ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ОБУЧЕНИЯ ИГРОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВАНИЯХ В ИНКЛЮЗИВНОМ ОБРАЗОВАНИИ

Аркадьева Ольга Владимировна
учитель,
e-mail: o.arkadieva@mail.ru
ГБОУ «СШ №12 г.о. Макеевка», г. Макеевка, РФ

Аннотация. Статья представлена в области преемственности образовательной практики инклюзивного образования в метапредметном знании естественных наук; разработаны игровые приемы согласно разноуровневому обучению детей (в том числе с ОВЗ) на математических основаниях.

Ключевые слова: *преемственность, «Принцип Дирихле», вероятностно-статистические методы, метапредметность, игровые приемы.*

Сущность коррекционного образования заключается в формировании психофизических функций ребенка и обогащении его практического опыта. Коррекционная работа с обучающимися направлена на преодоление, ослабление, сглаживание имеющихся у ребенка нарушений психики, сенсорики, моторики, поведения.

В воззрениях Л. С. Выготского личность есть понятие социальное. Личность «не врожденна», но возникает в результате культурного развития в социуме. Развиваясь, человек осваивает собственное поведение. Сущность инклюзивного образования состоит в следующем: инклюзия касается всех учеников школы, не только детей с ограниченными возможностями. В условиях инклюзивного образования в такой цели воспитания аккумулируются гуманистические мировоззренческие позиции общества по отношению к личности и своему будущему. В современной трактовке цели гуманистического воспитания заложена возможность формирования планетарного сознания и элементов общечеловеческой культуры [5, с.144].

В педагогической науке преемственность в образовании понимается как одно из необходимых условий обеспечения становления и развития личности ребенка, обеспечения его дальнейшей жизнедеятельности; как непрерывность на различных этапах обучения. В процессе инклюзивного образования, обучение на дому является первым этапом становления образования через призму детско-взрослых отношений, поскольку взрослый, учитель или родитель являются первоисточниками передачи внешней информации по проведению мероприятий учебно-воспитательной деятельности школы.

Авторы А. В. Тимерясова, Д. З. Ахметова, М. Я. Семаго указывают на специальные условия такого образования:

-использование адаптированных образовательных программ;

-использование специальных приемов и методов обучения и воспитания;

-использование специальных учебников;

-использование учебных пособий и дидактических материалов;

-большая степень индивидуализации обучения;

-создание особой пространственной и временной организации образовательной среды;

-максимально расширить образовательное пространство за пределы образовательного учреждения [5, с .212; 4].

Пространство учебной деятельности ребенка с ОВЗ по А. Валлону можно характеризовать как, нераздельность объекта от места, неотделимость объекта от окружающей ситуации, отсутствие представлений об абсолютных качествах предмета [5, с.186].

Игровая деятельность присутствует с манипуляциями и повторяющимися действиями. Задача педагога скоординировать эти действия и направить на развитие учебно-познавательной деятельности на том уровне, на каком по максимуму можно компенсировать дефект.

Автор А. Ф. Пухов указывает на использование инструментальных средств в обучении [2]. Применим некоторые инструменты в обучении: артефактная педагогика, междисциплинарный подход, метапредметные знания и создание микровселенных. Благодаря применению инструментальных средств в обучении формируем исследовательские действия обучающихся с предметно-практическим материалом, дидактическими пособиями, предметами быта окружающего пространства. Ученик учится соотносить предметную деятельность, продуцируемой педагогом с предметами реальной действительности. Выполнять самостоятельные логические действия, строить умозаключения. Если ребенок владеет речью, то проговаривая собственные действия, делая выводы о проведенном исследовании.

В инклюзивном образовании школьников присутствуют традиционные методы обучения: словесные, наглядные, практические. На их основе строится специфика приемов обучения на основе метапредметных практик.

Ученику основной школы можно привести задачу: если существует 10 предметов и 11 ящиков, то сколько ящиков, может быть, свободных? Сформулируем ответ, согласно принципу о доказательстве теории о конечных множествах в математике: «если ящиков больше, чем предметов, то однозначно последний ящик оказывается пустым». Этот метод используется в математике для установления связи между объектами (например, между определенными предметами и ящиками) при выполнении определенных условий. Такая метапредметная практика называется «Принцип Дирихле» [3].

Приведем пример поведения ребенка с ОВЗ Владислава С. в некоторой ситуации предметной деятельности с учителем, если действия выполняются рука в руке. Задание: нарисовать тучку кусочком губки. Нарисовать контуры тучки, затем губкой поставить множество крупных точек, заполняя пространства «тучки» и множество точек «капелек» дождя. Педагог может нарисовать контуры кисточкой с ребенком рука в руке, однако освободить пространство выполнения манипуляций с губкой. Дать возможность, чтобы ребенок выполнил сам действия с губкой. Пространство самостоятельной деятельности остается свободным на некоторый момент времени, поскольку в зависимости от ситуации, снова может потребоваться помощь рука в руке.

Приведем пример конкретных исследовательских действий обучающегося при реализации метапредметной практики. Другая формулировка принципа гласит: «если предметов больше, чем ящиков, то по крайней мере в одном ящике окажется 2 предмета».

Выполнение исследовательских действий с обучающимся 6-го класса Максимом С. (обучается по программе вариант 2) проводились с помощью наглядного пособия «буквы» на картонных карточках с магнитами. У родителей ученика было только два экземпляра пособия. Слова, фразы и короткие предложения выкладывались с помощью букв. Приведем пример задания: выполнить выкладку буквами «в реке плавает рыба». В предложении создается ситуация, когда в одном слове 2 буквы: «рЕкЕ». Создается пространство простого выбора букв из имеющихся пособий. Следующее специальное условие: «*создание дефицитарного пространства»* при выкладке слова «плаваЕт». На протяжении некоторого периода осуществляется демонстрация действия с предметом, что букву «Е» можно переносить из другого слова для данного, если у родителей ученика нет больше других пособий для обучения. Далее, действие может выполняться учеником самостоятельно. Ученик сознательно делает умозаключение, что в пособии нет больше букв, поэтому стоит заполнить дефицитарное пространство из имеющихся (предварительная выкладка) [1].

Далее происходит «оценка» выполняемых действий. Пространство множества букв в слове «Р [.] ке» создает фрагмент памяти ученика, что в некоторый момент все буквы находились на месте, но из-за некоторых материальных условий снова создается дефицитарное пространство. Но наши действия зафиксировали событие существования в слове еще одной буквы «Е».

Итак, создание специальных методических условий можно сформулировать таким образом:

- создание метапредметого пространства, в частности практики из теории конечных множеств (метапредметное знание);
- создание дефицитарного пространства в прямом и обратном направлении;
-создание исследовательских условий для выполнения практических действий обучающегося;
- создание условий для поисковой деятельности обучающихся с ОВЗ;
-создание условий для самостоятельной деятельности обучающихся с ОВЗ.

Приведем пример манипуляции пространством преемственности метапредметной практики в игровых приемах на основе вероятностно-статистических методов. Для обучающихся 7 класса предлагаем такую игру: «в мешочке находится 4 цвета шаров: зеленый, синий, оранжевый, красный». Ученик вытаскивает один шар. В задаче ставится вопрос назвать недостающие цвета шаров в мешочке. Такие игровые действия применяются на уроках математики. Принцип использования в специальном образовании: «дополни недостающий цвет шара если пространство создается плоской закрашенной фигуркой, например красного круга. Ученик с ОВЗ должен по образцу красного круга найти недостающий шар из четырех данных. Создается пространство преемственности использования метапредметного знания «круг-шар». Это специальные методы обучения с помощью метапредметных практик для обучающихся с ОВЗ.

Если в метапредметной практике применяется цель счета, то можем использовать на пространство «круга» монету реального образца двух или пятикопеечную. Таким образом, все модели метапредметных практики системные. Следующее условие: «*создание специальных условий для обучения функциональной грамотности обучающегося*». Понятие объединяет читательскую, математическую, естественно-научную, финансовую и компьютерную грамотность, глобальные компетенции и креативное мышление.

Приведем другой пример в работе с обучающимся Ромой Б. учеником 4 класса с ОВЗ по общеобразовательной программе. Отработка выкладок из букв может производиться как с реальными дидактическими пособиями, так и на компьютере. Таким детям очень сложно сосредоточить внимание на определенном объекте, сложно читать, пересказывать, имеются трудности в речевом высказывании. Возьмем за основу слово «Р[.]ке», которые отработали с Максимом С. Выполняем тренировочное упражнение (коррекционная часть учебного плана):

1. Выполняем выкладку предложения на буквах (дидактическое пособие);

2. Выполняем печатание на компьютере в программе Word крупным шрифтом с точкой.

Указываем на то, что в программе текстового редактора любая буква может заменяться пробелом в прямом и обратном направлении (клавиша «Пробел» и кнопка «Backspase»).

После, можно выполнить игровые приемы, например игра «SpaseX, SpaseY» заключается в том, чтобы нарисовать ракету в горизонтальном положение листа бумаги А4 и вертикальном положении, имитируя Декартову систему координат. Приведем действия:

- выполнить построение ракеты в согласии с координатной прямой OX;

-осуществить поворот на 90 градусов и нарисовать ракету по прямой OY.

Итак, создание специальных условий для конкретного обучающегося зависит от некоторых важных психолого-педагогических параметров: степень нарушения интеллекта, разноуровневое обучение (касается общеобразовательной программы), медицинский диагноз. Учебная и игровая деятельность соотносятся различными дидактическими приемами, в частности преемственности метапредметного математического знания, знания в области информатики, физики, литературы, изобразительного искусства.

Литература

1. Аркадьева, О. В. Особенности применения методической модели «Принцип Дирихле» в обучении детей с ОВЗ / О.В. Аркадьева // Математика в профессиональной деятельности : материалы VI Международной студенческой научно-практической конференции (г. Донецк, 15 мая 2024 г.) / [редкол. Е. Г. Евсеева и др.]. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2024. – С. 162–167.

2. Пухов, А. Ф. Использование инструментального подхода к популяризации научных знаний / А. Ф. Пухов // ОТО. – 2010. – № 3. – С.332 – 345.

3. Севрюков, П.Ф. Принцип Дирихле / П.Ф. Севрюков // Издательская группа «Основа» – 2014. – №1 (37). – С. 37– 40.

4. Семаго, Н.Я. Специальные образовательные условия инклюзивной школы: учебно-методическое пособие / Н.Я. Семаго. – Москва: Педагогический университет «Первое сентября», 2014. – 38 с.

5. Тимирясова, А.В. Преемственная система инклюзивного образования: В 2-х т. Том I: Ретроспектива и теория инклюзивного образования / А. В. Тимирясова, Д.З. Ахметова, З.Г. Нигматов, Т.А. Челнокова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Казань : Изд-во «Познание» Казанского инновационного университета им. В. Г. Тимирясова, 2016. – 292 с.

ORGANIZATIONAL AND PEDAGOGICAL CONDITIONS FOR TEACHING GAME-BASED ACTIVITIES ON MATHEMATICAL BASIS IN INCLUSIVE EDUCATION

Arkadyeva Olga Vladimirovna

Annotation. The article addresses the continuity of inclusive education practices in the meta-subject knowledge of natural sciences; game-based techniques have been developed for multi-level teaching of children (including those with disabilities) based on mathematical principles.

Keywords: *continuity, Dirichlet principle, probabilistic and statistical methods, meta-subject knowledge, game-based techniques.*

НЕСКОЛЬКО СЛОВ О РАВНОСИЛЬНЫХ ПЕРЕХОДАХ В ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ

Бабенко Алена Сергеевна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: a_babenko@kosgos.ru
ФГБОУ ВО «Костромской государственный университет», г. Кострома, РФ
Задворнова Алиса Сергеевна,
учитель
e-mail: zadvornova4alisa@gmail.com
МБОУ г. Костромы «СОШ № 30», г. Кострома, РФ

Аннотация. В статье рассматривается метод решения иррациональных уравнений с помощью равносильных переходов. Данный метод помогает упростить решение и избежать ошибок. На примерах показано, как избавиться от иррациональности и при этом учитывать нужные ограничения.

Ключевые слова: *иррациональные уравнения, равносильный переход, упрощение уравнения, ограничения в уравнениях, область допустимых значений, уравнения с модулем.*

Школьная программа по математике составлена таким образом, что каждому учащемуся под силу ее освоить. Освоить – это значит получить знания по теме, сформировать умения, закрепить навыки. Одной из таких тем является тема «Иррациональные уравнения». Данный вид уравнений в большинстве случаев вызывает у школьников ряд затруднений. «Как избавиться от корня? Какие ограничения будут в уравнении? Нужно ли записать область допустимых значений? Обязательно ли накладывать ограничение на подкоренное выражение? Куда подставлять корни? Делать проверку?» – эти и множество других вопросов возникают в головах детей. Чтобы ответить на них понятно и показать рациональный ход решения, можно использовать равносильные переходы.

Равносильный переход помогает оформлять уравнения без использования записи области допустимых значений, что позволит избежать лишних ошибок на экзамене. Равносильный переход дает быстрый и правильный путь решения уравнения. Равносильный переход – это ключ к углубленному пониманию темы и уверенному владению навыком решения уравнений.

В работах К. С. Батуевой и Н. М. Закировой [1] рассматривается роль иррациональных уравнений в школьной математике, подчеркивается необходимость формирования у обучающихся умения применять равносильные переходы, что является ключевым этапом в решении данных задач. А. А. Голубев и Т. А. Спасская [2] акцентируют внимание на системном подходе к изучению уравнений, в том числе и иррациональных. В статьях [3, 4, 6] отмечается, что развитие навыков выполнения равносильных переходов способствует не только решению конкретных задач, но и формированию математического мышления в целом. Практическое применение нестандартных методов и тренингов, рассматриваемое в работах Т. Н. Матыциной [5] и И. Д. Семеновой [7], способствует формированию навыков выполнения равносильных переходов, что особенно важно при решении иррациональных уравнений.

Таким образом, существующие исследования подтверждают, что развитие у школьников навыков выполнения равносильных переходов является важной составляющей эффективности обучения решению иррациональных уравнений.

Рассмотрим на конкретных иррациональных уравнениях, как можно применять равносильные переходы при их решении.

Пример 1. Решить уравнение $\sqrt{2x+6} = 2 + \sqrt{x+1}$.

При решении этого уравнения необходимо избавиться от иррациональности, путем возведения в квадрат обеих частей равенства, а также нужно наложить ограничены. Зная, что подкоренное выражение должно быть неотрицательным, а значение корня – неотрицательное, ученик может перейти к системе:

$$\begin{cases} 2x+6=\left(2+\sqrt{x+1}\right)^2; \\ 2x+6\geq 0; \\ 2+\sqrt{x+1}\geq 0; \\ x+1\geq 0. \end{cases}$$

На самом же деле такие условия являются избыточными. Достаточно записать ограничение лишь на подкоренное выражение в правой части уравнения, то есть $x+1\geq 0$, чтобы корень был определен на множестве действительных чисел. Условие существования корня в левой части уравнения: $2x+6\geq 0$ является избыточным, так как в уравнении $2x+6=\left(2+\sqrt{x+1}\right)^2$ выражение $2x+6$ заведомо приравнивается к квадрату, что есть выражение неотрицательное. Условие $2+\sqrt{x+1}\geq 0$ тоже избыточное, так как это сумма двух неотрицательных выражений.

Таким образом, приходим к системе:

$$\begin{cases} 2x+6=\left(2+\sqrt{x+1}\right)^2; \\ x+1\geq 0. \end{cases} \sim \begin{cases} 2x+6=\left(2+\sqrt{x+1}\right)^2; \\ x+1\geq 0. \end{cases} \sim$$

$$\begin{cases} 2x+6=4+4\sqrt{x+1}+x+1; \\ x\geq -1. \end{cases} \sim \begin{cases} x+1=4\sqrt{x+1}; \\ x\geq -1. \end{cases}$$

Далее избавимся от иррациональности, ограничение в данном уравнении повторно накладывать не надо.

$$\begin{cases} (x+1)^2=16(x+1); \\ x\geq -1. \end{cases} \sim \begin{cases} (x+1)((x+1)-16)=0; \\ x\geq -1. \end{cases} \sim$$

$$\begin{cases} (x+1)(x-15)=0; \\ x\geq -1. \end{cases}$$

Квадратное уравнение в данной системе также представимо в виде равносильной совокупности.

