юрий Георгиевич, Тетюра Сергей Михайлович) МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ КАРДИОВАСКУЛЯРНОГО ЗДОРОВЬЯ: ВЛИЯНИЕ ПИТАНИЯ И ОБРАЗА ЖИЗНИ ЧЕЛОВЕКА.....	116
СЕКЦИЯ 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ.....	122
Абидов Рустам (Руководитель: Назаров А.П.) РАЗРАБОТКА КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЫ, РЕАЛИЗУЮЩЕЙ МЕТОД ПУЛАТ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ	123
Аникина Оксана, Шляхтина Ирина (Руководитель: Дербеденева Н.Н.) ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПЛАТФОРМЫ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ.....	125
Бондаренко Диана (Руководитель: Гребенкина А.С.) РАЗРАБОТКА УРОКА МАТЕМАТИКИ СРЕДСТВАМИ ПЛАТФОРМЫ EDUARDO	129
Веригин Михаил (Руководитель: Черноусова Н.В.) МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ (НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ»).....	134
Емельянова Анастасия (Руководитель: Гончарова И.В.) АВТОРСКИЙ ПОДХОД К ОБУЧЕНИЮ ГЕОМЕТРИИ В 5 КЛАССЕ: ИНТЕГРАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЗАДАЧ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ. МНОГОУГОЛЬНИКИ».....	138
Кононенко Егор (Руководитель: Сидаш Н.С.) ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ РАБОЧИХ ЛИСТОВ ПО МАТЕМАТИКЕ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ КОЛЛЕДЖЕ.....	142
Кретов Артём, Тимошенко Ангелина (Руководитель: Травин В.В.) СПОСОБЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЗНАНИЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПАКЕТА GEOGEBRA НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ.....	146
Литвиненко Евгений (Руководитель: Кривко Я.П.) ПРИМЕНЕНИЕ ДИСТАНЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ.....	151
Лукьянчикова Анастасия (Руководитель: Соколова Е.В.) ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЦИФРОВОГО ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ КООРДИНАТНОМУ И ВЕКТОРНОМУ МЕТОДУ В 10-11 КЛАССАХ.....	154
Мельников Артур (Руководитель: Мышкина Е.И.) ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПЛАТФОРМ В ПРЕПОДАВАНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ.....	159
Невалённая Екатерина (Руководитель: Скафа Е.И.) СОЗДАНИЕ ИНТЕРАКТИВНОГО КОНТЕНТА ПО МАТЕМАТИКЕ НА ПЛАТФОРМЕ GENIALLY.....	165

Некрасова Елизавета (Руководитель: Гончарова И.В.) К ВОПРОСУ О МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8 КЛАССОВ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПЛАТФОРМ DIGIPAD И LEARNINGAPPS.....	170
Петухов Данил (Руководитель: Панишева О.В.) МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ УЧАЩИХСЯ И СПОСОБЫ ИХ ПРЕДОТВРАЩЕНИЯ СРЕДСТВАМИ IT ТЕХНОЛОГИЙ.....	174
Подлужная Дарина (Руководитель: Гребенкина А.С.) РАЗРАБОТКА ИНТЕРАКТИВНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ШКОЛЬНИКАМИ ДЕЙСТВИЙ С ДРОБЯМИ.....	179
Савченко Ольга (Руководитель: Кривко Я.П.) ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ.....	183
Сергеева Анастасия (Руководитель: Евсеева Е.Г.) ПРИМЕНЕНИЕ АКТИВНЫХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ КУРСУ «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» В ОСНОВНОЙ И СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДСТВ ИКТ.....	186
Шатохина Виктория (Руководитель: Прач В.С.) ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ.....	193
СЕКЦИЯ 5. МАТЕМАТИКА В ГУМАНИТАРНЫХ ПРОФЕССИЯХ.....	199
Анисимова Екатерина (Руководитель: Абраменкова Ю.В.) ДИДАКТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИНТЕРАКТИВНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СРЕД.....	200
Бабичева Карина (Руководитель: Кривко Я.П.) ЗАДАЧИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ КАК СРЕДСТВО АКТИВИЗАЦИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ....	205
Бочкова Анита (Руководитель: Кривко Я.П.) ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ НА СТЫКЕ МАТЕМАТИКИ И IT: КАК ТЕХНОЛОГИИ ПОМОГАЮТ ИЗУЧАТЬ МАТЕМАТИКУ.....	208
Камышан Алексей (Руководитель: Сухина О.А.) МАТЕМАТИКА КАК ИНСТРУМЕНТ В ПСИХОЛОГИИ: СТАТИСТИКА, АНАЛИЗ ДАННЫХ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ.....	211
Канайкина Дарья (Руководитель: Манжос Н.В.) НЕЙРОННЫЕ СЕТИ В МАШИННОМ ПЕРЕВОДЕ.....	217
Кормилец Дарья (Руководитель: Евсеева Е.Г.) СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ОБУЧЕНИЮ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ: НА ПРИМЕРЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА» В 5-6 КЛАССАХ.....	221
Натёкина Анастасия (Руководитель: Павлов А.Л.) ПОТЕНЦИАЛ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СОРЕВНОВАНИЙ В ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ.....	226

Пиперова Валентина (Руководитель: Демченкова Н.А.) НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ЛИЧНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.....	231
Полупанов Владислав (Руководитель: Скафа Е.И.) КЕЙС-МЕТОД КАК СРЕДСТВО ДОСТИЖЕНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИИ.....	237
Полупанова Елизавета (Руководитель: Селякова Л.И.) ФОРМИРОВАНИЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ В УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ФГОС: ЦЕЛИ, СОДЕРЖАНИЕ И ДИДАКТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ.....	242
Резниченко Мария (Руководитель: Панченко А.В.) ОБУЧЕНИЕ ТЕМЕ «НЕПРЕРЫВНЫЕ ДРОБИ» В ШКОЛЕ.....	247
Суглобов Дмитрий (Руководитель: Евсеева Е.Г.) НАИБОЛЕЕ ВОСТРЕБОВАННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В СОВРЕМЕННЫХ ГУМАНИТАРНЫХ ПРОФЕССИЯХ.....	253
Фараонова Дарина (Руководитель: Кривко Я.П.) ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ.....	259

МАТЕМАТИКА В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Материалы VII Международной студенческой
научно-практической конференции-конкурса
(г. Донецк, 15 мая 2025 г.)

Редакционная коллегия:
Е.Г. Евсеева, Ю.Ю. Коняева, Л.А. Гладкова, А.В. Зыза,
А.С. Гребенкина, Д.А. Скворцова

Издательство ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
283055, Донецк, ул. Университетская, 24

Подписано к печати 27.06.2025 г. Формат 60x84/16. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Условн. печ. Лист 31,2. Тираж 100 экз.
Заказ № 337 июнь

Донецкий государственный университет, ул. Университетская, 24, г.
Донецк, 283001 Свидетельство о внесении субъекта издательской
деятельности в Государственный реестр Серия ДК 1854 от 24.06.2004 г.