ЭВРИСТИЧЕСКОЕ ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ КАК ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ УСЛОВИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ УЧАЩИХСЯ В КОНТЕКСТЕ РЕАЛИЗАЦИИ ФГОС

Бажанова Наталья Борисовна
учитель математики
e-mail: natalyabazhanova@rambler.ru
ГБОУ «Школа № 67 г. о. Донецк», город Донецк, РФ

Аннотация. В статье представлен педагогический опыт применения эвристических технологий на уроках математики, которые стимулирует познавательную и творческую активность учащихся, помогают им самостоятельно открывать новые знания, становится активными участниками процесса познания и превращают урок в исследовательскую среду.

Ключевые слова: *эвристическое обучение, метапредметные компетенции, исследовательская деятельность, проблемная ситуация, творческое мышление, ФГОС, универсальные учебные действия*.

Современная образовательная парадигма, заложенная в ФГОС основного и среднего общего образования, делает акцент на формировании у учащихся способности к самостоятельному мышлению, постановке целей, поиску информации и принятию решений в условиях неопределённости. В этих условиях репродуктивная модель обучения теряет свою эффективность. Её постепенно заменяют активные, личностно ориентированные и исследовательские подходы – в частности, эвристическое обучение.

В педагогике эвристическое обучение понимается как организация учебного процесса, в которой ученик вовлекается в самостоятельный поиск решения, опираясь на собственный опыт и аналитические способности. Теоретической основой подхода служат идеи Сократа (майевтика), Дж. Дьюи, а также труды отечественных учёных – Л.С. Выготского, С.Л. Рубинштейна и В.В. Давыдова.

Эвристический урок отличается от традиционного: его цель – не передача готовых знаний, а создание условий для самостоятельного «открытия» учащимся новых понятий и закономерностей. Учебная деятельность строится вокруг проблемной ситуации, интеллектуального вызова или открытой задачи. Ключевой вопрос учителя – «А как ты думаешь?» – заменяет директивное «Запомни!». Главное внимание уделяется не столько правильному ответу, сколько процессу мышления: выдвижению гипотез, поиску аргументов, анализу ошибок и рассмотрению альтернативных путей решения. В такой среде ошибка перестаёт быть признаком неудачи и становится ресурсом познания.

Практические приёмы реализации эвристического подхода на уроках математики

1. Создание проблемных ситуаций

Цель – вызвать познавательное затруднение, которое мотивирует появление нового знания.

Пример (6 класс, тема «Отрицательные числа»):

– Температура утром составляла +6 °С, к вечеру понизилась на 7 градусов. Какова стала температура?

– Участник игры получил 6 очков, но был оштрафован на 8 очков. Каков его итоговый результат?

Выполнение действий 6 – 7 или 6 – 8 невозможно в пределах натуральных чисел, что создаёт необходимость введения отрицательных чисел.

2. «Открытие» знаний через практическую деятельность

Пример 1 (7 класс, тема «Неравенство треугольника»):

Класс делится на группы. Каждой предлагается построить треугольники со сторонами:

– Группа 1: 5 см, 6 см, 7 см; 2 см, 3 см, 5 см; 3 см, 4 см, 8 см;

– Группа 2: 9 см, 8 см, 6 см; 6 см, 3 см, 9 см; 5 см, 2 см, 8 см.

При попытке построения треугольников во вторых и третьих случаях учащиеся сталкиваются с невозможностью выполнения задания. Это приводит к формулировке гипотезы: «Каждая сторона треугольника должна быть меньше суммы двух других». На её основе формулируются тема, цели и задачи урока.

Пример 2 (7 класс, тема «Сумма углов треугольника»):

Учащиеся измеряют углы различных треугольников. Несмотря на погрешности измерений, возникает устойчивая гипотеза: сумма углов треугольника равна 180°. Это стимулирует интерес к поиску строгого доказательства.

3. Исследовательские и открытые задачи

Пример (6 класс, тема «Обыкновенные дроби»):

«Как магистр сражался с пиратами?»

На корабль напали пираты. Когда я выскочил на палубу, то увидел, что вся команда лежит связанная, кроме штурмана и радиста, которые отчаянно защищаются. Я бросился им на помощь. Первым делом я сосчитал число разбойников. Штурману досталась половина всех пиратов, радисту $\frac{1}{3}$, а мне – всего $\frac{1}{4}$. Не прошло и 10 минут, как мы расправились с пиратами, и сражение было выиграно. Мы развязали команду, и тут только обнаружилось, что капитан дизеля исчез! И куда он мог подеваться?

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{13}{12}>1$$

Ответ: капитана связали вместе с пиратами)

4. Исследовательское задание «Архитектор фигур»

Учащимся предлагается найти все прямоугольники с целочисленными сторонами и площадью 48 см². Они определяют делители числа 48, составляют пары сторон, вычисляют периметры и выявляют фигуры с минимальным и максимальным периметром. Задание объединяет арифметику, геометрию и элементы исследования зависимости.

5. Задачи с неоднозначными условиями

Пример (5–6 класс):

«Две машины выехали из одного пункта со скоростями 60 и 80 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 5 часов?»

Учащиеся анализируют возможные направления движения (в одну сторону, в противоположные, под углом) и строят разные математические модели.

6. Задачи с избыточными или недостающими данными

Избыток: «Петя купил 7 тетрадей по 75 руб., 3 ручки по 40 руб. и линейку за 25 руб. Дорога до школы занимает 25 минут. Сколько стоила покупка?»

Недостаток: «Велосипедист и пешеход вышли навстречу друг другу. Через сколько времени они встретятся?»

Ученики определяют лишние или недостающие данные, что развивает аналитическое мышление.

7. Приём «умышленной ошибки»

Учитель представляет софизм:

Докажем, что $2 = 1$. Пусть $a = b$. Умножим обе части на a: $a^2 = ab$. Вычтем b^2: $a^2 - b^2 = ab - b^2$. Разложим: $(a - b)(a + b) = b(a - b)$. Сократим на $(a - b)$:

$$a + b = b \rightarrow 2b = b \rightarrow 2 = 1.$$

Учащиеся находят ошибку (деление на нуль при $a = b$), что формирует культуру математических рассуждений.

8. Исследование граничных случаев

Пример (10 класс, стереометрия):

При изучении перпендикуляра к прямой в пространстве рассматриваются предельные ситуации – например, когда наклонная станет перпендикулярна плоскости, тогда её проекция выродится в точку. Это развивает пространственное воображение и глубину понимания.

9. Парадоксы как стимул к исследованию

Пример (9 класс, теория вероятностей): «Парадокс дней рождения»: при интуитивной оценке требуется около 150 человек, чтобы вероятность совпадения дней рождения превысила 50 %, но расчёт показывает – достаточно 23. Это противоречие побуждает к изучению комбинаторных методов.

10. Классификация без инструкции

Учащимся предлагается самостоятельно сгруппировать объекты (например, многочлены) по собственному признаку. Это выявляет индивидуальные когнитивные стратегии и готовит к освоению новой темы.

Диагностика и оценка результатов

Оценивание в рамках эвристического подхода – критериальное. Учитываются: оригинальность решения; логичность и обоснованность рассуждений; способность выдвигать и аргументированно отстаивать гипотезы; рефлексивность – умение анализировать собственные действия и трудности.

Эффективным диагностическим инструментом выступает учебное портфолио, включающее исследовательские работы, авторские задачи, рефлексивные эссе и проекты.

Результаты внедрения

Пятилетний опыт применения эвристических методик позволил зафиксировать:

- рост учебной мотивации на 40 % (по данным анкетирования);
- формирование навыков аргументации и поиска альтернатив у 75 % учащихся;
- снижение тревожности при решении незнакомых задач за счёт осознания ошибки как естественного этапа познания.

Эвристическое обучение – это не просто набор приёмов, а педагогическая философия, отвечающая духу и требованиям ФГОС. Оно способствует переходу от пассивного усвоения знаний к активному исследованию, делая ученика субъектом учебной деятельности, а учителя – наставником. Дальнейшие перспективы связаны с расширением банка эвристических задач, интеграцией цифровых инструментов (GeoGebra, Desmos) и разработкой методик оценки креативного потенциала. Современная школа призвана не только передавать знания, но и воспитывать мыслящую, инициативную и ответственную личность.

Литература

1 Выготский Л.С. Педология школьного возраста. Лекции по психологии развития – Москва: Канон+, 2022. – 320 с.

2 Зинченко В.П. Эвристическое обучение: теория и практика. – Москва: Академия, 2010.

3 Левшин В.А. Магистр рассеянных наук. – Москва : Детская литература, 1967.
4 Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. – Москва : АПН РСФСР, 1958.
5 Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (редакция № 4 от 22.01.2024, действующая) [Утвержден Приказом Министерства Просвещения Российской Федерации № 287 от 31.05.2021 (ред. от 22.01.2024) "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования" (Зарегистрировано в Минюсте России 05.07.2021 N 64101)]
6 Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе – Москва: изд. Фирма «Сентябрь», 1996. – 95 с. – ISBN 5-88753-007-3

HEURISTIC TEACHING OF MATHEMATICS AS A PEDAGOGICAL CONDITION FOR THE FORMATION OF STUDENTS' RESEARCH COMPETENCE IN THE CONTEXT OF THE IM FEDERAL STATE EDUCATIONAL STANDARDS (FSES)

***Bazhanova Natalia Borisovna*.**

Abstract. The article presents the pedagogical experience of using heuristic technologies in mathematics classes, which stimulate students' cognitive and creative activity, help them discover new knowledge on their own, become active participants in the learning process, and transform the classroom into a research environment.

Keywords: *heuristic teaching; metacognitive competencies; inquiry-based learning; problem-based situation; creative thinking; Federal State Educational Standards (FGOS); universal learning actions.*

ПИФАГОРОВЫ ТРОЙКИ ЧИСЕЛ: ВЫЧИСЛЕНИЕ И СВОЙСТВА

Баран Олег Иванович,
доцент,
e-mail: oleg_baran@mail.ru
Гришанов Виктор Сергеевич
инженер-исследователь
г. Минск, Беларусь

Аннотация. Пифагоровы тройки чисел: вычисление и свойства. Предлагаются алгоритмы построения пифагоровых троек чисел по заданному катету или гипотенузе. Приводятся эмпирические формулы для определения количества соответствующих троек. Изложение иллюстрируется примерами и таблицами. Может быть использовано для активизации познавательной деятельности учащихся и студентов.

Ключевые слова: *теорема Пифагора, пифагоровы тройки чисел, героновы треугольники, алгоритмы, формулы, таблицы*.

1. Теорема Пифагора остаётся важнейшим объектом изучения, исследования и творчества во всех разделах геометрии. На практике часто возникает потребность определения по заданному целочисленному катету или гипотенузе других элементов прямоугольного треугольника в целых числах. Например, такие задачи встречаются в конструктивной геометрии и при построении героновых треугольников [1 – 3]. Обычно для построения пифагоровых троек чисел используют метод Евклида, или аналогичные ему методы [3]. Однако это не позволяет находить две другие стороны треугольника по заданной величине катета или гипотенузы. В данной работе представлены новые алгоритмы для решения указанных задач.

2. *Построение пифагоровых троек чисел по заданному катету*. Будем использовать принятые обозначения сторон треугольника: a и b – катеты, c – гипотенуза. Из теоремы Пифагора выведем формулу, позволяющую находить все варианты пифагоровых троек, которые содержат заданный катет a: $a^2+b^2=c^2 \to a^2=c^2-b^2 \to a^2=(c-b)\cdot(c+b)$. Обозначим $c-b=p$, тогда $b=c-p$, и $c+b=2c-p \to a^2=p\cdot(2c-p)$. Откуда $c=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a^2}{p}+p\right)$, где p является одним из делителей (или произведением делителей), числа a. Используем эту формулу для построения пифагоровых троек по заданному катету a. Из этой формулы следуют основные положения (постулаты), которые необходимо учитывать при построении соответствующих пифагоровых троек чисел:

П1. Для всех $a\geq 3$ пифагоровы тройки чисел существуют. П2. Делитель p меньше величины катета a. П3. Если a или $a/2$ – простое число, то решение единственное. П4. Количество решений для заданного катета a зависит от количества делителей числа a^2, при этом каждый делитель меньше a. П5. При чётном a делители могут быть только чётными. При этом частное от деления a на чётный делитель также должно быть чётным. П6. Для числа $2n$, где n любое нечётное число, имеется столько же решений, как и для самого числа n. П7. При нечётном a в качестве одного из делителей нужно учитывать 1.

Если катет a задаётся простым числом, то $p=1$ и $c=\frac{a^2+1}{2}$, $b=c-1=\frac{a^2+1}{2}-1=\frac{a^2-1}{2}$. Далее из полученных формул следует, что сумма гипотенузы и второго катета равна квадрату числа a: $c+b=a^2$.

Пример 1. $a=2027$ – простое число, $b=\frac{a^2-1}{2}=\frac{2027^2-1}{2}=2054364$, $c=\frac{a^2+1}{2}=\frac{2027^2+1}{2}=2054365$. Имеем «почти равнобедренный» прямоугольный треугольник: $\sqrt{2027^2+2054364^2}=\sqrt{4220415553225}=2054365$.

Поскольку число a может быть составным, то для такого катета могут существовать различные пифагоровы тройки. Например, для $a = 60$ существуют 13 вариантов пифагоровых троек, для значений 120 и 180 – по 22, для 5040 – 157 и т.д. Понятно, что количество пифагоровых троек не зависит от величины сомножителей катета a, а только от их количества и показателей их степеней. В разложении катета a на простые сомножители заменим численные значения буквенными. Полученное выражение назовём структурой катета. Так, для катетов $15=3\times 5, 559=13\times 43, 10807=101\times 107$ структура катета будет ab. Для $63=3^2\times 7, 147=3\times 7^2$, $2783=11^2\times 23$ структура катета будет a^2b. Для катета $10584=2^3\times 3^3\times 7^2$ структура катета будет $2^3a^3b^2$ и т.д. Следовательно, структура катета в общем виде будет такой: $p_1^{n_1}\cdot p_2^{n_2}\cdot p_3^{n_3}\cdot\ldots\cdot p_k^{n_k}$, где p_i простые числа, а n_i – натуральные показатели степени. Откуда понятно, что и самих структур, и чисел, соответствующих любой структуре, существует бесконечно много.

Определение числа пифагоровых троек для структуры катета в общем виде вызывает определённые трудности. Поэтому, для некоторых конкретных структур катета a, были эмпирически определены количества соответствующих пифагоровых троек, и обобщенные результаты представлены в таблице.

Количество пифагоровых троек в зависимости от структуры a.

Структура катета a	Всего решений	Структура катета a	Всего решений	Структура катета a	Всего решений
a	1	a	1	a^n	n
ab	4	ab	4	a^nb	$3n+1$
abc	13	a^4b	13	a^nbc	$9n+4$
$abcd$	40	a^4bc	40	a^nbcd	$27n+13$
$abcde$	121	a^4bcd	121	a^nbcde	$81n+40$
2^n	$n-11$	$2^n ab$	$9n-5$	$2^n abc$	$27n-14$
$2^n a$	$3n-2$	$2^n a^2b$	$15n-8$	$2^n a^2bc$	$45n-23$
$2^n ab$	$9n-5$	$2^n a^3b$	$21n-11$	$2^n a^3bc$	$63n-32$
$2^n abc$	$27n-14$	$2^n a^4b$	$27n-14$	$2^n a^4bc$	$81n-41$
$2^n abcd$	$81n-41$	$2^n a^5b$	$33n-17$	$2^n a^5bc$	$99n-50$

Количество решений для различных структур с цифровыми показателями степеней, определялись посредством вычислений, а для катетов с буквенными показателями степеней формулы количества решений определены методом экстраполяции. Здесь хорошо прослеживаются закономерности возрастания числа пифагоровых троек в зависимости от упорядоченного усложнения структуры катета a.

Интересная особенность наблюдается для нечётных катетов, в структуре которых используются только сомножители в первой степени.

Структура числа	a	ab	abc	$abcd$	$abcde$
Количество решений	1	4	13	40	121
Разность количества решений	3^1	3^2	3^3	3^4	

Если это закономерность, то для структуры числа $abcdef$ количество решений будет равно $121 + 3^5 = 364$ и т.д.

Для чётных структур катета a (пять нижних строк предыдущей таблицы) прослеживается ещё одна интересная особенность. Оказалось, что зная количество вариантов q для катета a, можно находить количество вариантов для катета 2^na по формуле: $(2q+1)\cdot n-q-1$. Покажем справедливость этой формулы на примерах, взятых из этой таблицы.

Рассмотрим в верхней части таблицы структуры abc и a^4b (по 13 вариантов) и структуры $abcd$ и a^4bc (по 40 вариантов). Тогда структуры $2^n abc$ и $2^n a^4b$ дают по $(13+14)n-14=27n-14$ вариантов, а структуры $2^n abcd$ и $2^n a^4bc$ – $(40+41)n-41=81n-41$ (40+41)n – 41 = 81n – 41 вариантов, что согласуется с нижней частью таблицы.

Для катете a = 2025=$3^4\times5^2$ количество вариантов соответствующих пифагоровых троек равно 22. Все варианты представлены в таблице:

N	p_n	c	b	N	p_n	c	b
1	1	**2050313**	**2050312**	12	135	15255	15120
2	3	683439	683436	13	225	**9225**	**9000**
3	5	410065	410060	14	243	8559	8316
4	9	227817	227808	15	375	5655	5280
5	15	136695	136680	16	405	5265	4860
6	25	82025	82000	17	625	3593	2968
7	27	75951	75924	18	675	3375	2700
8	45	45585	45540	19	729	3177	2448
9	75	27375	27300	20	1125	2385	1260
10	81	25353	25272	21	1215	2295	1080
11	125	16465	16340	22	1875	2031	156

Найдём, для наглядности, величину острого угла для первого, «почти равнобедренного» треугольника:

$$\sin\angle A = \frac{2025}{2050313} = 0{,}00098765... \to \angle A \approx 0{,}05658^\circ .$$

3. *Построение пифагоровых троек чисел по заданной гипотенузе*. Находить пифагоровы тройки и вычислять их количество по заданной гипотенузе значительно труднее. Из алгоритма Евклида и Рождественской теоремы Ферма [3] следует, что для простых значений катетов и гипотенуз существуют единственные соответствующие пифагоровы тройки (примитивные). При этом, если величина катета может задаваться любым простым числом, то величина гипотенузы – только простыми числами вида $4n+1$. Если же гипотенуза задаётся составным числом, то хотя бы один из простых множителей должен иметь указанный вид.

Здесь также приведём основные положения (постулаты), которые необходимо учитывать при построении соответствующих пифагоровых троек чисел по заданной гипотенузе (нумерацию постулатов продолжим от предыдущей):

П8. Минимальное значение гипотенузы – 5. П9. Пифагорова тройка существует, если ***c*** равно или кратно простым числам вида $4n+1$ или произведению таких чисел. П10. Исходное решение имеется только тогда, когда число состоит только из сомножителей вида $4n+1$. В остальных случаях решения кратные (частный вывод из данного положения: для чётных ***c*** исходных решений нет). П11. Количество решений для заданного значения ***c*** зависит от состава и количества простых сомножителей, на которые разлагается ***c***. П12. Процесс решения треугольников по заданному ***c*** должен производиться двумя этапами: нахождение исходных треугольников и нахождение кратных треугольников.

Кратные решения находятся путём умножения всех решений для чисел, состоящих из всех сомножителей, кроме одного, на этот сомножитель (как показано в следующем примере).

Исходные решения находятся по формулам, вывод которых приводится ниже. Гипотенузу ***c*** представим в виде суммы квадратов двух чисел $c = d^2 + e^2$ (если *c* удовлетворяет Рождественской теореме Ферма, то это всегда возможно [3]). С другой стороны, $c^2 = a^2 + b^2$. Выполним следующие преобразования:

$$c^2 = (d^2 + e^2)^2 = d^4 + 2d^2e^2 + e^4 = d^4 + 2d^2e^2 + e^4 + 2d^2e^2 - 2d^2e^2 =$$

$$= d^4 - 2d^2e^2 + e^4 + 4d^2e^2 = (d^2 - e^2)^2 + (2de)^2.$$

Сравнивая полученное выражение с $c^2 = a^2 + b^2$, находим:

$$a = d^2 - e^2,\ b = 2de.$$

Таким образом, количество исходных решений равно количеству вариантов разложения гипотенузы на сумму квадратов двух чисел.

Однако, следует отметить, что это справедливо только для чисел, имеющих все сомножители в первой степени. При наличии сомножителей с другими степенями, часть решений являются кратными.

Пример 2. Рассмотрим нахождение всех возможных пифагоровых троек для значения ***c*** = 1105 = 5×13×17. Вначале найдём исходное решение. Для этого будем последовательно вычитать из 1105 квадраты чисел, начиная с ближайшего квадрата 33^2=1089:

- $1105 - 33^2 = 1105 - 1089 = 16 = 4^2$,
- $1105 - 32^2 = 1105 - 1024 = 81 = 9^2$,
- $1105 - 31^2 = 1105 - 961 = 144 = 12^2$,

Варианты квадратов от 30 до 25 решений не дают.

- $1105 - 24^2 = 1105 - 576 = 529 = 23^2$.

Здесь во всех вариантах вычитаемое – это d^2, а разность – это e^2.

Используя формулы $a = d^2 - e^2$ и $b = 2de$, находим величины катетов *a* и *b* (следующая таблица).

c = 1105			
d	*e*	*a*	*b*
33	4	1073	264
32	9	943	576
31	12	817	744
24	23	47	1104

Теперь займёмся поиском кратных решений для каждого сомножителя и для их произведений.

- Множитель 5. Треугольник 5, 4, 3. Умножаем каждую сторону на 13×17 = 221. Получаем первое кратное решение: 1105, 884, 663.
- Множитель 13. Треугольник 13, 5, 12. Умножаем каждую сторону на 5×17 = 85. Получаем второе кратное решение: 1105, 425, 1020.
- Множитель 17. Треугольник 17, 8, 15. Умножаем каждую сторону на 5×13 = 65. Получаем второе кратное решение: 1105, 520, 975.

Рассматриваем произведения сомножителей по два:

- Множитель $5 \times 13 = 65 = 4^2 + 7^2 = 1^2 + 8^2$. Два варианта треугольников 65, 33, 56 и 65, 16, 63. Умножаем каждую сторону на 17.

Получаем два варианта кратных решений: 1105, 561, 952 и 1105, 272, 1071.

- Множитель $5\times17=85=6^2+7^2=2^2+9^2$. Два варианта треугольников 85, 13, 84 и 85, 36, 77. Умножаем каждую сторону на 13. Получаем ещё два варианта кратных решений: 1105, 169, 1092 и 1105, 468, 1001.
- Множитель $13\times17=221=5^2+14^2=10^2+11^2$. Два варианта треугольников 221, 140, 171 и 221, 21, 220. Умножаем каждую сторону на 15. Получаем ещё два варианта решений: 1105, 700, 855 и 1105, 105, 1100.

Все 13 полученных решений представлены в последней таблице в возрастающем порядке первого катета.

c = 1105			
a	*b*	*a*	*b*
47	1104	520	975
105	1100	561	952
169	1092	576	943
264	1073	663	884
272	1071	700	855
425	1020	744	817
468	1001		

Пример 3. Для гипотенузы ***c*** = 2025 получаем два решения. Для катета и гипотенузы, которые равны 2026, получаем по одному решению:

c = 2025		*a* = 2026		*c* = 2026	
a	*b*	*c*	*b*	*a*	*b*
567	1944	1026170	1026168	90	2024
1215	1620				

4. Всего были составлены таблицы пифагоровых троек по заданному катету до числа 208 и по заданной гипотенузе до числа 1565. Например, для катета 180 существуют 22 пифагоровы тройки, а для гипотенуз 925, 1450, 1325, 1525 – по 7.

Проведенные исследования выявили и другие интересные закономерности и проблемы, которые представляют интерес для дальнейших исследований. Поэтому материалы статьи могут быть использованы для активизации познавательной деятельности учащихся и студентов, в частности, при написании курсовых и дипломных работ, на факультативных занятиях, для составления и решения олимпиадных задач и др.

Литература

1. Литцман В. Теорема Пифагора / В. Литцман. – Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. – 114 с.

2. Серпинский В.М. Пифагоровы треугольники / В.М. Серпинский. – Москва : Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, 1959. – 112 с.

3. Эдвардс Г. Последняя теорема Ферма / Г.Эдвардс. – Москва : Мир, 1980. – 485 с.

PYTHAGOREAN TRIPLES OF NUMBERS: CALCULATION AND PROPERTIES.

Baran O.I., Grishanov V.S.

Annotation. Algorithms for constructing Pythagorean triples of numbers according to a given leg or hypotenuse are proposed. Empirical formulas are given for determining the number of corresponding triples. The presentation is illustrated with examples and tables. It can be used to activate cognitive activity of pupils and students.

Keywords: *Pythagorean theorem, Pythagorean triples of numbers, Geronian triangles, algorithms, formulas, tables*.

ЭВРИСТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ КАК ИНСТРУМЕНТ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА

Баринская Ольга Борисовна[1]
учитель математики,
e-mail: o.barinskaya@mail.ru
Деревянко Екатерина Васильевна[2],
студентка,
e-mail: k.derevyankoo@mail.ru
Михайлова Валерия Романовна[2],
студентка,
e-mail: valeriya23.04@mail.ru
[1]ГБОУ «Школа №64 городского округа Донецк», г. Донецк, РФ
[2]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация. В статье представлен опыт разработки эвристической олимпиады по математике «Эвристики – в моду!» для обучающихся 8–9 классов. Авторами описывается методика создания заданий открытого типа, направленных на формирование устойчивого познавательного интереса и развитие творческого мышления. Предложенный ресурс представляет собой готовый инструмент для педагогов по организации внеурочной деятельности по математике.

Ключевые слова: *эвристическая олимпиада, познавательный интерес, внеурочная деятельность по математике, задания открытого типа.*

Одним из приоритетных направлений совершенствования современного математического образования является поиск и внедрение эффективных средств формирования познавательного интереса и активности обучающихся. Актуальность данной задачи в условиях современной образовательной парадигмы обусловлена необходимостью перехода от репродуктивного усвоения знаний к формированию навыков творческого мышления и самостоятельной познавательной деятельности. Особое значение эта проблема приобретает в системе внеурочной деятельности по математике, где создаются дополнительные возможности для раскрытия познавательного интереса, что способствует актуализации поиска инновационных педагогических инструментов, направленных на развитие познавательной активности и творческого мышления обучающихся.

Для решения данной задачи в педагогической практике может быть эффективно использована эвристическая деятельность. Как отмечает Е.И. Скафа, учебно-познавательная эвристическая деятельность представляет собой «деятельность обучающихся…, организованную и управляемую учителем с использованием разнообразных эвристических приемов, методов и средств, направленную на создание новой системы действий по поиску неизвестных ранее закономерностей…, в результате которой учащиеся активно овладевают знаниями, развивают эвристические умения и личностные качества» [5]. Таким образом, целенаправленная организация такой деятельности выступает действенным инструментом развития познавательной активности и творческих способностей обучающихся

Одной из эффективных организационных форм, позволяющих реализовать потенциал познавательной эвристической деятельности в рамках внеурочной работы, является эвристическая олимпиада. Концепция эвристической олимпиады была введена в дидактику и педагогическую практику А.В. Хуторским [6]. В её основе лежит дидактическая эвристика – теория и технология креативного обучения, ориентированная на создание обучающимися новых для них образовательных продуктов.

Принципиальное отличие таких олимпиад от традиционных предметных заключается в их ориентации на творчество и создание уникального образовательного продукта, а не на воспроизведение знаний или решение задач в том числе и нестандартных. В них нет единственно правильных ответов: оцениваются оригинальность, глубина и творческая продуктивность работы участника. Еще одной особенностью является то, что задания эвристической олимпиады имеют открытый характер. Они ориентируют участников на высказывание собственных версий и суждений, выполнение исследований, получение открытий. Для выполнения заданий требуется проявить индивидуальность, уникальность, самобытность [4].

В научно-методической литературе подчеркивается, что целью эвристических олимпиад является выявление и развитие творческих способностей, а также предоставление ученикам возможности для творческого самовыражения и создания личного образовательного продукта [2].

Таким образом, проектирование и проведение эвристических олимпиад выступает одним из эффективных способов организации внеурочной деятельности по математике, отвечающих современным образовательным тенденциям. Поэтому цель настоящего исследования – разработка эвристической олимпиады по математике как инструмента для активизации познавательной деятельности и творческого потенциала обучающихся.

Рассмотрим практическую реализацию такого подхода на примере разработанной нами эвристической олимпиады для обучающихся 8–9 классов «Эвристики – в моду!» с помощью онлайн-платформы Visme, в основе которой лежат принципы открытых заданий и познавательной деятельности.

Актуальность работы обусловлена необходимостью в современных образовательных форматах, выходящих за рамки традиционной школьной системы и направленных на раскрытие творческого потенциала обучающихся в математике. Предлагаемый вариант эвристической олимпиады по математике позволяет эффективно использовать эвристический поиск для повышения мотивации и целенаправленного развития творческого мышления обучающихся.

Эвристическая олимпиада «Эвристики – в моду!» была разработана как нетрадиционный методический инструмент. Её содержательное ядро составляют специально подобранные задания, призванные решить ключевую задачу формирования устойчивого познавательного интереса к математике в дополнительном образовании. Методологической основой служит принцип современной педагогики о том, что познавательный интерес эффективно формируется через применение эвристических методов в сочетании с инновационными цифровыми ресурсами, что является важным условием роста учебной мотивации [3].

Практическим воплощением этой методологии стал готовый к использованию цифровой образовательный ресурс – стильная двусторонняя брошюра формата А4. Она создана с использованием конструктора Visme и нейросети «Шедеврум», что обеспечивает гибкость проведения олимпиады (очно или дистанционно) и делает её современным, технологичным инструментом для педагога.

Организационный дизайн брошюры и её контент направлены на максимальное вовлечение участников. На развороте размещены приветственное обращение со слоганом и инструкции (см. рис. 1), а на обороте – сгруппированные по номинациям задания (см. рис. 2). Каждое задание имеет открытый характер, соответствует своей тематической категории и побуждает участников к выдвижению гипотез, проведению мини-исследований и самостоятельному поиску решений [1]. Таким образом, данный формат целенаправленно сочетает визуальную привлекательность, актуальное содержание и эвристическую направленность, предоставляя педагогу апробированный ресурс для развития творческого мышления и познавательной активности обучающихся.

Номинация «По-модному о математике» направлена на развитие умения интерпретировать математические объекты в новых ситуациях и использовать математический язык в нестандартных контекстах. Такой подход способствует формированию гибкости мышления и углублённому пониманию математических понятий.

Задание 1 «Моделирование». Участнику необходимо представить геометрическую фигуру или число в роли объекта дизайнерского решения и обосновать выбор соответствующего «наряда» через систему математических характеристик. Выполнение задания предполагает использование аналогии и требует интерпретации строгих математических свойств в образной форме. Такой формат способствует осмысленной работе с определениями и развитию способности переносить содержание учебного материала в новые условия.

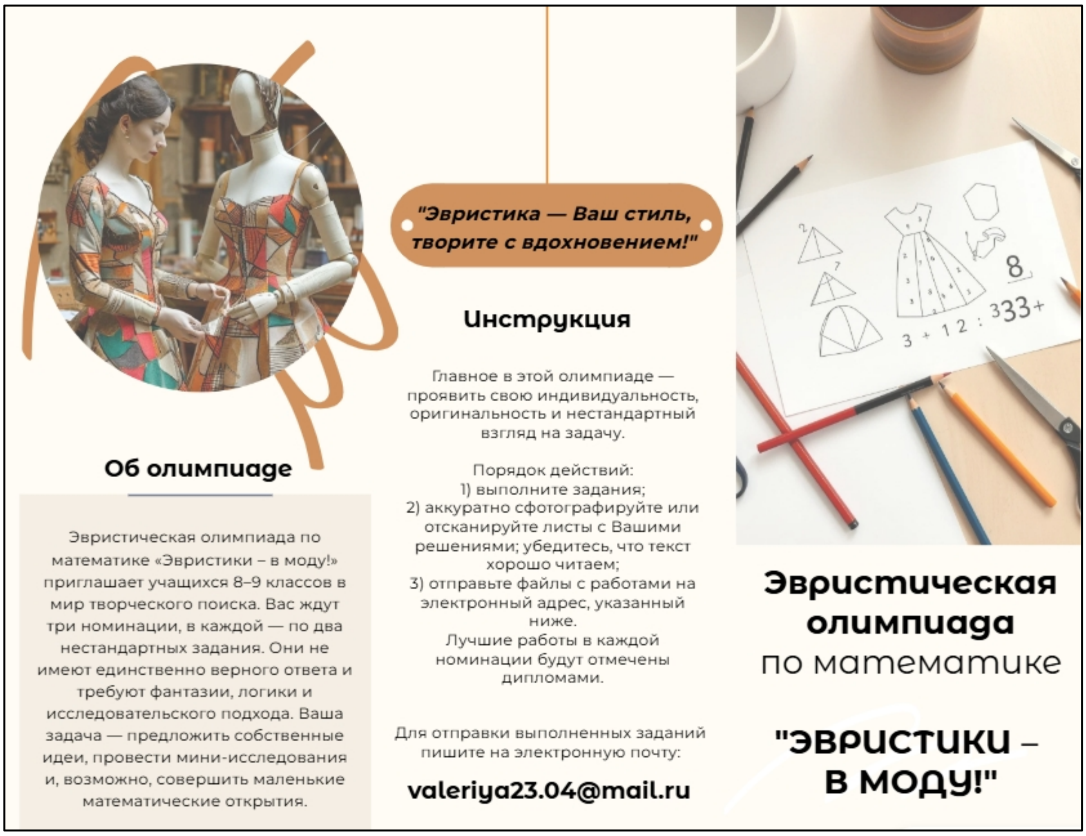


Рисунок 1 – Страница буклета эвристической олимпиады с приветственным обращением и инструкцией

Рисунок 2 – Оборотная страница буклета эвристической олимпиады с номинациями и заданиями

Задание 2 «Числовой ряд». Обучающийся формулирует собственное определение «моды» числового ряда и аргументирует выбор наиболее «модных» элементов с опорой на математические понятия. Задание стимулирует аналитическую деятельность, так как требует самостоятельного выделения критериев и рассмотрения чисел в нестандартном смысловом ракурсе. Оно направлено на развитие способности к концептуальному осмыслению известных объектов.

Номинация «Дизайнер» ориентирована на формирование навыков визуализации математических идей и применения геометрических закономерностей при создании дизайнерских решений. Её ключевая цель – развить пространственное мышление и умение соединять точные математические структуры с творческими задачами.

Задание 3 «Наручные часы». Участник разрабатывает модель настенных часов, в которой традиционные числа заменяются математическими выражениями, формулами или уравнениями. Такая деятельность требует от обучающегося установления корректных соответствий между числом и выбранным выражением, а также умения интегрировать математический материал в объект предметного дизайна. Задание формирует навыки переноса и структурирования информации.

Задание 4 «Мозаика». В задаче предусматривается создание композиции в форме мозаики, построенной на основе геометрических элементов, числовых закономерностей и принципов симметрии. Работа предполагает совмещение эстетических и математических требований, развивая умение выделять закономерности и структурировать визуальный материал с опорой на математические идеи.

Номинация «Модный аналитик» способствует развитию аналитического подхода и умения объяснять визуальные явления через математические свойства. Выполнение заданий укрепляет навыки аргументации и междисциплинарного применения математических знаний.

Задание 5 «Сценарий видеоролика». Обучающемуся предлагается создать краткий сценарий видеоролика, раскрывающий роль геометрических характеристик в восприятии модных образов. Задание способствует развитию навыков моделирования, умения интерпретировать геометрические свойства в прикладном контексте и использования математической терминологии для описания визуальных эффектов.

Задание 6 «Слоган». Участник составляет рекламный слоган для линии одежды, используя исключительно математические понятия. Данная деятельность требует точности формулировки, отбора существенных характеристик и умения выражать идею в сжатой форме. Задание развивает навыки смысловой концентрации и демонстрирует потенциал математической лексики в коммуникации.

Проведенная работа позволила создать и апробировать эвристическую олимпиаду «Эвристики – в моду!» как современный образовательный ресурс. Её ключевым достоинством является целостная структура, основанная на принципах эвристики и направленная на формирование устойчивого познавательного интереса. Предложенные задания вовлекают обучающихся в активную творческую деятельность. Созданная брошюра предоставляет педагогам удобный и готовый формат для организации мотивирующей внеурочной работы по математике.

Литература

1. Арбузов, А.С. Конструирование эвристических заданий по математике / А.С. Арбузов // Университет образовательных инноваций. – 2019. – № 2. – С. 17-23. – EDN OUQLDD.

2. Гончарова, И.В. Внеклассная работа по математике: учебное пособие / И.В. Гончарова. – Донецк: ДонНУ, 2021. – 123 с.

3. Дубынина, Т.В. Развитие познавательного интереса к математике во внеурочной деятельности / Т.В. Дубынина // Интерактивная наука. – 2021. – № 8(63). – С. 18-20. – DOI 10.21661/r-554940. – EDN WNTPKF.

4. Келдибекова, А.О. Дистанционные и эвристические олимпиады – современные формы проведения предметных олимпиад / А.О. Келдибекова, Э.Т. Авазова // Вопросы педагогики. – 2018. – № 9. – С. 34-37. – EDN VAOOWI.

5. Скафа, Е.И. Технологии эвристического обучения математике : учебное пособие / Е.И. Скафа, И.В. Гончарова, Ю.В. Абраменкова. – 2-е изд. – Донецк: ДонНУ, 2019. – 220 с.

6. Хуторской, А.В. Развитие одарённости школьников: Методика продуктивного обучения: пособие для учителя / А.В. Хуторской. – Москва : Гуманит. Изд. Центр ВЛАДОС, 2000. – 320 с.

A HEURISTIC MATHEMATICS OLYMPIAD AS A TOOL FOR DEVELOPING COGNITIVE INTEREST

Barinskaya Olga, Derevyanko Ekaterina, Mikhailova Valeriya

Abstract. The article presents the experience of developing the heuristic mathematics olympiad «Heuristics in Fashion!» for students in grades 8–9. The authors describe the methodology for creating open-ended tasks aimed at fostering sustained cognitive interest and developing creative thinking. The proposed resource serves as a ready-to-use tool for teachers to organize extracurricular mathematics activities.

Keywords: *heuristic olympiad, cognitive interest, extracurricular mathematics activities, open-ended tasks.*

РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ЧЕРЕЗ РЕШЕНИЕ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ В 7-9 КЛАССАХ

Баскова Анна Александровна
учитель,
e-mail:anyutochka-buchik@yandex.ru
МОУ «Ирдоматский центр образования», г.Череповец, РФ

Аннотация. В данной работе рассматривается методика развития функциональной математической грамотности учащихся 7-9 классов на основе решения актуальных практико-ориентированных задач типа «Шина», «Участок», «Печи», «Тарифы». Показано, как данные задачи становятся ядром для внедрения эвристических технологий обучения, цифровой трансформации учебного процесса и апробации современных авторских методик. Статья отражает ключевые научные направления, связанные с современными тенденциями в математическом образовании.

Ключевые слова: *функциональная математическая грамотность, практико-ориентированные задачи, эвристические технологии, цифровая трансформация образования, методика обучения математике*.

Современный этап развития школьного математического образования характеризуется смещением акцента с абстрактных знаний на формирование функциональной грамотности – способности применять полученные знания для решения широкого круга жизненных задач. Знаковым отражением этого тренда является система практико-ориентированных заданий в Основном государственном экзамене (ОГЭ) по математике. В экзаменационной модели устойчиво представлены 7 основных типовых контекстов: «Участок», «Квартира», «Дороги», «Шина», «Форматы», «Печи», «Тарифы». Безусловно, спектр реальных ситуаций, моделируемых математически, гораздо шире, однако выбранный набор не случаен. Эти контексты оптимально сочетают в себе несколько ключевых критериев: близость и понятность большинству учащихся, возможность корректного и не перегруженного формулирования условия в рамках школьной программы, а также богатый потенциал для проверки разнообразных математических умений – от работы с формулами и геометрических построений до анализа графиков и таблиц.

В данной работе в качестве фокуса для методологического анализа выбраны четыре из этих контекстов: «Шина», «Тарифы», «Участок», «Печи». Этот выбор обусловлен их высокой репрезентативностью для демонстрации синтеза инновационных педагогических подходов. Задачи «Шина» и «Тарифы» являются классическими примерами работы с формулами, единицами измерения, табличными и текстовыми данными, что идеально подходит для внедрения эвристических технологий и обучения моделированию. Задачи «Участок» и «Печи», требующие геометрического видения, пространственного мышления, анализа экономической эффективности и работы с техническими характеристиками, становятся естественной средой для цифровой трансформации учебного процесса с использованием динамической геометрии и средств математического моделирования. Таким образом, данные задачи перестают быть просто «задачами из ОГЭ». Они становятся полигоном для реализации эвристического обучения, цифровой трансформации и апробации современных авторских методик, формируя у учащихся 7-9 классов подлинную, востребованную в жизни математическую грамотность.

Практико-ориентированные задачи как основа для эвристического поиска. Эвристические технологии предполагают не передачу готовых алгоритмов, а конструирование учеником собственного пути решения, открытие им способа деятельности.

<u>*Пример 1.*</u> Задача «Шина» (маркировка автомобильных шин).

Условие (адаптированное): На шине с маркировкой 205/55 R16 указаны параметры: ширина профиля 205 мм, высота профиля 55% от ширины, диаметр диска 16 дюймов. Найдите наружный диаметр колеса в сантиметрах.

Эвристический подход:

1. Проблематизация: Учитель не дает формулу. Вместо этого ставится вопрос: «Из каких частей состоит колесо? Как размеры шины и диска вместе дают общий диаметр?»

2. Гипотезирование: Ученики в группах выдвигают идеи: нужно учесть диск, две боковины шины, ширину шины. Важно понять, что высота профиля – это не абсолютная величина, а процент, а диаметр диска указан в дюймах , а не в мм.

3. Моделирование и поиск решения: Ученики самостоятельно приходят к необходимости:

- Перевести дюймы в сантиметры (1 дюйм = 25,4 мм). Диск: Dдиска = 16 * 25,4.
- Найти высоту профиля в мм: H = 205 * 0.55. Понимают, что эта высота есть радиусный параметр, и с каждой стороны диска будет по одной такой высоте.
- Строят модель: Dобщий = Dдиска + 2 * H. Ключевой момент – перевод всех единиц в единую систему (мм).

4. Рефлексия: Обсуждение, почему маркировка именно такая, какие еще бывают параметры (индекс нагрузки, скорости), как выбор шины влияет на показания спидометра. Это выход за рамки чисто арифметического решения.

<u>*Пример 2.*</u> Задача «Тарифы» (выбор мобильного плана).

Эвристический подход: Ученикам предлагается не решить задачу с заданными условиями, а спроектировать исследование.

1. Сбор данных: Домашнее задание – узнать реальные тарифы разных операторов.

2. Постановка задачи: Учитель задает контекст: «Вы – глава семьи из 4 человек с разными потребностями в связи и интернете. Нужно минимизировать общие расходы».

3. Моделирование: Ученики создают математические модели расходов для каждого члена семьи в виде функций: Затраты = Абонплата + (Перерасход минут/трафика * Цена). Возникает необходимость работы с кусочными функциями.

4. Анализ и принятие решения: Команды сравнивают не просто числа, а целые стратегии: один общий тариф или индивидуальные тарифы. Обсуждение приводит к понятиям оптимальности, компромисса, анализа графика функций. Цифровой инструмент (электронная таблица) становится естественной средой для перебора вариантов.

Цифровая трансформация методической системы при решении задач. Цифровые инструменты кардинально меняют подход к решению задач типа «Участок» и «Печи».

Задача «Участок» (планировка и расчет материалов).

Традиционно: Чертеж на бумаге, ручные вычисления площадей, периметров.

Цифровая трансформация:

1. Динамическая геометрия (GeoGebra): Ученики создают динамическую модель участка с заданными условиями (например, соотношение сторон, площадь). Они могут изменять параметры и мгновенно видеть, как меняется периметр (затраты на забор), площадь под грядки, расположение коммуникаций.

2. Визуализация и исследование: Задача «разместить дом, баню, гараж, теплицу, сарай с учетом норм отступов» превращается в интерактивную оптимизационную задачу. Цифра позволяет легко считать площади сложных фигур, что раньше было рутинным барьером.

3. Проектирование: Финальным продуктом может стать цифровой план участка с расчетной сметой, подготовленный в простом графическом редакторе или специализированном онлайн-сервисе.

Задача «Печи» (анализ характеристик и затрат).

Цифровая трансформация:

1. Работа с данными: Ученикам предоставляется реальный или реалистичный каталог печей с характеристиками (КПД, мощность, цена, расход газа/дров). Задача – выбрать печь для дома заданной площади и климатической зоны.

2. Математическое моделирование в OpenOffice/Яндекс Таблицах: Создание сравнительной таблицы с формулами для расчета сезонных

затрат на топливо. Построение графиков зависимости затрат от времени для разных моделей. Анализ сроков окупаемости более дорогой, но экономичной печи.

3. Формирование цифрового отчета: Результатом является обоснованная рекомендация с таблицами и графиками, которую можно представить в виде презентации или текстового документа.

Интеграция направлений: от методической науки к учителю. Представленный подход является прямой иллюстрацией современных тенденций:

1. Эвристические технологии в обучении математике: Задачи из реальной жизни не имеют единственного «правильного» пути решения. Они требуют выдвижения гипотез, создания моделей, аргументации выбора – ключевых элементов эвристики.

2. Методические проблемы цифровой трансформации: Использование цифровых инструментов ставит новые вопросы перед методикой: как оценивать не только ответ, но и процесс моделирования в GeoGebra? Как формировать цифровую гигиену при сборе данных? Как интегрировать ИКТ в урок без потери математической сути? Решение задач «Участок» и «Печи» – идеальная площадка для поиска ответов.

3. Современные тенденции развития методики: Фокус смещается с «обучения математике» на «обучение мышлению с помощью математики». Авторские методики апробируются именно в рамках таких содержательных линий, где можно отследить формирование метапредметных и личностных результатов.

4. Методическая наука – учителю математики: Конкретные разработки уроков по темам «Анализ тарифов» или «Проектирование участка», сопровождаемые цифровыми ресурсами (шаблоны таблиц, GeoGebra-файлы), – это востребованный практический продукт, связывающий науку с повседневной работой педагога.

Таким образом, практико-ориентированные задачи («Шина», «Участок», «Печи», «Тарифы») являются мощным катализатором модернизации математического образования в 7-9 классах. Они создают содержательную основу для внедрения эвристических методов, делая ученика активным исследователем. Они же диктуют необходимость цифровой трансформации, где инструменты становятся продолжением мысли. Таким образом, работа с такими задачами – это не подготовка к конкретному экзамену, а построение современной методической системы, отвечающей вызовам времени и формирующей математически грамотную, критически мыслящую и технологически компетентную личность.

Литература

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО), утвержден Приказом

Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287.
2. Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ). Открытый банк заданий ОГЭ по математике. – URL: https://oge.fipi.ru/ (дата обращения: 01.04.2024).
3. Хуторской, А.В. Эвристическое обучение: Теория, методология, практика / А.В. Хуторской. – Москва : Международная академия исследований будущего, 2021. – 364 с.
4. Ященко, И.В., Рослова, Л.О., Высоцкий, И.Р. Функциональная грамотность. Математика. Сборник эталонных заданий. Выпуск 1 / Под ред. И.В. Ященко. М.: Просвещение, 2022. – 160 с.
5. GeoGebra как среда для динамического моделирования (официальный сайт и методические материалы). URL: https://www.geogebra.org/ (дата обращения:08.12.2025).

DEVELOPMENT OF FUNCTIONAL MATHEMATICAL LITERACY THROUGH SOLVING PRACTICE-ORIENTED PROBLEMS IN GRADES 7–9

Baskova Anna Alexandrovna

Abstract: The article examines a methodology for developing functional mathematical literacy among students in grades 7–9 based on solving relevant practice-oriented problems such as “Tire,” “Plot,” “Furnaces,” and “Tariffs.” It demonstrates how these problems serve as a core for implementing heuristic teaching technologies, digital transformation of the educational process, and testing of modern authorial methods. The article reflects key scientific directions related to current trends in mathematics education.

Keywords: *functional mathematical literacy, practice-oriented problems, heuristic technologies, digital transformation of education, mathematics teaching methodology.*

ЭВРИСТИЧЕСКАЯ БЕСЕДА ПРИ РАБОТЕ С МАТЕРИАЛАМИ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ В 7-9 КЛАССАХ

Безенкова Елена Викторовна

учитель математики,

e-mail: elena-bezenkova@yandex.ru

МАОУ «Школа бизнеса и предпринимательства», г. Пермь, РФ

Аннотация. Статья посвящена анализу возможностей применения эвристической беседы при работе с историческими материалами на уроках геометрии основной школы, что способствует развитию математического мышления, повышению мотивации и формированию устойчивого интереса к предмету.

Ключевые слова: *история математики, методика обучения математике, эвристическая беседа.*

Современная система образования непрерывно стремится найти способы повышения качества обучения и развития творческих способностей учащихся. Одним из самых эффективных подходов, объединяющих активность ученика и глубокое осмысление изучаемого материала, выступает эвристическая беседа, особенно при её проведении в историческом контексте изучаемого предмета.

На уроках геометрии в 7-9 классах этот метод приобретает особенное значение, позволяя школьникам не просто заучивать теоремы, но осмысленно переоткрывать математические истины в их историческом развитии.

Эвристический метод обучения представляет собой современную педагогическую технологию, ориентированную на формирование у обучающихся познавательной самостоятельности и развитие их креативного мышления. Согласно определению известного методиста В.М. Брадиса: «Эвристическим называется такой метод обучения, когда руководитель не сообщает учащимся готовых, подлежащих усвоению сведений, а подводит учащихся к самостоятельному переоткрытию соответствующих предложений и правил» [3, с. 2].

Корни эвристического метода восходят к древней философии Сократа. Античный философ использовал методику специально сформулированных вопросов, позволяющих ученикам самостоятельно приходить к истинам.

Методист В.В. Репьев дал методу иное название – эвристическая беседа, описав её суть следующим образом: «Этот метод состоит в том, что учитель ставит перед классом проблему (теорему, задачу), а затем путем целесообразных вопросов приводит учащихся к решению проблемы» [3, с. 2].

Главной задачей эвристического обучения является вооружение учащихся умениями осознавать проблему, выдвигать гипотезы решений, проверять их соотношение с условиями задачи, а также переносить знания в нестандартные ситуации.

К основным функциям эвристического обучения относят самостоятельное добывание умений, навыков и знаний; формирование творческого мышления; развитие способности видеть новую проблему в традиционной ситуации; обучение приемам активного когнитивного общения; развитие мотивации учения и достижения.

Эвристическое обучение основано на конструировании учащимся своего смысла целей и содержания образования, процесса его организации. Личный опыт ученика становится компонентом образования, а содержание создаётся в процессе учебной деятельности [6].

В то же время, история математики расширяет перспективы школьников, позволяет исследовать внутренний мир и побудительные причины творчества замечательных людей прошлого. Она дает возможность совершенствовать свою деятельность, обучаясь на уроках прошлого.

Включение элементов истории математики в процесс обучения дает возможность привлечь учащихся в поиск новых смыслов и альтернативных интерпретаций изучаемого математического материала, увидеть значения изучаемых понятий в связи с другими знаниями.

Известный математик Джордж Пойа подробно освещал роль эвристической деятельности в науке и обучении математике, подчеркивая, что математическое открытие – это воспоминание, «переоткрытие» того, что уже было открыто» [3, с. 3].

При работе над новым геометрическим материалом в 7-9 классах логика эвристической беседы строится следующим образом:

1. Создание проблемной ситуации – возникает ощущение затруднения;
2. Формулирование проблемы – учащиеся понимают, что нужно найти решение;
3. Выдвижение гипотез – предполагаемые решения проблемы;
4. Проверка гипотез – соотнесение предложений с условиями;
5. Итоговая проверка – решение несколькими способами, если возможно.

При применении эвристического метода учитель выступает в роли наставника и консультанта, который воссоздает такие ситуации, в рамках которых учащиеся самостоятельно добывают знания и развивают необходимые навыки. При разработке беседы педагог должен учитывать индивидуальные и возрастные особенности обучающихся и характерные черты учебного предмета.

Опытный учитель с привлечением истории математики к объяснению нового материала сможет показать ученикам значимость математики среди других наук, изучаемых в школе, и их неразрывную связь.

Исторический материал может быть использован на любом этапе урока геометрии:

1. Перед объяснением нового материала – исторические сведения помогут мотивировать важность новой темы и вызвать интерес учащихся к её изучению;
2. При закреплении и повторении пройденного материала – для того, чтобы сделать более глубокие обобщения и выводы мировоззренческого характера, исторические сведения лучше сообщать при закреплении или повторении;
3. Как обобщение или итог – исторический экскурс может завершить изучение какого-либо раздела или темы курса [1].

При отборе исторического материала необходимо руководствоваться следующими принципами:

1. Соответствие программе – отобранный материал должен отражать основные сведения развития математики как науки;
2. Учет возраста учащихся – при изложении исторического материала должны быть учтены возраст, уровень развития мышления, подготовка школьников;
3. Органичное вплетение в ткань урока – исторический материал нужно не пересказывать, а умело интегрировать в содержание урока;
4. Целевая ориентация – исторический подход должен способствовать повышению интереса к математике и более глубокому её пониманию.

Примеры на уроках геометрии в 7 классе.

Пример 1: Изучение аксиом планиметрии

Урок можно начать с исторического экскурса о том, как древнегреческие геометры, перенимая ремесло землемерия у египтян, постепенно осознали необходимость логического доказательства геометрических фактов. Затем можно организовать эвристическую беседу:

- Учитель демонстрирует различные плоские фигуры и просит учащихся описать их свойства;
- Через серию направляющих вопросов подводит учащихся к выводу, что некоторые свойства фигур очевидны, а другие необходимо обосновать рассуждениями;
- Ученики самостоятельно формулируют необходимость введения аксиом как основы для доказательства.

Пример 2: Теорема Пифагора

Вместо прямого сообщения теоремы учитель может:

- Рассказать об истории открытия этой теоремы в Древней Греции и Вавилоне;
- Предложить учащимся практическую задачу на построение прямоугольного треугольника и измерение его сторон;

- Через наблюдение и индуктивные рассуждения подвести к гипотезе о связи сторон;
- Организовать эвристическую беседу для доказательства выявленной закономерности.

Эффективная эвристическая беседа начинается с создания проблемной ситуации, которая ставит перед учащимися вопрос, требующий решения. При работе с историческим материалом это может быть:

- Вопрос о том, как решали данную задачу в древности;
- Ребус или головоломка, требующая геометрического мышления;
- Практическая ситуация, где необходимо применить геометрическое знание [5].

Например, при изучении свойств треугольников можно предложить историческую задачу: «Как древние египтяне проверяли, прямой ли угол при построении пирамид, если у них не было угольника?» Это побудит учащихся самостоятельно переоткрыть свойство прямоугольного треугольника со сторонами 3, 4, 5.

Планируя эвристическую беседу с включением исторического материала, учитель должен:

1. Определить цель – что именно должны самостоятельно открыть учащиеся;
2. Подобрать исторический контекст – выбрать историческое событие или личность, которые органично связаны с изучаемым материалом;
3. Сформулировать ключевые вопросы – разработать систему вопросов, которые будут направлять мысль учащихся;
4. Предусмотреть альтернативные ответы – быть готовым к различным гипотезам и предложениям учащихся;
5. Спланировать закрепление – подготовить задачи, которые позволят применить новое знание [4].

Эвристическая беседа способствует развитию различных типов мышления:

- Аналитическое мышление – учащиеся учатся расчленять проблему на части, анализировать условия;
- Синтетическое мышление – объединение найденных фактов в целостную картину;
- Критическое мышление – оценка предложенных гипотез, поиск ошибок в рассуждениях;
- Творческое мышление – генерирование новых идей и подходов к решению проблем.

Сведения из истории науки расширяют кругозор учеников, показывают диалектику предмета. Когда учащиеся видят, что математические теоремы создавались реальными людьми, часто преодолевая огромные трудности, интерес к предмету значительно возрастает [2].

Личные цели занятий, программы своего обучения, способы освоения изучаемых тем становятся частью образовательного процесса, когда учащиеся не просто учат материал, но переживают процесс его открытия.

Использование эвристической беседы с историческим контекстом помогает учащимся увидеть математику не как набор скучных правил и формул, а как живую, развивающуюся науку с её героями, открытиями и драматическими моментами.

Такой подход способствует формированию понимания того, что математические знания имеют практическое применение и историческую важность.

Эвристическая беседа при работе с материалами истории математики представляет собой мощный инструмент в преподавании геометрии на уровне 7-9 классов. Этот метод сочетает в себе глубокие педагогические традиции (восходящие к Сократу) с современными требованиями к развивающему обучению.

Ключевые преимущества такого подхода включают:

1. Активное участие учащихся – вместо пассивного восприятия информации учащиеся становятся соавторами образовательного процесса, самостоятельно открывая математические истины;
2. Понимание вместо механического запоминания – когда ученик переживает процесс открытия, он лучше понимает суть математических понятий;
3. Развитие творческого потенциала – постоянная необходимость выдвигать гипотезы и искать доказательства развивает креативность;
4. Повышение мотивации – исторический контекст делает материал более интересным и значимым;
5. Формирование целостной картины – учащиеся видят не отдельные теоремы, а развивающуюся систему математического знания [4].

Однако следует помнить, что успешное применение эвристической беседы требует от учителя тщательной подготовки, глубокого знания, как предмета, так и его истории, и умения гибко реагировать на ход мысли учащихся.

Применение эвристической беседы с историческим материалом на уроках геометрии в 7-9 классах соответствует современным тенденциям в образовании, где на первый план выдвигается принцип приоритета развивающей функции в обучении, формирование у учащихся качеств мышления, способностей и потребностей в самосовершенствовании, необходимых для полноценного функционирования в современном обществе.

Таким образом, внедрение эвристической беседы при работе с историческим материалом на уроке геометрии – это не просто методический прием, а философский подход к образованию, ставящий учащегося в центр учебного процесса и признающий его способность к самостоятельному открытию истины.

Литература

1. Безенкова Е.В. Историческое сопровождение курса геометрии к учебнику Л.С. Атанасяна для 7-9 классов // Геометрические аспекты в преподавании математики в высшей и средней школе: материалы международной конференции "Классическая и современная геометрия" (к 100-летию со дня рождения Л.С. Атанасяна), г. Москва, 1-4 ноября 2021 г. / под общ. ред. Н.И. Гусевой; [Электронное издание сетевого распространения]. – Москва: МПГУ, 2022.
2. Безенкова, Е.В. Методические аспекты использования элементов истории математики при изучении курса геометрии основной школы / Е.В. Безенкова // Сборник научных трудов международной научной конференции "Современные проблемы математики и математического образования", Санкт- Петербург, 16-18 апреля 2024 г. – Санкт-Петербург: Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, 2024. – С. 58-62.
3. Зайнитдинова М.А. Современные методы обучения математике. Методы обучения, определяемые уровнем познавательной деятельности учащихся // Наука XXI века. – №3. – 2018.
4. Скафа Е.И. Технологии эвристического обучения математике: учебное пособие / Е.И. Скафа, И.В. Гончарова, Ю.В. Абраменкова. – 2-е изд. – Донецк : ДонНУ, 2019. – 220 с.
5. Хуторской А.В. Развитие одаренности школьников. Методика эвристического обучения: Пособие для учителя. – Москва : Издательство Эйдос, 2020. – 217 с.

A HEURISTIC CONVERSATION WHEN WORKING WITH MATERIALS FROM THE HISTORY OF MATHEMATICS IN GEOMETRY LESSONS IN GRADES 7-9

Bezenkova Elena Viktorovna

Annotation. The article is devoted to the analysis of the possibilities of using heuristic conversation when working with historical materials in elementary school geometry lessons, which contributes to the development of mathematical thinking, increased motivation and the formation of sustained interest in the subject.

Keywords: *history of mathematics, methods of teaching mathematics, heuristic conversation.*

СОЗДАНИЕ СТУДЕНТАМИ КОЛЛЕДЖА ТЕХНИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРОЕКТА ПО МАТЕМАТИКЕ

Бережная Валерия Александровна,
преподаватель,
e-mail: pushistaV@yandex.ru
Шахтерский торгово-экономический колледж (филиал) ФГБОУ ВО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского», г. Шахтерск, РФ

Аннотация: В статье рассматривается учебное проектирование студентов колледжа технических направлений как эффективный инструмент интеграции абстрактных математических знаний о тригонометрических функциях в процесс профессиональной подготовки будущих специалистов при моделировании синусоидальных колебаний в технике.

Ключевые слова: *проектная деятельность, студенты колледжа, дистанционное обучение, практико ориентированное обучение, учебный проект.*

В образовательных программах среднего профессионального образования, особенно для технических специальностей, значение математики как профильной дисциплины чрезвычайно велико. Поскольку предмет изучается уже на первом курсе, возникает необходимость изначально закладывать практико-ориентированный подход к обучению [4]. Одним из эффективных методов реализации данного направления является проектная деятельность.

Так, отдельные предлагаемые для разработки проекта темы, раскрывающие содержание функциональной линии курса математики, имеют обоснованную, практико-ориентированную направленность [3]. Изучение функций, их свойств и алгоритма анализа их графиков напрямую связано с практическим применением в будущей профессиональной деятельности. Приведем один из ярких примеров: функция и график синусоиды имеет ряд приложений в моделировании технических процессов, наиболее очевидное из которых – синусоидальные колебания электрического тока в электрическом оборудовании.

Также на специфике направления проектной деятельности должен отражаться возможный дистанционный формат обучения студентов. В данном случае планируемый результат с большей вероятностью представляет собой цифровой продукт, с поддержкой удаленного тестирования и реализации для оценки проделанной работы [2].

Более детально разберем одну из предложенных в этом году для учебного проектирования тему «Математика гармонических колебаний».

При разработке тематики проекта учитывались возможности студентов. Изучение тригонометрических функций предусмотрено утвержденной рабочей программой учебной дисциплины ОД.07 Математика для студентов первого курса и календарно запланировано на период работы над проектом [1]. Данный аспект способствует, с одной стороны, углубленному изучению материала общеобразовательной дисциплины, с постановкой проблемных задач практико ориентированной направленности. С другой, материал аудиторных занятий обеспечивает базовую теоретическую подготовку обучающегося для работы над темой проекта, позволяет сосредоточить поисковую и проектную деятельность в творческом направлении.

Студенты должны не только освоить новую для себя тему тригонометрических функций произвольного аргумента, но логически прийти к ней от имеющихся сведений из основной общей школы о тригонометрии в треугольнике.

Создание алгоритма, в отличие от следования уже готовым установкам, несёт в себе творческий элемент и его необходимым инструментом является моделирование различных ситуаций. В следствие – выявление общих закономерностей, формирование условий перехода от одного формата к другому. Вдобавок, реализация проекта на одном из языков программирования позволяет всесторонне изучить тему построения графиков тригонометрических функций путем основных тождественных преобразований, выявить влияние изменения каждого параметра на основные свойства функции. Исследование касается области определения, множества значений, четности и нечестности функции, минимального положительного периода функции, нулей функции и промежутков знакопостоянства, промежутков возрастания и убывания.

Постановка проблемы: в будущей профессиональной деятельности студенты технических направлений столкнутся с необходимостью наладки и обслуживания электрооборудования, что приводит к необходимости осознанного представления о переменном токе. Наиболее точно его характеристики описывает математическая модель, выраженная функцией синусоиды. Для более глубокого понимания процессов, происходящих в электрической цепи, студент должен также иметь прочную теоретический подготовку. Однако обучающиеся не склонны напрямую связывать абстрактные математические знания и их практическое применение.

Цель проекта: создание программного продукта для исследования синусоидальных колебаний с возможностью практического применения в технических системах.

Среди *задач проекта* отметим:

1. Изучить теоретические основы тригонометрических функций произвольного аргумента.

2. Исследовать практическое применение функции синусоиды для математического моделирования характеристик переменного тока при работе электрооборудования.

3. Разработать универсальный алгоритм, блок-схему, исследования основных свойств синусоиды по заданным параметрам.

4. Реализовать разработанный алгоритм на языке программирования Паскаль.

Объект исследования: математическая модель синусоидальных колебаний переменного тока.

Предмет исследования: Особенности построения и использования математической модели синусоидальных колебаний переменного тока для решения практических задач в электротехнике.

Гипотеза исследования: учебное проектирование в направлении исследования свойств тригонометрических функций позволит студентам установить прочную связь между абстрактными математическими понятиями темы и их профессионально значимыми приложениями, что повысит осознанность усвоения материала по дисциплине.

Содержание проекта:

Глава 1. Теоретические основы синусоидальных колебаний в математике и технике

1.1. Тригонометрическая функция синуса, основные свойства.

1.2. Преобразования графиков функций

1.3. Гармонические колебания в математике и технике

Глава 2. Математическое моделирование гармонических колебаний

2.1. Математическая модель переменного тока

2.2. Разработка алгоритма исследования

2.3. Реализация программного продукта

Результат: разработанный цифровой продукт на языке программирования Паскаль, позволяющий проанализировать основные свойства синусоиды по известным параметрам.

При разработке алгоритма используется метод пошаговой детализации. Студентам предлагается рассматривать свойства синусоиды в процессе возрастания сложности в анализе и программной реализации.

Предлагается строить рассуждения на основе влияния тождественных преобразований на график элементарной функции синуса: растяжение, сжатие, смещение и отображение относительно осей декартовой системы координат на плоскости. Приведем для примера первые этапы в разработке практической части проекта.

Обобщенная формула, задающая синусоиду (см. формула 1):

$$y(t) = A \cdot sin(\omega t + \varphi) + B, \tag{1}$$

где A – размах, амплитуда колебания, определяет максимальное расстояние от средней линии; ω – частота колебания, влияет на период функции, определяет расстояние по горизонтали между каждым повторением; φ – начальная фаза колебания, фазовый сдвиг функции, определяет сдвиг влево или вправо вдоль горизонтальной оси абсцисс; B – вертикальный сдвиг функции вдоль оси ординат.

Приведем пример реализации рассматриваемого этапа алгоритма на языке программирования Паскаль (см. рис.1).

```
program SinusoidRange;

uses
  Math;

var
  amplitude, verticalShift, minValue, maxValue: real;
  absAmplitude: real; // Модуль амплитуды

begin
  writeln('ОПРЕДЕЛЕНИЕ МНОЖЕСТВА ЗНАЧЕНИЙ СИНУСОИДЫ');
  writeln('Функция имеет вид: y = A * sin(x) + B');
  writeln;

  // Ввод параметров функции
  write('Введите амплитуду (A): ');
  readln(amplitude);

  write('Введите вертикальный сдвиг (B): ');
  readln(verticalShift);

  writeln;
  writeln('Анализируемая функция: y = ', amplitude:0:2, ' * sin(x) + ', verticalShift:0:2);

  // Вычисление множества значений с учетом знака амплитуды
  absAmplitude := abs(amplitude); // Берем модуль амплитуды для вычисления диапазона

  // Множество значений не зависит от знака амплитуды
  // так как sin(x) ∈ [-1, 1], поэтому:
  minValue := verticalShift - absAmplitude;
  maxValue := verticalShift + absAmplitude;

  // Вывод результатов
  writeln;
  writeln('РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА:');
  writeln('Множество значений функции: [', minValue:0:2, '; ', maxValue:0:2, ']');
  writeln('Минимальное значение: ', minValue:0:2);
  writeln('Максимальное значение: ', maxValue:0:2);
  writeln('Размах колебаний: ', (maxValue - minValue):0:2);

end.
```

```
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МНОЖЕСТВА ЗНАЧЕНИЙ СИНУСОИДЫ
Функция имеет вид: y = A * sin(x) + B

Введите амплитуду (A): -3
Введите вертикальный сдвиг (B): 1

Анализируемая функция: y = -3.00 * sin(x) + 1.00

РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА:
Множество значений функции: [-2.00; 4.00]
Минимальное значение: -2.00
Максимальное значение: 4.00
Размах колебаний: 6.00
```

Рисунок 1 – Анализ множества значений синусоиды (код)

Область определения синусоиды напрямую выводится из свойств элементарной функции синуса. Задать в алгоритме данное свойство можно как стабильный элемент. Множество значений функции является следующим по сложности шагом алгоритма и зависит от двух параметров: амплитуды и вертикального сдвига функции. Исследование сводится к решению двойного неравенства, где границы закрытого интервала (отрезка) возможных значений функции находятся достаточно просто.

Нижняя граница – разность вертикального смещения и модуля амплитуды, верхняя – их сумма. При этом проблемное задание поиска данного соответствия ставится непосредственно перед студентом. Предлагается анализ графиков функции синусоиды с различными значениями параметров, влияющими на множество значений. Предпочтительно использование доступной, бесплатной платформы, поддерживающей построение графиков функций, «GeoGebra онлайн».

Дополнительный вопрос, обязательный к рассмотрению студентом – влияние знака коэффициента амплитуды на алгоритм исследования, его геометрический смысл при построении графика функции.

Таким образом, работа над учебным проектом по математике с практико ориентированной тематикой позволит реализовать принцип системности и целостности образовательного процесса. Для обучающихся это реальная возможность углубить понимание математических концепций, связанных с будущей профессиональной деятельностью. Проектирование способствует формированию навыков работы с математическими моделями реальных процессов, комплексному развитию профессиональной компетентности обучающихся, формированию у них целостного представления о будущей профессиональной деятельности и развитию необходимых компетенций для успешной адаптации в профессиональной среде.

Литература

1. Амелина, А.Я. Особенности изучения тригонометрии в колледже / А.Я. Амелина // Теория и практика современной науки. – 2021. – № 11(77). – С. 146–149.

2. Бережная, В.А. Управление проектной деятельностью обучающихся при изучении элементарных фигур стереометрии / В.А. Бережная. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-61-64-73 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 1(61). – С. 64–73.

3. Приезжева, Е.П. Формирование математической функциональной грамотности в колледже / Е.П. Приезжева // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XVI Всероссийской научно-методической конференции, Кострома, 23–24 апреля 2024 года. – Кострома : Костромской государственный университет, 2024. – С. 73–75.

4. Тараторина, Т.А. Практико-ориентированные задания по тригонометрии / Т.А. Тараторина // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XVI Всероссийской научно-методической конференции, Кострома, 23–24 апреля 2024 года. – Кострома: Костромской государственный университет, 2024. – С. 81–85.

CREATION OF A TECHNICAL PROJECT IN MATHEMATICS BY COLLEGE STUDENTS

Berezhnaya Valeria

Abstract. The article examines the educational design of college students of technical fields as an effective tool for integrating abstract mathematical knowledge about trigonometric functions into the process of professional training of future specialists in modeling sinusoidal oscillations in engineering.

Keywords: *project activity, college students, distance learning, practice-oriented learning, educational project.*

ЭВРИСТИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ОБУЧАЮЩИХСЯ 4-5 КЛАССОВ В РЕШЕНИИ НЕСТАНДАРТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Бреус Ирина Анатольевна
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: briageom@mail.ru
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»
Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, г. Ростов-на-Дону, РФ

Аннотация. В статье рассматривается опыт организации эвристической мыслительной деятельности при обучении решению нестандартных задач обучающихся Воскресной математической и Летней детской математической школ. Приводятся примеры решения задачи разными способами, фрагменты работы по составлению схематической краткой записи и проведения поисковой беседы.

Ключевые слова: *дополнительное математическое образование, нестандартные математические задачи, методика обучения решению задач, эвристическая деятельность, развитие.*

Современный этап развития общества требует от подрастающего поколения не столько наличия массива знаний, сколько умений их применить в различных, в том числе нестандартных ситуациях. Ценными оказываются умения осознавать проблемную ситуацию, четко формулировать проблему, ставить вопросы, анализировать данные, выдвигать гипотезы. То есть обладание навыками эвристической деятельности является ценным ресурсом, который в совокупности с прочными знаниями, будет способствовать более успешной адаптации обучающегося к взрослой жизни в стремительно изменяющихся жизненных условиях.

Термин «эвристика» употребляется в различных значениях: как метод решения нестандартных задач, как прием обучения и как способ организации творческой деятельности. Наконец, под эвристикой понимают науку, изучающую механизмы творческих процессов, приводящих к оригинальным результатам [4].

Формированию эвристических умений способствуют регулярные занятия математикой, в большей степени развивающий эффект оказывает решение задач, тем более, если задачи относятся к разряду нестандартных.

В Институте математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета г. Ростова-на-Дону уже много лет функционируют Воскресная математическая и Летняя детская математическая школы, реализующие различные дополнительные программы по работе с детьми в очном и онлайн-форматах [2, 3]. На занятиях большое внимание уделяется формированию устойчивой мотивации изучения математики, при этом используются различные формы и средства организации обучающихся, разнообразное содержание и приемы работы [1, 5, 6].

Приведем пример работы с детьми младшего подросткового возраста по решению нестандартных задач с помощью организации эвристической деятельности на основе схематизации условий. Для сравнения укажем вначале и другие способы решения.

Задача. Из корзины с яблоками взяли 3 яблока, затем треть остатка, затем еще 3 яблока. После этого в корзине осталась ровно половина первоначального количества яблок. Сколько яблок было в корзине изначально.

<u>1 способ. Подбор.</u>

На основе выявления свойств чисел, учащиеся делают конкретные выводы и подбор значений осуществляется целенаправленно.

Во-первых, дети выясняют, что в корзине должно быть четное количество яблок, поскольку в конце осталась ровно половина. Во-вторых, наблюдение за остатком позволяет сделать вывод, что остаток делится на три, поскольку можно было взять его треть.