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x+1=0; \\ x-15=0. \end{array}\right. \\ x\geq -1. \end{cases} \sim \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-1; \\ x=15. \end{array}\right. \\ x\geq -1. \end{cases}$$

Оба корня удовлетворяют неравенству в системе, а значит можно записать ответ.

Ответ: –1; 15.

Пример 2. Решить уравнение: $\sqrt{4x}=|x-2|$.

Работа с модулем в уравнении всегда вызывает трудности у обучающихся. Ученик, встретив выражение, содержащее знак модуля в уравнении, начинает его раскрывать, тем самым получая два случая:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4x=(x-2)^2; \\ x-2\geq 0; \\ 4x\geq 0. \end{cases} \\ \begin{cases} 4x=(2-x)^2; \\ x-2<0; \\ 4x\geq 0. \end{cases} \end{array}\right. \sim \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4x=x^2-4x+4; \\ x\geq 2; \\ x\geq 0. \end{cases} \\ \begin{cases} 4x=4-4x+x^2; \\ x<2; \\ x\geq 0. \end{cases} \end{array}\right. \sim \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-8x+4=0; \\ x\geq 2; \\ x\geq 0. \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-8x+4=0; \\ x<2; \\ x\geq 0. \end{cases} \end{array}\right. \sim \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=4+2\sqrt{3}; \\ x=4-2\sqrt{3}. \end{array}\right. \\ x\geq 2, \\ x\geq 0. \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=4+2\sqrt{3}; \\ x=4-2\sqrt{3}. \end{array}\right. \\ x<2, \\ x\geq 0. \end{cases} \end{array}\right. \sim \left[\begin{array}{l} x=4+2\sqrt{3}; \\ x=4-2\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

Намного проще получится, если не раскрывать модуль, а учесть, что выражение в правой части тоже неотрицательное, поэтому условий накладывать не нужно. При этом после возведения обеих частей в квадрат, условие на подкоренное выражение становится излишним.

$$4x = (x-2)^2;$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 4 + 2\sqrt{3}; \\ x = 4 - 2\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

Ответ: $4 + 2\sqrt{3}; 4 - 2\sqrt{3}.$

Заметим, что учитель может выбрать решение иррационального уравнения методом проверки корней, а не с помощью равносильных переходов. При этом подходе упускается возможность пропедевтики решения неравенств, где уже нет возможности подставить корни и сделать проверку. В примере 2 получились иррациональные корни, которые даже хорошо подготовленному ученику будет сложно подставить в исходное уравнение, преобразовать, увидеть под корнем полный квадрат и доказать, что корень подходит или не подходит.

Таким образом, метод равносильных переходов при обучении решению иррациональных уравнений имеет ряд преимуществ, таких как: правильное оформление, возможность избежать ошибок при записи области допустимых значений, осознанный подход к решению.

Литература

1. Батуева К.С. Иррациональные уравнения и неравенства в школьном курсе математики / К.С. Батуева, Н.М. Закирова // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона: периодический межвузовский сборник научно-методических работ. – 2017. – Вып. 19. – С. 204–208.

2. Голубев А.А. Уравнения и неравенства в школьном курсе математики: учебное пособие / А.А. Голубев, Т.А. Спасская. – Тверь: ФГБОУ ВПО «Тверской государственный университет», 2013. – 160 с.

3. Задворнова А.С., Бабенко А.С., Матыцина Т.Н. Изучение равносильных уравнений и неравенств в 8 классе // Донецкие чтения – 2025: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: Материалы X Международной научной конференции, посвященной 60-летию создания Донецкого научного центра (Донецк, 5–7 ноября 2025 г.). Том 6: Педагогические науки. Часть 4 / под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2025. – С.50-52.

4. Задворнова А.С. Применение элементов математической логики при изучении понятий системы и совокупности / А.С. Задворнова, А.С. Бабенко, Т.Н Матыцина // Математика и информатика, астрономия, физика, технология и совершенствование их преподавания : материалы научно-методической конференции «Чтения Ушинского», Ярославль, 20–22 марта 2024 года; научн. ред. И. В. Кузнецовой. – Ярославль : РИО ЯГПУ, 2024. – С. 54-61.

5. Матыцина Т.Н. О некоторых аспектах использования нестандартных заданий // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественнонаучных дисциплин : материалы VIII Всероссийской научно-методической конференции. – Составитель Б.М. Моисеев. – 2014. – С. 98-101.

6. Севрюков П.Ф. О равносильных преобразованиях при решении задач / П.Ф. Севрюков // Математика в школе. – 2022. – № 1. – С. 38-43.

7. Семенова И.Д., Матыцина Т.Н. Математический тренинг для учащихся седьмых классов по теме «Делимость» // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XVI Всероссийской научно-методической конференции. – Кострома, 2024. – С. 15-17.

A FEW WORDS ABOUT EQUIVALENT TRANSITIONS IN IRRATIONAL EQUATIONS

Babenko Alena Sergeevna, Zadvornova Alisa Sergeevna

Abstract. This article discusses a method for solving irrational equations using equivalent transitions. This method helps simplify the solution and avoid errors. Examples demonstrate how to eliminate irrationality while still taking into account the necessary constraints.

Keywords: *irrational equations, equivalent transition, equation simplification, constraints in equations, feasible range, equations with modulus.*

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ СЛАБОВИДЯЩИХ ДЕТЕЙ: МЕТОДЫ И ПОДХОДЫ

Бабенко Алена Сергеевна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: a_babenko@kosgos.ru
Матыцина Татьяна Николаевна
кандидат физико-математических наук, доцент,
e-mail: t_matycina@kosgos.ru
ФГБОУ ВО «Костромской государственный университет», г. Кострома, РФ

Аннотация. В статье рассматривается особенности обучения математике слабовидящих детей в условиях инклюзивного образования. Описывается важность применения адаптированных методик,

современных технологий и тактильных материалов, а также необходимость индивидуального подхода.

Ключевые слова: *слабовидящие, ОВЗ, наглядное моделирование, специальные рабочие листы, обучение математике, цветовые ориентиры.*

Обучение детей с нарушением зрения представляет собой специализированную область педагогической практики, обусловленную необходимостью применения адаптированных методов, средств и подходов. Особенно актуальной является проблема организации учебного процесса по математике, которая предполагает работу с абстрактными понятиями (например, число, уравнение, неравенство и пр.), алгоритмами, графическими изображениями (графики функций, диаграммы и пр.) и моделями (плоских и пространственных фигур, математических описаний физических явлений и пр.), воспринимаемыми с трудом в условиях снижения зрительных функций. Актуальность исследования заключается в том, что с каждым годом растет потребность в инклюзивном образовании и в создании условий, обеспечивающих полноценное развитие и успешное усвоение учебного материала школьниками с нарушением зрения.

Несмотря на наличие многочисленных методических пособий, не все из них отражают реальные возможности развития учеников на уроке. Одной из ключевых проблем является вопрос: могут ли учащиеся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) полностью освоить учебный материал по математике. На этот вопрос ищут ответы ученые, врачи, педагоги и дефектологи, и их исследования свидетельствуют о постепенном сокращении разрыва между обычными школьниками и детьми с особенностями развития.

Исследования П. Д. Плаксиной [2] подчеркивает важность учета особенностей обучающихся с ОВЗ при обучении математике. В этом направлении также значима разработка специальных тетрадей для слабовидящих, запатентованная А. А. Шевченко и Г. Р. Шамсиевой [6], что позволяет усваивать математический материал более эффективно. В статье М. В. Горонковой [3] освещается педагогические подходы и особенности обучения математике в школе, а Е. В. Александрова [1] рассматривает использование дистанционных технологий для обучения таких учащихся. В этом же ключе необходимо отметить работу Л. Е. Христенко [5], которая показывает возможности применения современных образовательных технологий для преподавания математики в условиях ограниченного зрения.

Таким образом, совокупность исследований и практических разработок в области обучения математике учащихся с ОВЗ свидетельствует о необходимости комплексного подхода, основанного на индивидуализации обучения, использовании современных технологий и подготовке педагогов к работе в инклюзивных условиях. Эти направления позволяют обеспечить равные возможности для развития математических компетенций у всех учащихся, вне зависимости от их физических особенностей.

Образовательные программы, разработанные в рамках ФГОС, предусматривают создание условий, обеспечивающих доступность знаний, и внедрение специальных методов обучения. В большинстве случаев обучение детей с ОВЗ реализуется в инклюзивных учреждениях, где создаются условия для полноценного участия в учебном процессе. Важно подчеркнуть, что даже при наличии ограничений многие дети способны освоить учебную программу по математике и успешно сдавать экзамены при правильной педагогической поддержке.

В целом, обучение слабовидящих детей требует творческого подхода, использования специальных методов и тесного взаимодействия педагогов, родителей и специалистов. Правильная организация учебного процесса помогает не только повысить уровень знаний, но и сформировать положительное отношение к учебе, развить самостоятельность и уверенность в своих силах. Понимание особенностей каждого ученика и адаптация методов обучения – ключевые факторы успешного инклюзивного образования и полноценного развития таких детей.

У обучащихся со слабым зрением хорошо развито сенсорное понимание мира. Обучение строиться через тактильные ощущения, возможности наглядно изучить материал. Учителю при выстраивании хода урока необходимо использовать различные формы наглядного моделирования. Опишем некоторые методические приемы, которые применимы при разработке уроков по математике для слабовидящих детей.

– В основе построения урока должно лежать наглядное моделирование. Например, на алгебре давать представление алгоритмов в виде блок-схем, на геометрии – вырезанные плоские фигуры, модели многогранников, тел вращений, на вероятности и статистике – использовать подручные материалы (кубики, монетки, карандаши и пр.).

– Применение на уроках аудио презентаций, видеоматериалов со звуковым сопровождением и постоянным комментирование со стороны учителя. Современные компьютерные технологии и программы для слабовидящих, включающие речевое сопровождение и увеличители изображений, значительно расширяют возможности обучения. Например, программы с тактильной обратной связью позволяют взаимодействовать с математическими объектами на экране.

– По возможности при изучении нового материала использовать задачи из жизненного опыта и стараться окунуть учащегося в проблемную ситуацию задачи. Например, задача про яблоки – принести яблоки и решать задачу с ними, обыграть ситуацию в виде сказки известной учащемуся.

– Использовать красочные и заметные предметы. Например, алгоритмы раскрашивать в разные цвета, печатать крупным шрифтом, предметы подбирать крупные и яркие по цвету.

– Как показывает практика слабовидящие учащиеся зажатые и стеснительные. В этом случае необходимо регулярно поощрять ребенка за выполненную работу и хвалить даже за незначительные успехи в усвоении математического материала.

– У слабовидящих учащихся плохо развиты каллиграфические способности. Учитель должен учесть данную особенность и минимизировать письменную работу, отдавая предпочтение устному опросу и беседе с обучающимся.

– Учитель может сам разрабатывать или использовать уже готовые рабочие листы на уроке. Это способствует экономии времени на уроке, которое тратится на написание текста учащимся и позволяет ученику выполнить большее количество заданий. Если большая часть материала будет распечатана, то ученику не нужно будет лишний раз напрягать зрение для переписывания с доски. Листы можно хранить в рабочей папке учащегося, чтобы он всегда мог найти нужный ему материал.

– Можно разработать систему запоминания через красочные наклейки-ориентир. Например, красная наклейка – запомни, зеленая – выполни дома, синяя – работай самостоятельно. Выданный цветной рабочий лист помогает ребенку понять, что от него ждут и сколько работы ему нужно выполнить.

Работа со слабовидящими учащимися требует от педагога творческого подхода, что способствует развитию профессиональных компетенций и личностного роста учителя как специалиста. Такой опыт может быть успешно применен не только при взаимодействии со слабовидящими обучающимися, но и в рамках образовательного процесса в условиях классно-урочной системы обучения.

Не стоит забывать, что дети с особыми образовательными потребностями тоже нуждаются в развитие творческих способностей, например, в статье У. Н. Махиной [4] изложен один из этих способов через факультативные занятия, который несомненно можно использовать и в работе со слабовидящим ребенком.

Обучение слабовидящих детей математике – важная и ответственная задача, требующая системного и творческого подхода со стороны педагогов. Использование специальных приемов и методов, а также индивидуализация обучения позволяют ученику не только овладеть математическими знаниями, но и развить уверенность, самостоятельность и интерес к учебе. Внедрение современных технологий и постоянное повышение квалификации учителя, в вопросе инклюзивного образования, способствует полноценному развитию каждого ребенка и подготовке его к жизни в обществе.

Литература

1. Александрова Е.В. Особенности преподавания математики для учащихся с нарушением зрения // Образование 2030: новая концепция развития : материалы Международного Форума ЮНЕСКО. – УВО «Университет управления «ТИСБИ», 2017. – С. 37-41.
2. Бабенко А.С., Плаксина П.Д. Немного об обучении математике учащихся с ограниченными возможностями здоровья // Математика в современном мире : сборник статей Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 110-летию со дня рождения советского математика, доктора физ.-матем. наук, профессора П.П. Коровкина. – Калуга, 2024. – С. 40-42.
3. Горонкова М.В. Особенности обучения математике слабовидящих детей в школе // Вестник Совета молодых учёных и специалистов Челябинской области. – 2019. – Т. 2. – № 3 (26). – С. 29-32.
4. Махина У.Н., Торосян М.В., Матыцина Т.Н. Факультативные занятия как средство развития творческих способностей учащихся // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции. Сост. Т.Л. Мухачева. – Кострома, 2022. – С. 74-77.
5. Христенко Л.Е. Особенности преподавания математики для слепых детей и детей с ослабленным зрением с применением дистанционных образовательных технологий // Теория и практика дистанционного обучения учащихся и молодёжи с ограниченными возможностями здоровья : сборник материалов VIII Всероссийской научно-практической интернет-конференции. – Кемерово, 2021. – С. 85-87.
6. Шевченко А.А., Шамсиева Г.Р. Тетрадь для слабовидящих детей // Патент на полезную модель RU 214182 U1, 14.10.2022. Заявка № 2022123295 от 31.08.2022.

TEACHING MATHEMATICS TO VISUALLY IMPAIRED CHILDREN: METHODS AND APPROACHES

Babenko Alena Sergeevna,
Matycina Tatyana Nikolaevna,

Abstract. The article examines the features of teaching mathematics to visually impaired children in inclusive education. It describes the importance of using adapted techniques, modern technologies and tactile materials, as well as the need for an individual approach.

Keywords: *visually impaired, HIA, visual modeling, special worksheets, teaching mathematics, color guidelines.*

ЕГИПЕТСКИЕ ПИРАМИДЫ КАК ОБЪЕКТ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ В 10 КЛАССЕ

Банникова Виктория Васильевна
педагог дополнительного образования
viktoriabannikova2281@gmail.com
ГБОУ города Москвы «Школа № 444», г. Москва, РФ

Аннотация. Практико-ориентированные задачи на примере пирамиды Хеопса – это мост между абстрактными формулами из учебника и реальным миром. Такой подход превращает стереометрию в увлекательный инструмент исследования и наглядно показывает, что геометрия не существует сама по себе, а является фундаментальным языком, на котором говорят инженерия, архитектура и даже история.

Ключевые слова: *пирамида, объем пирамиды, площадь боковой поверхности, практико-ориентированные задачи.*

Известно, что результаты деятельности человека на 70-80 % определяются мотивами, поэтому формированию мотивации к учению стоит уделять в школе особое внимание. Как упоминается в книге «Психологический справочник учителя» Фридмана Л.М. и Кулагиной И.Ю.: «Для того чтобы учащийся включился в работу, нужно, чтобы задачи, которые ставятся перед ним в ходе учебной деятельности, были не только поняты, но и приобрели значимость для учащегося». [5] Вызвать познавательный интерес могут задачи, которые имеют занимательный сюжет, связаны с историей и реальными объектами. Предлагаем достичь этой цели в рамках темы «Многогранники» на примере изучения пирамиды Хеопса как величайшего архитектурного сооружения и сложного геометрического тела.

Такой подход позволит органично интегрировать воспитательный компонент в урок геометрии, что соответствует требованиям ФГОС СОО. [3] На таком уроке могут быть реализованы личностные результаты в части:

- Эстетического воспитания –«способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других народов, ощущать эмоциональное воздействие искусства». [4]

- Ценности научного познания – «сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, …». [4]

Тема урока: «Тайны египетских пирамид: как геометрия раскрывает секреты древних зодчих».

Ниже представлено примерное содержание урока. Исторические сведения и комментарии к задачам проговаривает учитель. Часть материала можно добавить в рабочие листы.

Египетские пирамиды являются величайшими архитектурными памятниками. Интересно, что само слово «пирамида» с греческого означает многогранник. Нет сохранившихся сведений о причинах, побудивших древних зодчих придавать гробницам фараонов именно такую форму. Урок мы посвятим изучению пирамиды Хеопса – самой большой пирамиды и единственному из сохранившихся Семи чудес света. Ее исследование началось еще в XVIII веке, но многие загадки остаются неразгаданными до сих пор. Давайте же прикоснёмся к математическим секретам, которые хранит это древнее сооружение.

Начнём с описания её расположения. Пирамида Хеопса возвышается на плато Гиза вместе с двумя другими великими пирамидами – всего их там три. Они располагаются внутри прямоугольника, описанного около фигуры *vesica pisci* (лат. «рыбий пузырь»), которая образована дугами окружностей с одинаковыми радиусами и расположенными так, как показано на рис. 1 (зеленым цветом обозначена *vesica pisci*).

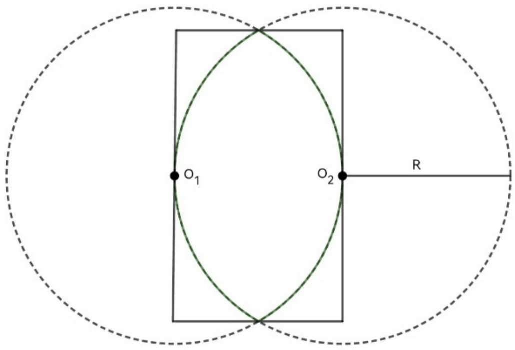


Рисунок 1. "Рыбий пузырь"

Задание 1. Чему равны длина и ширина прямоугольника, описанного около *vesica piscis* (рис. 1).

Решение. Ширина прямоугольника равна радиусу окружностей. Длина прямоугольника равна расстоянию между центрами окружностей. Так как в "рыбьем пузыре" образуются два равносторонних треугольника, длина прямоугольника равна их удвоенной высоте $\sqrt{3}R$.

Задание 2. Найдите отношение периметра основания великой пирамиды Хеопса к удвоенной высоте пирамиды. Длина стороны основания 230,45 м, высота пирамиды 146,6 м. Какое число получилось?

Ответ: π.

Задание 3. Найдите, чему приблизительно равен объем пирамиды Хеопса? Основание пирамиды – квадрат со стороной 230 м, тангенс угла наклона боковой грани к основанию равен 1,2.

Решение. Половина стороны основания: $\frac{a}{2} = 115$ м. Из прямоугольного треугольника: $tg\alpha = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{h}{115}$.

Формула объема пирамиды: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot 230^2 \cdot 138 = \frac{1}{3} \cdot 52900 \cdot 138 = 2433400\text{м}^3$.

Ответ: 2433400м^3.

Конечно, это приблизительное значение объема пирамиды Хеопса, потому что она не является «идеальным» геометрическим телом и составлена из блоков. С ними и связана следующая исследовательская задача. Археологов всегда интересовал вопрос: «Из скольких блоков состоит пирамида Хеопса?» В 1880–1882 годы египтолог Флиндерса Питри провел расчеты, которые являются общепринятыми, но, конечно, очень неточными. Он выявил, что пирамида заполняет объём «неогранённого» «ступенчатого» полуоктаэдра, и количество блоков в ней – 2,3 миллиона. Почему эти расчеты неточны? Потому что они были сделаны только с помощью знаний высоты пирамиды и угла наклона и не учитывали неточности: различные размеры блоков, пустоты, несплошную кладку.

В 1991 году была выпущена книга Р. Валеева «Тайны египетских пирамид», издательство «Знание», Москва, в которой автор провел расчеты по-другому, используя компьютер и получил не 2,3 или 2,5 миллиона, а около 4,2 миллионов блоков. И все же никто ничего точно утверждать не может. Давайте попробуем почувствовать себя археологами и хотя бы немного приблизится к расчетам Петри, посчитав примерное количество блоков в облицовке пирамиды.

Задание 4.

Изучим конструкцию пирамиды. Блоки уложены слоями по сторонам квадратов, стороны которых уменьшаются с каждым подъемом на следующий уровень. Первый квадрат - основание пирамиды.

Первый вопрос: можно ли быть уверенными, что слои укладываются именно по сторонам квадратов? Как это объяснить?

Ответ: обе стороны квадрата-основания уменьшаются на одну и ту же величину – ширину облицовочного блока.

Второй вопрос: как же посчитать количество высококачественных облицовочных блоков, если известно:

1) Количество слоев: 210.
2) Сторона основания пирамиды: b = 230 м. (с округлением).
3) Угол наклона пирамиды: $52°$ ($tg52° \approx 1.28$).

4) Размеры среднего блока из расчетов Питри: h = 0.7 м – высота блока, l = 1.3 м – сторона блока.

Этапы.

а) Определите, как уменьшается сторона квадрата с переходом к следующему слою. Для этого пойдите от обратного: поймите, как увеличивается сторона основания пирамиды с увеличением высоты на высоту блоков (рассмотрите привычную вам модель пирамиды Хеопса - правильную четырехугольную пирамиду). Не забудьте объяснить, почему полученная вами величина, действительно будет ответом на вопрос.

б) Рассчитайте количество блоков для одного слоя (1, 2, i-ого) в общем виде и количество блоков в этом слое.

в) Проведите суммирование по всем 210 слоям с помощью технических средств (несложная программа циклического суммирования в любой среде программирования).

Решение.

а) Половина стороны основания пирамиды высотой 0.7 м (см. рис. 2):

$$\frac{a}{2} = tg52^\circ \cdot h_{\text{блока}} \approx 0.781 \cdot 0.7 \approx 0.546 \text{ м}$$

$$a = 0.546 \cdot 2 = 1.092$$

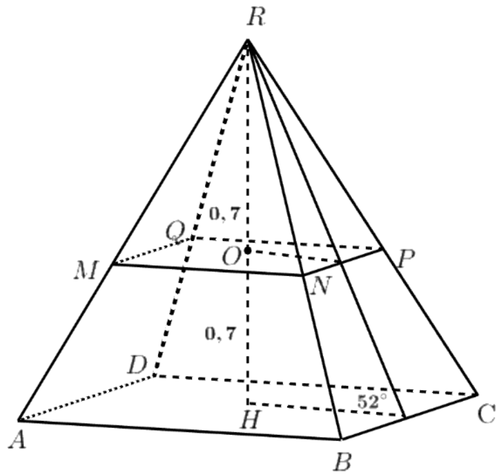


Рисунок 2.

Ясно, что если сделать шаг вниз еще на 0.7 м, то сторона основания увеличится в 2 раза, так как конструкции подобны с коэффициентом 2. Аналогично, с каждым шагом основание будет увеличиваться в 3, 4 и т.д. раз, то есть, именно на 1.092 м с каждым шагом. Обозначим это изменение Δa. Если двигаться снизу вверх эта разница не поменяется.

б) Проведем расчеты для i-го слоя (i = 1 - нижний ярус).

Длина стороны $a_i = b - \Delta a \cdot (i-1) = 230 - 0.546 \cdot (i-1) = 231.092 - 1.092i.$ $P_i = 4 \cdot a_i = 4 \cdot (231.092 - 1.092i) = 924.368 - 4.368i$. Количество блоков в слое: $N_i = \frac{P_i}{l_{\text{блока}}} = \frac{924.368 - 4.368i}{1.3} \approx 711.05 - 3.36i$

в) Общее количество внешних блоков:

$N_{\text{общ}} \approx 711.05 - 3.36\cdot 1 + 711.05 - 3.36\cdot 2 + \ldots + 711.05 - 3.36\cdot 210$

Итоговый расчёт: $N_{\text{общ}} \approx 149320.5 - 74440.8 \approx 74880$

Задание 5. Найдите, какую долю "идеальной" пирамиды Хеопса (то есть, ее математической модели) занимают только облицовочные блоки.

Решение. $V_{\text{блока}} = 1{,}3 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}7 = 1{,}69 \cdot 0{,}7 = 1{,}183\text{м}^3$, $V_{\text{облиц}} = 74880 \cdot 1{,}183 = = 88583\text{м}^3$

$\frac{V_{\text{облиц}}}{V_{\text{пир}}} = \frac{88583}{2433400} \approx 0{,}0364$

Это означает, что малая часть блоков занимает целые 3% объема пирамиды. Так что, внутреннее пространство пирамиды Хеопса имеет намного меньший объем, чем объем правильной четырехугольной пирамиды с такими же характеристиками.

Такой цикл задач позволяет закрепить основные теоретические сведения, связанных с пирамидой как геометрическим телом. Кроме того, в некоторых задачах прослеживается повторение тем курса планиметрии. Такие задачи могут быть предложены 10-классникам на уроке систематизации и обобщения знаний и умений или на комбинированном уроке.

Форматы работы с предложенным материалом могут быть гибкими. Это может быть как индивидуальная работа, так и работа в парах или малых группах, где учащиеся, подобно команде археологов, совместно раскрывают математические тайны египетских пирамид.

Литература

1. Атанасян Л.С. и др. Геометрия. 10-11 классы : учебник для общеобразовательных организаций : базовый и углубленный уровни. – М. : Просвещение, 2024. – 287 с. – ISBN: 978-5-09-112137-7.

2. Большаков, В.А. Пирамиды Древнего царства: проблемы строительства и назначения / В.А. Большаков ; отв. ред. Н.В. Романова. – СПб. : Издательство Государственного Эрмитажа, 2020. – 248 с. – ISBN 978-5-93572-870-5.

3. Министерство просвещения Российской Федерации. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования : Приказ от 31.05.2021 № 287 (Зарегистрирован 05.07.2021 № 64101). – [Электронный ресурс] // Сетевое издание «Федеральные государственные образовательные стандарты» (edsoo.ru). – Режим доступа: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/Приказ-№-413-от-17.05.2012-ФГОС_СОО.pdf, свободный. – (Дата публикации на сайте: 04.04.2023). – Дата обращения: 01.12.2025.

4. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 12 августа 2022 г. № 732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской

Федерации от 17 мая 2012 г. № 413» : [зарегистрирован в Минюсте России 12 сентября 2022 г. № 70034]. – Текст : электронный // Федеральный портал «Единое содержание общего образования». – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/Приказ-№-732-от-12.08.2022.pdf (дата обращения: 01.12.2025).

5. Фридман Л.М., Кулагина И.Ю. Психологический справочник учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 288 с. – ISBN: 5-09-001743-3.

TTHE EGYPTIAN PYRAMIDS AS AN OBJECT OF GEOMETRIC RESEARCH: CALCULATING THE GEOMETRIC ELEMENTS, LATERAL SURFACE AREAS AND VOLUMES OF POLYHEDRA IN THE 10TH GRADE.

Bannikova Viktoria Vasilevna

Abstract. ractice-oriented problems based on the pyramids of Cheops are a bridge between abstract formulas from a textbook and the real world. This approach transforms stereometry into an engaging research tool and clearly demonstrates that geometry does not exist in isolation, but functions as a fundamental language used by engineering, architecture, and even history.

Keywords:*pyramid, volume of a pyramid, lateral surface area, practice-oriented problems.*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИДАКТИЧЕСКИХ КАРТОЧЕК-ПОМОЩНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ ДЕТЕЙ С ЗАДЕРЖКОЙ ПСИХИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ В УСЛОВИЯХ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО КЛАССА

Берсенева Олеся Васильевна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: olesya.zdanovich@gmail.com
Грушенцева Дарья Сергеевна
студент
e-mail: data.gru@mail.ru
ФГБОУ ВО «Красноярский государственный педагогический университет им.В.П. Астафьева», г. Красноярск, РФ

Аннотация. В статье рассматривается система дидактических карточек-помощников, разработанная для поддержки обучающихся с задержкой психического развития (ЗПР) при обучении математике.

Ключевые слова: *дети с задержкой психического развития, дидактические карточки-помощники, обучение математике, адаптивные материалы, персонализация обучения.*

Современная образовательная парадигма ориентирована на создание условий для доступного и качественного образования всех без исключения детей, что находит своё отражение в принципах инклюзии. В общеобразовательных классах сегодня обучаются дети с различными образовательными потребностями, в том числе с задержкой психического развития (ЗПР). Для данной категории обучающихся характерны недостаточная сформированность познавательной деятельности, неустойчивость внимания, слабость регуляции поведения, специфические трудности в усвоении учебного материала, особенно в таких абстрактных дисциплинах, как математика.

Математика как учебный предмет предъявляет высокие требования к уровню развития логического мышления, сформированности пространственных представлений, умению оперировать символами и понимать алгоритмы. Обучающиеся с ЗПР испытывают значительные затруднения в понимании математических понятий, усвоении состава числа, решении арифметических задач, запоминании большинства математических фактов (в том числе, таблицы умножения, правил сложения дробей и т.п.). Эти трудности усугубляются в условиях общего темпа работы класса, что может привести к школьной дезадаптации, стойкой неуспеваемости и негативному отношению к учёбе.

В связи с этим перед учителем математики общеобразовательной школы стоит сложная задача: в рамках единого образовательного пространства класса обеспечить усвоение программного материала всеми обучающимися конкретного ученического коллектива, в том числе и теми, кто имеет ЗПР. Решение этой задачи невозможно без применения специальных технологий обучения и адекватных дидактических средств. Одним из таких эффективных средств, на наш взгляд, являются дидактические карточки-помощники, которые могут выступать в роли индивидуального «навигатора» для ребёнка с ЗПР в процессе освоения математического содержания.

Проблема обучения детей с ЗПР, в том числе и математике, является междисциплинарной и широко освещена в трудах специалистов в области коррекционной педагогики, психологии и методики обучения математике. Этому посвящены труды Л.С. Выготского, А.Н. Леонтьева, В.И. Лубовского и многих других. Так, Л.С. Выготский указывал на использование вариативных приемов обучения (альтернативный выбор, демонстрация заданий, повтор инструкций). Ученый также говорил о необходимости создания такой системы обучения, в которой удалось бы совместить специальное обучение с обучением детей с нормальным развитием [4, 5]. А.Н. Леонтьев предлагал для обучения детей с ЗПР использовать игровую деятельность как ведущую в развитии памяти [6]. В.И. Лубовский говорил о необходимости учета индивидуальных образовательных потребностей обучающихся.

Упомянутые выше авторы говорили о важных методологических принципах, однако они носят общий характер. Конкретных, готовых инструментов для работы с детьми с ЗПР не предлагали, что подчёркивает необходимость разработки конкретных дидактических материалов.

Актуальность проблемы использования специализированных дидактических средств в инклюзивном классе обусловлена рядом факторов:

1) Нормативно-правовым закреплением инклюзии. ФГОС требуют создания специальных условий обучения математике, подбора адаптированных методов и материалов.

2) Ростом числа детей с ЗПР в общеобразовательных школах. Всё больше детей с подтвержденным ЗПР обучаются по адаптированным основным общеобразовательным программам (АООП) в обычных классах, что требует от учителя математики владения соответствующими методиками.

3) Особенностями обучающихся с ЗПР, влияющие на качество обучения математики. У детей с ЗПР наблюдаются: фрагментарность и поверхностность знаний, трудности абстрагирования, инертность мышления, слабость самоконтроля. Стандартные учебники и фронтальные объяснения для них часто недостаточны.

4) Дефицитом готовых адаптированных материалов. Учитель математики, очевидно, испытывает недостаток в систематизированных, методически выверенных дидактических материалах, которые можно оперативно использовать на уроке для поддержки ученика с ЗПР без отрыва от общей работы с ученическим коллективом.

Таким образом, поиск и внедрение таких дидактических инструментов, которые могли бы повысить качество обучения математике детей с ЗПР в условиях общеобразовательного класса является насущной практической проблемой для современной методики обучения математике.