Еще один вывод следует, когда дети понимают, что если к числу, кратному трем, прибавить три, то новое число вновь будет кратно трем. Обобщая вышесказанное, учащиеся приходят к выводу, что изначальное количество яблок в корзине – четное число, кратное трем. Такие числа: 6, 12, 18, 24, 30, 36…

Проверяя их, находят, что условию задачи удовлетворяет число 30.

Поисковая деятельность при таком целенаправленном подборе применяется в начале рассуждений довольно активно. Однако, в случае больших чисел, подстановка их в условие может быть нерациональной в виду громоздкости вычислений.

<u>2 способ. Алгебраический. Составление уравнения.</u>

Заметим, что учащиеся 4-5 класса не смогут решить задачу указанным способом, поскольку алгебраический способ в полной мере отрабатывается на уроках алгебры начиная с 7 класса.

Пусть x яблок – полная корзина.

(x-3) яблок – остаток.

$\frac{x-3}{3}$ – треть остатка.

$\left(3+\frac{x-3}{3}+3\right)$ – половина корзины.

$2\cdot\left(3+\frac{x-3}{3}+3\right)$ – полная корзина. Количество яблок в полной корзине обозначено также ранее как x. Составим уравнение и решим его:

$$2\cdot\left(3+\frac{x-3}{3}+3\right)=x.$$

$$2 \cdot \left(6 + \frac{x-3}{3}\right) = x;$$
$$2 \cdot \left(\frac{18}{3} + \frac{x-3}{3}\right) = x;$$
$$2 \cdot \frac{18+x-3}{3} = x;$$
$$2 \cdot \frac{15+x}{3} = x;$$
$$\frac{30+2x}{3} = x;$$
$$30 + 2x = 3x;$$
$$x = 30.$$

Ответ: 30 яблок.

Решение задачи с помощью уравнения потребовало от учащихся применения знаний о правилах действий с алгебраическими дробями, об алгоритмах решения линейных уравнений. Однако смекалка и сообразительность, умение догадываться не были задействованы в полной мере. Условие задачи явно указывает на то, какие действия нужно производить с неизвестным.

Данный способ более трудозатратен в сравнении с предыдущим, однако при наличии соответствующих знаний об алгоритмах действий однозначно приведет к искомому результату без опоры на догадку, без ярко выраженной поисковой деятельности.

3 способ. Арифметический.

Решение нестандартных задач арифметическим способом является мощным развивающим средством, поскольку востребованными являются умение наблюдать, анализировать, догадываться, проявлять сообразительность, задавать вопросы и отвечать на них. Для выявления скрытых взаимосвязей между данными условия задачи целесообразно использовать схематическую запись. Наглядная и верная по соотношению частей схема позволит увидеть путь решения достаточно быстро. Приведем пример работы с указанной ранее задачей и беседы учителя с учащимися:

– Вначале изобразим в виде прямоугольника искомое количество яблок в корзине, а далее постепенно будем отмечать части прямоугольника, соответствующие яблокам, которые брались из корзины: три яблока, 1/3 остатка и еще 3 яблока.

Необходимо обсудить с детьми, как отметить на схеме треть остатка. Для этого остаток нужно разделить на три равные части и выделить одну, подписав на ней дробь. Далее, нужно отследить, чтобы на схеме после того, как вторично будут взяты еще 3 яблока, линия разграничения пришлась примерно посередине изначально заданного отрезка. Лучше в таком случае изображать схему, пользуясь клетками в тетради, тогда исходный прямоугольник целесообразно взять равным 10 клеткам.

Последовательность дополнения схемы необходимыми данными из условия задачи представлена на рисунках ниже (рис. 1).

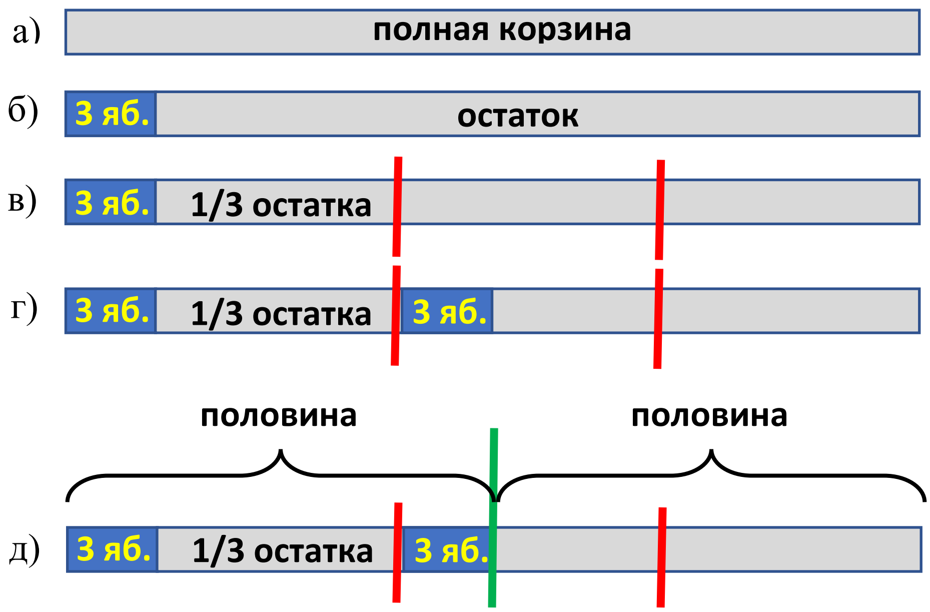


Рисунок 1 – Этапы построения схемы к условию задачи

Грамотное схематическое оформление условия задачи поможет решить её в два-три действия без затраты времени на подбор, без составления и решения уравнений.

Дальнейшая работа с полученной схемой способствует активному включению эвристической мыслительной деятельности с опорой на такие психические процессы, как внимание, наблюдательность, концентрация. Для поиска пути решения и получения ответа учитель организует, например, следующую эвристическую беседу, работая со схемой дальше:

– Какие части целого называют половинами? (Когда их две, и они равны, одинаковые).

– В нашем случае что одинаково в половинах? (Количество яблок).

– Будем сравнивать кусочки в этих половинах. В левой части есть прямоугольник, означающий треть остатка. Есть ли такой же прямоугольник в правой части? (Есть, он изображен последним). Подпишем его тоже.

– Какие еще кусочки есть в левой части? (Два прямоугольника, означающие по три яблока в каждом).

– Сколько яблок точно записаны и известны в левой части? (6 яблок).

– Есть ли подписи для них в правой части? (Нет). Но ведь мы сказали, что половины всегда одинаковы, значит место для 6 яблок должно найтись в правой части. Где мы их можем подписать? (Левее линии, разделяющей исходный прямоугольник пополам) (рис. 2).

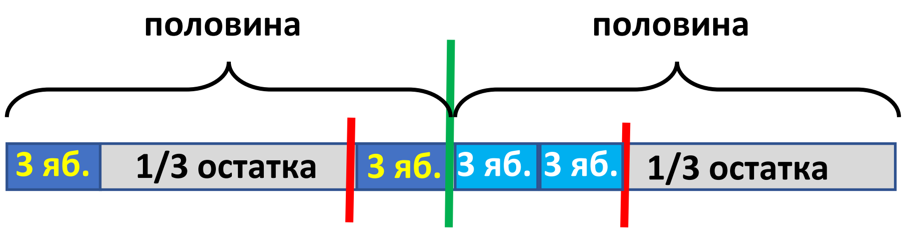
д) 

Рисунок 2 – Дополненная схема условия задачи

– Приглядитесь теперь к средней части. Как она связана с остатком? (Равна его 1/3).

– Сколько яблок вмещает в себя эта треть? (9 яблок: 3 слева от середины и 6 справа).

– Если треть остатка равна 9 яблокам, то как найти весь остаток? (9 умножить на 3, получится 27).

– Как восстановить содержимое всей корзины, зная остаток? (Добавить 3 яблока).

– Запишем решение:

1) 1/3=9 (яблок) – в одной трети остатка.
2) 9*3=27 (яблок) – остаток.
3) 27+3=30 (яблок) – было в корзине.

Ответ: 30 яблок.

Из приведенного примера можно заметить, что решение выполняется практически двумя-тремя несложными действиями. Однако сам процесс поиска этого решения на основе схемы занимает некоторое количество времени, необходимого как для оформления самой схемы, так и для проведения рассуждений поискового характера. Эти временные затраты оправданы, так как эвристическая мыслительная деятельность оказывает мощный развивающий эффект, активизирует учащихся и повышает интерес к происходящему, поскольку в виду естественного подросткового любопытства, обучающиеся охотно вовлекаются в поиск закономерностей, ищут отличия, сравнивают, делают выводы.

Литература

1. Бреус И.А. Активизация познавательной деятельности младших подростков в системе дополнительного математического образования // Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции «Наука и образование: векторы развития». – Чебоксары: НОУ ДПО «Экспертно-методический центр», 2022.
2. Бреус И.А., Ватульян К.А., Прозоров О.А. На занятиях Воскресной математической школы при мехмате ЮФУ: учебное пособие. – Ростов н/Д, Таганрог: ЮФУ, 2019. – 103 с.
3. Бреус И.А., Цветкова В.И. Особенности организации работы летней детской математической школы в формате онлайн-обучения // Сборник

материалов V Международной научно-практической конференции «Учитель создает нацию (А-Х.А. Кадыров)», 25 ноября 2020 года. – Махачкала: АЛЕФ, 2020. – С. 203-206.

4. Розет И.М. Что такое эвристика: Кн. для учащихся. – 2-е изд., доп. и перераб. – Мн.: Нар. асвета, 1988. – 168 с.

5. Узорова О.В. Летние задания по математике для повторения и закрепления учебного материала: 3 класс / О.В. Узорова, Е.А. Нефёдова. – Москва: АСТ, 2014. – 16 с.

6. Холодова О.А. Юным умникам и умницам: задания по развитию познавательных способностей (9-10 лет). Рабочие тетради в 2 частях: часть 2. – Москва : Ростկнига, 2014. – 160 с.

HEURISTIC ACTIVITIES OF 4TH AND 5TH GRADE STUDENTS IN SOLVING NON-STANDARD MATHEMATICAL PROBLEMS

Breus Irina Anatolyevna

Abstract. The article discusses the experience of organizing heuristic thinking activity in teaching students of Sunday and Summer Children's Mathematical Schools to solve non-standard problems. Examples of solving problems in different ways, fragments of work on drawing up a schematic brief record and conducting a search conversation are given.

Keywords: *additional mathematical education, non-standard mathematical problems, methods of teaching problem solving, heuristic activity, development.*

ЭВРИСТИЧЕСКОЕ ОБУЧЕНИЕ СТУДЕНТОВ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ИХ НИЗКОМ УРОВНЕ ЗНАНИЙ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ И ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Герасименко Петр Васильевич
доктор технических наук, профессор
e-mail: pv39@mail.ru
Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, г. Санкт-Петербург, РФ
Воронов Михаил Владимирович
доктор технических наук, профессор
e-mail: mivoronov@yandex.ru
Московский государственный психолого-педагогический университет г. Москва, РФ,

Аннотация. Предложен путь адаптации проведения учебных занятий построения эконометрических математических моделей, построение которых построено с учетом низкого уровня знаний элементарной и высшей математики. Методика построена последовательным построением моделей на практических занятиях в аудитории с помощью калькулятора, для анализа ее содержания, и эвристического изучения самостоятельно по разработанным методикам с помощью компьютера, используя цифровые технологий.

Ключевые слова: *математическая модель, статистические данные, учебный процесс, точечный и интервальный прогноз*.

Экономическое образование на современном этапе включает, в том числе, изучение математических статистических методов анализа и прогнозирования социально-экономических объектов. Как известно, учебный процесс в вузе представляет последовательное преобразование объема информации одной дисциплины в объем информации другой дисциплины, причем последующая информация опираться на освоенную предыдущую. Суть педагогических технологий связана с условиями и формами организации взаимосвязанных в определенной последовательности преобразований учебной информации, причем прежде всего школьной [1].

К сожалению, сегодня в школе процесс усвоения фундаментальных математических понятий заменяется обучением алгоритмов, с помощью которых обучают школьников выполнять минимальное количество простейших действий, приводящих к нахождению ответов на несложные задачи. Поэтому трудно добиться качественных знаний вузовских математических дисциплин, а, соответственно и дисциплин, которые базируются на них [2].

В настоящее время в стране требует решения проблема огромной важности, порожденная Единым государственным экзаменом (ЕГЭ). Каким образом обеспечить сегодня применение информационных технологий в экономической области с глубоким пониманием их содержания, а не ограничиваться «привитием навыков нажатия клавишей на компьютере»?

В последние годы, сохраняя многоуровневое обучение, все чаще возникает вопрос реформирования процедуры контроля качества школьного образования, заменив ЕГЭ выпускников более совершенной формой, которая должна достоверно определять уровень знаний и способности дальнейшего обучения в вузе.

Таким образом сегодня абитуриенты, будучи лишенными знаний по базовым для вуза предметам, не обеспечиваются способностями изучать в вузе фундаментальные и специальные дисциплины [3].

В табл. 1 приведены сведения по результатам ЕГЭ выборки абитуриентов на 15.07.2023 год, подавших заявления на поступление в Петербургский государственный университет (ПГУПС) на экономический факультет.

Таблица 1. Количество абитуриентов по направлениям подготовки с результатами ЕГЭ и средним баллом

Направление	К-во	Средний Балл ЕГЭ	Количество абитуриентов с результатами ЕГЭ, распределенные по интервалам баллов							
			26-35	36-45	46-55	56-65	65-75	76-85	86-95	96-100
Экономика	304	69	1	9	31	47	93	107	16	0
Менеджмент	416	68	5	19	48	67	144	127	15	0
Бизнес-информатика	362	69	5	15	33	57	114	122	14	2

В статье [4] показано, что результаты ЕГЭ обладают слабой прогностической способностью в отношении успешности обучения студентов в высшей школе.

Поэтому на последующих семестрах после изучения математических дисциплин при изучении специальных дисциплин, преподаватели обычно подстраивают вузовский учебный процесс под низкие базовые знания первых курсов, что не обеспечивает фундаментальную подготовку специалистов [5], [6].

Следует отметить, что помимо снижения уровня знаний базовых дисциплин школьниками, реформы, проводимые в вузах, добавляют новые проблемы для изучения отдельных вузовских дисциплин.

В табл. 2 приведены математические дисциплины и их объемы времени, которые выделены на подготовку экономистов в ПГУПС в настоящее время.

Таблица 2. Математические дисциплин и их объем

Дисциплина	Объем вида учебной работы, час				Форма контроля	Семестр
	Лекции	ПЗ	ЛР	КР, КП		
Математический анализ	16	32	-	-	Экзамен	1
Линейная алгебра	32	32			Зачет	2
Теория вероятности и математическая статистика	32	32	-	-	Зачет	3
Статистика	32	16	16	КР	Экзамен	3
Эконометрика	32	16	-	-	Зачет	4
Методы и модели в экономике	32	16	16	-	Зачет	5
Всего	176	144	32	1-КР	2-экзамена, 4-зачета	1 - 5

Круг основных задач, требуют обучения студентов владением эконометрическими методами эмпирического анализа экономических процессов, которые базируются на знании математических дисциплин школы и вуза и на статистике соответствующей отрасли вуза. Для раскрытия их смыслов на практических занятиях по дисциплинах «Эконометрика» и «Методы и модели в экономике» студенты должны решать задачи, которые решают экономисты на предприятиях.

Поэтому обучение студентов необходимо вести на конкретных и осмысленных примерах, что позволяет убедить их в практической полезности знаний, изучаемой ими дисциплины. Соединение нацеленных на получение конкретных результатов, стимулирует студентов к активному изучению аппарата эконометрического моделирования.

Практическая реализация замысла эвристического освоения дисциплины осуществляется в ПГУПС следующим образом. Бакалаврам с начала изучения дисциплин «Эконометрика» и «Методы и модели в экономике» выдаются исходные статистические данные, которые являются едиными для всего учебного процесса их освоения. Конечным результатом моделирования является определение прогнозного интервального значение результирующего экономического показателя и оценивание риска не достижения его планового экономического показателя.

На первом практическом занятии моделирование, осуществляемое в аудитории с применением калькулятор [5], а на втором задача повторяется самостоятельно, используя компьютерные технологии [6]. Они имеют разный объем и степень сложности, однако учитывая низкий уровень математической подготовки студентов основная цель практической работы с использованием калькулятора связана с подробным анализом и «ручным» нахождением математических параметров аналитических зависимостей (моделей). Самостоятельная работа на компьютере выполняется по аналогичному примеру, который содержится в учебном пособии [6]. В самостоятельной работе с применением компьютера студент решает ту же задачу по постановке, но более объемную по конечным результатам, максимально приближенную к аналогичным работам, которые выполняют экономисты. Решении задачи осуществляется с помощью существующих компьютерных программ. Поскольку, в задаче интервального прогнозирования, доверительный интервал накрывает плановое значение величины результирующего показателя [7], то тем самым прогнозная модель дает возможность установить относительно него рабочую и критическую области, а, соответственно, установить по критической области риск недостижения поставленной цели [8]. Остальные занятия по новым темам методически сохраняют комплексность. Опыт изучения дисциплин показал интерес и желания у большинства студентов к познанию их.

Современная жизнь в стране насыщена огромным числом достижений науки в разных областях, в том числе, и в экономике. Внедрение их в практику в будущем должно, прежде всего, осуществляться молодыми специалистами, подготовка которых в настоящее время, требует совершенствования преподавания фундаментальных и базовых дисциплин в вузах. Статья не предлагает необходимый путь выхода из создавшего положения, в котором оказалось изучение дисциплин, базирующихся на математическом аппарате, при слабом уровне необходимых знаний школьной и высшей математик в условиях ограниченного учебного времени, выделяемого на нее. Она предлагает методику, которая используя эвристическое обучение, сохраняет значимость математического аппарата при изучении современных компьютерных технологий студентами по направлению «Экономика»,

Литература.

1. Вертешев С.М. Оценивание качества результатов учебного процесса подготовки бакалавров направления «Информатика и вычислительная техника» / С.М. Вертешев, П.В. Герасименко // Информация и Космос. – № 3. – 2024. – С. 152-157.

2. Бровка Н.В. О структуре методической системы обучения студентов / Н.В. Бровка, Д.Г. Медведев // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы: материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Смоленск, 12-14 окт. 2023 г. – 2023. – С 40–43.

3. Бровка Н.В. Математическое образование: современное состояние и перспективы / Н.В. Бровка, Д.Г. Медведев // Сборник научных статей. – Могилев: МГУ им. А. Кулешова, 2024. – С. 3-6.

4. Бурухина Т.Ф. Анализ успеваемости студентов младших курсов и его связи с результатами ЕГЭ / Т.Ф. Бурухина, Е.Г. Винокурова // Проблемы современного образования. – №2. – 2021. – С. 139-147.

5. Герасименко П.В. Экономико-математические модели. Ч. 1 / П.В. Герасименко, Г.А. Ураев. – СПб.: ФГБОУ ВО ПГУПС, 2019. – 58 с., Ч. 2. – СПб.: ФГБОУ ВО ПГУПС, 2020. – 49 с.

6. Герасименко П.В. Эконометрика: лабораторный практикум / П.В. Герасименко, Р.С. Кударов. – СПб. : ПГУПС, 2010. – 67 с.

7. Герасименко П.В. Эконометрика: компьютерный практикум по эконометрическому моделированию / П.В. Герасименко. – СПб.: ФГБОУ ВО ПГУПС, 2015.– 55 с.

8. Герасименко П.В. Теория оценивания риска. – СПб.: ФГБОУ ВО ПГУПС, 2015. – 51 с.

HEURISTIC LEARNINGOFMATHEMATICALMODELS CONSTRUCTIONATLOWLEVELOFKNOWLEDGEOFSTUDENTS OFELEMENTARYANDHIGHERMATHEMATICS

P.V. Gerasimenko, M.V. Voronov

Abstract. A way is proposed to adapt the training sessions to the construction of econometric mathematical models, the construction of which is based on a low level of knowledge of elementary and higher mathematics. The methodology is based on the consistent construction of models in practical classes in the classroom using a calculator to analyze its content, and heuristic self-study using computer techniques and digital technologies.

Keywords: *mathematical model, statistical data, educational process, point and interval forecast*.

РОЛЬ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ЗАДАЧ В ОСВОЕНИИ КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

Головенко Мария Вадимовна
студент,
e-mail: golovmaria22@gmail.com
Аешина Екатерина Андреевна
кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике,
e-mail: semina@kspu.ru
КГПУ им. В.П. Астафьева, г. Красноярск, Россия

Аннотация: В статье показано, как исследовательские задачи (на примере классической задачи о подбрасывании монеты) позволяют формировать у обучающихся ключевые концепции - от случайного события до проверки статистических гипотез. Их многоуровневое применение обеспечивает естественный переход от теории к практике.

Ключевые слова: *теория вероятностей, статистика, исследовательские задачи, вероятностное мышление, монета как дидактический инструмент, уровневый подход.*

В соответствии с ФГОС одной из основных линий содержания программы по математике в основной и старшей школе является курс “Вероятность и статистика”, который подлежит освоению обучающимися как на базовом, так и на углубленном уровне [4].

Данный курс традиционно вызывает у обучающихся существенные трудности. Абстрактность понятий (вероятность, случайная величина, статистическая значимость), кажущаяся противоречивость некоторых результатов (например, парадокс дней рождений) и разрыв между математическим аппаратом и его интерпретацией часто приводят к механическому запоминанию формул без понимания их сути и области применимости.

В этой ситуации исследовательские задачи выступают не как дополнительный элемент, а как ключевой педагогический инструмент, позволяющий преодолеть указанные трудности. Их суть применительно к вероятности и статистике заключается в том, что обучающийся не решает задачу по заданному алгоритму, а проходит полный цикл статистического исследования, начиная с постановки вопроса о случайном явлении и заканчивая содержательным выводом. Этот подход трансформирует изучение раздела из пассивного усвоения формул в активный процесс открытия стохастических закономерностей [1;2;3].

Для эффективного развития исследовательских навыков обучающихся с разной степенью математической подготовки задачи могут быть дифференцированы по уровню самостоятельности. Предлагаемая трехуровневая модель позволяет педагогу целенаправленно формировать и развивать исследовательские компетенции обучающихся (таблица 1).

Таблица 1 – Уровни исследовательской самостоятельности в задачах

Критерии	Уровень 1 (начальный), структурированное исследование	Уровень 2 (базовый), гипотезно-ориентированное исследование	Уровень 3 (продвинутый), открытое исследование
Роль ученика	Исполнитель по инструкции	Исследователь, проверяющий гипотезу	Автор и руководитель проекта
Ключевая цель	Отработать технику исследования	Проверить собственную идею (гипотезу)	Самостоятельно породить новое знание
Формулировка	Четкий пошаговый план действий	Дан исследовательский вопрос	Дана общая тема или проблема
Гипотеза	Предложена в готовом виде или не требуется	Формулируется учеником самостоятельно	Формулируется учеником на основе анализа проблемы
План и методы	Подробно расписаны в инструкции	Ученик планирует эксперимент самостоятельно	Ученик выбирает и обосновывает методы исследования
Сбор данных	По заданному алгоритму, с готовыми шаблонами	Ученик организует сбор данных по собственному плану	Ученик проектирует всю систему сбора данных
Анализ результатов	По направляющим вопросам, с четкими указаниями	Ученик выбирает методы анализа для проверки гипотезы	Комплексный анализ, включая оценку погрешностей и рефлексию
Формулировка выводов	По предложенному шаблону	Логическое обоснование на основе своих данных	Выводы с практическими рекомендациями и оценкой значимости
Основной фокус	Техника и корректность выполнения этапов	Проверка гипотезы и интерпретация результатов	Самостоятельность, креативность и научная ценность работы

Простейший случайный эксперимент подбрасывания монеты представляет собой идеальную модель для последовательного введения и отработки практически всех базовых понятий курса через призму исследовательских задач. Его преимущества:

● Доступность и наглядность: эксперимент может быть проведен физически или смоделирован.

● Понятная теоретическая модель: идея «честной» монеты интуитивно ясна.

● Богатство изучаемых феноменов: на его примере можно изучать частоту, устойчивость относительной частоты, закон больших чисел, распределение числа успехов, проверку статистических гипотез.

● Последовательное усложнение исследовательской задачи о монете позволяет структурировать освоение курса.

Так, концепция уровней может быть наглядно продемонстрирована на примере одной темы - исследования случайности на примере подбрасывания монеты.

Уровень 1 (Структурированный)

Исследовательское задание "Проверяем монету"

Инструкция:

1. Подбрось монету 50 раз.
2. Заполни таблицу после каждых 10 бросков, рассчитывая частоту выпадения орла.

Количество бросков	Частота выпадения орла
10 бросков	
20 бросков	
30 бросков	
40 бросков	
50 бросков	

3. Построй график изменения частоты выпадения орла от количества бросков.
4. Сделай вывод: можно ли на основе эксперимента считать монету честной?

Предметные результаты:

● Понимание и вычисление относительной частоты случайного события;

● Проведение статистического эксперимента и представление данных в таблице и графике;

● Интерпретация результатов и формулирование вывода о честности монеты на основе закона больших чисел.

Метапредметные результаты:

● Развитие исследовательских умений (гипотеза, эксперимент, анализ, вывод);

- Формирование навыков работы с данными (сбор, представление, интерпретация);
- Развитие критического мышления и понимания роли случайности в реальном мире.

Уровень 2 (Гипотезно-ориентированный)

Исследовательское задание “Что такое случайность?”

Задача: Исследуй, как количество испытаний влияет на достоверность статистических выводов.

Гипотеза: Сформулируй предположение, сколько раз нужно подбросить монету, чтобы уверенно судить о её "честности".

Эксперимент: Проведи серии экспериментов по 10, 30, 50 бросков. Сравни свои результаты с результатами одноклассников, рассчитай средние показатели по группе.

Анализ:

1. В какой момент (при каком количестве бросков) результаты начинают стабилизироваться?
2. Почему при малом числе бросков наблюдаются сильные отклонения от теоретической вероятности (0.5)?
3. Сделай вывод о необходимом объеме выборки для надежных выводов.

Предметные результаты:

- Углубление понимания связи между частотой и вероятностью;
- Осознание влияния объема выборки на точность статистических выводов;
- Практическое освоение представления и анализа данных (таблицы, средние, сравнение серий).

Метапредметные результаты:

- Формирование исследовательской компетентности (гипотеза, эксперимент, анализ, вывод);
- Развитие критического мышления и понимания роли репрезентативности данных;
- Навыки совместной работы: сбор, сравнение и обобщение групповых данных.

Уровень 3 (Открытый)

Проект: «Честны ли наши игры?»

Задача: Сравни «случайность» разных источников - монет, игральных костей и программного генератора (например, в Excel). Предложи простой способ проверять их «честность».

Что делать:

1. Проведи по 100 испытаний с разными монетами, костями и генератором.
2. Посчитай частоты выпадения исходов и построй диаграммы.

3. Сравни с ожидаемыми значениями (1/2 для монеты, 1/6 для кости).

4. Оцени, насколько велики отклонения — можно ли считать их случайными?

5. Создай краткую памятку: «Как самому проверить, честная ли кость/монета?»

Результат: Краткий отчёт с выводами и практической инструкцией для одноклассников.

Предметные результаты:

- Умение собирать и анализировать статистические данные;
- Понимание связи между теоретической вероятностью и экспериментальной частотой;
- Оценка «честности» случайных процессов на основе простых эмпирических критериев.

Метапредметные результаты:

- Самостоятельное проектирование и проведение исследования;
- Критическое осмысление данных и различение случайных и систематических отклонений;
- Создание практически полезного продукта для реальной аудитории.

Использование исследовательских задач, разноуровневых по степени проявления исследовательской самостоятельности в процессе их решения, является эффективным способом развития не только математических знаний и умений обучающихся, но и метапредметных компетенций, научного мышления и познавательной самостоятельности. Предложенная система критериев и трехуровневая модель дифференциации исследовательских заданий позволяют учителю системно подходить к разработке заданий, обеспечивая постепенный переход от формирования базовых исследовательских умений к поддержке полноценной самостоятельной исследовательской и проектной деятельности. Пример с исследованием монеты наглядно показывает, как в рамках одной тематической области можно реализовать задачи разного уровня сложности, адаптируя учебный процесс к потребностям и возможностям каждого ученика.

Литература

1. Буряк В.К. Активность и самостоятельность учащихся в познавательной деятельности / В.К. Буряк // Психология обучения. – 2018. – № 3. – С. 118-119.

2. Далингер В.А. Учебно-исследовательские задачи по математике в поисковой деятельности учащихся // Наука в современном информационном обществе : материалы XII Международной научно-

практической конференции North Charleston, USA, 19-20 июня 2017 года. North Charleston, USA : CreateSpace, 2017. С. 39-41.
3. Половникова, Н.А. О теоретических основах воспитания познавательной самостоятельности школьника в обучении / Н.А. Половникова. – Казань: Таткнигоиздат, 2018. – 202 с
4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Утвержден приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287. – Москва: Просвещение, 2021.

THE ROLE OF RESEARCH TASKS IN MASTERING THE COURSE "PROBABILITY AND STATISTICS"

Golovenko Maria Vadimovna,
Ekaterina A. Ayoshina,

Abstract: The article shows how research tasks (using the example of the classic coin toss problem) allow students to form key concepts, from a random event to testing statistical hypotheses. Their multilevel application provides a natural transition from theory to practice.

Keywords: *probability theory, statistics, research tasks, probabilistic thinking, coin as a didactic tool, level-based approach.*

ЦИФРОВАЯ ДИДАКТИКА ЭВРИСТИЧЕСКОГО КРУЖКА ПО МАТЕМАТИКЕ: ПРОЕКТИРОВАНИЕ СЮЖЕТНОГО УЧЕБНОГО СЦЕНАРИЯ НА ПЛАТФОРМЕ COREAPP

Гончарова Ирина Владимировна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: i.goncharova.dongu@mail.ru
Деревянко Екатерина Васильевна,
студентка,
e-mail: k.derevyankoo@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация. Статья посвящена вопросам цифровой дидактики и проектированию учебных сценариев для эвристического кружка по математике. На примере конкретного занятия-расследования, разработанного на платформе CoreApp и направленного на формирование приёма «переформулировка», демонстрируется модель интеграции сюжетной геймификации, интерактивного инструментария и классической структуры занятия математического кружка. Показано, что такой подход создает эффективную цифровую среду для развития исследовательских навыков, повышения мотивации и персонализации обучения во внеурочной деятельности по математике.

Ключевые слова: *цифровая дидактика, эвристический кружок, онлайн-платформа CoreApp, сюжетное обучение, геймификация, эвристический прием, переформулировка, внеурочная деятельность по математике.*

В условиях системной цифровой трансформации образования, регламентированной государственной стратегией, особую актуальность приобретает проблема содержательного наполнения цифровой дидактики, особенно в области внеурочной деятельности. Эвристический кружок по математике как форма, нацеленная на развитие исследовательского мышления и творческих способностей, сталкивается с методическим вызовом: простой перенос традиционных форм в цифровую среду не обеспечивает в полной мере ни вовлечённости поколения Z [3], ни достижения специфических эвристических целей.

Как отмечает Н.И. Рыжова [4], острой остается проблема проектирования контента и выбора форм цифровой внеурочной деятельности, которые были бы не только технологичными, но и дидактически эффективными. В этой связи возникает задача разработки целостных учебных сценариев, которые, используя возможности цифровых платформ (интерактивность, мультимедийность, геймификация), были бы построены в соответствии с принципами эвристического обучения.

Таким образом, актуальность данного исследования обусловлена необходимостью разработки и апробации модели цифрового дидактического сценария для занятия эвристического кружка по математике, интегрирующего:

– эвристический приём как предмет содержания;

– сюжетно-игровую метафору как мотивационно-смысловой каркас;

– функциональные возможности специализированной платформы как технологическую основу.

Такой подход позволяет перейти от общей констатации необходимости цифровизации к созданию конкретного методического инструмента. Следовательно, целенаправленное проектирование занятий эвристического кружка в цифровой среде, отвечающее образовательным стандартам и познавательным особенностям школьников, представляет собой актуальный ответ на обозначенные вызовы и составляет предмет данного исследования.

Как отмечает Е.И. Скафа, «эвристический кружок по математике – это математический кружок …, представленный в виде занятий, построенных по принципу обучения конкретному эвристическому приему на основе системы эвристически ориентированных задач, предлагаемых из разных тем курса математики, доступных школьникам данной возрастной группы» [5, С. 144].

Основным методическим требованием к содержанию обучения на занятиях эвристического кружка выступает его соответствие целеполаганию: освоение учебного материала должно закономерно приводить к формированию у обучающихся системы эвристических приемов как основного результата данной внеурочной деятельности [2].

Занятия эвристического кружка занимают особое место в системе внеурочной деятельности по математике, поскольку направлены на целенаправленное формирование у обучающихся не только предметных знаний, но и ключевых эвристических приемов, способствующих развитию эвристических умений. В отличие от традиционных кружков, они ориентированы на системное освоение методов познавательной деятельности, что позволяет обучающимся постепенно переходить от репродуктивного усвоения материала к продуктивному самостоятельному конструированию математических знаний.

Трансформация данной деятельности в цифровой формат требует тщательного методического проектирования, направленного на сохранение ее ключевого дидактического принципа – обучения через самостоятельный поиск идей и решений нестандартных математических задач. При этом использование специализированных цифровых платформ, таких как CoreApp, доказавшая свою эффективность для дополнительного обучения математике в цифровой среде [1], открывает новые возможности для проектирования занятий эвристического кружка по математике.

Практическим результатом исследования стала разработка и реализация электронного занятия эвристического кружка на данной платформе. Его ключевой дидактической целью является формирование эвристического приема «переформулировка». Далее представлено проектирование данного занятия на примере учебного сценария «Следствие ведут Математики. Дело №2025 «То же самое – но иначе»».

Занятие спроектировано как сюжетное расследование, что придает ему нестандартный характер. Его структура полностью соответствует классической модели занятия эвристического кружка, где каждый этап метафорически переосмыслен в детективном ключе (см. рис. 1):

1) организационный момент – «Инструктаж»;
2) мотивация к изучению нового материала и постановка проблемной ситуации – «Собрание следственной группы»;
3) актуализация знаний и умений обучающихся для сознательного усвоения нового материала – «Анализ ситуации: сбор пазла знаний»;
4) ознакомление с новым материалом – «Следствие продолжается: новые сведения» в двух частях;
5) закрепление изученного – «По следам похитителей: работа с уликами» в трех частях;
6) десятиминутка – «Математика помогает раскрывать преступления»;
7) другая форма – «Шифр Цезаря»;
8) домашнее задание – «Подготовка отчета: домашнее задание»;
9) подведение итогов занятия – «Закрытие дела: итоги расследования»;
10) рефлексия – «Оперативный дебрифинг: что помогло раскрыть дело?».

Занятие начинается с этапа «Инструктаж», в ходе которого обучающийся погружается в игровой контекст и осознаёт нестандартный характер предстоящей работы. Здесь же формулируется цель занятия, что создаёт смысловые ориентиры для всего последующего учебного процесса.

Сюжетная линия построена вокруг детективного расследования, где обучающийся выполняет роль помощника старшего детектива. Вовлекаясь в поиск похищенного математического документа, он сталкивается с необходимостью исследовать улики и решать математические задачи, применяя эвристический приём «переформулировка». Решение этих задач составляет ключевую учебную цель занятия (см. рис. 2).

Использование сюжетной основы выполняет ключевую мотивационную функцию, трансформируя процесс освоения эвристического приёма в увлекательное интеллектуальное приключение. Игровой контекст не только повышает вовлечённость обучающихся, но и способствует более глубокому осмыслению учебного материала, поскольку математические действия обретают осознанную целесообразность в рамках логики сюжета. Данный подход соответствует принципам образовательной геймификации, в которых акцент смещается на эмоциональное восприятие и личностную значимость изучаемого содержания.

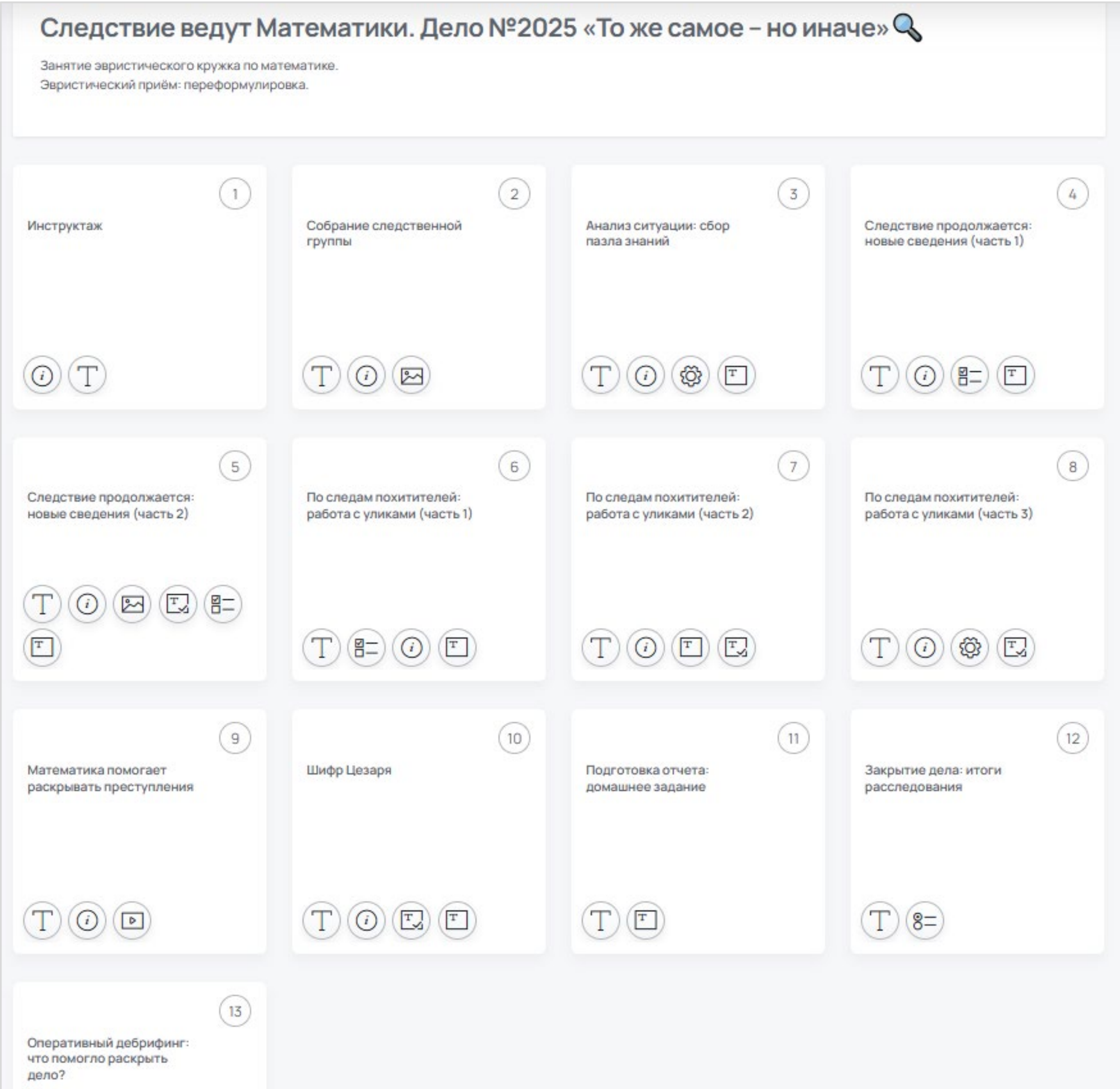


Рисунок 1 – Структура электронного занятия эвристического кружка «Следствие ведут Математики. Дело №2025 «То же самое – но иначе»» на платформе CoreApp

В соответствии с сюжетом обучающийся последовательно получает улики, работа с которыми (их анализ и преобразование) позволяет ему постепенно освоить эвристический приём «переформулировка». На начальном этапе задания содержат подробные инструкции и наводящие вопросы, что обеспечивает освоение приёма в условиях направляемой деятельности (см. рис. 3). По мере развития сюжета уровень сложности задач и степень самостоятельности повышаются: обучающийся переходит к решению задач без вспомогательных указаний (см. рис. 4). Подобный поэтапный переход от направляемой деятельности к автономной работе обеспечивает эффективное формирование и закрепление эвристического приёма.

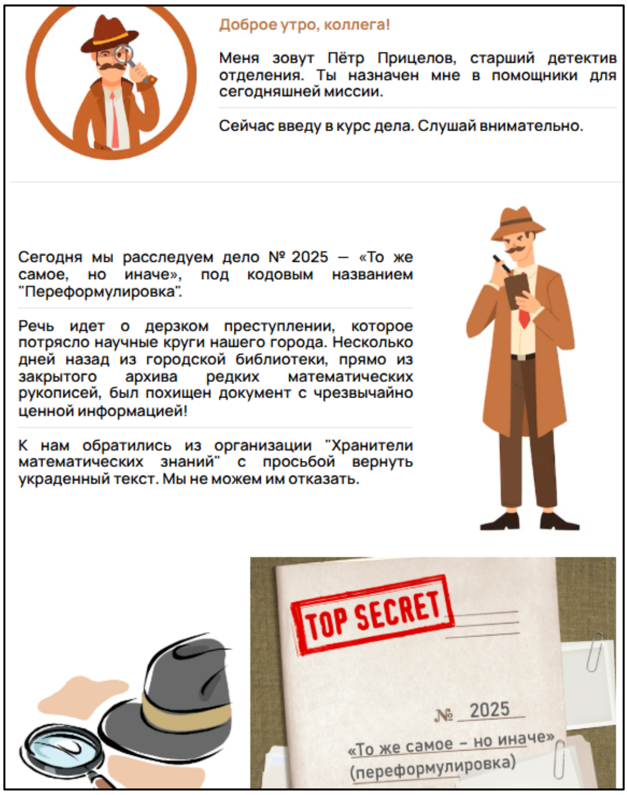


Рисунок 2 – Фрагмент начала сюжетной линии кружкового занятия

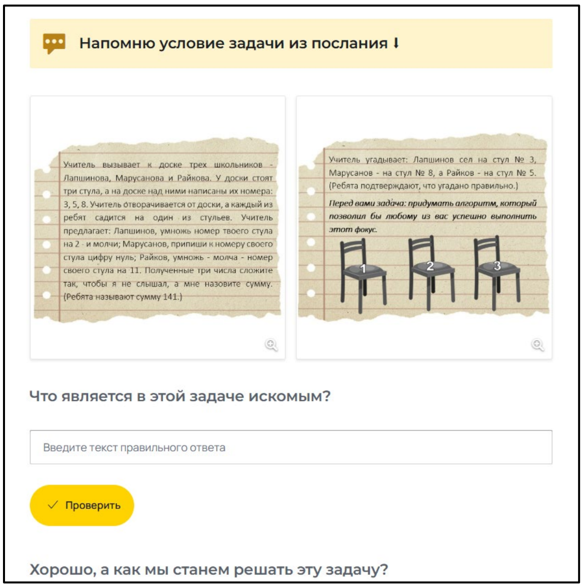


Рисунок 3 – Пример задания с указаниями к решению

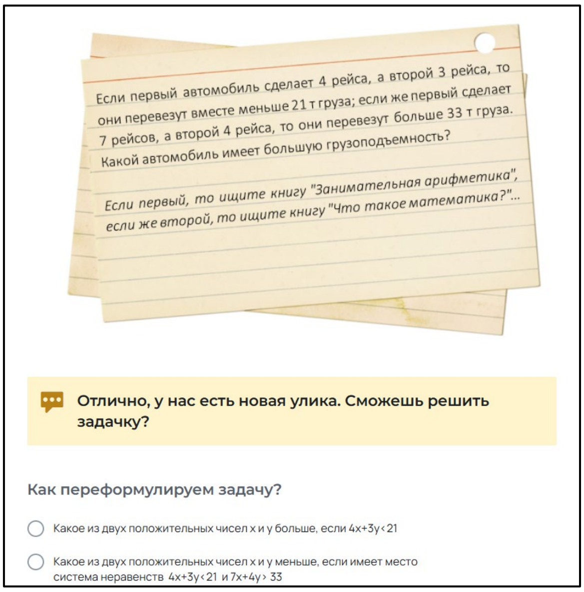


Рисунок 4 – Пример усложненного задания

Использование платформы CoreApp позволило обогатить занятие визуальными элементами, которые способствуют более полному погружению в сюжетную линию и облегчают восприятие учебного материала. Графическое оформление, выдержанное в детективной тематике, создаёт целостный образ занятия, усиливая мотивационный компонент и способствуя увлекательному освоению эвристического приёма.

Помимо функциональных возможностей CoreApp, в сценарий были интегрированы дополнительные цифровые инструменты. Например, на этапе актуализации знаний используется викторина, созданная в сервисе Genially, а также интерактивное задание на сопоставление задач с их переформулированными вариантами (см. рис. 5).

Помимо основного сюжета, направленного на освоение эвристического приёма, в структуру занятия были включены дополнительные развивающие элементы. В качестве динамической паузы (традиционной «десятиминутки») используется познавательный материал о применении математики в криминалистике. Также предлагается увлекательное задание, связанное с расшифровкой шифра Цезаря (см. рис. 6).

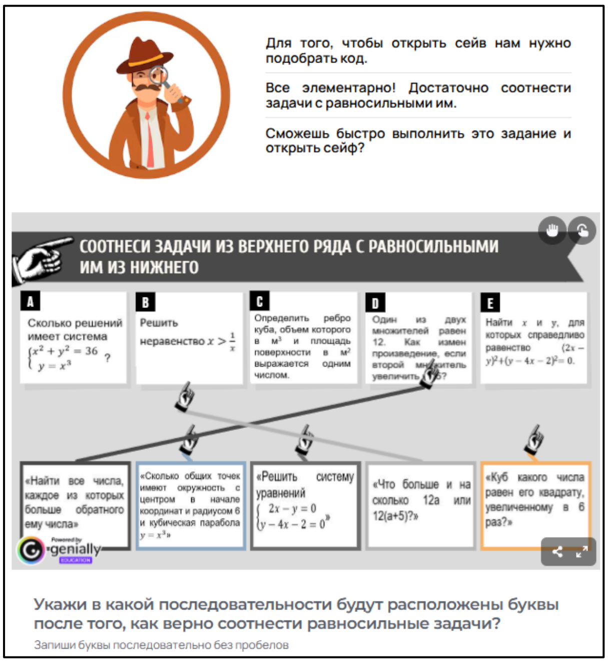


Рисунок 5 – Пример интерактивного задания в Genially

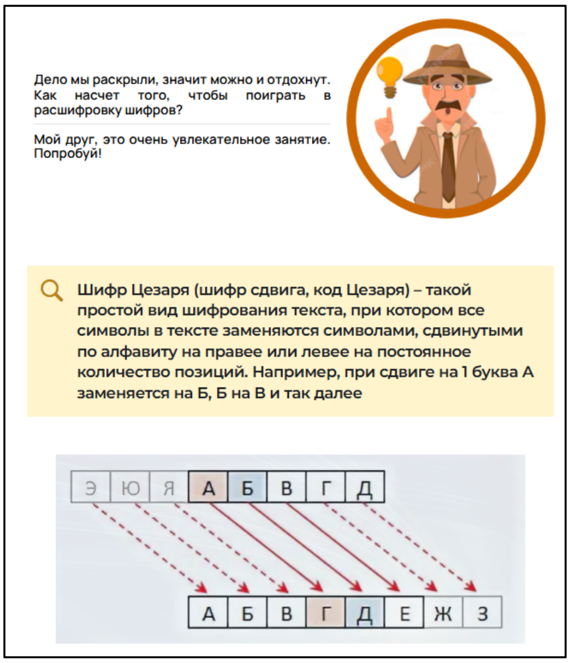


Рисунок 6 – Фрагмент задания «Шифр Цезаря»

В завершающей части занятия подводятся итоги и проводится рефлексия, в ходе которой обучающийся оценивает собственную деятельность и результаты.

Таким образом, представленный опыт проектирования сюжетного учебного сценария на платформе CoreApp служит практической моделью реализации принципов цифровой дидактики при организации эвристического кружка по математике. Доказано, что синтез интерактивного инструментария, геймификации и детективной метафоры позволяет не просто трансформировать, а дидактически обогатить традиционную структуру занятия, обеспечивая целенаправленное формирование эвристических приёмов через погружённую и мотивированную деятельность. Данный подход задаёт новый стандарт проектирования внеурочной работы, где цифровая среда выступает не вспомогательным средством, а ключевым элементом педагогического сценария, направленного на развитие исследовательского мышления.

Литература

1. Гончарова, И.В. Использование платформы CoreApp для дополнительного обучения математике в условиях цифровизации образования / И.В.Гончарова, Е.В.Деревянко // Человеческий капитал. – 2025. – №05(197). – С.64-76. DOI: 10.25629/HC.2025.05.06.
2. Гончарова, И.В. Эвристические кружки по математике в условиях цифровизации образования / И.В. Гончарова // Эвристическое обучение математике : Сборник трудов VII Международной научно-методической конференции, Донецк, 19–21 декабря 2024 года. – Донецк: Донецкий национальный университет, 2024. – С. 11-17. – EDN BJQBYP.
3. Дзюба, Т.И. Анализ педагогических проблем поколения Z / Т.И. Дзюба, Е.С. Ермолаева. – Текст: электронный // Актуальные исследования. – 2024. – № 23(205). – URL: https ://apni.ru/article/9541-analiz-pedagogicheskih-problempokoleniya-z (дата обращения 28.10.2025).
4. Рыжова, Н.И. Использование цифровых и межпредметных проектно-исследовательских технологий во внеурочной деятельности / Н.И. Рыжова, Н.Ю. Королева // Наука и Школа. – 2022. – № 4. – С. 211–224. DOI: 10.31862/1819-463X-2022-4-211-224.
5. Скафа, Е.И. Технологии эвристического обучения математике : учебное пособие / Е.И. Скафа, И.В. Гончарова, Ю.В. Абраменкова. – 2-е изд. – Донецк: ДонНУ, 2019. – 220 с.

DIGITAL DIDACTICS OF A MATHEMATICAL HEURISTIC CLUB: DESIGNING A NARRATIVE LEARNING SCENARIO ON THE COREAPP PLATFORM

Goncharova Irina, Derevyanko Ekaterina

Abstract. The article is devoted to the issues of digital didactics and the design of educational scenarios for a heuristic mathematics circle. Using the example of a specific investigation-based lesson developed on the CoreApp platform and aimed at forming the «reformulation» technique, the paper demonstrates a model for integrating narrative gamification, interactive tools, and the classic structure of a mathematics circle session. It is shown that this approach creates an effective digital environment for developing research skills, increasing motivation, and personalizing learning in extracurricular mathematics activities.

Keywords: *digital didactics, heuristic circle, CoreApp online platform, narrative-based learning, gamification, heuristic technique, reformulation, extracurricular mathematics activities.*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНТЕКСТНЫХ ЗАДАЧ НА УРОКЕ АЛГЕБРЫ В 9 КЛАССЕ КАК СРЕДСТВО ПРЕДПРОФИЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Гостинцева Анастасия Викторовна
студент,
e-mail.ru: gostintseva03@mail.ru
Ульянова Ирина Валентиновна
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail.ru: klyaksa13r@gmail.com
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет имени М.Е. Евсевьева», г. Саранск, РФ,

Аннотация: Статья посвящена актуальной проблеме формирования осознанного выбора образовательной траектории учащимися основной школы. В работе проанализированы понятия «предпрофильная подготовка», «профессиональная ориентация» и «контекстная задача». Автором предложена классификация контекстных задач по направлениям предпрофильной подготовки (инженерно-техническое, экономическое, естественно-научное и др.) и разработана подборка конкретных задач по ключевым темам алгебры 9 класса (квадратичная функция, прогрессии, элементы статистики), каждая из которых моделирует упрощенную профессиональную ситуацию.

Ключевые слова: предпрофильная подготовка, профессиональная ориентация, контекстные задачи, алгебра 9 класс, функциональная грамотность.

Федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) ориентируют современную школу на формирование у учащихся не только предметных знаний, но и универсальных учебных действий, ключевым из которых является умение применять полученные знания в реальных жизненных ситуациях. Особую остроту этот вопрос приобретает в 9 классе, на этапе предпрофильной подготовки, когда школьникам необходимо сделать осознанный выбор дальнейшего образовательного маршрута. Как показать девятикласснику, что алгебра – это не просто набор абстрактных формул, а мощный инструмент для анализа явлений из самых разных сфер жизни? Наиболее эффективным средством для решения этой задачи является систематическое использование на уроках контекстных задач.

Существует множество трактовок понятия контекстные задачи. М.А. Ахметов считает, что контекстные задачи – это задачи, в которых демонстрируется связь изучаемого материала с различными сторонами жизни человека – историей, литературой, практической деятельностью, – подчеркивается роль предмета в жизни каждого человека и общества.

О.М. Мясникова рассматривает контекстные задачи, как задачи, содержание которых отражает ситуации, которые часто встречаются в реальной бытовой, производственной, общественной жизни». Контекст создаёт условия для использования теоретических знаний и влияет на интерпретацию полученных результатов. В нашей статье мы будем придерживаться точки зрения В.А. Далингер, который трактует понятие контекстной задачи как задачи, целью которых является разрешение стандартной или нестандартной ситуации (предметной, межпредметной или практической) посредством нахождения соответствующего способа решения с обязательным использованием математических знаний [3].

Таким образом, контекстная задача погружает ученика в смоделированную реальность, где математика становится средством анализа. Кроме того, основная функция контекстных задач – раскрыть практическую значимость знаний, показав их силу в реальных условиях. Но на этом их педагогический потенциал не заканчивается. Вопрос «Как это работает?» закономерно рождает следующий, более личный и важный для подростка: «Где мне пригодится этот навык?». Именно в этот момент и должна подхватить инициативу предпрофильная подготовка. Она становится той логичной следующей ступенью, где апробированный в задачах инструментарий становится основой для профессиональных проб и осознанного выбора траектории. Остановимся н этом понятии.

А.А. Пинский трактует предпрофильную подготовку как систему педагогической, психолого-педагогической, информационной и организационной деятельности, содействующей самоопределению учащихся старших классов основной школы относительно избираемых ими профилирующих направлений будущего обучения и широкой сферы последующей профессиональной деятельности (в том числе в отношении выбора профиля и конкретного места обучения на старшей ступени школы или иных путей продолжения образования) [1].

Основополагающие факторы предпрофильной подготовки базируются на определениях «профессиональной ориентации» и «профориентационной компетентности» [2].

Профессиональная ориентация – комплекс действий для выявления у человека интересов и склонностей к определенным видам профессиональной деятельности, а также система действий, направленных на помощь в выборе профессии людям всех возрастов [2].

Профориентационная компетентность – способность построения собственного профессионального маршрута с учетом индивидуальных интересов, склонностей, возможностей подростка [2].

Таким образом, стратегическая цель предпрофильной подготовки является формирование профориентационной компетентности через систему профессиональной ориентации. Эту масштабную задачу можно решить на уроках алгебры в 9 классе с помощью контекстных задач. Рассмотрим несколько таких задач

*Задача 1: Вы – инженер-проектировщик. Необходимо из металлического листа шириной 120 см изготовить жёлоб для стока воды с максимальной площадью поперечного сечения (чтобы пропускать больший поток). Для этого боковые края листа сгибают под прямым углом одинаковой высоты *x* см. Определите, какой должна быть высота бортов, чтобы площадь поперечного сечения (дно + две вертикальные стенки в сечении – прямоугольник) была наибольшей. Найдите эту площадь.*

Данную задачу целесообразно использовать при изучении тем «Квадратичная функция, наибольшее/наименьшее значение. При решении этой задачи у учащихся формируется умение моделировать ситуацию функцией $S(x) = x(120 - 2x)$, находить вершину параболы. Кроме того позволяет сформировать профессиональные навыки, такие как работа с оптимизацией и геометрическим моделированием.

При изучении темы «Системы уравнений, линейные функции» можно предложить учашимся следующую задачу

Задача 2: Предприниматель открывает кофейню. Постоянные месячные расходы (аренда, зарплата) составляют 150 000 руб. Себестоимость одной чашки кофе – 30 руб., а продажная цена – 150 руб.

1. *Выведите функцию прибыли $P(n)$ от количества проданных чашек n.*
2. *Сколько чашек нужно продавать в месяц, чтобы выйти в «ноль» (найти точку безубыточности)?*
3. *Как изменится точка безубыточности, если удастся снизить постоянные расходы на 10%, но себестоимость возрастёт на 5 руб.?*

Решение этой задачи способствует актуализации знаний учащихся по построению линейной функции, решение линейного уравнения и работу с процентами. Кроме того задача 2 позволяет сформировать такой важный профессиональный навык как построение простейшей бизнес-модели.

Для медицинского профиля можно использовать задачу на расчет дозы лекарства и периода полувыведения

Задача 3: Пациенту ввели дозу лекарства в 400 мг. Известно, что каждые 6 часов концентрация лекарства в крови уменьшается на 20% (остаётся 80% от предыдущего значения).

1. *Запишите формулу для количества лекарства $A(t)$ в организме через t 6-часовых периодов.*
2. *Через сколько периодов количество лекарства станет меньше 50 мг (порог терапевтического действия)?*

В рамках урока открытия нового знания в 9 классе по теме «Геометрическая прогрессия», данную задачу целесообразно использовать на этапе первичного закрепления. Решая эту задачу, вы сможете развить навыки фармакокинетического моделирования и понимание логики лечения.

Чем эффективны контекстные задачи, представленные выше, на уроке алгебры?

1. Диагностика интереса: Учитель отслеживает, к каким задачам (по контексту, а не по сложности) ученик проявляет больше энтузиазма, задаёт уточняющие вопросы.
2. Рефлексия после решения: Обсуждение не только «как решали», но и «чем интересна была эта ситуация?», «где в реальном мире это встречается?», «какие профессии решают такие задачи?».
3. Проектное развитие: Любая из этих задач может стать основой для мини-проекта: создать полноценную бизнес-модель кофейни, , разработать памятку по расчёту дозировок.

Таким образом, контекстные задачи в 9 классе перестают быть просто «задачами с сюжетом». Они становятся точечными профессиональными пробами, которые позволяют ученику через математику «прикоснуться» к разным видам деятельности и сделать более осознанный выбор профиля.

Литература

1. Кривых, С.В. Предпрофильная подготовка школьников / С.В. Кривых // Журнал «Биология». – URL: https://bio.lsept.ru/article.php?id=200700203 (Дата обращения: 07.12.2025)
2. Пинский, А.А. Сущность предпрофильной подготовки и задачи ее экспериментальной апробации / А.А. Пинский // Официальный сайт Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». – URL: https://www.she.ru/news/116313/1116191 (дата обращения: 07.12.2025)
3. Санина, Е.И. Контекстные задачи по математике как средство развития функциональной грамотности обучающихся / И.И Санина, И.В. Насикан // Ученые записки Орловского государственного университета. Серия: Гуманитрные и социальные науки. – 2019. – №1 (82). – С. 308-310.

USING CONTEXTUAL TASKS IN THE 9TH GRADE ALGEBRA LESSON AS A MEANS OF PRE-PROFESSIONAL TRAINING

Gostintseva Anastasia Viktorovna

Abstract: The article is devoted to the actual problem of forming a conscious choice of educational trajectory by students of secondary schools. The concepts of «pre-profile training», «professional orientation» and «contextual task» are analyzed in the work. The author proposes a classification of contextual tasks by the directions of pre-profile training (engineering, economics, natural science, etc.) and develops a selection of specific tasks on the key topics of algebra in the 9th grade (quadratic function, progressions, elements of statistics), each of which models a simplified professional situation.

Keywords: *pre-profile training, career guidance, contextual tasks, 9th grade algebra, functional literacy.*

ПРОПЕДЕВТИКА ЭЛЕМЕНТОВ ЛОГИКИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ НА ЭЛЕКТИВНОМ КУРСЕ «ОСНОВЫ АЛГОРИТМИКИ И ЛОГИКИ НА SCRATCH»

Дмитриева Екатерина Александровна,
педагог дополнительного образования,
ГАУ «Региональный центр оценки качества образования Сахалинской области», г. Южно-Сахалинск, РФ
Katezka00@mail.ru
Самсикова Наталья Алексеевна,
кандидат педагогических наук, доцент
ФГБОУ ВО «Сахалинский государственный университет», г. Южно-Сахалинск, РФ

Аннотация. В статье представлен обзор исследований по пропедевтике логических УУД у младших школьников. Проведен сравнительный анализ традиционных методик и подходов с использованием среды Scratch. Выявлен методический разрыв и недостаточная изученность потенциала Scratch для развития логики. Обозначены ключевые пробелы, обосновывающие необходимость разработки и апробации элективного курса «Основы алгоритмики и логики на Scratch».

Ключевые слова: пропедевтика логики, младшие школьники, визуальное программирование, Scratch, универсальные учебные действия.

Формирование познавательных универсальных учебных действий (УУД) у младших школьников является одним из приоритетов начального общего образования согласно требованиям ФГОС НОО. Логические умения - сравнение, анализ, синтез, обобщение, классификация по родовидовым признакам, установление аналогий и причинно-следственных связей, построение рассуждений, отнесение к известным понятиям - выступают базой для успешного освоения математики и информатики [6, 11, 13, 14]. Параллельно с развитием требований к метапредметным результатам растет интерес к цифровым инструментам обучения; в этой связи среды визуального программирования (в частности Scratch) рассматриваются как инструмент для развития алгоритмического стиля мышления у обучающихся начальной школы и дополнительного образования [2, 3].

Однако существующая литература демонстрирует два параллельных потока исследований:

1) традиционные методики пропедевтики логики в начальной школе, основанные на наглядно-дидактических заданиях и текстовых задачах [11, 14];

2) исследования о применении Scratch для развития алгоритмического мышления [2, 13], в которых логические компоненты

чаще выступают как сопутствующий эффект.

Цель данного обзора - сопоставить эти направления, выявить методические подходы и определить пробелы, важные для разработки курса «Основы алгоритмики и логики на Scratch».

Задачи обзора: систематизировать теоретические подходы к пропедевтике логики в НОО; проанализировать исследования о применении Scratch в начальной школе; провести сравнительный анализ выявленных подходов; обозначить нерешенные вопросы и направления дальнейших исследований.

В ряде работ подчеркивается, что логические операции младших школьников (анализ, сравнение, классификация, обобщение) целесообразно формировать начиная с первых классов посредством специально организованных упражнений и игровых заданий [11, 14]. О. А. Павлова рассматривает логическую культуру как системное свойство, которое формируется через регулярную пропедевтическую работу [11]. Н. И. Чиркова и С. В. Коняхина предлагают поэтапную методику, которая «строится с учетом возрастных психологических особенностей детей и направлена на развитие их мышления: от хаотичного перебора вариантов к проведению организованного перебора сначала без использования средств его организации, а затем с их помощью» [14, с. 118]. Данные исследования дают четкие методические ориентиры, однако они преимущественно опираются на традиционные, неформализованные диагностические инструменты и мало учитывают цифровые средства обучения [14].

Исследования, посвященные Scratch, показывают, что среда визуально-блочного программирования способствует развитию навыков планирования, представления последовательностей действий и понимания условий [2, 3]. Н. А. Воробьева описывает практические приемы и примеры проектной работы в Scratch, подчеркивая роль визуализации в осмыслении алгоритмических структур: «… работая в среде Scratch, ученик знакомится не только с языком программирования, но и с текстовым и графическим редакторами, элементами пользовательского интерфейса, новыми математическими понятиями, элементами проектной деятельности (проходит все этапы, начиная от идеи проекта, до этапа ее тестирования и отладки), развивает творческое мышление, приобретает навыки системного анализа и эффективного взаимодействия с другими обучающимися. Кроме того, педагогическая целесообразность данного проекта состоит в том, что по мере изучения программирования в среде Scratch у обучающихся формируется не только логическое и алгоритмическое мышление, но и навыки работы с мультимедиа, создаются условия для активного, поискового учения, разнообразного программирования» [2, с. 63-64]. А. В. Прилепина демонстрирует, что проектная деятельность в Scratch улучшает навыки планирования и причинно-следственного мышления: «… умение планировать, проектировать, давать полное последовательное описание своих действий способствует формированию не только навыков разработки алгоритмов решения» [13, с. 137]. Вместе с тем большинство авторов отмечает, что исследования ориентированы на алгоритмическое мышление и мотивацию, а не на системное формирование логических УУД в их традиционном понимании.

Работы по цифровой дидактике фиксируют положительный эффект визуализации и интерактивности для понимания структурных связей и причинно-следственных отношений [4, 5, 10]. Эти исследования аргументируют, что визуальное программирование упрощает понимание при переходе от наглядного к абстрактному. Однако отмечается недостаток проверенных диагностических инструментов, специфичных для оценки логических операций, возникающих при работе в среде Scratch [6, 12].

Для наглядного сравнения рассмотрим ключевые характеристики исследованных направлений:

- Традиционная пропедевтика элементов логики: фокус на содержательных логических операциях, четкая поэтапность, методические упражнения; ограниченная привязка к цифровым средствам [11, 14].
- Формирование алгоритмических через Scratch: фокус на последовательности, условиях и циклах; сильный эффект визуализации; описываемая методика чаще ориентирована на проектную активность, но логические УУД не систематизированы [2, 3, 13].
- Цифровая дидактика и оценка: внимание к диагностике и инструментам оценки; пока отсутствует единая научно обоснованная и проверенная на практике модель для анализа логики в условиях визуального программирования [6, 7, 9, 12].

Синтез литературы показывает, что методический разрыв между «традиционной логикой» и «Scratch-подходом» - главное препятствие для создания целостной пропедевтики. Существующие исследования поддерживают идею взаимного дополняющего влияния: визуальная среда облегчает освоение логических операций, а классические методы задают содержание и критерии оценки. Однако до сих пор не выработано единого подхода к тому, как определять и описывать «элементы логики» применительно к среде блочного программирования.

Анализ выявил несколько основных пробелов, важных для обоснования актуальности дальнейших исследований:

1. Отсутствие единой модели «элементов логики» для НОО, адаптированной к особенностям визуального программирования. Различные авторы используют разные наборы операций, что затрудняет сопоставление результатов [6, 8, 11].
2. Нехватка методических разработок, в которых Scratch используется именно как средство пропедевтики логики, а не только обучения программированию [2, 3].
3. Ограниченность диагностических инструментов, пригодных

для оценки логических операций, возникающих при работе в Scratch; существующие тесты чаще ориентированы на общий уровень алгоритмического мышления [1, 12].

4. Дефицит долгосрочных контролируемых исследований: большинство эмпирических работ краткосрочны, выборки малы и отсутствует сопоставление с контрольными группами [8, 13].

Эти пробелы обосновывают необходимость разработки методики пропедевтики элементов логики средствами Scratch и сопутствующих апробированных инструментов диагностики.

Анализ отечественной литературы показывает, что интеграция традиционных методик формирования логики с возможностями визуального программирования - перспективное, но недостаточно исследованное направление. Scratch подтвержден как эффективная среда для развития алгоритмического мышления, однако его потенциал в пропедевтике логических УУД требует методического осмысления, конкретизации целевых элементов и эмпирической проверки.

Дальнейшие исследования целесообразно направить на: формализацию перечня элементов логики, релевантных НОО и сопоставимых с блочными конструкциями Scratch; разработку и верификацию диагностических инструментов; апробацию авторской методики элективного курса «Основы алгоритмики и логики на Scratch» в сравнительном эксперименте с контролем.

Литература

1. Бакшеева Э. П. Формирование универсальных логических действий у детей младшего школьного возраста / Э.П. Бакшеева, А.А. Рябоконь // Историческая и социально-образовательная мысль. – 2016. – Т. 8. – № 5-1. – С. 130-136.

2. Воробьева Н. А. Развитие алгоритмического мышления у учащихся начальной школы с использованием системно-ориентированной среды / Н. А. Воробьева // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета. Серия № 1. Психологические и педагогические науки. – 2023. – № 2. – С. 59-65.

3. Евдокимова В.Е. Использование среды программирования SCRATCH на уроках информатики в начальных классах / В.Е. Евдокимова, А.А. Черепанова // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2022. – № 2 (54). – С. 62-65.

4. Исакова А.Б. О формировании алгоритмического мышления в младшем школьном возрасте / А. Б. Исакова // Педагогика и современное образование: традиции и инновации : сборник статей II Международной научно-практической конференции. – 2020. – С. 19-22.

5. Кожурова А.А. Развитие логического мышления младшего школьника в зависимости от языковой среды и социального окружения / А.А. Кожурова, А.В. Пухова // Мир науки, культуры, образования. – 2022. –

№ 2 (93). – С. 37-39.
6. Коноваленко Е. А. Логическое мышление младших школьников и его характеристика / Е. А. Коноваленко, В. В. Христенко, С. А. Скрыпцова // Молодой ученый. – 2020. – № 52 (342). – С. 415-418.
7. Кузьмина Я.Г. Развитие алгоритмического мышления у младших школьников на уроках математики / Я.Г. Кузьмина, З.И. Бажан // Проблемы современного педагогического образования. – 2015. – № 47-2. – С. 114-119.
8. Мамедова Л.В. Опытно-экспериментальная работа по развитию логического мышления у обучающихся 2-го класса / Л.В. Мамедова, Д.А. Хмиль // Управление образованием: теория и практика. – 2022. – № 5 (51). – С. 174-181.
9. Мерцалова О.Д. Формирование логического мышления у младших школьников через обучение в сотрудничестве / О.Д. Мерцалова // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2016. – № 2-5. – С. 39-42.
10. Михайлова Н. Развитие логического мышления учащихся в условиях информатизации образования / Н. Михайлова // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. – 2006. –№ 7. – С. 267.
11. Павлова О. А. Становление логической культуры младшего школьника / О. А. Павлова // В сборнике: Актуальные проблемы обучения математике. Межвузовский сборник научных трудов, посвященный 170-летию со дня рождения В.В. Бобынина. Калуга, 2019. С. 88-95.
12. Петина А.Ю. Диагностика уровня развития алгоритмического мышления младших школьников второго класса / А.Ю. Петина // Актуальные вопросы современной науки и образования : сборник статей XXV Международной научно-практической конференции : в 3 ч. – Пенза, 2022. – С. 73-76.
13. Прилепина А. В. Научиться мыслить и планировать проектная деятельность кадет в среде программирования scratch на уроках технологии / А.В. Прилепина // Вестник военного образования. – 2022. – № 1 (34). – С. 137-139.
14. Чиркова Н.И. Пропедевтика изучения элементов комбинаторики в математическом образовании младших школьников / Н.И. Чиркова, С.В. Коняхина // Гуманизация образования. – 2024. – № 3. – С. 117-133.

PROPEDEUTICS OF LOGIC ELEMENTS FOR YOUNG SCHOOLCHILDREN IN THE ELECTIVE COURSE «FOUNDATIONS OF ALGORITHMIC THINKING AND LOGIC IN SCRATCH»

Dmitrieva Ekaterina,

Annotation. The article provides an overview of research on the propaedeutics of logical universal learning activities (ULAs) in primary schoolchildren. A comparative analysis of traditional methods and approaches using the Scratch programming environment is conducted. A methodological gap and the insufficient study of Scratch's potential for developing logical thinking are revealed. Key research gaps are identified, justifying the need to develop and test the elective course «Fundamentals of Algorithmics and Logic in Scratch».

Keywords: *logic propaedeutics, primary schoolchildren, visual programming, Scratch, universal learning activities*.

ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭВРИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ И ПУТИ ИХ РАЗРЕШЕНИЯ

Ермаков Владимир Григорьевич,
доктор педагогических наук, профессор,
УО «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины», г. Гомель, Беларусь,
vgermakov@gmail.com

Аннотация. В статье показано, что несмотря на высокую эффективность эвристических методов обучения, которая давно доказана и в теории, и на практике, поле возможностей для использования этих методов сужается. Указаны способы создания необходимых условий для их применения.

Ключевые слова: *математическое образование, эвристические методы обучения, методологические проблемы.*

Тезис о сокращении возможностей для применения эвристического метода обучения легко подтвердить следующим простым сопоставлением. С одной стороны, Ф. Клейн, основываясь на дневниках К. Гаусса, отметил, что доказательство теоремы о биквадратичном вычете К. Гаусс искал 7 лет, с другой стороны, нынешние студенты в спецкурсах по теории чисел изучают эту теорему за одно занятие. За столь краткое время они не могут самостоятельно отыскать путь к этому результату – ни свой, ни гауссовский. На оптимизированной педагогом предельно короткой траектории частично-исследовательского поиска студентов удерживают наводящие вопросы педагога, он же подсказывает необходимые опорные факты из предыдущего материала. В лучшем случае такое взаимодействие можно отнести к сократовскому методу наведения на результат, однако для полноценной эвристики места здесь остаётся мало.