Несмотря на осознание необходимости индивидуализации обучения детей с ЗПР в общеобразовательном классе, на практике учителя сталкиваются с серьёзными проблемами:

- как в условиях ограниченного времени урока (45 минут) организовать эффективную деятельность ребенка с ЗПР, не снижая темпа работы для всего класса?

- какие конкретные дидактические средства могут быть использованы для наглядного представления математических действий, алгоритмов решения?

- насколько учителя математики готовы и имеют необходимые ресурсы (знания, материалы) для проектирования уроков с учётом особых образовательных потребностей детей с ЗПР?

Разрешение этих противоречий и составляет проблему настоящего исследования. Цель исследования: теоретически обосновать необходимость применения и разработать дидактические карточки-помощники для повышения эффективности обучения математике обучающихся с ЗПР в общеобразовательном классе.

С целью выявления реального состояние проблемы в педагогической практике обучения математике нами было проведено анкетирование 50 учителей математики 5-6 классов г. Красноярска, в чьих классах обучаются дети с ЗПР.

Ключевые вопросы и полученные данные. Анкетирование педагогов показало, что системный учет особенностей детей с ЗПР при планировании урока математики проводится редко, лишь 20% респондентов заявили, что делают это постоянно, 60% иногда, когда есть время, 80% отметили затруднения из-за нехватки знаний и ресурсов.

В практическом арсенале учителей преобладают индивидуальные дополнительные объяснения у доски (95%), упрощение учебных заданий (70%), предметная наглядность (65%), готовые печатные тетради для коррекционной работы (30%). В то время как специально созданные схемы, памятки и алгоритмы применяются нечасто (15%).

Более половины педагогов (75%) не знакомы с дидактическими карточками-помощниками, опорными сигналами, визуальным расписанием действий. Слышали и применяли в практической деятельности, лишь 25% респондентов.

Основная трудность при работе с ребенком с ЗПР – нехватка времени (85%), отсутствие готовых материалов (60%) и дефицит специализированных методик и знаний (45%).

Анализ результатов анкетирования позволяет сделать выводы о том, что большинство учителей математики осознают необходимость персонализации при обучении детей с ЗПР, но испытывают дефицит времени, знаний и, что особенно важно, готовых к использованию дидактических инструментов. Использование структурированных визуальных помощников (схем, алгоритмов) является редкой практикой, хотя, как показал литературный обзор, именно такой подход высокоэффективен.

На основе анализа литературы и выявленных проблем была разработана система карточек-помощников. Карточки-помощники – это наглядные дидактические пособия в виде карточек, содержащие структурированную, упрощённую и дополненную иллюстрациями информацию по одному учебному действию или этапу задания. Карточки выполняют функции опоры и алгоритма для обучающихся с задержкой психического развития [1]. Их основная функция – представить математическое содержание в структурированном, пошаговом, визуально воспринимаемом виде. В нашей работе мы выделяем следующие виды карточек:

1) Алгоритмические карточки, с использование пошаговой инструкции (рис.1)
2) Структурно-смысловые карточки (схемы), визуальная модель (рис.2)
3) Опорно-ассоциативные карточки, связь абстрактного с конкретным (рис.3)
4) Контрольно-тренировочные карточки с подсказкой: Задание с интегрированной опорой (рис.4)

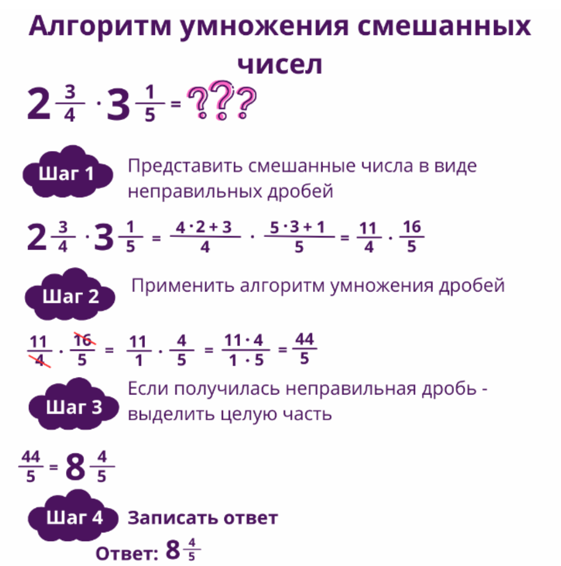


Рисунок 1 – Алгоритмические карточки

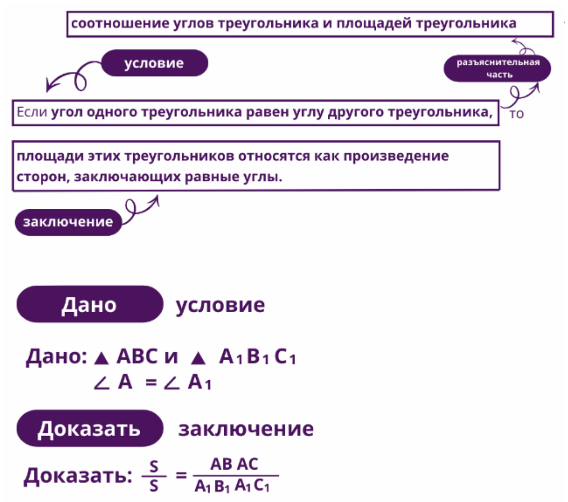


Рисунок 2 – Структурно-смысловые карточки

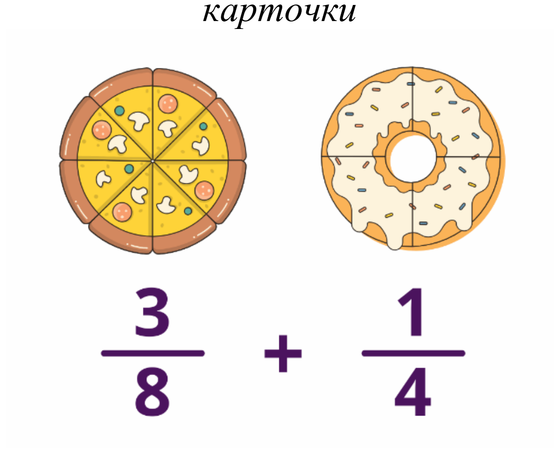


Рисунок 3 – Опорно-ассоциативные карточки

Рисунок 4 – Контрольно-тренировочные карточки с подсказкой

В нашей работе такие карточки были внедрены в реальный образовательный процесс в рамках обучения математике в 6 классах. Они использовались на разных типах урока. При закреплении и отработке пройдённого материала. При изучении новых понятий - они выступали в роли наглядного алгоритма и справочной опоры, помогая структурировать информацию. Благодаря карточкам-помощникам изменился темп урока, повысилась активность обучающихся. Карточки стали не только визуальной опорой для обучающихся, но и способствовали созданию более динамичной и продуктивной среды на уроках математики.

Разработанная система карточек-помощников решает ключевые выявленные проблемы. Во-первых, использование карточек-помощников значительно экономит время учителя. Карточки готовятся заранее и используются многократно. Во-вторых, развитие самостоятельности и снижения тревожности у обучающихся. Ребенок, испытывающий трудности, получает инструмент для самопомощи. Он может сам «подсмотреть» следующий шаг, не дожидаясь учителя и не привлекая всеобщего внимания. Это снижает страх ошибки.

Литература

1. Ажиев М.В., Газиева Я.З., Умалатова З.М. Формирование готовности будущих педагогов к работе с детьми с ОВЗ // Проблемы современного педагогического образования. – 2024. – №85-4. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-gotovnosti-buduschih-pedagogov-k-rabote-s-detmi-s-ovz (дата обращения: 01.12.2025).
2. Баранов А.А. Динамика профессиональной готовности педагогов общеобразовательных организаций к обучению детей с ограниченными возможностями здоровья / А.А. Баранов, А.С. Сунцова // Вестник Удмуртского университета. Серия «Философия. Психология. Педагогика». – 2019. – №1. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/dinamika-professionalnoy-gotovnosti-pedagogov-obscheobrazovatelnyh-organizatsiy-k-obucheniyu-detey-s-ogranichennymi-vozmozhnostyami (дата обращения: 03.12.2025).
3. Белякова Н.В. Особенности адаптации к обучению в школе детей с ограниченными возможностями здоровья / Н.В. Белякова, О.Н. Кажарская // Образование и проблемы развития общества. – 2023. – №1 (22). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-adaptatsii-k-obucheniyu-v-shkole-detey-s-ogranichennymi-vozmozhnostyami-zdorovya (дата обращения: 01.12.2025).
4. Выготский Л.С. Диагностика развития и педологическая клиника трудного детства // В кн.: Выготский Л.С. Проблемы дефектологии. – М., 1995. С. 200-263.

5. Выготский Л.С. Основные положения плана педологической исследовательской работы в области трудного детства // В кн.: Л.С.Выготский. Проблемы дефектологии. – М., 1995. С. 139-146.
6. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. – 3-е изд. – М., 1972 – 575с.

USING DIDACTIC ASSISTANCE CARDS IN TEACHING MATHEMATICS TO CHILDREN WITH MENTAL DEVELOPMENT DELAYS IN GENERAL EDUCATIONAL CLASSES

Berseneva Olesya Vasilievna, Grushentseva Daria Sergeevna

Abstract. The article discusses a system of didactic assistant cards designed to support students with mental retardation in mathematics learning.

Keywords: *children with mental retardation, didactic assistant cards, mathematics learning, adaptive materials, personalization of learning.*

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ УЧАЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ СОВРЕМЕННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ

Гаврюшенко Диана Алексеевна,
учитель математики
e-mail: gavryshenko2004@yandex.ru
ГБОУ ЛНР «Луганский гуманитарно-экономический лицей интернат», г. Луганск, РФ
Панишева Ольга Викторовна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: panisheva-ov@mail.ru
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, РФ

Аннотация. В статье рассматриваются актуальные вопросы организации дифференцированного обучения математике в соответствии с требованиями современных образовательных стандартов (ФГОС). Представлены теоретические основы, практические модели и инструменты дифференциации, включая трехуровневые задания, гибкое группирование и современные методы оценки (тестирование, проекты, портфолио). Особое внимание уделено критериям оценивания на основе таксономии

Блума и уровням компетентности, что обеспечивает индивидуализацию учебного процесса и способствует повышению его эффективности.

Ключевые слова: *дифференцированное обучение, уравнения, индивидуальный подход, цифровые технологии, дидактические модели, учебная мотивация.*

Проблема организации дифференцированного обучения математике в условиях реализации современных образовательных стандартов является актуальной и значимой задачей педагогической науки и практики. Многие исследователи, среди которых Бойкина М.В., Ляшенко А.И., Васильева Е.А., Воистинова Г.Х., Байназарова М.Р., Савина И.А., посвятили свои труды изучению особенностей и методов дифференциации учебного процесса. Внимание ученых к данному направлению обусловлено необходимостью учета индивидуальных различий школьников, повышения качества образования и формирования устойчивых учебных мотиваций, что соответствует современным требованиям ФГОС нового поколения.

Дидактические модели дифференцированного обучения представляют собой систематизированные подходы к образовательному процессу, направленные на индивидуализацию учебной деятельности учащихся согласно современным стандартам. Учебное содержание, методы освоения и конечные продукты адаптации зависят от различий в готовности, интересах и образовательных профилях учеников, обеспечивая достижение высоких уровней компетентности каждым учеником.

Дифференциация на уроках математики реализуется по трём направлениям: по содержанию, процессу и продукту. По содержанию материал варьируется по объёму и глубине изучения, предлагая базовые концепции уравнений, расширенные задачи и исследовательские задачи. По процессу изменяется способ восприятия и осмысления материала, позволяя выбрать наиболее подходящий метод решения. По продукту формируются варианты итоговых результатов: от устного объяснения до проектов и портфолио [4].

Теоретическими основами дифференциации выступают концепция зоны ближайшего развития Выготского, таксономия Блума и концепции универсального проектирования обучения (UDL). Практическое применение включает организацию трёхуровневых заданий, гибкое группирование учащихся, альтернативные форматы заданий, использование портфолио и проектных активностей, систематическое формирующее оценивание.

Эффективность дифференцированной модели определяется качеством планирования и поддержкой педагогов. Исследования подтверждают повышение мотивации, вовлечённости и учебных результатов при ясных целях, диагностике готовности и компетентном сопровождении, особенно в областях глубоких компетенций по алгебре и уравнениям. Эффект усиливается при наличии подготовки учителей, доступе к цифровым ресурсам и институциональной поддержке.

Рекомендуемые мероприятия включают систематическую диагностику готовности, проектировку заданий трёх уровней сложности, организацию гибких групп и маршрутов обучения, введение структурированного формативного оценивания, использование цифровых средств и поддержку педагогов через совместные планёрки и разработки материалов.

Современные дидактические модели интегрируют теорию и практику, обеспечивая индивидуализацию обучения и стабильные образовательные результаты по теме уравнений согласно образовательным стандартам. Методы оценки и критерии деления знаний позволяют объективно оценивать влияние дифференциации на качество образовательного процесса.

Методы оценки знаний в рамках дифференцированного обучения включают тестирование, проекты и портфолио, позволяющие оценить как оперативные, так и комплексные компетенции учащихся при изучении уравнений. Оценка используется как инструмент диагностики, планирования дальнейшего обучения и формирования индивидуальных траекторий развития. Применяются традиционные формы контроля и современные подходы, ориентированные на уровневое деление знаний по Блумовскому принципу и конкретизацию компетентностей в школьном курсе математики[2].

Основные инструменты оценки:

- Тестирование: применяется в нескольких форматах, соответствует различным уровням владения материалом. Включает диагностические тесты для определения начального уровня знаний, формирующие тесты для фиксации динамики усвоения понятий и итоговые тесты для оценки достигнутого уровня.

- Проекты: направлены на интеграцию знаний и получение практических результатов. Примеры проектных заданий: моделирование реальных ситуаций с преобразованием задач в уравнения, исследование стратегий решения и сравнение их эффективности [1].

Критерии уровневого деления знаний основаны на принципах Блумовской таксономии и стандартах школьного курса математики, обеспечивая сопоставимость результатов и точную формулировку последующих образовательных шагов.

Портфолио – систематизированная коллекция учебных продуктов, документов и рефлексий ученика, включающая примеры решений задач различной сложности, пояснительные заметки, записи о применении решений, самооценку и обратную связь преподавателя. Формируется сочетанием работ разного типа: конспекты, графики, видеоразборы, цифровые модели. Служит фиксатором траектории роста, демонстратором тенденций развития компетенций и основой для индивидуального планирования обучения.

Критерии оценки основаны на Блумовской таксономии и уровнях компетентности. По Блумовской таксономии выделяются уровни: запоминания фактов и формул, понимания смысла операций, применения в задаче, анализа структуры и зависимостей, синтеза и создания новых задач, оценки подхода. Простое воспроизведение относится к низким уровням, обоснование стратегии, моделирование и творческие решения – к высоким.

По уровням компетентности различают базовые знания (стандартные алгоритмы), средние (корректное применение в изменённых задачах), высокие (видение альтернативных путей, адаптация решения) и экспертные (аналитическое моделирование, оригинальное творчество).

Тестирование охватывает уровни от воспроизведения формул до анализа и оценки решений, проекты формируют компетенции создания и обоснования решений. Портфолио отражает динамику освоения материала, рефлексию над стратегиями и их эффективностью. Рекомендуется внедрение системы рубрик, привязанных к уровням знаний и компетентности, с регулярной калибровкой заданий.

Включение цифровых средств в оценку усиливает доверие к результатам и позволяет оперативно адаптировать учебную программу. Например, онлайн-тесты с банкованными заданиями позволяют составлять адаптивные маршруты, где каждая ступень сопровождается объяснением ошибок и подсказками, направляющими на более высокий уровень мышления. Рефлексивные элементы портфолио можно дополнить видеозаписями разборов и промежуточными комментариями учителя, что усиливает обратную связь и улучшает планирование последующих шагов обучения. В итоге, сочетание тестирования, проектов и портфолио с четкими критериями по Блуму и уровням компетентности обеспечивает прозрачность дифференциации обучения по теме уравнений, позволяет точно отслеживать переход учащихся к более высоким уровням владения материалом и дает практические ориентиры для корректировки содержания и методов преподавания [4].