Из-за «нечеловекоразмерности» современной науки, о которой писал науковед М.К. Петров, в ситуации, сковывающей поисковую активность индивида, могут оказаться не только учащиеся, но и крупные учёные. Когда лауреат премии Филдса, академик ряда академий, известный математик С.П. Новиков решил заняться теоретической физикой, ему для освоения этой области пришлось выделить несколько лет и начинать с самого начала [1]. Таким образом, даже при наличии высокого творческого потенциала и возможности опираться на обширную и хорошо им же упорядоченную область знаний ему для освоения новой научной области понадобились немалые усилия. Это частный пример, но он демонстрирует, что в основе кризиса физико-математического сообщества в России и на Западе, который исследован С.П. Новиковым в статье [1], лежит в том числе и объективная причина – стремительный рост объёма информации и существенное усложнение её структуры. Для учащихся последствия общей напряжённой стуации в образовании и науке намного хуже. Из-за нехватки времени они не успевают упорядочивать и систематизировать потоки поступающей к ним информации. Уход современной системы образования от установки на формирование у учащихся естественно-научной картины мира в пользу компетентностного подхода привёл к отсутствию у большинства из них какой-либо достаточно связной и хорошо освоенной области знания, которая могла бы послужить опорой и образцом для самостоятельной переработки новой для них информации. При обучении математике теперь очень часто используется практикоориентированный подход, реализуемый вопреки традиции без должной опоры на теорию. И это при том, что опора на логические связи между фактами обеспечивала эффективность обучения математике на протяжении 25 столетий тем, что задавала своеобразный оператор сжатия информации во внутреннем плане индивида. К названным источникам проблем следует добавить революционные изменения, вызванные развитием искусственного интеллекта, который, по мнению некоторых специалистов, на данный момент является всего лишь большой языковой моделью, в которой нет формализованных понятий, причинной модели мира, нет целевых установок, намерений и критериев истины, а есть лишь статистическая модель языка, оптимизированная под правдоподобное продолжение текста. Так как эта модель не раскрывает логику принятия решений, то для учащегося, не обладающего критичностью ума, использование информации без путей к ней ведущих чрезвычайно опасно.

Общий вывод из этого краткого обзора перемен в современном мире очевиден: актуальность применения личностно развивающих эвристических методов обучения резко возрастает, но одновременно столь же быстро сокращаются социально-культурная и личностная опоры их использования. Разрешение этого противоречия – серьёзная педагогическая задача. И если защититься от разнообразных деструктивных воздействий на систему образования нельзя, то вопрос о применении эвристических методов обучения стоит сразу рассматривать в самом трудном случае, а именно в моменты острых кризисных ситуаций.

В этом отношении особо выделяются начала аксиоматических теорий в математике. Можно сказать, что встреча учащегося с ними влечёт за собой мгновенную смерть его самодеятельности. На примере симплектической геометрии В.И. Арнольд показал, что аксиоматический метод позволяет опустить долгий исторический путь развития теории и начинать её изложение сразу с серьёзных теорем, превращённых в определения и вводимых без объяснений и мотивировок. По его словам, «обычный дедуктивно-аксиоматический схоластический стиль состоит в том, что изложение математической теории начинается с немотивированного определения. Психологические трудности, к которым это приводит читателя, почти непреодолимы для нормального человека» [2, с. 118]. Таким образом, поисковая активность индивида практически полностью замирает именно тогда, когда для осмысления трудного понятия она особенно нужна.

В очерке 9 монографии [3] описан конкретный пример осуществления пропедевтики исходных понятий общей топологии. В силу сказанного выше при всей сложности выбора содержания вынужденно краткой программы главной задачей является восстановление учебной активности студентов и развитие их творческого потенциала, без чего никакая программа не может стать эффективной. Поэтому речь здесь должна идти прежде всего о корректирующем обучении. Для борьбы с хаотизацией представлений студентов и возвращения к утрачиваемой повсеместно опоре на логические связи между фактами нужно выставить условие максимально строгого доказательства опорных теорем. В нынешних условиях для части студентов это требование может оказаться слишком трудным, поэтому педагогу нужно действовать в духе учения Л.С. Выготского о зоне ближайшего развития и оказывать скорую помощь в преодолении возникающих у студентов затруднений. Для этого он должен вступить с ними в прямой контакт. Естественнее всего это делать в рамках контрольных мероприятий, проводимых в устной форме и в режиме активной оппозиции их ответам. Переход ко всё более мелким деталям доказательств выведет студента за рамки заранее заготовленных ответов и потребует от него собственных усилий мысли. Здесь уместно сослаться на высказывание М.Г. Ярошевского о роли Сократа в возникновении «педагогики творчества»: «Если он (учащийся – В.Е.) и действует по программе, заданной лидером-руководителем в системе определённых вопросов, то его ответ – не производное эрудиции, а истинное творчество, открытие нового» [4, с. 81]. В общем случае возможности переключения ведущей функции текущего контроля с регистрирующей на формирующую и развивающую описаны в статье [5]. В данном случае на микроуровне корректирующее обучение приобретает черты эвристического метода обучения, но от главной ага-реакции, дожидаться которую в условиях дефицита времени рискованно, педагог сам страхует студента, подводя его к понятию топологии через критерий непрерывности отображений в метрических пространствах на языке открытых множеств. В этих пространствах открытые множества описывают конструктивно, их свойства легко проверить, их и фиксируют в качестве аксиом топологического пространства. Этим и раскрывается смысл понятий, далеко отстоящих от житейского опыта студентов.

На дошкольной стуапени образования без эвристических методов обучения обойтись практически невозможно. Это хорошо видно на примере формирования у дошкольников представлений о числе. На проблемный характер встречи ребёнка с этим понятием указывали О. Шпенглер, Л.С. Выготский, Э.В. Ильенков и многие другие авторы. В частности, Л.С. Выготский, исследуя развитие арифметических операций у детей дошкольного возраста, отметил: «Почти всегда возникают чрезвычайно ответственные моменты в развитии ребёнка, всегда происходит столкновение его арифметики с другой формой арифметики, которой обучают его взрослые» [6, с. 202]. Известные тесты Ж. Пиаже на установление взаимно-однозначного соответствия между бутылочками и стаканчиками показали, что граница естественной арифметики ребёнка сильно размыта и нет возможности воспользоваться кумулятивными моделями приращения знаний, широко используемыми как в науке, так и в сфере образования. С другой стороны, существующие программы по арифметике для начальной школы не помещаются в скоротечный период детства и не могут устранить отмеченное Л.С. Выготским столкновение арифметик. К тому же математики ещё не определились, с чего начинать обучение – с порядковых или количественных числительных. Наконец, само число нельзя предъявить ребёнку ни в каком материализованном виде. Выход из этого фундаментального затруднения, предложенный автором в статье [7], состоит в том, чтобы отталкиваться не от естественной арифметики ребёнка и не от культурной арифметики, а от широко распространённой ошибки взрослых, которые при пересчёте предметов (например, пальцев руки) используют не порядковые, а количественные числительные, чем привносят дополнительную путаницу.

Для старта авторской программы по этому направлению в статье [7] указан простой приём: выстроив известные карточки Домана по порядку, нужно предложить трёхлетнему ребёнку проходить вдоль них и повторять за взрослым: «На первой карточке один кружочек, на второй карточке два кружочка, на третьей – три кружочка» и т.д. Здесь одновременно упоминаются и порядковые, и количественные числительные. Через некоторое время порядок можно и нужно нарушать: на первой карточке один кружочек, на второй – три кружочка, на третьей – два синих квадрата и т.д. Отличие между числительными станет ещё рельефнее. Поразительно, но после таких эпизодов дети вскоре начинают демонстрировать вычислительный азарт, заметный воспитателям и родителям и несопоставимый по результатам с исчезающе малым по силе педагогическим воздействием. Опора на выведенную из тупика самостоятельную мысль ребёнка позволяет двигаться аналогичным способом и по другим разделам авторской программы.

Заключение. В хаотизированном мире педагогу часто приходится действовать в условиях неопределённости. Методы обучения, применяемые в этом случае, следует называть стохастическими. Такие ситуации обычно возникают в связи с острыми проблемами, испытываемыми ребёнком, учащимся, студентом, поэтому в таких случаях действия педагога должны иметь явно выраженную корректирующую направленность. Из-за дефицита времени, которое можно использовать при решении задач коррекции, необходимо подбирать или изобретать такие методы обучения, которые дают требуемый (развивающий) эффект при их краткосрочном применении.

Это требование выделяет особый класс (импульсных) методов обучения. Они должны выражаться в таких резонансных воздействиях на учащегося, которые откроют ему возможность самостоятельно забегать далеко вперёд по сравнению с происходящим в текущем взаимодействии участников образовательного процесса. «Спусковым крючком» в содействии учащимся в их ага-реакциях, инсайтах, озарениях, резко меняющих учебную ситуацию, как раз и станет дозированная помощь в решении проблем, перед которыми они были в состоянии беспомощности. Таким образом, активные методы личностно ориентированного, корректирующего обучения, нацеленные на разрешение кризисных ситуаций, и по необходимости, и по факту оказываются искомыми методами эвристического обучения, соответствующими условиям современного мира. В частности, они положены в основу авторской концепции и программы математического воспитания дошкольников и являются важными элементами построенной автором педагогической теории устойчивости [3].

Литература

1. Новиков С.П. Вторая половина XX века и её итог: кризис физико-математического сообщества в России и на Западе // Вестник ДВО РАН. – 2006. – Вып. 4. – С. 3-22.

2. Арнольд В.И. Математика с человеческим лицом // Природа. – 1988. – № 3. – С. 117-119.

3. Ермаков В.Г. Педагогическая теория устойчивости: методологические очерки: монография. В 2-х т. / Под ред. Н.В. Гусевой. – Усть-Каменогорск, 2023. – 551 с.

4. Нечаев Н.Н. Профессионализм как основа профессиональной мобильности : Материалы к пятому заседанию методологического семинара 8 февраля 2005 г. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2005. – 92 с.

5. Ермаков В. Г. Авторская операционализация метода зачётов и его применение к решению проблемы школьной неуспешности // Красноярское образование: вектор развития. – 2022. – № 5. – С. 112-120.

6. Выготский Л.С. История развития высших психических функций // Собрание сочинений: в 6 т. Т. 3. – М.: Педагогика, 1983. – 368 с.

7. Ермаков В.Г. Стохастические методы обучения в авторской программе математического воспитания дошкольников // Красноярское образование: вектор развития. – 2023. – № 2 (7). – С. 27-34.

PROBLEMS OF USING HEURISTIC TEACHING METHODS IN MODERN CONDITIONS AND WAYS TO SOLVE THEM

Ermakov Vladimir Grigorievich, Gomel, Belarus

Abstract. The article shows that despite the high efficiency of heuristic learning methods, which has long been proven both in theory and in practice, the scope for using these methods is narrowing. Ways to create the necessary conditions for their application are indicated.

Keywords: *mathematical education, heuristic teaching methods, methodological problems.*

ПРЕИМУЩЕСТВА ПРИМЕНЕНИЯ КЕЙС-ТЕХНОЛОГИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Жукова Виктория Николаевна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: v.zhukova.lnu@gmail.com
Филина Богдана Александровна,
студент
e-mail: 6681508@gmail.com
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, РФ

Аннотация. В статье исследуются преимущества применения кейс-технологий в обучении математике в условиях современных образовательных стандартов. Показано, что кейсы сближают теорию и практику, способствуют формированию математического моделирования, критического и творческого мышления, а также развивают коммуникативные и рефлексивные навыки учащихся.

Ключевые слова: *кейс-технологии, обучение математике, практическая значимость, развитие критического мышления, методы активного обучения, образовательные технологии.*

В последние годы российская система образования претерпевает значительные изменения, связанные с введением новых федеральных образовательных стандартов, ориентированных не только на освоение конкретных предметных знаний, но и на развитие универсальных учебных навыков, таких как умение анализировать информацию, работать с разными источниками, планировать и оценивать собственные действия [1;5;6;7]. В условиях цифровизации, усложнения социальных и экономических процессов, а также возрастающей роли математики как основы научно-технического прогресса возрастает потребность в поиске педагогических технологий, способных стимулировать самостоятельность учащихся, их критическое и творческое мышление, а также повышать мотивацию к изучению предмета.

Одним из эффективных инструментов достижения этих целей является кейс-метод (case-study). Эта педагогическая технология позволяет моделировать реальные или приближённые к реальным ситуации, требующие от учащихся не только применения математических знаний, но и анализа информации, поиска альтернативных решений, коллективного обсуждения и аргументации выбранной стратегии. Применение кейс-метода способствует интеграции теоретических знаний с практическими задачами, развивает алгоритмическое и критическое мышление, коммуникативные навыки и умение самостоятельно принимать решения в сложных и неопределённых ситуациях.

Актуальность исследования обусловлена современными требованиями к школьному математическому образованию, направленными на развитие практических навыков, критического и творческого мышления, а также способности применять знания в реальных жизненных ситуациях. Традиционные методы обучения часто ограничиваются репродуктивными упражнениями, что снижает мотивацию учащихся и затрудняет формирование устойчивых компетенций. В этих условиях кейс-технологии выступают инструментом, способным объединить теорию и практику, стимулировать познавательную активность и создавать условия для формирования универсальных учебных навыков.

Цель исследования заключается в выявлении и систематизации ключевых преимуществ использования кейс-технологий в обучении математике.

Преимущества применения кейс-технологий на уроках математики рассмотрены в исследовании С. Ю. Ланиной, где показано, что использование кейсов способствует установлению связи между теорией и реальными ситуациями, повышая практическую значимость предмета и формируя у учащихся навыки математического моделирования и интерпретации результатов [2]. В статье также выделяются различные типы кейсов: практические кейсы помогают структурировать учебный материал через последовательность взаимосвязанных задач, что облегчает усвоение сложных тем и развивает алгоритмическое мышление; исследовательские кейсы стимулируют творческое мышление, способствуют развитию критического анализа и помогают учащимся осознанно выбирать оптимальные решения.

В данной работе С. Ю. Ланина также указывает на методологические особенности, которые только подтверждают преимущество этого метода, такие как:

- приближение математических задач к реальным ситуациям снижает барьер между теорией и практикой;
- использование обучающих кейсов, основанных на уже изученном материале с элементом новизны, обеспечивает баланс между повторением и закреплением знаний;
- исследовательские кейсы расширяют междисциплинарные связи и позволяют учащимся получать дополнительную информацию, связывая математические знания с другими предметами [2].

Анализ этих положений показывает, что методическая структура кейсов формирует у школьников не только практические умения, но и когнитивные навыки более высокого уровня. На наш взгляд, интеграция таких подходов в процесс обучения позволяет: повысить мотивацию учащихся за счёт практической значимости заданий; развить критическое и творческое мышление через анализ нестандартных ситуаций; улучшить умение работать в команде и аргументировать собственную позицию.

Также преимущества кейс-технологий на уроках математики рассматривает С.Р. Мугаллимова, которая в своей статье подчеркивает, что основным преимуществом использования кейс-технологий на уроках математики является их способность преодолевать традиционную абстрактность предмета и помещать математические задачи в контекст реальной жизни или проблемы. Этот подход позволяет учащимся развивать функциональные навыки, показывая им, как математика используется для решения практических задач в реальном мире, от экономических расчетов до технического моделирования, что значительно повышает мотивацию. Кроме того, тематическая технология позволяет эффективно дифференцировать обучение, поскольку она основана на системе различных уровней сложности, которая ведет учащихся от простых вопросов о воспроизведении знаний к сложным вопросам, требующим анализ, синтез, доказательства и предположения. Это обеспечивает планомерный рост для учащихся с разным уровнем подготовки. Важным преимуществом является формирование адаптивных навыков. Кроме того, наличие эвристического элемента в заданиях с отсутствующими или противоречивыми данными, а также открытых задач превращает обучение в исследование, что значительно повышает познавательную активность. Таким образом, несмотря на кажущуюся традиционность математики с ее единственно верными ответами, кейс-технологии открывают путь к созданию современного, интерактивного урока, который воспитывает не просто решателей типовых задач, а мыслящих людей, способных применять математику в сложных и неоднозначных ситуациях [3].

На наш взгляд, выводы С. Р. Мугаллимовой подтверждают, что системное использование практических и исследовательских кейсов в школьной математике способствует формированию у учащихся комплекса компетенций: критического и творческого мышления, умения работать с информацией, навыков коллективного обсуждения и аргументации.

В. И. Нефедова рассматривает кейс-технологии как инновационный подход к обучению математике, подчёркивая их отличие от традиционных методов за счёт акцента на развитии навыков решения проблемных задач и коллективной деятельности учащихся [4]. В то же время автор справедливо отмечает ограничения метода: кейсы не могут полностью заменить традиционные упражнения, их применение должно учитывать цели урока, характер материала и уровень подготовки школьников.

Анализ этих положений позволяет сделать несколько важных выводов для нашей работы. Во-первых, комбинирование кейсов с традиционными методами обеспечивает более сбалансированное и эффективное обучение. Во-вторых, использование кейс-технологий создаёт условия для формирования нестандартного, нетипичного мышления, что особенно важно в современном образовательном контексте. На наш взгляд, именно этот подход обеспечивает интеграцию практических и теоретических знаний, повышает мотивацию учащихся и способствует формированию устойчивых навыков, востребованных как в учебной, так и в профессиональной деятельности.

Подводя итоги вышесказанного, можно сделать выводы, что ключевыми преимуществами использования кейс-технологий в преподавании математики является их комплексное влияние на образовательный процесс, преодоление ограниченности традиционного подхода и целенаправленное формирование функциональных математических знаний. Это достигается за счет того, что кейсы помещают абстрактные математические задачи в определенный жизненный, профессиональный или проблемный контекст, тем самым преодолевая изоляцию предмета от практики. Такой подход не только демонстрирует прикладную важность математики и повышает мотивацию учащихся, но и формирует устойчивые навыки математического моделирования, когда учащиеся учатся переводить реальные ситуации на язык математики, анализировать и интерпретировать полученные результаты.

Наиболее важным аспектом является развитие системы мышления более высокого порядка. В отличие от стандартных упражнений, тематические исследования требуют от учащихся не воспроизведения заученных алгоритмов, а участия в самостоятельных действиях по решению проблем. К ним относятся анализ и синтез информации, способность определять существенное и устанавливать междисциплинарные связи, а также развитие критического и творческого мышления с помощью гипотез, построение нескольких моделей и осознанный выбор оптимального решения. В то же время кейсы, построенные как последовательность взаимосвязанных задач, структурируют сложный материал и развивают алгоритмическое и логическое мышление, а рефлексия процесса принятия решений способствует развитию когнитивных способностей, таких как планирование, самооценка и коррекция своих действий.

Групповая работа над кейсом развивает коммуникативные навыки, например умение аргументировать свою позицию, вести конструктивную дискуссию, анализировать чужие решения и приходить к коллективному результату.

Данный метод существенно повышает и учебную мотивацию благодаря практической значимости задач, игровым и творческим элементам, а также эвристическому потенциалу кейсов, который превращает учебу в увлекательное исследование.

Таким образом, кейс-технологии трансформируют урок математики из системы передачи абстрактных знаний в современную, интерактивную образовательную площадку, которая воспитывает не просто решателей типовых задач, а мыслящих людей, способных применять математический аппарат в сложных и неоднозначных жизненных ситуациях, при условии методической грамотности учителя и продуманности учебного процесса.

Литература

1. Достижение метапредметных результатов в рамках изучения предметов математического блока (основное общее образование): методические рекомендации / Л.О. Рослова, Е.Е. Алексеева, Е.В. Буцко; под ред. Л.О. Рословой. – М.: ФГБНУ «Институт стратегии развития образования», 2023. – 73 с. URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/12/meta_matematika_01.pdf (дата обращения: 07.12.2025).

2. Ланина С.Ю. Использование кейс-заданий на уроках математики // Ученые записки университета им. П.Ф. Лесгафта. 2022. – № 11(213). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-keys-zadaniy-na-urokah-matematiki?ysclid=mikl9ljlo7938552646 (дата обращения: 06.12.2025).

3. Мугаллимова С.Р. Методика разработки учебных кейс-заданий для будущих учителей математики // Вестник Сургутского государственного педагогического университета. 2018. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-razrabotki-uchebnyh-keys-zadaniy-dlya-buduschih-uchiteley-matematiki?ysclid=miklqfy5qr301184355 (дата обращения: 06.12.2025).

4. Нефедова В.И. Использование кейс-технологий на уроках математики // Интерактивная наука. 2022. – № 7(72). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-keys-tehnologiy-na-urokah-matematiki?ysclid=miklscl0y2136185433 (дата обращения: 07.12.2025).

5. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утв. приказом Минпросвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287). URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027?index=3 (дата обращения: 05.12.2025).

6. Федеральный закон от 19 декабря 2023 г. № 618-ФЗ «О внесении изменений в Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации». URL: http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202312190026 (дата обращения: 05.12.2025).

7. Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации». URL: http://publication.pravo.gov.ru/document/0001201212300007?pageSize=50 (дата обращения: 05.12.2025).

ADVANTAGES OF USING CASE STUDIES IN MATHEMATICS LESSONS

Zhukova Victoriia, Filina Bogdana

Abstract. The article explores the advantages of using case-based technologies in teaching mathematics in the context of modern educational standards. It shows that cases bring together theory and practice, promote the development of mathematical modeling, critical and creative thinking, and enhance students' communication and reflection skills.

Keywords: *case-based technologies, mathematics education, practical significance, critical thinking development, active learning methods, and educational technologies.*

ДИСТАНЦИОННАЯ ОЛИМПИАДА КАК ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ПРИЁМ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПРЕДМЕТНОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Ганжа Елена Ивановна,
кандидат физико-математических наук, доцент,
e-mail: eiganzha@mail.ru
Журавлева Наталья Александровна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: zhuravlevanataly@mail.ru
ФГБОУ ВО «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», г. Красноярск, РФ

Аннотация. Статья посвящена развитию студенческого олимпиадного движения на примере дистанционной олимпиады по молниеносному решению математических задач «Стрекоза» для будущих педагогов. Представлены олимпиадные задания различных типов и уровней сложности и их решения с использованием «эвристик».

Ключевые слова: *эвристика, студенческие олимпиады, олимпиадные задачи.*

Студенческое олимпиадное движение в России стремительно развивается. По мнению Т.Э. Захаровой «с каждым годом все больше вузов включается в эту работу; вузы расширяют количество олимпиад, в которых участвуют их студенты; увеличивается число вузов, которые становятся организаторами олимпиад сами или являются базовыми площадками для проведения олимпиаде других вузов» [3].

Такая динамика обусловлена не только увеличением числа участников и организаторов, но и изменениями в подходе к обучению математике, поскольку олимпиады стимулируют творческий потенциал, предлагая оригинальные задачи, которые выходят за рамки стандартных. Успех здесь зависит не столько от обширных теоретических знаний, сколько от умения находить нестандартные подходы и быстро выявлять ключевую идею решения [6].

Одним из примеров активного развития олимпиадного движения в российском образовании является дистанционная олимпиада по молниеносному решению математических задач «Стрекоза», появившаяся в Красноярском государственном педагогическом университете им. В.П. Астафьева в 2013 году для студентов института математики, физики и информатики. За годы своего существования олимпиада усовершенствовалась и с 2024 года приобрела статус Всероссийской олимпиады для студентов педагогических вузов. Специфика этой олимпиады заключается в молниеносном решении 33 задач школьного курса математики разных уровней сложности за 40 минут, чем и объясняется ее название [4].

Помимо организационного аспекта, необходимо уделять внимание качеству заданий и процессу подготовки студентов. Важно учитывать, что универсального способа решения олимпиадных задач не существует: число подходов непрерывно растёт. Нередко одна задача допускает разные методы либо их комбинации. Преподавателям важно не только передать знания и развить необходимые компетенции, но и вдохновить студентов на их творческое применение [2, с. 246].

Отсутствие единого алгоритма решения олимпиадных задач заставляет преподавателей искать новые пути активизации творческих возможностей студентов. Одним из эффективных способов выступает «эвристика», под которой вслед за Г.И. Саранцевым будем понимать «всякий способ, применение которого может привести к отысканию нужного метода решения задачи» [7, с. 28]. При решении олимпиадных задач как раз и возникают эвристики – интуитивные догадки, позволяющие найти способ решения. Эвристическая деятельность включает в себя не только поиск решений, но и способность анализировать ситуацию, строить гипотезы, творчески мыслить и достигать поставленных целей. Овладение такими навыками обеспечит успех не только в студенческие годы, но и станет залогом эффективной профессиональной деятельности в будущем [5].

А.О. Бобрович и В.И. Черняк выделяют такие особенности эвристических заданий, как повышение интереса и мотивации к освоению математики; активизации познавательной работы и личностного роста студентов; углубленное понимание изучаемых математических концепций; формирование практических навыков применения теории; развитие умения эффективно пользоваться разнообразными ресурсами, включая современные технологии [1].

Рассмотрим примеры задач различных типов и уровней сложности, представленных на молниеносной олимпиаде «Стрекоза» в 2025 году и составленных в соответствии с принципами сбалансированности, краткости, доступности и динамичности.

Задача 1 (базовый уровень сложности, 1 балл). В вазе находятся черные и белые шары. Всего 20 шаров. Среди любых 14 шаров найдется хотя бы один белый, а среди любых 8 найдется хотя бы один черный шар. Сколько черных шаров в вазе?

Эвристика: перевести смысл логического высказывания на язык неравенств.

Решение. Пусть n – число черных шаров. Из условия «среди любых 14 шаров найдется хотя бы один белый» вытекает, что $n < 14$. Из условия «среди любых 8 шаров найдётся хотя бы один черный шар» следует, что $n > 12$. Справедливость обоих неравенств легко доказать методом от противного. Из системы неравенств $\begin{cases} n < 14 \\ n > 12 \end{cases}$ получаем, что $n = 13$.

Ответ: 13.

Задача 2 (продвинутый уровень сложности, 2 балла). Юра и Миша вышли в 8:00 из дома и пошли в школу пешком. Пройдя четверть пути Юра вспомнил, что забыл учебник, вернулся домой и пришел в школу с 5 минутным опозданием. Миша пришел за 5 минут до урока. За сколько минут до начала урока мальчики вышли из дома, если шли с постоянной скоростью весь путь.

Эвристика: использовать прямо-пропорциональную зависимость времени от пути (при движении с одинаковой скоростью).

Решение. Пусть t – время, за которое Миша прошел путь S – от дома до школы. Тогда Юра прошёл от дома до школы путь $S+\frac{1}{4}S+\frac{1}{4}S=1{,}5S$. Следовательно, Юра был в пути время $1{,}5t$, так как мальчики шли с постоянной скоростью весь путь. Поскольку оба мальчика вышли в 8:00, а Юра пришел в школу на 10 минут позже Миши, получаем уравнение $1{,}5t-t=10$. Отсюда $t = 20$ мин. То есть Миша был в пути 20 минут, а по условию он пришёл за 5 минут до начала урока. Значит урок начался в 8:25. Получаем, что мальчики вышли из дома за 25 минут до начала урока.

Ответ: 25.

Задача 3 (повышенный уровень сложности, 3 балла). На координатной плоскости отмечены 8 точек (рис. 1). Через какое наибольшее количество отмеченных точек может проходить график четной функции?

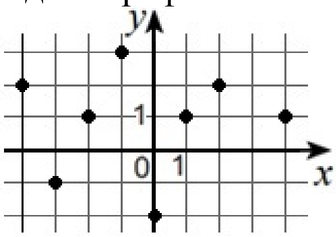


Рисунок 1 – Рисунок к задаче 3

Эвристика: использовать вид графика четной функции и определение функции.

Решение. График четной функции $f(x)$ симметричен относительно оси ординат. Это означает, что точки $(x; f(x))$ и $(-x; f(x))$ лежат на графике функции для любого x из области определения функции $f(x)$. Если график четной функции пройдет через две отмеченные точки (1; 1), (– 1; 3), то он проходит и через симметричные относительно оси ординат точки (– 1; 1), (1; 3), тогда в точках с абсциссами 1 и – 1 будет два значения функции, что противоречит определению функции, а значит график может содержать только одну из этих точек. Аналогичное утверждение верно для пары точек (2; 2), (– 2; 1) и для пары точек (4; 1), (– 4; 2). Мы показали, что график четной функции может проходить только через 3 точки из 6 точек, отмеченных в верхней полуплоскости. Через две точки, лежащие в нижней полуплоскости, может проходить график четной функции, так как одна из точек лежит на оси ординат, а вторая точка с координатами (– 3; – 1). То есть можем положить $f(3) = -1$, так как ни одна из отмеченных в верхней полуплоскости точек не имеет абсциссу 3. Таким образом, наибольшее количество отмеченных точек, через которое может проходить график четной функции – 5.

Надо взять, например, функцию (определенную при $x \le 0$), график которой проходит через 5 точек левой полуплоскости. Это возможно, так как среди указанных точек нет двух точек с одинаковыми абсциссами. А затем отобразить полученный график симметрично относительно оси ординат.

Ответ: 5.

Задача 4 (высокий уровень сложности, 5 баллов). Собрана конструкция из кубиков (рис. 2), находящаяся в поле земного притяжения, в ней не используются никакие способы сцепления кубиков между собой. Какое наименьшее количество кубиков понадобится для построения такой конструкции?

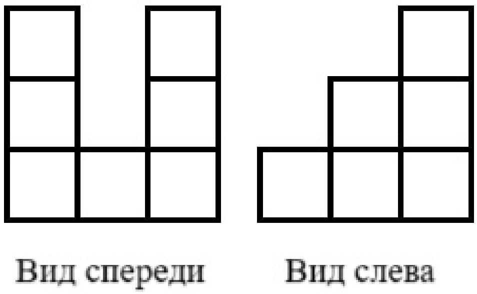


Рисунок 2 – Рисунок к задаче 4

Эвристика: разбить конструкцию из кубиков на слои.

Решение. Разделим конструкцию кубиков на 3 слоя: ближний, средний, дальний. Выясним вид каждого слоя с учетом требования минимальности количества кубиков. Исходя из вида спереди и вида слева, ближний слой должен иметь вид, представленный на рис. 3, поскольку в среднем и дальнем слоях нет кубиков на верхнем уровне. Тогда в ближнем слое наименьшее количество кубиков – 6. Для среднего слоя, исходя из вида слева, подходят два вида средних слоев на рис. 3, выбираем любой. Тем самым в среднем слое наименьшее количество кубиков – 2. Теперь легко построить вид дальнего слоя, используя 1 кубик. Таким образом, наименьшее количество кубиков 9.

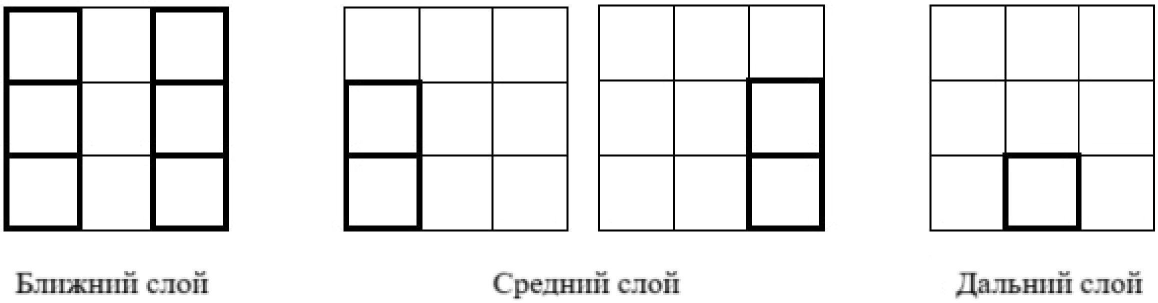


Рисунок 3 – Рисунок к решению задачи 4

Ответ: 9.

Дистанционный формат олимпиады открывает доступ разным регионам к образовательным ресурсам, позволяя студентам получать знания и опыт, выходящие за пределы традиционного учебного процесса, создает дополнительный стимул для углубленного изучения математических дисциплин, формирует положительную мотивацию к профессиональному росту, что способствует повышению уровня предметной подготовки студентов педагогических вузов. Активное развитие студенческих олимпиад создает благоприятные условия для совершенствования системы высшего образования в России, обеспечивая интеллектуальный рост студентов и усиление конкурентоспособности отечественных университетов.

Литература

1. Бобрович, А.О. Об эвристических заданиях при обучении математике будущих инженеров / А.О. Бобрович, В.И. Черняк // Научно-методические основы формирования функциональной грамотности: теория и практика современной школы: сборник докладов II Всероссийской с международным участием научно-практической конференции 23-24 ноября 2023 г. – Коломна: ГСГУ, 2024. – С. 23-27.

2. Демидова, И.Н. Студенческая олимпиада по математике как один из инструментов улучшения оценки качества образования [Электронный ресурс] / И.Н. Демидова // Цивилизационные перемены в России: материалы XIV Всероссийской научно-практической конференции 29 ноября 2024. – Екатеринбург: УГЛТУ, 2024. – С. 244-248. – Режим доступа: https://elar.usfeu.ru/bitstream/123456789/13515/1/C_24_36.pdf – Дата обращения: 07.12.2025.

3. Захарова, Т.Э. Об опыте организации межвузовских олимпиад по математике для студентов первого курса / Т.Э. Захарова // Актуальные вопросы образования. – 2024. – № 1. – С. 86-91.

4. Кейв, М.А. Олимпиада по молниеносному решению математических задач как психолого-педагогический феномен / М.А. Кейв, Н.А. Журавлева, Е.И. Ганжа // Сибирский педагогический журнал. – 2024. – № 1. – С. 26-39.

5. Лизунков, М.С. Эвристические технологии как средство формирования познавательного интереса у обучающихся средних общеобразовательных организаций при изучении алгебры и начал математического анализа / М.С. Лизунков // Эвристическое обучение математике: сборник трудов VII Международной научно-методической конференции, Донецк, 19–21 декабря 2024 г. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2024. – с. 48-53.

6. Саженков, А.Н. Студенческие математические олимпиады – средство развития у студентов математического творческого потенциала / А.Н. Саженков, Т.В. Саженкова // МАК-2018: сборник трудов всероссийской конференции по математике с международным участием, Барнаул, 28 июня – 1 июля 2018 г. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2018. – С. 272-274.

7. Саранцев, Г.И. Эвристики в школьном курсе геометрии / Г.И. Саранцев // Математика в школе. – 2008. – № 4. – С. 28-34.

DISTANCE OLYMPIAD AS A HEURISTIC METHOD FOR IMPROVING THE QUALITY OF SUBJECT-BASED TRAINING FOR STUDENTS OF PEDAGOGICAL UNIVERSITIES

Ganzha Elena, Zhuravleva Nataliya

Abstract. This article explores the development of the student Olympiad movement, using the example of the «Dragonfly» distance learning Olympiad for lightning-fast mathematical problem solving for future teachers. Olympiad problems of various types and difficulty levels are presented, along with solutions using heuristics.

Keywords: *heuristics, student Olympiads, Olympiad problems.*

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА»

Иванова Екатерина Николаевна
аспирант
ekatklim15@yandex.ru
Санкт-Петербургская академия постдипломного педагогического образования, Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. В статье рассматривается авторская методика работы с математической задачей, включающая этапы «узнавание», «достраивание», «конструирование», «описание», приводится пример системы задач, направленных на освоение темы «Чётные функции» посредством эвристических технологий.

Ключевые слова: *эвристические технологии, обучение математике в школе, функциональная линия, система качественных задач, математическое определение, чётная функция.*

В условиях реализации требований государственных образовательных стандартов и национальных целей развития современного школьного математического образования, всё большую значимость приобретают учебные технологии, нацеленные на развитие профессионально-ориентированных навыков и умений обучающихся. Это подтверждается нормативными документами федерального уровня – «Концепцией развития математического образования в Российской Федерации» [2], проектом «Концепции технологического просвещения (математическое и естественно-научное образование) как способа укрепления технологического суверенитета страны» [3]. Получение математических знаний не должно быть формальным освоением теоретических основ, но «осознанным и внутренне мотивированным процессом» [2]. Результатом изучения того или иного предметного раздела должно являться в том числе формирование гибких межпредметных навыков, таких как аналитическое, системное и творческое мышление, любопытство и адаптивность в ситуации неопределенности, умения решать проблемы, работать с информацией. Одним из подходов, способствующих такому развитию, является метод *эвристического обучения*, использование *эвристических технологий*, где целью становится не столько привить навык следования алгоритму с опорой на теорию, сколько сформировать творческий подход к поиску путей решения задач. Однако такие технологии чаще всего применяются при решении геометрических задач, решении уравнений и неравенств и недостаточно при решении задач, связанных с исследованием функций и работе с графиками различных зависимостей. Между тем, функциональная линия учебного курса «Алгебра» является стержневой линией дисциплины, вокруг которой во взаимосвязи изучаются остальные предметные линии, а значит, особенно важно, чтобы её освоение было осмысленным, а не формальным. В этой связи потенциал методов эвристического обучения при изучении функциональной линии в школе представляется чрезвычайно перспективным.

Толковый словарь определяет эвристику как «совокупность приемов исследования, методику постановки вопросов и их решения; метод обучения при помощи наводящих вопросов, а также теорию такой методики» [8]. Методы эвристического обучения рассматриваются как «совокупность исследовательских методов, направленных на открытие, познание нового, ранее неизвестного» [4], также находим такое толкование как «система обучения, способствующая развитию у обучаемых находчивости, умения самостоятельно добывать знания, познавательной активности» [6]. Такой метод поиска решения задачи отчасти противопоставляется формальному и логическому решению, где каждое заключение выводится с помощью строгого математического доказательства или определения. Эвристическое обучение предполагает, что ученик не пассивный получатель информации, а активный исследователь, который открывает для себя новые закономерности.

Психологические и дидактические стороны эвристической деятельности были рассмотрены в работах В.И. Андреева, В.Н. Введенского, И.И. Ильясова, Ю.Н. Кулюткина, М.М. Левиной, О.К. Огурцовой, Д. Пойа, В.Н. Пушкина, Г.И. Саранцева, Е.И. Скафы, А.В. Хуторского и др.

Использованию эвристических технологий при обучении математике посвящены работы таких ученых, как Ж.Адамар, В.Г. Болтянский, В.М. Брадис, Б.В. Гнеденко, Ю.М. Колягин, А.Д. Мышкис, Д. Пойа, Г.И. Саранцев, Е.И. Скафа, А.Я. Хинчин, С.И. Шапиро и других. Один из способов формирования основ эвристической деятельности исследователи видят в обучении решению математических задач.

В работе В.Н. Введенского находим основные критерии отбора учебного материала для организации эвристической деятельности: материал должен быть доступен для учащихся, направлен на актуализацию знаний, должен обеспечивать возможность проблемных ситуаций на уроке и содержать задачи, способствующие развитию эвристической деятельности [1].

Н.В. Разуваева и Н.А. Демченкова определяют следующие типы таких задач при изучении функций: задачи с неполным или избыточным условием, задачи на обнаружение закономерностей, задачи на выявление оптимального способа решения, задачи на обнаружение противоречия, выдвижения гипотез и формулировку проблемы (проблемные задачи),

задачи на разработку алгоритмических и эвристических предписаний, исследовательские задачи, задачи логические [5].

Е.И. Скафа утверждает, что для формирования умения использования эвристических задач необходимо построение специальной системы таких задач, которая предполагает следующие этапы: актуализацию знаний, организацию мотивации, введение эвристических подсказок, наводящих вопросов, проверку сформированных умений и применение изученной математической теории в новых вариативных ситуациях [7].

Целью статьи является описание системы качественных задач, направленных на организацию эвристической деятельности с учащимися при освоении ими функциональной линии учебного курса «Алгебра», и, как следствие, развитие у школьников необходимых межпредметных и профессионально-значимых навыков.

Определим следующие этапы изучения функций и их свойств: этап работы с определением, этапы по формированию математического понятия: «узнавание», «достраивание», «конструирование», «описание». В процессе решения возможно использование подводящего диалога.

На первом этапе работы учитель предлагает учащимся корректное и удобное для работы определение того или иного понятия и посредством серии наводящих вопросов помогает «читать» это определение. Так, обучающиеся не заучивают точную формулировку, а вырабатывают навык анализа представленной информации: отвечая на ряд вопросов, приходят к пониманию, что означает каждое слово в определении, и как все слова работают в совокупности (выделяют значимые слова и словосочетания и слова, которые служат лексическим оформлением определения), осмысленно «открывают» для себя математическое понятие. На основе сформированного определения выполняются задачи следующих этапов.

Целью этапа «узнавание» является создание прочного фундамента знаний. Нельзя решить нестандартную задачу, не владея стандартными методами, поэтому эвристическая деятельность должна быть подготовлена и структурирована. Вследствие этого, этап включает в себя работу с информацией, представленной на графике или в формуле, работу по определению свойств функции по графику, сопоставление графика функции и формулы ее задающей, вычислительную работу с формулой.

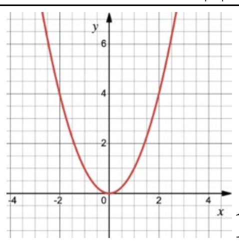
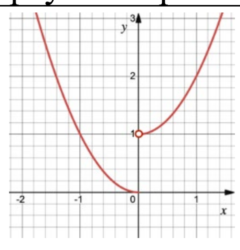
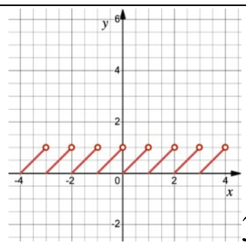
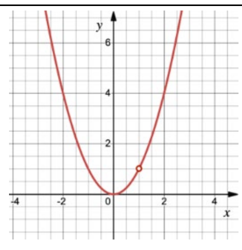
Целью этапа «достраивание» является формирование умения применять знания в измененной ситуации, применять творческий подход, видеть структуру объекта изучения и достраивать его по заданным условиям. Используются задачи с недостающими данными, частично построенные графики, задачи на исправление ошибок. Обучающийся в этом случае не воспроизводит знание, а использует его как инструмент для решения поставленной или возникшей в ходе решения проблемы. Он выдвигает гипотезы, проверяет их, осуществляет «целенаправленный поиск».

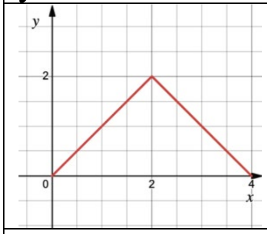
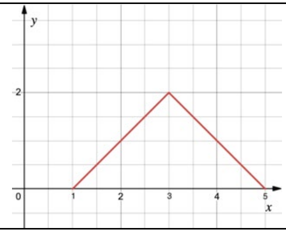
Этап «конструирование» развивает креативность и способность к самостоятельному исследованию: используются задачи на составление формул функций и построение графиков по заданному описанию, проектные задачи, создание собственных задач и моделей.

Этап «описание» является результирующим этапом, одним из самых сложных в обучении, на котором обучающийся должен предъявить устные или письменные аргументы в пользу выполненных шагов по решению задачи. Данный этап не выделяется отдельно, но выполняется одновременно с остальными этапами.

Приведем в качестве примера систему задач, направленных на освоение темы «Чётные функции» (задачи по работе с графиками, табл.1).

Таблица 1.

<table>
<tr><td colspan="4">Этап работы с определением чётной функции</td></tr>
<tr><td colspan="4">Определение. Функция $y = f(x)$ называется чётной, если:
1) вместе с каждым $x \in D(f)$: $-x \in D(f)$; 2) $f(-x) = f(x)$ для всех $x \in D(f)$.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Наводящие вопросы.
1. На что обращается внимание в первом условии? Что можно сказать об особенностях, структуре области определения чётной функции?
• Пусть $2 \in D(f)$. Можно ли утверждать, что еще какие-то числа принадлежат области определения?
• Пусть $[-2; -1] \in D(f)$. Можно ли утверждать, что $1,5 \in D(f)$?
Таким образом, мы подводим к выводу, что область определения чётной функции симметрична относительно 0.
2. На что обращается внимание во втором условии? (Сравниваются значения функции в точках с противоположными абсциссами и утверждается, что эти значения равны).
• $f(1) = 3$. Можно ли утверждать, что функция принимает значение 3 еще в какой-то точке?
Так, учащиеся могут выдвинуть гипотезу о том, что график чётной функции симметричен относительно оси Oy, и затем могут доказать её.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Этап «узнавание»</td></tr>
<tr><td colspan="4">Задача. Есть ли среди указанных ниже графиков график чётной функции? Ответ необходимо аргументировать.</td></tr>
<tr><td> 1)</td><td> 2)</td><td> 3)</td><td> 4)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Наводящие вопросы. 1. Что можно сказать про область определения каждой из функций, представленной графиками на рисунках?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">2.Найдется ли такая пара противоположных чисел, не удовлетворяющих условию (б) определения?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Этап «достраивание»</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задача. Достроить каждый из графиков до графика чётной функции на указанной области определения.</td></tr>
<tr><td> а) на [-4; 4]</td><td> б) на [-5; 5]</td></tr>
<tr><td colspan="2">Наводящие вопросы.
1. Каким свойством обладает график чётной функции? (Симметрия)
2. Построен ли график на всей указанной области определения?
3. Единственное ли решение имеет данная задача?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Этап «конструирование»</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задача. Построить график чётной функции на D(f) = [-5; 3] U [-1;1] U [3;5]</td></tr>
<tr><td colspan="2">Наводящие вопросы.
1. Можно ли построить график одновременно четной и возрастающей функции? Четной и неубывающей?
2. Можно ли построить график одновременно четной и периодической функции?</td></tr>
</table>

Аналогично, можно сформулировать задачи по работе с формулой: найти среди указанных формул соответствующую чётной функции, доопределить функцию с указанной областью определения до чётной, сконструировать формулу чётной функции по указанной области определения и другие.

Выполняя задания поэтапно, обучающиеся актуализируют знания по заданной теме, приобретают навык анализа информации, формулирования гипотез и их проверки, учатся «доопределять» ситуацию неопределенности, предлагать несколько вариантов решения проблемы, аргументировать представленные решения, развивают творческие навыки, конструируя математический объект по заданным условиям. При этом набор наводящих вопросов может варьироваться, исходя из уровня знаний и возможностей обучающихся.

Таким образом, разработанная система качественных задач, направленная на развитие эвристической деятельности обучающихся, может быть непосредственно внедрена учителями математики в практику работы при организации учебного процесса в массовой общеобразовательной школе в процессе реализации урочной и внеурочной деятельности любого уровня – как базового, так и углубленного.

Литература

1. Введенский, В.Н. Формирование эвристической деятельности старшеклассников в процессе обучения : Научно-методическое пособие / В.Н. Введенский. – Салехард : Ямало-Ненецкий окружной институт усовершенствования учителей, 1999. – 86 с.
2. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://docs.edu.gov.ru/document/b18bcc453a2a1f7e855416b198e5e276/ (дата обращения: 04.12.2025).
3. Концепция технологического просвещения (математическое и естественно-научное образование) как способа укрепления технологического суверенитета страны. [Электронный ресурс]. – Режим доступа:https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/01/konczepcziya_tehnologicheskoe-prosveshhenie.pdf (дата обращения: 04.12.2025).
4. Кузнецов, С.А. Большой толковый словарь русского языка. Авторская редакция. – СПб.: изд-во «Норинт», 2000. – 1536 с.
5. Разуваева, Н.В. Формирование приемов эвристической деятельности на примере изучения тригонометрических функций / Н.В. Разуваева, Н.А. Демченкова // Вестник магистратуры. – 2014. – № 9(36). – С. 37-44.
6. Русский язык как государственный [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://rus-gos.spbu.ru/index.php/words/show/18783 (дата обращения: 04.12.2025).
7. Скафа, Е.И. Методологический подход к пониманию роли эвристической задачи в математическом образовании школьников / Е.И. Скафа, М.В. Дрозд // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2017. – № 46. – С. 15-20.
8. Словарь русского языка: В 4-х т. / РАН, Ин-т лингвистич. исследований; Под ред. А.П.Евгеньевой – 4-е изд., стер. – Москва : Рус. яз.; Полиграфресурсы, 1999. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://feb-web.ru/feb/mas/mas-abc/30/ma474603.htm?cmd=0&istext=1 (дата обращения: 04.12.2025).

HEURISTIC TECHNIQUES IN MASTERING THE FUNCTIONAL COMPONENT OF THE SCHOOL ALGEBRA CURRICULUM

Ivanova Ekaterina Nikolaevna

Abstract. The article presents the author's methodology for working with mathematical problems, which includes the stages of "recognition," "completion," "construction," and "description." An example of a task system aimed at mastering the topic "Even Functions" through heuristic techniques is provided.

Keywords. *Heuristic techniques, school mathematics teaching, functional line, system of qualitative tasks, mathematical definition, even function.*

КОНТЕКСТНЫЕ ЗАДАЧИ КАК ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТ ФОРМИРОВАНИЯ ВЕРОЯТНОСТНОГО МЫШЛЕНИЯ У УЧАЩИХСЯ СТАРШИХ КЛАССОВ

Казанцева Виктория Николаевна
учитель математики
e-mail: Kazantseva2003Viktoria@mail.ru
МОУ «Гимназия №12» г.о. Саранск, г. Саранск, РФ

Аннотация: В статье рассматривается потенциал контекстных (практико-ориентированных) задач в эвристическом обучении теории вероятностей. Автор обосновывает тезис о том, что задачи, основанные на реальных или смоделированных жизненных ситуациях, выступают эффективным эвристическим инструментом, позволяющим учащимся самостоятельно открывать ключевые вероятностные понятия и закономерности. Описана структура и типология таких задач, стимулирующих исследовательскую деятельность, выдвижение гипотез и их вероятностную оценку. Приводятся конкретные примеры задач из областей медицины, спорта, финансов и социальных наук, а также методические рекомендации по их использованию для организации дискуссий и мини-проектов. Делается вывод о том, что системное применение контекстных задач способствует не только усвоению формального аппарата, но и развитию критического мышления и функциональной вероятностной грамотности.

Ключевые слова: *эвристическое обучение математике, теория вероятностей, контекстные задачи, вероятностное мышление, исследовательская деятельность, функциональная грамотность, методика преподавания.*

Современные тенденции развития математического образования, отраженные в направлениях работы конференции, акцентируют переход от репродуктивного усвоения знаний к их конструированию в процессе целесообразной деятельности. Эвристическое обучение (ЭО), будучи личностно-ориентированной технологией, идеально соответствует этой парадигме, поскольку его ядром является создание учащимися образовательной продукции в условиях заданной проблемной ситуации [2]. В контексте преподавания теории вероятностей, которая традиционно вызывает трудности из-за высокой степени абстрактности и парадоксальности некоторых результатов, эвристический подход становится особенно актуальным.

Одним из наиболее эффективных инструментов реализации ЭО при изучении вероятности являются контекстные задачи. В отличие от стандартных учебных задач на подсчет благоприятных исходов, контекстная задача погружает учащегося в упрощенную, но узнаваемую модель реального мира (контекст): медицинскую диагностику, спортивные турниры, финансовые риски, социальные исследования. Этот контекст служит не просто украшением, а источником проблемы, для решения которой необходимо самостоятельно сформулировать вероятностную модель, определить исходы, оценить их правдоподобие, применить или вывести правило.

Существует множество подходов к определению контекстных задач. М.А. Ахметов определяет их как задачи, раскрывающие связь учебного материала с различными сферами человеческой жизни – историей, литературой, практической деятельностью, – и тем самым подчёркивающие значимость предмета для человека и общества. По мнению О. М. Мясниковой, контекстные задачи – это задачи, содержание которых основано на ситуациях, часто возникающих в реальной бытовой, производственной или общественной жизни. Контекст создаёт условия для применения теоретических знаний и влияет на интерпретацию результатов. В данной статье мы опираемся на позицию В.А. Далингер, которая рассматривает контекстную задачу как задачу, направленную на разрешение стандартной или нестандартной ситуации (предметной, межпредметной или практической) путём поиска соответствующего способа решения с обязательным использованием математических знаний [3].

Таким образом, контекстная задача выступает в роли эвристической ситуации – отправной точки для учебного исследования. Учащийся не применяет готовый алгоритм, а занимается моделированием: переводит житейскую ситуацию на язык множеств и функций (вероятностной меры). В этом процессе естественным образом рождаются и осмысливаются понятия случайного события, относительной частоты, независимости, условной вероятности [1].

Можно выделить несколько типов задач, ориентированных на разные этапы эвристической деятельности.

1. Задачи на выдвижение и вероятностную оценку гипотез. Эти задачи направлены на формирование начального интуитивного понимания вероятности.

Пример: «*В гимназии № 12 городского округа Саранска с приближением Нового года разгорелась настоящая праздничная атмосфера. Ученики с нетерпением ждали новогодней лотереи «Подарки от Деда Мороза». В этом году в лотерее разыгрывалось 100 билетов, из которых 20 были выигрышными. Это создавало интригу и азарт среди учащихся, и каждый мечтал о том, чтобы стать обладателем заветного приза. Среди всех участников был и Вася, который всегда любил принимать участие в различных конкурсах и лотереях. Но на этот раз он решил подойти к вопросу более рационально. Прежде чем купить билет,* *он решил выяснить, какова вероятность выигрыша в этой лотерее. Он знал, что если вероятность будет ниже 0,2, то билет покупать не будет. Купил ли билет Вася?*» Эвристический потенциал: Задача провоцирует столкновение интуиции (кажущаяся высокая доля выигрышных билетов) с математической реальностью. Учащиеся выдвигают гипотезы, а затем ищут способ их проверки, подходя к необходимости расчета вероятности противоположного события или использованию схемы Бернулли.

2. Задачи на осознание и преодоление когнитивных искажений (например, «заблуждения игрока»).

Пример: «*В настольной игре для хода используется кубик. Последние 4 хода выпадало только 1 и 2. Игрок А говорит: «Следующим обязательно выпадет шестерка, потому что перевесит». Игрок Б говорит: «Следующим снова, скорее всего, выпадет малое число, раз такая „полоса“». Кто из них прав с точки зрения теории вероятностей? Как можно объяснить логику каждого из игроков? Придумайте эксперимент для проверки».* Эвристический потенциал: Задача выводит на обсуждение ключевой принцип независимости испытаний. Учащиеся должны аргументировать свою позицию, деконструировать бытовые представления о «законе средних чисел» и предложить экспериментальный (эмпирический) способ установления истины.

3. Задачи-кейсы на применение условной вероятности и формулы Байеса.

Пример: «*Известно, что тест на редкое заболевание имеет точность 99% (вероятность положительного результата при наличии болезни – 99%, вероятность отрицательного при ее отсутствии – 99%). Болезнь встречается у 1 человека из 1000. Человек получил положительный результат. Интуитивно оцените, какова вероятность, что он действительно болен? Теперь постройте математическую модель, рассмотрев гипотетическую группу из 100 000 человек. Объясните полученный парадоксальный с бытовой точки зрения результат*».

Эвристический потенциал: Яркий пример, где интуиция подводит. Учащиеся сначала дают интуитивную (часто неверную) оценку, а затем, следуя подсказке, строят таблицу сопряженности или дерево вероятностей. Они самостоятельно приходят к выводу о важности априорной вероятности (распространенности болезни) и открывают для себя байесовский подход к переоценке гипотез на основе новых данных.

Как реализовать эвристический потенциал таких задач?

1. Подача задачи как открытой проблемы. Учитель представляет контекст, минимизируя формальные указания. Вопросы формулируются как «Как вы думаете?», «Как можно оценить?», «Что нужно учесть?»

2. Организация групповой исследовательской деятельности. Работа в малых группах над такой задачей стимулирует мозговой штурм,

столкновение и обсуждение различных гипотез, коллективное построение модели.

3. Акцент на этапе рефлексии. После нахождения численного ответа критически важным является его интерпретация в исходном контексте: «Почему результат оказался не таким, как мы ожидали интуитивно?», «Как эта информация может повлиять на принятие решения (например, о повторной диагностике)?».

4. Связь с цифровыми инструментами (Направление 2 конференции). Моделирование задач в электронных таблицах (Google Sheets, Excel) или с помощью простого программного кода (Python) позволяет провести численные эксперименты, визуализировать распределения, проверить гипотезы на больших данных, что усиливает исследовательский компонент.

Систематическое включение контекстных задач в курс теории вероятностей трансформирует его из дисциплины по запоминанию формул в динамичную практику математического исследования реальности. В соответствии с идеями эвристического обучения, учащийся становится соавтором собственного знания: он открывает ограниченность житейских представлений о случайности, конструирует адекватные вероятностные модели и получает мощный инструмент для критического анализа информации в современном мире. Таким образом, контекстные задачи служат эффективным мостом между теоретической вероятностью, эвристической педагогикой и формированием столь востребованной сегодня функциональной (вероятностной) грамотности, что полностью соответствует целям и научным направления.

Литература

1. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. – Москва : Дашков и К°, 2020. – 472 с. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573173. – Библиогр.: с. 433–434. – ISBN 978–5–394–03595–1. – Текст электронный. (дата обращения: 30.11.2025)

2. Дириваянкина, О.В. Становление, сущность эвристического обучения в педагогической науке и практике / О.В. Диривянкина // Вестник Санкт-Петербургского университета МВД России. Серия: Гуманитрные и социальные науки. – 2006. – №4 (32). – С. 406-413.

3. Санина, Е.И. Контекстные задачи по математике как средство развития функциональной грамотности обучающихся / Е. И Санина, И. В. Насикан // Ученые записки Орловского государственного университета. Серия: Гуманитрные и социальные науки. – 2019. – №1 (82). – С. 308-310.

CONTEXTUAL TASKS AS A HEURISTIC TOOL FOR DEVELOPING PROBABILISTIC THINKING IN SENIOR STUDENTS

Victoria Kazantseva

Abstract: In her article examines the potential of contextual (practice-oriented) tasks in heuristic teaching of probability theory. The author argues that tasks based on real or simulated life situations are an effective heuristic tool, enabling students to independently discover key probabilistic concepts and patterns. The structure and typology of such tasks, which stimulate research, hypothesis generation, and their probabilistic evaluation, are described. Specific examples of tasks from the fields of medicine, sports, finance, and the social sciences are provided, along with methodological recommendations for their use in organizing discussions and mini-projects. It is concluded that the systematic use of contextual tasks contributes not only to the acquisition of formal apparatus, but also to the development of critical thinking and functional probabilistic literacy.

Keywords: *heuristic teaching of mathematics, probability theory, contextual problems, probabilistic thinking, research activity, functional literacy, teaching methodology.*

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «ОКРУЖНОСТЬ» КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНТУИЦИИ ШКОЛЬНИКОВ

Кашицына Юлия Николаевна
кандидат педагогических наук, доцент
kaschitsyna2010@yandex.ru
Глаголева Елена Владимировна
студент,
inivisibiliti@gmail.com
Государственного университета просвещения, г. Москва, РФ

Аннотация. В статье рассматриваются возможности использования темы «Окружность» как методического ресурса для формирования математической интуиции. Раскрываются особенности работы с окружностью в школе и её пригодность для построения проблемных ситуаций. Особое внимание уделено роли интуиции как источника гипотез и эвристике как набору приёмов, которые следует системно тренировать в учебном процессе. А также раскрываются особенности урока-исследования и критерии оценивания исследовательской деятельности.

Ключевые слова: *эвристическое обучение, математическая интуиция, мышление, школьное образование*.

В современной школе нередки две взаимосвязанные проблемы: с одной стороны – доминирование шаблонных приёмов и заученных алгоритмов, с другой стороны – дефицит навыков самостоятельного мышления. Проблемное обучение не для всех обучающихся, поэтому учителю часто не хватает времени на уроке для создание проблемных ситуаций. Учащиеся привыкли к заданиям «запиши доказательство», «сформулируй теорему» или «реши задачу по образцу» и зачастую не умеют выстраивать план исследования, предлагать вспомогательные построения или проверять частные случаи. Это особенно заметно при столкновении с нестандартными задачами, где привычные алгоритмы и действия не срабатывают.

Тема «Окружность» обладает исключительным педагогическим потенциалом. Окружность – геометрическая фигура, богатая множеством разных и взаимосвязанных свойств, которые легко иллюстрируются чертежом, что облегчает вхождение в тему для 5-6 классов, но при этом порождает множество усложнений и обобщений на уроках геометрии.

Учитель имеет возможность реализовывать задачи разного уровня: от наблюдательных и конструкторских до исследовательских и олимпиадных задач, не только на уроке, но и во внеурочной деятельности, при этом сохраняя общую тематическую нить. Кроме того, работа с окружностью естественно развивает навыки работы с рисунком как средством мышления: добавление вспомогательных линий, поиск инвариантов, а также переходы к аналитическим описаниям через координаты, векторы или комплексные числа.

Множественность представлений создаёт идеальную среду для тренировки интуиции: некоторые свойства легче увидеть синтетически (через построение дополнительных хорд и радиусов), другие – алгебраически (через уравнение окружности), третьи – через динамическую визуализацию (изменение положения точки на окружности и наблюдение за зависимостями).

Под математической интуицией здесь понимается не мистическая «чувственность», а сформированная у учащегося способность невербально прогнозировать и распознавать математические закономерности, опираться на модели при выводе гипотез и выбирать наиболее продуктивные ходовые приёмы до формального доказательства.

Проблему возникновения решения задачи, условия которой задаются обычно наглядно изучал В.Н. Пушкин на примере решения шахматных задач. В его понимании интуиция рассматривается как быстророждаемое, часто не полностью осознаваемое когнитивное явление [3].

А. Пуанкаре в своей работе «Интуиция и логика в математике» характеризует её как сознательно развиваемую и педагогически управляемую способность. Анри различает интуицию и логику не как противоположности, а как две фазы одной и той же математической деятельности: интуиция выдвигает идеи, образы и предположения, а логика их упорядочивает и верифицирует. В трактовке Пуанкаре интуиция – это быстрый, часто неосознаваемый акт слияния образов и отношений, который позволяет «увидеть» возможное направление рассуждения или конструкцию. Логика же приходит на смену интуиции для того, чтобы превратить эти «видения» в убедительное, проверяемое знание. Для учебной практики важно усвоить именно эту двойственность: интуиция порождает гипотезу, а метод обучения – способствует её проверке и оформлению [4].

Из Пуанкаре вытекает и важное различие видов интуиции: геометрическая (образная, пространственная) и аналитическая (отношенческая, структурная). Геометрическая интуиция особенно проявляется при работе с наглядными объектами, где форму и взаимное расположение легче увидеть целиком, а аналитическая интуиция проявляется в умении предчувствовать свойства структур и операций [4].

Формирование интуиции требует специально организованных ситуаций: проблемных задач, экспериментов на чертеже и в DGS (динамической геометрии), заданий с вариациями конфигураций и стимулирующих вопросов («что, если…», «можно ли провести…», «что остаётся неизменным при…»). Важно сочетать свободное исследование и последующее формальное осмысление.

В школьном обучении это означает, что развитие интуиции нельзя сводить к формальной отработку алгоритмов, требуется создавать условия для свободной генерации гипотез, их быстрой проверке в частных случаях и последующей систематизации в строгие рассуждения.

Если интуиция подталкивает ученика к предположению, задача учителя – организовать этапы, где это предположение подвергается экспериментальной проверке (на чертеже, в DGS, аналитическим вычислением) и формальной аргументации. Таким образом, интуиция выступает как источник проблем и гипотез, а школьный урок выполняет роль лаборатории для их преобразования в доказательства.

Эвристических подход в математическом образовании претендует как раз на воспроизведение этой динамики: не только демонстрация готовых доказательств, но и организация задачи как пространства для поиска и открытия. Эвристика, в этом контексте, рассматривается как набор приёмов, которыми пользуется интуиция и сознательное мышление при выдвижении и проверки гипотез.

По мнению А.В. Хуторского эвристическое обучение – это тип обучения учащихся поиску и созданию нового в их знаниях, умениях, способах деятельности и личностных качествах [6]. А эвристическая деятельность в работе «Эвристика – наука о творческом мышлении» А.В. Пушкина рассматривается как разновидность человеческого мышления, которая создаёт новую систему действий или открывает неизвестные ранее закономерности [3].

Сама же эвристика включает набор приёмов (аналогия, введение вспомогательных объектов, упрощение, переход к частному случаю и тд.), которые целесообразно тренировать последовательно в разных контекстах. Ключевой педагогической задачей является поощрение экспериментирования и одновременно формирование умения оформлять результаты в строгую доказательную форму. Также важны инструменты рефлексии: учащиеся должны учится фиксировать гипотезы, объяснять выбор направлений поиска и анализировать неудачные попытки как источник нового знания.

Организационные и методические рекомендации, согласующиеся с этой теорией, заключаются в использовании задач, которые могут быть сформулированы так, чтобы они порождали вопросы и давали возможность пробовать несколько стратегий решения.

Урок при этом не должен включать набор разрозненных задач, а наоборот продуманную линию упражнений: от задач, вызывающих простое наблюдательное озарение (на уровне «увидеть закономерность»), через задачи-упражнения, требующие сознательного выбора эвристики, до открытых исследовательских проблем, где учащийся формулирует гипотезы и проверяет их экспериментально. При оценивании необходимо учитывать не только итоговый правильный ответ, но и ход рассуждений: отдельные баллы за понимание условия (умение правильно обозначить элементы, изобразить чертеж), за грамотно сформулированную гипотезу, экспериментальную проверку (корректность построений, фиксирование частных случаев при их наличии), выбор и применение эвристики, грамотно оформленное доказательство, а также еза рефлексию (описание, почему были выбраны те или иные пути, что получилось и что нет).

Например, на уроке геометрии в 7 классе, при изучении темы «Окружность. Свойства хорд», всем нам известную теорему о пересечении диаметра и середины хорды под прямым углом можно взять за основу для организации полноценного урока-исследования:

– Постройте окружность с центром в точке O и произвольную хорду AB. Проведите из точки O перпендикуляр к AB (точку пересечения назовём M). В каком отношении разбилась хорда AB на отрезки AM и MB? Сформулируйте гипотезу и докажите её. (Рис. 1)

Эта задача направлена на отработку типичной формы эвристической деятельности: наблюдение → гипотеза → доказательство. Ученики или самостоятельно или при помощи учителя (с помощью проектора вывести на экран программу GeoGebra) рассматривают различные варианты построения, выдвигают гипотезу (индивидуально/парно/по группам) и далее выходят на строгое доказательство. С этим этапом, в зависимости от класса, учитель помогает наводящими вопросами.

Решение:

1. Гипотеза: $AM=MB$.
2. Проведем радиусы OA и OB.
3. Рассмотрим треугольники OAM и OBM: угол $OMA=90^0$ и угол $OMB=90^0$.
4. Заметим, что по определению радиусов $OA=OB$, общий катет OM, следовательно прямоугольные треугольники OAM и OBM равны по катету и гипотенузе.
5. => $AM=MB$ ч.т.д.
6. Вывод: перпендикуляр, опущенный из центра окружности на середину хорды, делит эту хорду пополам.

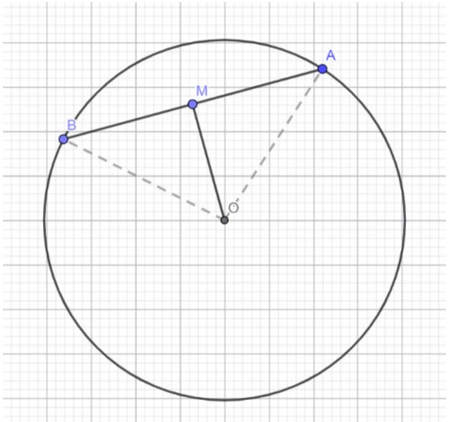


Рис. 1.

На этом же уроке можно дать следующую задачу следом за предыдущей:

– Дана окружность. Как с помощью циркуля и линейки найти её центр? Обоснуйте метод. (Рис. 2)

С её помощью мы уже не выведем существующую теорему или формулу. Но польза этой задачи будет заключаться как раз в грамотном развитии интуиции, потому что она переводит только что доказанную теорему в условия конкретной задачи, не говоря об этом напрямую, а также хорошо иллюстрирует метод обратного рассуждения («если мы уже знает, где находится центр…», «какие условия будут ему соответствовать…»).

Решение:

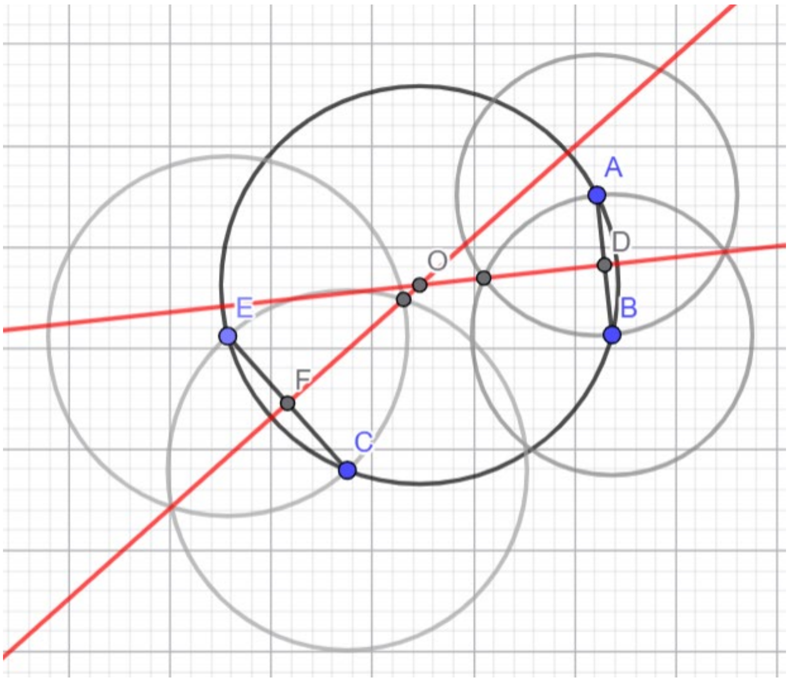


Рис. 2.

1. Проведём на окружности хорду AB.
2. Линейкой измерим хорду и поделим её пополам в точке D.
3. Строим перпендикуляр к хорде:
   а) с помощью циркуля строим две окружности с центром в точках A и B и радиусом равным длине хорды AB;

b) проводим прямую через точку пересечения двух полученных окружностей и точки *D*.

4. Повторяем пункты 1-3 для второй хорды *CE*.
5. В точке пересечения двух перпендикуляров отмечаем центр *O*.

Практическая ценность подобных задач очевидна: они хорошо вписываются в уроки при введении и закреплении понятий (диаметр, радиус, касательная, вписанный угол и тд.), служат эффективной формой мотивации на занятиях по геометрии, а также становятся содержанием кружковых занятий и подготовки к олимпиадам.

Тема «Окружность» не просто набор геометрических фактов, а мощный методический ресурс для формирования математической интуиции и практических эвристических умений, требуемых ФГОС.

Литература

1. Батяева, Т.А. Интуиция в математическом творчестве / Т.А. Батяева // Вестник науки и образования. – 2023. – № 5-1(136). – С. 49-54.
2. Колягин Ю.М., В.А. Оганесян, В.Я. Саннинский, Г.Л. Луканкин. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. Фак., пед.институтов. – Москва : Просвещение, 1975. – 462 с.
3. Пушкин В.Н. Эвристика-наука о творческом мышлении. – Москва, 1967, …
4. Пуанкаре А. О науке: Пер. с фр. / Под ред. Л. С. Понтрягина. – Москва : Наука, 1990. – 736 с.
5. Стоцкая, Т.Г. Проблема интуиции в математическом образовании / Т.Г. Стоцкая // Наука сегодня: реальность и перспективы: материалы международной научно-практической конференции, Вологда, 26 февраля 2020 года. – Вологда: ООО «Маркер», 2020. – С. 67-69.
6. Хуторской А.В. Эвристическое обучение: теория, методология, практика. Научное издание. – Москва: Международная педагогическая академия, 1998. – 266 с.

HEURISTIC PROBLEMS ON THE TOPIC "CIRCLE" AS A MEANS OF DEVELOPING MATHEMATICAL STUDENTS' INTUITIONS

Kashitsyna Yulia Nikolaevna

Glagoleva Elena Vladimirovna

Annotation. The article discusses the possibilities of using the topic "Circle" as a methodological resource for the formation of mathematical intuition. The features of working with the circle in school and its suitability for building problematic situations are revealed. Special attention is paid to the role of intuition as a source of hypotheses and heuristics as a set of techniques that

should be systematically trained in the educational process. It also reveals the features of the research lesson and the criteria for evaluating research activities.
Keywords: *heuristic learning, mathematical intuition, thinking, school education.*

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ ИГРОВЫХ МЕТОДОВ В ЦИФРОВОЙ СРЕДЕ MOODLE ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Козлов Степан Сергеевич,
студент,
email: kozlov.stepan.2016@mail.ru
Берсенева Олеся Васильевна,
кандидат педагогических наук, доцент
КГПУ им. В.П. Астафьева, г. Красноярск, Россия

Аннотация: В статье рассматривается возможность использования игровых методов в цифровой образовательной среде Moodle как средства реализации эвристического подхода при подготовке учащихся к ЕГЭ по математике. Обосновывается тезис о том, что синтез эвристических технологий, игровой механики и возможностей LMS «Moodle» преобразует подготовку из рутинного тренинга в активную познавательную деятельность, что способствует глубокому усвоению материала, развитию гибкого мышления и снижению экзаменационной тревожности.

Ключевые слова: *эвристические технологии, геймификация, игротехники, Moodle, ЕГЭ по математике, цифровое образовательное пространство, подготовка к экзаменам.*

Современная система подготовки к единому государственному экзамену (ЕГЭ) по математике зачастую характеризуется преобладанием репродуктивных методов обучения, направленных на нарешивание и отработку алгоритмов для решения того или иного типа задач. Такой подход, хотя и необходим, недостаточен для качественной подготовки к итоговому экзамену по математике и формированию системных, глубоких, гибких знаний и умений применять их в нестандартных ситуациях, что особенно критично для заданий второй части экзамена. В этой связи актуализируется поиск педагогических инструментов, направленных на активизацию учебно-познавательной деятельности обучающихся, а также ориентированных на снижение тревожности, повышения мотивация и личностной значимости к овладению знаний, особенно учитывая трудоемкость содержания школьного курса математики, требующую от учащихся повседневной самостоятельной работы [3]. Эффективным ответом на данный вызов является интеграция в систему подготовки обучающихся к ЕГЭ по математике игровых технологий обучения, реализуемыми в рамках цифровой обучающей среды, такой как Moodle.

Цель настоящей работы: теоретически обосновать и предложить практические пути реализации эвристического потенциала игровых методов в среде Moodle для подготовки школьников к ЕГЭ по математике.