Дифференцированный подход к обучению математике является эффективным инструментом, позволяющим учитывать индивидуальные особенности учеников и повышать качество образовательного процесса. Этот подход включает применение дидактических моделей, цифровых ресурсов и проектной деятельности, способствующих развитию мотивированности и успешности школьников в изучении математики. Трехуровневая дифференциация, педагогическое сопровождение и доступность качественных материалов позволяют обеспечить высокую степень адаптации учебного процесса к потребностям каждого ученика. Инновационные методы оценки знаний гарантируют объективность и своевременность внесения изменений в учебные планы, способствуя стабильному прогрессу обучающихся. Активное внедрение дифференцированной методики и развиватие интеграции цифровых технологий повышают уровень индивидуализации и общую эффективность обучения математике.

Литература

1. Ажибекова А.Т. Методика дифференцированного обучения урока алгебры // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2023.

2. Бова Т.И., Дроздович Е.Н., Кузьменко О.И. Об организации дифференцированного обучения математике // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2023.

3. Лысенко В.В. Место дифференцированного обучения в модернизации образования // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2023.

4. Савина И. А. Дифференцированное обучение математике в школе // Международный научно-исследовательский журнал. – 2024.

THEORETICAL FOUNDATIONS OF DIFFERENTIATED MATHEMATICS TEACHING FOR STUDENTS IN THE CONTEXT OF IMPLEMENTATION OF MODERN EDUCATIONAL STANDARDS

Diana Gavryushenko, Olga Panisheva

Abstract. The article addresses current issues of organizing differentiated mathematics education in accordance with the requirements of modern educational standards (FGOS). Theoretical foundations, practical models, and differentiation tools are presented, including three-level tasks, flexible grouping, and contemporary assessment methods (testing, projects, portfolios). Special attention is given to evaluation criteria based on Bloom's taxonomy and levels of competence, which ensures individualization of the learning process and contributes to its effectiveness improvement.

Keywords: *differentiated learning, equations, individual approach, digital technologies, didactic models, educational motivation.*

СОВРЕМЕННЫЙ ПОДХОД К ПРЕПОДАВАНИЮ ТЕМЫ «ПРОГРЕССИИ» НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСТОРИЧЕСКИХ ПРИМЕРОВ

Глазкова Виктория Игоревна
студент,
e-mail: vika150520030403@gmail.com
Фирстова Наталья Игоревна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: ni.firstova@mpgu.su
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», ***г. Москва, РФ***

Аннотация. В статье рассматривается методика преподавания темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в школьном курсе алгебры с интеграцией историко-математического материала. Представлен анализ потенциала исторических задач для формирования познавательного интереса и глубокого понимания сущности прогрессий.

Ключевые слова: *арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, историко-математический подход, методика преподавания алгебры, познавательный интерес, историческая задача.*

В современных условиях преподавание алгебры требует не только овладения формальными алгоритмами, но и формирования глубокого интереса к предмету. Раздел алгебры, посвящённый прогрессиям, позволяет связать практические математические задачи с их историческим развитием. Современный подход к обучению включает интеграцию исторических примеров, что способствует формированию у школьников исследовательского мышления и понимания места математики в культуре.

Одним из способов «оживить» учебные задания является внедрение литературно-художественных и исторических задач в образовательный процесс. Такие задачи не только разнообразят уроки, но и выступают мощным инструментом для стимулирования интереса учащихся и повышения мотивации к обучению. Они сочетают в себе:

- художественность
- образность;
- яркость
- занимательность и др.

Всё это создаёт эмоциональный подъём, который становится отправной точкой для формирования устойчивого познавательного интереса у школьников. Учащиеся начинают воспринимать учёбу не как рутину, а как увлекательное путешествие в мир знаний.

К сожалению, анализ школьных учебников выявил дефицит подобных задач, особенно в курсе алгебры. Исторические задачи изредка встречаются в учебных пособиях.

Прогрессии – фундаментальное понятие алгебры, включающее арифметические и геометрические последовательности. Исторически задачи, которые мы сегодня классифицируем как задачи на прогрессии, появлялись в Древней Индии, Греции, на арабском Востоке. Изучение этого материала формирует навыки моделирования, анализа закономерностей, работы с формулами. Современная методика рекомендует уделять внимание историческим аспектам и иллюстрировать теорию реальными сюжетами.

Особое место в преподавании занимают задачи, имеющие исторические корни. Рассмотрим примеры.

Задача 1. Задача Л. Ф. Магницкого (из «Арифметики»). Некий человек нанял работника на год, обещав ему дать 12 рублей и кафтан. Но тот по случаю, проработав 7 месяцев, восхотел уйти и просил достойную плату с кафтаном. Ему дали по достоинству 5 рублей и кафтан. Какой цены был оный кафтан?

Дано:

Полная заработная плата за год: 12 рублей и кафтан

Работник проработал 7 месяцев

За работу за 7 месяцев работник получил 5 рублей и кафтан.

Найти: кафтан - ?

Решение:

За год работник должен был получить 12 рублей и кафтан, т. е. за каждый проработанный месяц ему должны начислять 1 рубль и $\frac{1}{12}$ стоимости кафтана. За проработанные 7 месяцев работник должен был бы получить 7 рублей и $\frac{7}{12}$ стоимости кафтана, а получил 5 рублей и кафтан. Следовательно, $\frac{5}{12}$ стоимости кафтана соответствуют 2 рублям.

Следовательно, цена кафтана была 2: $\frac{5}{12} = \frac{2 \cdot 12}{5} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$ (рубля).

Ответ: $4\frac{4}{5}$ рубля.

Задача 2 (Дорогой конь). Некто продавал коня и просил за него 1000 рублей. Купец сказал, что за коня запрошена слишком большая цена. «Хорошо, - ответил продавец, - если ты говоришь, что конь дорого стоит, то возьми себе его даром, а заплати только за одни гвозди в его подковах. А гвоздей во всякой подкове по 6 штук. И будешь ты мне за них платить таким образом: за первый гвоздь полушку, за второй гвоздь заплатишь две полушки, за третий гвоздь - четыре полушки, и так далее за все гвозди: за каждую в два раза больше, чем за предыдущий». Купец же, думал, что заплатит намного меньше, чем 1000 рублей, согласился. Проторговался ли купец, и если да, то на сколько?

Дано: В каждой подкове 6 гвоздей.

Всего подков: 4

Общее количество гвоздей: 24.

Плата за гвозди:

1-й гвоздь: 0.5 копейки (полушка),

2-й гвоздь: 11 копейка,

3-й гвоздь: 22 копейки (каждый следующий в 2 раза дороже).

Найти:

$S_{24} =$? На сколько эта сумма превышает 1000 рублей (если превышает).

Решение:

1 полушка=0,25 копеек

Рассмотрим геометрическую прогрессию $b_1 = 0{,}25$; $q = 2$; $S_{24} =$?

$$S_{24} = \frac{0{,}25(2^{24} - 1)}{2 - 1} = 4194303{,}75 \text{ коп} \approx 42000 \text{ руб.}$$

Значит, купец переплатил 42000 руб.

Ответ: да, купец переплатил 42000 руб.

Опираясь на данные исторические задачи, можно составлять свои задачи для того, чтобы ученики развивали воображение, а также связывали данные задачи с жизнью, видели межпредметные связи. К примеру, рассмотрим задачу, связанную со строительством:

Задача 3. «При строительстве пирамиды каждый следующий ряд камней содержал на 5 камней меньше предыдущего. В основании было 100 камней. Сколько камней потребовалось для 20 рядов?»

Дано: количество камней в первом (нижнем) ряду: $a_1 = 100$;

каждый следующий ряд содержит на 5 камней меньше предыдущего: $d = -5$;

общее количество рядов: $n = 20$.

Найти: общее количество камней, потребовавшихся для постройки 20 рядов пирамиды: S_{20}

Решение:

Используем формулу суммы арифметической прогрессии:

$$S_{20} = \frac{2 \cdot 100 + (20-1) \cdot (-5)}{2} \cdot 20 = 1150 \text{ камней}$$

Ответ: 1150 камней.

Задача 4. Вавилонский ростовщик давал деньги в долг под 20% годовых. Если ремесленник взял в долг 50 сиклей серебра, сколько он должен вернуть через 3 года?

Дано:начальная сумма долга: 50 сиклей серебра;

годовая процентная ставка: 20%;

срок кредита: 3 года.

Найти: сумму, которую ремесленник должен вернуть через 3 года (S).

Решение:

Используем формулу сложных процентов:

$S = 50 \cdot (1 + 0{,}2)^3 = 86{,}4$ сиклей

Ответ: 86,4 сиклей.

Решая задачу о вавилонском ростовщике, учащиеся погружаются в атмосферу древнего мира, где уже существовали сложные финансовые отношения. Они учатся не просто механически применять формулы, а понимать суть процентных вычислений, видеть их практическую значимость. Работая с реальными историческими ситуациями, школьники развивают экономическое мышление и учатся планировать финансовые операции.

Внедрение данного методического подхода в практику преподавания способствует решению одной из ключевых задач современного образования – формированию у школьников не только прочных предметных знаний, но и устойчивой внутренней мотивации к изучению математики. Перспективой дальнейшей работы может стать разработка и систематизация комплекса историко-ориентированных заданий для различных разделов школьного курса алгебры, направленных на достижение личностных и образовательных результатов в соответствии с требованиями ФГОС.

Литература

1. Глейзер Г. И. История математики в школе, VII–VIII классы. – М.: Просвещение, 1982. – 54-58 с.
2. Олехник С.Н., Нестеренко Ю. В., Потапов М. К. Старинные занимательные задачи. – М.: Наука, 1988. – 19 с.
3. Перельман Я. И. Живая математика. – М.: Наука, 1967. – 159 с.
4. Перельман Я. И. Занимательная алгебра. – М.: ТРИАДА-ЛИТЕРА, 1994. – 170-180 с.
5. Перельман Я. И. Занимательная арифметика. – М.: Русанова, 1994. – 205 с.

A MODERN APPROACH TO TEACHING THE TOPIC «PROGRESSIONS» IN ALGEBRA LESSONS USING HISTORICAL EXAMPLES

Glazkova Victoria Igorevna

Abstract. the article examines the methodology of teaching the topic «Arithmetic and geometric progressions» in the school algebra course by integrating historical and mathematical material. An analysis of the potential of

historical problems for the formation of cognitive interest and a deep understanding of the essence of progressions is presented.

Keywords: *arithmetic progression, geometric progression, historical and mathematical approach, algebra teaching methodology, cognitive interest, historical problem*.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ КРАЕВЕДЧЕСКОЙ И ПАТРИОТИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 7-9 КЛАССАХ

Гусева Марина Константиновна,
учитель математики
e-mail: marina_konstantinovna1407@mail.ru
ГБОУ «СШ №1 г.о. Горловка», г. Горловка, РФ

Аннотация. В данной статье рассматриваются методические аспекты применения краеведческих и патриотических текстовых задач на уроках математики в 7-9 классах с акцентом на специфику Донецкой области (Донбасса) как региона с богатым индустриальным и историческим наследием.

Ключевые слова: *текстовые задачи, краеведческие и патриотические задачи, уроки математики, патриотизм, воспитание.*

Интеграция содержания, отражающего региональную специфику (краеведение) и гражданско-патриотическую тематику, в преподавание точных дисциплин является актуальным направлением модернизации школьного образования. Математика, несмотря на свою формальную структуру, обладает значительным потенциалом для включения такого контекста. Решение текстовых задач, связанных с историей, географией, экономикой и культурой родного региона, способствует не только углублению предметных знаний, но и формированию ценностных ориентаций, мотивации к обучению и развитию гражданской идентичности школьников. Как отмечает Е.Ю. Чудина, уроки математики, наполненные патриотическим содержанием, оказывают существенное влияние на развитие математического мышления обучающихся, а также способствуют воспитанию чувства гордости за свою Родину, за героев, приближавших победу [3].

Целесообразность использования краеведческих и патриотических текстовых задач на уроках математики способствует повышению мотивации (связь учебного материала с реалиями значительно повышает интерес обучающихся к решению абстрактных математических задач), формированию системы знаний (контекст помогает обучающимся увидеть прикладное значение математических понятий, способствуя формированию целостной картины мира) и патриотическому воспитанию (эффективному формированию уважения к малой родине и ее вкладу в общенациональное развитие).

Однако, несмотря на декларируемую важность воспитательной составляющей, на сегодняшний день существует «недостаточное количество дидактических материалов специфического характера для 7-9 классов, направленных на организацию учебной деятельности по математике для воспитания патриотизма у обучающихся» [2, с. 77]. Недостаток специфических материалов приводит к тому, что учитель вынужден либо использовать стандартные, оторванные от жизни задачи, теряя возможность воспитательного воздействия; либо тратить значительное время на самостоятельную разработку, проверку и адаптацию контекста, что снижает эффективность урока. В результате воспитательный компонент остается неуправляемым и несистематизированным.

Учитывая вышесказанное, рассмотрим применение краеведческих и патриотических задач на уроках математики в 7-9 классах. Согласно Е.И. Скафы для структурирования работы на уроках математики предлагается следующая классификация задач:

– *математическая задача* (основная цель которой заключается в отработке конкретного математического навыка, например, решение уравнения, вычисление площади, расчёт вероятности и т.п.);

– *учебно-познавательная задача* (помимо математических вычислений, требует от обучающегося поиска дополнительной информации, связанной с краеведческим контекстом, например, поиск данных о высоте объекта, дате события, что развивает навыки исследовательской работы);

– *контекстная задача* (основной упор делается на анализ сложной реальной ситуации, где математический аппарат используется как инструмент для принятия решения или глубокого понимания социального/исторического процесса) [1].

Методика применения краеведческих и патриотических задач зависит от предметной области (алгебра, геометрия, вероятность и статистика), типа решаемых задач и уровня сложности материала. Например, алгебра отлично подходит для решения задач, связанных с экономическими, производственными и демографическими аспектами региона; геометрия идеально подходит для изучения архитектуры, ландшафта и фортификационных сооружений региона; вероятность и статистика наиболее полно раскрывает социальную и экономическую составляющие краеведения и патриотизма, позволяя работать с реальными данными.

На уроках алгебры будет целесообразным применение следующих задач:

7 класс. Тема «Система линейных уравнений с двумя неизвестными».

Задача №1. Две крупные магистрали, проспект Ильича и улица Артема, были объединены для прокладки нового коммуникационного кабеля. Суммарная длина этих двух участков составляет 15 км. Известно, что длина проспекта Ильича на 3 км меньше, чем длина улицы Артема. Составьте систему линейных уравнений и определите длину каждого участка дороги.

8 класс. Тема «Неравенства».

Задача №2. Высота террикона и время Высота террикона в Донецке увеличивается на 3 метра за каждую неделю. В начале месяца высота была 25 метров. Запишите неравенство, выражающее условие, что через 4 недели высота не превышает 50 метров. Решите неравенство.

9 класс. Тема «Арифметическая прогрессия».

Задача №3. В 1980 году шахта «Засядько» перешла на новый, более продуктивный план добычи угля. В первый год (1980 г.) план составлял 1200 тысяч тонн. Руководство поставило цель ежегодно увеличивать плановую добычу на 50 тысяч тонн по сравнению с предыдущим годом.

а) Составьте формулу a_n, описывающую плановую добычу n-й год работы по этому плану (где n=1 соответствует 1980 году).

б) Рассчитайте, какой плановый объем добычи был намечен на 1995 год (т. е. на n=16).

в) Найдите, сколько всего угля было добыто суммарно за первые 10 лет действия этого плана (с 1980 по 1989 гг.).

На уроках геометрии мы предлагаем применение следующих задач:

7 класс. Тема «Признаки равенства треугольников».

Задача №4. На улице Пушкина в Донецке установлен памятник. Его основание – равнобедренный треугольник, стороны которого равны, а основание – 10 м. Если два треугольника, образованные линиями основания и высотой памятника, равны по признакам равенства, то какие признаки можно применить, чтобы доказать равенство этих треугольников? Почему важно сохранять память о великих личностях?

8 класс. Тема «Теорема Пифагора».

Задача №5. На улице Пушкина в Донецке стоит памятник Александру Пушкину. Расстояние от места, где стоит памятник, до пересечения улицы с проспектом составляет 30 м, а высота памятника – 12 м. Если человек стоит на другом конце улицы, образуя с памятником прямой угол, то каково расстояние между человеком и памятником?

9 класс. Тема «Метод координат. Уравнение прямой».

Задача №6. На карте местности, представленной в прямоугольной системе координат, расположены три ключевых объекта: склад A (2;5), Штаб B (–3;1) и Пункт связи C (7; –1).

а) Рассчитайте расстояние в условных единицах между Штабом и Складом.

б) Определите, находится ли Пункт связи C на прямой, проходящей через точки A и B (Если нет, рассчитайте расстояние от C до этой прямой). Сделайте вывод о взаимном расположении объектов относительно транспортной магистрали AB.

На уроках вероятности и статистики будет целесообразно применение следующих задач:

7 класс. Тема «Описательная статистика».

Задача №7. На заводе машиностроения в Горловке был проведён опрос о стаже работы среди 9 сотрудников, являющихся представителями рабочих династий. Стаж (в годах): 5, 35, 12, 35, 25, 18, 40, 35, 10.

а) Определите средний стаж работы этих сотрудников.

б) Найдите медиану и моду стажа.

в) Какое число (среднее, медиана или мода) наиболее точно отражает типичный стаж работника в этой группе, учитывая наличие повторяющихся значений?

8 класс. Тема «Дисперсия».

Задача №8. На заводе по производству компонентов для высокотехнологичной техники работают две сборочные линии: линия А (старая) и линия Б (новая, автоматизированная). За 5 часов работы были зафиксированы отклонения в миллиметрах от номинального размера детали: Линия А: 2; –1; 3; 0; –2 мм. Линия Б: 1; 0; –1; 0; 0 мм.

Определите дисперсию для каждой линии. Сделайте вывод о том, какая линия обеспечивает более стабильное качество продукции, основываясь на показателе разброса данных.

9 класс. Тема «Перестановки и сочетания».

Задача №9. В честь Дня Победы необходимо сформировать почетный караул из 5 человек, которые будут нести знамена первой, второй и третьей рот (три разных знамени). В отряде есть 10 добровольцев, прошедших специальную подготовку.

а) Сколькими способами можно выбрать 5 человек из 10 для несения караула (используется формула сочетаний)?

б) Сколькими способами можно распределить три разных знамени между выбранными пятью караульными (используется формула размещений или перестановок с учётом выбора)?

в) Если бы все 10 добровольцев были одинаково достойны, но знамя было бы только одно, сколькими способами можно было бы выбрать знаменосца из 10 человек (используется формула перестановок)?

Для успешного внедрения текстовых задач краеведческой и патриотической направленности на уроках математики в 7-9 классах необходимо соблюдать следующие методические принципы:

– *принцип достоверности и уместности*: краеведческий материал должен быть исторически и географически точным. Использование устаревших или недостоверных данных приводит к обратному эффекту;

– *принцип соразмерности*: математическая сложность задачи должна преобладать над сложностью контекста. Краеведческая информация должна служить мостиком, а не препятствием в решении;

– *принцип эмоциональной нейтральности*: при отработке базовых навыков в математической задаче патриотический контекст должен быть простым и позитивным. Сложные, травмирующие исторические события лучше подходят для контекстных задач высокого уровня в старших классах, где требуется глубокий анализ и обсуждение, а не просто подсчёт;

– *использование цифровых ресурсов*: целесообразно использовать цифровые карты, базы данных (например, Росстат, региональные архивы), что позволяет собирать данные в режиме реального времени, делая задачу более живой и аутентичной.

Таким образом, использование текстовых задач краеведческой и патриотической направленности на уроках математики в 7-9 классах является мощным дидактическим средством, способствующим повышению мотивации и формированию гражданственности. Методика их применения должна быть чётко разделена по типам и предметным областям (алгебра, геометрия, вероятность и статистика), чтобы соответствовать дидактическим задачам урока. В контексте Донецкой области задачи, основанные на индустриальном наследии, восстановлении и истории региона, позволяют эффективно связать абстрактную математику с реалиями жизни ученика, превращая обучение в осмысленный и ценностно-ориентированный процесс.

Литература

1. Скафа, Е.И. Методика обучения математике : эвристический подход. Общая методика: учебное пособие / Е.И Скафа. – 2-е изд. – Москва : Директмедиа, 2022. – 441 с.

2. Скафа, Е.И. Формирование патриотизма у обучающихся на уроках математики: диагностический этап / Е.И. Скафа, И.В. Шевелева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – № 1(65). – С. 75-84. – DOI 10.24412/2079-9152-2025-65-75-84. – EDN OITJBG.

3. Чудина, Е.Ю. Патриотизм в обучении математике / Е.Ю. Чудина, В. Д. Шатохина // Эвристическое обучение математике : Сборник трудов VII Международной научно-методической конференции, Донецк, 19–21 декабря 2024 года. – Донецк: Донецкий национальный университет, 2024. – С. 373-378. – EDN YPWXSL.

THE USE OF LOCAL HISTORY AND PATRIOTIC TEXT PROBLEMS IN MATHEMATICS LESSONS IN GRADES 7-9

Guseva Marina Konstantinovna

Abstract. This article examines the methodological aspects of the application of local history and patriotic text tasks in mathematics lessons in grades 7-9, with an emphasis on the specifics of the Donetsk region (Donbass). as a region with a rich industrial and historical heritage.

Keywords: *text tasks, local history and patriotic tasks, mathematics lessons, patriotism, education.*

СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС КАК ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ПРИЕМ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Деза Елена Ивановна
доктор педагогических наук, профессор
e-mail: elena.deza@gmail.com
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва, РФ

Аннотация: в статье рассмотрены вопросы использования в обучении математике школьников и студентов содержательного переноса. Рассмотрено понятие содержательного переноса как сдвиг классического математического объекта на другое содержательное поле. Выделены методические возможности рассматриваемого приема. Проведен анализ видов содержательного переноса. Приведены примеры.

Ключевые слова: *обучение математике, знаниевый остов, энциклопедический подход, содержательный перенос, делимость, метрика, производная.*

Постановка проблемы. Понятие содержательного переноса. Стремительный темп современной жизни, непрерывные изменения реалий цифрового мира неизбежно влекут за собой изменения в требованиях, предъявляемых государством и обществом к образовательной системе и образовательному процессу.

Рассмотрим некоторые аспекты проблематики, важные с точки зрения нашего исследования.

Во-первых, постоянно растущий объем информации требует пересмотра содержания образования. В этой связи мы предлагаем использовать в качестве рабочего инструмента *интегративный (энциклопедический) подход*, основанный на выделении в содержании основополагающих, базовых объектов, способных сформировать *знаниевый остов* обучающихся, на базе которого освоение всего необходимого объема информации будет реализовано быстрее, осознаннее и самостоятельнее. В математике к таким системообразующим объектам следует отнести понятия алгоритма, числа, метрики (расстояния), производной и др. [1]

Во-вторых, настоятельная необходимость формирования современного индивида как активной, творческой, способной совершенствоваться в течении всей жизни личности обуславливает поиск соответствующих методов и средств воспитания и обучения. Одним из частичных решений этой глобальной задачи может служить методический прием использования в обучении математике содержательного сдвига. Речь идет о рассмотрении того или иного раздела математики, системы соответствующих понятий, утверждений и методов в условиях, отличных от стандартных, классических. Другими словами, в условиях переноса тематики на другое содержательное поле. При удачном выборе такой перенос, обеспечивая выход из стандартной плоскости рассмотрения вопроса, «взгляд сверху», «стереоскопическое восприятие» тематики, может способствовать решению целого ряда методических задач. Мы выделяем среди них следующие:

- осмысление, закрепление, систематизация знаний, полученных при изучении классической проблематики;
- осознание единства и красоты математики, ее внутренней гармонии, создание стереоскопической картины математической науки;
- формирование способности видеть и сознательно использовать в обучении, профессиональной и практической деятельности знаниевый остов, на котором держится знание математической науки;
- получение опыта нестандартного использования математических объектов, навыков самостоятельной исследовательской работы в ситуации неопределенности, осознание возможности самостоятельного применения собственных знаний для получения новых результатов, формирование исследовательской свободы и исследовательской смелости.

При этом смысловой перенос может осуществляться на базе следующих мыслительных приемов и их комбинаций.

- Обобщение (например, делимость в кольце целых рациональных чисел и делимость в кольцах алгебраических целых чисел).
- Нестандартная конкретизация (например, арифметическая прогрессия как знаковый пример числовой последовательности и

арифметическая прогрессия как основа построения многоугольных чисел), в том числе в рамках неожиданных приложений (например, делимость в Z и булева алгебра, построенная на базе делителей фиксированного бесквадратного натурального числа).

- Видовое различие при родовом сходстве (например, классическая евклидова метрика n-мерного арифметического пространства является лишь одним из возможных способов введения метрики на R^n; в численном анализе активно используются также чебышевская метрика, и метрика городского квартала; при этом все рассмотренные метрики являются частными примерами общего понятия метрики и метрического пространства);
- Аналогия (например, производная и первообразная в классическом дифференциальном и интегральном исчислении и разделенные разности в дискретной математике).

Примеры. Рассмотрим более подробно уже приведенные и другие примеры.

Теория делимости. Классическая теория делимости, систематическое изучение которой начинается в основной школе, построена для кольца целых рациональных чисел. Именно на этом числовом множестве школьники и студенты знакомятся с понятием делителя, простого числа, НОД и НОК, взаимно-простых чисел, учатся пользоваться алгоритмом Евклида – одним из самых старых и самых известных алгоритмов в истории цивилизации. При этом естественным обобщением является теория делимости в кольцах целых алгебраических чисел и, далее, в кольцах многочленов. Для школьников вполне доступно знакомство с теорией делимости в кольце целых Гауссовых чисел. Конечно, для этого придется приложить существенные усилия. А вот построение минитеории делимости на множестве четных целых рациональных чисел несложно [2]. Тем не менее, эта простейшая модель позволит продемонстрировать перенос всех основных классических утверждений в нестандартную среду. Как и в классическом случае, будем говорить, что четное целое число b делит четное целое число a, если существует четное целое число c, такое что a=bc. В этом случае простыми являются элементы, не имеющие ни одного делителя. Легко найти множество всех простых элементов, оно состоит из удвоенных нечетных чисел. При таком подходе несложно доказать, что далеко не всегда разложение на простые множители однозначно, как в классическом случае. Так, $100 = 10 \times 10 = 2 \times 50$. Просто. Красиво. Полезно.

Теория метрических пространств. Понятие метрики и расстояния является одним из краеугольных не только в математике, но и в человеческой культуре в целом. С простейшими метрическими структурами обучающиеся встречаются очень рано, рассматривая естественную метрику $d(x,y) = |x - y|$ сначала на множестве натуральных, затем – рациональных и целых, наконец, на множестве действительных чисел, то есть изучая метрическое пространство (R, d), где $d(x,y)$ - длина соединяющего точки x и y отрезка. В геометрии используется евклидова метрика - та же длина отрезка, только соединяющего две точки плоскости или пространства. Оба получающихся при этом метрических пространства (как, впрочем, и числовая прямая) являются частными случаями метрического пространства (R^n, d) $d(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2}$. Переход от $n=1, 2, 3$ к общему случаю, безусловно, важен и нужен, но сам по себе давно стал классическим, все эти структуры существенно используются в курсе высшей математики. Существенный содержательный перенос происходит при переходе к принципиально другим метрическим структурам. Если речь идет о числовой оси, то при переходе от естественной метрики к p-адической, обладающей принципиально другими свойствами (но остающейся легитимным средством измерения расстояний). Если говорить о пространстве R^n, то акценты существенно меняются при переходе к чебышевской метрике и метрике городского квартала, в общем случае, к любой l_p-метрике. Список можно продолжать, переходя, например, к функциональным пространствам, нормированным пространствам, другим структурам. Если речь идет о школьниках, то совсем нетрудно рассмотреть чебышевскую метрику на плоскости и в трехмерном пространстве. Впрочем, существует множество других, экзотических, способов измерения расстояния на плоскости (московская метрика, метрика лифта, метрика цветочного магазина, метрика французского метро и др.), которые вполне доступны в рамках первого знакомства.

Дифференциальное и интегральное исчисление. Понятие производной и первообразной являются центральными объектами дифференциального и интегрального исчисления, которое, в свою очередь, представляет собой существенную часть одного из самых востребованных разделов классической математической науки – математического анализа. Трудно переоценить значение данных понятий, как для фундаментальной математики, так и для всевозможных приложений. Значительное место темы «Производная» и «Интеграл» занимают и в школьном курсе математики. Это означает, что студенты-математики, особенно студенты педагогических вузов, будущие учителя математики, должны не только хорошо владеть материалом, но и уметь доступно передать свои знания ученикам. Для повышения эффективности усвоения основных фактов, утверждений, приемов дифференциального и интегрального исчисления методически целесообразно использовать эвристический прием рассмотрения аналогов изучаемых математических объектов. Таким аналогом может служить понятие разделенной разности, существенно используемое в дискретной математике (и других разделах математической науки), в частности, при решении задачи нахождения конечных сумм [3]. Уже простое сравнение определений производной и конечной разности () позволяет говорить о наличии некоторой аналогии:

$$f'(x) = lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \Delta F(x) = F(x+1) - F(x).$$

Более существенные связи становятся видны при сравнении формулы Лейбница и формулы телескопического суммирования:

$$\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b),\ \ F'(x) = f(x),$$

$$\sum\nolimits_a^b f(x) = F(x+1) - F(x), \Delta F(x) = f(x).$$

Безусловно, эти аналогии не являются случайными, и дальнейший анализ позволит найти множество других, глубинных связей между двумя объектами, один из которых – детище классической, а другой – в первую очередь современной математики. Оба оператора являются сегодня крайне востребованными и в фундаментальной науке, и в приложениях. Демонстрация обучающимся имеющихся между ними связей – задача крайне полезная и благодарная.

Добавим к уже сказанному еще одну, достаточно экзотическую, возможность. В последнее время появились статьи, посвященные так называемой арифметической производной, то есть числового оператора на множестве натуральных (в общем случае, рациональных) чисел, обладающего свойствами, аналогичными свойствам обыкновенной производной. Определяя производную простого числа как единицу и сохраняя правило «производная произведения» (но жертвуя правилом «производная суммы»), мы можем построить содержательную теорию. Она имеет много общего с классическим случаем. Заметим, что данные вопросы естественным образом связаны как с теорией чисел (простые числа, разложение на простые множители, делители и др.), так и с дискретной математикой (бином Ньютона). Поле для творческой работы обширно и ждет своего исследователя.

В заключение заметим, что все представленные и многие другие примеры были апробированы автором в ходе многолетней работы со студентами ИМИ МПГУ, то есть с будущими учителями математики и информатики. Однако большинство предложенных моделей могут быть полностью или частично востребованы и в работе со школьниками. С другой стороны, при обучении студентов-математиков классических университетов рассматривать подобные примеры содержательных сдвигов не только можно, но и совершенно необходимо. Без такого опыта профессиональному ученому-математику просто не состояться.

Литература

1. Деза Е.И. Вопросы фундаментализации предметной подготовки учителя математики // Наука и школа. – 2021. – № 6. – С. 115-124.
2. Деза Е.И., Котова Л.В. Сборник задач по теории чисел. – М.: URSS, 2025.
3. Деза Е.И., Модель Д.Л. Основы дискретной математики. – М.: URSS, 2024.

CONTENT TRANSFER AS A HEURISTIC TECHNIQUE IN TEACHING OF MATHEMATICS

Deza Elena Ivanovna

Abstract. The article discusses the use of content transfer in teaching of mathematics to schoolchildren and students. The concept of content transfer is considered as a shift of a classical mathematical object to another content field. Methodological capabilities of the considered technique are highlighted. The analysis of the types of content transfer are carried out. Examples are given.