Проблемами подготовки школьников к ЕГЭ по математике занимались такие исследователи, как А.С. Бабенко, Н.Л. Марголина, Л.О. Денищева, Р.Ю. Костюченко, Н.Б. Стрекалова, Е.А. Седова и др. Авторы отмечают, что традиционная подготовка часто носит репродуктивный характер и сталкивается с трудностями в формировании мотивации, системности знаний и умения применять их в нестандартных ситуациях [2]. При этом отметим, что при организации подготовки к экзамену необходимо учитывать особенности современного поколения выпускников. Так, А. Ю. Аксенова отмечает, что ключевой особенностью современных выпускников является клиповость мышления, высокая вовлеченность в цифровую среду, потребность в мгновенной обратной связи и игровых форматах взаимодействия [1]. Поэтому необходимо использовать потенциал цифровых сред, среди которых наибольшее распространение в образовательных учреждениях имеет Moodle.

Moodle открывает новые возможности для трансформации процесса подготовки обучающихся к ЕГЭ по математике. Это обусловлено тем, что данная среда представляет собой интерактивную платформу для организации деятельности по систематизации, формирования опыта решения различного типа задач, мотивации к осознанной подготовки для современного поколения. Интеграция игровых методов и элементов в эту платформу создает значительный эвристический потенциал для организации качественной подготовки выпускников к ЕГЭ по математике. Под эвристическим потенциалом в контексте нашего исследования мы понимаем способность среды Moodle стимулировать познавательную активность обучающихся, порождать новые образовательные траектории и личные стратегии решения задач, а также создавать условия для самостоятельного «открытия» обучающимися математических закономерностей и принципов. Этот потенциал реализуется через механизмы, которые трансформируют рутинную подготовку в творческий процесс: систему динамических сценариев, адаптивных кейсов, сторителлинга заданий и интерактивных симуляторов экзамена. В такой среде ученик не просто решает типовые задачи, а вовлекается в процесс поиска, где через игровые элементыт формируется гибкое, глубокое и личностно присвоенное понимание предмета, что является ключевым для успешной сдачи ЕГЭ.

Эвристическое потенциал игровых методов, интегрированных в Moodle раскрывается через конструирование учеником собственных смыслов и способов решения проблем. Как отмечают исследователи, заключается в организации изучения учебного материала в форме проблемного диалога, где учитель умышленно создаёт проблемную ситуацию, а обучающиеся анализируют её, рассуждают и делают выводы [4]. В контексте подготовки к ЕГЭ это означает:

1. Формирование исследовательской позиции. Обучающийся учится самостоятельно выявлять закономерности, преобразовывать условия задачи, выдвигать и проверять гипотезы.

2. Развитие метапредметных компетенций. Эвристика развивает критическое и логическое мышление, способность к анализу и синтезу, что напрямую влияет на успешность решения сложных задач.

3. Преодоление шаблонности. Подготовка перестает быть нарешиванием на шаблоны, а становится процессом открытия, что повышает устойчивость знаний и способность адаптироваться к новым формулировкам заданий.

Для того, чтобы эти условия выполнялись нами определены принципы использования игровых методов в процессе подготовки обучающихся к ЕГЭ по математике.

I. Принцип использования игровых элементов и игротехник.

Применение игровых элементов в Moodle при подготовке школьников способствует более глубокому пониманию сущности математических понятий и внутренних связей между ними, что является фундаментом для решения задач разной сложности. При этом, например игровые элементы (очков, бейджей, рейтингов) в основном повышает внешнюю мотивацию, а игротехники представляют собой целостные сценарии, моделирующие проблемные ситуации и вовлекающие ученика в процесс поиска решений. Их эвристический потенциал заключается в следующем:

1. Создание «безопасного» пространства для риска. В игре допустить ошибку не страшно, это часть процесса. Это поощряет экспериментирование и проверку неочевидных путей решения.

2. Проблематизация через сюжет. Учебная задача облекается в игровую форму, что делает проблему личностно значимой и стимулирует к ее разрешению.

3. Обратная связь как руководство к действию. Игровая среда предоставляет немедленную обратную связь, которая в эвристическом ключе не просто констатирует ошибку, а направляет мысль ученика, задает наводящие вопросы, предлагает дополнительные ресурсы.

Moodle, благодаря своей модульной архитектуре и активному сообществу разработчиков, предоставляет широкий спектр возможностей для реализации в нем игротехник и игровых элементов. Рассмотрим направления использования игровых элементов и техник его инструментов при организации подготовки к ЕГЭ по математике.

1. Использование стандартных элементов курса.

Ключевые игровые механики могут быть реализованы с помощью базового функционала платформы:

– условия завершения элементов курса и выдача «Бейджей». Завершение темы или набранный порог баллов автоматически отмечаются галочкой и могут сопровождаться выдачей виртуальной награды;

– ограничение доступа для создания сюжета. Можно настроить последовательное открытие материалов. Сначала ученик изучает конспект, затем проходит простой тест на понимание. Только после успешного прошения теста открывается доступ к интерактивному заданию или форуму для обсуждения. Это создает структуру квеста;

– глоссарий и Wiki для коллективного творчества. Учащиеся могут совместно создавать глоссарий хитрых приемов решения или «копилку ловушек ЕГЭ», куда каждый добавляет пример задачи, где чаще всего ошибаются. Учитель модерирует. Это развивает метакогнитивные навыки – умение анализировать собственное мышление;

– опрос и Choice для выбора стратегии. Перед разбором сложной задачи можно провести опрос, который активизирует предварительный анализ условия.

2. Интеграция интерактивных цифровых ресурсов (H5P).

Плагин H5P расширяет возможности для создания заданий, требующих активного исследования:

– интерактивное видео с контрольными вопросами внутри разбора превращает пассивный просмотр в диалог;

– задания Drag-and-drop (соопоставление, сборка алгоритма) позволяют визуализировать и проверить понимание структур и связей;

– диаграммы Венна, линии времени становятся наглядным инструментом для решения задач по теории вероятностей.

3. Специализированные плагины для организации геймификации.

Для прямой реализации игровой динамики существуют дополнительные модули:

– Level Up! или Game добавляют систему очков опыта и уровней, визуализируя прогресс через прогресс-бары;

– таблицы лидеров создают соревновательный элемент, который для минимизации риска демотивации можно адаптировать, введя номинации («За упорство», «За изящное решение»).

Таким образом, арсенал Moodle позволяет не просто разрозненно применять игровые элементы, но и интегрировать их в единую методическую систему, где каждый инструмент работает на общую цель – активизацию познавательной деятельности и поэтапное формирование экзаменационной компетенции.

II. Принцип интерактивности и права на ошибку.

Реализовать эвристический подход помогает применение различных цифровых образовательных ресурсов. Однако, как указывают специалисты, многие популярные открытые платформы для подготовки к ЕГЭ зачастую страдают от бессистемности, отсутствия качественной обратной связи и слабой методической основы [5]. В этой связи платформа дистанционного обучения LMS Moodle является идеальным полигоном для внедрения эвристических игротехник, так как представляет собой именно систему управления обучением, позволяющую преподавателю выстроить целостный, методически обоснованный курс с интерактивным взаимодействием всех участников. Её преимущества заключаются в:

1. Открытости и гибкости. Оно позволяет преподавателю проектировать нелинейные траектории обучения, создавать сложные ветвящиеся сценарии, что соответствует эвристической идее самостоятельного выбора пути познания.
2. Богатом арсенале инструментов для геймификации. Элементы позволяют визуализировать достижения и поддерживать вовлеченность.
3. Разнообразии элементов курса. Задания, лекции, глоссарии, опросы могут быть скомбинированы в единый игровой нарратив. При этом, как отмечается в исследованиях, информационные технологии позволяют создавать специфические эвристические задания (найди ошибку, дострой фигуру, вставь пропущенное выражение) и существенно сокращать время на их проверку, предоставляя учителю мгновенную аналитику [4].

III. Соответствие игрового контекста специфике содержания и типологии заданий ЕГЭ.

Данный принцип утверждает, что ядром любого игрового контекста в подготовке к ЕГЭ должно быть специфическое содержание экзамена и типология его заданий. Игра выступает не самоцелью, а точным инструментом для отработки экзаменационных компетенций. Рассмотрим на примерах реализацию данного принципа.

Во-первых, это привязка уровней к темам и типам заданий. Уровни соответствуют разделам и сложности заданий (от базовых до задач повышенной сложности). При этом каждый уровень концентрируется на конкретном заданий ЕГЭ, что помогает отработать шаблоны решений.

Во-вторых, использование системы достижений для фиксации освоения умений. Достижения присваиваются за применение конкретных методов или решение серий заданий определенного типа. Это превращает абстрактную цель «решать больше» в измеримые учебные результаты по отработке конкретных прототипов.

В-третьих, задействование механики «испытаний» для отработки комплексных заданий. «Испытания» моделируют сложные комбинированные задания, условия экзамена или же комплекс заданий ЕГЭ. Это тренирует не только знание тем, но и навык работы под ограничением по времени, повышая психологическую готовность.

В-четвертых, формирование коллекции для работы с теорией и ошибками. «Сбор» коллекций связан с освоением формул и анализом типичных ошибок. Система поощряет глубокое понимание материала и изучение разных способов решения, развивая гибкость мышления.

Эффективность игровых методов при подготовке к ЕГЭ можно оценить по двум ключевым критериям. После завершения учебного блока ученик должен чётко понимать какой содержательный раздел или тему он освоил и какие типы заданий, и конкретные умения у него улучшились.

Таким образом, опора на содержание и типологию экзамена превращает игровые методы в целевой педагогический инструмент. Каждый игровой элемент становится способом для формирования актуальных экзаменационных навыков, обеспечивая фокусированную и практико-ориентированную подготовку.

Нами разработана модель курса на платформе Moodle для подготовки к ЕГЭ по математике, реализующая пятиэтапный эвристико-игровой подход. Модель является методически целостной системой, где каждый этап подразумевает использование специфических инструментов платформы для достижения конкретных педагогических целей.

1. Этап погружения и навигации. Используются элементы Глоссария или Книги для создания интерактивной структуры курса. Настройка Ограничения доступа и Условий завершения позволяет реализовать принцип интерактивности, предоставляя обучающимся выбор траектории (базовый/профильный уровень) и визуализируя прогресс.

2. Этап освоения содержания. Теоретический материал конвертируется в интерактивные задания с использованием плагина H5P (карточки, кроссворды, задания на установление соответствий). Это реализует принцип соответствия контекста содержанию, переводя пассивное усвоение информации в активный процесс «добычи» ключевых понятий и формул, а также поддерживает принцип интерактивности и права на ошибку через немедленную обратную связь.

3. Основной этап формирования умений. Ключевой этап, максимально задействующий все три принципа. Стандартные элементы Теста, Задания и Урока в Moodle объединяются в нелинейные сценарии (Условия завершения, Ограничение доступа) для создания тематических квестов, соответствующих конкретным типам заданий ЕГЭ (принцип соответствия). Интеграция элементов геймификации через плагины (например, Level Up! для начисления очков опыта, Бейджи за успешное прохождение) реализует принцип использования игровых элементов. Сюжетная проблематизация и возможность экспериментировать в рамках «миссии» создают безопасное пространство для риска, что является частью принципа интерактивности и права на ошибку.

4. Этап контроля и симуляции экзамена. Используются Тесты Moodle с ограничением по времени для моделирования пробных вариантов ЕГЭ. Принцип соответствия контекста реализуется здесь напрямую, так как «боевые» задания соответствуют формату и сложности экзамена. Возможность организации командной работы (Чат, Форум) в формате «рейда» поддерживает принцип интерактивности.

5. Этап метакогнитивной деятельности. Инструменты Форума, Вики или Глоссария используются для организации совместного анализа

ошибок, обсуждения стратегий и создания коллективной базы знаний («копилка ловушек ЕГЭ»). Этот этап напрямую развивает метапредметные компетенции и исследовательскую позицию, заложенные в эвристическом подходе, и опирается на принцип интерактивности, поощряя учебное сотрудничество.

Синтез игровых методов и технологических возможностей LMS Moodle создает мощную образовательную экосистему для подготовки обучающихся к ЕГЭ по математике. Ожидаемыми результатами внедрения такой модели являются не только рост баллов на экзамене, но и формирование у обучающихся устойчивой познавательной мотивации, развитие навыков саморегуляции и креативного подхода к решению задач.

Использованная литература:

1. Аксенова А.Ю. и др. Персонификация обучения в современной школе: педагогический анализ. – 2021.
2. Бабенко А.С., Марголина Н.Л., Матыцина Т.Н. Влияние дистанционной формы обучения на уровень подготовки участников единого государственного экзамена по математике профильного уровня // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. – 2021. – Т. 27. – №. 2. – С. 143-148.
3. Жуковская А.А. Использование информационных технологий при подготовке к ЕГЭ по математике / А.А. Жуковская, Е.В. Сушкова // Естественные, математические и технические науки. Образование. Технологии. Инновации: Материалы Межрегиональной научно-практической студенческой конференции, Липецк, 07–28 апреля 2023 года. – Липецк: ЛГПУ имени П.П. Семенова-Тян-Шанского, 2023. – С. 135-140.
4. Коробкова А.А., Хромова Т.А., Татаринцева П.А. Эвристический метод дистанционного обучения в математике // Традиции и перспективы науки XXI века. – 2022. – С. 13-16.
5. Шурыгина И. В., Фунт И. П., Хуснуллина А. А. Использование LMS MOODLE для подготовки школьников к единому государственному экзамену по физике и математике // Вопросы педагогики. – 2020. – №. 7-1. – С. 187-190.

THE HEURISTIC POTENTIAL OF GAMING METHODS IN THE DIGITAL ENVIRONMENT OF MOODLE FOR PREPARING FOR THE UNIFIED STATE EXAM IN MATHEMATICS

Kozlov Stepan Sergeevich, Berseneva Olesya Vasilyevna

Annotation: In the article «The heuristic potential of gaming methods in the moodle digital environment for preparation for the unified state exam in mathematics», Stepan Kozlov examines the application of game-based methods within the Moodle platform as a tool for realizing a heuristic approach in preparing students for the Unified State Exam (USE) in mathematics. The author substantiates the thesis that the integration of heuristic techniques, game mechanics, and the functionalities of the Moodle LMS can transform exam preparation from repetitive training into an active, inquiry-based learning process. This synthesis is argued to facilitate a deeper understanding of the subject matter, foster the development of flexible problem-solving skills, and help mitigate pre-exam anxiety among learners.

Keywords: *heuristic technologies, gamification, gaming techniques, Moodle, Unified State Exam in mathematics, digital educational space, exam preparation.*

МЕТОД САМООРГАНИЗАЦИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Королева Антонина Ивановна
учитель математики,
e-mail: korolevaantonina337@gmail.com
ГБОУ «Самойловская школа Новоазовского м.о.», с. Самойлово, РФ

Аннотация. В статье изложено обоснование одного из эвристических методов, а именно самоорганизации познавательной деятельности обучающихся. Приведены примеры применения данного метода на уроках математики.

Ключевые слова: *эвристические технологии, метод самоорганизации, общее образование, образовательный результат.*

Новый Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) общего образования устанавливает чёткие требования не только к результатам обучения, но и к самому образовательному процессу, а также к условиям, в которых он осуществляется. Современные преобразования в сфере образования охватывают множество аспектов. Они коснулись как целей и содержание обучения, так и методов, форм, а также технологий, применяемых на уроках. Изменился характер взаимоотношений между учителем и обучающимся, что повлекло за собой преобразования в организации познавательной деятельности учеников. Все это требует от учителя изменения стиля преподавания, подхода к системе оценивания и контроля качества образования.

В отличие от прежних стандартов, ФГОС нового поколения не предписывает детальное содержание учебных дисциплин. Вместо этого он акцентирует внимание на ожидаемых результатах освоения – предметных, метапредметных и личностных [5].

Одним из средств для достижения этих результатов являются эвристические технологии.

Целью данной статьи является теоретическое обоснование и практическое применение метода самоорганизации познавательной деятельности обучающихся на уроках математики.

Анализ публикаций по данной теме показал, что она является актуальной, так как касается многих граней образовательного процесса. В тоже время мнения авторов в определении понятия «эвристика» несколько разнятся. Это объясняется его многогранностью, многовекторностью и многоаспектностью. Так, Большая российская энциклопедия дает следующее определение: «ЭВРИ́СТИКА (от греч. εὑρίσκω – отыскивать, открывать), совокупность методов, используемых в процессе открытия нового и ускоряющих решение творческих задач; исследование этих методов творческой деятельности» [3].

В.И. Андреев рассматривает эвристику, как «область научного знания, исследующая закономерности, принципы, систему методов и приемов творческой деятельности и на этой основе разрабатывающая системно многомерную методологию различных видов и форм творческой деятельности, в том числе и творческого саморазвития в целях повышения ее эффективности» [1].

Исследования ведущих методистов (в частности, А. В. Хуторского, В. И. Андреева и др.) показали, что эффективность эвристического обучения обеспечивается за счёт системы специальных методов: метода вживания, эвристического наблюдения и исследования, выдвижения гипотез, конструирования теорий, мысленного эксперимента «Если бы…», гиперболизации, агглютинации, а также методов ученического целеполагания и планирования, разработки собственных образовательных программ, самоорганизации обучения, взаимообучения, проектной деятельности и др. Основная цель внедрения такой системы – расширить потенциал проблемного обучения и нацелить ученика на достижение принципиально нового, заранее неизвестного ему образовательного результата (продукта) [6].

Задачи эвристического обучения заключаются в более интенсивном развитии учащихся и формировании их креативного мышления через вовлечение в ключевые мыслительные операции – анализ, сравнение, обобщение и другие, что, в свою очередь, способствует становлению общеучебных и исследовательских компетенций [2].

Суть методической системы эвристического обучения состоит в том, что учащиеся создают собственное содержание образования, рефлексивно конструируют теоретические компоненты знаний и в итоге получают индивидуальный образовательный продукт.

Способность человека продуктивно мыслить и сжимать информацию, то есть находить закономерности, является одним из факторов, обусловливающих самоорганизацию учебной деятельности обучающегося. По мнению Н.В. Кузьминой, в ее учебнике «Основы вузовской педагогики», «самоорганизация» трактуется как система определенных компетенций и навыков, признанных оптимизировать труд ребенка и сделать процессы самовоспитания, самообразования и самостоятельного творчества более эффективными [4].

Показателями самоорганизации детей, по мнению теоретиков, являются:

- Стремление к познанию нового и интереса к изучаемому материалу.
- Способность самостоятельно осознавать и ставить цели деятельности, осмысливать и предвидеть ее результат.
- Умение планировать свою деятельность.
- Использовать свой жизненный опыт, доводить начатое дело до конца, настойчивость, целеустремленность.

В своей работе мы рассматриваем эвристическое обучение как планомерное поступательное движение двух равноправных сторон (учителя и обучающегося), к намеченной цели. При этом ученик сам определяет цели и содержание своего образования, а также организует и осознает этот процесс. Педагогическая роль учителя заключается в грамотном сопровождении деятельности учащегося, что способствует выявлению и реализации его индивидуального потенциала.

Метод самоорганизации детей при обучении математике состоит из нескольких этапов: целеполагание, планирование, выполнение и контроль. Они напрямую связаны с формированием умений и навыков, которые позволяют обучающимся создать собственный алгоритм решения учебных задач.

Рассмотрим этот процесс на конкретном примере из опыта работы.
На уроке геометрии в 8 классе при изучении темы «Площади», а именно при нахождении площади ромба, перед детьми ставится проблема: как найти площадь ромба, зная лишь длины его диагоналей.

Таким образом, перед детьми ставиться проблемная ситуация, которая дает возможность учащимся сформулировать цель занятия и его тему.
Далее учащиеся приступают к следующему этапу – планированию, т.е. к разработке последовательности действий и промежуточных целей с учетом конечного результата.

Изобразив рисунок и внимательно его изучив, учащиеся замечают, что диагонали ромба делят его на 4 прямоугольных треугольника. У них возникает предположение: если доказать равенство этих треугольников, то площадь ромба можно было бы найти как сумму площадей этих треугольников. На основании этого они создают следующий план:

1. Доказать равенство треугольников
2. Найти площадь одного треугольника
3. Записать площадь ромба, как сумму площадей этих треугольников.

Проанализировав намеченный план, ученик приступает к его выполнению, четко следуя по его этапам. В результате он приходит к следующему выводу: «Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей».

Ученик проверяет свою работу. Для контроля он может вычислить площади двух равновеликих ромбов, у одного из которых известны сторона и высота, а у другого длины диагоналей.

Рассмотрим пример применения «Ярмарки уравнений» на уроке алгебры в 10 классе при изучении темы «Решение иррациональных уравнений». Обучающимся предлагается на выбор уравнения разной сложности, определенной «стоимости».

$$\sqrt{x+8} = 3;$$
$$\sqrt{2x-7} = \sqrt{5-x};$$

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{2x-4};$$
$$\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{3}.$$

На начальном этапе, в зависимости от уровня подготовки, ученик выбирает одно из уравнений и методом «проб и ошибок» находит нужный алгоритм решения. Затем, следуя выбранному алгоритму, он приходит к осознанному решению. На высшем этапе он уже готов взять более сложное уравнение. Таким образом идет поэтапное формирование готовности обучающихся к решению сложных задач в нестандартных условиях.

Приведенные примеры наглядно свидетельствуют о том, что решение задач в сложных и неопределённых ситуациях – это не просто механическое выполнение упражнений, а значимая деятельность, в ходе которой ученик учится самостоятельно планировать и организовывать свою учёбу, а также развивается как личность. Этот процесс носит противоречивый и в тоже время продуктивный характер: ученик то уверенно продвигается вперёд, то испытывает затруднения и вынужден искать альтернативные подходы. Ведь он находится в постоянном поиске, непрерывно взаимодействует с образовательной средой (учителем, учебным материалом, одноклассниками), претерпевая изменения под её воздействием, и оказывает на неё влияние.

Обучающийся, выполняющий решение математических задач, в предложенном поисковом поле, последовательно переходит от начального уровня управления своей учебной деятельностью к более сложному:

- На первом этапе преобладает метод «проб и ошибок»: ученик рассматривает разные способы решения, находит и исправляет ошибки и постепенно выстраивает собственную схему решения.
- На следующей ступени формируется поэтапное управление: ученик уже осмысленно выполняет каждый шаг решения.
- На заключительном этапе ученик чувствует себя «покорителем вершины»: систематизирует и обобщает приобретенный опыт, применяет полученные для решения новых задач.

Таким образом, применение метода самоорганизации познавательной деятельности обучающихся на уроках математики способствует достижению результатов, определенных ФГОС.

Литература

1. Андреев, В.И. А65 Педагогическая эвристика для творческого саморазвития многомерного мышления и мудрости: монография / В.И. Андреев. – Казань: Центр инновационных технологий, 2015. – 288 с.
2. Афоненкова, О.А. Технология эвристического обучения математике в старшей школе // Теория и практика современной науки. – 2017. – №2 (20). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/tehnologiya-

evristicheskogo-obucheniya-matematike-v-starshey-shkole (дата обращения: 27.11.2025).
3. Гришунин С.И. Эвристика // Большая российская энциклопедия. Электронная версия. – 2020. – https://old.bigenc.ru/philosophy/text/4939324 – Дата обращения: 09.12.2025
4. Основы вузовской педагогики: Учебное пособие / Под ред. Н.В. Кузьминой. – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1972. – 311 с.
5. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (Зарегистрирован 05.07.2021 № 64101)
6. Хуторской А.В. Выход из капкана: эвристическое обучение как реальность // Народное образование. – 1999. – № 9. – С.120-126.

THE METHOD OF SELF-ORGANIZATION IN MATHEMATICS TEACHING

Antonina Koroleva

Annotation. The article provides a justification for one of the heuristic methods, namely, the self-organization of students' cognitive activity. Examples of using this method in mathematics classes are provided.

Keywords: *heuristic technologies, self-organization method, general education, educational outcome.*

ИНТЕГРАЦИЯ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ И ЦИФРОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ GEOGEBRA И DESMOS В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

Короткая Алёна Алексеевна
старший преподаватель
corotcaia-al@mail.ru
ГОУ «Приднестровский государственный университет имени Т.Г. Шевченко» Бендерский политехнический институт, г. Бендеры, ПМР

Аннотация. В статье рассматриваются возможности интеграции проблемного обучения и цифровых интерактивных инструментов GeoGebra и Desmos в процессе преподавания математики. Показано, как сочетание проблемных ситуаций, эвристических методов и цифровых моделей усиливает практико-ориентированную направленность математической подготовки.

Ключевые слова: *проблемно-ориентированное обучение; цифровые инструменты; GeoGebra; Desmos; математическое образование; интерактивное моделирование; профессиональное IT-обучение; эвристические методы; проектно-ориентированное мышление.*

Профессиональная школа (СПО) сегодня сталкивается с серьёзным вызовом: студентам необходимо осваивать математику не как абстрактную дисциплину, а как рабочий инструмент, значимый в будущей профессии. Однако мотивация многих обучающихся снижена именно из-за отсутствия связи между учебным материалом и реальными производственными задачами.

Одной из наиболее эффективных дидактических стратегий, позволяющих восстановить эту связь, становится **проблемное обучение**, основанное на формулировке профессионально значимых задач и поиске решения через анализ, экспериментирование и выдвижение гипотез. Современные цифровые инструменты - в частности, **GeoGebra** и **Desmos** - предоставляют идеальные условия для визуализации, моделирования и исследования математических объектов в интерактивной среде. Они снимают «страх перед математикой», позволяют студентам видеть процессы в динамике и экспериментировать с параметрами, что усиливает эвристическую и исследовательскую составляющую обучения.

Проблемное обучение основано на создании для студентов ситуации интеллектуального затруднения, требующего поиска способа решения. Задача преподавателя сформулировать задачу, связанную с профессиональной деятельностью, а студент через анализ условий, моделирование и экспериментирование приходит к решению или выявляет закономерности.

В профессиональной школе такой формат особенно востребован по трём причинам:

1. **Профессиональные задачи редко имеют единственный способ решения.** Студентам необходимо развивать гибкость мышления, способность выбирать метод и оценивать его эффективность.
2. **Производственные процессы многопараметричны.** Это требует понимания зависимости результата от нескольких переменных.
3. **Будущие специалисты работают в цифровой среде.** Компьютерное моделирование - естественный инструмент для современных профессий: от строительства до логистики и IT.

Проблемное обучение позволяет соединить общую математическую подготовку и профессиональные компетенции, а использование GeoGebra и Desmos делает этот процесс наглядным и технологичным.

Роль цифровых инструментов GeoGebra и Desmos в практико-ориентированном обучении.

Интерфейс GeoGebra обеспечивает возможность одновременной работы с несколькими представлениями математического объекта - алгебраическими, графическими, табличными, символьными и статистическими. Такая мультипредставленность создает условия для построения «цифровой лаборатории», в которой обучающийся получает доступ к функциональному моделированию профессиональной системы, адаптированному к образовательным задачам.

В контексте лабораторного математического исследования GeoGebra выступает как универсальная цифровая среда, объединяющая визуализацию, моделирование и эксперимент. Интерактивные графики и изменяемые параметры помогают обучающемуся быстро видеть последствия математических преобразований и тем самым глубже понимать структуру изучаемых объектов. Возможность самостоятельно конструировать геометрические и алгебраические модели формирует деятельностный характер работы с материалом, когда знания осваиваются через действие, построение и анализ. Среда позволяет проводить цифровые эксперименты, проверять гипотезы, варьировать условия и отслеживать устойчивые характеристики математических зависимостей, что способствует развитию исследовательской культуры. Благодаря интеграции различных математических инструментов GeoGebra естественным образом выводит обучающегося к междисциплинарным задачам и расширяет спектр применимости математических моделей в физике, информатике, экономике и инженерных практиках.

Применение GeoGebra позволяет обучающимся самостоятельно выстраивать траекторию движения от постановки задач к ее решению: задавать параметры моделей, анализировать результаты зависимости от исходных условий, проводить оптимизационные исследования, оформлять цифровые отчеты и презентации.

Результатом становятся средства не только предметных, но и метапредметных компетенций: критического мышления, способностей к анализу данных, работы с цифровыми инструментами и моделирования ситуации.

Desmos как среда для анализа параметрических процессов

Благодаря минималистическому интерфейсу, высокой скорости вычислений и возможностям интерактивного управления параметрами, Desmos становится эффективным средством анализа параметрических зависимостей в профессиональном образовании, особенно в инженерно-технических и естественно-научных направлениях подготовки.

Одним из ключевых преимуществ платформы является ее способность одновременно отображать несколько связанных графических представлений. Это делает Desmos удобным для анализа объектов, заданных параметрически, где зависимость между переменными определяется через промежуточные параметры.

Классические примеры (спирали, циклоиды, графики гармонических колебаний) могут быть дополнены пользовательскими моделями с несколькими параметрами. Это позволяет охватить широкий спектр явлений, физических и инженерных процессов.

Поддержка отображения формул, графиков и комментариев вызывает когнитивно насыщенную среду, где обучающиеся связывают символические параметры формы с их визуальными проявлениями.

Desmos позволяет создавать изображения, метки, дополнительные кривые, тем самым превращая модель в полноценный цифровой эксперимент, интегрируя визуальные и вычислительные элементы.

Использование Desmos способствует практико-ориентированному компонентному обучению, в результате чего: обеспечивает инструменты анализа математических моделей различных процессов; повышает мотивацию к взаимодействию и мгновенной обратной связи, развивает визуально-аналитического мышление, обеспечивает переход от функции абстрактного исследования к исследовательскому типу работы; интегрирует элементы STEM-подхода в образовательную практику.

Примеры некоторых кейсов, которые можно внедрять в занятия по математике, связав их с профессиями студентов:

Кейс 1. Анализ нагрузки на сервер

В Desmos строится график нагрузки (например, экспоненциальный рост + шум).

Студенты исследуют прогноз, максимумы, пороговые значения.

Кейс 2. Линейная регрессия

Построение приближённой модели по «грязным» данным. Отлично ложится на тему анализа данных.

Кейс 3. Минимизация транспортных затрат

Моделирование зависимости стоимости доставки от расстояния, объёма и тарифов.

Desmos: функция $C(x) = ax + b/x$

Студент ищет минимум функции, интерпретирует результат.

Кейс 4. Оптимизация маршрутов

Построение графов и расстояний в GeoGebra (2D-плоскость), оценка оптимального пути.

Эвристические стратегии, встроенные в кейсы

Каждая задача предполагает не прямую инструкцию, а исследование.

«Придумай - проверь - исправь»

Студент формулирует гипотезу, проверяет в GeoGebra/Desmos, корректирует.

«Что если…?»

Изменение одного параметра и наблюдение последствий. Отлично развивает профессиональную интуицию.

«Где граница применимости модели?»

Применимо для всех технических задач: студенты понимают, что формулы работают не всегда.

«Определи параметры сам»

Студент самостоятельно задаёт структуру модели. Развитие проектного подхода.

Практика применения цифровых инструментов в проблемном обучении способствует повышению качества учебного процесса и уровня сформированности ключевых компетенций. Использование интерактивных математических средств делает учебную деятельность более динамичной и исследовательски ориентированной, что напрямую отражается на познавательной активности обучающихся. Работая с цифровыми моделями, студенты охотно экспериментируют, выдвигают гипотезы, задают уточняющие вопросы и предлагают собственные варианты решения задач, что свидетельствует о переходе от пассивного наблюдения к активному поиску знаний.

Одним из значимых эффектов становится постепенное преобразование характера учебной деятельности: процесс решения математических задач перестает быть механистическим, основанным на формальном применении заранее заученных алгоритмов. Вместо этого применяют склонность к аналитическому подходу: обучающиеся стремятся понять суть задачи, учитывать последствия изменения параметров, сопоставить модель и визуализацию.

Дополнительные цифровые инструменты формируют обеспечение широкого спектра метапредметных навыков. В процессе разработки современного логического и критического мышления создается возможность структурирования информации, выстраивания причинно-следственных связей и аргументации. Одновременно происходит рост цифровой грамотности, включающей уверенное взаимодействие с интерактивными средами, навыки работы с данными и культуру небольших исследовательских экспериментов.

В результате эти факторы приводят к значительному повышению качества знаний. Темы, традиционно вызывающие трудности, такие как производные, экстремумы, исследование функций или анализ прогрессивных процессов, становятся более доступными благодаря визуализации и возможностям вызова пространственного эксперимента. Наглядность, интерактивность и возможность решения задач с разных сторон позволяют обучаться более глубокому пониманию математических явлений и прочее усвоить теоретический материал.

Заключение. Интеграция проблемного обучения с цифровыми инструментами GeoGebra и Desmos обеспечивает новую модель математической подготовки студентов профессиональной школы. Она сочетает практико-ориентированность, творчество, исследовательские стратегии и цифровую культуру работы с данными. Такой подход позволяет будущим специалистам развивать профессиональное мышление, необходимое в условиях современной технологической среды.

Использование интерактивных цифровых моделей делает математику понятной, актуальной и функциональной, а проблемные кейсы формируют у студентов готовность применять математические методы для решения реальных задач отрасли. Это подчёркивает перспективность дальнейшего внедрения цифровых лабораторий, VR-сред, симуляторов и адаптивных систем обучения.

Литература

1. Власов Д.А. Модернизация методических систем преподавания математических дисциплин на основе GeoGebra / Д.А. Власов. – 2020.
2. Иванова Ю.С. Использование графического калькулятора Desmos при решении уравнений с параметрами // публикации и материалы конференций (примеры методических материалов).
3. Исследования эффективности использования GeoGebra (экспериментальные работы, ResearchGate, 2025). – Пардаев Д. и соавт. (результаты полевых экспериментов).
4. Самарина А.Е. Дидактический потенциал цифровой математической среды Teacher Desmos в высшем образовании // CyberLeninka, 2022.
5. Суходолова Е.В. Цифровые образовательные технологии и ресурсы в обучении геометрии (на примере динамической среды GeoGebra) // CyberLeninka, 2022.
6. Эверстова В.Н., Сивцева А.П. Применение графического онлайн-калькулятора Desmos в обучении алгебре (на примере темы «Линейная функция и её график») // Science-Education (PDF), 2021.

INTEGRATION OF PROBLEM-BASED LEARNING AND THE DIGITAL TOOLS GEOGEBRA AND DESMOS IN MATHEMATICS TEACHING

Corotcaia A.A.

Abstract. The article examines the possibilities of integrating problem-based learning with the digital interactive tools GeoGebra and Desmos in the process of teaching mathematics. It demonstrates how the combination of problem situations, heuristic methods, and digital models strengthens the practice-oriented focus of mathematical training.

Keywords: *problem-based learning; digital tools; GeoGebra; Desmos; mathematics education; interactive modeling; professional IT training; heuristic methods; project-oriented thinking.*

УРОК-МАСТЕРСКАЯ ПО ТЕМЕ «ФОРМУЛА ГЕРОНА И ЕЁ ОБОБЩЕНИЕ»

Куприенко Елена Юрьевна,
старший преподаватель
e-mail: el.kuprienko@tltsu.ru
Овсянникова Эвелина Андреевна,
студент
Тольяттинский государственный университет, г. Тольятти, РФ

Аннотация: В докладе на примере темы «Формула Герона и ее обобщение» раскрывается методика организации проектной деятельности школьников при обучении математике. Показана одна из возможных схем построения урока-мастерской по теме. Как показал эксперимент со школьниками 9-10 классов математической школы при ТГУ, такая форма работы на занятиях вызывает у них интерес к изучению дополнительной литературы по математике и проведению мини- исследований.

Ключевые слова: *урок-мастерская, математический проект, проектная деятельность школьников, формула Герона.*

В настоящее время, «проектно-исследовательская деятельность обучающихся является обязательным элементом образовательных программ и должна быть включена в учебный процесс всех уровней образования – начального, основного и среднего» [4].

Формула Герона для вычисления площади треугольника по трем заданным длинам ее сторон включена в учебники геометрии разных авторов [2,5,7]. Содержание темы, связанной с изучением формулы Герона, историей возникновения, различными способами её доказательства, – дает возможность учителю организовать учебно-исследовательскую деятельность обучающихся на уроке геометрии в 9 классе.

Урок начинается с *индивидуальной работы* по выполнению задания 1 (на базе имеющихся знаний и использования личного познавательного опыта) – 8 минут.

Задание 1 (*выдается на карточках каждому учащемуся*):

1.1. Познакомьтесь с исторической справкой, приведенной в книге Г.И. Глейзера: «Одна из книг Герона была названа им «Геометрика» и являлась своего рода сборником формул и соответствующих задач. Она содержала примеры на вычисление площадей квадратов, прямоугольников и треугольников. О нахождении площади треугольника по его сторонам Герон пишет: «Пусть, например, одна сторона треугольника имеет в длину 13 мерных шнуров, вторая 14 и третья 15. Чтобы найти площадь, поступай вот как. Сложи 13,14 и 15; получится 42. Половина этого будет 21. Вычти из этого три стороны одну за другой; сперва вычти 13 – останется 8, затем 14 –останется 7 и, наконец, 15– останется 6. А теперь перемножь их: 21 раз по 8 дает 168, возьми это 7 раз – получится 1176, и это еще раз 6 раз – получится 7056. Отсюда квадратный корень будет 84. Вот сколько мерных шнуров будет в площади треугольника» [3, с. 90].

1.2. Запишите предлагаемые действия Герона в виде числового равенства для вычисления площади треугольника.

1.3. Запишите в общем виде формулу Герона для площади треугольника с длинами сторон a, b, c.

Далее учитель сообщает учащимся, что «древнегреческий ученый Герон Александрийский жил примерно в III в. до н.э. или в I в. н.э. В своем геометрическом труде «Метрика» он изложил доказательство формулы для нахождения площади треугольника через его длины сторон: $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где p – полупериметр треугольника. Несмотря на то, что эта формула носит название Герона, она была установлена еще в 3 веке до н.э. Архимедом» [3].

Непонятно, каким образом, Герон открыл эту формулу. По мнению, известного математика Дж. Пойа: *«Довольно часто догадка сама по себе не столь уж важна, но всегда очень важно то, как вы ее проверяете»*.

Второй этап урока посвящен проверке истинности формулы Герона для частных случаев треугольников (прямоугольного, равностороннего и равнобедренного). Работа проводится со всем классом, к доске вызывается желающий ученик –10 минут.

Подводя итоги работы данного этапа урока, учитель сообщает детям, что теперь осталось доказать формулу для любого произвольного треугольника.

Третий этап урока посвящен доказательству формулы Герона. *Групповая работа* – 10 минут.

Задание для группы I. Докажите самостоятельно формулу Герона, используя теоремы синусов и косинусов.

Задание для группы II. Докажите самостоятельно формулу Герона, используя теорему Пифагора.

Указание: Пусть A и B – острые углы треугольника ABC. Проведите из вершины C высоту CH.

Фронтальная работа с классом: Обсуждение результатов работы группы. Далее учитель сообщает учащимся следующее: одним из самых загадочных достижений древнеиндийской математики является формула Брахмагупты (VII век) для вычисления площади вписанного четырехугольника $S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}, a,b,c,d$ – длины сторон, p – полупериметр четырехугольника. Она содержалась в его трактате по астрономии, написанном в 628 году.

Домашнее задание общее для всех: по учебнику И.Ф. Шарыгина познакомьтесь с доказательством формулы Герона на основе понятия вневписанной окружности [7, с.249–250]. Выделите и запишите основную идею и этапы доказательства.

Индивидуальное задание для желающих: По книге Я.П. Понарина познакомьтесь с доказательством формулы Брахмагупты [6, с 90]. Запишите основную идею и этапы доказательства.

Изучите статью по журналу «Квант» [1]. Что нового и интересного вы узнали из статьи? Составьте краткий конспект.

Литература

1. Белый А.Д. Формула Герона // Квант. – 1986. – №10. – С. 20-21. – URL https://kvant.mccme.ru/1986/10/formula_gerona.htm

2. Геометрия, 7-9: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.] 16-е изд. – Москва : Просвещение, 2006. – 136 с.

3.Глейзер Г.И. История математики в школе VII-VIII кл. Пособие для учителей. – Москва : Просвещение, 1982. – С. 90-91.

4. Методические рекомендации по организации учебной проектно-исследовательской деятельности в образовательных организациях /Институт содержания и методов обучения им. В.С. Леднева – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/metodicheskie-rekomendaczii-po-organizaczii-uchebnoj-proektno-issledovatelskoj-deyatelnosti-v-obrazovatelnyh-organizacziyah-3.pdf

5. Погорелов А.В. Геометрия: Учеб. для 7–11 кл. сред. шк. – Москва : Просвещение, 1990. – 220 с.

6. Понарин Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т. 1: Планиметрия, преобразования плоскости. – Москва : МЦНМО, 2004. – URL: https://math.ru/lib/files/pdf/geometry/Ponarin-I.pdf

7. Шарыгин И.Ф. Геометрия. 7-9 кл. – 2-е изд. – Москва: Дрофа, 1998. – С. 247- 251.

WORKSHOP LESSON ON THE TOPIC "HERON'S FORMULA AND ITS GENERALIZATION"

Elena Yuryevna Kuprienko,

Evelina Andreevna Ovsyannikova,

Abstract: Using the topic "Heron's Formula and Its Generalization" as an example, this report explores a methodology for organizing project-based activities for schoolchildren in mathematics education. One possible design for a workshop lesson on this topic is presented. An experiment with 9th- and 10th-grade students at the Togliatti State University School of Mathematics demonstrated that this type of classroom work stimulates their interest in studying additional mathematics literature and conducting mini-research.

Key words: *workshop lesson, mathematical project, schoolchildren's project activities, Heron's formula.*

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В 7–9 КЛАССАХ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Веселовская Анастасия Станиславовна
учитель математики и информатики,
e-mail: veselovskayaa@internet.ru
Курмаева Ирина Георгиевна
учитель математики,
e-mail: kurmaevairina227@yandex.ru
ГБОУ «Школа №112 г.о. Донецк», г. Донецк, РФ

Аннотация. В статье раскрывается сущность и возможности эвристических технологий как средства развития творческого математического мышления и познавательной самостоятельности учащихся 7 классов. Приводятся примеры разработанных эвристических заданий по ключевой теме из алгебры, соответствующих требованиям ФГОС ООО и Федеральной рабочей программы по математике. Предлагаются методические рекомендации по системному внедрению эвристических технологий в урочную деятельность. Показано, что регулярное использование эвристических методов способствует переходу учащихся с репродуктивного на продуктивный и творческий уровень усвоения математических знаний.

Ключевые слова: *эвристические технологии, эвристическое обучение, математика, основная школа.*

Современное образование ориентировано на формирование личности, способной к самостоятельному добыванию знаний, творческому мышлению и решению нестандартных задач. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования подчёркивает необходимость развития универсальных учебных действий, в первую очередь логических, исследовательских и рефлексивных. Федеральная рабочая программа по алгебре для 7 классов акцентирует внимание на формировании умений строить и проверять гипотезы, доказывать утверждения, аргументировать свои выводы.

В этих условиях традиционные репродуктивные методы уже не обеспечивают в полной мере достижение планируемых результатов. Одним из наиболее эффективных средств реализации требований ФГОС выступают эвристические технологии, позволяющие организовать процесс обучения как личное открытие математических фактов, закономерностей и методов учащимися.

В отечественной педагогике и методике математики эвристическое обучение разрабатывалось А. В. Хуторским [6], Г. И. Саранцевым [3], В. А. Далингером [2], В. А. Гусевым [1] и др. Особый вклад в изучение эвристических методов внесла Е.И. Скафа, которая в своих работах по методике преподавания математики в школе подробно анализирует эвристическую деятельность как основу формирования математического мышления [4, 5]. В частности, Е.И. Скафа выделяет следующие ключевые приёмы эвристического обучения:

1. эвристическую беседу (диалог, направленный на стимулирование самостоятельных выводов);
2. метод моделирования (создание и манипуляция моделями для открытия закономерностей);
3. приём аналогии (перенос знаний из знакомой области на новую);
4. приём пробных действий (эксперименты с частными случаями для обобщения);

метод редукции (упрощение сложной задачи к более простой) [4, 5].

Эти приёмы, по мнению автора, позволяют переходить от пассивного восприятия к активному конструированию знаний, что особенно актуально для основной школы.

Однако вопрос системного применения эвристических технологий именно в 7 классах основной школы, когда происходит интенсивный переход от арифметического к абстрактно-логическому мышлению, остаётся недостаточно освещённым в методической литературе.

Под эвристическими технологиями в данном исследовании понимаются методы и приёмы организации учебной деятельности, направленные на самостоятельное конструирование учащимися математических знаний через постановку и решение эвристических задач, формулирование гипотез, их проверку и доказательство.

Дидактические возможности эвристических технологий

Системное использование эвристических технологий обеспечивает:

– развитие творческого математического мышления;

– формирование исследовательских умений (выдвижение гипотез, поиск контрпримеров, доказательство «от противного»);

– повышение внутренней мотивации через переживание ситуации открытия;

– индивидуализацию и дифференциацию обучения;

– развитие метапредметных компетенций (анализ, обобщение, рефлексия).

В рамках данной работы был разработан интерактивный электронный ресурс, содержащий банк эвристических задач по математике для учащихся 7 класса.

Для реализации проекта была выбрана образовательная платформа Coreapp.ai, которая обладает рядом важных преимуществ:

– интуитивно понятный интерфейс;

– возможность автоматической проверки большинства заданий;

– мгновенная обратная связь;

– поддержка заданий открытого типа с ручной проверкой учителем;

– встроенная система мотивации (баллы, похвала персонажа).

Ресурс построен по принципу последовательного прохождения и состоит из семи логически связанных компонентов:

1. *Приветствие и мотивационный старт*. На экране появляется Робби, приветствует ученика, рассказывает откуда он прибыл и с какой целью (см. рис. 1).

Рисунок 1 – Знакомство с Робби

2. *Задания на установление соответствия (закрытого типа)*. Задания развивают внимательность, умение работать с математической терминологией и быстро ориентироваться в больших объёмах информации. Перед выполнением заданий предлагается инструкция по их выполнению.

3. *Задания на установление правильной последовательности (закрытого типа)*. Данный формат особенно полезен для понимания алгоритмов, построения логических цепочек и осознания структуры математического доказательства (см. рис. 2).

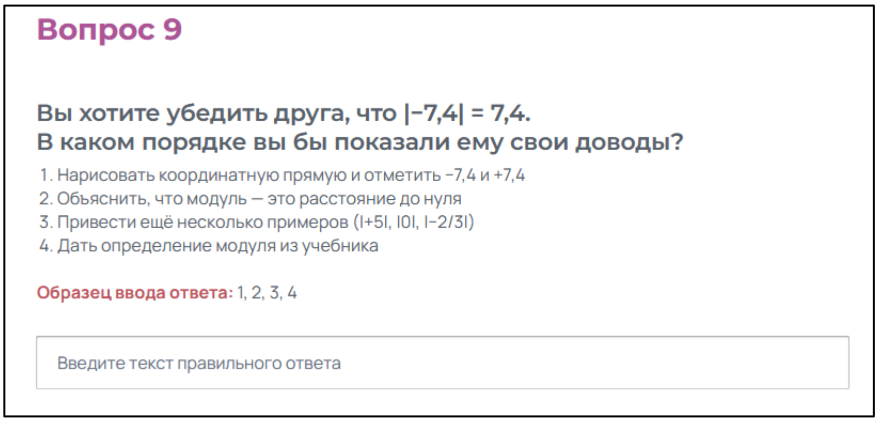


Рисунок 2 – Образец задания на установление последовательности

4. *Задания комбинированного типа с одним правильным ответом*. Такой тип заданий учит школьников не просто «угадывать», а обязательно выполнять вычисления, что формирует привычку к осознанным действиям.

5. *Задания комбинированного типа с несколькими правильными ответами*. Задания тренируют умение анализировать каждое утверждение отдельно и развивают критическое мышление.

6. *Задания открытого типа с развёрнутым ответом*. Именно здесь происходит главное развитие эвристического мышления: ученик учится формулировать гипотезы, проверять их, искать нестандартные пути и красиво оформлять решение (см. рис. 3).

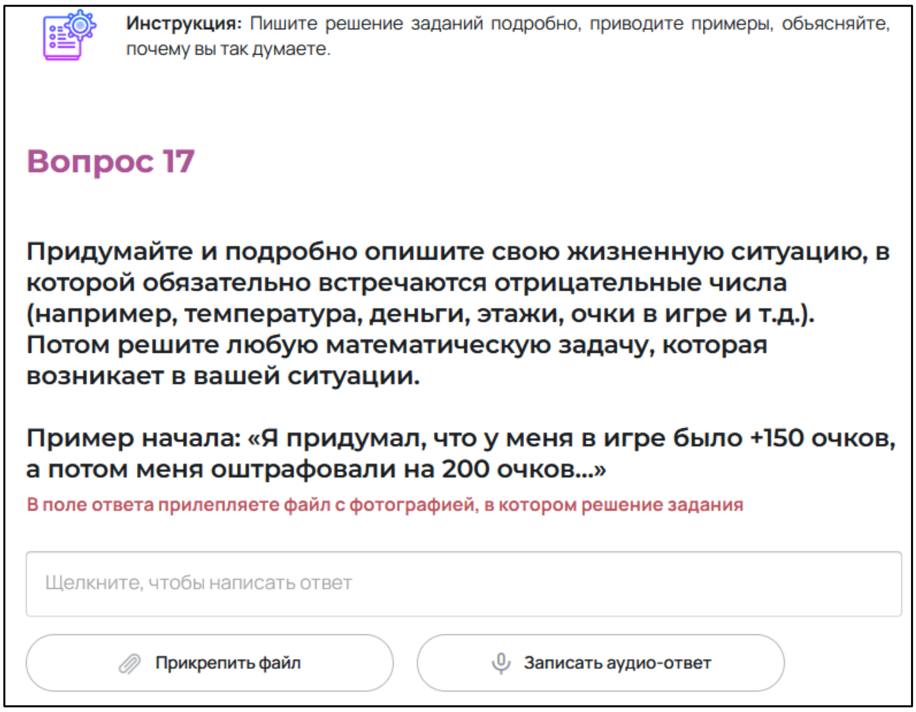


Рисунок 3 – Образец задания открытого типа

7. *Финальный блок: прощание, похвала и рефлексия*. Робби поздравляет с завершением. Результат выводится в процентах, также можно посмотреть сколько набрано баллов. Помимо этого, возможна обратная связь. Ученик может сразу написать вопрос Робби (сообщение уходит учителю). Блок завершается мотивирующей цитатой (см. рис.4).

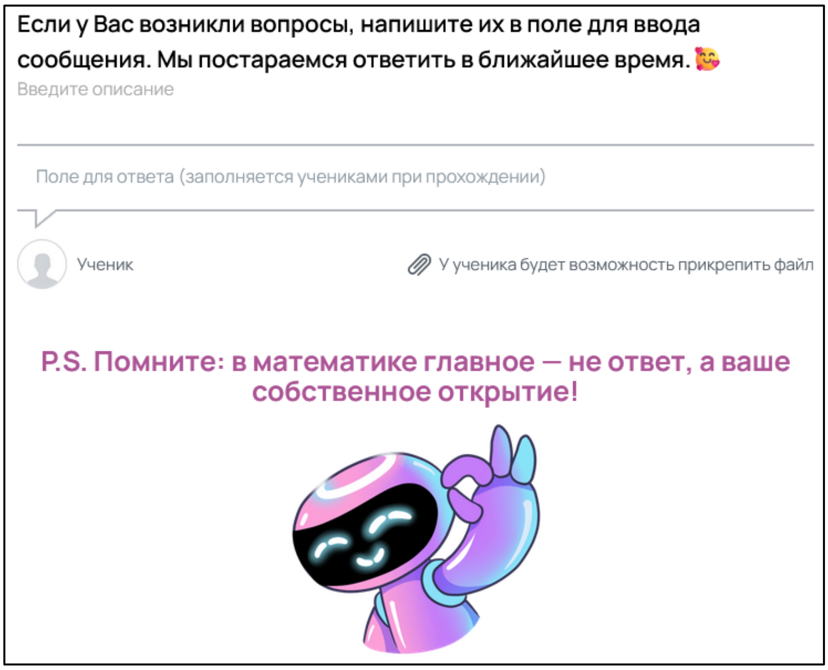


Рисунок 4 – Финал прохождения

Разработанный ресурс не только позволяет учащимся 7 класса решать эвристические задачи по математике, но и обеспечивает мгновенную доброжелательную обратную связь, постоянную мотивацию через персонажа-куратора Робби и геймифицированный формат, что значительно снижает страх ошибки, повышает вовлечённость и стимулирует учеников к глубокому осмыслению материала. Интерактивный формат с разнообразием заданий – от закрытых до открытых с развёрнутым обоснованием – делает процесс обучения увлекательным приключением и способствует развитию доказательного и творческого мышления.

Методические рекомендации по применению эвристических технологий

1. Чёткое определение того, какое именно математическое знание должны открыть учащиеся.
2. Создание проблемной ситуации, вызывающей познавательное затруднение.
3. Предоставление минимально необходимых «опор» (наводящие вопросы, аналогии, экспериментальные данные).
4. Организация работы в парах и малых группах с последующим фронтальным обсуждением гипотез.
5. Обязательная фиксация открытого знания в математической записи и формулировке.
6. Проведение рефлексии: «Что мы открыли? Как это сделали? Где это может пригодиться?».
7. Системность: не менее одного эвристического урока по каждой крупной теме (1 раз в 2–3 недели).

8. Сочетание с цифровыми инструментами (GeoGebra, графический калькулятор) для быстрой проверки гипотез.

Регулярное и системное использование эвристических технологий на уроках математики в 7 классах позволяет существенно повысить качество математического образования, развить у учащихся творческое мышление, исследовательские умения и устойчивую внутреннюю мотивацию. Апробация предложенных заданий и методик в ГБОУ «Школа № 112 г. о. Донецк» в 2023–2025 учебных годах показала: – рост доли учащихся, успешно решающих задачи повышенной сложности, на 28-35 %; – увеличение числа желающих участвовать в математических олимпиадах и проектной деятельности; – положительную динамику показателей метапредметных результатов (логическое мышление, аргументация, рефлексия).

Перспективы дальнейшей работы связаны с созданием открытого банка эвристических заданий, полностью соответствующего Федеральной рабочей программе по математике, разработкой электронного конструктора эвристических уроков для учителей и критериальной системы оценки уровня сформированности эвристических умений учащихся.

Литература

1. Гусев В.А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы обучения математике / А.В. Гусев. – Москва : Академия, 2014. – 456 с.

2. Далингер В.А. Развивающие задачи по математике для обучающихся 5-9 классов : учебное пособие / В.А. Далингер ; Министерство просвещения Российской Федерации, Омский государственный педагогический университет. – Омск : Амфора, 2020. – 83 с.

3. Саранцев Г. И. Методика обучения математике в средней школе Учеб. пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. – Москва. : Просвещение, 2002. – 223 с.

4. Скафа, Е. И. Эвристические технологии обучения конструированию математических задач / Е. И. Скафа // Эвристическое обучение математике : V Международная научно-методическая конференция, Донецк, 23–25 декабря 2021 года. – Донецк: Донецкий национальный университет, 2021. – С. 6-12. – EDN HNZZKM.

5. Скафа Е.И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика: учебное пособие / Е.И Скафа; ГОУ ВПО "Донецкий национальный университет". – Донецк: ДонНУ, 2020. – 440 с.

6. Хуторской, А. В. Современная дидактика : учебник для вузов / А.В. Хуторской. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2025. – 406 с.

HEURISTIC TECHNOLOGIES IN TEACHING MATHEMATICS IN GRADES 7-9 OF SECONDARY SCHOOL

Veselovskaya Anastasia
Kurmaeva Irina

Abstract. The article reveals the essence and possibilities of heuristic technologies as a means of developing creative mathematical thinking and cognitive independence of 7th grade students. Examples of developed heuristic tasks on a key topic from algebra that meet the requirements of FGOS LLC and the Federal Work Program in Mathematics are given. Methodological recommendations on the systematic implementation of heuristic technologies in training activities are proposed. It is shown that the regular use of heuristic methods contributes to the transition of students from a reproductive to a productive and creative level of mastering mathematical knowledge.

Keywords: *heuristic technologies, heuristic learning, mathematics, basic school.*

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ

Латыпова Наталья Владимировна
кандидат физико-математических наук, доцент
e-mail: latypova-nv@yandex.ru
Удмуртский государственный университет, г. Ижевск, РФ

Аннотация. В статье рассматриваются проблемы, связанные с организацией исследовательской деятельности студентов математических направлений подготовки в Удмуртском государственном университете. Предлагается эвристический подход к организации НИРС, и обсуждаются возможные мероприятия для формирования навыков научно-исследовательской работы и творческой самостоятельности студентов.

Ключевые слова: *эвристический подход, организация исследовательской деятельности, научно-исследовательская работа студентов, студенческое научное объединение.*

На сегодняшний день для молодёжи в целом, и студентов в том числе, имеется большое количество конкурсов и конференций, направленных на поддержку новейших исследований и прикладных инновационных научных разработок в приоритетных отраслях экономики. Цель большинства таких мероприятий – не только содействие популяризации российской науки, но и создание условий для развития студентов и молодых учёных в наукоёмких сферах. Но чтобы принимать участие в конференциях и конкурсах, студентам не только требуется предоставить возможность попробовать свои силы в исследовательской деятельности, но и необходимо научить их получать удовольствие при решении конкретных прикладных и/или научных проблем.

Учитывая, что наиболее способные и уверенные в своих возможностях абитуриенты, как правило, уезжают в столичные вузы и в федеральные вузы соседних регионов, то обычным региональным вузам сложнее конкурировать в научных мероприятиях, проводимых для студентов. И дело здесь не только в качестве подготовки поступающих абитуриентов, но и в их уверенности (а точнее, неуверенности) в своих силах и низкой самооценке, сформированности (или наоборот, несформированности) навыков исследовательской деятельности.

Получение первичных навыков исследовательской и научно-исследовательской работы у студентов происходит при написании первой курсовой работы. В Удмуртском госуниверситете первая курсовая работа у студентов математических направлений подготовки даётся во втором семестре и относится к дисциплине «Математический анализ». Студентам предоставляется возможность выбора, как научного руководителя, так и темы курсовой работы. И на этом этапе важно дать мотивацию и правильное направление студентам, особенно это касается способных студентов, чтобы они не выбирали лёгкую тему, прилагая по принципу Парето минимум усилий и достигая максимум результата. Многие сильные студенты это быстро просчитывают и пытаются идти по этому пути. Наоборот, необходимо предложить студенту настолько интересную и познавательную для них тему, чтобы в практической части они смогли бы совершить маленькие открытия, хотя бы для себя, и получить удовольствие от полученного результата. Поэтому кафедра предлагает не только темы, относящиеся к классическому математическому анализу, но и к современным его прикладным аспектам: фрактальный анализ, компьютерная обработка данных, нейросети и т.п. Это не только расширяет кругозор студента, но и позволяет заложить фундамент для выбора темы выпускной квалификационной работы.

К сожалению, в учебных планах математических направлений подготовки отсутствует дисциплина «Основы научной деятельности», поэтому в рамках курсовой работы научному руководителю приходится знакомить студентов, как с основами исследовательской деятельности, так и требованиями к оформлению самой курсовой работы, корректному оформлению цитат и ссылок из используемых источников.

На втором курсе студентам предстоят ещё две курсовые работы по дисциплинам «Алгебра» и «Дифференциальные уравнения», которые позволяют им познакомиться как с выпускающими кафедрами, так и их примерной тематикой предлагаемых исследований. Всё это направлено на то, чтобы в конце второго курса студенты более осознанно делали выбор научного руководителя, с которым они будут заниматься исследованиями в рамках курсовой работы на третьем курсе и выпускной квалификационной работы на четвертом. Студенты пишут заявление с просьбой закрепления за ними выбранного научного руководителя, а деканат, по возможности, старается учесть как пожелания студентов, так и мнение преподавателей.

После того, как в начале третьего курса официально у студента появился научный руководитель, происходит выбор темы исследований. На этапе постановки задачи и выбора темы обычно можно наблюдать у научных руководителей два подхода.

Первая ситуация – когда научный руководитель даёт готовую задачу по конкретной теме из области ***своих*** научных исследований и/или интересов, часто даже не обращая внимания на способности и желания самого студента. Такой подход, который условно можно назвать «логическим» подходом, наверное, уместен, когда студент не только талантлив, но и ориентирован на преподавательскую деятельность и планирует дальнейшее обучение не только в магистратуре, но и в аспирантуре. К сожалению, таких студентов катастрофически мало, и как показывает опыт, даже способные студенты могут поменять свои планы после окончания бакалавриата. В начале своей преподавательской деятельности, автор тоже использовал этот подход.

Но уже давно автор придерживается другого подхода, который условно можно отнести к «эвристическому» подходу. Суть его можно описать следующим образом.

Сначала студентам предлагается выбрать направление исследований из тех разделов математики и её приложений, которые интересны самому студенту. И на этом этапе очень важно ***совместное*** обсуждение со студентом не только области его интересов, но и имеющихся идей и даже планов на будущее. Нужно обязательно использовать сильные стороны, способности и области интереса студента, чтобы работа была эффективной, полезной и имеющей смысл для студента. При этом не стоит забывать и о проблемах студента, связанных с обучением. Если студенту достаточно тяжело даются теоретические доказательства, но у него сформированы хорошие навыки программирования, то нет смысла давать студенту теоретическую задачу. В рамках эвристического подхода для организации более эффективной работы лучше предложить студенту решать, возможно, эту же задачу, но используя численные методы или другие возможности информационных технологий.

Действительно, преподавателю гораздо проще и менее трудозатратно по времени дать тему из области его научной деятельности, чем подстраиваться под каждого конкретного студента, учитывая его способности. Но как показывает опыт автора, если планируется на выходе получить интересный дипломный проект, научить студента эффективной и самостоятельной работе и сформировать устойчивые навыки исследовательской деятельности обучающегося, то тема должна быть, прежде всего, ему самому интересна! Поощрение самостоятельности в выборе темы и методов решения сформулированной проблемы очень важная составляющая любой деятельности, тем более научно-исследовательской.

После выбора темы, постановки задачи и обсуждения предлагаемых методов решения, требуется организация исследовательской деятельности на постоянной основе, а не только к периодам отчётности – защиты курсовой работы или сдачи отчёта по летней практике.

Как только появляются первые результаты, нужно предоставить возможность студенту для их апробации и обсуждения. Умение публичного представления результатов исследовательской деятельности – важный навык, который требует условий и усилий для его формирования.

Как правило, на первых этапах возникают трудности, связанные с неуверенностью студентов в своих силах и страхом публичных выступлений. Поэтому первый такой опыт должен быть в дружеской и благожелательной атмосфере. Такая атмосфера создана на заседаниях студенческого научного объединения (СНО) «Анализ и компьютерная обработка данных», наставником которого является автор [1].

Участие в организации и проведении научно-популярных лекций для школьников и первокурсников, традиционно проводимых ко дню Российской науки (8 февраля) и ко дню Математика (1 декабря), также способствует формированию навыка публичного представления и презентации результатов научно-исследовательской работы. Опыт таких выступлений помогает раскрыть творческие способности и таланты участников СНО, и дает студентам уверенность в своём потенциале и перспективах проводимых ими научных и практико-ориентированных исследований.

И если вначале приходится просить и уговаривать студентов попробовать свои силы и принять участие в различных конкурсах и конференциях, то после получения первых дипломов, студенты уже сами проявляют активность и самостоятельность, подавая заявки на такие конкурсы, как «УМНИК», «Лобачевский и XXI век» и другие.

Для выявления, поддержки и стимулирования студентов института математики, информационных технологий и физики УдГУ, принимающих участие в научно-исследовательской работе и интересующихся различными направлениями и практическими аспектами математики, методикой её преподавания, кафедра математического анализа организует Конкурс на Лучшую студенческую работу по математике [2]. Конкурс проводится по следующим номинациям:

- научно-исследовательская работа в области фундаментальной математики;
- научно-исследовательская работа в области прикладной математики;
- поисково-исследовательская работа (теоретическая или прикладная исследовательская работа реферативного характера);
- прикладная разработка (решение практической задачи из реальной жизни с помощью математических методов);
- методическая разработка (для студентов как направления «Педагогическое образование», так и собирающихся или работающих в школе);
- «первый шаг в науку» (для студентов первого курса).

Участие в подобных конкурсах позволяет студенту приобретать опыт подготовки и оформления по требованиям полученных результатов. А с другой стороны, он получает объективную оценку экспертов и рекомендации для дальнейших исследований.

Таким образом, эвристический подход и совместное обсуждение темы исследований являются эффективными инструментами организации исследовательской деятельности студентов. Подводя итоги, отметим, что самое трудное студенту – это сделать первый шаг: получив результаты, представить их на открытое обсуждение. Но когда появляется опыт публичных выступлений, презентации результатов своих исследований, участия в конференциях и конкурсах, у студентов появляется уверенность и формируется желание продолжать исследования. Чтобы студенты активно и эффективно занимались практико-ориентированными и научными исследованиями, они должны получать удовольствие от своей деятельности и от преодоления возникающих трудностей.

Литература

1. Официальный сайт Удмуртского госуниверситета. Страница СНО: https://f-imitf.udsu.ru/science/studencheskoe-nauchnoe-obedinenie (дата обращения: 30.10.2025)
2. Официальный сайт Удмуртского госуниверситета. Страница конкурса на лучшую студенческую работу: https://f-imitf.udsu.ru/science /studencheskoe-nauchnoe-obedinenie/ konkurs-na-luchshuyu-studencheskuy u-rabotu-po-matematike (дата обращения: 30.10.2025)

HEURISTIC APPROACH TO ORGANIZING RESEARCH ACTIVITIES OF STUDENTS IN MATHEMATICAL FIELDS

Latypova Natalia

Annotation. The article examines the issues related to organizing research activities for students in mathematics-oriented programs at Udmurt State University. A heuristic approach to organizing students' scientific research work is proposed, and possible measures for developing students' research skills and creative independence are discussed.

Keywords: *heuristic approach, organization of research activities, students' research work, student scientific association.*

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАШИХСЯ

Лысенко-Суровягина Виктория Викторовна
социальный педагог,
e-mail: viktoriasurov2701@gmail.com
ГБОУ «Комсомольская школа № 1 Старобешевского м.о.»,
г. Комсомольское, РФ

Аннотация: В статье рассматривается сущность и дидактический потенциал эвристических технологий в процессе обучения математике. Анализируется роль эвристик в преодолении репродуктивного характера традиционного математического образования и переходе к развивающей модели, ориентированной на формирование творческого, исследовательского подхода к решению задач. Описаны ключевые эвристические приемы и методы (анализ через синтез, индукция и аналогия, метод «мозгового штурма», решение задач с параметрами и на доказательство), проиллюстрированы примеры их применения в школьной практике. Доказывается, что систематическое использование эвристических технологий способствует не только углубленному усвоению математических знаний, но и развитию метапредметных компетенций: логического мышления, креативности, умения выдвигать и проверять гипотезы.

Ключевые слова: *эвристические технологии, эвристика, обучение математике, математическое мышление, проблемное обучение, творческая деятельность, эвристические методы, исследовательская деятельность учащихся.*

Современные вызовы системы образования диктуют необходимость перехода от знаниевой парадигмы к компетентностной. В области математического образования это выражается в смещении акцента с усвоения готовых алгоритмов и формул на формирование способности самостоятельно открывать новые знания, решать нестандартные задачи и мыслить творчески. Традиционные методы обучения, основанные на репродуктивной деятельности, часто оказываются недостаточно эффективными для достижения этих целей.

В данном контексте особую значимость приобретают эвристические технологии обучения. Эвристика (от греч. heurisko – отыскиваю, открываю) – это совокупность приемов и методов, направленных на организацию и стимулирование процесса продуктивного творческого мышления, ведущего к открытию нового. В отличие от строгих алгоритмов, эвристики не гарантируют успеха, но задают стратегию поиска решения, сокращая время и усилия, затрачиваемые на него.

Цель статьи – теоретически обосновать и раскрыть практические аспекты применения эвристических технологий в обучении математике для развития математического мышления учащихся.

Эвристическое обучение математике базируется на принципах проблемного и исследовательского обучения. Его основоположником считается Дж. Пойа, который в своих работах («Математическое открытие», «Как решать задачу») детально описал эвристические стратегии, используемые математиками.

Ключевые идеи эвристического подхода:

1. Ориентация на процесс, а не только на результат. Ценность представляет не только верный ответ, но и путь его нахождения, включая ошибочные гипотезы и их анализ.

2. Субъективное открытие знаний. Учащийся не получает знания в готовом виде, а «переоткрывает» их в собственной деятельности, что обеспечивает более глубокое и прочное усвоение.

3. Диалогичность и сотрудничество. Учебный процесс строится как диалог между учителем и учеником, в котором учитель выступает в роли наставника, задающего направление мысли с помощью наводящих вопросов (эвристических бесед).

Эвристическая деятельность в математике проявляется в умении:

- Выделять и формулировать проблему;
- Выдвигать и проверять гипотезы;
- Проводить математическую аналогию;
- Переходить от частного к общему (индукция) и от общего к частному (дедукция);
- Рассуждать от противного;
- Вводить вспомогательные элементы;
- Рассматривать крайние случаи.

Классификация и примеры эвристических технологий в обучении математике. На практике эвристические технологии реализуются через систему конкретных методов и приемов.

Метод анализа через синтез.

Это базовый эвристический прием, при котором объект исследования (условие задачи) расчленяется на составные части (анализ), а затем мысленно объединяется с другими известными объектами или преобразуется для получения нового знания (синтез).

Пример: Задача: «Докажите, что медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна половине гипотенузы».

Анализ: Ученик рассматривает прямоугольный треугольник ABC ($\angle C=90°$), медиану CM. Он видит знакомые элементы: гипотенуза, медиана, прямой угол.

Синтез: Ученик вспоминает, что медиана разбивает треугольник на два равновеликих треугольника. Но этого недостаточно. Затем он пытается «достроить» фигуру – построить прямоугольник, проведя вторую медиану или достроив треугольник до прямоугольника ABCD. Синтезируя знания о свойствах прямоугольника (диагонали равны и точкой пересечения делятся пополам), он приходит к доказательству: $CM = 1/2 * AB$.

Метод аналогии и индукции.

Аналогия позволяет переносить знания из одной области в другую. Неполная индукция (обобщение на основе нескольких частных случаев) часто служит источником для выдвижения гипотез.

Пример: Изучение формулы суммы углов выпуклого n-угольника.

1. Индукция: Учитель предлагает найти сумму углов треугольника (180°), четырехугольника (разбив на два треугольника, получаем 360°), пятиугольника (разбив на три треугольника, получаем 540°).
2. Выдвижение гипотезы: Ученики замечают закономерность: $S = (n-2) * 180°$.
3. Доказательство: Гипотеза проверяется и доказывается строго с помощью метода разбиения n-угольника на (n-2) треугольника.

Метод «мозгового штурма».

Применяется для решения нестандартных, олимпиадных задач. Учащиеся в группе свободно высказывают любые идеи, даже кажущиеся абсурдными. Критика на первом этапе запрещена. Это стимулирует креативность и позволяет рассмотреть задачу с разных сторон.

Пример: Задача: «Как, имея два сосуда вместимостью 3 и 5 литров, набрать из реки 4 литра воды?»

На этапе генерации идей могут прозвучать: «переливать туда-сюда», «использовать разницу», «наклонить сосуд», «измерить высоту» и т.д. Далее эти идеи анализируются, и находится алгоритмическое решение через последовательные переливания.

Работа с задачами с параметрами и на доказательство.

Такие задачи по своей природе эвристичны, так как не имеют стандартного алгоритма решения.

- Задачи с параметрами требуют исследования всех возможных случаев, анализа влияния параметра на структуру уравнения или неравенства.

- Задачи на доказательство (например, доказательство неравенств, тождеств) требуют подбора и применения различных приемов: выделение полного квадрата, использование метода математической индукции, применение известных неравенств (Коши-Буняковского и др.).

Педагогические условия эффективного внедрения эвристических технологий. Для успешной реализации эвристического подхода необходимо:

1. Создание проблемной ситуации. Учебный материал должен подаваться как проблема, требующая разрешения.

2. Толерантное отношение к ошибкам. Ошибка должна рассматриваться как ценный источник информации о ходе размышлений ученика.

3. Дифференциация заданий. Подбор задач разного уровня сложности и эвристического потенциала, чтобы каждый ученик мог испытать успех в творческой деятельности.

4. Рефлексия. Обязательный этап, на котором учащиеся анализируют не только то, что они узнали, но и как они пришли к этому открытию, какие приемы использовали.

Таким образом, эвристические технологии представляют собой мощный инструмент модернизации математического образования. Они переводят ученика из пассивного потребителя информации в активного субъекта познавательной деятельности, исследователя и творца. Систематическое применение эвристических методов на уроках математики способствует формированию гибкого, нестандартного мышления, развивает интеллектуальную самостоятельность и готовит учащихся к решению сложных, многоплановых задач, с которыми они столкнутся в реальной жизни.

Перспективой дальнейшего исследования является разработка конкретных методических пособий и цифровых образовательных ресурсов, интегрирующих эвристические технологии в повседневную учебную практику.

Литература.

1. Гусев В.А. Внеаудиторная работа по математике в 6-8 классах / В.А. Гусев, А.И. Орлов, А.Л. Розенталь. – Москва : Просвещение, 1984. – 289 с.

2. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – Москва : Просвещение, 1968. – 431 с.

3. Лернер И.Я. Проблемное обучение. – Москва : Знание, 1974. – 64 с.

4. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. – Москва : Наука, 1970. – 452 с.

5. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. – Москва : Просвещение, 1989. – 256 с.

6. Хуторской А.В. Эвристическое обучение: Теория, методология, практика. – Москва : Международная педагогическая академия, 1998. – 266 с.