Keywords: *teaching of mathematics, knowledge skeleton, encyclopedic approach, content transfer, divisibility, metric, derivative.*

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА В МАТЕМАТИКЕ: НЕСТАНДАРТНЫЕ ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ

Егорова Софья Сергеевна
студент,
e-mail: ss_egorova@student.mpgu.edu
Фирстова Наталья Игоревна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: ni.firstova@mpgu.su
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва, РФ

Аннотация: в статье предлагаются к рассмотрению приемы, направленные на определенные типы иррациональных неравенств, которые улучшат понимание данной темы и поспособствуют развитию умений решать задачи рациональным способом.

Ключевые слова: *иррациональные неравенства, приемы решения, равносильные переходы, решение неравенств, решение уравнений.*

Иррациональные неравенства представляют собой одну из наиболее сложных тем в школьной программе. Несмотря на значимость данной темы, на изучение отводится недостаточно времени, что затрудняет полное усвоение темы; это может привести к тому, что учащиеся столкнутся с трудностями при решении более сложных неравенств. Поэтому важно развивать умения работы с различными приемами, чтобы сформировать возможность решать задачи рациональными способами.

Иррациональными называют уравнения, в которых переменная содержится под знаком радикала или под знаком возведения в рациональную степень. Решая иррациональные уравнения равносильными переходами, его заменяют на систему и (или) совокупность более простых уравнений. Аналогично осуществляется и решение неравенств. Рассмотрим основные типы иррациональных неравенств и равносильные переходы, применяемые при их решении:

1) $\sqrt{f} > g \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g \geq 0 \\ f > g^2 \end{cases} \\ \begin{cases} g < 0 \\ f \geq 0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left(\text{или } \sqrt{f} \geq g \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g \geq 0 \\ f \geq g^2 \end{cases} \\ \begin{cases} g < 0 \\ f \geq 0 \end{cases} \end{array}\right.\right)$

2) $\sqrt{f} < g \Leftrightarrow \begin{cases} f \geq 0 \\ g > 0 \\ f < g^2 \end{cases}$ $\left(\text{или } \sqrt{f} \leq g \Leftrightarrow \begin{cases} f \geq 0 \\ g \geq 0 \\ f \leq g^2 \end{cases}\right)$

3) $\sqrt{f} > \sqrt{g} \Leftrightarrow \begin{cases} g \geq 0 \\ f > g \end{cases}$ $\left(\text{или } \sqrt{f} \geq \sqrt{g} \Leftrightarrow \begin{cases} g \geq 0 \\ f \geq g \end{cases}\right)$

К основным способам решения иррациональных уравнений и (или) неравенств относят возведение обеих частей уравнения и (или) неравенства в одну и ту же степень. Однако, наряду с этим традиционным подходом, встречаются и более эффективные способы, позволяющие упростить ход решения задачи. Рассмотрим такие способы, как применение тригонометрической подстановки, выделение полного квадрата из выражения и использование сопряженных выражений (например, для домножения числителя и знаменателя дроби на выражение, сопряженное знаменателю).

Задание 1. Решить неравенство:

$$\sqrt{\frac{1+2x\sqrt{1-x^2}}{2}} + 2x^2 \leq 1$$

Так как $1-x^2 \geq 0$, т.е. $-1 \leq x \leq 1$, введём замену: $x = \sin\alpha$, $\alpha \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$\sqrt{\frac{1+2\sin\alpha\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{2}} \leq 1-2\sin^2\alpha$$

Воспользуемся формулами косинуса двойного аргумента ($cos\, 2\alpha = 1-2\sin^2\alpha$) и следствием основного тригонометрического тождества ($\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha$), получим:

$$\sqrt{\frac{1+2\sin\alpha\,|cos\,\alpha|}{2}} \leq \cos 2\alpha$$

Так как $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, то $cos\,\alpha \geq 0$, значит

$$\sqrt{\frac{1+2\sin\alpha\,cos\,\alpha}{2}} \leq \cos 2\alpha$$

Возведем обе части неравенства в квадрат и перейдем к системе, равносильной данному неравенству:

$$\begin{cases} \dfrac{1+2\sin\alpha\,cos\,\alpha}{2} \geq 0 \\ \cos 2\alpha \geq 0 \\ 1+2\sin\alpha\cos\alpha \leq 2\cos^2 2\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2\alpha \geq 0 \\ 1+2\sin\alpha\cos\alpha \leq 2\cos^2 2\alpha \end{cases} \quad (*)$$

Решим отдельно второе неравенство системы:

$$1+2\sin\alpha\cos\alpha \leq 2\cos^2 2\alpha$$

В левой части применим формулу синуса двойного аргумента ($\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$), а в правой части основное тригонометрическое тождество ($\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$)

$1+\sin 2\alpha \leq 2(1-\sin^2 2\alpha)$;

$2\sin^2 2\alpha + \sin 2\alpha - 1 \leq 0$

$(\sin 2\alpha+1)(2\sin 2\alpha-1) \leq 0$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha \leq \dfrac{1}{2} \\ \sin 2\alpha \geq -1 \end{cases}$$

Вернемся к системе (*) и добавим в эту систему ограничение на α

$$\begin{cases} \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \\ \cos 2\alpha \geq 0 \\ \sin 2\alpha \leq \frac{1}{2} \\ \sin 2\alpha \geq -1 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2\alpha \in [-\pi;\pi] \\ \cos 2\alpha \geq 0 \\ \sin 2\alpha \leq \frac{1}{2} \\ \sin 2\alpha \geq -1 \end{cases};$$

$2\alpha \in \left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{6}\right]$

$\alpha \in \left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{12}\right]$

Получив решение для α, обратной заменой получаем решение для x:

$x \in \left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2};\sin\dfrac{\pi}{12}\right]$

Ответ: $\boldsymbol{x \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2};\sin\frac{\pi}{12}\right]}$

Заметим, что при решении того же неравенства алгебраическим способом, процесс будет более трудоемким.

Задание №2. Решить неравенство:

$\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} \leq 1$

Выделим полные квадраты под знаками корней:

$\sqrt{(x+1)-4\sqrt{x+1}+4} + \sqrt{(x+1)-2\sqrt{x+1}+1} \leq 1$

$\sqrt{\left(\sqrt{x+1}-2\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{x+1}-1\right)^2} \leq 1$

$\left|\sqrt{x+1}-2\right| + \left|\sqrt{x+1}-1\right| \leq 1$

Введем замену $t = \sqrt{x+1},\ t \geq 0$

$|t-2| + |t-1| \leq 1$, для решения этого неравенства воспользуемся геометрическим смыслом модуля. Сумма расстояний от точки t до точек 1 и 2 должно быть меньше или равно 1. Заметим, что расстояние между точками 1 и 2 равно 1. То есть, если брать точку внутри отрезка [1;2], то сумма расстояний всегда будет равна 1. Если же взять точку вне отрезка

[1;2], то сумма расстояний будет больше 1. Следовательно решение данного неравенства: $t \in [1;2]$.

Обратная замена:

$$\begin{cases} 1 \le \sqrt{x+1} \\ \sqrt{x+1} \le 2 \end{cases};$$

Решая эту систему, получим $x \in [0;3]$.

Ответ: $[\mathbf{0};\mathbf{3}]$.

При возведении обеих частей неравенства в квадрат решение сводится к рассмотрению выражения четвертой степени под знаком радикала, что будет являться более сложным способом решения.

Задание №3. Решить неравенство:

$$\frac{x+\sqrt{3}}{\sqrt{x}+\sqrt{x+\sqrt{3}}}+\frac{x-\sqrt{3}}{\sqrt{x}-\sqrt{x-\sqrt{3}}} \ge \sqrt{x}$$

Перед тем как выполнять преобразование, заметим, что знаменатели обеих дробей в левой части не обращаются в 0 ($\sqrt{x}+\sqrt{x+\sqrt{3}} > 0$ при любых x; $\sqrt{x}-\sqrt{x-\sqrt{3}} \ne 0 \leftrightarrow \sqrt{x} \ne \sqrt{x-\sqrt{3}} \leftrightarrow x \ne x-\sqrt{3} \leftrightarrow 0 \ne -\sqrt{3}$) Значит единственные ограничения в данном неравенстве, это: $x \ge \sqrt{3}$

Воспользовавшись основным свойством дроби, домножим дроби из левой части неравенства на выражения, сопряженные выражениям в знаменателе:

$$\frac{(x+\sqrt{3})(\sqrt{x}-\sqrt{x+\sqrt{3}})}{(\sqrt{x}+\sqrt{x+\sqrt{3}})(\sqrt{x}-\sqrt{x+\sqrt{3}})}+\frac{(x-\sqrt{3})(\sqrt{x}+\sqrt{x-\sqrt{3}})}{(\sqrt{x}+\sqrt{x-\sqrt{3}})(\sqrt{x}-\sqrt{x-\sqrt{3}})} \ge \sqrt{x}$$

$$\frac{(x+\sqrt{3})(\sqrt{x}-\sqrt{x+\sqrt{3}})}{x-x-\sqrt{3}}+\frac{(x-\sqrt{3})(\sqrt{x}+\sqrt{x-\sqrt{3}})}{x-x+\sqrt{3}} \ge \sqrt{x}$$

$$-(x+\sqrt{3})(\sqrt{x}-\sqrt{x+\sqrt{3}})+(x-\sqrt{3})(\sqrt{x}+\sqrt{x-\sqrt{3}}) \ge \sqrt{3x}$$

$$-(x+\sqrt{3})\sqrt{x}+(x+\sqrt{3})\sqrt{x+\sqrt{3}}+(x-\sqrt{3})\sqrt{x}+(x-\sqrt{3})\sqrt{x-\sqrt{3}} \ge \sqrt{3x}$$

Раскроем скобки в левой части неравенства:

$$-x\sqrt{x}-\sqrt{3x}+(x+\sqrt{3})\left(\sqrt{x+\sqrt{3}}\right)+x\sqrt{x}-\sqrt{3x}+(x-\sqrt{3})(\sqrt{x-\sqrt{3}}) \ge \sqrt{3x}$$

С учётом $(x+\sqrt{3})\sqrt{x+\sqrt{3}}=\left(\sqrt{x+\sqrt{3}}\right)^3$ и $(x-\sqrt{3})\sqrt{x-\sqrt{3}}=\left(\sqrt{x-\sqrt{3}}\right)^3$

Приведем подобные и получим:

$$\left(\sqrt{x+\sqrt{3}}\right)^3+\left(\sqrt{x-\sqrt{3}}\right)^3 \geq 3\sqrt{3x}$$

Возведем в квадрат обе части неравенства:

$$\left(x+\sqrt{3}\right)^3+\left(x-\sqrt{3}\right)^3+2\left(\sqrt{x+\sqrt{3}}\sqrt{x-\sqrt{3}}\right)^3 \geq 27x$$

После раскрытия скобок и приведения подобных получим: $2(x^2-3)^{\frac{3}{2}} \geq 9x-2x^3$; это неравенство равносильно системе:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 9x-2x^3<0 \\ x^2-3 \geq 0 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} 9x-2x^3 \geq 0 \\ 4(x^2-3)^3 \geq (9x-2x^3)^2 \end{cases} (2) \end{array}\right.$$

Решаем систему (1) и получаем $x \in (-\sqrt{4{,}5}; -\sqrt{3}] \cup (\sqrt{4{,}5}; +\infty)$;

Решаем систему (2) и получаем $x \in (-\infty; -\sqrt{4{,}5}] \cup [2; +\infty]$;

Объединяя эти промежутки получаем: $x \in \left[-\infty; -\sqrt{3}\right] \cup [2;\ +\infty)$. Учитывая ограничение: $x \geq \sqrt{3}$ получаем окончательный ответ:
$x \in [2;\ +\infty)$

Ответ: $x \in [2;\ +\infty)$.

Вывод: данные способы демонстрируют, что, хотя есть универсальные подходы к задаче, иногда более глубокое знание и понимание структуры уравнений и неравенств позволяют выявлять более эффективные решения.

Литература

1. Мерзляк, А.Г., Номировский, Д.А., Поляков, В.М. Алгебра и начала математического анализа: учебник для общеобразовательных организаций: углубленный уровень. – 10 класс. – М.: Просвещение, 2019. – 479 с.

2. Мордкович, А.Г., Семенов, П.В. Алгебра и начала математического анализа: учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень). В 2 ч. Ч. 1. – 6-е изд. – М.: Мнемозина, 2012. – 287 с.

3. Шахмейстер, А.Х. Иррациональные уравнения и неравенства: учебное пособие. – 3-е изд., испр. – М.: Издательство МЦНМО; СПб.: «Петроглиф», 2008. – 216 с.

IRRATIONAL INEQUALITIES IN MATHEMATICS: UNUSUAL SOLUTION TECHNIQUES

Egorova Sofya Sergeevna

Abstract: this article discusses techniques aimed at specific types of irrational inequalities that will increase understanding and contribute to the development of skills for solving math problems in a rational way.

Keywords: *irrational inequalities, solution techniques, equivalent transitions, solution of inequalities, solution of equations.*

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ НА ПЛОСКОСТИ РАЗНЫМИ СПОСОБАМИ

Иванов Сергей Александрович,
студент,
e-mail: sa_ivanov2@student.mpgu.edu
Фирстова Наталья Игоревна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: ni.firstova@mpgu.su
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва, РФ

Аннотация. Статья обосновывает необходимость целенаправленного развития вариативного мышления учащихся в процессе обучения геометрии. Предлагается методика, основаная на решении одной планиметрической задачи несколькими способами, что позволяет учитывать индивидуальные особенности восприятия и типы мышления обучающихся. Представлены три различных метода решения задачи о трапеции, которые иллюстрируют применение данного подхода. Практическое использование методики способствует формированию гибкости мышления, творческих способностей и повышению мотивации к изучению предмета. Методика рассматривается как инструмент реализации личностно-ориентированного подхода и гуманизации математического образования.

Ключевые слова: *методика обучения геометрии, вариативное мышление, планиметрия, решение задач разными способами, личностно-ориентированный подход.*

В современном обществе чрезвычайно востребованы стали умения поиска новых, иногда с первого взгляда неочевидных, путей выхода из какой-либо проблемы, сравнения возможных вариантов действий, анализа их последствий, умение принимать решение в условиях множественного выбора. Привычка и способности к широкому и многоплановому восприятию действительности открывают новые горизонты, как в профессиональной деятельности, так и в личном мировосприятии всякого человека. Определяются эти способности уровнем развития вариативного мышления.

Таким образом, актуальной методической задачей для современного учителя математики становится разработка и внедрение в практику таких приёмов работы, которые бы системно развивали вариативное мышление учащихся. В данной статье предлагается вариант методики, решающей эту задачу через целенаправленное обучение решению планиметрических задач разными способами. Исходя из этого, становится понятна огромная важность целенаправленного развития вариативных черт мышления. Особенно если учесть, как мало внимания обычно уделяется этому в школе, в том числе на уроках математики, где до сих пор, к сожалению, нередко безраздельно властвует и навязывается ученику единообразный образ мыслей и действия. Такая ситуация особенно «ударяет» по учащимся с ярко выраженными творческими способностями, у которых она подчас может полностью уничтожить интерес к математике. Часто учащиеся просто не знают, что изучаемые математические объекты часто допускают альтернативные интерпретации, позволяющие узнать много нового об их свойствах, выявить важные взаимосвязи и произвести обобщения. В силу этого многие задачи можно рассматривать с разных точек зрения, в частности, с опорой на наглядные образы, за счёт чего решения нередко становятся гораздо проще и интереснее.

Хочется отметить ещё один принципиальный момент. Известное явление межполушарной ассиметрии приводит к дифференциации типов мышления, в зависимости от преобладающего действия левого или правого полушарий головного мозга. Если на уроках математики, как это часто и бывает на практике, почти все задачи принято решать, используя только формально-логические (левополушарные) подходы, то у учащихся с отчётливо выраженным правополушарным мышлением могут возникать серьёзные проблемы. Демонстрация нескольких, в том числе визуальных, способов решения задач позволяет в значительной степени нейтрализовать эти трудности. Это не просто способ разнообразить урок, а нейрофизиологически и психологически оправданный приём для включения в работу всех учащихся, что является практической реализацией личностно-ориентированного подхода и гуманизации математического образования. Учащиеся овладевают разными подходами к решению задач, а в нужный момент могут выбрать наиболее близкий лично им в конкретной ситуации метод. Поэтому для успешного изучения геометрии необходимо не только знать формулы и теоремы, но и владеть различными методами решения задач. Научиться распознавать и использовать математические методы можно при рассмотрении различных решений одной и той же задачи. В качестве примера, рассмотрим одну задачу и ее различные решения.