HEURISTIC TECHNOLOGIES AS A MEANS OF DEVELOPING STUDENTS' MATHEMATICAL THINKING

Lysenko-Surovyagina Victoria Viktorovna

Abstract: The article examines the essence and didactic potential of heuristic technologies in the process of teaching mathematics. The role of heuristics in overcoming the reproductive nature of traditional mathematical education and the transition to a developmental model focused on the formation of a creative, research approach to solving problems is analyzed. The key heuristic techniques and methods (analysis through synthesis, induction and analogy, the method of "brainstorming", solving problems with parameters and proof) are described, examples of their application in school practice are illustrated. It is proved that the systematic use of heuristic technologies contributes not only to the in-depth assimilation of mathematical knowledge, but also to the development of meta-subject competencies: logical thinking, creativity, the ability to put forward and test hypotheses.

Keywords: *heuristic technologies, heuristics, teaching mathematics, mathematical thinking, problem-based learning, creative activity, heuristic methods, students' research activities.*

ВЫЗОВЫ, МЕТОДЫ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЙ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Матвеева Валентина Александровна,
кандидат педагогических наук,
e-mail: matveeva89.ru@mail.ru
Басханова Анастасия Витальевна,
студент
e-mail: anasteysha.la@yandex.ru
ФГБОУ ВО Сахалинский государственный университет,
г. Южно-Сахалинск, РФ

Аннотация. В статье анализируются теоретические и практические аспекты интеграции технологий искусственного интеллекта (ИИ) в систему оценки качества математического образования. Рассматриваются современные вызовы, методы и инструменты, основанные на ИИ, а также их влияние на эффективность образовательного процесса.

Ключевые слова. *технологии искусственного интеллекта, математическое образование, оценка качества, персонализированное обучение, формирующее оценивание, цифровая трансформация*.

Современный этап развития образования характеризуется активной цифровой трансформацией, в которой технологии искусственного интеллекта (ИИ) занимают центральное место. В контексте математического образования ИИ перестает быть лишь инструментом автоматизации, становясь катализатором фундаментальных изменений в методологии преподавания и, что особенно важно, в системе оценки качества знаний. Актуальность данной темы обусловлена растущими требованиями к персонализации обучения и необходимостью формирования динамичной, объективной обратной связи в условиях массового образования.

Исследования последних лет показывают, что основное внимание уделяется влиянию нейросетей на образовательный процесс, перспективам использования специализированных инструментов (например, MathGPT, Mathos AI) для решения математических задач, а также вопросам готовности педагогов к внедрению новых технологий [3]. Однако ключевой проблемой остается методическая проработка интеграции ИИ в систему оценивания, которая выходила бы за рамки простой автоматизации проверки тестов и была направлена на развитие когнитивных способностей учащихся.

Цель статьи — систематизировать потенциальные методы и инструменты ИИ для комплексной оценки качества математического образования, а также проанализировать их эффективность на основе данных отечественных и зарубежных исследований.

Внедрение ИИ в образовательный процесс открывает новые возможности для персонализации обучения и формирующего оценивания. Согласно данным исследования Кузьменко М.В. [3], около 70% учителей математики в России готовы использовать ИИ, однако их знания носят фрагментарный характер, а практика применения варьируется от 13% до 40% в зависимости от направления. Это свидетельствует о разрыве между осознанием потенциала технологии и ее методически обоснованным применением.

Одним из ключевых вызовов является необходимость перехода от констатирующего контроля к формирующему оцениванию, которое позволяет не только фиксировать результаты, но и способствовать развитию навыков учащихся. ИИ может обеспечить динамичную обратную связь, адаптированную под индивидуальные особенности обучающихся, что особенно важно в условиях разноуровневой подготовки [1].

Среди наиболее перспективных методов использования искусственного интеллекта (ИИ) в оценке качества математического образования можно выделить следующие подходы, основанные на текущих исследованиях и разработках.

Автоматизированная проверка и анализ ошибок. Системы на основе ИИ способны не только проверять правильность решений математических задач, но и анализировать типичные ошибки, предлагая индивидуальные рекомендации по их устранению. Современные интеллектуальные обучающие системы и чат-боты могут имитировать поведение учителя, например, проверять уровень знаний, анализировать ответы и давать обратную связь [6]. Это позволяет педагогу не тратить время на рутинную проверку, а сконцентрироваться на анализе общих трудностей и подготовке целевых материалов для их преодоления. Такая автоматизация является частью цифровой трансформации, ориентированной на повышение эффективности образовательного процесса

Адаптивное тестирование и персонализация. ИИ позволяет создавать адаптивные тесты и учебные траектории, которые в реальном времени подстраиваются под уровень подготовки и индивидуальные особенности учащегося [2]. Алгоритмы анализируют успеваемость, поведение и другие данные, чтобы выявить сильные и слабые стороны студента и создать для него персонализированный план обучения [4]. Исследования показывают, что такие системы могут значительно повысить успеваемость и вовлеченность учащихся [5]. Ключевыми характеристиками для адаптации могут быть базовые знания, когнитивные стили, темп работы и интересы обучающегося.

Формирующее оценивание. ИИ способен обеспечивать целенаправленную и мгновенную обратную связь, что является сутью формирующего оценивания — оценки для обучения, а не только результатов обучения [4]. Эта обратная связь помогает учащимся понять, на каком этапе они находятся, куда двигаться дальше и как корректировать свои действия. В модели формирующего оценивания ИИ помогает на этапах сбора данных об успехах учеников, интерпретации этих данных и предоставления персонализированных рекомендаций, что делает поддержку обучения более адресной и эффективной.

Зарубежный опыт демонстрирует успешные примеры интеграции ИИ в образовательный процесс. В частности, исследование, проведенное в США, показало, что использование ChatGPT для разработки уроков элементарной математики (обучение а начальной школе) способствовало повышению мотивации учащихся и улучшению их результатов на 15–20% [8]. Эмпирические данные из Китая подтверждают эту тенденцию. Например, специальное исследование, проведенное в городе Чунцин, было сосредоточено на анализе факторов, влияющих на интеграцию ИИ в начальное математическое образование. В исследовании приняли участие 516 учителей начальной математики, что делает его выводы репрезентативными для анализа ситуации на местах. Хотя работа не приводит единого количественного показателя (например, снижение ошибок на 25%), ее ключевой вывод заключается в том, что успешное внедрение ИИ в обучение, в том числе для адаптивного оценивания, напрямую зависит от готовности и навыков педагогов, а также от поддержки со стороны образовательной системы [7].

В России также наблюдается рост интереса к использованию ИИ в образовании. Согласно данным Кузьменко М.В. [3], учителя математики проявляют готовность к внедрению новых технологий, однако требуют методической поддержки и доказательств эффективности. Пилотные проекты, реализованные в ряде школ, показали, что использование ИИ для анализа ошибок и формирования обратной связи позволяет повысить качество усвоения материала на 10–15%.

Интеграция технологий искусственного интеллекта в систему оценки качества математического образования открывает широкие возможности для персонализации обучения и формирующего оценивания. Однако для успешного внедрения ИИ необходимы методическая проработка, подготовка педагогов и создание условий для адаптации новых технологий. Дальнейшие исследования должны быть направлены на разработку конкретных методик и инструментов, а также на оценку их долгосрочной эффективности.

Литература

1. Букина Т.В. Искусственный интеллект в образовании: современное состояние и перспективы развития // Общество: социология,

психология, педагогика. 2025. – № 1. – С. 76–83. https://doi.org/10.24158/spp.2025.1.9. (дата обращения: 15.11.2025).

2. Кравченко Д.А. Персонализация в образовании: от программируемого к адаптивному обучению / Д. А. Кравченко, И.А. Блескина, Е.Н. Каляева, Е.А. Землякова, Д.Ф. Аббакумов // Современная зарубежная психология. – 2020. – Т. 9, № 3. – С. 34–46. https://doi.org/10.17759/jmfp.2020090303 (дата обращения: 09.11.2025).

3. Кузьменко М. В. Искусственный интеллект в школьном математическом образовании: осведомленность, готовность и использование учителями математики / М. В. Кузьменко // Психологическая наука и образование. – 2025. – Т. 30, № 3. – С. 125–139. https://doi.org/10.17759/pse.2025300310

4. Николаев А.А. Международный опыт и перспективы использования искусственного интеллекта в образовании / А. А. Николаев, М. Ю. Кузнецов, В. А. Николаев // Управление образованием: теория и практика. – 2024. – № 5-1 (82). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/mezhdunarodnyy-opyt-i-perspektivy-ispolzovaniya-iskusstvennogo-intellekta-v-obrazovanii (дата обращения: 23.11.2025).

5. Подколзин М.М. Интеллектуальная система адаптивного обучения на основе нейронных сетей для персонализации образовательных траекторий студентов российских вузов / М.М. Подколзин // Информатика и образование. – 2024. – Т. 39, № 6. – С. 65–81. – https://doi.org/10.32517/0234-0453-2024-39-6-65-81 (дата обращения: 25.11.2025).

6. Свердлова Н.А. Анализ возможностей искусственного интеллекта применительно к обучению в школе / Н.А. Свердлова, Е.С. Орлова // Международный научно-исследовательский журнал. – 2024. – № 1 (139). – URL: https://research-journal.org/archive/l-139-2024-january/10.23670/IRJ.2024.139.161 (дата обращения: 10.11.2025). – DOI: 10.23670/IRJ.2024.139.161

7. Li, M., & Manzari, E. (2025). AI utilization in primary mathematics education: a case study from a southwestern Chinese city. *Education and Information Technologies, 30*, 11717–11750. https://doi.org/10.1007/s10639-025-13315-z (дата обращения: 05.12.2025).

8. Rutherford, T. I just think it is the way of the future: Teachers' use of ChatGPT to develop motivationally-supportive math lessons / Rutherford, T., Rodrigues, A., Duque-Baird, S., Veng, S., Mykyta-Chomsky, R., Cao, Y., Chisholm, K., & Bergwall, E. [Электронный ресурс] // ScienceDirect. – 2024. – Режим доступа: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2666920X25000074 (дата обращения: 05.12.2025). – https://doi.org/10.1016/j.caeai.2025.100367

CHALLENGES, METHODS AND EFFECTIVENESS OF USING ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGIES IN ASSESSING THE QUALITY OF MATHEMATICAL EDUCATION

***Valentina A. Matveeva*,**
Anastasia V. Baskhanova,

Abstract. This article analyzes the theoretical and practical aspects of integrating artificial intelligence (AI) technologies into the quality assessment system for mathematics education. It examines current challenges, AI-based methods, and tools, as well as their impact on the effectiveness of the educational process.
Keywords. *Artificial intelligence technologies, mathematics education, quality assessment, personalized learning, formative assessment, digital transformation.*

КАК ОРГАНИЗОВАТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ДЕСЯТИКЛАССНИКА ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ

Матыцина Татьяна Николаевна,
кандидат физико-математических наук, доцент,
e-mail: t_matycina@kosgos.ru
Зуродова Ксения Викторовна,
магистрант 2 курса,
e-mail: ksurogovceva73@gmail.com
ФГБОУ ВО «Костромской государственный университет»,
г. Кострома, РФ

Аннотация. Статья подчеркивает важность развития математической самостоятельности у десятиклассников перед ЕГЭ. Предлагаются методы диагностики, совместного планирования и решения задач для повышения мотивации и уверенности. Особое внимание уделяется роли педагога как наставника.

Ключевые слова: *математическое образование, самостоятельная работа, математическая самостоятельность, индивидуальный маршрут, «пробелы» в знаниях, мотивация.*

Десятый класс – важный этап в математическом образовании: здесь закладываются основы для сдачи ЕГЭ, углубленного изучения тем по математике для классов профильным уровнем и дальнейшего выбора профессии. Однако у многих школьников к этому возрасту формируется неуверенность в своих силах – пробелы в базовых знаниях (вычислительные навыки, алгебраические преобразования, работа с функциями, геометрические построения и пр.), несформированная учебная привычка или отсутствие мотивации.

Самостоятельная работа в этом контексте – не просто выполнение заданий «в одиночку», а осознанная, регулярная, рефлексивная деятельность под педагогическим сопровождением. Ее цель – не «загрузить» ученика, а развить у него математическую самостоятельность: умение ставить цели, выбирать стратегию, корректировать путь и оценивать результат.

В современной педагогической литературе проблема организации самостоятельной работы учащихся по математике занимает важное место, поскольку именно самостоятельность способствует развитию аналитического и логического мышления, навыков саморазвития [3]. В рамках современных технологий обучения особое значение приобретает использование дистанционных образовательных технологий, что позволяет расширить возможности для самостоятельной работы и индивидуализации обучения [4].

На уроках математики важной задачей является создание условий для активного самообразования и самостоятельного поиска решений, что реализуется через использование различных средств и методов. С.А. Старцева [6] выделяет виды самостоятельной работы, подчеркивая необходимость их дифференциации и учета индивидуальных особенностей учащихся. В этом контексте мультимедийные тренажеры, по мнению А.С. Гребенкиной [1], выступают эффективным средством повышения мотивации и формирования навыков самостоятельного анализа и решения задач.

Особое место занимает организация индивидуальных образовательных маршрутов, что позволяет учитывать особенности каждого ученика и способствует более эффективному освоению математического материала [5]. Также важным аспектом является использование различных форм и средств работы, таких как проектные задания, тесты, онлайн-курсы, что позволяет развивать самостоятельность и ответственность за учебный процесс [2].

Таким образом, интеграция современных технологий и методов организации самостоятельной работы способствует повышению качества математического образования, формирует у учащихся навыки самостоятельного поиска информации и решения проблем, готовит ребенка к успешной сдаче ЕГЭ по математике, а также мотивирует к дальнейшему развитию в будущей профессиональной деятельности [7].

Опишем систему шагов, которая была апробирована в школе Костромской области. Данная система нацелена на поддержание уровня мотивации к обучению, ликвидации «пробелов» в знаниях и выравнивания уровня подготовки обучающихся к освоению школьного курса математики за 10-11 класс.

1. Диагностика.

Не начинайте с «подтягивания» – начните с понимания.

Проведите диагностическую беседу в формате «математического интервью»:

– Какие темы кажутся самыми сложными? Почему?

– Когда ты чувствуешь, что «понял» новую тему? По каким признакам?

– Что помогает тебе запомнить формулы или алгоритмы – рисунки, схемы, объяснение вслух, примеры из жизни?

Обработав ответы учеников, проведите:

– анализ результатов текущих контрольных и домашних работ;

– тест на ключевые базовые навыки (например, решение квадратных уравнений, работа с дробями, простейшие планиметрические и стереометрические задания и пр.):

– опрос ученика: «По шкале от 1 до 10 – насколько я готов к ЕГЭ по математике? Что мешает подняться на 2 балла выше?».

Отметим, что важен не столько «рейтинг знаний», сколько выявление зоны ближайшего развития и «пробелы» в знаниях обучающегося.

2. Совместное проектирование индивидуального маршрута

Вместе с учеником составьте «дорожную карту» на 1–2 месяца (см. табл. 1).

Таблица 1. – Дорожная карта ученика

Компонент	Пример
Цель	Уверенно решать задания № 6, № 7 и № 10 ЕГЭ (уравнение, тождественное преобразование и текстовую задачу)
Этапы	1. Восстановить навык преобразования выражений. 2. Отработать типовые уравнения. 3. Уверенно составлять математическую модель текстовой задачи.
Ресурсы	Онлайн-тренажер «РешуЕГЭ», онлайн-тренажеры по отработке навыков для обучающихся основной школы.
Форматы работы	1. 20 мин в день: 10 мин – разбор теории/алгоритма, 10 мин – решение + запись комментария «Почему выбрал этот способ?» 2. Раз в неделю мини-проект: придумать свою задачу и решить ее.
Обратная связь	Еженедельная 15-минутная сессия «Как прошла неделя? Что было легко/трудно? Что изменим?», решение небольшой самостоятельной работы (три задания).

Ключевой принцип: ученик – соавтор маршрута, он определяет темп, число заданий, выделяемое время в зависимости от занятости. Чем больше он участвует в планировании, тем выше вовлеченность и ответственность за результат.

3. Методы организации самостоятельной работы обучающихся 10 класса.

Избегайте «решать 30 однотипных примеров». Лучше – меньше, но глубже.

Применяйте «метод трех вопросов»: после решения задачи ученик отвечает: Какую главную идею использовал? Как можно было решить иначе? Как связано это задание с темой, изученной в 5-9 классах?

Визуализируйте процесс: создание схем, ментальных карт, «математических комиксов» – особенно эффективно при запоминании формул и алгоритмов.

Применяйте математические видеоролики, записанным учеником, с 2-минутным объяснением решения задания для «младшего друга».

Используйте задания с ошибками, при это обучающийся должен фиксировать следующее: Ошибка → Почему возникла? → Как распознать в будущем? → Аналогичная задача для закрепления.

4. Поддержка мотивации и рефлексия.

Для подростков важна внутренняя мотивация и осознание для чего он решает ту или иную задачу. Рекомендуется показать ребенку как связаны его «пробелы» в знаниях с заданиями, которые ему предстоит решать на ЕГЭ (это в той или иной степени его мотивирует к изучению конкретной темы). Отметим, что для некоторых учеников мотивацией может служить понимание практического применения математических знаний в окружающем мире.

Регулярно отмечайте достижения ученика: «Ты впервые сам нашел ошибку в решении – это большой шаг!», «Ты четко сформулировал, что непонятно – это важнее, чем сразу дать правильный ответ».

В конце каждой беседы следует проводить рефлексию: Что сегодня получилось? Что вызвало сопротивление? Что попробую завтра иначе?

5. Когда и как вмешиваться?

Педагог должен быть наставником и опорой для ученика, к которому обучающийся может подойти, задать вопрос и посоветоваться. При этом следует:

- не давать готовое решение, но помогать ученику сформулировать вопрос;
- при затяжных «зависаниях» предлагать альтернативную стратегию (например, переключиться на геометрию, если застопорилась алгебра);
- если ученик теряет веру – предложите выполнить «победную» мини-задачу (из тех, что он точно осилит).

Поднять уровень математической подготовки у десятиклассника – это не «впихнуть знания», а выстроить специальную систему занятий, нацеленную на повышение уровня мотивации и заинтересованности в ликвидации «пробелов» в знаниях.

Литература

1. Гребенкина А.С. Мультимедийный тренажер по математике как средство организация самостоятельной работы // Информационные и инновационные технологии в науке и образовании. – Ростов-на-Дону, 2025. – С. 59-63.
2. Кубекова Б.С., Боташева З.Х. Об организации самостоятельной работы учащихся при обучении математике // Проблемы современного педагогического образования. – 2025. – № 87-3. – С. 143-146.

3. Леонкин М.И. Организация самостоятельной работы на уроках математики // Математика. – 2014. – №9. – С. 11-16.
4. Марсавина А.Д. Организация самостоятельной работы по математике учащихся 10-11 классов средствами дистанционных образовательных технологий // Студенчество и наука: ступень к познанию : материалы XXVIII научной студенческой конференции. – Новосибирск, 2024. – С. 96-102.
5. Роговцева К.В., Бабенко А.С., Жбанов Е.А. Индивидуальный образовательный маршрут для обучающихся 5-6 классов // Белкинские чтения : материалы Всероссийской научно-методической конференции. – Науч. редактор и сост. И.Г. Дьяков. – Кострома, 2023. – С. 7-11.
6. Старцева С.А. Организация самостоятельной работы обучающихся на уроках математики: виды, средства и проблемы организации самостоятельной работы // История, теория и практика развития педагогических идей в свете современных тенденций образования : статьи и материалы III Всероссийской студенческой научно-практической конференции с международным участием, посвященной 85-летнему юбилею ГОУ ВО МО "Государственный социально-гуманитарный университет". – Коломна, 2025. – С. 307-311.
7. Степанова М.Н., Паничкина Л.А. Организация самостоятельной работы на уроках математики // Вестник научных конференций. – 2021. – № 11-1 (75). – С. 96-97.

HOW TO ORGANIZE INDEPENDENT WORK OF A TENTH GRADER TO IMPROVE THE LEVEL OF MATHEMATICAL PREPARATION

Matycina Tatyana Nikolaevna, Zurodova Ksenia Viktorovna

Abstract. The article emphasizes the importance of developing mathematical independence among tenth graders before the Unified State Exam. Diagnostic methods, joint planning and problem solving are offered to increase motivation and confidence. Special attention is paid to the role of the teacher as a mentor.

Keywords: *mathematical education, independent work, mathematical independence, individual route, "gaps" in knowledge, motivation.*

ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Миналто Вадим Сергеевич,
аспирант,
e-mail: minalto.v.s@gmail.com
Кузнецова Елена Павловна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: elenapav@tut.by
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка, г. Минск, Республика Беларусь

Аннотация. Описаны особенности выбора расположения прямоугольной системы координат для решения конкретной планиметрической задачи методом комплексных чисел. Предложены вспомогательные задания, способствующие формированию умений, востребованных при использовании метода комплексных чисел в решении геометрических задач на плоскости.

Ключевые слова: *метод комплексных чисел, решение планиметрических задач, выбор системы координат, вспомогательные задания.*

Процесс решения математической задачи, согласно Д. Пойа [1], включает четыре этапа: I) анализ условия и требования задачи; II) поиск решения и составление плана действий; III) осуществление плана решения; IV) анализ результатов решения. Заметим, что выбор метода решения задачи не всегда является результатом поиска её решения, поскольку «метод решения задачи характеризует общий план действий, а способ решения – конкретную последовательность действий, ведущих к достижению цели, с учётом используемых средств (при***способ***лений)» [3, с. 4]. Решение задачи методом комплексных чисел, по аналогии с координатным и векторным методами, состоит в моделировании геометрических объектов и отношений между ними с использованием соответствующего языка. Способ решения задачи этим методом в значительной мере зависит от расположения прямоугольной системы координат на плоскости. В этой статье покажем, как изменение положения системы координат при решении одной и той же геометрической задачи методом комплексных чисел меняет его ход и какие вспомогательные задания способствуют формированию умений, востребованных для применения этого метода в задачах по планиметрии.

В книге [2] излагаются основы метода комплексных чисел для решения широкого круга геометрических задач на плоскости. Приведены теоретические сведения об элементах теории комплексных чисел, даны примеры решения задач (с изложением только III этапа по Д. Пойа – осуществления плана решения) и предложены задачи для самостоятельного решения. Рассмотрим геометрическую задачу, решённую в [2].

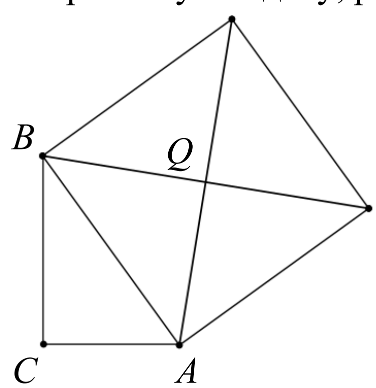


Рисунок 1 – Чертёж по условию задачи

Задача [2, с. 23]. «На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC построен квадрат вне треугольника. Найти расстояние от вершины C прямого угла до центра Q квадрата, если длины катетов BC и AC равны, соответственно, a и b».

В изложении её решения никак не комментируется необходимость выбора положения прямоугольной системы координат с началом именно в вершине прямого угла C и осями на продолжении катетов CB и CA прямоугольного треугольника ABC (рис. 1). Обозначение координат точек A, B и Q соответствующими комплексными числами b, ai и z_Q, приводит к уравнению $(ai - z_Q)i = b - z_Q$, из которого можно выразить комплексное число z_Q, характеризующее место точки Q на комплексной плоскости. Модуль этого числа является искомой величиной.

Решение рассмотренной задачи возможно и без применения метода комплексных чисел, например, с использованием теоремы Птолемея или достраиванием геометрической конструкции[1] из рисунка 1 до квадрата с длиной стороны $a + b$. Однако оба этих приёма будут уже не так удачны в решении задачи при изменении её требования, например, на нахождение неизвестного угла между отрезками заданной конструкции, а метод комплексных чисел останется применимым и в этом случае.

Предложенное автором [2] расположение системы координат является наиболее естественным и очевидным, но рациональное решение задачи получается только через запись уравнения с комплексными числами. Учебных текстов и заданий по формированию умений составлять и решать такие уравнения при изложении темы «Комплексные числа» нет в современных учебных пособиях по математике для старшеклассников стран постсоветского

[1] Под *геометрической конструкцией* нами понимается «совокупность геометрических фигур, расположенных определённым образом, объединение которых является связной фигурой» [4, с. 50].

пространства (Азербайджан, Армения, Казахстан, Молдова, Россия, Туркменистан, Узбекистан). Чаще всего в них материал о геометрической интерпретации комплексного числа на плоскости ограничивается изображением точки, соответствующей данному комплексному числу (и наоборот); геометрической трактовкой результатов некоторых арифметических действий над двумя комплексными числами, а также модуля их разности. Таким образом, актуален поиск задач, для решения которых учащимся было бы достаточно тех теоретических сведений о геометрической интерпретации комплексных чисел, что указаны в школьных учебных пособиях. Рассмотренную выше задачу тоже можно решить с использованием только этих сведений, но с другим расположением системы координат.

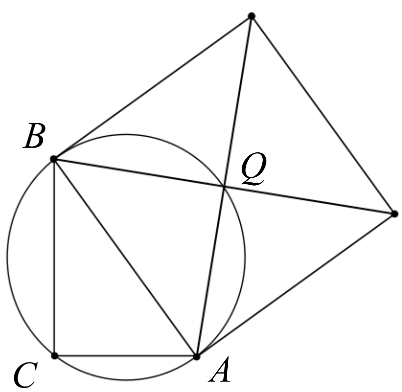


Рисунок 2 – Геометрическая конструкция из рисунка 1, дополненная окружностью, описанной около четырёхугольника из двух прямоугольных треугольников

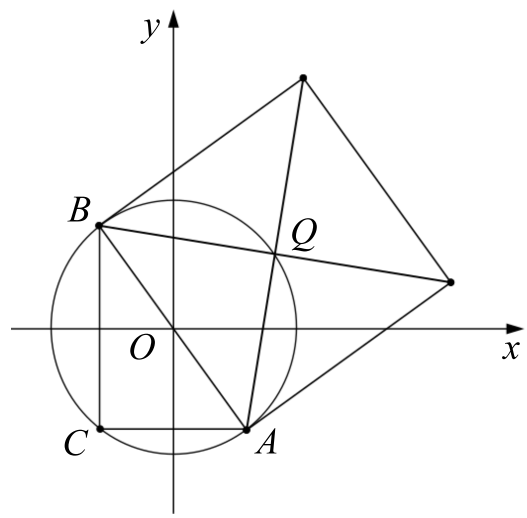


Рисунок 3 – Расположение прямоугольной системы координат Oxy на чертеже из рисунка 2

На основе рисунка 1 можно дополнить имеющуюся геометрическую конструкцию окружностью, описанной около четырёхугольника, состоящего из двух прямоугольных треугольников с общей гипотенузой (рис. 2). По условию задачи один из этих прямоугольных треугольников равнобедренный.

Выберем начало системы координат Oxy в середине гипотенузы AB (центр окружности, описанной около четырёхугольника $ACBQ$) и расположим оси этой системы координат параллельно катетам прямоугольного треугольника ACB, как показано на рисунке 3.

Пусть точке B соответствует комплексное число $z_B = x + yi$, где $x < 0$ и $y > 0$. Так как точки C и B симметричны относительно оси Ox, то соответствующее точке C комплексное число имеет вид $z_C = \overline{z_B} = x - yi$ (то есть числа z_C и z_B являются сопряжёнными). Точки A и B симметричны относительно начала прямоугольной системы координат Oxy, поэтому точке A

соответствует комплексное число $z_A = -z_B = -x - yi$ (то есть числа z_A и z_B являются противоположными). Поскольку, по рисунку 3, $OQ = OA$ и OQ – высота прямоугольного треугольника AQB и точка Q образована поворотом точки A на угол 90° против часовой стрелки относительно начала координат, то $z_Q = z_A i = y - xi$. Значит, расстояние CQ равно

$$|z_Q - z_C| = |y - xi - (x - yi)| = |(y - x) + (y - x)i| = \sqrt{2}|y - x|.$$

Если $AC=a$, то $|z_A - z_C| = |-x - yi - (x - yi)| = |-2x| = \sqrt{(2x)^2} = |2x|$. Так как $x < 0$, то $-2x = a$, откуда $x = -\frac{a}{2}$. Если $BC=b$, то $|z_B - z_C| = |x + yi - (x - yi)| = |2yi| = \sqrt{(2y)^2} = |2y|$. Так как $y > 0$, то $2y = b$, откуда $y = \frac{b}{2}$. Подставив найденные значения x и y, получим ответ

$$|z_Q - z_C| = \sqrt{2}|y - x| = \sqrt{2}\frac{a+b}{2} = \frac{a+b}{\sqrt{2}}.$$

Чтобы учащиеся смогли реализовать такое решение задачи методом комплексных чисел, необходимо предварительно сформировать у них ряд умений, например, с помощью следующих вспомогательных заданий.

Задание 1. На комплексной плоскости Oxy точкам K, M и T соответствуют комплексные числа $z, \bar{z}$ и $-z$, где $z = x + yi$.

1) Запишите комплексные числа z_K и z_M, как их называют? Как по отношению к отрезку KM размещены оси Ox и Oy?

2) Запишите комплексные числа z_K и z_T, как их называют? Как по отношению к отрезку KT размещена точка начала координат O?

3) Какой вид имеет треугольник KMT?

Ответы: 1) $z_K = x + yi$ и $z_M = x - yi$ – сопряжённые; ось Ox – серединный перпендикуляр к отрезку KM; $Oy \parallel KM$; 2) $z_K = x + yi$ и $z_T = -x - yi$ – противоположные; O –середина отрезка KT; 3) Δ KMT – прямоугольный.

Задание 2. На комплексной плоскости Oxy точкам K и F соответствуют такие комплексные числа, что $z_K = (2i) \cdot z_F$.

1) Запишите комплексное число z_K, если $z_F = 1 - 3i$;
2) Найдите угол между отрезками OK и OF.

Ответы: 1) $z_K = 6 + 2i$; 2) $\angle KOF$ = 90°, поскольку умножение числа z_F на мнимую единицу с коэффициентом 2 соответствует композиции двух преобразований: поворота отрезка OK на +90° относительно начала координат (точки O) и растяжения его длины в 2 раза.

Задание 3. На комплексной плоскости Oxy точкам K и F соответствуют такие комплексные числа, что $z_K - z_F = -3$.

1) Чему равно расстояние между точками K и F?

2) Как по отношению к отрезку KF размещены оси Ox и Oy?

Ответы: 1) $KF = 3$; 2) $Ox \parallel KF$; $Oy \perp KF$.

Задание 4. На комплексной плоскости Oxy точкам M и P соответствуют такие комплексные числа, что $z_M - z_P = 6i$.

1) Чему равно расстояние между точками M и P?
2) Как по отношению к отрезку MP размещены оси Ox и Oy?

Ответы: 1) $MP = 6$; 2) $Ox \perp MP$; $Oy \parallel MP$.

Задание 5. Как расположить на комплексной плоскости Oxy оси Ox и Oy по отношению к катетам прямоугольного треугольника KMT ($\angle M = 90°$), чтобы точкам K и M соответствовали два сопряжённых комплексных числа?

Ответ: ось Ox должна быть серединным перпендикуляром к катету KM, ось Oy – параллельна этому катету.

Задание 6. Как расположить на комплексной плоскости точку O начала её системы координат по отношению к гипотенузе прямоугольного треугольника MFP ($\angle F = 90°$), чтобы точкам M и P соответствовали противоположные комплексные числа? Важно ли при этом какие углы образует отрезок MP с осями Ox и Oy этой системы координат?

Ответы: точка O – середина гипотенузы MP прямоугольного треугольника MFP; величины углов не важны.

Задание 7. Какие равенства можно записать с комплексными числами, которые соответствуют вершинам прямоугольного треугольника ACB, изображённого на комплексной плоскости с системой координат Oxy (рис. 4), если $AB = BC = 4$, $O \in AB$, $AO = OB$ и оси Oy и Ox соответственно параллельны катетам AC и BC?

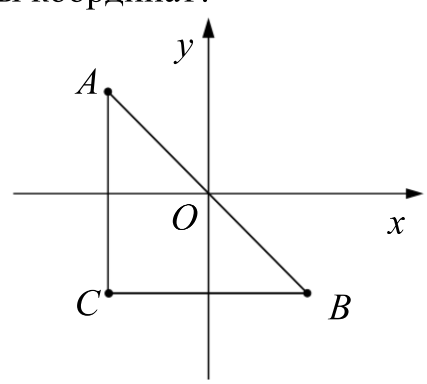


Рисунок 4 – Расположение системы координат Oxy в прямоугольном треугольнике ACB

Ответ: $z_C = z_A \cdot i$; $z_A = -z_B$; $z_A = \overline{z_C}$; $z_B - z_C = 4$; $z_A - z_C = 4i$; $|z_A - z_B| = 4\sqrt{2}$.

Выполнение заданий 1–4 способствует формированию умения геометрически интерпретировать размещение некоторых точек, соответствующих парам комплексных чисел (сопряжённых, противоположных, связанных умножением на мнимую единицу) относительно осей и начала координат комплексной плоскости, а также распознавать возможные их размещения по записям чисел в алгебраической форме. Последовательное решение заданий 5 и 6 приводит к получению прямоугольной системы координат Oxy с началом в середине гипотенузы прямоугольного треугольника и осями, параллельными его катетам. После успешного выполнения задания 7 становится очевидным достоинство такого расположения прямоугольной системы координат относительно вершин и сторон заданного прямоугольного треугольника, при котором можно записывать множество равенств с комплексными числами, определяющими точки рассматриваемой фигуры.

Таким образом, для решения планиметрических задач методом комплексных чисел с использованием общепринятых теоретических сведений из пособий стран постсоветского пространства, содержащих тему «Комплексные числа», необходим навык подбора особого размещения прямоугольной системы координат. Способствовать формированию умения находить такую систему координат на чертеже к геометрической задаче могут специальные задания (таких в рассматриваемых пособиях нет), связывающие вид комплексных чисел с расположением соответствующих им точек относительно осей и начала координат, задающих комплексную плоскость. Кроме того, должны быть заранее отработаны навыки по заданной алгебраической форме комплексного числа записывать число ему противоположное, сопряжённое с ним, полученное из него умножением на мнимую единицу, а также умения геометрически интерпретировать отношения между этими видами комплексных чисел. Всё это обеспечивает понимание учащимися связей между сведениями о комплексных числах и изученным в курсе планиметрии геометрическим материалом.

Литература

1. Пойа, Д. Как решать задачу : пособие для учителей / Д. Пойа ; под ред. Ю. М. Гайдука ; пер. с англ. В.Г. Звонаревой, Д.Н. Белла. – Львов : Квантор, 1991. – 215 с.

2. Понарин, Я.П. Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах : Книга для учащихся математических классов школ, учителей и студентов педагогических вузов. – Москва : МЦНМО, 2004. – 160 с.

3. Тухолко, Л.Л. Обучение поиску решения планиметрических задач с использованием геометрических конструкций / Л.Л. Тухолко, Е.В. Ворушило-Звежинская // Матэматыка і фізіка, 2024. – №3. – С. 3-19.

4. Тухолко, Л. Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии : монография / Л.Л. Тухолко. – Минск : БГПУ, 2019. – 246 с.

THE PROBLEM OF FORMING SKILLS FOR SOLVING PLANIMETRIC PROBLEMS BY THE METHOD OF COMPLEX NUMBERS

Minalto Vadim, Kuzniatsova Elena

Abstract. The problem of forming skills for solving planimetric problems by the method of complex numbers. The article describes the specifics of choosing a rectangular coordinate system for solving a specific planimetric problem using the complex number method. Auxiliary tasks are offered to help develop skills needed when using the complex number method to solve geometric problems on a plane.

Keywords: *method of complex numbers, solution of planimetric problems, choice of coordinate system, auxiliary tasks.*

АНАЛИЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ ПЛАТФОРМ И ПРИЛОЖЕНИЙ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ЭВРИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Мякотина Виктория Игорьевна,
преподаватель
e-mail: myakotina@sfedu.ru
Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, РФ

Аннотация. В статье рассматриваются теоретические основы эвристического обучения, раскрываются его базовые принципы и методы, анализируется взаимосвязь между цифровыми технологиями и эвристическими подходами в образовании. Особое внимание уделяется обзору современных сервисов, включая интерактивные учебники, платформы для совместной работы и образовательные игры.

Ключевые слова: *эвристическое обучение, цифровые технологии, математическое образование, интерактивные платформы, критическое мышление, творческое развитие, образовательный процесс.*

Современное образование сталкивается с множеством вызовов, среди которых можно выделить необходимость адаптации к быстро меняющемуся миру цифровых технологий. В современном мире цифровизация образования становится ключевым фактором формирования компетенций, востребованных в XXI веке. Динамичное развитие информационных технологий требует внедрения инновационных методик, способствующих не только активному вовлечению учащихся в образовательный процесс, но и развитию их критического мышления.

Эвристический подход в обучении выступает одним из наиболее перспективных направлений, поскольку концентрируется на развитии мышления, творческого потенциала и аналитических способностей обучающихся. Современные цифровые технологии способны значительно усилить эффективность эвристических методов, создавая адаптивные и интерактивные образовательные среды.

Данная работа посвящена исследованию потенциала цифровых технологий в реализации эвристических методов в обучении математике. Эвристический метод базируется на следующих основополагающих принципах: активное участие обучающихся в образовательном процессе, где они выступают не просто «получателями» информации, а активными исследователями, решающими поставленные задачи; поисковая деятельность, направленная на развитие нестандартного мышления и способности находить альтернативные решения; рефлексивный анализ, позволяющий учащимся осмысливать полученный опыт, выявлять ошибки и корректировать дальнейшие действия.

Цифровые образовательные инструменты открывают новые горизонты для реализации эвристического подхода. Современные платформы предоставляют возможности для создания интерактивных заданий, организации самостоятельной работы и доступа к обширным образовательным ресурсам. Применение виртуальных симуляций, образовательных игр и онлайн-курсов делает процесс обучения более динамичным и увлекательным, что способствует повышению мотивации и эффективности усвоения математических знаний.

В контексте продолжающейся цифровой трансформации системы образования особенно важным становится вопрос рационального использования современных технологических решений для оптимизации процесса обучения математике и повышения его результативности. Мы провели анализ наиболее востребованных цифровых инструментов, используемых в математическом образовании.

В отличие от западных стран, где процесс цифровизации образования стартовал с вузовского уровня, Россия выбрала иной путь развития. Пилотный проект по внедрению цифровых технологий в образовательную сферу был реализован в системе школьного образования. Знаковым событием стало появление МЭШ (*Московской электронной школы*). Проект был инициирован в 2016 году как экспериментальная площадка, а всего через два года, в 2018-м, система была масштабирована на все образовательные учреждения столицы. Этот подход продемонстрировал эффективность внедрения цифровых технологий в образовательный процесс, начиная с базового уровня школьного образования, что впоследствии позволило успешно масштабировать опыт на более высокие уровни обучения [5].

МЭШ включает в себя следующие элементы цифровизации образования [2]:

1) внедрение информационных технологий в образовательный процесс;

2) повышение уровня ИКТ-компетенции педагогического состава;

3) создание новых форм образовательного контента;

4) обновление IT-инфраструктуры города в части образования.

Среди образовательных платформ, одобренных Министерством Просвещения, особое внимание привлекла платформа «*Яндекс.Учебник*», представляющая собой инновационное решение, гармонично сочетающее передовые технологии с эффективной методикой преподавания. Образовательный контент платформы включает огромную коллекцию интерактивных заданий по математике для учащихся с 1 по 6 класс, полностью соответствующих федеральным государственным образовательным стандартам. Особую ценность представляет структурированное наполнение платформы. Раздел «Готовые занятия» предлагает полный комплект материалов на учебный год, требующих лишь минимальной настройки. Тематические подборки содержат интересные сюжетные задания, приуроченные к праздникам и важным датам. Раздел «Кружок» обогащен нестандартными заданиями повышенной сложности для внеурочной работы и подготовки к олимпиадам. Система работы с платформой организована следующим образом: учащиеся получают индивидуальные учетные данные от преподавателя и самостоятельно выполняют задания. Платформа обеспечивает мгновенную обратную связь как для учеников, так и для учителя, отображая результаты в электронном журнале. Функциональные возможности платформы позволяют проводить самостоятельные и проверочные работы с настройкой параметров, отслеживать индивидуальную успеваемость, корректировать учебный процесс на основе анализа результатов, создавать персонализированные задания.

Преимущества платформы заключаются в бесплатном доступе независимо от количества учеников, обширной базе учебных материалов, возможности детального анализа успеваемости, гибких настройках образовательного процесса.

CoreApp представляет собой современную образовательную платформу, которая объединяет в себе множество полезных функций для создания и проведения учебного процесса. Одно из главных преимуществ платформы заключается в том, что она позволяет создавать образовательные материалы максимально просто и быстро – для этого не требуются специальные навыки программирования. При этом платформа отличается продуманным и эргономичным дизайном, а все учебные материалы автоматически адаптируются под различные типы устройств, что делает их удобными для использования. Одной из особенностей данной платформы является возможность объединения с другими образовательными платформами и сервисами по управлению обучением, что значительно расширяет её функциональность [1].

Среди специализированных математических инструментов особое место занимает *GeoGebra*, объединяющий в себе функции геометрического редактора, алгебраического калькулятора и визуализатора. Этот многофункциональный инструмент позволяет учащимся создавать динамические математические модели, исследовать свойства геометрических фигур, экспериментировать с алгебраическими выражениями и др.

Desmos представляет собой передовой онлайн-инструмент для работы с графиками, который благодаря своему удобному интерфейсу делает процесс изучения функций доступным и понятным. Платформа позволяет как строить графики различных функций и проводить математические эксперименты, так и исследовать взаимосвязи между формулами и их графическим представлением

Интерактивные игровые платформы, такие как *Kahoot!* и *Quizizz,* трансформируют процесс обучения математике в увлекательное занятие. Они предлагают различные форматы для проведения занятий, такие как: викторины, соревнования. Данный сервисы обеспечивают моментальную обратную связь, что делает процесс анализа знаний обучающихся более простым для учителя.

Образовательные симуляции от *PhET* позволяют обучающимся проводить виртуальные эксперименты, развивать навыки аналитического мышления, формировать глубокое понимание математических закономерностей.

Совокупность этих инструментов создаёт современную образовательную среду, способствующую эффективному усвоению математического материала и развитию критического мышления учащихся.

Проведенный анализ позволяет сделать ряд важных выводов относительно интеграции эвристических методов обучения с цифровыми технологиями в образовательном процессе. Анализ показывает, что интеграция цифровых технологий в эвристическое обучение позволяет повысить эффективность образовательного процесса, индивидуализировать обучение, расширить возможности для самостоятельной работы учащихся, усилить интерактивность образовательного процесса

Таким образом, синергия эвристических методов и цифровых технологий открывает новые горизонты в развитии математического образования, способствуя формированию компетентного и творчески мыслящего поколения.

Литература

1. Гончарова, И.В. Электронные уроки на образовательной платформе CoreApp как форма обучения эвристическим приемам будущих учителей математики / И.В. Гончарова, Е.В. Ерошенко // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 4 (64). – С. 24-32.
2. Московская электронная школа // МЭШ [Электронный ресурс] – URL: http://mes.mosedu.ru/ (дата обращения 14.12.2025).
3. Селевко, Г.К. Современные образовательные технологии: учебное пособие / Г.К. Селевко. – Москва, 1998.
4. Скафа Е.И. Эвристическая составляющая в формировании профессиональной готовности будущего учителя математики и информатики / Е.И. Скафа // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы IV Международной научной конф. В двух томах. Т.1. Москва, ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет» (МПГУ), 4-5 декабря 2018 г. / под ред. М.В. Егуповой, Л.И. Боженковой. – Калуга: Издательство АКФ «Политоп», 2018. – С. 204-208.

5. Такиуллин, Т. Р. Влияние цифровизации на систему образования / Т. Р. Такиуллин // Молодой ученый. – 2021. – № 47 (389). – С. 5-8. – URL: https://moluch.ru/archive/389/85723.

ANALYSIS OF THE USE OF DIGITAL PLATFORMS AND APPLICATIONS FOR IMPLEMENTING HEURISTIC METHODS IN MATHEMATICS EDUCATION

Myakotina Victoria

Abstract. The article examines the theoretical foundations of heuristic learning, outlines the basic principles and methods, and analyzes the relationship between digital technologies and heuristic approaches in education. Special attention is paid to the review of modern digital tools, including interactive textbooks, collaborative work platforms, and educational games.

Keywords: *heuristic learning, digital technologies, mathematics education, interactive platforms, critical thinking, creative development, educational process.*

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ-ЭКОНОМИСТОВ

Паламарчук Юлия Ивановна
учитель математики
e-mail: ulika2002@mail.ru
ГБОУ «Школа № 119 г.о. Донецк», г. Донецк, РФ

Аннотация: в статье представлен опыт разработки интерактивных практических занятий по линейной алгебре с использованием инструмента iSpring Suite. Описана структура, математическое и интерактивное содержание занятий. Показано, что технология iSpring Suite способствует моделированию реальных профессиональных ситуаций, повышению мотивации и развитию цифровой математической компетентности студентов.

Ключевые слова: *практико-ориентированное обучение, линейная алгебра, iSpring Suite, электронные практические занятия, студенты-экономисты, цифровая трансформация обучения*.

Введение. Современные требования к подготовке специалистов в области экономики, закреплённые в Федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования по направлению 38.03.01 «Экономика» [6], предполагают, что выпускник высшей школы не просто владеет абстрактной математической теорией, а способен применять её для решения конкретных профессиональных задач: анализа межотраслевых связей, планирования ресурсов, оптимизации отчётности, оценки устойчивости эконометрических моделей и пр. Однако классические формы обучения математике зачастую не позволяют студентам увидеть эту связь, что снижает мотивацию к обучению и эффективность освоения содержание математических дисциплин [3].

В контексте цифровой трансформации образования в процессе обучения математике могут быть эффективно применены электронные формы организации занятий. Например, нами с использованием платформы iSpring Suite, была разработана серия электронных практических занятий по линейной алгебре, ориентированных на студентов экономических направлений подготовки. Целью разработки электронных практико-ориентированных занятий было создание целостной, интерактивной и профессионально релевантной образовательной среды, в которой студенты выступают в роли начинающих аналитиков в экономической сфере и принимают финансово-экономические и управленческие решения на основе результатов математического анализа практических ситуаций [5].

Цель данной работы – представить авторский опыт разработки электронных практико-ориентированных занятий по линейной алгебре, рассчитанных на студентов экономических направлений подготовки.

Результаты. Опишем структуру и содержание электронных практических занятий. Для разработки занятий была выбрана платформа iSpring Suite, благодаря её гибкости в создании интерактивных сценариев, поддержку формата SCORM и интеграцию с LMS (например, Moodle). Дидактические возможности платформы, задействованные при разработке авторских электронных практико-ориентированных занятий по линейной алгебре, следующие:

1) интерактивные ветвления и сценарии – студент выбирает шаг решения (например, строку для исключения в методе Гаусса), система проверяет корректность и даёт подсказку в случае ошибке;

2) автоматизированная проверка – ввод числа, установление соответствий, выбор нескольких ответов с немедленной обратной связью;

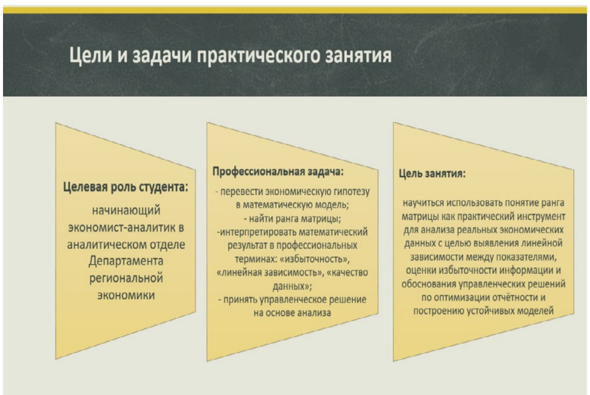
3) поддержка рефлексии – после прохождения практикума студент переходит на форум, где обсуждает значение математических понятий в профессиональном контексте;

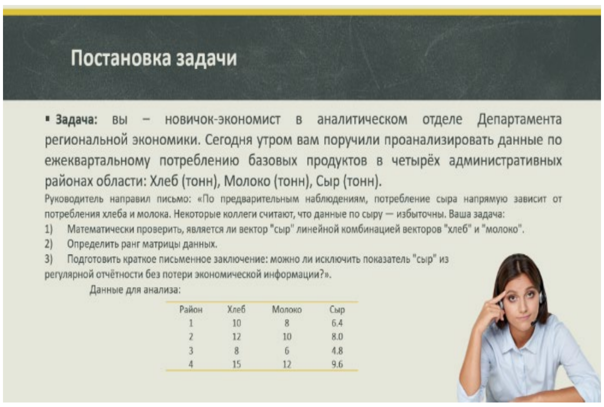
4) мобильная совместимость – занятия доступны на смартфонах и планшетах, что соответствует привычкам цифрового поколения [3].

Особое внимание уделено эвристике: вместо пассивного просмотра учебного материала студент активно моделирует, ошибается, корректирует действия и т.п., что способствует творческому усвоению материала [5].

Все авторские электронные занятия по линейной алгебре для студентов-экономистов имеют единую четырёхэтапную структуру, соответствующую принципам практико-ориентированного подхода к обучению [4]:

1) *подготовительный этап* – вводит обучающихся в профессиональную роль (рис. 1 а) и формулирует практическую экономическую задачу, которую необходимо решить с применением методов линейной алгебры (рис. 1 б). При разработке учебного контента все слайды были озвучены автором для придания динамичности и реалистичности электронным занятиям;





а) *б)*

Рисунок 1 – Фрагмент электронного практического занятия, разработанного в программе iSpring Suite: а) определение роли студента; б) постановка практической задачи

2) *основной этап* – интерактивная демонстрация алгоритма реализации математического метода решения, выполненная с помощью диалогового тренажера (рис. 2).

3) *практико-ориентированный этап* – решение практико-ориентированных экономических задач. Особенность таких задач в том, что их контекст обеспечивает реальные условия для применения математического моделирования в их решении, оказывает влияние на выбор методов их решения и интерпретацию результатов [2].

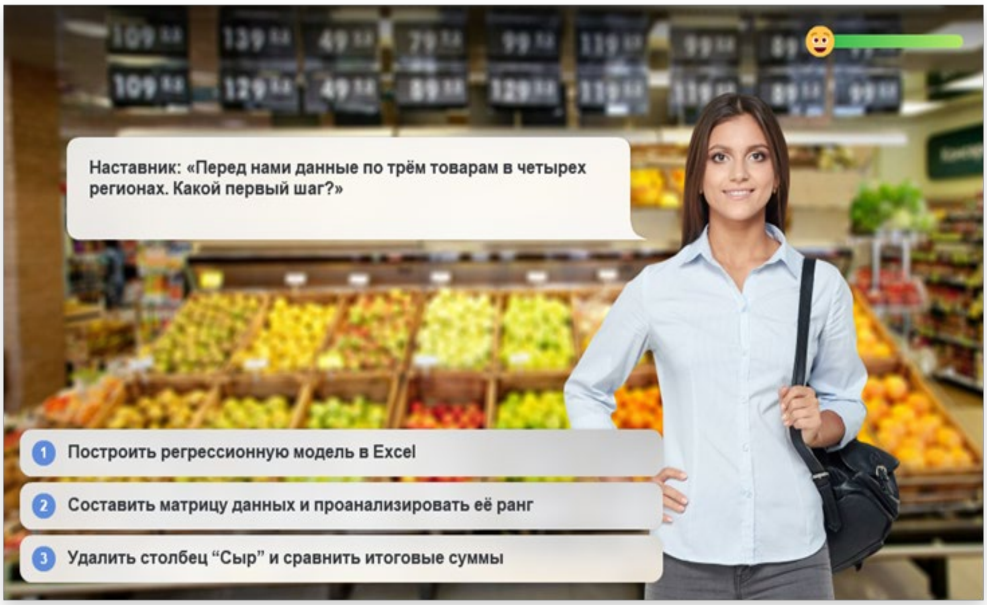


Рисунок 2 – Фрагмент использования диалогового тренажера в авторском электронном занятии

Для примера на рис. 3 приведен скриншот экрана электронного занятия по теме «Метод Гаусса», на котором сформулирована одна из возможных практико-ориентированных задач, приводящих в необходимости решать систему линейных алгебраических уравнений.

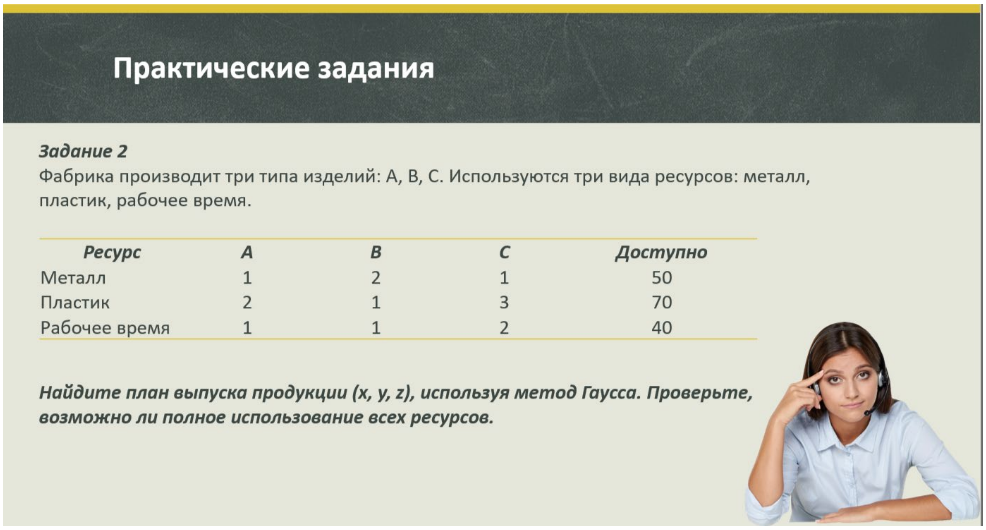
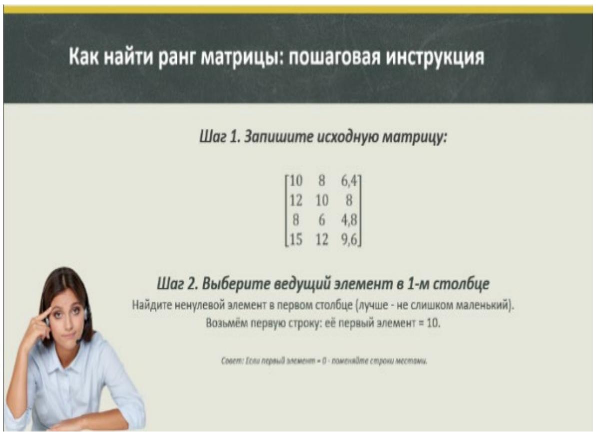
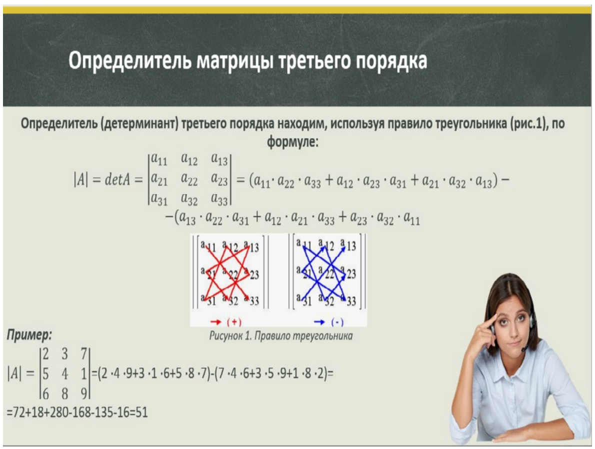


Рисунок 3 – Скриншот фрагмента электронного занятия: практико-ориентированная задача

В авторских электронных практических занятиях к практико-ориентированным задачам приводится пошаговая инструкция, описывающая алгоритм решения. Например, на рис. 3 а отражен фрагменты инструкции по нахождению ранга числовой матрицы, на рис. 3 б – вычисления определителя матрицы.

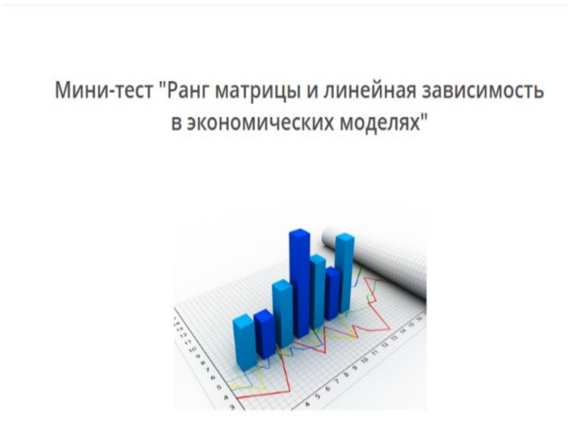


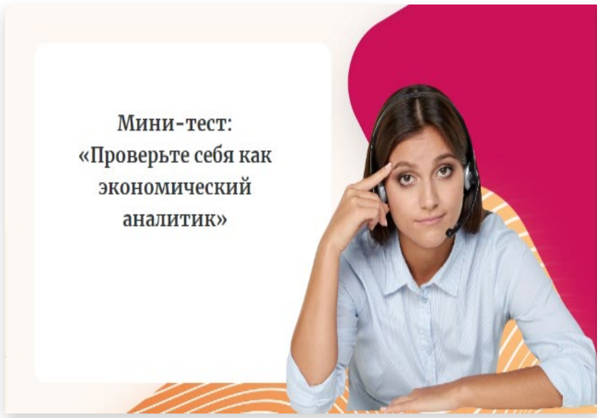


а) *б)*

Рисунок 4 – Пошаговая инструкция к решению практико-ориентированной задачи: а)нахождение ранга матрицы; б) вычисление определителя матрицы

4) *рефлексивно-оценочный этап* – автоматизированный тест для проверки уровня освоения учебного материала как типового (рис. 5 а), так и практико-ориентированного (рис. 5 б), а также обсуждение занятия на форуме, стимулирующее осмысление области применения методов линейной алгебры в экономической практике.





а) *б)*

Рисунок 5 – Автоматизированный тест для закрепления результатов занятия: а) типовой; б) практико-ориентированный

Каждое разработанное электронное практическое занятие соответствует конкретной профессиональной компетенции:

– «Определители в экономике» – анализ разрешимости моделей межотраслевого баланса (модель Леонтьева);

– «Метод Гаусса в планировании производства» – расчёт оптимальных объёмов выпуска при заданных ресурсах;

– «Ранг матрицы и линейная зависимость» – выявление избыточности данных и мультиколлинеарности в эконометрических моделях [1].

Выводы. Разработанные электронные практические занятия по линейной алгебре демонстрируют, что современные цифровые технологии могут быть органично встроены в практико-ориентированную методику обучения. Использование iSpring Suite позволило перейти от абстрактных вычислений к профессиональным экономическим сценариям; обеспечило индивидуальный темп обучения с возможностью повтора; способствовало формированию у студентов экономических направлений подготовки осознанного отношение к математике как к инструменту анализа и принятия решений в профессиональной сфере деятельности. Такая методика может быть адаптирована для других разделов математики и профилей подготовки, что делает её перспективной для широкого внедрения в систему высшего экономического образования.

Литература

1. Абраменкова, Ю. В. Проектирование урока математики в цифровой образовательной среде / Ю.В. Абраменкова, Д.А. Скворцова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – № 4(60). – С. 48-60. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-60-48-60. – EDN RVKDZV.

2. Гребенкина, А.С. Определение цифровых математических компетенций у студентов финансовых направлений подготовки /

А.С. Гребенкина, А.В. Хитрик // Человеческий капитал. – 2024. – № 12(192). – С. 78-88. – DOI 10.25629/HC.2024.12.08.

3. Гребенкина, А.С. Концептуальные математические модели как средство формирования практико-ориентированных умений / А.С. Гребенкина // Вестник Государственного гуманитарно-технологического университета. – 2024. – № 2. – С. 26-32. – EDN: GPGUXD.

4. Паламарчук, Ю.И. Применение цифровых инструментов в обучении математике будущих инженеров-экономистов / Ю.И. Паламарчук // Сборник научно-методических работ. – Вып. 14. – Донецк : ДонНТУ, 2025. – С. 129-134.

5. Паламарчук, Ю.И. Электронное занятие как одна из форм организации практико-ориентированного обучения математике / Ю.И. Паламарчук // Эвристика и дидактика математики : материалы XIII междунар. науч.-метод. дистанц. конф.-конкурс. молод. учен., аспир. и студентов, март-апрель 2024 года / Донецкий государственный университет – Донецк : Ред.-изд. отдел ДонГУ, 2024. – С. 181-183.

6. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 Экономика : утвержден Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 12 августа 2020 г. № 954] : [с изм. и доп. от: 26 ноября 2020 г., 19 июля 2022 г., 27 февраля 2023 г. // Гарант.ру : информационно-правовой портал. – URL: https://www.garant.ru/ (дата обращения 20.02.2024). – Текст : электронный.

PRACTICE-ORIENTED ELECTRONIC PRACTICAL WORKSHOPS IN LINEAR ALGEBRA FOR ECONOMIST STUDENTS

Palamarchuk Julia

Abstract: The article presents the experience of developing interactive practical classes in linear algebra using the iSpring Suite tool. The structure, mathematical and interactive content of classes are described. It is shown that the iSpring Suite technology contributes to modeling real professional situations, increasing motivation and developing students' digital mathematical competence.

Keywords: practice-oriented learning, linear algebra, iSpring Suite, electronic practical sessions, economics students, digital transformation of learning.

ГЕЙМИФИКАЦИЯ КАК ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ: ОПЫТ СОЗДАНИЯ И ПРИМЕНЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ КВЕСТОВ

Пахомова Кира Андреевна,
Студент
e-mail: kirapahomova939@gmail.com
Никонович Дарья Максимовна,
студент,
Бадак Бажена Александровна,
старший, преподаватель,
e-mail: badak.bazhena@bk.ru
Белорусский национальный технический университет,
г. Минск, Республика Беларусь

Аннотация. В статье рассматривается геймификация как ключевой элемент цифровой трансформации математического образования, направленный на формирование устойчивой мотивации и эвристического мышления учащихся. Обосновывается позиция, что образовательный квест, построенный на платформах Moodle или Stepik, является не развлекательным дополнением, а полноценной дидактической системой, моделирующей процесс научного поиска. На конкретных примерах разбирается структура математических квестов, где игровые механики (сюжет, уровни, награды, обратная связь) служат оболочкой для решения цепочек нестандартных задач, требующих выдвижения и проверки гипотез. Анализируется опыт создания и апробации таких квестов, демонстрируется их влияние на преодоление когнитивных барьеров, развитие настойчивости в решении проблем и формирование положительного эмоционального фона изучения математики. Делается вывод о том, что геймификация трансформирует учебную деятельность в исследовательский процесс, где приобретение знаний становится личностно значимым достижением.

Ключевые слова: *цифровая трансформация, геймификация, эвристическое обучение, образовательный квест, Moodle, Stepik, мотивация, нестандартные задачи.*

Цифровая трансформация математического образования затрагивает не только технологий, но и мотивационно-эмоциональную сферу образования и педагогики. В условиях клипового мышления и высокой информационной нагрузки традиционные методы часто не справляются с задачей удержания интереса учащихся к решению сложных, требующих размышления задач. Геймификация, понимаемая как применение игровых механик в неигровом контексте, предлагает ответ на этот вызов. Ее потенциал выходит далеко за рамки простого оживления занятий – при грамотном методическом проектировании и планировании она становится мощным обучающим инструментом. Образовательный квест, реализованный на цифровых платформах (Moodle, Stepik, LearningApps и др.), представляет собой идеальную форму для такой интеграции. Он перевоплощает процесс решения нестандартной математической проблемы в захватывающий сценарий исследования, где каждый шаг становится выдвижением гипотезы, ее проверкой и получением нового знания как ключа к следующему этапу. Целью данной работы является анализ дидактических принципов построения математических образовательных квестов и обобщение опыта их использования как средства эвристического обучения.

В отличие от развлекательного квеста, образовательный квест обладает четкой дидактической архитектурой. Его ядром является цепочка учебных заданий, выстроенных по нарастанию сложности и связанных единым сюжетом или темой. Ключевые игровые механики, используемые в эвристических целях, включают: 1) Сюжет и ролевая рамка (например, «Агент математической безопасности», «Искатель утраченной теоремы»), которая создает личностно значимый контекст и снимает страх ошибки; 2) Поэтапность и визуализация, наглядность продвижения, которая дробит большую учебную цель на небольшие достижимые шаги, поддерживая мотивацию; 3) Немедленная обратная связь и система наград (баллы, значки, открывающиеся фрагменты истории), которые заменяют внешнюю оценку учителя внутренним ощущением компетентности; 4) Элемент неопределенности и выбора, стимулирующий исследовательское поведение. В таком квесте математическая задача перестает быть абстрактным упражнением. Она становится препятствием в игре, для преодоления которого необходимо мобилизовать имеющиеся знания, выдвинуть гипотезу о способе решения, проверить ее и, в случае неудачи, проанализировать обратную связь системы для корректировки стратегии. Этот цикл в точности повторяет структуру эвристической деятельности.

Рассмотрим практические аспекты разработки квестов на примере двух платформ: Moodle, как система управления обучением, и Stepik, как специализированная платформа для интерактивных задач.

1. Структура квеста на Moodle («Тайна пифагорейской чаши»). Квест строится как последовательность элементов курса, доступ к которым закрыт паролями-ответами. Первый этап: видеовведение с легендой о древнем артефакте. Первая задача: решить старинную головоломку на теорему Пифагора. Верный ответ является паролем к следующему разделу. Во втором разделе участник сталкивается с алгебраическим парадоксом, который нужно обнаружить и объяснить. Объяснение, сформулированное в ключевом слове, открывает доступ к финальному заданию: решить практико-ориентированную задачу на построение, используя динамическую модель GeoGebra, встроенную в страницу Moodle. Успешное решение выводит на страницу с дипломом «Хранитель знания». Здесь геймификация (сюжет, уровни, пароли) служит оболочкой для последовательного решения задач разного типа, от классической до исследовательской, требующей манипуляций с моделью и выдвижения гипотез о геометрических зависимостях.

2. Квест на Stepik как цепочка интерактивных задач («Лабиринт логики»). Stepik позволяет идеально реализовать линейный квест с автоматической проверкой. Каждый шаг представляет собой задачу определенного формата: числовой ответ, выбор варианта, сопоставление, ввод формулы. Сюжет может быть прост: пройти лабиринт, решая задачки на дверях. Эвристическая компонента закладывается в подбор задач. Например, после изучения темы «Проценты» учащимся предлагается квест «Финансовый детектив», где на каждом шаге нужно вычислить выгоду от той или иной схемы, выбрать оптимальный вариант вложения, обнаружить мошенническую уловку в кредитном договоре. Неверный ответ не приводит к провалу, а дает поясняющую подсказку, направляющую мысль ученика. Такая цепочка учит не просто вычислять проценты, а выдвигать и проверять финансовые гипотезы в смоделированных ситуациях, что является ядром прикладного математического мышления.

3. Квесты для работы с гипотезами («По следам Великой теоремы»). Для старшеклассников эффективны квесты, имитирующие процесс математического исследования. Начальный этап – это обычно знакомство с исторической проблемой (например, малая теорема Ферма). Далее предлагается серия экспериментов: проверить гипотезу для малых чисел (с помощью встроенного калькулятора или таблицы), найти возможные закономерности, сформулировать предварительное предположение. Следующим шагом будет поиск контрпримера или, наоборот, попытка доказать гипотезу для частного случая. Финалом может быть знакомство с историческим контекстом и полной формулировкой теоремы. Такой квест не дает новых знаний в готовом виде, а проводит ученика по пути первооткрывателя, где ключевыми действиями являются выдвижение догадок и их верификация.

Результаты апробации и дидактические эффекты. Опыт внедрения образовательных квестов в учебный процесс показал ряд устойчивых положительных эффектов. Во-первых, происходит значительный рост внутренней мотивации. Элемент игры и история превращают решение задач из обязанности в личный вызов. Во-вторых, формируется настойчивость в решении проблем. Ученик, мотивированный пройти на следующий уровень, проявляет гораздо больше упорства в работе над сложной задачей, чем в обычных учебных условиях. В-третьих, немедленная и непредвзятая обратная связь от платформы снижает тревожность и страх ошибки, создавая безопасную среду для проб и проверки даже самых смелых гипотез. В-четвертых, ученики учатся делить большую задачу на мелкие шаги.

Основные риски связаны с возможным смещением фокуса с математики и обучения на игровую оболочку. Чтобы этого избежать, сюжет и задачи должны быть органично и содержательно связаны с решаемыми задачами. Кроме того, требуются значительные временные затраты педагога на первоначальную разработку и настройку квеста.

Геймификация в форме цифровых образовательных квестов представляет собой не модный тренд, а эффективный метод цифровой трансформации, который переводит эвристическое обучение математике на новый уровень. Она превращает решение задач в увлекательное исследование, где знания – это инструмент и награда одновременно. Опыт создания квестов на платформах Moodle и Stepik показывает, что они отлично мотивируют учеников, учат их быть настойчивыми и думать нестандартно. Перспективными направлениями являются разработка шаблонов для учителей, создание межпредметных квестов (математика, информатика, естествознание и др.) и более глубокое использование алгоритмов платформ для индивидуального темпа обучения. Таким образом, геймификация становится полноценным эвристическим инструментом, способным сделать процесс обучения математике не только эффективным, но и по-настоящему увлекательным и интересным.

Литература

1. Кавтарадзе Д. Н., Харина М. В. Геймификация в образовании: от теории к практике. – М.: Национальное образование, 2022.
2. Роберт И. В. Цифровая трансформация образования: дидактика и технологии. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2023.
3. Смирнов Е. И. Технологии наставничества и геймификации в обучении математике. – Ярославль: РИО ЯГПУ, 2021.
4. Deterding S., et al. From Game Design Elements to Gamefulness: Defining "Gamification" // Proceedings of the 15th International Academic MindTrek Conference. – 2011. – P. 9-15.
5. Kapp K. M. The Gamification of Learning and Instruction: Game-based Methods and Strategies for Training and Education. – San Francisco: Pfeiffer, 2012.

GAMIFICATION AS A HEURISTIC TOOL IN MATHEMATICS TEACHING: EXPERIENCE OF CREATING AND USING EDUCATIONAL QUESTS

Pakhomova Kira Andreevna, Nikonovich Darya Maksimovna

Abstract. The article examines gamification as a key element of the digital transformation of mathematics education, aimed at forming stable motivation and heuristic thinking of students. The position is substantiated that an educational quest built on platforms such as Moodle or Stepik is not an entertaining addition, but a full-fledged didactic system that models the process of scientific search. Using specific examples, the structure of mathematical quests is analyzed, where game mechanics (plot, levels, rewards, feedback) serve as a shell for solving chains of non-standard problems that require putting forward and testing hypotheses. The experience of creating and testing such quests is analyzed, their impact on overcoming cognitive barriers, developing perseverance in problem solving and forming a positive emotional background for learning mathematics is demonstrated. The conclusion is made that gamification transforms educational activities into a research process where knowledge acquisition becomes a personally significant achievement.

Keywords: *digital transformation, gamification, heuristic teaching, educational quest, Moodle, Stepik, motivation, non-standard problems.*

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В КУРСЕ ОБЩЕСТВОЗНАНИЯ КАК УСЛОВИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКА

Плешаков Ярослав Юлианович
преподаватель математики
e-mail: yarmokfaer@gmail.com
Государственная бюджетная профессиональная образовательная организация Луганской Народной Республики «Луганский колледж строительства, экономики и права»

Аннотация. В статье рассматривается проблема, недостаточно изученная в педагогической практике России и постсоветских стран: развитие экономического мышления школьников с использованием эвристических методов обучения. Предлагаются два эффективных метода – проблемный анализ и полевые исследования, сочетаемые с дифференцированным подходом и математическими инструментами. Показана практическая ценность этих методик для преодоления ограничений по времени и отсутствия отдельного предмета "экономика" в школьной программе. Результаты создают основу для апробации подходов в региональных образовательных учреждениях.

Ключевые слова: *эвристика, эвристические методы, экономическое мышление, дифференцированный подход, проблемные задачи, математическое моделирование.*

Изучая эту тему, мною были сделаны выводы, что она слабо проработана в РФ и постсоветском пространстве. Однако на основе статей Абакировой [1], Гришиновой [2], Романовой [4], Скворцовой [5], а также материалов сборника "Эвристическое обучение математике" под редакцией Беспаловой [7] и конференции "Эвристика и дидактика математики" [6] можно наметить пути развития.

Сначала разберём ключевые термины. Эвристика имеет разные значения, но в контексте статьи – это "приёмы для решения творческих, нестандартных задач в неопределённости, в отличие от формальных методов на основе точных алгоритмов" [8, с. 9]. В отличие от проблемных задач, результат неизвестен даже педагогу.

Экономическое мышление – "совокупность экономических взглядов, отражающих новейшие научные достижения и особенности текущего этапа производства" [2, с. 5].

Оба понятия требуют глубокого теоретического анализа и междисциплинарного подхода. Математика, как обязательный предмет и часть ЕГЭ, естественно интегрируется с экономикой. Это подкреплено теорией: К. Маркс отмечал, что "успех науки зависит от применения математики" [1, с. 572-573].

Отметим, что экономика в российских школах не отдельный предмет, а часть обществознания. Это имеет плюсы и минусы: без экзамена снижается принуждение, но усложняется контроль знаний [4, с. 114]. Сокращение часов на обществознание ухудшает изучение экономики. Как показывают Романова [4, с. 110] и Скворцова [5, с. 139], для полноценного мышления нужна систематическая работа. Эвристические методы помогают развивать анализ и решения в неопределённости при ограниченном времени.

В работе Скворцовой [5, с. 139] описаны эвристические методы отечественных и зарубежных авторов. Я выделил два.

Первый – метод проблемного анализа и планирования исследования от М. Скоткина и И. Лернера, преодолевающий разрыв между теорией и практикой. Учащиеся видят проблемы в жизни, формализуют математически и решают [5, с. 140]. Пример: проект семейного бюджета – расчесы доходов, расходов, процентов, альтернативных издержек. Экономически формирует понимание роли индивида и семьи в системе. Подход делает категории практическими и развивает моделирование.

Второй – анализ конкретных проблем или полевые исследования от E.M. Lemmer и D.C. Badenhorst: сбор, анализ данных с математикой для задач. Используют готовые данные для школ [5, с. 141]. Пример: инфляция – расчет индекса, темпов, графики [7, с. 236]; анализ причин и влияния. Задача становится эвристической с обоснованием. Романова подтверждает: грамотность лучше на реальных ситуациях [4, с. 114].

При углублении важен дифференцированный подход, адаптирующий методы к особенностям учащихся [6, с. 84].

Рассмотрим применение первого метода при создании«Семейный бюджет и альтернативные издержки»:

Задача: «Образование в условиях нестабильного будущего»

Родители с доходом 150 тыс. ₽ в месяц решают, вкладывать ли в частную школу для ребёнка (стоимость 600 тыс. ₽ в год) или выбрать бесплатную государственную с дополнительными курсами (150 тыс. ₽ в год). Однако будущее образования нелинейно: рынок труда может сместиться в сторону цифровых навыков, делая академические знания второстепенными, а социальные связи в элитной школе – критически важными. При этом риск «потерять год» из-за смены учебного заведения психологически воспринимается как катастрофа, даже если статистика показывает обратное. Как определить, при каком уровне неопределённости востребованности профессий (например, вероятность исчезновения 30% профессий к 2040 г.) частное образование перестаёт окупать себя не только в рублях, но и в эмоциональной цене постоянного сравнения «а что, если он не потянет?»?

Задача эвристична: вместо поиска «оптимального» решения она выявляет критические пороги, за которыми стратегия теряет устойчивость (например, при каком уровне технологических изменений образование перестаёт окупать себя). По принципу наилучшей ставки анализ смещается с абстрактных прогнозов на ключевые условия: оправдана ли частная школа, если шансы на профессии, где решающими являются социальные связи, значимы? Но главный критерий не цифры, а вопрос: «Сможем ли мы сохранить у ребёнка уверенность в завтрашнем дне, если мир изменится?». Эвристика превращает неопределённость в гибкий план, где расчёты становятся частью диалога не о вложениях, а о том, как помочь ребёнку видеть в переменах возможности, а не угрозы. Ведь образование ценно не столько как путь к профессии, сколько как инвестиция в убеждённость: мир меняется не против него, а для него.

В статье выявлено значительный научно-практический потенциал эвристических методов в формировании экономического мышления школьников, интегрированных в курс обществознания. Анализ научной литературы убедительно демонстрирует недостаточную разработанность данной проблемы в образовательной практике России и стран постсоветского пространства, что создаёт благоприятные условия для теоретических инноваций и практического внедрения методов проблемного анализа и полевого исследования. Особенно перспективным представляется синтез этих подходов с дифференцированным обучением, позволяющий эффективно связать математический аппарат с экономическим содержанием даже при ограниченном учебном времени.

Эвристика переопределяет цель экономического образования вместо заучивания шаблонов она формирует навык мышления в условиях радикальной неопределённости, где успех измеряется не только расчётной оптимальностью, но и способностью сохранять этическую ответственность за последствия решений. Это трансформирует экономику из абстрактной дисциплины в инструмент осмысленного выбора, напрямую связывая теорию с жизненным опытом учащихся.

Литература

1. Абакирова, Г.Ж. Математические методы и модели в экономике: некоторые проблемы обучения, методология, рекомендации / Г.Ж. Абакирова, Г.Т. Исраилова, К.А. Султанкул // Бюллетень науки и практики. – 2022. – № 5. – С. 572-577. – ISSN 2414-2948.
2. Гришина, И.В. Управленческая рациональность в контексте принятия решений в условиях неопределенности / И.В. Гришина, I. Gryshyna // Вестник Донецкого национального университета. Серия В. Экономика и право. – 2022. – № 4. – С. 47-56. – ISSN 2524-0668.
3. Горина, Л.Н. Основы проектной деятельности : учебно-методическое пособие / Л.Н. Горина, С.М. Бобровский. – Тольятти : ТГУ, 2022. – 140 с. – ISBN 978-5-8259-1288-2.

4. Романова, М.Ю. Мониторинг экономического образования школьников в российской федерации: состояние, проблемы и перспективы / М.Ю. Романова // Проблемы современного образования. – 2019. – № 6. – С. 110-117. – ISSN 2218-8711.
5. Скворцова, С.В. К вопросу об эвристических методах обучения в современной российской и зарубежной школе / С.В. Скворцова // Вестник Сургутского государственного педагогического университета. – 2012. – № 1. – С. 139-143. – ISSN 2078-7626.
6. Эвристика и дидактика математики: материалы XIV Международной научно-методической дистанционной конференции-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов : материалы конференции. – Донецк : ДонГУ, 2025. – 174 с.
7. Эвристическое обучение математике: сборник трудов VII Международной научно-методической конференции, Донецк, 19–21 декабря 2024 года : материалы конференции / под общей редакцией С.В. Беспаловой [и др.]. – Донецк : ДонГУ, 2024. – 390 с.
8. Хорев, А.И. Экономическое мышление : учебное пособие / А.И. Хорев, Т. И. Овчинникова, С.В. Кобелева. – Воронеж : ВГУИТ, 2015. – 167 с. – ISBN 978-5-00032-098-3.

HEURISTIC METHODS FOR SOLVING ECONOMIC PROBLEMS IN SOCIAL STUDIES AS A CONDITION FOR DEVELOPING ECONOMIC THINKING IN SCHOOLCHILDREN

Pleshakov Yaroslav Yulianovich

Annotation. Analyzes an insufficiently studied problem in the educational practice of Russia and post-Soviet countries. Two most effective methods are proposed – problem analysis and field research, integrated with a differentiated approach and mathematical apparatus. The practical significance of the developed methodologies is demonstrated for overcoming limited teaching time and the absence of a separate "economics" subject in the school curriculum. The research results create a basis for further testing of the proposed approaches in regional educational institutions.

Keywords: *heuristics, heuristic methods, economic thinking, differentiated approach, problematic tasks, mathematical modeling.*

ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИКТ КАК ИНСТРУМЕНТ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА К МАТЕМАТИКЕ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 8–9 КЛАССОВ

Покидина Полина Евгеньевна,
учитель математики
e-mail: polina.pokidina@yandex.ru
ГБОУ «Петровская школа Старобешевского м.о.», с. Петровское, РФ

Аннотация. Исследуется роль проектной деятельности с использованием ИКТ в развитии познавательного интереса к математике у учащихся 8-9 классов. Анализируется влияние цифровых инструментов (моделирование, визуализация) на повышение мотивации обучающихся к углубленному изучению математики.

Ключевые слова: *проектная деятельность, ИКТ, познавательный интерес, математика, мотивация обучающихся.*

В современном образовательном процессе одной из ключевых задач является формирование у обучающихся устойчивого познавательного интереса к изучаемым предметам. Особенно это актуально для математики, которая часто воспринимается как сложный и оторванный от реальной жизни предмет. Одним из эффективных способов решения этой проблемы является использование проектной деятельности, дополненной информационно-коммуникационными технологиями (ИКТ). Проектная деятельность позволяет вовлечь обучающихся в активный процесс познания, а использование ИКТ делает этот процесс более наглядным, интерактивным и привлекательным.

В подростковом возрасте (8–9 классы) интерес часто смещается от простого выполнения заданий к исследованию, поиску смысла и применимости знаний. Математика, которую часто считают сухим и оторванным от жизни предметом, требует особого подхода для пробуждения этого интереса. Формирование познавательного интереса является важным фактором успеха учебной деятельности, повышения ее эффективности и качества. [2]

Проектная деятельность представляет собой форму организации учебного процесса, в рамках которой обучающиеся самостоятельно планируют, разрабатывают и реализуют индивидуальные или групповые проекты. Главная цель проектной деятельности – формирование у обучающихся навыков самостоятельной работы, критического мышления и творческого подхода к решению задач. В процессе работы над проектом учащиеся не только приобретают новые знания и умения, но и развивают такие важные качества, как самостоятельность, ответственность, творческое мышление, умение работать в команде.

Внедрение информационно-коммуникационных технологий в проектную работу меняет процесс обучения, делая его более динамичным, наглядным и соответствующим современным реалиям. ИКТ могут быть использованы для визуализации учебного материала, проведения интерактивных занятий, организации проектной работы, а также для оценки знаний и умений учащихся. [3]

Использование проектной деятельности с ИКТ в обучении математике имеет ряд существенных преимуществ:

- Повышение мотивации. Проектная деятельность, связанная с решением практически значимых задач, вызывает у обучающихся больший интерес, чем решение стандартных задач из учебника.
- Развитие самостоятельности. В процессе работы над проектом учащиеся самостоятельно планируют свою деятельность, ищут необходимую информацию, анализируют данные, принимают решения, что способствует развитию их самостоятельности и ответственности.
- Формирование умения работать в команде. Проектная деятельность часто предполагает работу в группе, что способствует развитию коммуникативных навыков, умения сотрудничать и находить компромиссы.
- Развитие творческого мышления. В процессе работы над проектом учащиеся сталкиваются с нестандартными задачами, которые требуют творческого подхода, что способствует развитию их творческого мышления и креативности.
- Углубление знаний. В процессе работы над проектом учащиеся не только закрепляют полученные знания, но и углубляют их, изучают дополнительные материалы, обращаются к различным источникам информации.
- Развитие навыков использования ИКТ. В процессе работы над проектом учащиеся осваивают различные ИКТ, учатся использовать их для решения учебных задач, создают презентации, сайты, видеоролики, что способствует развитию их информационной компетентности. [1]

Примеры практического применения

В работе с учащимися 8–9 классов, когда материал становится более абстрактным, ключевую роль играет поддержание их познавательного интереса. Именно поэтому я активно внедряю проектную деятельность, обогащенную возможностями информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). В своей работе с учениками я обнаружила, что такие инструменты, как графические калькуляторы и среды GeoGebra, Desmos, а также программы для 3D-моделирования, повышают интерес школьников к изучаемому материалу.

GeoGebra и Desmos: превращаем формулы в наглядные эксперименты. Одной из главных трудностей при изучении функций, в частности при работе с уравнениями типа $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{a}{x-b}$, $y =$

$a \sin(bx - c)$ обучающиеся не видят геометрических образов данных объектов. При работе с алгебраическими и тригонометрическими зависимостями важно привить понимание, как изменение числовых параметров влияет на график функции. Ученики выполняли подстановки, строили таблицы, но очень часто не видят целостной картины, геометрического образа – как именно каждая составляющая формулы «двигает» или «искажает» график.

С того момента, когда я стала активно использовать на своих уроках обучающие программы GeoGebra и Desmos процесс обучения кардинально изменился. Теперь я предлагать ученикам интерактивные задания, в которых они сами мгновенно визуализируют, как изменение параметров в формуле влияет на ее график. Например, при изучении параболы ученики сами двигают ползунки, изменяющие значения a, b, c, и наблюдать, как форма, положение и ориентация параболы меняются в реальном времени. Это превращает абстрактную подстановку чисел в живой эксперимент, который напрямую активизирует наглядно-образное мышление. Ученики перестают просто «делать», они начинают исследовать, задавать вопросы «что будет, если…», что, в свою очередь, приводит к гораздо более глубокому пониманию математических закономерностей.

3D-моделирование: оживляем стереометрию и развиваем пространственное мышление. В 9-м классе изучение стереометрии зачастую становится для учеников настоящим испытанием. Представить трёхмерные фигуры, их объёмы, поверхности и особенно их сечения, опираясь только на чертежи, бывает очень сложно. Использование на уроках программ для 3D-моделирования, таких как Tinkercad или Blender, в сочетании с планиметрией позволило кардинально изменить отношение моих учеников к этому разделу геометрии.

Теперь они изображают на экране трёхмерные фигуры – от простых кубов и призм до более сложных форм – и прямо в программе строят и изучать их сечения. Например, я предлагаю им «срезать» модель цилиндра плоскостью под разными углами и сразу увидеть, получаются ли в сечении прямоугольники, эллипсы или другие фигуры. Это делает процесс изучения сечений гораздо более наглядным и интуитивно понятным, чем традиционные нарисованные схемы. Более того, ученики очень часто сами создают трёхмерные объекты и экспериментируют с их формами, что позволяет им лучше представлять трёхмерные фигуры, изучая их сечения, объёмы и свойства. Я считаю, что это особенно актуально для 9-го класса, когда закладываются основы для дальнейшего изучения геометрии.

Благодаря использованию этих ИКТ-инструментов в проектной деятельности я наблюдаю значительные улучшения:

- Повышение уровня наглядности.
- Стимулирование познавательного интереса.
- Углубление понимания.

- Развитие исследовательских навыков.
- Повышение уверенности учащихся.

Таким образом, интеграция графических сред и программ 3D-моделирования в проектную деятельность стала для меня мощным инструментом, который не только облегчает усвоение материала, но и, что самое главное, пробуждает и поддерживает живой познавательный интерес к математике у моих учеников.

Проектная деятельность с использованием ИКТ является эффективным инструментом развития познавательного интереса к математике у обучающихся 8–9 классов. Она способствует повышению мотивации к изучению математики, развитию самостоятельности, ответственности, творческого мышления, умения работать в команде, а также формированию навыков использования ИКТ. Внедрение проектной деятельности с ИКТ в учебный процесс позволит сделать обучение математике более интересным, эффективным и соответствующим требованиям современного образования.

Я планирую расширить область применения ИКТ в своей педагогической практике, чтобы охватить как можно больше тем алгебры и геометрии и помочь своим ученикам лучше понять, разобраться, усвоить математические дисциплины.

Литература

1. Балаба, И. Н. Использование ИКТ в обучении математике: за и против / И.Н. Балаба, Е.И. Селезнева // Разработка учебно-методического обеспечения для внедрения инновационных методов обучения при реализации ФГОС в 3++ : Материалы XLVI научно-методической конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов, магистрантов, соискателей ТГПУ им. Л. Н. Толстого. Тула, 10 декабря 2019 года / Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого ; под общей редакцией В.А. Панина. – Тула : Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого, 2019. – С. 24-26. – EDN YHSMOX.
2. Буркина, П. А. Приёмы повышения познавательной и творческой активности учащихся на уроках математики / П.А. Буркина // Математика, информатика, физика: проблемы и перспективы : Сборник научных статей международной научно-практической конференции, Оренбург, 24 апреля – 25 апреля 2025 года. – Оренбург : Оренбургский государственный педагогический университет, 2025. – С. 190-194. – EDN QUWLHH.
3. Юлдашева, У.О. Современные эффективные технологии обучения математике / У.О. Юлдашева // Мировая наука. – 2022. – № 8(65). – С. 76-79.

PROJECT WORK USING ICT AS A TOOL FOR DEVELOPING COGNITIVE INTEREST IN MATHEMATICS AMONG STUDENTS IN YEARS 8–9

Pokidina Polina Evgenyevna

Abstract. This study investigates the role of project-based activities using ICT in fostering cognitive interest in mathematics among students in Years 8 and 9. It analyses the impact of digital tools (such as modelling and visualisation) on enhancing learners motivation for in-depth study of mathematics.

Keywords: *project-based activities, ICT, cognitive interest, mathematics, learner motivation.*

ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЭВРИСТИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Полежаев Виктор Дмитриевич
доктор педагогических наук, доцент
polej@mail.ru
Московский финансово-юридический университет МФЮА, г. Москва, РФ
Полежаева Людмила Николаевна
кандидат технических наук, доцент
lnpole@mail.ru
Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова, г. Москва, РФ,

Аннотация. В статье предлагается в качестве методологического каркаса для интеграции ИИ-инструментов в учебный процесс использовать потенциал эвристических педагогических технологий как ответ на вызовы, порождаемые чрезмерной автоматизацией. Показано, что синтез эвристических технологий и современных цифровых средств позволяет развить навыки критического анализа и креативного моделирования, а также обеспечить баланс между технологической эффективностью и фундаментальным пониманием предмета.

Ключевые слова: *эвристические технологии, искусственный интеллект в образовании, креативное мышление, адаптивное обучение, математика.*

Экономико-математическое моделирование (ЭММ) как учебная дисциплина находится на стыке математической строгости, экономической теории и практической аналитики. Его изучение традиционно сопряжено с высокими когнитивными нагрузками, требующими от студентов не только вычислительных навыков, но и развитого абстрактного, системного и прогностического мышления. Современный этап характеризуется массовым внедрением в образовательный процесс инструментов на базе искусственного интеллекта (ИИ), таких как автоматические решатели задач (Mathematica, MATLAB), онлайн-калькуляторы, платформы адаптивного обучения («Учи.ру», Skillbox, Нетология) и генеративные модели (ChatGPT) [3].

Как отмечается в исследованиях, подобная автоматизация несет риски подмены глубинного понимания предмета механическим исполнением алгоритмов, снижения творческого потенциала и роста академической недобросовестности [1, 2]. В контексте ЭММ это проявляется особенно ярко: студенты, успешно генерируя формальные модели с помощью ИИ, зачастую не способны обосновать выбор предпосылок, интерпретировать результаты или оценить адекватность модели реальным экономическим процессам. Это формирует «синдром цифровой беспомощности» и сводит моделирование к техническому упражнению.

В данной ситуации возникает необходимость в педагогических подходах, которые бы не отвергали цифровые технологии, но ставили их на службу развитию исследовательской и творческой компетенции. Таким подходом являются **эвристические технологии обучения**, основной целью которых является не передача готовых знаний, а конструирование студентом собственного образовательного продукта через решение открытых, нестандартных задач.

Цель данной статьи - разработать и теоретически обосновать модель применения эвристических технологий, интегрированных с современными ИИ-инструментами, для повышения эффективности изучения экономико-математического моделирования.

1. Эвристические технологии: сущность и методологический потенциал в ЭММ

Эвристическое обучение базируется на принципах проблемности, открытости и субъектности. В отличие от алгоритмических методов, оно ориентировано на процесс поиска, допускающий множественность решений и необходимость аргументации выбора. Применительно к ЭММ ключевыми эвристическими методами являются:

1. **Метод кейсов (Case-study):** Анализ реальной или смоделированной экономической ситуации, требующей построения, оценки и интерпретации модели.
2. **Мозговой штурм и синектика:** Генерация идей относительно постановки задачи, выбора переменных, факторов и ограничений модели.
3. **Метод контрольных вопросов:** Последовательная декомпозиция сложной проблемы моделирования на ряд уточняющих вопросов (Что моделируем? Какая цель? Какие ресурсы и ограничения?).
4. **Метод гипотез:** Выдвижение, проверка и верификация предположений о взаимосвязях между экономическими параметрами.

Эти методы позволяют сместить фокус с этапа **решения** формализованной задачи (где ИИ силен) на предшествующие и последующие этапы: **постановку проблемы, выбор математического аппарата, интерпретацию и критическую оценку результатов** - где незаменима человеческая интуиция, креативность и критическое мышление.

2. Синтез эвристических технологий и инструментов ИИ: концептуальная модель

Предлагаемая модель предполагает не параллельное, а последовательно-интегрированное использование эвристики и ИИ на разных этапах цикла экономико-математического моделирования.

Этап цикла ЭММ	Содержание этапа	Эвристическая технология	Инструменты ИИ для поддержки эвристики	Формируемая компетенция
1. Постановка проблемы	Выявление и формулировка экономической проблемы, поддающейся моделированию.	**Мозговой штурм**, **метод контрольных вопросов**.	Генеративные ИИ (ChatGPT, YandexGPT) для создания массива гипотез и сценариев. Интеллектуальный анализ данных для выявления скрытых закономерностей.	Системное видение проблемы, навык формулировки исследовательского вопроса.
2. Построение концептуальной модели	Определение ключевых переменных, взаимосвязей, предпосылок.	**Метод гипотез**, **синектика** (поиск аналогий).	Интерактивные среды (Jupyter Notebook, Wolfram) для быстрого прототипирования и визуализации идей. Базы знаний и онтологии для поиска аналоговых моделей.	Абстрактное мышление, способность к аналогиям, выбор адекватного математического аппарата.
3. Формализация и вычисление	Запись модели на формальном языке, численное решение.	**Эвристики поиска решения** (разбиение на подзадачи).	Символьные и численные вычислители (Mathematica, MATLAB, Python-библиотеки), **адаптивные тренажеры** для отработки технических навыков.	Техническая грамотность, работа с «инструментом», но с пониманием его логики.
4. Анализ и интерпретация результатов	Оценка адекватности, устойчивости модели, смысловая интерпретация выводов.	**Метод кейсов**, **дебаты**, **рефлексия**.	**ИИ-аналитика** (автоматическая генерация трендов, выбросов, сценариев «что-если»). Платформы для совместной работы с интерактивными дашбордами.	Критическое мышление, навык интерпретации данных, принятие решений на основе модели.
5. Верификация и презентация	Сопоставление с реальностью, оформление ре-	**Проектный метод**.	Системы проверки академической честности	Коммуникативные навыки, академическая этика, от-

	зультатов.		(антиплагиат, детекция AI-генерации). Инструменты для создания интерактивных презентаций и отчетов.	ветственность за результат моделирования.

Пример реализации: В рамках изучения темы «Оптимизационные модели» студентам предлагается кейс по оптимизации логистической сети регионального дистрибьютора. На **этапе 1** с помощью мозгового штурма и ИИ, анализирующего открытые данные о грузопотоках, формулируется проблема минимизации издержек с учетом сезонного спроса. На **этапе 2** методом аналогий и с помощью интерактивной библиотеки моделей студенты выбирают между транспортной задачей и задачей коммивояжера. **Этап 3** делегируется ИИ-инструментам для численного решения, но студенты должны аргументировать выбор целевой функции и ограничений. На **этапе 4** проводится дебаты, где ИИ генерирует различные сценарии (рост цен на топливо, поломка склада), а студенты интерпретируют их влияние на решение. **Этап 5** – подготовка отчета, где ИИ выступает как «строгий рецензент», проверяющий обоснованность выводов.

3. Преодоление вызовов цифровизации через эвристику

Интеграция эвристических методов позволяет нивелировать ключевые риски, связанные с использованием ИИ в обучении ЭММ [1]:

- **Противодействие «эффекту черного ящика»:** Эвристика переносит акцент с ответа на процесс. Студент использует ИИ-решатель не для получения итоговой цифры, но как инструмент для проверки собственных гипотез, сгенерированных в ходе мозгового штурма или анализа кейса.
- **Сохранение творческого мышления:** Открытые эвристические задания (например, «Предложите нестандартный критерий эффективности для данной модели») не имеют единственного верного ответа в ИИ, что стимулирует оригинальность.
- **Укрепление академической честности:** Когда заданием является не решение, а **процесс моделирования** – от идеи до верификации – простое копирование ответа у ИИ становится бессмысленным. Ценность представляет обоснование каждого этапа.
- **Развитие уверенности и самостоятельности:** Постепенное усложнение эвристических задач в адаптивной среде позволяет студенту наращивать компетенцию, снижая цифровую зависимость и формируя уверенность в собственных аналитических возможностях.

Заключение Искусственный интеллект, воспринимаемый как угроза фундаментальным навыкам моделирования, может быть трансформирован в мощного союзника педагогического процесса при условии его подчинения эвристической методологии [5]. Предложенная модель интеграции эвристических технологий и ИИ-инструментов была частично реализована авторами при изучении экономико-математического моделирования студентами-экономистами РЭУ им. Г.В. Плеханова и МФЮА. Она позволяет:

1. Перевести фокус обучения с технического исполнения на креативно-аналитические этапы моделирования.
2. Сформировать у студентов устойчивые компетенции, резистентные к быстрому устареванию: критическое мышление, креативность, системный анализ.
3. Повысить мотивацию и вовлеченность через решение открытых, практически-ориентированных задач.

Таким образом, будущее преподавания ЭММ лежит не в выборе между традиционными методами и ИИ, а в их синтезе, где эвристические технологии выступают **управляющим и смыслообразующим каркасом**, а инструменты ИИ – эффективным **исполнительным механизмом**.

Для реализации этого подхода требуется соответствующая подготовка педагогов в области цифровой дидактики и разработка нового поколения учебно-методических комплексов [4], построенных на принципах эвристической интеграции технологий.

Литература

1. Opesemowo, O.A.G. & Ndlovu, M. (2024). Artificial intelligence in mathematics education: The good, the bad, and the ugly. Journal of Pedagogical Research, 8(3), P. 333-346.
2. Искусственный интеллект в школах: как безопасно использовать умные алгоритмы для обучения детей // TechInsider, 2025. – URL: https://www.techinsider.ru/technologies/1677729-iskusstvennyi-intellekt-v-shkolah-kak-bezopasno-ispolzovat-umnye-algoritmy-dlya-obucheniya-detei/
3. Полежаев В.Д., Полежаева Л.Н. Возможности совершенствования преподавания математики в условиях цифровизации образования // Педагогическая информатика. – 2023. – № 3. – С. 118-131.
4. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». – М., 2023.
5. Хуторской А.В. Эвристическое обучение: теория, методология, практика. – М.: Международная академия наук, 2021. – 360 с.

POSSIBILITIES OF APPLYING HEURISTIC TECHNOLOGIES IN THE STUDY OF ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING

Polezhaev Viktor Dmitrievich, Polezhaeva Liudmila Nikolaevna

Abstract. This article proposes a methodological framework for integrating AI tools into the educational process, using the potential of heuristic pedagogical technologies as a response to the challenges posed by excessive automation. It is demonstrated that the synthesis of heuristic technologies and modern digital tools helps develop critical analysis and creative modeling skills, as well as ensure a balance between technological effectiveness and fundamental understanding of the subject matter.

Keywords: *heuristic technologies, artificial intelligence in education, creative thinking, adaptive learning, mathematics.*

МЕТОД ПРОЕКТОВ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

Полупанова Елизавета Анатольевна
студент
e-mail: *lizza.anatolevna@gmail.com*
Селякова Людмила Ивановна
кандидат педагогических наук, доцент
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», Донецк, РФ

Аннотация. В статье обосновывается роль проектной деятельности в формировании метапредметных математических понятий на примере понятия «равенство». Рассмотрены проекты, адаптированные для разных возрастных групп учащихся (5–6 и 7–8 классы), демонстрирующие постепенное углубление понимания равенства: от бытового баланса до алгебраического моделирования и геометрического доказательства. Проекты направлены на раскрытие понятия с метапредметной стороны.

Ключевые слова: *метапредметное математическое понятие, проект, метод проектов, практико-ориентированное обучение.*

В современных образовательных реалиях приоритет смещается с усвоения узкопредметных знаний в сторону формирования метапредметных компетенций. Они обеспечивают перенос универсальных познавательных стратегий в различные сферы деятельности.

В этом процессе особая роль отводится математике, которая в силу своей природы обладает богатейшим арсеналом обобщенных понятий и моделей деятельности. Понятия и способы действий выходят за рамки одной дисциплины, обеспечивая содержательную интеграцию знаний и создавая единую методологическую основу для решения комплексных задач. И такими понятиями являются метапредметные. Они служат основой для системного мышления, позволяют учащимся видеть взаимосвязи между разделами математики и применять полученные знания в различных ситуациях [3].

Авторы Н.В. Баскакова, А.А. Зайцева и И.К. Береговая отмечают, что к направлениям, которые помогают достаточно эффективно реализовать метапредметную деятельность, относятся элективные курсы, семинарские занятия, исследовательская и проектная деятельность обучающихся [1].

Метод проектов является одним из современных трендов в образовании. Его основная идея заключается в том, что ученики работают в группах или индивидуально над проектом, который представляет собой комплексную задачу, требующую применения знаний и умений из разных областей. Обучающиеся могут сами выбрать тему, определить цели и задачи проекта, спланировать свою работу, собирать и анализировать информацию, разрабатывать решения и представлять результаты деятельности [2].

Как отмечают Е.И. Скафа и М.О. Закутаева, организация проектно-эвристической деятельности школьников эффективно реализуется через разработку как ученических проектов по математике, так и специальных цифровых образовательных проектов, создаваемых педагогом. Подобная работа служит двум ключевым целям: она не только способствует мотивации, актуализации и систематизации знаний учащихся, но и целенаправленно формирует у них арсенал эвристических приёмов [5].

Создавая проекты, школьники уже сознательно применяют эвристические методы – от мозгового штурма до анализа и аналогии, что и составляет суть проектно-эвристической деятельности. Также важно отметить проекты, в ходе которых будут получены цифровые результаты, что важно в современном информационном обществе. Авторы предлагают создание проектов, результатами которых могут быть презентации, созданные в PowerPoint или специальных конструкторах, инфографика и ментальные карты. А это глубокий анализ и структурирование информации. Создание инфографики по теореме или ментальной карты для классификации задач учит выделять главное, видеть связи и представлять сложное понятно и наглядно [5].

Также метод проектов обладает рядом значительных преимуществ, таких как активизация учебного процесса, развитие навыков командной работы, возможность практического применения знаний и стимулирование творческого мышления школьников. Однако, применение метода проектов связано и с определенными недостатками, включая высокие временные затраты, необходимость тщательной организации работы, потребность в наличии необходимых ресурсов и сложность объективной оценки, учитывающей не только конечный результат, но и вклад каждого участника в процесс реализации проекта [6].

Ранее нами были выделены некоторые метапредметные понятия, среди которых: «числа», «равенства», «неравенства», «множество», «отношение», «координаты», «фигура» и др. Чтобы обучающиеся не просто заучили их определения, а осознали, как инструменты познания, необходим переход к активным методам обучения, среди которых метод проектов занимает ведущее место [4].

Предлагаем тематику проектов, направленных на раскрытие понятия «равенство», как метапредметного, на различных этапах обучения и в разных школьных предметах.

Обучающиеся 5-6 классов разрабатывают проект «Великий баланс: где в жизни прячется равенство?». Целью данного проекта является формирование математического понятия «равенство» как основы баланса и соразмерности через исследование его проявлений в различных практических ситуациях.

Проект демонстрирует, что равенство – это не просто знак «=» между числами, а универсальный способ описания гармонии и равновесия в окружающем мире. Ученики исследуют разные контексты (бытовые, игровые, природные), где ключевую роль играет принцип равенства, и составляют собственные задачи, решение которых основано на составлении и преобразовании простейших равенств.

Результатом проекта может стать «Книга баланса» – иллюстрированный сборник практических задач, придуманных и решенных учениками. Каждая задача в сборнике представлена в виде: 1) описания жизненной ситуации (контекста задачи); 2) фотографии или рисунка модели (из кубиков, конструктора, бумаги и др.); 3) составленного равенства (уравнения); 4) пошагового решения с комментариями.

Данный проект позволяет учащимся перевести абстрактное понятие в плоскость личного опыта и практического действия. Самостоятельное моделирование ситуаций и составление равенств делает математику осязаемой и понятной. Работа с доступными материалами (предметы быта, канцелярия, продукты для пропорций) обеспечивает вовлеченность каждого ученика. Проект развивает критическое мышление, умение видеть математические закономерности в повседневной жизни, навыки командной работы, моделирования и презентации результатов.

Успешная реализация проекта «Великий баланс» создает прочную интуитивную основу для перехода к более формальному изучению алгебры (исследований уравнений, распознавания тождеств), а также способствует формированию функциональной математической грамотности и положительного отношения к предмету как к важному инструменту для познания мира.

Для обучающихся 7-8 классов предлагаем проект «Решение уравнений в разных областях» (более высокая ступень работы с «равенствами»). Здесь задача обратная: для различных уравнений и их систем разработать несколько возможных приложений. Целью данного проекта является формирование у обучающихся 7-8 классов понимания математического понятия «равенство», как метапредметного, через активную практическую деятельность.

Проект демонстрирует универсальность уравнений как математической модели в разных областях. Ученики выбирают области применения (физика, химия, экономика) и составляют задачи (или находят их в соответствующих учебниках), решение которых сводится к решению линейных (для 7-го класса) или квадратных (для 8-го класса) уравнений.

Например, нужно составить задачу по физике на движение с постоянной скоростью, приводящую к линейному уравнению; составить задачу по химии на расчет концентрации раствора, приводящую к уравнению; составить задачу по экономике на расчет прибыли, приводящую к квадратному уравнению. Результатом такого проекта может быть сборник задач с подробными решениями и объяснениями.

Данный проект позволяет учащимся активно участвовать в процессе обучения, самостоятельно исследовать и экспериментировать, что способствует более глубокому и прочному усвоению понятия. Практическая деятельность делает абстрактное понятие более конкретным и понятным, а использование доступных материалов позволяет вовлечь в проект всех учеников класса. Кроме того, проект развивает навыки работы в команде, умение наблюдать, анализировать и делать выводы.

Успешная реализация проекта «Решение уравнений в разных областях» закладывает прочный фундамент для дальнейшего изучения математических понятий, связанных с равенствами и неравенствами, и способствует формированию у учащихся позитивного отношения к математике.

Для обучающихся 7-8 классов также предлагаем проект «Геометрическое равенство вокруг нас: от измерения к доказательству». Цель проекта: сформировать у учащихся практическое понимание геометрического равенства (равенство отрезков, углов, треугольников) как инструмента для решения измерительных задач, анализа конструкций и доказательства свойств фигур.

Проект позволяет увидеть, как признаки равенства треугольников или свойства равнобедренных фигур и т.п. применяются в реальных ситуациях. Обучающиеся не просто решают абстрактные задачи, а проводят практические работы. Ими выбираются практические задачи, для решения которой необходимо установить равенство геометрических объектов. В ходе работы необходимо определить, какие имеются данные, какой признак равенства можно применить, и как полученный вывод помогает решить исходную задачу. Так, ученики смогут рассчитать ширину реки или оврага на местности, построив на доступном участке два равных треугольника (например, используя равенство по двум сторонам и углу между ними); исследовать каркасную конструкцию (например, элемент забора, стеллажа или фермы моста), выделить в ней ключевые треугольники, доказать их равенство.

И результатом такого проекта может быть создание «Практического руководства по применению геометрического равенства» в виде серии отчетных листов.

Данный проект позволяет учащимся осознать, что признаки равенства треугольников – это не теоремы для заучивания, а рабочие алгоритмы для решения широкого круга задач. Практическая направленность помогает преодолеть разрыв между теорией и применением, развивает навыки геометрического моделирования, точного построения и логического обоснования. Работа с реальными объектами (конструкциями, чертежами) формирует понимание роли геометрии в технике и производстве. Проект также развивает умение оформлять свое решение, последовательно излагать ход мысли и аргументировать каждый шаг.

Реализация проекта формирует у учащихся представление о геометрическом равенстве как о точном и надежном инструменте, без которого невозможны ни инженерные расчеты, ни доказательные рассуждения.

Представленные проекты последовательно раскрывают «равенство» именно как метапредметное математическое понятие. Они демонстрируют, что его сущность остается единой при переходе от математики к алгебре и геометрии. Учащиеся видят, как один и тот же инструмент «равенство» применяется для моделирования бытовых ситуаций, описания физико-химических законов и доказательства геометрических свойств. Таким образом, проектная деятельность позволяет преодолеть фрагментарность предметного знания и сформировать целостное представление о равенстве как о ключевом понятии, составляющем ядро математического мышления.

Литература

1. Баскакова, Н.В. Что такое метапредметность и как реализовать принцип метапредметности на уроках / Н.В. Баскакова, А.А. Зайцева, И. К. Береговая // Теория и практика современной науки. – 2023. – № 8 (98). – С. 8-11.
2. Воистинова, Г.Х. Использование метода проектов в процессе обучения математике в 5-6 классах / Г.Х. Воистинова, Г.З. Хасанова // E-Scio. – 2023. – № 6 (81). – С. 225-235.
3. Полупанова, Е.А. Формирование метапредметных математических понятий в условиях реализации ФГОС: цели, содержание и дидактические подходы / Е.А. Полупанова; Рук. Селякова Л.И. // Математика в профессиональной деятельности : материалы VII Международной студенческой науч .- практ. конф .-конкурса, 15 мая 2025 года / Донецкий Гос. ун-т; редкол. : Е. Г. Евсеева [и др.]. – Донецк : ДонГУ, 2025. – С. 242-247.
4. Селякова, Л.И. Об особенностях формирования метапредметных математических понятий при обучении в школе / Л.И Селякова, Е.А. Полупанова // Эвристическое обучение математике : сборник трудов VII Международной научно-методической конференции, Донецк, 19–21 декабря 2024 года; под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой, проф. А.А. Русакова, проф. Е.И. Скафы. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2024. – С. 343-352.
5. Скафа, Е.И. Управление проектно-эвристической деятельностью обучающихся основной школы во внеклассной работе по математике / Е.И. Скафа, М.О. Закутаева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 71-79.

6. Уразгулова, А.Ф. Метод проектов: понятие, характеристика, классификация / А.Ф. Уразгулова, О.С. Мутраков // Вестник Башкирского государственного педагогического университета им. М. Акмуллы. – 2023. – № 4 (72). – С. 219-222.

THE PROJECT METHOD AS A MEANS OF FORMING META-SUBJECT MATHEMATICAL CONCEPTS

Polupanova Elizaveta Anatolyevna, Selyakova Lyudmila Ivanovna

Abstract. The article substantiates the role of project-based activities in the formation of cross-curricular mathematical concepts, using the concept of «equality» as an example. Projects adapted for different age groups of students (grades 5–6 and 7–8) are considered, demonstrating a gradual deepening of the understanding of equality: from everyday balance to algebraic modeling and geometric proof. The projects aim to reveal the concept from a cross-curricular perspective.

Keywords: *metasubject mathematical concept, project, project-based method, practice-oriented learning.*

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНТУИЦИИ У ШКОЛЬНИКОВ ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ ЭВРИСТИЧЕСКИХ ДИАЛОГОВ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ

Ракитина Анастасия Вадимовна,
студент,
e-mail: darkness_1617@vk.com
Прояева Ирина Владимировна
кандидат физико-математических наук, доцент
ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет», г. Оренбург, РФ

Аннотация. В статье рассматривается проблема развития математической интуиции у учащихся средних классов в контексте обучения геометрии. Обосновывается положения о том, что традиционные методы обучения малоэффективны в процессе формирования глубинного понимания пространственных отношений и способности к самостоятельному открытию математического знания. В качестве эффективной педагогической технологии предлагается система эвристических диалогов, которая реализуется на уроках геометрии. В статье описаны структуры, принципы построения и примеры таких диалогов, проанализирована эффективность их применения.

Ключевые слова: *математическая интуиция, эвристический диалог, проблемное обучение, интуитивная догадка, исследовательская деятельность на уроке*.

Современное школьное математическое образование зачастую предъявляет обучающимся стандартные требования, которые ориентированы на воспроизведение алгоритмов и шаблонов, с другой стороны, существует необходимость формирования гибкого, творческого мышления. Данное противоречие особенно проявляется на уроках геометрии, которая является не только логической, но и интуитивной наукой. Геометрия зародилась как «искусство наглядного умозрения», однако в школьной практике данный аспект уступает место формальному доказательству теорем и решению типовых задач.

Целью статьи является теоретическое обоснования и методическое описание системы эвристических диалогов как средства развития математической интуиции обучающихся на уроках геометрии. Для достижения данной цели были поставлены следующие задачи:

- раскрыть понятие «математическая интуиция» применительно к школьному курсу геометрии;
- определить педагогический потенциал и структуру эвристического диалога;

- разработать примеры эвристических диалогов для различных школьного курса геометрии;
- проанализировать качественное влияние.

Под математической интуицией понимается способность к непосредственному усмотрению математической истины, к генерации правдоподобных гипотез, что является не антиподом логики, а ее необходимым фундаментом. Развитие этой способности является ключевой задачей для формирования целостного математического мышления [3]. В контексте геометрии это проявляется как «геометрическое чутье»: способность предвидеть результат, выдвигать правдоподобные гипотезы на основе визуального образа и аналогий, до формального логического доказательства.

Основным методом исследования, лежащим в основе данной статьи, является педагогический эксперимент, который включает в себя проектирование образовательных ситуаций и наблюдение за деятельностью учащихся.

Ключевым инструментом является эвристическая диалоговая система. Под эвристическим диалогом понимается диалог «обучающийся-учитель», в котором инициатива в познании нового путем постановки вопросов принадлежит ученику, а не учителю. Различают следующие виды вопросов: когнитивные (глубокое изучение нового материала); экстенсивные (связывающие тему предмета с другими темами и предметами); креативные (направленные «вглубь» междисциплинарного знания).

Содержательным ядром диалога является триада вопросов «Что? Как? Почему?» [1], направленная на активизацию разных сторон мышления. Процесс формирования диалогических умений, и, как следствие, математической интуиции, носит этапный характер [2, 4]:

1. Этап интуитивного познания: ученик исследует геометрический объект (чертеж, конструкцию), опираясь на восприятие и воображение, формируя первичный, часто неартикулированный, образ или догадку;
2. Этап диалога и проверки: созданный учеником первичный интуитивный продукт (гипотеза) сталкивается с другими точками зрения в ходе диалога и сравнивается с культурно-историческими аналогами (эталонами), что ведет к его проверке и коррекции.
3. Этап рефлексии и формализации: первичная интуитивная догадка переосмысливается, облекается в логическую форму, достраивается до обобщенного знания (теоремы, алгоритма) и включается в арсенал ученика.

При этом эвристический вопрос выступает главным катализатором интуиции. Он, являясь индикатором познавательной активности, объединяет имеющиеся у ученика знания (основа для догадки), рефлексию (осознание пробела), творчество (формулировка новой идеи) и эмоции (личностная вовлеченность) [1].

Рассмотрим один из примеров такого диалога. Тема диалога: «Знакомство со свойством биссектрисы угла треугольника» [1].

Этап 1. Создание проблемной ситуации и актуализация опыта.

Учитель: «Ребята, посмотрите на экран. У нас есть треугольник ABC. Я проведу в нем отрезок из вершины A к стороне BC. (Проводит биссектрису AL, но не называет ее). Перед вами не просто отрезок, а своего рода «делитель». Ваша первая задача — догадаться, по какому принципу он делит противоположную сторону BC? Что он может делить: просто пополам, может быть, как-то иначе? Выскажите свои первые предположения, основанные на том, что вы видите».

Обучающиеся предлагают свои варианты ответа, таким образом проблема создана, высказаны первые, возможно, противоречивые интуитивные догадки. Учитель фиксирует гипотезы на доске.

Этап 2. Организация коммуникации, исследования и создания первичного продукта.

Учитель: «Хорошие идеи. Есть утверждения и о равенстве, и о связи со сторонами. Как мы можем это проверить, не зная никаких правил? Какие инструменты или методы вы предлагаете?»

Обучающиеся при помощи таких вопросов должны прийти к идее об измерении отрезков BL, LC, а также стороны AB и AC. После этого необходимо разбить класс на мини-группы. Каждая группа строит разные треугольники и проведет в них такой же «делитель» – биссектрису угла. Задача каждой группы – найти и записать правило, по которому, как им кажется, биссектриса делит сторону. После проделанной работы и совместных обсуждения учитель фиксирует «образовательный продукт».

После этого проводятся этапы сопоставление с культурно-историческим аналогом и рефлексии, где полученные интуитивные знания формулируются и доказываются.

Внедрение системы эвристических диалогов в практику преподавания геометрии в рамках практики позволило зафиксировать ряд положительных результатов:

1. Повышение учебной мотивации, т.к. обучающиеся перестали воспринимать геометрию как набор готовых фактов. Процесс поиска решения, сопровождающийся диалогом и дискуссией, вызывал живой интерес и эмоциональный отклик;
2. Качественное изменение характера геометрического мышления. Наблюдался переход от попыток вспомнить «формулу» или «правило» к активным попыткам визуализировать задачу, выдвинуть гипотезу, провести мысленный эксперимент;
3. Формирование устойчивых интуитивных образов;
4. Развитие коммуникативных навыков и культуры дискуссии.

Обсуждение результатов показывает, что систематическое использование эвристических диалогов позволяет преодолеть разрыв между интуитивным и логическим компонентами геометрического знания. Обучающиеся начинают понимать, что строгое доказательство – не самоцель, навязанная учителем, а инструмент проверки и подтверждения тех блестящих догадок, к которым они пришли сами. Это формирует представление о математике как о живой, развивающейся науке, основанной на открытиях.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что проведенное исследование подтвердило гипотезу: целенаправленное развитие математической интуиции является не побочным продуктом, а важнейшей задачей обучения геометрии. Реализация этой задачи требует перехода от репродуктивной модели преподавания к диалогической, исследовательской.

Разработанная и апробированная система эвристических диалогов доказала свою эффективность как педагогический инструмент для развития математической интуиции школьников. Использование диалогов способствует не только усвоению предметных знаний, но и развитию метапредметных компетенций: креативного мышления, коммуникации, навыков исследования. В перспективе данная методика может быть расширена и адаптирована для других разделов школьной математики, таких как начала анализа и комбинаторика, где интуитивное понимание также играет ключевую роль. Таким образом, внедрение системы эвристических диалогов открывает путь к формированию у школьников целостного, творческого и глубокого математического мышления.

Список литературы

1. Король А.Д. Как подготовить и провести урок-диалог // Школьные технологии. – 2013. – №2. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/kak-podgotovit-i-provesti-urok-dialog-1 (дата обращения: 10.11.2025).
2. Материалы ежегодной научной конференции студентов и магистрантов университета, 19-20 апреля 2018 г. : в 3 ч. – Минск : МГЛУ, 2018. – Ч. 1. – С. 222-223.
3. Султанова Л. Б. Интуиция и эвристика в математике // Российский гуманитарный журнал. – 2013. – №3. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/intuitsiya-i-evristika-v-matematike (дата обращения: 10.11.2025).
4. Хуторской А.В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения / А.В. Хуторской. – Москва : Изд-во Моск. ун-та, 2003. – 415 с. : портр. : 22 см..; ISBN 5211047109.

DEVELOPING MATHEMATICAL INTUITION STUDENTS LEARN THROUGH A SYSTEM OF HEURISTIC DIALOGUES IN GEOMETRY LESSONS

Rakitina Anastasia Vadimovna, Proyaeva Irina Vladimirovna

Abstract. This article examines the development of mathematical intuition in middle school students in the context of geometry instruction. It argues that traditional teaching methods are ineffective in fostering a deep understanding of spatial relationships and the ability to independently discover mathematical knowledge. A system of heuristic dialogues, implemented in geometry lessons, is proposed as an effective pedagogical technique. The article describes the structures, principles, and examples of such dialogues, and analyzes their effectiveness.

Keywords: *mathematical intuition, heuristic dialogue, problem-based learning, intuitive guessing, research activity in the classroom.*

ИНТЕГРАЦИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ 4К В ШКОЛЬНЫЙ КУРС АЛГЕБРЫ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Сапрыкина Полина Андреевна
магистрант,
email: polysakh@gmail.com
Матвеева Валентина Александровна,
кандидат педагогических наук,
e-mail: matveeva89.ru@mail.ru
ФГБОУ ВО Сахалинский государственный университет,
г. Южно-Сахалинск, Россия

Аннотация. В статье предложена модель интеграции компетенций 4К в курс алгебры через синтез предметного содержания и цифровых инструментов. Трехуровневая структура модели (подготовка, активная деятельность, рефлексия) и конкретные примеры её реализации направлены на развитие у учащихся 4К компетенций.

Ключевые слова. *Компетенции 4К, алгебра, цифровые инструменты, модель интеграции, STEM-образование.*

В условиях современной образовательной системы формирование компетенций 4К (критического мышления, креативности, коммуникации и кооперации) приобретает особую актуальность в рамках Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС). ФГОС подчеркивает необходимость и важность развития у обучающихся не только предметных знаний, но и универсальных навыков, необходимых для быстрой адаптации в системе, в обществе, где цифровые технологии играют немаловажную роль. Важнейшим трендом модернизации системы образования выступает её цифровая трансформация. Данный процесс, в рамках государственных программ развития, подразумевает не просто оснащение школ техникой, а системное внедрение цифровых инструментов в педагогическую практику. Целью является не только повышение дидактической эффективности, но и формирование у обучающихся готовности к жизни в цифровом обществе, где критически важны адаптивность и способность работать с информацией. Особую актуальность этот вызов приобретает в контексте математического образования, где интеграция компетенций 4К (критического мышления, креативности, коммуникации, кооперации) на базе цифровых решений может стать драйвером для развития аналитического и нестандартного мышления учащихся [4].

Однако, как отмечают исследователи [2], на практике наблюдается дефицит чётких педагогических моделей, которые позволяли бы органично встроить развитие этих навыков в предметное содержание.

Традиционная методика преподавания алгебры, сосредоточенная преимущественно на трансляции готовых алгоритмов и знаний, зачастую упускает потенциал цифровой среды для целенаправленного развития «гибких» навыков (soft skills). В результате возникает смысловой разрыв: учащиеся осваивают абстрактный математический аппарат, но не всегда видят его связь с цифровыми компетенциями, необходимыми для решения прикладных задач в современном мире. Преодоление этого разрыва требует методик, обеспечивающих синтез фундаментальных теоретических основ алгебры с практикой их применения через цифровые инструменты.

Компетенции 4К, признанные глобальным образовательным сообществом в рамках инициатив типа STEM, представляют собой интегративные навыки для XXI века. Они включают критическое мышление (анализ, верификацию информации), креативность (генерацию идей, поиск неочевидных решений), коммуникацию (ясное изложение мысли, аргументацию) и кооперацию (коллаборацию в команде). В российской системе образования их формирование декларируется как одна из ключевых метапредметных целей ФГОС, что делает задачу их предметной интеграции не просто актуальной, а нормативно обязательной. Таким образом, разработка модели такого синтеза в курсе алгебры отвечает как глобальным трендам, так и конкретным требованиям национальной образовательной политики [1].

Компетенции 4К тесно связаны с метапредметными результатами, это проявляется в развитии у учащихся способности к самообучению, анализу данных и коллективному решению задач. Например, в математике критическое мышление проявляется через проверку теорем, а креативность через моделирование. Цифровизация образования укрепляет эту связь, предоставляя инструменты для персонализации и дифференцированности обучения и формирования цифровой грамотности. Внедрение ИКТ в обучение способствует развитию этих компетенций через системно-деятельностный подход и проектную деятельность [2].

Курс алгебры обладает значительными возможностями для развития компетенций 4К, поскольку включает элементы анализа, абстракции и практического применения. Критическое мышление формируется через анализ уравнений, доказательство теорем и проверку решений. Например, при решении систем уравнений обучающиеся учатся оценивать альтернативные методы, выявлять ошибки и обосновывать выбор подхода, что развивает навыки логического мышления и оценки информации. В контексте STEM алгебра объединяется с реальными задачами, такими как моделирование физических процессов, где критическое мышление проявляется через анализ данных и верификацию моделей [1].

Креативность в алгебре проявляется в поиске нестандартных решений, например, при оптимизации решений или построении графиков. Учащиеся могут экспериментировать с переменными, придумывая новые гипотезы, что стимулирует нестандартное или же критическое мышление. Проектная деятельность в математическом образовании развивает креативность, позволяя использовать алгебру для решения инженерных задач, способствуя развитию исследовательских навыков. Предметное содержание алгебры служит основой для формирования критического и креативного компонентов 4К, подготавливая учеников к решению междисциплинарных задач, с учетом познавательной самодеятельности как ключевого фактора [3].

Цифровые инструменты преобразуют преподавание алгебры, становясь не дополнением, а ключевым элементом для развития компетенций 4К. Интерактивные онлайн-доски (Miro, Padlet) создают среду для коллективной работы над задачами, где необходимо совместно искать решения, договариваться и аргументировать свою позицию, что напрямую формирует навыки кооперации и коммуникации.

Динамические среды (GeoGebra, Desmos) работают как лаборатория для исследования. Возможность мгновенно визуализировать изменение графика при варьировании параметров стимулирует экспериментальный подход, выдвижение гипотез и критический анализ результатов, развивая креативность и критическое мышление.

Таким образом, грамотная интеграция конкретных цифровых сервисов позволяет проектировать учебные ситуации, где предметное содержание алгебры становится естественным контекстом для отработки навыков XXI века.

Платформы, такие как LearningApps и Online Test Pad, позволяют создавать интерактивные задания, интегрируя алгебру с цифровыми элементами для индивидуализации обучения и развития цифровой грамотности. Эти инструменты не заменяют предметное содержание, а дополняют его, обеспечивая баланс между теорией и практикой, и усиливая интеллектуальную активность [2].

Предлагаемая модель распределения ролей представляет собой объединение предметного и цифрового компонентов, где алгебра обеспечивает теоретическую базу, а цифровые инструменты - практическую реализацию компетенций 4К. Модель включает три уровня: подготовительный (изучение теории), активный (применение инструментов) и рефлексивный (анализ результатов). На предметном уровне фокус на критическом мышлении и креативности через алгебраические задачи; на цифровом - на коммуникации и кооперации через онлайн-платформы.

Примеры реализации модели на учебных ситуациях:

1) Решение квадратных уравнений с использованием GeoGebra для визуализации - развивает креативность (эксперименты с коэффициентами) и критическое мышление (проверка решений), с выходом за рамки к обобщению.

2) Групповая работа на Miro по моделированию систем неравенств - усиливает кооперацию (распределение ролей) и коммуникацию (обсуждение в чате).

3) Создание тестов в LearningApps для самопроверки - интегрирует все 4К через проектный подход, стимулируя познавательную самодеятельность.

Эта модель, основанная на STEM-подходе, обеспечивает гармоничное сочетание цифровых инструментов с предметным содержанием, повышая мотивацию и эффективность обучения.

Предложенная модель распределения ролей между предметным содержанием алгебры и цифровыми инструментами демонстрирует эффективность в интеграции компетенций 4К, способствуя развитию критического мышления, креативности, коммуникации и кооперации. Синтез традиционных методов и ИКТ повышает качество образования, как показано в исследованиях по цифровизации и STEM. Перспективы включают разработку методических материалов, таких как руководства для учителей и онлайн-курсы, для дальнейшего внедрения модели в школьную практику, с акцентом на диагностику уровней креативности. Это позволит адаптировать образование к требованиям цифровой эпохи, обеспечивая подготовку конкурентоспособных специалистов.

Литература

1) Жолымбаев О. М. Приоритетные аспекты внедрения STEM образования в Казахстане и за рубежом и сравнение тенденций его развития / О. М. Жолымбаев, Е. Т. Абильмажинов, К. О. Шакерхан, Д. Р. Онтагарова, Р. А. Садыкова // Вестник Московского университета. Серия 20, Педагогическое образование. – 2021. – № 4. – С. 87-97. – [Электронный ресурс]. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/prioritetnye-aspekty-vnedreniya-stem-obrazovaniya-v-kazahstane-i-za-rubezhom-i-sravnenie-tendentsiy-ego-razvitiya (дата обращения: 28.11.2025).

2) Карпович М.В. Цифровые сервисы в деятельности современного учителя математики: из опыта работы Университетского школьного кластера НИУ ВШЭ - Пермь / М. В. Карпович, Е. Г. Плотникова, А.Ю. Скорнякова, Е.Л. Черемных // Современные проблемы науки и образования. – 2023. – № 2. – URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=32486 (дата обращения: 28.11.2025).

3) Латышева Л. П. Формирование ИКТ-компетенций будущего учителя математики при обучении стохастике в условиях цифровой трансформации образования / Л.П. Латышева, А.Ю. Скорнякова, Е.Л. Черемных, Т.Д. Лаптева, Е.В. Мельникова // Информатика и образование. – 2022. – Т. 37, № 2. – С. 64-77. – https://doi.org/10.32517/0234-0453-2022-37-2-64-77 (дата обращения: 05.12.2025).

4) Степанов С.Ю. Цифровизация образования: психолого-педагогические и валеологические проблемы: монография / С. Ю. Степанов, П.А. Оржековский, Д.В. Ушаков [и др.]; Московский городской педагогический университет. – Москва: МГПУ, 2021. – 192 с. – ISBN 978-5-243-00691-0

INTEGRATION OF 4K COMPETENCIES INTO THE SCHOOL ALGEBRA COURSE IN THE CONTEXT OF THE DIGITAL TRANSFORMATION OF EDUCATION

Polina A. Saprykina,

***Supervisor: Valentina A. Matveeva*,**

Abstract. This article proposes a model for integrating 4K competencies into an algebra course through a synthesis of subject content and digital tools. The model's three-level structure (preparation, active learning, and reflection) and specific examples of its implementation are aimed at developing 4K competencies in students.

Keywords. *4K competencies, algebra, digital tools, integration model, STEM education.*

ИНСТРУМЕНТАЛЬНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Симоновская Галина Александровна
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: simonovskaj_g@mail.ru
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец, РФ

Аннотация. В статье рассматриваются инструментально-методические аспекты подготовки школьников к решению планиметрических задач ЕГЭ по математике. Анализируются типичные ошибки, допускаемые учащимися, и предлагаются эффективные методы и инструменты, направленные на повышения уровня математической грамотности и развитие навыков решения задач.

Ключевые слова: *ЕГЭ по математике, планиметрия, обучение, методы.*

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике является важным этапом в образовательном процессе, определяющим возможности поступления в высшие учебные заведения. Планиметрические задачи, входящие в кодификаторе ЕГЭ, традиционно вызывают наибольшие трудности у школьников. Это связано не только с недостаточным уровнем знаний геометрических фактов, но и с отсутствием сформированных навыков применения этих знаний в нестандартных ситуациях, а также с трудностями в визуализации геометрических объектов и построении логических цепочек рассуждений. Планиметрия – один из самых «модульных» и в то же время самых требовательных разделов ЕГЭ по математике. Умение быстро и точно решать задачи на треугольники, окружности, площади требует не только знание теорем и формул, но и умения работать с такой информацией. Школьник должен обладать достаточно развитым геометрическим мышлением, умением держать в голове структурированную стратегию решения геометрической задачи, прочными навыками работы с чертежами (грамотно изображать геометрические объекты, проверять чертеж на ошибки, видеть скрытые связи между данными и искомыми величинами) [3]. Учитель со своей стороны организует комплексный подход к обучению планиметрии, объединяя теорию, практику, развитие проблемно-ориентированного мышления и рефлексию над ошибками. Такой подход позволяет ученикам не просто «учить формулы», а освоить гибкий набор инструментов и стратегий, которые они смогут применить на экзамене [1, 2, 5].

Анализ результатов ЕГЭ последних лет показывает, что наиболее распространенными ошибками при решении планиметрических задач являются следующие аспекты: недостаточное знание базовых геометрических фактов (теорем, признаков, свойств различных фигур), трудности с визуализацией (неспособность представить геометрическую фигуру, построить необходимые дополнительные элементы, грамотно изобразить чертеж), неправильное чтение условия задачи (неверное понимание данных и требований задачи), ошибки в алгебраических преобразованиях и вычислениях. Эти ошибки свидетельствуют о необходимости совершенствования методики обучения планиметрии, направленной на формирование не только знаний, но и умений, навыков и компетенций, необходимых для успешного решения задач ЕГЭ.

Эффективное обучение решению планиметрических задач должно основываться на следующих принципах:

– систематичность и последовательность (изучение материала осуществляется в логической последовательности, от простого к сложному);

– наглядность (использование визуальных материалов, геометрических конструкторов, интерактивных моделей);

– практико-ориентированность (решение большого количества задач различного уровня сложности);

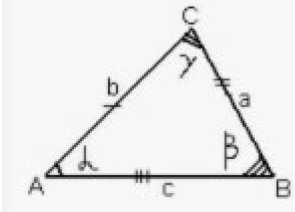
– развитие логического мышления (обучение школьников построению логических цепочек рассуждений, обоснованию своих действий);

–индивидуальный подход (учет индивидуальных особенностей и потребностей каждого ученика).

В рамках этих принципов можно выделить такие методы обучения как репродуктивный, проблемный, исследовательский, метод аналогий и моделирования.

Опираясь на все выше изложенное, было предложено при подготовке к ЕГЭ по математике выделить геометрический материал, к которому школьнику приходится обращаться чаще всего при решении геометрических задач. Было выделены следующие модули «Треугольник», «Окружность», «Правильный шестиугольник» [2, 3].

Таблица 1 – Опорная таблица «Треугольник»

Треугольник	
Произвольный треугольник	 $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ $\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{c}{sin\gamma} = 2R$ (теорема синусов) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos\alpha$ (теорема косинусов)

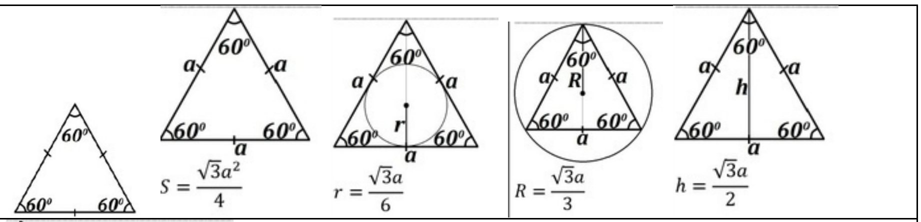
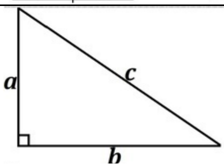
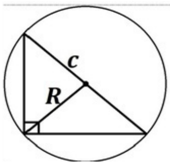
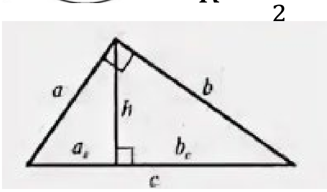
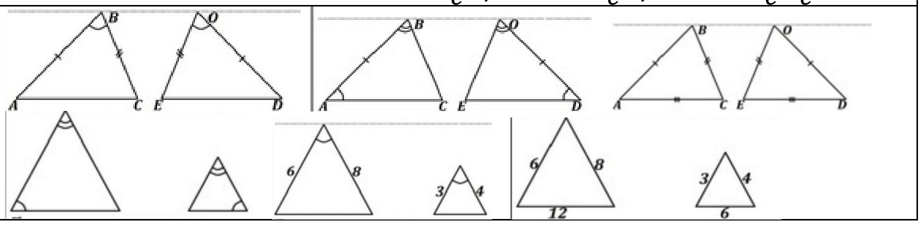
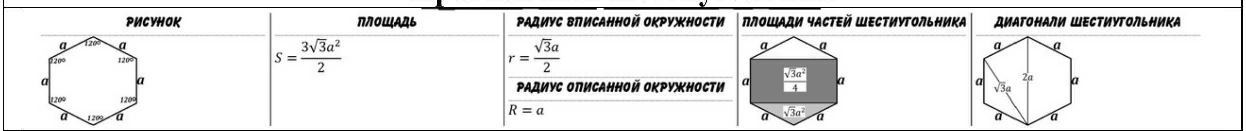
Правильный треугольник	
Прямоугольный треугольник	 $a^2+b^2=c^2$ (теорема Пифагора)  $R=\frac{c}{2}$  $a^2=a_c c, b^2=b_c c, h^2=a_c b_c$
Признаки равенства и подобия треугольников	

Таблица 2 – Опорная таблица «Окружность»

Окружность			
Характеристики окружности	Вписанные, центральные углы и взаимосвязь с дугами	Вписанные и описанные фигуры	Теоремы, связывающие окружности с другими объектами

Таблица 3 – Опорная таблица «Правильный шестиугольник»

Правильный шестиугольник



Эти таблицы могут заполняться в виде чертежей с пояснением (таблица 1, 3) или содержать только названия свойств или теорем и т.д. Но, отметим, что в них представлена не вся существующая информация (встретилась единожды при решении задачи), а лишь та, которая часто используется при решении и планиметрических и стереометрических задач. Это тот инструментарий, который нужно держать в памяти и использовать при необходимости [6].

Задача 1. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, BC=3, sinA=1/6. Найдите AH (Рис.1) [4].

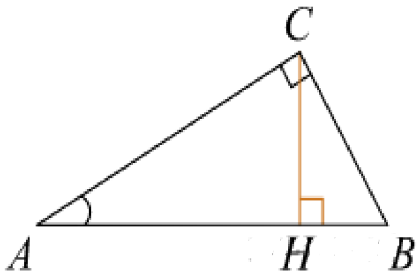


Рисунок 1 – Прямоугольный треугольник

Так, например, при решении задачи достаточно установить подобие треугольников ABC и ABH и $sinBCH = \frac{BH}{BC}$. Получаем $\frac{1}{6} = \frac{\mathrm{BH}}{3}$, $\mathrm{BH} = \frac{1}{2}$. Используя свойство для прямоугольного треугольника $\mathrm{BC}^2 = \mathrm{HB} \cdot \mathrm{AB}$, получаем $3^2 = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{AB}, \mathrm{AB} = 18, \mathrm{AH} = \mathrm{AB} - \mathrm{BH} = 18 - 0{,}5 = 17{,}5$.

Наличие высоты опущенной из вершины прямого угла, поможет школьнику сориентироваться и воспользоваться данным свойством, при этом сэкономить время.

Задача 2. Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника (рис. 2) [4].

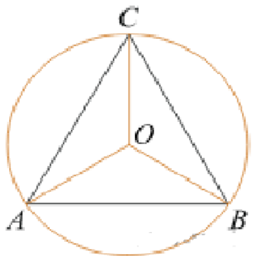


Рисунок 2 – Правильный треугольник, вписанный в окружность

При прочном усвоении материала о равностороннем треугольнике, данная задача решается практически устно.

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{3} = 1.$$

Наличие такого инструментария у школьника, дает ему возможность ускорять процесс нахождения решения, быстро и правильно строить логическую цепочку рассуждений. Имея набор достаточный набор задач, возможно построить интерактивный тренажер, для самостоятельной отработки умений учащемуся. При определенном опыте, школьник будет искать «быстрый» способ решения задачи. Отметим, что не стоит расширять опорные информационные таблицы, так как этот материал является универсальным [3].

Обучение школьников решению планиметрических задач ЕГЭ по математике требует обдуманного, комплексного подхода, с выделением необходимого инструментария методически осмысленного и опробованного на практике.

Литература

1. Бежану, Т.В. Формирование готовности будущего учителя математики к обучению школьников решению планиметрических задач, требующих дополнительных построений / Т. В. Бежану, Т. С. Потемкина // Проблемы современного педагогического образования. – 2023. – № 81-4. – С. 33-36. – URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=58480021 (дата обращения 01.12.2025).
2. Бежану, Т.В. Методические аспекты формирования умения выполнять геометрический чертеж по условию задачи / Т.В. Бежану, И.А. Карзина // Проблемы современного педагогического образования. – 2024. – № 85-3. – С. 23-26. – URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=80254660 (дата обращения 01.12.2025).
3. Клековкин, Г.А. Психологические и методические аспекты обучения построению чертежа к геометрической задаче: традиции, реалии и перспективы / Г.А. Клековкин // Образование и наука. Известия УРО РАО. – № 5 (62). – 2009. – С. 79-90.
4. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. URL: https://math-ege.sdamgia.ru/?redir (дата обращения 01.12.2025).
5. Сергеева, Т. Ф. Основы динамической геометрии : Монография / Т.Ф. Сергеева, М.В. Шабанова, С.И. Гроздев ; Министерство образования Московской области, Академия социального управления. – Москва : Академия социального управления, 2016. – 152 с. – URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=27198257 (дата обращения 01.12.2025).
6. Ходоренко, Г.Д. Конструктивная составляющая планиметрических задач С4 ЕГЭ / Г.Д. Ходоренко // Педагогический профессионализм в образовании : материалы IX Международной научно-практической конференции, посвященной 120-летию со дня основания г. Новосибирска: в 2 частях, Новосибирск, 21–22 февраля 2013 года / Международная Академия наук педагогического образования; ФГБОУ ВПО "Новосибирский государственный педагогический университет"; Совет по психолого-педагогическому образованию НГПУ; Институт физико-математического и информационно-экономическому образованию НГПУ; Кафедра педагогики и психологии ИФМИЭО НГПУ; ФКОУ ДПО СМУЦ ГУФСИН России по Новосибирской области; ЦИКЛ психологии и педагогики. Том Часть 1. – Новосибирск: Новосибирский государственный

педагогический университет, 2013. – С. 337-346. – URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28937168 (дата обращения 01.12.2025).

INSTRUMENTAL AND METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING SCHOOLCHILDREN HOW TO SOLVE PLANIMETRIC PROBLEMS OF THE UNIFIED STATE EXAM IN MATHEMATICS

Simonovskaya Galina

Annotation. The article discusses the instrumental and methodological aspects of preparing schoolchildren to solve the planimetric tasks of the Unified State Exam in mathematics. The typical mistakes made by students are analyzed, and effective methods and tools aimed at improving the level of mathematical literacy and developing problem-solving skills are proposed.

Keywords: Unified State Exam in mathematics, planimetry, teaching, methods.

ОТРАЖЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В МОДЕЛИРОВАНИИ ИНФЛЯЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ: ФОРМАЛЬНОЕ И ЭВРИСТИЧЕСКОЕ

Скороход Наталья Николаевна
кандидат экономических наук, доцент, заведующий кафедрой экономики
e-mail: nskorohod67@mail.ru
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, РФ

Аннотация: В статье рассматривается отражение математики в анализе инфляции. Подчёркивается, что математика является специальным методом исследования в экономической науке, в том числе в макроэкономике. Автор рассматривает теоретические подходы по моделированию инфляционных процессов. В статье проводится мысль об эвристической составляющей в математической оценке инфляции.

Ключевые слова: *инфляция, математика, функция, макроэкономика, модель, прогноз, денежно-кредитная политика.*

Постановка проблемы. Математика находит отражение как метод экономического анализа с самого возникновения политической экономии. В «Экономической таблице» Ф. Кенэ в 1758 году показал поток совокупного продукта на основе критерия экономической пропорциональности [5]. Он предположил, что совокупный общественный продукт в потоках его движения обменивается и распределяется не произвольно, а на основе пропорции 1:1. Его Таблица позже, через сто лет, была названа гениальным предвидением оптимизационных экономико-математических моделей [8].

В начале XX века возникает математическая школа экономики как одно из направлений политической экономии. Л. Вальрас одни из основоположников этой школы разрабатывает и применяет математический аппарат как систему линейных уравнений, который по его задумке должен отражать условия экономической пропорциональности (сбалансированности). Решение системы линейных уравнений по достижению экономической пропорциональности должны быть заложены в практическую модель хозяйствования [2].

Идеи и достижения математического анализа и экономико-математического моделирования Л. Вальраса впоследствии были наряду с другими достижениями экономических школ нашли отражение в 1924 году в методологии Баланса народного хозяйства (БНХ), разработанного советскими учёными, а в дальнейшем – в методологии Системы национальных счетов (СНС), которую предложили эксперты ООН в 1953 году [1;9].

В современный период общественного развития любое экономическое явление, прежде всего на макроуровне, отражается в математической проекции.

Математическое отражение такого социально-экономического явления как инфляция имеет естественную причину. Инфляция рассматривается как рост общего уровня цен. В самом определении инфляции имеется математический смысл.

После второй мировой войны инфляционные процессы в мировой экономике и в экономиках многих стран становится системным явлением. Отношению к этому явлению в различных экономических школах неоднозначно. Например, Дж. М. Кейнс и его последователи считают, что инфляция в пределах умеренной (до10% в год) не только допустима, но и в условиях недостаточного спроса, вследствие действия «парадокса бережливости», желательна [4].

Однако, темп прироста общего уровня цен более 10% в год становится опасным и для кейнсианской макроэкономической парадигмы. Инфляция, выходящая по темпам прироста (π) за пределы умеренной, для представителей всех школ представляет проблему в теоретическом и в практическом отношениях. В современных условиях таргетирование инфляции становится важной функцией центральных банков. Банк России имеет целью обеспечить темп прироста общего уровня цен в 4% (π=4%) в год.

Анализ сущности, причин инфляции и её верификации представляется актуальным направлением как экономической теории, так и статистики и математики. Эконометрический подход для исследования данного процесса следует рассматривать как существенно значимый.

Качественная статистика, логично встроенный в анализ математический инструментарий позволяют дать достоверную картину инфляционного процесса и на этой основе принимать обоснованные решения в области влияния государства на течение инфляции. Нет ничего важнее для научного исследования, чем достоверная, достаточная первичная информация, которая анализируется на основе определённых научных правил самой статистики и математики.

Понимание особенностей развития инфляции современного периода развития общества на основе достоверной оценки, корректного математического инструментария даёт возможность прогнозировать развитие денежно-кредитного сектора и экономику в целом.

Исходим из гипотезы о том, что точное определение и систематизация параметров, описывающих инфляцию, даёт верифицируемый результат исследования данного процесса, но при этом имеет место некоторая неопределённость. Поэтому для полноты анализа необходимо привлекать интуицию и иные эвристические способы осмысления и прогнозирования рассматриваемого явления.

Описание результатов. Существующие взгляды на природу инфляции можно разделить на несколько направлений, среди которых в макроэкономической политике, в той или иной мере, реализуются неоклассический-монетарный и кейнсианский-неокейнсианский [4; 6].

В соответствии с монетарной концепцией причина высоких темпов прироста инфляции заложена в дефиците государственного бюджета, превосходящего допустимый уровень (3% к ВВП). В том случае, если для финансирования дефицита государственного бюджета используется механизм увеличения денежной массы, то это приводит к высоким темпам инфляции. Предлагаются традиционные способы сокращения дефицита государственного бюджета: снижение государственных расходов, к которым относятся в первую очередь расходы на социальные программы, образование, науку, культуру и другое; или усиление налоговой нагрузки на фирмы и домохозяйства.

Кейнсианцы и неокейнсианцы считают, что, поскольку деньги не имеют значения как фактор макропропорций, то основные её причины не сводятся к темпам роста денежной массы [4, с. 251].

Российское правительство для борьбы с инфляцией в основном опирается на обычные монетарные меры – ограничение темпов роста денежной массы (M), в том числе денежной базы (Mb), а также снижение дефицита государственного бюджета. В Российской Федерации с 2022 года имеет место дефицит государственного бюджета, поэтому меры по снижению дефицита государственного бюджета для таргетирования инфляции становятся актуальными.

Монетаристы считают, что манипуляции с денежной массой (Ms) является главным и единственным способом влияния на общий уровень цен, на номинальный и реальный валовой внутренний продукт (ВВП).

Модель, позволяющая найти оптимальный по критерию максимального значения сеньоража темп инфляции, принадлежит американскому экономисту М. Фридмену. В дальнейшем монетарные концепции включают в качестве детерминант функционально-количественного анализа новые факторы, относящиеся к инфляционным ожиданиям и эмиссионное финансирование дефицита государственного бюджета.

Политика ограничения денежной массы, как свидетельствуют статистические данные, не приводит к кардинальному решения вопроса по снижению инфляции. Анализ причин нелинейной связи между денежной массой и инфляцией может быть объяснена в определённой степени на основе модели Кагана. Она отражает параметры денежного обращения. В качестве единственного фактора спроса на деньги эта модель рассматривает инфляционные ожидания. Условие равновесия на денежном рынке по данной модели представлено тождеством: $(M/P)^d = e^{-\alpha\pi e'} = (M/P)^S = (M/P)$, где $(M/P)^d$ – спрос на реальные денежные запасы; π^e –

ожидаемый темп инфляции; α – параметр, характеризующий эластичность спроса на деньги по темпу инфляции, α>0.Эластичность спроса на деньги по темпу инфляции равна $\alpha\pi^e$. Предполагается, что M/M=m=θ=const. Это выражение логарифмируется: $-\alpha\pi^e=\ln M-\ln P$, берётся производная в темпах времени, в результате имеем уравнение в темпах роста: $-\alpha\pi^e=\theta-\pi$. Из правила пересмотра ожиданий Кагана следует, что $-\alpha\pi^e=-\alpha\beta(\pi-\pi^e)$. Из этого следует: $\pi=(\theta-\alpha\beta\pi^e)/(1-\alpha\beta)$. Берут производную по времени и на основе уравнения в темпах роста получают: $\pi=(-\ \alpha\beta/(1-\ \alpha\beta))*\ \pi^e=(\beta(\theta-\pi)/(1-\alpha\beta)$. Решение этого линейного дифференциального уравнения имеет вид: $\pi(t)=\theta+(\pi(0)*e^{-\beta t/(1-\alpha\beta)}$.

Поскольку исследуется экономика с высокой инфляцией, можно считать, что π(0) >0, из уравнения в темпах роста видно, что если αβ<1, то π(t) стремится к 0 при t→∞. Если αβ>1, то π(t) →∞ при t→∞. Если α и β велики: участники отношений активно меняют спрос на деньги при пересмотре ожиданий или резко меняют свои ожидания, экономика может оказаться в непрерывном состоянии неравновесия. В первом случае с ростом инфляционных ожиданий субъекты резко снижают спрос на деньги, что ведёт к дальнейшему увеличению инфляции. Во втором – с ростом инфляции субъекты резко увеличивают инфляционные ожидания. Инфляция продолжается, несмотря на стабилизацию темпов роста денежной массы. Для достижения равновесия в этом случае необходимо провести мероприятия, направленные на снижение нервозности экономических субъектов [6, с. 30].

В модели Кагана не учитывается влияние на равновесие динамики и структуры ВВП. Этот недостаток преодолевается в модели Бруно-Фишера, которая позволяет углубить равновесия денежного рынка и последствий монетарной политики [6, с.30].

Модель Бруно-Фишера включает параметры, позволяющие учесть влияние на равновесный темп прироста инфляции снижение бюджетного дефицита.

Эмпирические исследования указывают на отсутствие зависимости темпа инфляции от реального сеньоража, описываемой кривой Лаффера. Для объяснения наблюдаемого факта разработана модель Бруно-Фишера. В данной модели используется удельный спрос на деньги (в долях ВВП). Темп роста ВВП в данной модели отличен от нуля.

Бруно-Фишер в свою модель вводит бюджетное ограничение: (dM/dt)/(1/PY)=d=const, где d – доля бюджетного дефицита, финансируемого целиком за счёт эмиссии, в доходе. Уравнение указывает на то, что доля бюджетного дефицита, следовательно. прироста денежной массы, в доходе остаётся постоянной.

На основе введённого бюджетного ограничения проводятся расчёты, и делаются выводы. Если коэффициент эластичности спроса на деньги по темпу инфляции (α) и скорость пересмотра инфляционных ожиданий (β) незначительны (меньше 1), то экономика будет находиться в устойчивом низкоинфляционном состоянии (С). Однако при αβ>1, устойчивым режимом станет высокоинфляционное состояние (Д). Возможность существования двух устойчивых равновесий может приводить к тому, что использование правительством традиционных антиинфляционных мер по таргетированию инфляции может оказаться безрезультативной. В ряде случаев снижение дефицита бюджета приводит к падению темпов инфляции (при устойчивом состоянии типа С), иногда – к росту темпов инфляции (при устойчивом состоянии типа Д) [6, с.30].

Математика показывает, что ортодоксальные меры по финансовой стабилизации (снижению дефицита государственного бюджета, сбалансированность бюджета, стабилизация курса национальной валюты, стабилизация внешнего долга) необходимо предупреждать мерами по снижению инфляционных ожиданий субъектов. В качестве таких мер рассматривают введение лимитов на кредиты, замораживание цен и заработной платы. Предлагаемые меры могут приводить к снижению инвестиционной и потребительской активности, к социальной напряжённости. Негативные последствия применения мероприятий расширенной ортодоксальной политики усиливаются эффектом храповика, который выражается в том, что общий уровень цен, поднявшись однажды, не опускается до прежнего уровня при проведении политики по борьбе с инфляцией.

В дальнейшем необходимо продолжить анализ и увязать денежную массу в обращении с темпом прироста инфляции (π) на основе введения таких параметров как коэффициент депонирования, резервные требования, денежный и банковский мультипликаторы и ключевая ставка центрального банка. Так, например анализ динамики индекса потребительских цен по месяцам 2025 года к предыдущему 2024 году показывает неравномерно колебательную амплитуду. С января по март темп прироста цен потребительской корзины имел положительное значение в пределах от 0,36% (в январе) до 0,25% в марте. С апреля наблюдается отрицательное значение темпа прироста цен потребительской корзины [3]. Это может свидетельствовать об успехе Центрального банка Российской Федерации в таргетировании инфляции. Однако анализ необходимо дополнить оценкой роста экономики и изменения уровня занятости

Выводы и предложения. Социально-экономические процессы исследуются с помощью различных способов, в числе которых выделяются математические методы. Математика является формальным, и в определённом смысле эмпирическим, способом отражения экономических процессов в исследовании [7]. Применение математики в экономической науке имеет давнюю историю, историю возникновения и развития самой экономической науки. В начале XX века математическое обоснование в исследовании реальной экономики, и в особенности макроэкономики, приобретает хозяйственно практическое значение. Со второй половины XX века вопросы экономического роста, цикличности, безработицы и инфляции ставятся в центр макроэкономической политики.

В статье представлены некоторые подходы и математические модели анализа природы, причин инфляции и способов её преодоления. Анализ показывает, что формально математическое моделирование в хозяйственной практике может искривляться, что требует для принятия решений применения интуиции и эвристики.

Литература

1. Баланс народного хозяйства Союза ССР 1923-24 года / Под ред. П. И. Попова. – Москва : Б. и., 1926. – 630 с. разд. паг. : 30 см. – (СССР. Труды центрального статистического управления).
2. Гродский, В.С. Леон Вальрас у истоков современной теории общего экономического равновесия / В.С. Гродский, Е.А. Чечик // Вестник СамГУ. – 2013. – №4 (105). – С. 126-136. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/leon-valras-u-istokov-sovremennoy-teorii-obschego-ekonomicheskogo-ravnovesiya/viewer. Последнее обращение 11.12.2025 г.
3. Инфляция в России за год и по месяцам 2024-2025 гг. – [Электронный ресурс].URL:https://www.audit-it.ru/inform/inflation/?start_month=10&start_year=2024&end_month=10&end_year=2025?start_month=1&start_year=2024&end_month=6&end_year=2025 Последнее обращение 12.12.2025 г.
4. Кейнс, Дж. М. Общая теория занятости, процента и денег / Дж.М. Кейнс. – М. : Гелиос АРВ, 1999. – 352 с.
5. Кенэ, Ф. Физиократы. Избранные экономические произведения / Ф. Кенэ, ФА.Р.Ж. Тюрго, П.С. Дюпон де Немур [пер. с фр. А.В. Горбунов и др., пер. с англ. и нем. П.Н. Клюкин]. Серия : Антология экономической мысли. – М. : Эксмо, 2008. – 1198 с.
6. Коростелева, А. М. Рабочая программа и методические рекомендации по выполнению научно-исследовательских и творческих работ по дисциплине «Макроэкономика» (продвинутый уровень) / А.М. Коростелева, Т.А. Коростелева и др. – СПб: Университет ИТМО, 2016 –105 с.
7. Математические и инструментальные методы в современных экономических исследованиях: Монография / Под редакцией М.В. Грачевой и Е.А. Тумановой. – М.: Экономический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, 2018 – 232 с. ISBN 978-5-906932-07-5
8. Немчинов, В. С. Экономическая таблица Ф. Кенэ [1965]. / В.С. Немчинов. Серия: Антология экономической мысли. – Москва : Эксмо, 2008. – 995-1018 с. / ISBN 978-5-699-18767-6 (в пер.).

9. Система национальных счетов 2008 / United Nations, 2012. – 827 с. [Электронный ресурс]. ISBN (PDF): 9789210565943 DOI: https://doi.org/10.18356/f4fcd220-ru

REPRESENTATION OF MATHEMATICS IN MODELLING OF INFLATIONARY PROCESSES: FORMAL AND HEURISTIC

Skorokhod Natalia

Abstract: The article examines the reflection of mathematics in the analysis of inflation. It is emphasized that mathematics is a special method of research in economic science, including macroeconomics. The author considers theoretical approaches to modeling inflation processes. The article highlights the heuristic component in the mathematical assessment of inflation.

Keywords: *inflation, mathematics, function, macroeconomics, model, forecast, monetary policy.*

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ И ЭВРИСТИЧЕСКОЕ ОБУЧЕНИЕ

Слепцов Владимир Фёдорович

профессор. кандидат технических наук, доцент,

e-mail: vladimirs@tut.by

Институт современных знаний имени А.М. Широкова, г. Минск, Беларусь

Аннотация. В настоящих тезисах представлены результаты исследования связи между информационными технологиями, ИИ и эвристическим обучением. В эпоху цифровизации, когда ИТ пронизывают все сферы жизни, крайне важно осознавать их воздействие на культурные ценности, идентичность, коммуникацию и творчество.

Ключевые слова: *информационные технологии, искусственный интеллект, эвристическое обучение, алгоритм.*

Искусственный интеллект – это технологическая область, которая стремится создать компьютерные системы для решения задач, что требует использование интеллекта человека. В последние годы создатели систем искусственного интеллекта достигли значительных успехов, проникая во многие сферы нашей жизни. Однако, как и у любой технологии, у искусственного интеллекта есть свои преимущества и недостатки.

Одним из главных преимуществ искусственного интеллекта является его способность обрабатывать и анализировать большие объемы данных с высокой скоростью. Это позволяет принимать более точные решения и предсказывать будущие события на основе собранных данных. В таких областях, как медицина, финансы и наука, искусственный интеллект может улучшить точность диагностики, прогнозировать тренды и осуществлять превентивные меры.

Важно отметить, что искусственный интеллект может быть полезным инструментом для улучшения нашего образа жизни. В области транспорта, например, самоуправляемые автомобили, основанные на искусственном интеллекте, обещают снижение аварийности и улучшение потока движения на дорогах. В сфере развлечений искусственный интеллект может создавать инновационные игры, фильмы и музыку, которые привлекают и развлекают нас.

Помимо преимуществ, искусственный интеллект имеет свои недостатки и вызывает определенные опасения. Одной из главных проблем является потенциальная угроза для рабочих мест. С развитием искусственного интеллекта многие автоматизированные системы могут заменить человеческий труд в различных секторах, что может привести к массовой безработице и социальным проблемам.

Существуют этические и правовые вопросы, связанные с использованием искусственного интеллекта. Вопросы конфиденциальности данных, гарантии безопасности и проблемы прозрачности алгоритмов становятся особенно актуальными. При этом возникает опасность неправильного использования искусственного интеллекта для массового слежения, манипуляции информацией и нарушения приватности.

И, наконец, одним из главных недостатков искусственного интеллекта является его ограниченность в понимании контекста и эмоций. Искусственному интеллекту, несмотря на свою высокую производительность и способность к обработке данных, трудно в полной мере понять тонкости человеческого взаимодействия и социальные нормы. Это может привести к неправильным или сбивающим с толку результатам во взаимодействии с людьми.

Таким образом, искусственный интеллект имеет свои явные преимущества, такие как обработка данных, автоматизация и улучшение качества жизни. Однако, он также создает ряд проблем и вызывает опасения, связанные с потерей рабочих мест, этикой использования, конфиденциальностью данных и ограничениями в понимании контекста. Поэтому важно продолжать исследования и разработки в области искусственного интеллекта [1].

Возможности искусственного интеллекта позволяют изменить технологию отрасли и повысить прибыли. Однако, одновременно надо учитывать и возникающие при этом проблемы. Согласно докладу Стэнфордского университета исследователи считают, что использование возможностей искусственного интеллекта может привести к «ядерной катастрофе» из-за его уязвимостей и возможного манипулирования со стороны злоумышленников, что в большой степени зависит квалификации программистов и качества алгоритма системы.

Одной из главных проблем искусственного интеллекта является этическая сторона решений, которые выдает система. Forbes акцентирует, что искусственный интеллект принимает решения, руководствуясь законами логики, не учитывая такие черты человека, например, как эмоции.

Опыт применения искусственного интеллекта показывает, что автоматизация процессов производства вытеснит значительную часть рабочей силы, особенно в нетворческих видах деятельности человека. Некоторые исследования показывают, что около 15% работников или 400 миллионов человек по всему миру, могут потерять работу из-за искусственного интеллекта до конца 2030 года [2].

Очень важной проблемой развития и применения искусственного интеллекта является монополизация власти крупными технологическими объединениями. Так как в основе идеологии искусственного интеллекта заложен постулат стремления к монополии, то существует опасность по поводу монополизации деятельности крупных технологических объединений, что мы видим на примере санкций со стороны государств Запада.

Применение искусственного интеллекта (ИИ) имеет свои плюсы и минусы. Вот некоторые из них:

Плюсы: 1. Увеличение эффективности: ИИ может обрабатывать большие объемы данных и выполнять сложные вычисления гораздо быстрее, чем человек. Это позволяет сократить время выполнения работы.

2. Расширение возможностей: ИИ предлагает различные варианты, учитывая требования и ограничения.

3. Улучшение точности: ИИ создаёт более точные чертежи проектной документации. Это позволяет избежать ошибок и недоразумений, что может быть особенно полезно при выполнении больших и сложных проектов.

4. Оптимизация использования пространства: ИИ оптимизирует использование доступного пространства, улучшая функциональность помещения и обеспечивая эргономику. Это может быть особенно полезно при работе с ограниченной площадью.

Минусы:

1. Ограниченные возможности в креативности: ИИ все еще не обладает креативностью и интуицией, которые всегда важны при создания уникального и оригинального проекта. Некоторые аспекты проекта часто воспринимаются как субъективные и требуют человеческого вмешательства.

2. Ограниченное понимание контекста: ИИ может ограничиваться только предопределенными параметрами и иметь ограниченное понимание контекста и человеческих предпочтений. Это может привести к неправильным рекомендациям или несоответствующим предложениям.

3. Потенциальная потеря рабочих мест: Применение ИИ может привести к автоматизации некоторых задач, что может потенциально угрожать рабочим местам. В то же время, ИИ создает новые возможности и требует участия специалистов для контроля и оптимизации его использования [3].

Заключение. Искусственный интеллект обладает большим потенциалом в плане обеспечения эффективности решений проблем, свободного времени и научных достижений, но он также представляет вызовы в плане этики, возможной потери рабочих мест и концентрации власти. Важно подходить к разработке и внедрению искусственного интеллекта с осознанным учетом этих плюсов и минусов.

Искусственный интеллект присутствует повсюду, вызывая споры о том, каким образом он может изменить нашу жизнь. Тем не менее, опыт освоения подобных систем говорит о том, что скорее всего, результаты будут разрушительны для человечества. Компании и политики должны постараться понять, что у искусственного интеллекта можно взять, избегая при этом существенных рисков.

Литература

1. Маров, М. 3ds max. Реальная анимация и виртуальная реальность / М. Маров. – СПб.: Питер, 2005. – 414 с.
2. Рашевская, М. Компьютерные технологии в дизайне среды / М. Рашевская. – Москва: Форум, 2016. – 304 с.
3. Яковец, Ю.В. Глобализация и взаимодействие цивилизаций / Ю.В. Яковец; Междунар. ин-т П. Сорокина – Н.Кондратьева. – Москва: ЗАО «Изд-во “Экономика”», 2001. – 346 с.

ARTIFICIAL INTELLIGENCE AND HEURISTIC LEARNING

Sleptsov, Vladimir

Abstract. This paper presents the results of a study examining the relationship between information technology, AI, and heuristic learning. In the age of digitalization, when IT permeates all spheres of life, it is crucial to understand its impact on cultural values, identity, communication, and creativity.

Keywords: *Information technology, artificial intelligence, heuristic, learning, algorithm.*

Приложение. Примеры объектов, которые создал автор с применением ИИ

САМОРЕАЛИЗАЦИЯ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ПОСРЕДСТВОМ ЭВРИСТИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРЕПОДАВАНИЯ

Соколова Юлия Сергеевна
учитель математики
ГБОУ «Школа №128 г.о. Донецк» Донецкой Народной Республики, г. Донецк, РФ,
cokolova-83@list.ru

Аннотация: доклад посвящён актуальной теме развития эвристических технологий в преподавании математики с целью самореализации учащихся средней школы. Автор рассматривает взаимосвязь использования инновационных методик с возможностями личностного роста школьников, подчеркивая, что эвристические подходы способны превратить урок математики в площадку для раскрытия внутренних резервов и потенциальных возможностей каждого ученика. Рассмотрены специфичные особенности школьных предметов, обусловливающие необходимость особого внимания к дидактическому дизайну и созданию условий для творчества и самовыражения. Подробно описаны механизмы и принципы использования эвристических технологий, дана оценка перспективам и результатам применения данных методов в школьной практике.

Ключевые слова: *самореализация, эвристические технологии, инновационные методы, педагогические инновации, уроки математики, школьное образование, творческое мышление, личность ученика, индивидуальный подход, дифференцированное обучение.*

Современные реалии ставят перед системой среднего образования новые задачи, одной из которых является обеспечение полноценной самореализации личности каждого школьника. Традиционный подход к преподаванию математики, основанный преимущественно на репродуктивном воспроизведении формул и теорем, зачастую препятствует свободному выражению индивидуальных склонностей и способностей [1]. Между тем известно, что математика сама по себе располагает богатым арсеналом средств для реализации творческого потенциала, начиная от наглядных иллюстраций абстрактных понятий и заканчивая составлением оригинальных решений нестандартных задач [2].

Особую ценность в обучении представляют эвристические технологии, которые нацелены на воспитание самостоятельности мышления, умения ставить и разрешать вопросы, проявлять креативность и инициативу. Речь идет о применении методов, включающих постановку исследовательских задач, организацию коллективного поиска и принятие альтернативных решений, создание ситуаций риска и неопределенности, стимулирование интуитивного подхода и развитие критического мышления [6].

Цель настоящей работы заключается в обосновании целесообразности широкого распространения эвристических технологий в общеобразовательных учреждениях, выявлении их достоинств и недостатков, анализе текущего состояния дел и определении дальнейших перспектив развития методики преподавания математики.

Впервые идея эвристического подхода была сформулирована известным философом древности Сократом, который считал важным учить студентов самим приходить к истине через вопросы и сомнения. Позднее эта концепция получила свое развитие в трудах Платона, Аристотеля, Канта и других выдающихся ученых [10].

В XX веке значительное влияние на популяризацию эвристического учения оказали труды американского психолога Джерома Брунера, французского исследователя Жака Адамара и советского ученого Георгия Щедровицкого. Они внесли значительный вклад в разработку основ эвристического обучения, обосновали концепцию зон ближайшего развития, ввели понятие проблемного поля и создали теорию постановки когнитивно значимых задач.

Сегодня эвристический подход воспринимается как одно из главных направлений модернизации образования, поскольку он обеспечивает ученику право на личный путь познания, учитывая его уникальные черты и потребности [3].

Основными принципами эвристического обучения являются:

– автономность: ученик учится управлять своим процессом познания, планировать и реализовывать собственные учебные маршруты;

– проблематичность: обучение строится вокруг реалистичных проблем, требующих поиска оптимальных решений;

– креативность: свобода эксперимента и право на ошибку воспринимаются как необходимое условие творчества;

– инновационность: педагоги стремятся осваивать новые методики и технологии, применяя их в условиях реальной школьной практики.

Именно сочетание перечисленных принципов делает возможным реализацию глубинных преобразований в традиционной структуре уроков математики, обеспечивая переход от пассивного потребления информации к активным действиям, ведущим к личным достижениям [10].

Наиболее действенными приемами, применяемыми на практике, являются:

– индивидуализированные задания, которые адаптируются под уровень подготовленности конкретного ученика;

– коллективные проекты, создающие пространство для совместной работы и взаимообучения;

– игровые элементы, активизирующие воображение и повышающие мотивацию к учебе;

– открытые задачи, предусматривающие разные варианты правильных решений.

Благодаря указанным технологиям появляется возможность поставить школьника в центр образовательного процесса, создать условия для раскрытия его талантов и увлечений, сформировать адекватную самооценку и уверенность в своих возможностях.

Однако важно учитывать риски неправильного применения эвристических методов, которые связаны с отсутствием должной профессиональной подготовки педагогов, недостатком качественных дидактических материалов и нехваткой соответствующей инфраструктуры.

Рассмотрение возможностей эвристического подхода целесообразно начать с примера типичного урока математики, в котором ученики решают сложную задачу несколькими способами. Педагог демонстрирует разнообразие возможных подходов, постепенно подводя учащихся к выбору оптимального варианта. В итоге ребята получают уникальный опыт принятия осознанных решений и усваивают навыки конструктивного мышления.

Другим примером служит организация проектной деятельности, когда ученики работают над разработкой какого-нибудь реального продукта (например, компьютерной программы или презентации). Здесь главное преимущество состоит в совмещении профессиональных навыков с творчеством, а результатом является уникальная демонстрация индивидуальных особенностей и уникальных способностей каждого участника команды [7].

Подобные опыты показывают, насколько велика потенциальная отдача от применения эвристических технологий, когда речь идёт о реализации скрытых резервов учеников и достижении высоких академических результатов.

Широкий спектр разработок в области эвристических технологий позволяет говорить о существенных изменениях в восприятии школьного обучения. Если ранее приоритет отдавался передаче суммы базовых знаний, то теперь упор сделан на раскрытие индивидуальных черт личности и содействие самовыражению. Вместе с тем остаются нерешенными многочисленные вопросы, касающиеся стандартизации учебного процесса, контроля качества преподавания и измерения степени успешности внедрения новых методик [9].

Будущие исследования должны сосредоточиваться на разработке инструментариев для мониторинга эффективности новаторских подходов, изучении опыта лучших мировых школ и формировании единого стандарта компетенций педагогов, работающих в сфере эвристического обучения [8].

Особенно важна роль государства и общественных организаций в распространении успешных практик, обеспечении финансовыми ресурсами и юридической поддержкой тех учреждений, которые берут на вооружение инновационные подходы. Государственная политика должна строиться на приоритете поддержки детской одаренности и индивидуализации образовательных маршрутов, поскольку именно в этих направлениях заложено будущее российского образования.

На основе изложенного можно утверждать, что эвристические технологии обладают значительным потенциалом для развития творческого мышления и личностного роста школьников. Применение таких методов открывает новые горизонты для оптимизации образовательного процесса, позволяет устранить негативные последствия рутинного и механического усвоения знаний и приблизить школу к современным потребностям общества.

Литература

1. Амонашвили Ш.А. Основы гуманной педагогики. В 20 кн. Кн. 3 Школа жизни / Ш.А. Амонашвили. – 2-е изд. – М.: Свет, 2015. – 320 с.

2. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения: моногр. / В.В. Давыдов; Рос. акад. образования, Психол. ин-т, Междунар. ассоц. "Развивающее обучение". – М.: ОПЦ "ИНТОР", 1996. – 541 с.

3. Диривянкина О.В. Становление, сущность эвристического обучения в педагогической науке и практике / О.В. Диривянкина // Вестник Санкт-Петербургского университета МВД России. –2006. – №4(32). – С.406-413.

4. Каптерев П.Ф. Избранные педагогические сочинения / под ред. А.М. Арсеньева. – М.: Педагогика, 1982. – 704 с.

5. Краевский В.В. Методология педагогики: пособие для педагогов-исследователей / В.В. Краевский. – Чебоксары: Изд-во Чуваш, ун-та, 2001 – 244 с.

6. Матюшкин А.М. Психология мышления. Мышление как разрешение проблемных ситуаций: учебное пособие / А.М. Матюшкин; под ред. канд. психол. наук А.А. Матюшкиной.– М.: КДУ, 2009. – 190 с.

7. Сергеев Я.Б. Самообразовательная деятельность школьников в рамках эвристического обучения математике / Я.Б. Сергеев // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2005. – №24. – С. 192-198.

8. Хайбулаев М.Х. Подготовка будущего учителя к проектно-эвристической деятельности в условиях трансформации системы образования России / М.Х. Хайбулаев, Д.А. Салманова, М.К. Билалов // Мир науки. Педагогика и психология. – 2023. – Т.11. – №6.

9. Хуторской А.В. Технология эвристического обучения / А.В. Хуторской // Школьные технологии. – 2018 – №4. – С. 55–75.

10. Хуторской А.В. Эволюция эвристического обучения, его принципы и методика / А.В. Хуторской // Вестник Института образования человека. – 2014 – №2. – С.10.

SELF-REALIZATION OF SCHOOL STUDENTS IN MATHEMATICS LESSONS THROUGH HEURISTIC TEACHING TECHNOLOGIES

Sokolova Yu.

Abstract. The report is devoted to the topical issue of developing heuristic technologies in mathematics teaching aimed at self-realization of secondary school students. The author examines the interrelation between innovative methods and opportunities for personal growth among pupils, emphasizing that heuristic approaches can transform a math lesson into a platform for uncovering internal reserves and potential capabilities of each student. Specific features of school subjects are discussed, which necessitate special attention to didactic design and creating conditions for creativity and self-expression. Mechanisms and principles of using heuristic technologies are described in detail, along with an assessment of prospects and results of applying these methods in school practice.

Key words: *self-realization, heuristic technologies, innovative methods, pedagogical innovations, mathematics lessons, school education, creative thinking, student's personality, individual approach, differentiated learning.*

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ КОМПОНЕНТОВ ИНЖЕНЕРНОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-8 СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ КЛАССОВ

Страхова Ольга Игоревна
учитель математики
e-mail:strakhovaoi20@yandex.ru
МБОУ Школа №100 ЗАТО Железногорск, г. Железногорск, РФ
Тумашева Ольга Викторовна
кандидат педагогических наук, доцент
КГПУ им. В.П. Астафьева, Красноярск, Россия

Аннотация. Статья посвящена разработке и обоснованию методики использования эвристических задач для целенаправленного формирования основ инженерного мышления обучающихся 7-8 классов с предпрофильной подготовкой. В работе инженерное мышление операционализировано через ключевые компоненты: системный анализ, пространственное моделирование, алгоритмизацию и оптимизацию. Автором предложена и теоретически обоснована типология эвристических задач математического содержания, напрямую моделирующая этапы инженерной деятельности. Подробно описана поэтапная методика интеграции таких задач в учебный процесс, раскрывающая деятельность учителя и обучающихся на стадии проблематизации, гипотетического поиска, математического моделирования и критической рефлексии. Приведены развернутые примеры задач по алгебре и геометрии с анализом их дидактического потенциала. Результатом является целостная методическая модель, доказывающая эффективность эвристического подхода как ядра содержания математической подготовки в инженерных классах.

Ключевые слова: *эвристическое обучение, инженерное мышление, эвристические задачи, специализированные классы, методика преподавания математики.*

Цифровая трансформация и технологический суверенитет определяют новый социальный заказ системы образования: подготовку школьников, способных не только к усвоению знаний, но и к инновационной деятельности, проектированию и созданию новых технических решений. Формирование основ инженерного мышления должно начинаться не в вузе, а на более ранних этапах обучения, в частности, в специализированных классах инженерно-технологической направленности. Однако существует выраженное противоречие между абстрактным, часто формализованным содержанием школьного курса математики и прикладным, системно-деятельностным характером инженерного мышление. Традиционные задачи с готовым алгоритмом решения развивают вычислительные навыки, но слабо формируют компетенции, критически важные для инженера: анализ нестандартной ситуации, выдвижение гипотез, построение и верификация моделей, оценка эффективности решения.

Преодолению этого противоречия может способствовать целенаправленное применение эвристических технологий обучения, суть которых заключается в организации учителем условий для самостоятельного «открытия» обучающимися способов деятельности и новых для них знаний. Эвритическая задача, не имеющая заранее известного пути решения, становится идеальным дидактическим полигоном для моделирования инженерной проблемы. Таким образом, целью данной статьи является разработка и теоретическое обоснование методик использования системы эвристических задач для формирования ключевых компонентов инженерного мышления у обучающихся 7-8 классов в процессе обучения математике.

В рамках нашего исследования мы определяем инженерное мышление как интегративный стиль мыслительной деятельности, направленный на преобразование окружающей действительности через создание, оценку и оптимизацию технических систем и процессов. Для его формирования средствами математики мы выделяем четыре базовых компонента, поддающихся целенаправленному развитию: системно-аналитический, пространственно-моделирующий, алгоритмически-проектный, оптимизационно-критический.

Системно-аналитический компонент развивает умение расчленять сложный объект или процесс на элементы, выявлять взаимосвязи, структуру и функциональные зависимости. Пространственно-моделирующий помогает сформировать способность воспринимать, создавать и оперировать мысленными и графическими образами объектов, предвидеть их изменения в пространстве. А алгоритмически-проектный компонент направлен на способность планировать последовательность действий для достижения цели, разрабатывать и сравнивать различные стратегии решения. Не менее важен оптимизационно-критический компонент. Он позволяет выйти на установку в поиске не просто верного, а наилучшего решения, а также на оценку его границ применимости и возможности рисков.

Эвристическая задача понимается нами как проблемное задание, условие которого содержит в себе противоречие и недостаточность данных, а способ решения не известен обучающимся заранее и не сводится к прямому применению изученных алгоритмов. Ее основное назначение в контексте нашей темы – имитировать когнитивную ситуацию инженерного поиска.

На основе соотнесения компонентов инженерного мышления с этапами его проявления (от анализа проблемы к оценке решения) мы разработали следующую типологию задач.

Исследовательско-моделирующие задачи.

Цель – формирование системно-аналитического и моделирующего компонентов. Задачи требуют от обучающихся выявления скрытых закономерностей в данных, их интерпретации и построения простейшей математической модели (формулы, графики, таблицы).

Пример (7 класс, алгебра, тема «Линейные уравнения»). «Инженер-испытатель фиксировал длину пружины (А) при увеличении нагрузки (С). Нагрузка 0 кг, 1 кг, 2 кг, 3 кг, а длина 10 см, 10,8 см, 11,6 см, 14,4 см, соответственно. а) Установите вид зависимости А от С. Запишите формулу. б) Предскажите длину пружины при нагрузке в 5 кг. в) Экспериментально, при 7 кг длина составила 15,8 см. объясните возможное расхождение с прогнозом вашей модели.»

Даная задача переводит абстрактное понятие «линейная функция» в контекст инженерного эксперимента. Ученики действуют как исследователи: анализируют данные, выдвигают гипотезу о линейности, строят модель, используют ее для прогноза. Ключевым эвристическим моментом является третий вопрос. Он выводит на осознание границ применимости модели, что критически важно в инженерии.

Оптимизационно-проектные задачи.

Цель – формирование алгоритмически-проектного и оптимизационного компонентов. Задачи имеют практический контекст, содержат четкие критерии оптимальности и ограничения.

Пример (8 класс, геометрия и начала анализа, тема «Квадратичная функция). «Вам необходимо спроектировать дренажную канаву с прямоугольным сечением на участке. Имеется 20 погонных метров бетонных плит для облицовки дна и двух боковых стенок (верх открыт). а) Какую глубину и ширину дна следует выбрать, чтобы пропускная способность канавы была максимальной? б) Как изменится решение, если для устойчивости глубина не может превышать ширину более чем в 2 раза?»

В этой задаче обучающиеся должны перевести инженерную проблему на язык математики: понять, что длина плит – периметр П-образного сечения, а целевая функция – площадь. Далее необходимо выразить одну переменную через другую и исследовать квадратичную функцию на максимум. Второй вопрос вводит дополнительное ограничение, что имитирует реальные проектные условия и требует анализа не одного, а множества решений.

Конструкторско-графические задачи.

Цель – формирование пространственно-моделирующего и алгоритмического компонентов. Задачи основаны на работе с чертежами, схемами, требующими достроения, расчет недостающих параметров или предложения собственной конструкции, отвечающей заданным условиям.

Пример (7-8 класс, геометрия, темы «Треугольники», «Теорема Пифагора»). «Дан эскиз плоской ферменной конструкции моста, представляющей собой ряд конгруэнтных прямоугольных треугольников. Известны длина пролета и высота фермы. а) Рассчитайте длину всех наклонных элементов. б) Предложите способ усиления конструкции, добавив минимальное количество дополнительных элементов, и докажите, что ваша модификация увеличивает жесткость. Изобразите чертеж.»

Задача развивает умение «читать» и модифицировать технический чертеж. Первая часть требует применения теоремы Пифагора в нестандартной, но систематизированной форме. Вторая часть – чисто эвристическая: нет единственного правильного ответа. Обучающиеся экспериментируют, предлагая диагональные связи, и должны логически обосновать свой выбор, ссылаясь на свойство геометрической неизменности треугольника.

Внедрение задач осуществляется по сквозному эвристическому циклу, состоящему из четырех фаз.

Первая фаза – проблематизация и контекстуализация. Учитель представляет задачу не как учебное упражнение, а как «инженерный кейс» или «техническое задание», создавая личностно значимый мотив. Важно подчеркнуть практический смысл и критерии успеха.

Вторая, гипотетический поиск и исследование. Обучающиеся индивидуально или в малых группах анализируют условия, вычленяют известное, выдвигают первые предположения о путях решения. Учитель выполняет роль фасилитатора, задавая наводящие, но не прямые вопросы: «На что это похоже?», «Что можно измерить или вычислить в первую очередь?», «Как проверить вашу идею?».

Далее, математическое моделирование и решение. Наиболее важный этап, где интуитивные догадки переводятся на строгий математический язык. Обучающиеся составляют уравнения, строят графики, выполняют вычисления, создают чертежи. Учитель следит за корректностью математического аппарата.

И, не менее, важна критическая рефлексия и оценка. Обсуждение не только ответа, но и процесса. Эта фаза напрямую формирует оптимизационно-критический компонент инженерного мышления.

Представленный в статье подход к проектированию системы задач демонстрирует, что эвристические задачи, будучи грамотно встроенными в содержание курса математики 7-8 классов, перестают быть разрозненными творческими заданиями. Они становятся системообразующим элементом, целенаправленно формирующим инженерный стиль мышления. Через последовательное решение задач исследовательско-моделирующего, оптимизационно-проектного и конструкторско-графического типов обучающиеся инженерных классов осваивают математику не как набор абстрактных истин, а как мощный и гибкий язык для описания, анализа и преобразования реального мира, что и составляет суть инженерной деятельности. Дальнейшие исследования целесообразно направить на разработку диагностического инструментария для оценки уровня сформированности компонентов инженерного мышления и на создание полного тематического банка подобных задач, в соответствие с программой по математике.

Литература

1. Хуторской А.В. Дидактическая эвристика: Теория и технология креативного обучения. – Москва : Изд-во МГУ, 2003. – 416 с.
2. Королькова А.В. Эвристические методы в профессиональном становлении будущего инженера // Высшее образование в России. – 2021. – № 30(2). – С. 112-122.
3. Чиганова Е.А. Педагогические условия формирования инженерного мышления школьников в процессе проектной деятельности // Мир науки, культуры, образования. – 2023. – № 1(98). – С. 387-389.
4. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий. – Москва : Просвещение, 2010. – 159 с.
5. English L.D., King D.T. STEM learning through engineering design: Fourth-grade students' investigations in aerospace // International Journal of STEM Education. – 2015. – Vol. 2, № 1. – P. 1-18.
6. Moore T.J., Glancy A.W., Tank K.M., et al. A framework for quality K-12 engineering education: Research and development // Journal of Pre-College Engineering Education Research (J-PEER). – 2014. – Vol. 4, № 1. – P. 1-13.

HEURISTIC TASKS AS MEANS OF FORMATION THE ENGINEER THINKING COMPONENTS AMONG THE STUDENTS OF 7-8 SPECIALIZED CLASSES.

Strakhova Olga Igorevna

Annotation. The article is devoted to the development and justification of a methodology of using heuristic tasks for the purposeful formation of the foundations of engineering thinking among 7th-8th grade students with pre-professional education. In this work, engineering thinking is operationalized through key components: system analysis, spatial modeling, algorithmization, and optimization. The author proposed and theoretically substantiated a typology of heuristic tasks with mathematical content that directly models the

stages of engineering activity. The step-by-step methodology for integrating sich tasks into the educational process is described in details, revealing the activities of the teacher and students at the stages of problematization, hypothetical search, mathematical modeling, and critical reflection. Detailed examples of tasks in algebra and geometry are provided with an analysis of their didactic potential. The result is an integral methodological model that proves the effectiveness of the heuristic approach as the core of the content of mathematical training in engineering classes.
Keywords: *heuristic learning, engineering thinking, heuristic tasks, specialized classes, methods of teaching mathematics.*

ЭВРИСТИКА «РАЗВИТИЕ ТЕМЫ ЗАДАЧИ»

Сулейманов Ринат Рамилович
кандидат педагогических наук, доцент
rin-suleimanov@yandex.ru
Институт развития образования Республики Башкортостан, г. Уфа, Россия

Аннотация. В работе рассматривается компьютерное решение задач с использованием эвристики. Приводится пример применения эвристики развитие темы задачи. Программы решения задач приведены на языке программирования C++ (среда Dev-C++).

Ключевые слова: *компьютерное решение задач, эвристика, программирование, развитие темы задачи.*

Обучение школьников решению задач обычно осуществляется на примерах готовых решений задач. Между тем существенную роль для развития алгоритмического мышления учащихся играют их умения составлять задачи. Рассмотрим такой аспект как составление и решение задач, порожденных данной, или, иначе, задач, развивающих тему данной задачи.

В методическом отношении развитие темы задачи ценно тем, что приучает учащихся к переконструированию задач, что являются одним из основных приемов поиска решения задач дедуктивным методом.

Разбиением называется представление натурального числа в виде суммы натуральных слагаемых. Порядок слагаемых не играет роли, так разложения 3=1+2 и 3=2+1 не различаются. Мы будем записывать разбиения, перечисляя их части через запятую в невозрастающем порядке. Например, разбиение 4=2+1+1 записывается как (2, 1, 1).

Пусть $p(n)$ обозначает количество всех разбиений натурального числа n. Для небольших n легко вычислить p(n), просто выписав все разбиения. Например, $p(5)=7$. Количество разложений числа 5 равно 7: (5), (4,1), (3.2), (3,1,1), (2,2,1), (2,1,1,1), (1,1,1,1,1). Однако получить таким способом, скажем, $p(100)=190569292$ без помощи компьютера немыслимо.

Рассмотрим теперь вопросы о самих разбиениях.

Программы решения приведены на языке C++ (среда Dev-C++).

Задача 1. Разбиения на слагаемые. Напечатать все представления натурального числа N суммой натуральных чисел. Перестановка слагаемых нового способа не дает. Подсчитать количество разбиений.

Программа 1

```
#include <iostream>
#include <vector>
int main() {
   std::cout << "введи n=";
   int n;
```

```
    std::cin >> n;
    std::vector<int> m(31);
    m[1] = n;
    int k = 1, i = 1, z = 0;
    while (true) {
        int t = m[k] - 1;
        int s = t + i - k + 1;
        for (i = k; i <= n; ++i) {
            if (s > t) {
                m[i] = t;
                s -= t;
            } else {
                m[i] = s;
                break;
            }
        }
        for (k = 1; k <= i; ++k) {
            std::cout << m[k];
        }
        std::cout << std::endl;
        z++;
        for (k = i; k >= 1; --k) {
            if (m[k] > 1) {
                break;
            }
        }
        if (k < 1) {
            break;
        }
    }
    std::cout << "Кол-во разложений " << z << std::endl;
    return 0;
}
```

Для n=7 получили следующее разложение:

```
6 1
5 2
5 1 1
4 3
4 2 1
4 1 1 1
3 3 1
3 2 2
```

3 2 1 1
3 1 1 1 1
2 2 2 1
2 2 1 1 1
2 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1

Количество разложений равно 14. Ниже приведена таблица количеств разложений для некоторых натуральных чисел.

Задача 2. Разложить натуральное число N на три натуральные слагаемые. Подсчитать количество разложений.

Программа 2

```
#include <iostream>
#include <vector>
int main() {
   std::cout << "введи n=";
   int n;
   std::cin >> n;
   std::vector<int> m(31);
   m[1] = n;
   int k = 1, i = 1, t, s, z = 0;
   goto label8;
label4:
   t = m[k] - 1;
   s = t + i - k + 1;
   for (i = k; i <= n; ++i) {
      if (s > t) {
         m[i] = t;
         s -= t;
      } else {
         m[i] = s;
         goto label8;
      }
   }
label8:
   if (i != 3) goto label9;
   for (k = 1; k <= i; ++k) {
      std::cout << m[k];
   }
   std::cout << std::endl;
   z += 1;
label9:
   for (k = i; k >= 1; --k) {
      if (m[k] > 1) goto label4;
```

```
  }
  std::cout << "Кол-во разложений " << z << std::endl;

  return 0;
}
```

Для N=7 получаем:

5 1 1
4 2 1
3 3 1
3 2 2

Количество равно 4.

Список использованных источников:

1. Сулейманов Р. Р. Методика решения учебных задач средствами программирования : методическое пособие / Р. Р.Сулейманов. – М.:. Изд-во : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 188 с.

2. Сулейманов Р.Р. Компьютерное моделирование математических задач. Элективный курс: учебное пособие / Р.Р. Сулейманов. – М.: Изд-во: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 381 с.

HEURISTIC "TASK DEVELOPMENT

Suleymanov Rinat Ramilovich

Abstract. The paper considers the computer solution of problems using heuristics. An example of the application of heuristics development of the problem theme is given. Problem solving programs are given in the C++ programming language (Dev-C++ environment).

Keywords: *computer problem solving, heuristics, programming, development of the problem theme.*

ЭВРИСТИЧЕСКАЯ КОНЦЕПЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Сулейманов Ринат Рамилович
кандидат педагогических наук, доцент
rin-suleimanov@yandex.ru
Институт развития образования Республики Башкортостан, г. Уфа, Россия

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы эвристического обучения в общеобразовательной школе. Представлены некоторые эвристики, а также закономерности и концепция решения задач эвристическими методами.

Ключевые слова: *эвристики, эвристические методы, аналогия, инверсия, метод эвристических вопросов*.

В педагогике достаточно широкое распространение получил термин «эвристическое обучение». Вопросы организации такого обучения и формирования эвристических приемов все чаще становятся предметом исследований ученых-педагогов, в работах которых рассматриваются психологические и дидактические аспекты эвристической деятельности.

Современный взгляд на эвристическое обучение в общеобразовательной школе предполагает рассмотрение задачи формирования эвристик как цели обучения на уроке, предполагающей овладение учащимися совокупностью разнообразных действий и эвристических приемов. В качестве одного из способов формирования основ эвристической деятельности многие исследователи называют обучение решению задач.

Эвристические приемы рассматриваются как эффективное средство развития умения решать задачи, в том числе нестандартные.

Приведем примеры некоторые примеры эвристических методов.

Метод поиска оригинальных идей. Цель этого метода заключается в сборе как можно большего количества идей, освобождении от инерции мышления, преодолении привычного хода мысли в решении задачи.

Метод аналогий. Процесс применения аналогии является как бы промежуточным звеном между интуитивными и логическими процедурами мышления. В решении творческих задач используют различные аналогии: конкретные и абстрактные; ведутся поиски аналогии живой природы с неживой, например в области техники. В этих последних аналогиях могут быть, в свою очередь, установлены аналогии по форме, структуре, функциям, процессам.

Метод инверсии базируется на закономерности и соответственно принципе дуализма, диалектического единства и оптимального использования противоположных (прямых и обратных) процедур творческого мышления: анализ и синтез, логическое и интуитивное, статические и динамические характеристики объекта исследования, внешние и внутренние стороны объекта, увеличение или, наоборот, уменьшение размеров, конкретное и абстрактное, реальное и фантастическое, разъединение и объединение, конвергенцию (сужение поля поиска) и дивергенцию (расширение поля поиска). Если не удается решить задачу с начала до конца, то попытайтесь решить ее от конца к началу.

Метод эвристических вопросов известен также как метод "ключевых вопросов". Метод эвристических вопросов целесообразно применять для сбора дополнительной информации в условиях проблемной ситуации или упорядочения уже имеющейся информации в самом процессе решения творческой задачи.

Фундаментальным вкладом Дж. Пойя в методическую науку является разработанная им эвристическая концепция решения задач. Общая схема решения задач, с *авторским дополнением* в этой представлена в табл. 1.

Таблица 1

I	Понимание постановки задачи
Нужно ясно понять задачу	Что неизвестно? Что дано? В чем состоит условие? Достаточно ли условие для определения неизвестного? Или недостаточно? Или чрезмерно? Или противоречиво? Сделайте чертеж. Введите подходящие обозначения. Разделите условие на части. Постарайтесь записать их.
II	Составление плана решения
Нужно найти связь между данными и неизвестными. Если не удается сразу обнаружить эту связь, возможно будет рассмотреть вспомогательные задачи. *Попробовать предложенные эвристики: метод подбора, метод перебора, метод введения переменной, поиск закономерности, сделай чертеж, метод*	Не встречалась ли вам раньше эта задача? Хотя бы в несколько другой форме? Известна ли вам какая-нибудь родственная задача? Не знаете ли теоремы, которая могла оказаться полезной? Рассмотрите неизвестное! И постарайтесь вспомнить знакомую задачу с тем же или подобным неизвестным. Вот задача, родственная с данной и уже решенная. Нельзя ли воспользоваться ею? Нельзя ли применить ее результат? Нельзя ли использовать метод ее решения? *Нет ли методов решения задачи в перечисленных эвристиках? А их комбинаций?А нет ли другой эвристики, помимо приведенных?*

обобщения, метод аналогии, метод «развитие темы задачи», метод инверции, численный метод, метод уравнений, метод координат, метод упрощения, метод моделирования. В конечном счете необходимо прийти к плану решения	Не следует ли ввести какой-нибудь вспомогательный элемент, чтобы стало возможно воспользоваться прежней задачей? Нельзя ли иначе сформулировать задачу? Еще иначе? Вернитесь к определениям. Если не удается решить данную задачу, попытайтесь сначала решить сходную. Нельзя ли придумать более доступную сходную задачу? Более общую? Более частную? Аналогичную задачу? Нельзя ли решить часть задачи? Сохраните только часть условия, отбросив остальную часть: насколько определенным окажется тогда неизвестное; как оно сможет меняться? Нельзя ли извлечь что-либо полезное из данных? Нельзя ли придумать другие данные, из которых можно было бы определить неизвестное" Нельзя ли изменить неизвестное, или данные, или, если необходимо, и то и другое так, чтобы новое неизвестное и новые данные оказались ближе друг к другу? Все ли данные вами использованы? Все ли условие? Приняты ли вами во внимание все существенные понятия, содержащиеся в задаче?
III	Осуществление плана
Нужно осуществить план решения	Осуществляя план решения, контролируйте каждый свой шаг. *Исполните выбранную эвристику или их комбинацию.* Ясно ли вам, что предпринятый вами шаг правилен? Сумеете ли доказать, что он правилен?
IV	Взгляд назад (изучение полученного решения)
Нужно изучить найденное решение	Нельзя ли проверить результат? Нельзя ли проверить ход решения? Нельзя ли получить тот же результат иначе? Нельзя ли усмотреть его с одного взгляда? Нельзя ли в какой-нибудь другой задаче использовать?

Приведем описание некоторых приведенных эвристик.

Эвристика. Метод подбора (перебора).

Случайный подбор. Решение находится путем проб и ошибок: сначала проверятся одна произвольная комбинация, затем другая, пока случайным образом не будет найдено правильное решение.

Последовательный подбор. Предполагает начало решения задачи не с произвольной комбинации, а с последовательного анализа условия задачи.

Целенаправленный подбор отличается от предыдущих тем, что комбинации подбираются исходя из определенного условия.

Метод подбора эффективен в тех случаях, когда: достаточно прозрачна и понятна идея решения; есть возможность перебрать все варианты решения; в задаче содержится конечное количество вариантов поиска решения.

Эвристика. Метод введения переменной.

Метод введения переменной эффективен в случаях, когда: в условии задачи содержится фраза «для любого (каждого)»; в условии задачи представлено большое количество вариантов или ситуаций; задача не может быть решена другим способом, кроме составления уравнения; решение задачи требует доказательства и рассмотрения общего случая.

Эвристика. Поиск закономерности.

Применение эвристики «поиск закономерности» эффективно в тех случаях, когда: задан массив чисел; задана какая-нибудь числовая последовательность; информация, данная в условии задачи, может быть организована в форме числовой таблицы или последовательности;

по условию требуется сделать какое-то числовое обобщение.

Эвристика. Сделай чертеж.

Эвристический прием «сделай чертеж» используется при решении задач, в которых:

представлена практическая ситуация, которую легко визуализировать;

содержится геометрический материал; чтобы лучше понять условие задачи; возможно наглядное представление информации; дополнение к рисунку; преобразование рисунка; обобщение данных к рисунку.

Эвристика. Метод обобщения.

Под применением метода обобщения, мы будем понимать составление и решение задач, порожденных исходной задачей.

Применение обобщения содержит следующие действия: замена части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения задачи; при обобщении данных или искомых; путем специализации данных или искомых; добавление новых заключений при сохранении данных.

Эвристика. Метод аналогии

Слово аналогия в переводе с греческого языка означает соответствие, сходство. Применение аналогии – весьма эффективный эвристический инструмент познания. Применение аналогии распадается на следующие действия: построение аналогов различных заданных объектов и отношений; нахождение соответственных элементов в аналогичных предложениях: составление предложений или задач, аналогичных данным: проведение рассуждений по аналогии.

Эвристика. Метод «развитие темы задачи».

Обучение школьников решению задач обычно осуществляется на примерах готовых решений задач. Между тем существенную роль для развития алгоритмического мышления учащихся играют их умения составлять задачи. Рассмотрим такой аспект как составление и решение задач, порожденных данной, или, иначе, задач, развивающих тему данной задачи.

В методическом отношении развитие темы задачи ценно тем, что приучает учащихся к переконструированию задач, что являются одним из основных приемов поиска решения задач дедуктивным методом.

Литература

1. Пойа Дж. Как решать задачу. – М.: Наука, 1966.
2. Пойа Дж. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1976.
3. Пойа Дж. Математическое открытие. – М.: Наука, 1976.
4. Сулейманов Р.Р. Решение задач методами обобщения и аналогии / Р.Р. Сулейманов // Информатика и образование. – 2001. – № 2. – С. 61-62.
5. Сулейманов Р.Р. Методика решения учебных задач средствами программирования: методическое пособие / Р.Р. Сулейманов. – Москва : Изд-во: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 188 с.
6. Сулейманов Р.Р. Компьютерное моделирование математических задач. Элективный курс: учебное пособие / Р.Р. Сулейманов. – Москва : Изд-во: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 381 с.
7. Сулейманов Р.Р. Методика конструирования содержания учебных задач с помощью дидактической инженерии / Р.Р. Сулейманов // Образовательные технологии. – 2017. – №2. – С. 80-83.
8. Сулейманов Р.Р. Решение задач с использованием эвристик / Р.Р. Сулейманов // Информатика в школе. – 2017. – № 4. – С. 55-57.
9. Сулейманов Р.Р. Решение задач с использованием эвристики «Сделай чертеж» / Р.Р. Сулейманов // Школьные технологии. – 2017. – №3. – С. 82-87.

THE USAGE OF HEURISTICS WHEN SOLVING PROBLEMS

Suleymanov Rinat Ramilovich,

Abstract. In the article problems of heuristic training in a comprehensive school are considered. Some heuristics as well as regularities and the concept of solving problems using heuristics are presented.

Keywords: *heuristics, heuristic methods, analogy, inversion, method of heuristic questions.*

ЭВРИСТИЧЕСКОЕ ОБУЧЕНИЕ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ ПО ТЕМЕ «АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ»

Тарнопольская Елена Анатольевна
учитель математики
tarnopolskayaalena@yandex.ru
ГБОУ «Средняя школа №7 г.о. Мариуполь», г.о. Мариуполь, Россия

Аннотация. В статье раскрывается применение эвристического подхода при изучении темы «Арифметический квадратный корень». Описаны ключевые принципы и классификация методов эвристического обучения (по А. В. Хуторскому), приведены конкретные задания и приёмы. Показаны отличия от традиционного обучения и даны практические рекомендации для педагогов.

Ключевые слова: *эвристическое обучение, эвристическое исследование, мозговой штурм, нетрадиционные методы обучения, активное обучение*

Эвристический подход предполагает создание проблемных ситуаций, в которых ученики анализируют задачи, выдвигают гипотезы и делают выводы, опираясь на ранее полученные знания.

Эвристическое обучение – педагогическая технология, ориентирующая учащихся на самостоятельное «открытие» знаний, развитие творческого потенциала и формирование личностного опыта. В отличие от традиционного обучения, здесь акцент делается не на передаче готовых знаний, а на процессе поиска решений.

Ключевые принципы:

- Создание проблемных ситуаций, требующих анализа и поиска решений.
- Развитие умения выдвигать и обосновывать гипотезы.
- Оценка не только конечного результата, но и процесса деятельности.
- Использование методов, стимулирующих творческое мышление (мозговой штурм, метод вживания, эвристическое исследование).

Классификация методов эвристического обучения (по А.В. Хуторскому):

1. **Когнитивные методы** – направлены на развитие логического мышления (метод вживания, метод эвристических вопросов, метод сравнения).
2. **Креативные методы** – стимулируют творческое мышление (метод «если бы…», мозговой штурм, метод инверсии).
3. **Оргдеятельностные методы** – помогают организовать учебную деятельность (разработка целей, планирование работы).

Применение эвристических методов в теме «арифметический квадратный корень»

Метод вживания

Ученикам предлагается «переселиться» в изучаемый объект, например, представить себя квадратным корнем и описать свои «свойства». Это развивает способность мыслить с разных точек зрения.

Пример задания: опишите, как бы вы себя чувствовали, если бы были арифметическим квадратным корнем. Какие у вас есть «друзья» (другие математические операции)? Как вы взаимодействуете с числами?

Визуализация и образное мышление:

- Попросите учеников представить себя квадратным корнем числа. Например: «представьте, что вы – квадратный корень из 16. Как вы связаны с числом 4? Почему вы равны именно 4, а не другому числу?»
- Используйте аналогии: «если число – это площадь квадрата, то квадратный корень – это длина его стороны. Представьте, что вы – сторона квадрата. Как вы меняетесь, если площадь увеличивается?»

Исследование свойств:

- Задайте вопросы: «что происходит с вами, если подкоренное число увеличивается? Уменьшается? Как вы связаны с операцией возведения в квадрат?»
- Предложите ученикам «прожить» процесс извлечения корня: «представьте, что вы – число 25. Как вы «превращаетесь» в 5? Какие шаги вы проходите?»

Сравнение и противопоставление:

- Сравните квадратный корень с другими математическими операциями: «чем вы отличаетесь от сложения или умножения? В чём ваша уникальность?»
- Исследуйте различия между арифметическим и алгебраическим квадратным корнем: «если вы – арифметический корень, какие ограничения на вас наложены?»

Творческие задания:

- Попросите учеников сочинить рассказ или сказку от лица квадратного корня. Например: «расскажите историю о том, как вы помогли решить задачу или открыли новое свойство чисел».
- Создайте «диалог» между квадратным корнем и другим математическим объектом (например, модулем или степенью).

Метод эвристического исследования

Учащиеся исследуют объект (в данном случае – квадратный корень) по плану: цели, факты, опыты, гипотезы, выводы. Например, можно исследовать, как изменяется значение корня при изменении подкоренного выражения.

Пример задания: исследуйте, как меняется значение а при увеличении а. Сформулируйте гипотезу и проверьте её на примерах.

Метод мозгового штурма

Ученики генерируют как можно больше идей по теме, например, способы упрощения выражений с корнями. Цель – преодолеть стереотипы и найти нестандартные решения.

Пример задания: придумайте 5 разных способов упростить выражение. Как можно извлечь квадратный корень из числа без калькулятора? Где в реальной жизни нам может понадобиться умение работать с квадратными корнями?

Ученики предлагают любые варианты решений (записываются на доске без оценки):

- Подбор числа методом проб и ошибок;
- Разложение подкоренного выражения на множители;
- Использование геометрических моделей (площадь квадрата);
- Приближённые вычисления через границы («между какими целыми числами лежит 50?»);
- Применение таблиц квадратов.

Правила:

- Нельзя критиковать идеи на этом этапе;
- Поощряются «фантастические» предложения (например, «придумать новый символ для корня»);
- Каждый может дополнить чужую идею.

После завершения работы, обсуждаются вопросы с классом:

- Какие идеи оказались самыми полезными?
- Какой метод вы будете использовать в домашних задачах?
- Что нового вы узнали о квадратных корнях?
- Какие вопросы остались нерешёнными?

Метод «если бы…»

Учащимся предлагается представить и описать, что произойдёт, если изменить условия задачи. Например, «что будет, если квадратный корень станет отрицательным?».

Пример задания: представьте, что квадратный корень может быть отрицательным. Как это повлияет на решение уравнений?

Метод сравнения

Ученики сравнивают арифметический квадратный корень с другими математическими понятиями (например, с модулем числа), выявляя сходства и различия.

Пример задания**:** сравните свойства a и |a|. В чём их сходство и различие?

Метод сравнения превращает абстрактные свойства арифметического квадратного корня в наглядные, осмысленные закономерности. Он учит не просто запоминать формулы, а *понимать* их смысл через сопоставление и анализ. В данном методе рекомендуется четко расставить принципы для сравнения, чтобы задача была выполнена наиболее эффективно

1. **Чёткость критериев** – заранее определить, по каким признакам сравниваем (значение, область определения, свойства, графический смысл).
2. **Параллельность** – представлять объекты сравнения рядом, в единой таблице или схеме.
3. **Наглядность** – использовать графики, числовые примеры, цветовые выделения.
4. **Поэтапность** – начинать с простых пар, постепенно усложнять.

Практические примеры заданий

1. **Числовая головоломка**: ученикам предлагаются числовые выражения с квадратными корнями. Нужно найти их значения и вычеркнуть ответы в таблице. В результате должен получиться рисунок.
2. **Исследование свойств корней**:

Исследуйте, при каких условиях $a\cdot b=a\cdot b$.

Проверьте, всегда ли верно равенство $a^2=a$.

3. **Творческое задание**:

Сочините математическую сказку, где главный герой – арифметический квадратный корень. Опишите его приключения и взаимодействие с другими числами.

4. **Проект «квадратные корни в реальной жизни»**:

Найдите примеры применения квадратных корней в физике, инженерии или других науках. Подготовьте презентацию или доклад.

Рекомендации для учителей

- Начинайте с простых задач, постепенно усложняя их.
- Используйте групповые формы работы для обсуждения идей.
- Поощряйте нестандартные подходы и гипотезы.
- Включайте в уроки элементы игры и соревнования.

Литература

1. Алешина Н.П. Развитие эвристического и логического мышления старшеклассников в процессе обучения математике: на примере элективного курса по решению задач с помощью законов логики союзов: 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)»: Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Алешина Наталья Петровна; Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина. –Саранск, 2008. – 22с.
2. Кислая Ю.П. Материалы факультативных занятий по математике для учащихся 7-8 классов. Тема: «Общие эвристические приёмы решения задач на делимость» / Ю.П. Кислая. – Акимовская СОШ №27 имени Г.И. Бояринова. – Акимовка, 2025. – 11с.
3. Кравчук М.Г. Применение познавательных эвристических приемов на уроках математики в 5-8 классах / М.Г. Кравчук. – Текст электронный // Инфоурок.ру: [сайт]. – 2016. – URL https://infourok.ru/prilozhenie-k-

fakultativnomu-kursu-reshenie-nestandartnih-zadach-po-matematike-klass-1343324.html?ysclid=mj04niu8kn165807666 (дата обращения 06.12.2025)

4. Марина Н.Н. Числовая головоломка к уроку алгебры в 8 классе «арифметический квадратный корень» / Н.Н. Марина. – Текст электронный // Педагогическое сообщество: УРОК: [сайт]. – 2016. – URL https://урок.рф/library/chislovaya_golovolomka_arifmeticheskij_kvadrat-nij_ko_011100.html?ysclid=mj050ea84q127813306 (дата обращения 05.12.2025)

5. Реализация эвристического обучения учащихся на уроках математики / И.В. Шалаева. – Текст электронный // Слово педагога: [сайт]. – 2016. – URL https://slovopedagoga.ru/servisy/pub-lik/publ?id=6070&ysclid=mj0e0rr2qy388699657 (дата обращения 06.12.2025)

HEURISTIC LEARNING IN ALGEBRA LESSONS ON THE TOPIC «ARITHMETIC SQUARE ROOT»

Tarnopolskaya Elena

Abstract. The article explores the application of the heuristic approach in teaching the topic «Arithmetic square root». It describes the key principles and classification of heuristic teaching methods (according to A. V. Khutorskoy), provides specific tasks and techniques. The differences from traditional instruction are shown, and practical recommendations for teachers are given.

Keywords: *heuristic learning, heuristic research, brainstorming, non-traditional teaching methods, active learning*

ПОРАЗРЯДНЫЙ ПОИСК ЧИСЕЛ

Травин Вадим Владимирович
учитель математики
e-mail: Vadim013by@yandex.ru
ГУО «Гимназия г. Калинковичи», г. Калинковичи, Беларусь

Аннотация: в статье рассмотрен метод поиска чисел, основанный на поразрядной оценке его цифр. Также приведены основные задачи и уравнения, в которых данный метод может быть использован в подготовке учащихся к различным математическим конкурсам и олимпиадам.

Ключевые слова: число, натуральное число, разряд, поразрядный поиск числа, сумма цифр.

Ряд текстовых задач и уравнений на нахождение неизвестного натурального числа может быть решён с помощью *метода поразрядного поиска* числа.

Сущность данного метода заключается в следующем:

1. Обозначить данное число $n=\overline{a_1a_2...a_m}$, где a_i обозначает цифру соответствующего разряда слева направо.
2. Исходя из условия задачи определить ограничения на цифры.

Это могут быть как равенства, так и неравенства. Или, например, исходя из признаков делимости, данные цифры могут быть найдены или ненужные цифры исключены из рассмотрения.

3. Решить указанный набор условий.

Данные равенства и неравенства приводят к тому, что получается ограниченное количество цифр, удовлетворяющих условию, или таких цифр не существует.

4. Записать окончательный ответ.

Для ограничения перебора вариантов необходимо найти конечное количество условий для поиска разрядов, каждый из которых может содержать цифры с 0 по 9 (только число не может начинаться с цифры 0). В данной статье обозначим S(n) – сумма цифр целого неотрицательного числа n. Так, например, S(5) = 5, S(13) = 4 и S(100^{500}) = 1. Рассмотрим использование данного метода в рамках решения олимпиадных задач по математике для учащихся средней школы.

Пример 1. Найти все двузначные натуральные числа, которые делятся на 11, и у которых после перестановки цифр получается чётное число.

Решение. Так как данное число имеет ровно две цифры, то обозначим $n=\overline{ab}$, где a обозначает цифру десятков, а b – цифру единиц. Тогда по условию $\overline{ab}$ делится на 11. Тогда, согласно признаку делимости на 11, число $a-b$ также должно делиться на 11. Это возможно только, когда $a=b$. Значит, число имеет вид $n=\overline{aa}$. Так как данное число двухзначное и оно делится на 2, то $a\in\{2;4;6;8\}$. Зная это, восстановим искомые числа: 22, 44, 66, и 88.

Ответ: 22, 44, 66, и 88.

Пример 2. Задано некоторое двухзначное число. Сумма квадратов его цифр равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Определить данное двухзначное число.

Решение. Так как данное число имеет ровно две цифры, то обозначим $n=\overline{ab}$, где a обозначает цифру десятков, а b – цифру единиц. Тогда по условию выполнены два равенства: $\overline{ab}-9=\overline{ba}$ и $a^2+b^2=13$. Исходя из первого равенства получим $10a+b-9=10b+a$ или $a=b+1$. Подставляя данное равенство во второе условие, получим уравнение $(b+1)^2+b^2=13$ или $b^2+b-6=0$. Откуда b = –3 (не подходит по смыслу задачи) и b = 2. Тогда окончательно получим a = 3 и задуманное число равно 32.

Ответ: 32.

Данное число можно было получить иначе. Дело в том, что можно выразить $a^2=13-b^2$ и $b^2=13-a^2$, что означает ограничение на цифры a и b с 0 по 3. Далее непосредственным перебором можно убедиться, что удовлетворяют условию только цифры 3 и 2.

Пример 3. Найти все двузначные натуральные числа, удовлетворяющие уравнению $\mathrm{S}(n) = n - 9$.

Решение. Обозначим число $n=\overline{ab}$, где a обозначает цифру десятков, а b – цифру единиц. Тогда по условию $a + b = \overline{ab} - 9$, причём и $a;b\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Так как справедливо $\overline{ab} = 10a + b$, то далее получим $a + b = 10a + b - 9$, откуда $a = 1$. Так как ограничения на число b нет, то $b\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Таким образом, нам подходят все двузначные числа с 10 по 19.

Ответ: все двузначные числа с 10 по 19.

Некоторые уравнения на поиск натуральных чисел с суммой цифр с использованием данного метода могут быть сведены к системе условий для разрядов.

Пример 4. Найти все двузначные натуральные числа, удовлетворяющие уравнению $n \cdot \mathrm{S}(n) = 52$.

Решение. Обозначим число $n=\overline{ab}$, где a обозначает цифру десятков, а b – цифру единиц. Тогда по условию $\overline{ab} \cdot (a + b) = 52$, причём и $a;b\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Так как справедливо $\overline{ab} = 10a + b$, то далее получим $(10a + b) \cdot (a + b) = 52$. Заметим, что для двух цифр верно $a + b \le 18$, причём $a + b$ – делитель числа 52. Возможны следующие случаи.

Первый случай: $a + b = 1$. Тогда $10a + b = 9a + a + b = 9a + 1$ и равенство приобретает вид $9a + 1 = 52$ или $9a = 51$. Так как 51 не делится на 9, то таких цифр a и b не существует.

Второй случай: $a + b = 2$. Тогда $10a + b = 9a + a + b = 9a + 2$ и равенство приобретает вид $(9a + 2) \cdot 2 = 52$ или $9a = 24$. Так как 24 не делится на 9, то таких цифр a и b не существует.

Третий случай: $a + b = 4$. Тогда $10a + b = 9a + a + b = 9a + 4$ и равенство приобретает вид $(9a + 4) \cdot 4 = 52$ или $a = 1$. Тогда $b = 4 - a = 3$. Число 13 удовлетворяет условию задачи.

И, наконец, последний случай, $a + b = 13$. Тогда $10a + b = 9a + a + b = 9a + 13$ и равенство приобретает вид $(9a + 13) \cdot 13 = 52$ или $9a = -9$. Такого быть не может, значит цифр a и b не существует.

Ответ: 13.

В общем виде таких любых натуральных чисел, кроме числа 13, не существует, поскольку $n \leq 52$. Также заметим, что так как a, b – цифры, то $10a + b \geq a + b$. С помощью данной оценки также можно ограничить перебор вариантов.

Для поиска чисел в общем виде сначала необходимо или ограничить количество разрядов или искать ответ независимо от их количества.

Пример 5. Найти все натуральные числа n, при которых справедливым является равенство $n + \mathrm{S}(n) = 113$.

Решение. Так как $n = 113 - \mathrm{S}(n)$, то $n \leq 113$. Данная оценка приводит к перебору большого количества вариантов чисел. Тем не менее, данное число согласно данному неравенству имеет не более трёх разрядов. Обозначим число $n = \overline{abc}$, где a обозначает цифру сотен, b – цифру десятков, а c – цифру единиц. Тогда по условию получим равенство $\overline{abc} + a + b + c = 113$, причём и $a;b;c \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Так как справедливо $\overline{abc} = 100a + 10b + c$, то $100a + 10b + c + a + b + c = 113$ или $101a + 11b + 2c = 113$, где $a;b;c \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Далее заметим, что если $a \geq 2$, то левая часть равенства будет больше или равна 202. Такого быть не может. Значит $a = 0$ или $a = 1$.

В первом случае, когда $a = 0$, получим двузначное число $n = \overline{bc}$, причём для его разрядов справедливо равенство $11b + 2c = 113$. Далее заметим, что если $b \leq 8$, то левая часть равенства примет наибольшее значение, равное значению $11 \cdot 8 + 2 \cdot 9 = 106$. Равенство выполняться не может. Значит $b = 9$ и тогда получим $11 \cdot 9 + 2c = 113$, откуда $c = 7$. Искомое двухзначное число будет равно 97.

Во втором случае, когда $a = 1$, получим трёхзначное число $n = \overline{1bc}$, причём для его разрядов справедливо равенство $101 + 11b + 2c = 113$ или $11b + 2c = 12$. Далее замечаем, что если $b \geq 2$, то левая часть равенства будет больше или равна 22. Равенство выполняться не может. Значит, возможны случаи $b = 0$ или $b = 1$. Если $b = 0$, то $2c = 12$ или $c = 6$. Искомое трёхзначное число – 106. Если $b = 1$, то $11 + 2c = 12$ или $2c = 1$. Последнее равенство не выполняется ни при каком целом однозначном c.

Окончательно получим два числа: 97 и 106.

Ответ: 97 и 106.

Аналогичные рассуждения могут привести к ответу в общем виде для произвольного количества разрядов.

Пример 6. Найти все целые неотрицательные числа n, удовлетворяющие условию $S(n) = 4n$.

Решение. Если число n однозначное, то $S(n) = n$ и $4n = n$, откуда $3n = 0$ или $n = 0$. Если число n двузначное, то $n = \overline{ab}$, где a обозначает цифру десятков, а b – цифру единиц. Тогда по условию $a + b = 4\overline{ab}$ или $a + b = 4(10a + b)$, откуда $39a + 3b = 0$ или $13a + b = 0$, при этом $a; b \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Данное равенство возможно лишь при $a = 0$ и $b = 0$.

Пусть число имеет m (три или более) разрядов. Обозначим число $n = \overline{a_1a_2...a_m}$, где a_i обозначает цифру соответствующего разряда слева направо, причём хотя бы одна из цифр, кроме a_m и a_{m-1}, не равна нулю. Тогда получим $a_1 + a_2 + ... + a_m = 4(\overline{a_1a_2...a_m})$, причём $a_i \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Преобразуем данное равенство и получим соотношение $a_1 \cdot (4 \cdot 10^m - 1) + a_2 \cdot (4 \cdot 10^{m-1} - 1) + ... + 3a_m = 0$, где $a_i \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Данное равенство возможно лишь при $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, … , $a_m = 0$. Такого быть не может, так как хотя бы одна из цифр, кроме двух последних, не равна нулю. Окончательно получаем, что 0 – единственное число, которое является решением задачи.

Ответ: 0.

Оценку разрядов можно выполнять различными способами.

Пример 7. Найти все натуральные числа n, при которых справедливым является равенство $n + 2S(n) = 2025$.

Решение. Так как $n = 2025 - 2S(n)$, то $n \le 2025$. С другой стороны, данное число является не более, чем четырёхзначным и значение суммы цифр числа не превосходит 36. Значит $n = 2025 - 2S(n) \ge 1953$. Обозначим число $n = \overline{abcd}$, где a обозначает цифру тысяч, b – цифру сотен, c – цифру десятков, а d – цифру единиц и $a, b, c, d \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Тогда для цифр a и b возможны два случая.

Первый случай: $a = 1$ и $b = 9$. Тогда равенство примет вид $\overline{19cd} + 2 \cdot (1 + 9 + c + d) = 2025$ или $1900 + 10c + d + 20 + 2c + 2d = 2025$, откуда имеем $12c + 3d = 105$. Разделим полученное равенство на 3: $4c + d = 35$, причём $c, d \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Заметим, что $c \ne 9$, так как в противном случае левая часть равенства будет больше, чем 35. Так как d – цифра, то оценим её: $d = 35 - 4c \le 9$, откуда $c \ge 7$. Если $c = 7$, то $d = 35 - 4 \cdot 7 = 7$. Если $c = 8$, то $d = 35 - 4 \cdot 8 = 3$. Окончательно получим два числа 1977 и 1983.

Во втором случае справедливы равенства $a = 2$ и $b = 0$. Тогда уравнение примет вид $\overline{20cd} + 2 \cdot (2 + 0 + c + d) = 2025$ или $2000 + 10c + d + 4 + 2c + 2d = 2025$, откуда $12c + 3d = 21$. Разделим полученное равенство на 3 и имеем $4c + d = 7$, причём $c, d \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Заметим, что $c < 2$, так как в противном случае левая часть равенства будет больше, чем 8. Тогда $d = 7 - 4c$. Если $c = 0$, то $d = 7 - 4 \cdot 0 = 7$. Если $c = 1$, то $d = 7 - 4 \cdot 1 = 3$. Окончательно получим два числа 2007 и 2013.

Ответ: 1977, 1983, 2007 и 2013.

Литература

1. Травин В.В. Решение нестандартных задач по алгебре, геометрии, комбинаторике, теории графов, теории множеств : учебное пособие / В.В. Травин. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 128 с.: ил. – (Серия «Коллекция идей»).
2. Барабанов Е.А. Задачи белорусских математических олимпиад: 2016−2017 учебный год, 2017−2018 учебный год / Е.А. Барабанов [и др.]. – Минск: Белорус. Ассоц. «Конкурс», 2018. − 352 с.: ил. − (Белорусские математические олимпиады).

BITWISE NUMBER SEARCH

Travin Vadim

Abstract: The article discusses a method for finding numbers based on bitwise number search. It also provides basic problems and equations where this method can be used to prepare students for various mathematical competitions and olympiads.

ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ТРИЗ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ

Уроженко Александра Владимировна
старший преподаватель
e-mail: ura.77@mail.ru
Круглякова Екатерина Дмитриевна,
студент
e-mail: krugliakova04@mail.ru
Мантрова Мария Михайловна
студент
e-mail: mariamantrova7@gmail.com
Воронежский государственный педагогический университет, г. Воронеж, РФ

Аннотация: В статье обосновывается необходимость применения системного подхода к решению текстовых задач на движение. В качестве методологической основы предлагается адаптация инструментов Теории решения изобретательских задач (ТРИЗ), в частности приема «вытеснения». Представлен разработанный инструмент – таблица-алгоритм, направляющий мысли ученика и минимизирующий характерные ошибки.

Ключевые слова: текстовые задачи на движение, ТРИЗ, прием вытеснения, таблица-алгоритм, системный подход, подготовка к ОГЭ и ЕГЭ.

Текстовые задачи на движение традиционно представляют собой одну из наиболее сложных тем для учащихся основной и старшей школы. Несмотря на кажущуюся простоту базовых формул кинематики, процент успешного решения таких задач на государственной итоговой аттестации остается невысоким. Анализ материалов ФИПИ показывает, что из всех текстовых задач задачи на движение составляют около 25% в ОГЭ и ЕГЭ по математике [6,7]. Таким образом, без уверенного навыка их решения ученик рискует потерять значительное количество баллов, критически важных для поступления.

Традиционные методики обучения часто делают акцент на механическом запоминании формул, не формируя у учащихся целостного, системного подхода к анализу условия, выделению существенных связей и переводу текстовой информации в математическую модель. Это создает устойчивую потребность в разработке новых методических инструментов, обеспечивающих формирование универсальных навыков решения задач.

Цель данной статьи – обосновать целесообразность применения системного подхода на основе элементов ТРИЗ для обучения решению текстовых задач на движение и представить конкретный методический инструмент – таблицу-алгоритм, разработанный на основе приема «вытеснения».

Страх и неуверенность учащихся перед текстовыми задачами часто порождаются их мнимым разнообразием. Ученику кажется, что каждую новую задачу нужно решать с чистого листа. Однако за внешним разнообразием сюжетов скрывается ограниченное число математических моделей и типовых сценариев (движение одного и двух объектов, вдогонку, навстречу, по воде, по замкнутой трассе).

Системный подход предполагает выявление этой внутренней структуры. Вместо запоминания десятков разрозненных правил ученик обучается проводить диагностику условия, отвечая на ключевые вопросы:

- Сколько объектов движется?
- В каком направлении (навстречу, вдогонку, в противоположных)?
- Был ли старт одновременным?
- Все ли единицы измерения согласованы?
- Есть ли внешний фактор (например, течение реки)?

Ответы на эти вопросы позволяют классифицировать задачу и выбрать адекватную математическую модель, превращая процесс решения из творческого мучения в структурированную, осознанную деятельность.

Теория решения изобретательских задач (ТРИЗ), разработанная Г.С. Альтшуллером, изначально была ориентирована на техническое изобретательство [1]. Ее ключевая идея заключается в том, что процесс решения сложных задач не является хаотичным, а подчиняется определенным закономерностям и может быть систематизирован.

Одним из центральных понятий ТРИЗ является идеальный конечный результат (ИКР): система сама разрешает противоречие без усложнений и затрат. В контексте обучения решению задач ИКР можно сформулировать так: ученик самостоятельно, осознанно и безошибочно приходит к верному решению, понимая его логику.

Для достижения ИКР в ТРИЗ используется набор инструментов, среди которых – приемы устранения технических противоречий. В данной работе мы фокусируемся на Приеме 2: «Вынесение». Его суть – выделить «мешающую» часть объекта или, наоборот, единственно нужное свойство, и «вынести» мешающий фактор за рамки системы [2].

В нашем случае «мешающим» фактором выступают не элементы технической системы, а типичные ошибки и непродуктивные действия ученика: неверный выбор формулы, игнорирование времени старта, несогласованность единиц измерения, выбор физически невозможного ответа. Задача педагога – помочь ученику идентифицировать и мысленно «вытеснить» эти ошибки из процесса решения, направив его по верному пути.

Материализацией описанного подхода стала разработанная нами таблица-алгоритм. Это не просто памятка с формулами, а «диагностическая карта», которая визуализирует процесс «вытеснения» ошибок.

Структура таблицы строится вокруг ключевых вопросов системного анализа. Для каждого типа задач (например, «Движение вдогонку») в таблице явно указаны:

- Ключевые признаки типа (например: «два тела движутся в одном направлении», «догоняющее имеет большую скорость»).
- Верная модель и формулы (скорость сближения, время до встречи).
- Пошаговый алгоритм действий.
- Явно выделенная «зона ошибок» – типичные заблуждения, которые необходимо «вытеснить» (например: $v_{сбл} = v_1 + v_2$ для движения вдогонку – неверно!).

Таким образом, алгоритм становится инструментом не только «что делать», но и, в первую очередь, «чего не делать». Ошибочные пути наглядно маркируются, что позволяет ученику осознанно их избегать.

Рассмотрим, как работает предложенный подход на примере двух задач.

Задача. Из пункта А выехал велосипедист, а через 45 мин после него в том же направлении выехал грузовик, догнавший велосипедиста на расстоянии 15 км от пункта А. Найдите скорость велосипедиста, если скорость грузовика на 18 км/ч больше скорости велосипедиста.

Рассмотрим решение задачи с применением таблицы-алгоритма.

Таблица 1 – Таблица-алгоритм «Движение вдогонку»

Тип задачи	Базовые формулы и соотношения	Алгоритм решения	Примечания и «ловушки»
Движение двух объектов вдогонку с разным временем старта.	• $v_{сбл} = v_2 - v_1$, *где* $v_2 > v_1$. • $S_1 = S_2$ • $t_1 = t_2 + \Delta t$, *где* Δt *– разница во времени старта.*	1. Определите, какой объект начал движение раньше, он будет иметь индекс 1. 2. Обозначьте искомую величину x. Выразите через него данные второго объекта. 3. Приведите Δt в соответствующие единицы измерения. 4.Заполните таблицу соответственно	**Ловушка:** $v_{сбл} = v_1 + v_2$ – неверно для движения вдогонку! **Примечания:** • Расстояние, пройденное до встречи, одинаково. • Следите за согласовани ем единиц

Тип задачи	Базовые формулы и соотношения	Алгоритм решения	Примечания и «ловушки»
		условию. 5. Составьте уравнение, пользуясь основными соотношениями, например, $t_1 - t_2 = \Delta t$.	измерения. • Учитывайте разницу во времени старта. • Не забывайте про физический смысл ответа: он должен быть правдоподобен.

Диагностика:

1. Пусть скорость велосипедиста x км/ч, тогда скорость грузовика $(x + 18)$ км/ч.

2. Старт не одновременный: запаздывание 45 мин $\rightarrow$ $\Delta t = \frac{3}{4}$ ч. (Скорость выражена в км/ч, время - в минутах! Требуется приведение в единую систему!)

2. Пусть скорость велосипедиста x км/ч, тогда скорость грузовика $(x + 18)$ км/ч.

3. Ключевое уравнение: разница во времени равна запаздыванию.

Вытесняем ошибку: не $t_г - t_в = \frac{3}{4}$, а $t_в - t_г = \frac{3}{4}$ (так как велосипедист был в пути дольше).

Таблица 2 – Краткая запись условия задачи

	ϑ км/ч	t ч	S *км*
Велосипедист	X	$\frac{15}{x}$	15
Грузовик	$x + 18$	$\frac{15}{x+18}$	15

Получаем уравнение: $\frac{15}{x} - \frac{15}{x+18} = \frac{3}{4}$.

Решая уравнение, приходим к квадратному уравнению: $x^2 + 18x - 360 = 0$. Его положительный корень $x = 12$.

Вытесняем ошибку: проверяем адекватность ответа. Скорость 12 км/ч для велосипедиста является физически возможной.

Ответ: 12 км/ч.

Задача. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А.

Пробыв в пункте В 4 часа, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 22:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 8 км/ч.

Применение таблицы-алгоритма для типа «Движение по воде»:

Таблица 3 – Таблица-алгоритм «Движение по воде»

Тип задачи	Базовые формулы и соотношения	Алгоритм решения	Примечания и «ловушки»
Движение одного объекта по реке туда и обратно со стоянкой.	• $v_{по\ теч} = v_{\text{собств}} + v_{\text{теч}}$ • $v_{пр\ теч} = v_{\text{собств}} - v_{\text{теч}}$ • $t_{\text{движ}} = t_{\text{туда}} + t_{\text{обр}}$	1. Проведите анализ временных промежутков (в пути, стоянка, общее). 2. Обозначьте искомую величину x. Через нее выразите остальные. 3. Заполните таблицу соответственно. 4. Составьте уравнение, пользуясь основными соотношениями, например, $t_{\text{движ}} = t_{\text{туда}} + t_{\text{обр}}$.	Ловушка: $v_{\text{собств}} < v_{\text{теч}}$, в таком случае объект не сможет плыть против течения. $t_{\text{движ}} = t_{\text{туда}} + t_{\text{обр}} + t_{\text{ост}}$, в корне неверно, т.к. во время остановки объект покоится, а не движется, следовательно, не учитывается. Примечания: Внимательно проверяйте знаки в поиске скорости по/против течения. Следите за согласованием единиц измерения. Не забывайте про физический смысл ответа: он должен быть правдоподобен.

Диагностика:

1. Общее время: с 10:00 до 22:00 → 12 часов. Время стоянки: 4 часа. Тогда время движения: устраняем ошибку, из общего времени вычитаем время остановки $12 - 4 = 8$ ч.

2. Пусть x (км/ч) – скорость течения реки, собственная скорость баржи 8 км/ч, тогда скорость по течению: $v_{\text{по}} = 8 + x$ (км/ч), против течения: $v_{\text{пр}} = 8 - x$ (км/ч).

Таблица 4 – Таблица-алгоритм «Движение по воде»

	ϑ км/ч	t ч	S *км*
По течению	$8 + x$	$\frac{30}{8+x}$	30
Против течения	$8 - x$	$\frac{30}{8-x}$	30

3.Ключевое уравнение: $t_{движ} = t_{туда} + t_{обр}$

Составим уравнение, подставив выражения для времени:

$$\frac{30}{8+x} + \frac{30}{8-x} = 8;$$

Решая уравнение, приходим к квадратному уравнению: $x^2 = 4$. Его положительный корень $x = 2$.

Вытесняем ошибку:

Проверяем физический смысл: если y = 2 км/ч, то скорость против течения равна 8 - 2 = 6 км/ч, что является положительной величиной (баржа может плыть против течения). Условие выполняется.

Ответ: 2 км/ч.

Таким образом, предложенная в статье методика, основанная на адаптации инструментов ТРИЗ для обучения математике, позволяет принципиально изменить подход к решению текстовых задач на движение. Перенос приема «вытеснения» с технических систем на процесс мышления ученика позволяет целенаправленно бороться не со следствиями, а с причинами типичных ошибок.

Разработанная таблица-алгоритм служит эффективным практическим инструментом, который:

- Структурирует мыслительную деятельность ученика.
- Визуализирует и помогает «вытеснить» типичные ошибки.
- Снижает психологический барьер и стресс перед текстовыми задачами.
- Формирует метапредметные компетенции: анализ, систематизацию, алгоритмическое мышление.

Использование данного пособия при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ позволяет учащимся не только повысить результативность за счет минимизации случайных ошибок, но и сформировать глубокое понимание логики решения. Дальнейшее развитие работы видится в применении данного системного подхода и принципов ТРИЗ к другим классам текстовых задач (на работу, проценты, смеси и сплавы), что будет способствовать созданию целостной методики формирования универсальных учебных действий.

Литература

1. Альтшуллер Г.С. Найти идею: Введение в ТРИЗ – теорию решения изобретательских задач. – Петрозаводск: Скандинавия, 2007. – 208 с.
2. Альтшуллер Г.С., Злотин Б.Л., Зусман А.В., Филатов В.И. Поиск новых идей: от озарения к технологии: Теория и практика решения изобретательских задач. – Кишинёв: Картя Молдовеняскэ, 1989.
3. Гин А.А. ТРИЗ. Теория решения изобретательских задач. – Москва : Астрель, 2007. – 318 с.
4. Гин А.А. Принципы решения изобретательских задач. – Москва : Астрель, 2007. – 318 с.
5. Смирнов В. А. Методика решения текстовых задач на движение. – Москва : Просвещение, 2008. – 144 с.
6. Федеральный институт педагогических измерений // Открытый банк заданий ОГЭ по математике. – Москва : ФИПИ, 2010-2025. – URL: https://oge.fipi.ru/ (дата обращения: 15.10.2025)
7. Федеральный институт педагогических измерений // Открытый банк заданий ЕГЭ по математике. – Москва : ФИПИ, 2010-2025. – URL: https://ege.fipi.ru/ (дата обращения: 15.10.2025)

METHODOLOGY FOR SOLVING TEXT PROBLEMS ON MOTION USING TIPS ELEMENTS

Kruglyakova E.D., Mantrova M.M.

Abstract: The article substantiates the necessity of applying a systematic approach to solving word problems on motion. The adaptation of tools from the Theory of Inventive Problem Solving (TIPS), specifically the «extraction» («crowding out») technique, is proposed as a methodological basis. A developed tool – an algorithm table –is presented.

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ НЕОСОКРАТИЧЕСКОГО ДИАЛОГА И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В СТЕРЕОМЕТРИИ

Фролова Марина Витальевна,
ассистент
Marinafrolova25@mail.ru
ФГБОУ ВО «Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена», Санкт-Петербург, РФ
Сухорукова Елена Владимировна,
кандидат педагогических наук, доцент
sewaster@gmail.com
Балашовский институт (филиал) ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», г. Балашов, РФ
Бедненко Екатерина Андреевна,
bednenko0906@mail.ru
ФГБОУ ВО «Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена», Санкт-Петербург, РФ
Шабашева Милена Алексеевна,
milenasabaseva159@gmail.com
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», Москва, РФ

Аннотация: В статье представлены эвристические особенности неосократического диалога и приведено сравнение эвристического и неосократического диалогов. Выделены принципы построения неосократического диалога. Описаны возможности и приведен пример использования метода в классах с различной математической подготовкой.

Ключевые слова: *эвристический диалог, неосократический диалог, стереометрия, исследовательская деятельность, вопрос.*

Задача формирования у учащихся креативных мыслительных умений, умений выделять в рассуждениях аналогии, инверсию, умения делать различные индуктивные предположения, гипотезы, находить оригинальные подходы к проблемам, умения самостоятельно находить способы доказательства, делать обобщения, выводы всегда стоит перед учителями математики. Именно поэтому эвристические технологии остаются актуальными в современном образовании. Использование эвристических технологий в обучении математике способствует развитию у учеников творческого мышления, самостоятельности, способности решать нестандартные задачи, быстро и правильно принимать решения, проявлять инициативу, учиться творчески и эффективно. Ученики оказываются вовлеченными в самостоятельную учебно-поисковую, исследовательскую деятельность. Все эти качества востребованы не только на уроках математики, но и в любой практической деятельности человека. Сегодня многие рутинные операции автоматизируются, в том числе и с помощью искусственного интеллекта. Ключевое значение приобретают навыки генерации идей, анализа сложных ситуаций и принятия решений в условиях неопределённости. Эвристические методы помогают развивать эти востребованные компетенции.

Рассмотрим эвристические особенности неосократического диалога и его использование в стереометрии.

Эвристический диалог – это тип коммуникации, отличающийся разнообразием методов и стратегий, направленных на самостоятельное открытие знаний и развитие мышления. В процессе такого взаимодействия участники активно ищут решения, открывают новые идеи или знания через самостоятельное задавание вопросов, обсуждения и совместный анализ, как утверждает Е.А. Козловская [3].

Изучением эвристического диалога занимались и продолжают заниматься ученые и исследователи из областей педагогики, психологии, философии и коммуникации, такие как Р. Фейнман, К. Левин, Д. Дьюи, Л. Витгенштейн.

Основоположником понятия «эвристический диалог» считается российский педагог и психолог Лев Семенович Выготский. Он внес значительный вклад в развитие идей о важности диалогического взаимодействия в образовательном процессе и процессе познания, подчеркивая роль социального взаимодействия и совместного поиска в развитии умственных способностей [2].

В научной литературе термин «эвристический диалог» также связывают с именами исследователей в области диалоговой педагогики, например, М.М. Бахтин, который изучал диалог как форму межличностного взаимодействия и развития сознания [1]. Также М. Н. Хуторской известен своими трудами в педагогической психологии и диалогической эвристической педагогике [5]. Он внес важный вклад в развитие теории эвристического диалога как метода обучения и познавательного взаимодействия.

В его педагогической концепции диалог выступает не только как средство передачи знаний, но и как способ активизации познавательной деятельности, стимулирование поиска решений и развитие критического мышления. Он подчеркивал, что в процессе эвристического диалога учитель и ученик совместно занимаются поиском ответов, при этом педагог выступает как фасилитатор, направляющий и поддерживающий самостоятельный поиск. В его подходе особое внимание уделяется развитию у обучающихся умения формулировать вопросы, выдвигать гипотезы и самостоятельно искать решения, что характерно для эвристического метода.

Действительно, метод неосократического диалога в некоторых аспектах следует этим принципам, однако он не ставит своей целью открытие новых знаний, а скорее придерживается философского направления: «знание как припоминание» [4]. Также в эвристической беседе не обязательно следующий вопрос строго опирается на предыдущий ответ. Однако в неосократическом диалоге это считается важным правилом сократовской беседы. Главное отличие эвристического диалога от неосократического в том, что он не направлен на выявление противоречий в выдвигаемых суждениях. Тем не менее, эти диалогические методы призваны развивать умение формулировать гипотезы, исследовательские навыки и активизировать самостоятельную деятельность, стимулируя развитие творческого мышления.

Во время эвристического диалога ученик самостоятельно формулирует вопросы, а преподаватель создает благоприятную атмосферу, способствующую их появлению. Это важное отличие эвристического диалога от сократического, где ученик, как правило, отвечает на вопросы учителя.

Следует отметить, что в эвристическом диалоге вопросы обычно более общие, направленные на расширение горизонтов знаний или исследование новых областей, тогда как в сократическом диалоге они формулируются в рамках конкретной задачи или проблемы и служат для её решения или изучения.

Тем не менее, эвристический диалог, как и сократический способствует развитию исследовательских умений учащихся и расширению их знаний, что объединяет эти подходы в стремлении формировать самостоятельное и критическое мышление.

Итак, исходя из системного анализа, осмысления сопутствующих понятий и выделения ключевых характеристик, сформулируем определение понятия «неосократический диалог».

Неосократический диалог – это разновидность учебного диалога, при котором преподаватель выступает в роли координатора посредством вопросов, начиная с общего вопроса, на который заведомо нет однозначного ответа, побуждающего учащихся выдвигать различные гипотезы, и предполагающего последующее выявление противоречий между ними. Цель этого диалога – сам процесс качественного взаимодействия, расширяющего знания учащихся.

Неосократический диалог – это дискуссионная форма обученияучащихся методом вопрошания, в которой учитель является координатором мыслей учащихся, осуществляемая в соответствии с принципами сократического диалога с учётом специфики предметной области «Математика» (место, цели, средства)

Неосократический диалог отличается от сократического тем, что он имеет конкретную цель – решение учебной задачи. Сократический диалог ведётся для процесса рассуждения и сравнения различных точек зрения на ситуацию. В то же время в обоих методах присутствует стремление развить мышление и отсутствует готовая оценка ответов на вопросы ведущего (учителя).

Принципы построения неосократического диалога:

- Направленность на достижении целей обучения.
- Постановка неоднозначных вопросов.
- Вопрошающая форма коммуникации между учителем и учениками.
- Опора на жизненный опыт и знания студентов.
- Сравнение мнений за счёт начального общего вопроса, поднятого в начале без конкретного ответа.
- Наведение учащихся на путь правильного рассуждения.
- Стимулирование появления гипотез у учеников посредством вопрошающей формы взаимодействия.
- Циклическая последовательность: общая проблема - диалог - гипотеза - аргументация - вопрос - вызов противоречию, а затем - новая гипотеза; отсутствие противоречия - достижение истины (решение проблемы заканчивается).

Использование неосократического диалога на уроках математики помогает:

- развивать навыки широкого охвата проблемной ситуации;
- усиливать чувствительность к точности используемых формулировок;
- развивать способность обобщать и категоризировать материал;
- способствовать умению обнаруживать и разрешать противоречия;
- выстраивать логическую цепочку рассуждений;
- развивать навыки коллективной работы;
- формировать чувство ответственности за высказанные суждения.

Эта методика взаимодействия с учащимися может применяться по-разному в зависимости от уровня и мотивированности класса. Если вести неосократический диалог в «сильном» классе, где учащиеся легко ведут беседу, выдвигают гипотезу и хорошо справляются с разнообразными задачами, то некоторые шаги решения могут быть сокращены, так как дети быстрее придут к правильным утверждениям. Зато вопросы с большим исследовательским потенциалом в таком классе можно рассматривать подробнее. Например, частично-открытые задачи, которые предусматривают несколько ответов. В таком случае учащиеся смогут обсудить разные пути решения, от чего зависит результат, выделить закономерности и обобщить полученные знания.

В классах, где есть трудности с пониманием материала и построением беседы, рассматриваемая методика будет полезна в качестве средства развития математической грамотности, умения рассуждать и критически мыслить. Учителю следует выбирать несложные задачи и вместе с классом последовательно в ходе беседы идти к её решению. Необходимо использовать большое число закрытых вопросов, но по возможности следует всегда давать учащимся возможность порассуждать и высказать свои идеи, даже если они все не приведут в конечном итоге к решению задачи. Учащиеся должны получить опыт неудачи и научиться справляться с ней, опровергать свои гипотезы, возвращаться к предыдущим утверждениям и выдвигать новые.

Примером использования метода неосократического диалога может служить классическая задача о сечениях куба: «Каким многоугольником может быть сечение куба плоскостью?», ведь ответ: «Многоугольником, стороны которого лежат в гранях куба, а число вершин – от 3 до 6 (6 – число граней куба).» – нельзя до конца считать полным.

Следом можно задать вопросы: «А каким треугольником может быть это сечение? А может ли оно быть тупоугольным треугольником? Какие могут и не могут получится четырехугольники в сечении?» и т.д. Очевидно, предложенная задача обладает большим потенциалом для сопровождения ее решения методом неосократического диалога.

В виду разнообразия частных случаев сечения необходимо максимально структурно и последовательно построить работу с задачей, чтобы ничего не упустить из виду. Важно научить учащихся самостоятельно проводить такие рассуждения, самостоятельно задавать вопросы, выдвигать гипотезы и находить ответы. В этом может помочь неосократический диалог.

Учитель должен сподвигнуть учеников на исследование, а после модерировать, направлять их рассуждения, помогая прийти к ответу, но не решая за них.

В процессе работы с задачей учитель имеет возможность использовать закрытые вопросы при необходимости наведения учащихся на конкретные рассуждения.

Например, для наведения на использование теоремы Пифагора, можно спросить: «Не правда ли, все грани куба квадраты?» При этом учащиеся могут «перехватить» инициативу и самостоятельно продолжить рассуждения. Тогда вопросы учителя должны стать открытыми и более сложными, требующими обдумывания и выдвижения гипотез.

Открытые вопросы помогают развить рассуждение, подсветить неохваченные случаи и подсказать полезную идею. К примеру, на вопрос «От чего зависит тип треугольника?»– учитель может получить как ответ об углах треугольника, так и о его сторонах.

Гипотезы могут и, более того, должны быть разнообразными, но, разумеется, не все из них приведут к решению задачи. Учителю важно уметь не отвергать прямо несостоятельные гипотезы, но с помощью вопросов обращать внимание учащихся на несостыковки и нерезультативность такого хода рассуждений. Так, если учащиеся при исследовании треугольный сечений предложат работать с помощью теоремы синусов, учитель может спросить: «Удобно ли использовать теорему синусов, если вы имеете квадраты сторон, но не сами стороны?»

Важным этапом неосократического диалога является получение противоречия и работа с ним. Например, после рассмотрения различных сечений куба вплоть до шестиугольников учитель может, как бы по инерции, спросить: «Сможете построить семиугольное сечение?» Если учащиеся сразу не заподозрят подвох в вопросе, то в процессе опытов и рассуждений они придут к противоречию, к которому их намеренно подвел учитель. Но также противоречия могут возникать в течение самостоятельных рассуждений учащихся. Если позволяет время урока, лучше дать им возможность совершить ошибку, осознать ее и исправить.

Использование метода научит учеников задавать верные вопросы учителю, рассуждать, а также впоследствии воспроизводить этот диалог уже внутри себя и приходить к правильным выводам и ответам. Метод неосократического диалога может быть адаптирован каждым учителем к ситуации в конкретном классе.

В классе, где дети самостоятельно и быстро строят рассуждения, он позволит ученикам проявить большую инициативу, даст опыт самостоятельных исследований, позволит поработать со сложными многогранными задачами. В классах же, в которых наблюдаются сложности с решением задач, этот метод даст учащимся пример того, как стоит задавать вопросы, как нужно рассуждать. Личностным результатом учащегося должно стать умение задавать вопросы самому себе в ходе решения. Сначала он услышит, как это делает учитель, потом попробует сделать это вместе с одноклассниками, а после внешний диалог перейдет во внутренний.

Использование эвристических особенностей неосократического диалога в обучении стереометрии делает достаточно сложный процесс освоения стереометрии более интересным и эффективным, а также направленным на формирование востребованных и необходимых в жизни мыслительных умений. Подводя итог, можно констатировать, что использование эвристических технологий это не просто образовательная технология, а комплексная философия обучения, направленная на подготовку креативных, самостоятельных, конкурентоспособных личностей.

Литература

1. Бахтин М.М. Диалог I. Проблема диалогической речи / М.М. Бахтин / Собрание сочинений. Работы 1940-х – начала 1960-х годов. – Ин-т мировой лит. им. М. Горького, М.: Рус. слово, 1996. – Т. 5. – 731 с.

2. Выготский Л.С. Мышление и речь / Собрание сочинений, т. 2, – с. 360.

3. Козловская Е.А. Роль эвристического диалога на уроках математики / Е.А. Козловская // Научно-методические основы формирования функциональной грамотности: теория и практика современной школы : Сборник докладов II Всероссийской с международным участием научно-практической конференции, Коломна, 23–24 ноября 2023 года. – Коломна: Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области «Государственный социально-гуманитарный университет», 2024. – С. 102-107.
4. Стефанова Н.Л. Метод неосократического диалога как элемент предметно-коммуникативной культуры современного учителя математики / Н.Л. Стефанова, М.В. Фролова // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2025. – № 10 (октябрь). – С. 135–148.
5. Хуторской А.В. Дидактическая эвристика: Теория и технология креативного обучения. / А.В. Хуторской. – Москва : Изд-во МГУ, 2003. – 415 с.

HEURISTIC FEATURES OF NEO-SOCRATIC DIALOGUE AND ITS USE IN STEREOMETRY

Marina Frolova, Elena Sukhorukova,
Ekaterina Bednenko, Milena Shabasheva

Abstract: This article presents the heuristic features of neo-Socratic dialogue and compares heuristic and neo-Socratic dialogues. The principles of constructing neo-Socratic dialogue are outlined. The possibilities are described and an example of using the method in classes with varying levels of mathematical preparation is given.

Keywords: heuristic dialogue, neo-socratic dialogue, stereometry, research activity, question.

РЕАЛИЗАЦИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЦИФРОВЫХ ПЛАТФОРМ

Чиркова Виктория Викторовна
студент
e-mail: viktoriac_105@mail.ru
Игнатушина Инесса Васильевна
доктор педагогических наук, доцент
e-mail: Streleec@yandex.ru
Оренбургский государственный педагогический университет, г.Оренбург, Россия

Аннотация: в статье рассматривается реализация эвристического подхода в обучении математике с использованием цифровых платформ: GeoGebra, ФГИС «Моя школа» и «Российская электронная школа». Проанализированы возможности этих платформ и практические трудности интеграции цифровых ресурсов.
Ключевые слова: *эвристическое обучение, цифровые образовательные платформы, математика, GeoGebra, ФГИС «Моя школа», «Российская электронная школа» (РЭШ), цифровизация образования.*

Долгое время в дидактике эвристическое обучение рассматривалось как часть проблемного, и лишь в конце XX века благодаря исследованиям Андрея Викторовича Хуторского и его научной школы оно оформилось в самостоятельный тип. Согласно современному подходу, эвристическое обучение – это процесс, при котором ученик выстраивает собственные мысли, цели и содержание образования, а также организует и осознает его. Образование перестает быть простым усвоением информации и превращается в непрерывное открытие нового, где личный опыт обучающегося становится неотъемлемым компонентом обучения [6].

Основная характеристика такого обучения – это создание учеником образовательной продукции. Это могут быть как материальные результаты его деятельности (тексты, проекты, модели и др.), так и развивающиеся личностные качества. Названные компоненты создаются одновременно, когда учащийся выстраивает индивидуальную образовательную траекторию. Таким образом, ключевыми задачам эвристического обучения являются творческая самореализация ученика через создание им образовательных продуктов, освоение базового содержания образования через сопоставление с собственными результатами и построение индивидуального пути познания [5].

Однако традиционная образовательная система, в которой преобладает передача готовых знаний, не способна в полной мере осуществить решение данных задач. В связи с этим особую актуальность и потребность приобретает использование различных цифровых образовательных платформ. Их внедрение и развитие считается одним из приоритетных задач системы образования. Для изучения школьных предметов, в том числе и математики, доступны самые разные платформы и онлайн-ресурсы, причем как для учеников, так и для учителей [2].

Многообразие цифровых образовательных ресурсов требует осознанного выбора. Первый критерий, который необходимо учитывать, заключается в соответствии ФГОС, доступности на русском языке и распространенности в образовательных организациях. Второй, не менее важный, критерий – это способность платформы выступать средой для организации исследования, эксперимента и создания образовательного продукта. И наконец, наличие бесплатного базового функционала, что делает платформу практически применимой для большинства учителей и учеников [2].

На основе этих критериев для детального рассмотрения были выбраны три платформы – *GeoGebra*, *ФГИС «Моя школа»* и «*Российская электронная школа*». Рассмотрим, как они могут реализовать ключевые задачи эвристического обучения.

1. *GeoGebra* – бесплатная динамическая математическая среда. Она объединяет различные математические представления (геометрическое, алгебраическое, табличное и аналитическое) в единую интерактивную среду. Программа обладает широким функционалом для создания «живых» чертежей, что позволяет конструировать объекты из точек, отрезков, векторов, прямых, окружностей, строить графики функций, задавать уравнения и работать с координатами [1].

Платформа GeoGebra полностью реализует задачи эвристического обучения через предоставление ученику инструментов для создания его личного образовательного продукта. Учащийся не использует готовый чертеж, а создает интерактивную модель. Процесс работы строится вокруг исследования. На основе различных наблюдений ученик выдвигает и проверяет собственные гипотезы о математических закономерностях. При этом он осваивает тему через наглядные построения [1].

Пример задания для 8 класса по теме «Квадратичная функция» с использованием GeoGebra: «Исследовать, как коэффициенты a, b, c в уравнении $y = ax^2 + bx + c$ влияют на положение и форму графика квадратичной функции».

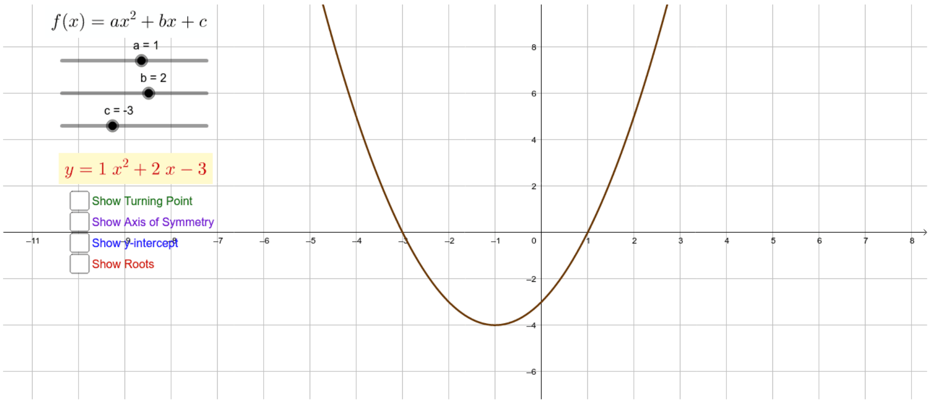


Рисунок 1 – Динамическая среда GeoGebra

2. *Федеральная государственная информационная система «Моя школа»* – это единая цифровая образовательная платформа, которая была создана Министерством просвещения Российской Федерации. К основным целям системы относятся: повышение качества образования, цифровизация учебного процесса, снижение административной нагрузки на педагогов и обеспечение равного доступа к качественным образовательным ресурсам для всех участников образовательного процесса [3].

Платформа ФГИС «Моя школа» реализует эвристический подход в обучении математике через комплекс цифровых инструментов, которые позволяют ученикам исследовать материал и находить решения. Во-первых, система предоставляет доступ к Универсальной библиотеке цифрового контента (УБ ЦОК), где размещены не только готовые материалы, но и интерактивные задания, конструкторы и виртуальные лаборатории, которые позволяют ученикам самостоятельно исследовать математические закономерности. Учитель может использовать цифровые инструменты для создания различных проблемных ситуаций [3].

Во-вторых, система позволяет учителю дифференцировать задания с учётом уровня подготовки и интересов ученика, что соответствует принципу индивидуализации эвристического обучения. Ученики могут самостоятельно выбирать задания из библиотеки, работать в собственном темпе и создавать цифровые продукты (например, презентации, модели, отчеты об исследованиях). Затем готовые работы размещаются в разделе «Портфолио» [3].

В-третьих, платформа содержит модули для проектной работы, где учащиеся могут решать открытые задачи (например, по геометрии, алгебре, статистике), которые требуют поиска и анализа информации, построения моделей и проверки гипотез [3].

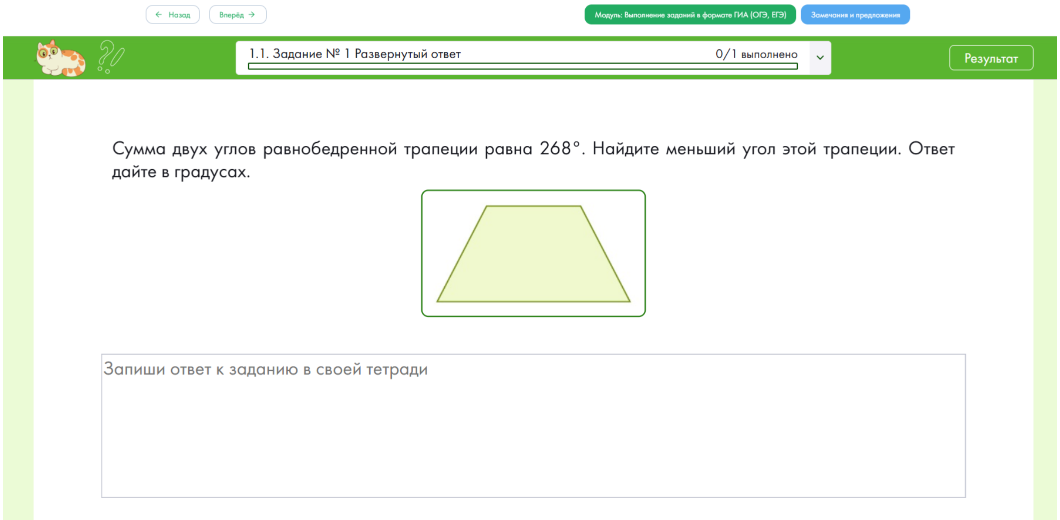


Рисунок 2 – Пример задания по теме «Трапеция» на ФГИС «Моя школа»

3. *«Российская электронная школа» (РЭШ)* – это масштабный государственный образовательный проект. Его ключевая цель – обеспечить широкий доступ к качественным и верифицированным учебным материалам для всех участников образовательного процесса: учащихся, родителей, педагогов и образовательных организаций. Данный проект направлен на создание полного комплекса интерактивных уроков по всем предметам школьной программы с 1 по 11 класс, которые соответствуют федеральным государственным образовательным стандартам (ФГОС) [4].

4. Эвристический потенциал «Российской электронной школы» реализуется прежде всего через её структуру и содержание интерактивных уроков, которые выходят за рамки простой передачи готовых знаний. Уроки платформы строятся по принципу проблемного изложения материала – на этапе актуализации знаний учащимся предлагается выполнить задание, часто в формате выбора или самостоятельного формулирования ответа, что мотивирует к самостоятельному поиску решения. После просмотра видеофрагментов и изучения правил учащиеся выполняют тренировочные и контрольные задания разнообразных форматов, включая задачи с несколькими вариантами и открытые вопросы, которые требуют самостоятельного анализа, сравнения и выдвижения гипотез. Особенно важно, что система не предоставляет готовых шаблонов решений для многих упражнений, побуждая учеников экспериментировать с разными подходами и делать выводы на основе собственных наблюдений [4].

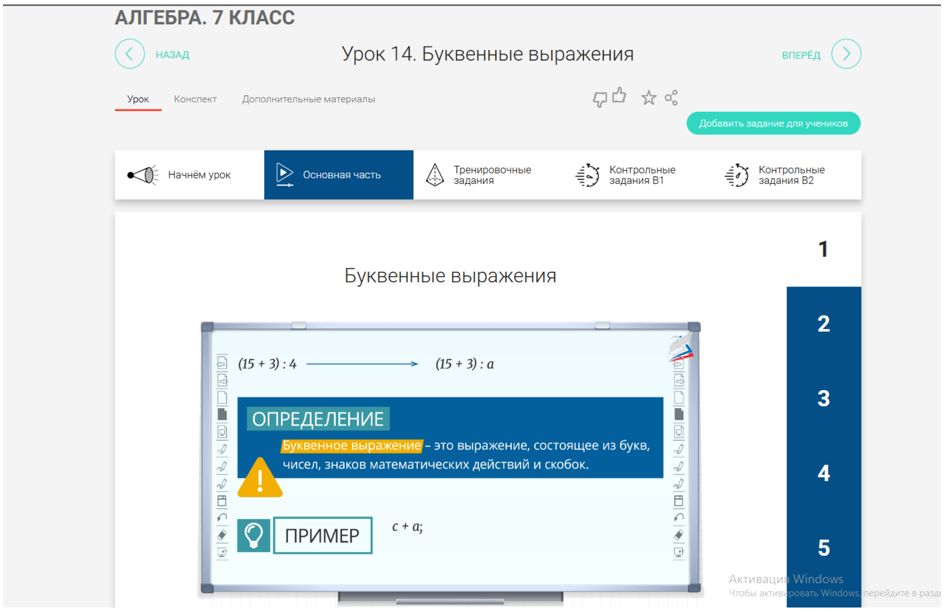


Рисунок 3 – Пример изложения темы «Буквенные выражения» на платформе «РЭШ»

Каждая из представленных цифровых платформ обладает значительным эвристическим потенциалом и имеет множество преимуществ. Однако на практике учителя нередко сталкиваются с некоторыми трудностями: недостаточная техническая оснащенность, необходимость постоянного обновления материалов и др. Также для эффективного использования данных онлайн-платформ от педагогов требуется не только знание цифровых технологий, но и грамотное умение перестроить традиционный урок в новый формат. Зачастую учителя испытывают дефицит готовых методических разработок для создания интерактивных занятий. Существует также риск, что визуализация может создать иллюзию понимания у школьника, который пассивно наблюдает и не производит исследование аналитически. Кроме того, обилие различных материалов может привести к информационной перегрузке учащихся [2].

Таким образом, успешное внедрение цифровых технологий в образование открывает значительные возможности для реализации эвристического подхода в обучении математике. Они выступают в качестве мощного дополнения к традиционным методам обучения, помогают преобразовать различные математические понятия в интерактивные модели, а также проводить исследования и экспериментально проверять гипотезы. Также их использование стимулирует познавательный интерес и позволяют учащимся выстраивать индивидуальные траектории освоения материала. Несмотря на все существующие трудности, грамотная интеграция цифровых платформ в учебный процесс позволяет сделать изучение математики более увлекательным, а также перейти от передачи готовых знаний к созданию условий для исследовательской деятельности, творческой самореализации и развития критического мышления школьников. Эти аспекты в полной мере соответствуют целям и принципам эвристического обучения [2].

Литература

1. Ганеева А. Р. Применение среды GeoGebra на уроках математики / А.Р. Ганеева // Развитие современного образования: теория, методика и практика : материалы IV Международной научно-практической конференции (г. Чебоксары, 23 апреля 2015 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары : ЦНС «Интерактив плюс», 2015. – С. 252-254.
2. Зиминкова, Т.С. Особенности использования цифровых образовательных ресурсов в обучении математике и физике / Т.С. Зиминкова, С.В. Ларин, Е.И. Ларина // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2019. – № 2 (48). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-ispolzovaniya-tsifrovyh-obrazovatelnyh-resursov-v-obuchenii-matematike-i-fizike/viewer (дата обращения: 09.11.2025).
3. Официальная документация ФГИС «Моя школа» [Электронный ресурс] : руководства пользователя, инструкции, методические материалы. – URL: https://myschool.eduprosvet.ru/data/instructions/ (дата обращения: 10.11.2025).
4. Российская электронная школа : официальный образовательный портал [Электронный ресурс]. – URL: https://resh.edu.ru/ (дата обращения: 10.11.2025).
5. Хуторской, А. В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения / А.В. Хуторской. – М. : Изд-во МГУ, 2003. – 416 с. – ISBN 5-211-06115-6.
6. Хуторской, А. В. Эвристическое обучение : теория, методология, практика / А.В. Хуторской. – М. : Международная академия гуманизации образования, 1998. – 266 с.

IMPLEMENTATION OF HEURISTIC APPROACH IN MATHEMATICS TEACHING USING DIGITAL PLATFORMS

Chirkova Victoria

Abstract: the article considers implementation of heuristic approach in teaching mathematics using digital platforms: GeoGebra, FGIS «My school» and «Russian electronic school». The possibilities of these platforms and practical difficulties of integration of digital resources have been analysed.

Keywords: *heuristic learning, digital educational platforms, mathematics, GeoGebra, FGIS «My school», «Russian e-School», digitalization of education.*

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Шабанова Мария Валерьевна
доктор педагогических наук, профессор
e-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
Павлова Мария Александровна
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: m.pavlova@narfu.ru
Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова, г. Архангельск, РФ

Аннотация. В статье представлена методика методологически-ориентированного обучения математике, разработанная авторами для подготовки участников турнира по экспериментальной математике, проводимого среди обучающихся 5–9 классов общеобразовательных школ. Реализация методики показана на примере работы с одной из задач турнира. Методика может быть реализована в рамках курсов внеурочной деятельности или в системе дополнительного математического образования.

Ключевые слова: *эксперимент, экспериментальные задачи, экспериментальные умения, обучение математике, подготовка к турниру по экспериментальной математике*.

Сегодня с усложнением решаемых математиками задач, а также развитием цифровых технологий математики все чаще обращаются за помощью к компьютеру и к его возможностям визуализации абстрактных математических моделей и экспериментирования с ними. Об изменении характера научной математической деятельности пишет в своих статьях Н.А. Вавилов [1], [2]. На стыке математики и информатики возник новый раздел науки, получивший название «Экспериментальная математика». Основатели этого раздела американские ученые Д. Борвейн и Д. Бейли в своей монографии [9] описывают возможности, которые предоставляет математикам компьютерный эксперимент. Они указывают на то, что его применение возможно практически на каждом этапе исследования. В соответствии с перечисляемыми ими функциями можно говорить о применении в математике конструктивного, поискового, верифицирующего, контролирующего и модифицирующего экспериментов.

Усиление в математике роли экспериментальных методов привело к включению в систему требований к результатам обучения математике нового требования – формирование умения «проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой», но достижение этого результата пока не обеспечено методическими рекомендациями [4, с. 9].

Теория и методика обучения математике оказалась не подготовленной к обеспечению учителей математики учебным содержанием, готовыми средствами, методами и формами обучения для достижения новых образовательных результатов, в отличие от методик естественных наук, где экспериментальные задачи и методика работы с ними хорошо отработаны. Это привело к постановке проблемного вопроса. Что же положить в основу разработки методики обучения школьников решению экспериментальных математических задач?

Мы видим два способа решения проблемы:

1. Обеспечить перенос экспериментальных умений, сформированных при изучении предметов естественно-научного цикла, в сферу математической деятельности за счет организации межпредметных лабораторных практикумов (физика + химия + биология + математика + информатика), «стирающих грани» между областями использования экспериментального метода в процессе познания. Пример реализации этой идеи можно найти в статье В. Л. Экелекян [8].
2. Усилить экспериментальную составляющую обучения математике за счет использования разработанной нами технологии методологически – ориентированного обучения [5], что обеспечит накопление опыта использования экспериментального метода в математическом познании и его трансформацию в систему знаний о сущности данного метода, о целях и условиях применения в математике.

Эти два пути являются взаимодополняющими. Если есть возможность реализовать их в совокупности, то это только усилит образовательный эффект. Но практика показывает, что реализовать первый путь довольно сложно. Для этого нужен учитель – эрудит, обладающий достаточными знаниями во всех перечисленных выше областях, или межпредметное сообщество учителей, готовых к сотрудничеству.

В связи с этим остановимся на более доступном учителю математики способе – применении технологии методологически-ориентированного обучения.

Знания и умения, связанные с постановкой и проведением экспериментов, являются разновидностью методологических знаний. Знания этого типа бесполезно передавать в виде инструкций «делай так». Они зарождаются и развиваются постепенно в процессе совместной предметной и рефлексивной деятельности учителя с обучающимися. В своем развитии такие знания проходят несколько этапов:

1. *Зарождение* в процессе восприятия образца эффективной экспериментальной деятельности при решении познавательной проблемы, не разрешимой чисто теоретическими методами. На этом этапе

методологические знания неотделимы от конкретного акта познавательной деятельности.

2. *Распространение* на другие ситуации, требующие привлечения экспериментального метода. В этот период методологические знания осознаются как традиции следования предъявленным образцам экспериментальной деятельности.

3. *Выявление* – осознание значимости изучения условий эффективности применения метода эксперимента. К выявлению приводит столкновение с ситуацией «неуспеха» в применении данного метода, которая вызвана неосознаваемым нарушением правил постановки и проведения эксперимента или неправильной обработкой его результатов, отсутствием их теоретического осмысления.

4. *Опредмечивание* – превращение эксперимента из метода познания в предмет изучения. Знания о сущности экспериментального метода, условиях и границах его эффективности, месте в системе методов познания являются результатом рефлексивного осмысления и критической оценки сложившихся традиций использования данного метода.

Разработку методики работы с экспериментальной задачей лучше начинать с описания плана собственных действий по ее решению. Затем нужно подумать о том, какие неявные или явные знания о специфике экспериментального метода можно с ее помощью передать обучающимся, отнести задачу к одному из четырех этапов формирования методологических знаний, а уж затем проектировать сценарий совместной работы с данной задачей, с учетом намеченных образовательных целей.

Несмотря на то, что в математике применяются экспериментальные методы разных видов: натурные, мысленные, компьютерные, начинать обучение лучше с освоения метода натурного эксперимента, так как именно он составляет основу врожденного исследовательского поведения ребенка, а затем широко используется и культивируется на ступенях дошкольного и младшего школьного образования (А. И. Савенков [3]).

Обязательной составной частью заданий турнира по экспериментальной математике, архив заданий которого размещен на сайте GeoGebra.org, является постановка перед участниками всех возрастных групп (5–6 классы, 7, 8 и 9 класс) задач на проведение натурного эксперимента. Это задачи на перегибание листа бумаги, разрезание, складывание и другие манипуляции с моделями или изображениями геометрических фигур или реальными объектами для получения индуктивных выводов.

Методика работы с задачей на этапе *зарождения* нового методологического знания должна выстраиваться в соответствии этапами, предложенными И.С. Якиманской [8].

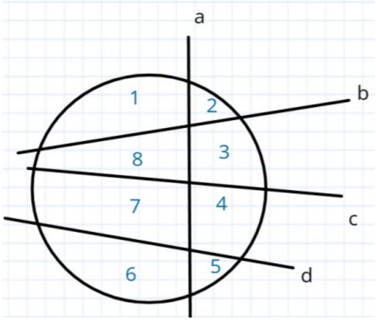
В качестве содержательной основы демонстрации методики возьмем одно из заданий турнира по экспериментальной математике: *«Исследуйте,* *на какое наибольшее количество частей могут разделить круг 4 пересекающих его прямые»* (задача № 1, 5–6 класс, 2023 г.)

Для актуализации субъектного опыта достаточно предоставить учащимся время для самостоятельной работы над задачей. Считаем, что в результате решения будет получен вывод о количестве частей, основанный на построении учащимися одного или нескольких изображений. Спровоцировать именно такой подход к решению задачи может и сам учитель: «*Хорошо известно, что одна прямая, пересекая круг, делит его на две части. Можно ли сразу сказать, на сколько частей делят его четыре прямые? Без рисунка ответить трудно. Изобразите произвольный круг и пересеките его четырьмя произвольными прямыми. Подсчитайте количество получившихся частей круга*».

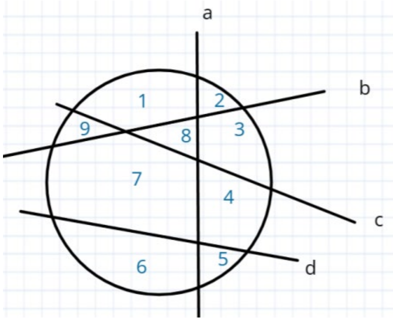
Для определенности будем считать, что на первом этапе работы учащимися получены четыре результата, представленные на рис. 1 (а, б, в, г).

Для выявления низкой эффективности стихийных проб (применения Бэконовского эксперимента, см. 1.2 [7]) нужно включить учащихся в деятельность сопоставления и фронтального обсуждения полученных результатов.

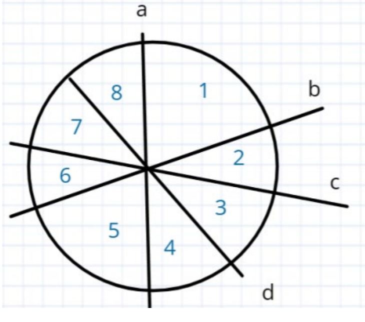
Результаты учащихся желательно выставить на всеобщее обозрение, например, разместить на стенде. Для того, чтобы ученики располагали рисунки в порядке увеличения частей, на которые четыре прямые разделили круг, учитель может вызывать их по очереди.



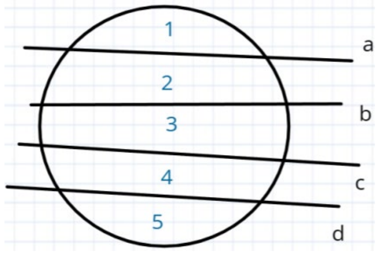
а) 8 частей



б) 9 частей



в) 8 частей



г) 5 частей

Рис. 1. Возможные результаты первых испытаний ситуации

Задача учителя на этапе раскрытия содержания субъектного опыта – подвести обучающихся к выводу, что последний в ряду рисунок еще не гарантия того, что полученный результат является наилучшим.

На этапе окультуривания опыта целесообразно организовать совместную эвристическую деятельность.

К поиску оснований для проведения классификации желательно привлечь самих учащихся, предложив каждому из них дать словесное описание расположению хорд на своем рисунке. Для примера дадим словесное описание расположению хорд на рисунке 1:

а) три хорды не пересекаются, а четвертая пересекает каждую из них;

б) три хорды попарно пересекаются в трех разных точках, а четвертая пересекает только одну из них;

в) все хорды попарно пересекаются, но точки их пересечения совпадают;

г) хорды не пересекаются.

Частая повторяемость одних и тех же слов в описаниях подсказывает учащимся признаки классификации. *Их два: (1) количество пересекающихся пар хорд и (2) количество различных точек пересечения. Для того, чтобы количество различных точек пересечения хорд было наибольшим, каждая пара отрезков должна пересекаться в своей точке. Давайте посчитаем количество пар, которые образуют хорды a, b, c и d. Это можно сделать по-разному: составить таблицу, граф, применить формулу количества сочетаний из четырех по 2. Мы же просто выписать все пары: (a;b), (a;c), (a;d), (b;c), (b;d), (c;d). Таким образом, у нас получается, что четыре хорды могут дать самое большее 6 различных точек пересечения. Мы получили возможность составить таблицу 6×6 для сбора данных эксперимента. 36 испытаний, это уже не бесконечность!*

Для наглядности желательно таблицу сделать такой, чтобы в ее ячейках умещались рисунки учащихся. Можно попросить распределить ранее выполненные рисунки по ячейкам. Такое распределение закончится тем, что некоторые ячейки останутся пустыми, другие, возможно, будут содержать несколько рисунков.

Наличие пустых ячеек создает условия для организации беседы, направленной на поиск объяснения этого факта. *Таблицу можно уменьшить, исключив из неё ячейки с невозможным расположением хорд (закрасим их серым цветом). Например, сразу ясно, что количество различных точек пересечения не может превышать количества пересекающихся пар.*

Исключение может осуществляться и по ходу проведения эксперимента над объектами, удовлетворяющими условиям каждой ячейки. Главное, чтобы каждое исключение было обосновано. Следующий шаг –

включение обучающихся в деятельность использования полученной классификации. Она может быть направлена на экспериментальную проверку высказанного учителем утверждения: «*Если классификация проведена правильно, то каждому оставшемуся в таблице случаю должен соответствовать вполне определенный результат разбиения круга на части*».

Предложите учащимся убедиться в этом, построив для каждого оставшегося варианта свое изображение. Каждое новое испытание завершается опросом учащихся о полученных результатах. Данные заносятся в таблицу 1.

Таблица 1

Результаты решения задачи методом эксперимента

Количество различных точек пересечения	Количество пересекающихся пар						
	0	1	2	3	4	5	6
0	5						
1		6		7			8
2			7		8		
3				8		9	
4					9		10
5						10	
6							11

Мы перебрали все возможные случаи взаимного расположения четырех хорд. Проведенный эксперимент показал, что наибольшее количество частей, на которые четыре прямые делят круг, равно 11. Это количество частей образуется в том случае, если все хорды попарно пересекаются и точки их пересечения не совпадают (рис. 2).

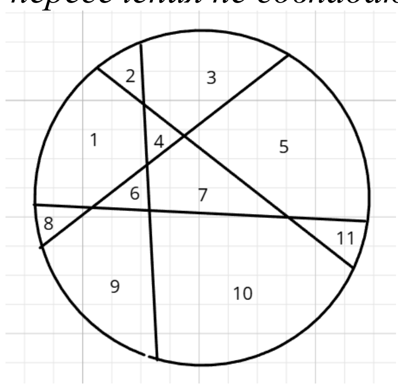


Рис. 2. Итоговый результат решения задачи

Работа над задачей, выступающей содержательной основой развития методологических знаний учащихся, не заканчивается получением результата. Ведь важен не столько ответ на вопрос задачи, сколько приобретенный учащимися опыт деятельности. Важным элементом методики является включение обучающихся в деятельность методологической рефлексии после получения результата: «*Ранее мы не были убеждены в том, что 11 частей – это наибольшее количество частей, на которые могут разделить 4 прямые круг. Можем ли мы теперь считать данное утверждением верным?»*

Данный вопрос является тривиальным, то есть допускает только два альтернативных ответа «Да» или «Нет». Он позволяет разделить учащихся, придерживающихся противоположных позиций, на две дискуссионные группы. Возможно, выделиться и третья группа – «сомневающихся». Дальнейшее обсуждение может быть организовано в форме игры «*Битва аргументов*». Игровой результат – привлечь на свою сторону большее количество сомневающихся или даже членов противоборствующей группы под влиянием аргументации своей позиции. Задача учителя – осуществлять письменную фиксацию аргументов «за» и «против» в ходе игры.

Полученные в результате игры аргументы позволяют осознать учащимся следующие особенности математического эксперимента: «*если полный перебор невозможен, то результатом эксперимента является лишь гипотеза, поддерживаемая данными; убедительность гипотезы зависит от планомерности и полноты перебора вариантов (объектов обследования); если вариантов бесконечно много, то перебор проводится с опорой на классификацию описанных в задаче объектов по значимым для вывода признакам*; *признаки подбираются так, чтобы результаты испытания для двух представителей одного класса были одинаковы».*

Представленная нами методическая схема работы с задачей требует достаточно больших затрат времени. В связи с этим мы рекомендуем ее использовать на внеурочных занятиях: курсах внеурочной деятельности, занятиях кружках, в организациях дополнительного образования.

Характер предлагаемых обучающимся задач и методические схемы работы с ними на этапах распространения, выявления и опредмечивания методологического знания несколько отличаются от рассмотренной. Так, на этапе распространения задачи подбираются таким образом, чтобы применение одних и тех же стратегий и методов приводило к успеху, при этом постепенно расширяются границы применимости за счет варьирования задачных ситуаций. На этапе выявления учащимся должны быть предложены для решения две сходные по условию задачи, подобранные так, чтобы применение освоенного подхода к одной из них приводило к успеху, а к другой – к неудаче. Вся методическая работа здесь направлена на оказание помощи учащимся в раскрытии границ и причин применимости этого способа. На этапе опредмечивания содержательной основой деятельности выступают таблицы демонстрационных задач. Подробно все эти подходы описаны в нашей монографии [5].

Литература

1. Вавилов, Н. А. Компьютер как новая реальность математики. I Персональный аккаунт / Н. А. Вавилов // Компьютерные инструменты в образовании. – № 2, 2020. – С.1-21.
2. Вавилов, Н. А. Компьютер как новая реальность математики: II. Проблема Варинга / Н. А. Вавилов // Компьютерные инструменты в образовании. – № 3, 2020. – С.5-55.
3. Савенков, А. И. Педагогика. Исследовательский подход в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для вузов / А. И. Савенков. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2023. – 232 с.
4. Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика» базовый уровень: для 5-9 классов общеобразовательной школы. – URL: https://edsoo.ru/rabochie-programmy (дата обращения: 21.11. 2025).
5. Шабанова, М.В. Методология учебного познания как цель изучения математики / М. В. Шабанова. – Архангельск: Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 2004. – 402 с.
6. Экелекян, В. Л. Интегрированная лабораторная работа по информатике, математике и физике / В. Л. Экелекян // Информатика. Приложение к газете «Первое сентября». – 2004. – № 37. – с. 22-24.
7. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография / М. В. Шабанова, Р. П. Овчинникова, А. В. Ястребов, М. А. Павлова и др. – М.: Издательский дом Академии Естествознания, 2016. – 300 с.
8. Якиманская, И. С. Технология личностно-ориентированного обучения в современной школе/ И. С. Якиманская. – М.: Сентябрь, 2000. – 176 с.
9. Borwein J. Mathematics by Experiment: plausible reasoning in the 21st century, 2004/ J. Borwein, D. Bailey // Book Reviews. – P. 199−201. URL: https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.1201/b10704/mathematics-experiment-david-bailey-jonathan-borwein (дата обращения: 20.11.2025).

THE METHODOLOGY OF TEACHING THE SOLUTION EXPERIMENTAL MATHEMATICAL PROBLEMS

Shabanova Maria, Pavlova Maria

Abstract. The article presents a methodology for methodologically oriented mathematics teaching, developed by the authors to prepare participants for the Experimental Mathematics Tournament held among students in grades 5-9 of secondary schools. The implementation of the methodology is shown by the example of working with one of the tasks of the tournament. The methodology can be implemented as part of extracurricular activities or in the system of additional mathematical education.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ КОМБИНАТОРИКЕ В 5-6 КЛАССАХ

Шатрова Юлия Станиславовна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: shatrova.julia.s@gmail.com
Самарский филиал Московского городского педагогического университета, г. Самара, РФ

Аннотация: в статье говорится о методах и приемах решения комбинаторных задача с обучающимися 5-6 классов. Выделяются основные эвристические методы и приемы в процессе обучения математике. Рассматриваются эвристические методы на примере решения комбинаторных задач.

Ключевые слова: *комбинаторика, эвристические методы обучения, математика 5-6 классов, комбинаторное мышление, задача*.

Согласно Федеральной рабочей программе основного общего образования по учебному предмету «Математика» (базовый уровень) [1] тема «Комбинаторика» не включена в перечень изучаемых вопросов предмета «Математика», но содержание обучения 5-6 классов включает раздел «Решение текстовых задач». Данный раздел содержит в том числе и решение задач перебором всех возможных вариантов, использование при решении задач таблиц и схем. Таким образом актуальным становится вопрос решения комбинаторных задач.

Отметим, что изучение комбинаторики в 5-6 классах крайне необходимо, поскольку позволяет формировать у обучающихся комбинаторное мышление.

Если выделим основные этапы развития мышления: наглядно-действенное (0-3 лет); наглядно-образное (3 до 7 лет); словесно-логическое (5–7 лет и продолжается в школе); абстрактно-логическое (развивается на основе предыдущих этапов и в значительной степени к 7 годам, но продолжает совершенствоваться на протяжении подросткового и юношеского периодов), то комбинаторное мышление занимает промежуточное положение между образным и абстрактно-логическим мышлением и помогает в таких областях математики как алгебра, геометрия, статистика, теория вероятностей. Комбинаторное мышление позволяет решать комбинаторные задачи, то есть находить, преобразовывать и комбинировать элементы для создания новых форм и вариантов.

При решении комбинаторных задач в 5-6 классах полезно научить ребенка буквально руками создавать комбинации: из карточек с цифрами составлять числа, из цветных прямоугольных полосок бумаги составлять всевозможные флаги стран, из предложенного перечня напитков и вторых блюд составлять варианты меню на ужин и т.д.

Обучая решению задач по комбинаторике, следует использовать и эвристические методы обучения.

Под эвристическими методами обучения, в широком смысле, будем понимать методы, которые позволяют обучающимся открывать новые знания через систему целесообразно подобранных заданий, вопросов. Такой подход в обучении способствует развитию у обучающихся познавательной самостоятельности, творческого мышления, исследовательских навыков.

Можно выделить основные методы и приемы эвристического обучения: эвристическая беседа (серия взаимосвязанных вопросов, подводящих к решению проблемы); мозговой штурм (генерация идей без критики на начальном этапе); метод проблемного изложения нового материала; метод кейсов; исследовательский метод; метод проектов и др.

Детализируем указанные методы и определим те, которые будут полезны в процессе обучения математике:

- эвристическая беседа;
- метод проблемной ситуации;
- метод неполного правила (анализа частных случаев);
- метод гипотез;
- математическое исследование;
- метод «пересекающихся задач» (или «открытых» задач);
- метод математического моделирования;
- эвристика «Придумай задачу» и др.

Проиллюстрируем некоторые эвристические методы и приемы на примере решения комбинаторных задач.

1) Метод проблемной ситуации.

Задача о рукопожатиях. Встретились 12 друзей. Каждый пожал руку каждому. Сколько было рукопожатий?

Отметим, что:

- обучающиеся могут начать решать задачу перебором всех рукопожатий, могут нарисовать граф «рукопожатий». Однако заметят, что оба варианта достаточно громоздкие;
- обучающиеся могут начать решать задачу с меньшим количеством друзей (4, 5, 6…), например, при помощи графа. Решение нескольких задач позволит заметить закономерность и вывести общее правило нахождения общего числа рукопожатий;
- учитель может задать эвристический вопрос: представим, что каждый из 12 друзей подходит к каждому и жмет руку. Сколько пар рук участвуют в рукопожатиях? (12*11=132). Но что-то не так с этим числом, как вы считаете? Ученики замечают, что каждое рукопожатие посчитали дважды, т.е. было сделано 66 рукопожатий.

Решение подобных задач позволит в дальнейшим вывести формулу сочетаний.

Продолжением работы с задачей о рукопожатиях могут стать задачи следующего типа: в шахматном турнире по круговой системе участвуют 8 школьников. Известно, что Максим и Леонид, Иван и Евгений сыграли между собой, Виктор провел 7 встреч, Сергей – 5, Иван, Евгений Андрей и Петр – по 3, Максим и Леонид – по две. Кто с кем сыграл?

Обучающимся можно предложить придумать свои задачи.

2) Прием аналогии. Этот прием заключается в использовании известной комбинаторной модели для решения новой, незнакомой задачи.

Задача о конфетах.

Известная задача. Сколько существует способов раздать 7 одинаковых конфет трем детям?

Отметим, что эта задача может быть решена перебором всех возможных вариантов. Обучающимся можно выдать счетный материал (вырезанные конфеты, например) и предложить составить всевозможные комбинации.

Новая задача. Сколько существует целых неотрицательных решений уравнения $x + y + z = 7$?

Модель решения комбинаторной задачи переносится на решение алгебраической задачи.

3) Метод декомпозиции. Сложная комбинаторная задача разбивается на несколько более простых задач.

Задача. Сколько различных шестибуквенных слов можно составить из букв слова АЗБУКА?

Исходная задача делится на простые задачи:

1. Сколько всего было бы слов, если бы все буквы были разными?
2. А какие буквы повторяются?
3. Что происходит, когда мы меняем местами эти две одинаковые буквы А? Получается ли новое слово?
4. Как учесть лишние перестановки букв?

4) Принцип «дополнения» или «реши от обратного» заключается в том, что подсчитываются все возможные комбинации, а затем вычитаются «плохие».

Задача о расстановке книг. Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг, если 2 определенные книги не должны стоять рядом?

Эвристическая подсказка: Сколько всего способов расставить 6 книг на полке без ограничений? Теперь посчитаем, сколькими способами можно расставить эти 5 книг так, чтобы указанные 2 книги стояли рядом, при этом будем считать эти 2 книги одним объектом. Сколько теперь у нас объектов? А сколько внутри этого сложного объекта способов переставить эти 2 книги?

Далее считаем «плохие» расстановки, вычитаем из всех вариантов расставления книг «плохие», получаем количество «хороших» расстановок.

5) Метод математического исследования.

Задача о диагоналях многоугольника. Нарисуйте выпуклые многоугольники с разным числом сторон n = 4, 5, 6, 7, … Для каждого многоугольника посчитайте число диагоналей.

Обучающимся предлагается исследовать, как меняется комбинаторная величина в зависимости от значения параметра.

Эвристические вопросы: сколько выходит диагоналей из каждой вершины многоугольника? Объясните.

Что означает произведение n*(n – 3)? Что нужно сделать, чтобы найти число диагоналей?

В результате ответов на поставленные вопросы обучающиеся получают формулу, позволяющую определить число диагоналей для любого многоугольника $d = \frac{n*(n-3)}{2}$.

Основными методами решения комбинаторных задач в 5-6 классах являются: метод перебора всевозможных вариантов, метод таблиц, построение дерева решений, метод графов.

Поэтому считаем полезным предлагать обучающимся «конструкторы» к задачам, которые могут быть созданы в электронном формате с использованием динамических сред, так и физически. На рисунках 1-4 представлены авторские задачи студентов направления подготовки «Педагогическое образование» профиля подготовки «Математика и современные образовательные технологии». Для каждой задачи в избыточном количестве вырезаны объекты, из которых можно составлять всевозможные комбинации, учитывая условие задачи.

Задача 1. Белка Стрелка, енот Федот и кошка Ника взяли билеты в кино на четвертый ряд первое, второе и третье места. Кошка Ника сказала, что не хочет сидеть на первом месте, а у белки Стрелки и енота Федота нет конкретных предпочтений в выборе места. Кто займет первое, второе и третье места в кинотеатре? Сколько комбинаций получится?

Задача 2. Маша, Андрей и Иван собираются в поездку из города Пломбирный в поселок Шариково. Из города Пломбирный до города Цветочный можно добраться только на поезде. Из города Цветочный до Кудыкиной деревни возможно доехать только на автобусе, либо же доплыть на лодке. Далее до остановки Приморская путь разрешено преодолеть на велосипеде или по канатной дороге. И чтобы добраться до поселка Шариково можно также доехать по канатной дороге, либо же дойти пешком. Сколько вариантов маршрутов из города Пломбирный до поселка Шариково имеется у ребят?

Задача 3. Тимофею необходимо придумать двухзначный код. Сколько можно составить кодов, используя буквы Л, К, Н, Ш? (буквы могут повторяться).

Задача 4. Бабушка Варвары решила напечь сладких пирогов. В ее запасах имеются: яблоки, вишня и малина. Сколько видов начинок может получиться, если в каждый пирог добавлять только по два имеющихся ингредиента?

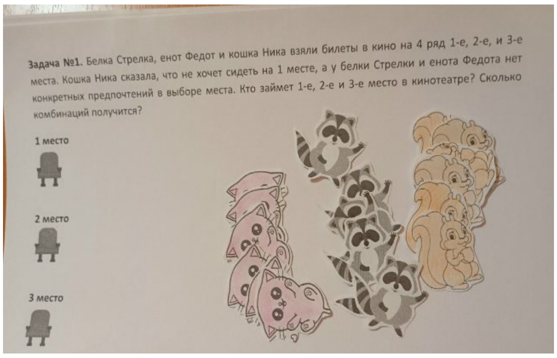


Рисунок 1. Задача 1.

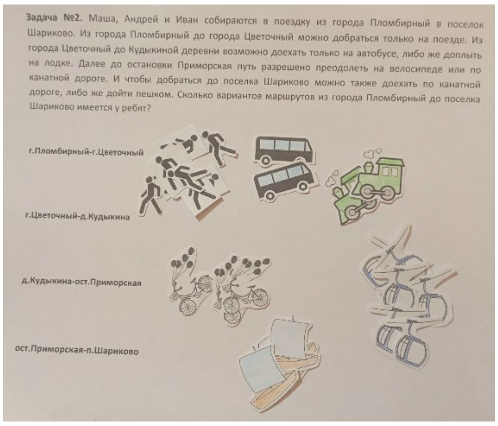


Рисунок 2. Задача 2.

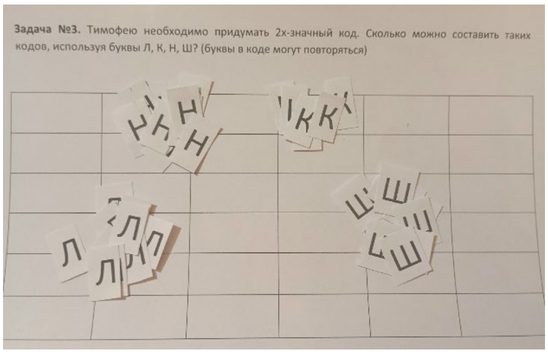


Рисунок 3. Задача 3.

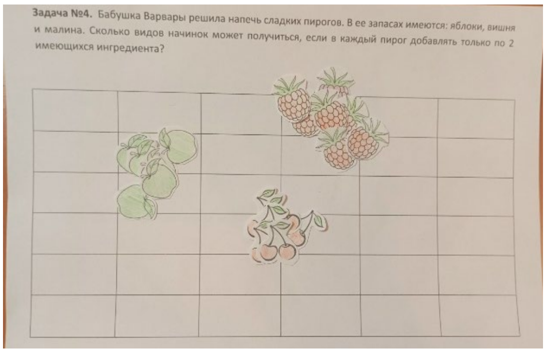


Рисунок 4. Задача 4.

Решение задач с использованием предложенных конструкторов предполагает, что обучающиеся будут придумывать свои собственные задачи, добавлять новые условия к имеющимся в тексте. Школьникам можно предложить разработать и собственные конструкторы для решения задач по комбинаторике. Такая работа может проводится как на уроке, так и в рамках внеурочной деятельности.

Применение эвристических методов в комбинаторике дает возможность научить обучающихся приемам конструирования, что способствует развитию гибкости ума, критического мышления и способности самостоятельно справляться с нестандартными задачами.

Литература

1. Федеральная рабочая программа. Математика. 5–9 классы (базовый уровень). – URL: https://edsoo.ru/wp-

content/uploads/2025/07/2025_ooo_frp_matematika-5-9_baza.pdf (дата обращения 02.12.2025).

USING HEURISTIC METHODS IN TEACHING COMBINATORICS IN GRADES 5-6

Shatrova Yulia Stanislavovna,

Annotation. This article discusses methods and techniques for solving combinatorial problems with students in grades 5 and 6. Key heuristic methods and techniques in teaching mathematics are highlighted. Heuristic methods are examined using combinatorial problem solving as an example.

Keywords: combinatorics, heuristic teaching methods, mathematics for grades 5-6, combinatorial thinking, problem.