Решение планиметрической задачи разными способами

Задача: В трапеции диагонали длиной 6 см и 8 см взаимно перпендикулярны. Найти длину средней линии трапеции.

Дано: $ABCD -$ трапеция, $AC = 6$ см, $BD = 8$ см, $AC \perp BD$

Найти: Среднюю линию

Решение:

Способ 1 (метод дополнительного построения (см. Таблицу 1)):

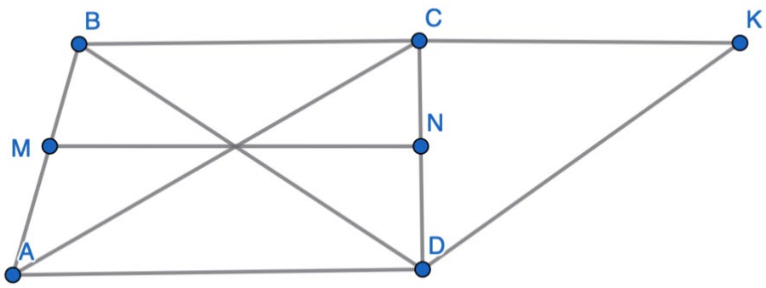


Рисунок 2. –Метод дополнительного построения

Таблица 1. – Метод дополнительного построения

	Утверждение	Обоснование
1	Продолжим BC за точку C и проводим $DK \parallel AC, DK \cap BC = K$ (см. Рисунок 1)	Условие, дополнительные построения
2	$ACKD -$ параллелограмм $\Longrightarrow DK = AC = 6$ см	Пункт 1, свойство параллелограмма, условие
3	$BD \perp DK \ \Longrightarrow \Delta BDK -$ прямоугольный	Условие, пункт 1, определение прямоугольного треугольника
4	$BK = \sqrt{BD^2 + DK^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$	Пункт 3, теорема Пифагора, вычисления
5	$BK = BC + CK = BC + AD$	Пункт 1, пункт 2
6	Средняя линия $MN = \frac{(AD+BC)}{2} = \frac{BK}{2} = 5$ $см$.	Пункт 4, пункт 5, свойство средней линии трапеции, вычисления

Способ 2 (метод подобия (см. Таблицу 2)):

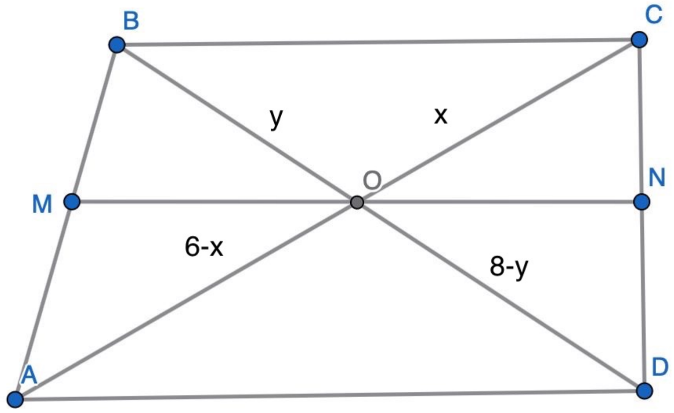


Рисунок 3. –Метод подобия

Таблица 2. – Метод подобия

	Утверждение	Обоснование
1	Пусть $OC = x, BO = y \Longrightarrow AO = 6 - x, DO = 8 - y$ (см. Рисунок 2)	
2	$\Delta BOC \sim \Delta AOD$	Первый признак подобия треугольников
3	$\frac{x}{(6-x)} = \frac{y}{(8-y)} \Longrightarrow y = \frac{4}{3}x$	Пункт 1, пункт 2, подстановка
4	В $\Delta BOC: BC = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{5}{3}x$	Пункт 1, пункт 3, теорема Пифагора, подстановка, преобразования
5	$\frac{BC}{AD} = \frac{OC}{AO} \Longrightarrow AD = \frac{5}{3}(6 - x)$	Пункт 2, пункт 4, подстановка, преобразования
6	Средняя линия MN: $MN = \frac{(AD+BC)}{2} = \frac{\frac{5}{3}(6-x)+\frac{5}{3}x}{2}$ $\Longrightarrow MN = \frac{10-\frac{5}{3}x+\frac{5}{3}x}{2} = 5$ см	Пункт 5, пункт 4, определение средней линии треугольника, вычисления

Способ 3 (применение признаков равенства треугольников (см. Таблицу 3)):

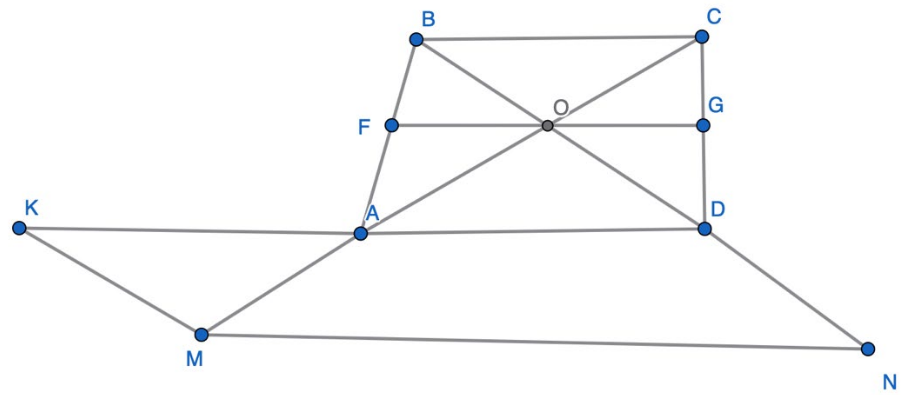


Рисунок 4. Применение признаков равенства треугольников

Таблица 3. Применение признаков равенства треугольников

	Утверждение	Обоснование
1	Продлеваем CA на AM = CO (O – точка пересечения диагоналей) (см. Рисунок 3)	Условие, дополнительное построение
2	Проводим $MN \parallel AD$ через $M, BD \cap MN = N$	Пункт 1, условие, дополнительное построение
3	ΔOMN – прямоугольный $\Rightarrow OM = 6$ см, $ON = 8$ см	Условие, пункт 1, пункт 2, определение прямоугольного треугольника
4	$MN = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ см	Пункт 3, теорема Пифагора, вычисления
5	Проводим $MK \parallel ND$, продолжаем AD до пересечения в K	Пункт 1, пункт 2, дополнительное построение
6	$\Delta MAK = \Delta BOC$	Пункт 5, первый признак равенства Δ
7	$MKDN$ – параллелограмм $\Rightarrow$ $DK = MN = 10$ см	Пункт 6, определение параллелограмма, пункт 4
8	$DK = AD + BC$ $\Rightarrow$ средняя линия $FG = \frac{(AD+BC)}{2} = 5$ см	Пункт 7, свойство средней линии трапеции, вычисления

Ответ: 5 см.

Представленная методика демонстрирует, что обучение решению геометрических задач разными способами не только развивает математические умения, но и способствует формированию вариативного мышления, творческого подхода и умения выбирать оптимальные стратегии. Это соответствует требованиям современного образования, ориентированного на развитие личности, и позволяет вовлечь в учебный процесс учащихся с разным типом мышления. Реализация такого подхода на практике способствует гуманизации математического образования и повышению интереса к предмету.

Литература

1. Василевский А. Е. Методы решения математических задач. – Минк: Народная асвета, 1969. – 254 с.
2. Готман Э. Г., Скопец З. А. Задача одна – решения разные. – М.: Просвещение, 1980. – 176 с.
3. Изаак Д. Ф. Поиски решения геометрической задачи // Математика в школе. – 1998. – № 6. – С. 34-38.
4. Литвиненко В. Н. Практикум по решению задач школьной математики (Геометрия). Выпуск IV. – М.: Просвещение, 1989. – 192 с.
5. Понарин Я. П. Задача одна – решений много // Математика в школе. – 1992. – № 1. – С. 15-19.

TEACHING METHODS FOR SOLVING GEOMETRY PROBLEMS ON A PLANE IN DIFFERENT WAYS

Ivanov Sergey

Abstract. The article substantiates the need for the purposeful development of students' variable thinking in the learning process of geometry. A methodology based on solving a single planimetric problem in several ways is proposed, which allows taking into account the individual characteristics of students' perception and types of thinking. Three different methods of solving the trapezoid problem are presented, which illustrate the application of this approach. The practical use of the methodology contributes to the formation of flexibility of thinking, creativity and increased motivation to study the subject. The methodology is considered as a tool for the implementation of a personality-oriented approach and the humanization of mathematical education.

Keywords: *geometry teaching methods, variable thinking, planimetry, solving problems in different ways, personality-oriented approach.*

ПРОВЕРКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ СРЕДСТВ МУЛЬТИМЕДИА

Игнатоля Елена Павловна,
учитель математики,
e-mail: elena-pavlova@bk.ru
ГБОУ «Средняя школа №59 г. о. Макеевка», г. Макеевка, РФ
Селякова Людмила Ивановна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: l.seliakova@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация. Описаны организация и проведение всех этапов педагогического эксперимента по проверке эффективности разработанной методической системы обучения геометрии в основной школе с применением средств мультимедиа; приведены результаты статистического анализа полученных экспериментальных данных, а также предложены выводы о влиянии указанной методической системы на уровень предметной подготовки обучающихся основной школы, на качество и структуру их учебной мотивации.

Ключевые слова: *обучение геометрии, средства мультимедиа, методическая система, педагогический эксперимент*.

В настоящее время наблюдается все большее увеличение влияния мультимедиатехнологий на человека. Мощный поток новой информации, рекламы, применение компьютерных технологий на телевидении, распространение игровых приставок, электронных игр, повсеместное использование искусственного интеллекта в быту, науке и образовании оказывают большое внимание на воспитание ребенка, на становление подростка и его восприятие окружающего мира. Существенно изменяется и характер любимой практической деятельности детей – игры, изменяются также любимые герои, и увлечения.

Средства мультимедиа позволяют делать уроки не похожими друг на друга. Эффективность применения компьютеров в процессе обучения обусловлена следующими факторами: разнообразие форм представления информации; высокая степень наглядности; возможность моделирования разнообразных процессов, ситуаций и экспериментов; возможность организации оперативного контроля и помощи со стороны учителя.

В результате проведенного исследования нами разработана методика обучения геометрии в основной школе с применением средств мультимедиа. Для проверки эффективности предложенной методики был проведен педагогический эксперимент в три этапа в течение 2024-2025 гг.

Первый этап эксперимента – констатирующий, направлен на выявление проблемы и отыскание направлений её решения. Второй этап эксперимента – формирующий, предусматривает внедрение разработанной методики, позволяющей решить проблему. Третий этап эксперимента – контрольный, при котором подводятся итоги предыдущего этапа, проводится анализ первичной и контрольной диагностик, что даёт проверку эффективности внедренной методики и фиксирует достижения всего исследования.

Целью педагогического эксперимента является проверка эффективности разработанной методики обучения геометрии в основной школе с применением средств мультимедиа.

Педагогический эксперимент проводился в государственном бюджетном образовательном учреждении «Средняя школа №59 городского округа Макеевка», в 2024-2025 гг. В нём участвовали обучающиеся 7-9 классов и учителя математики образовательного учреждения.

На первом констатирующем этапе были изучены научная литература по проблеме исследования, степень её разработанности, труды современных авторов, формировалось понимание и обоснование проблемы для поиска путей её решения. Нами проводились беседы с обучающимися и учителями математики, был изучен передовой педагогический опыт, организованы посещения уроков по геометрии, проводимых коллегами для обучающихся основной школы. Также проанализированы нормативные документы, методическое обеспечение обучения геометрии.Анализ литературы по проблеме исследования позволил определить, что применение средств мультимедиа при обучении геометрии имеет положительное влияние на учебную мотивацию обучающихся.

Анализ действующих государственных образовательных стандартов основного общего образования РФ, примерных программ основного общего образования по геометрии, учебников по геометрии, рекомендованных примерной образовательной программой, показал, что содержание обучения геометрии позволяет применение средств мультимедиа в обучении.

Проведенная работа привела нас к выводам о необходимости создания методической системы обучения геометрии в основной школе с применением средств мультимедиа для подготовкивыпускников основной школы, обладающих системой предметных знаний по геометрии, сформированными учебно-познавательными мотивами и, вследствие, – готовностью к решению возникающих проблем, самостоятельному поиску методов решения практических задач, оцениванию ситуации и принятию решений.

На втором этапе осуществлялся поиск теоретико-методической основы нашего исследования. Определение целей и содержания разработанной методической системы осуществлялось на основании анализа соответствующих документов: государственного образовательного стандарта, анализ примерной образовательной программы для основного общего образования и т.д. Изучение и описание основных организационных форм, методов и средств обучения позволили сформировать теоретико-методическую основу нашего исследования.

Поскольку целью любого педагогического эксперимента является эмпирическое подтверждение или опровержение справедливости теоретических результатов исследования, то главным в эксперименте выступает обоснование того, что предлагаемое педагогическое воздействие (методика обучения геометрии) более эффективно, чем традиционное. Для этого выделены экспериментальная группа (ЭГ) из трех классов 7А, 8А и 9А, в которой обучение планиметрии осуществлялось с применением разработанной авторской методики (экспериментальной), и контрольная группа (КГ) из трех классов 7Б, 8Б и 9Б – в ней обучение строилось без применения экспериментальной методики.

Различие эффектов педагогических воздействий будет обосновано, если две эти группы, первоначально совпадающие по своим характеристикам, различаются после реализации педагогических воздействий. Из этого следует, что необходимо провести два сравнения и показать, что при первом сравнении (до начала педагогического эксперимента) характеристики экспериментальной и контрольной группы совпадают, а при втором (после окончания эксперимента) – различаются.

Для того, чтобы проверить уровень обучения геометрии у обучающихся экспериментальной и контрольной групп до начала эксперимента, обучающимся этих классов был предложен входной контроль, состоящий из двух вариантов письменной контрольной работы.

Контрольная работа проводилась письменно в очной форме с установленным временем на выполнение – 45 минут, варианты которой представлены в приложении Е. Эту работу выполняли 155 человек (78 человек – в контрольной группе и 77 человек – в экспериментальной группе).

На втором формирующем этапе было реализовано внедрение методики обучения геометрии с применением информационно-коммуникационных технологий.

В период формирующего эксперимента посещались занятия по геометрии в обеих группах, где обучающиеся демонстрировали улучшение результатов обучения с течением времени. Это же и подтверждали слова учителей в ходе беседы о промежуточных успехах применения методики.

Отмечалось, что показатели высокого уровня обучения геометрии в экспериментальной группе больше, чем в контрольной группе, а показатели низкого уровня – меньше. Но говорить о совпадении или различии характеристик экспериментальной и контрольной групп можно лишь в чисто формальном, статистическом смысле, что и определило наступление следующего этапа.

Третий контрольный этап был посвящён повторной диагностике уровня обучения геометрии обучающихся, а также осмыслению и обобщению полученных результатов педагогического эксперимента.

Для проверки эффективности разработанной методики были выбраны два критерия: когнитивный и мотивационный. В качестве измерителей для когнитивного критерия были составлены варианты итоговой контрольной работы. Для определения учебной мотивации был выбран тест «Диагностика учебной мотивации» Н. Ц. Бадмаевой [1].

В конце 2024-2025 учебного года для обучающихся экспериментальной и контрольной групп был проведён контроль в виде итоговой контрольной работы по геометрии, состоящей из трех частей. Каждое задание первой части оценивались в 1 балл, второй и третьей частей – по 2 балла. Результаты контроля в экспериментальной и контрольной группах приведены на рис. 1, 2,3.

Сравнивая полученные результаты повторного контроля, действительно, видим улучшения в обеих группах, но при этом в экспериментальной группе количество обучающихся с низким уровнем обучения планиметрии стало меньше, чем в контрольной группе, а количество обучающихся с высоким уровнем – больше.

Рисунок 1 – Распределение доли количества обучающихся 7 класса в зависимости от результатов оценивания итоговой контрольной работы

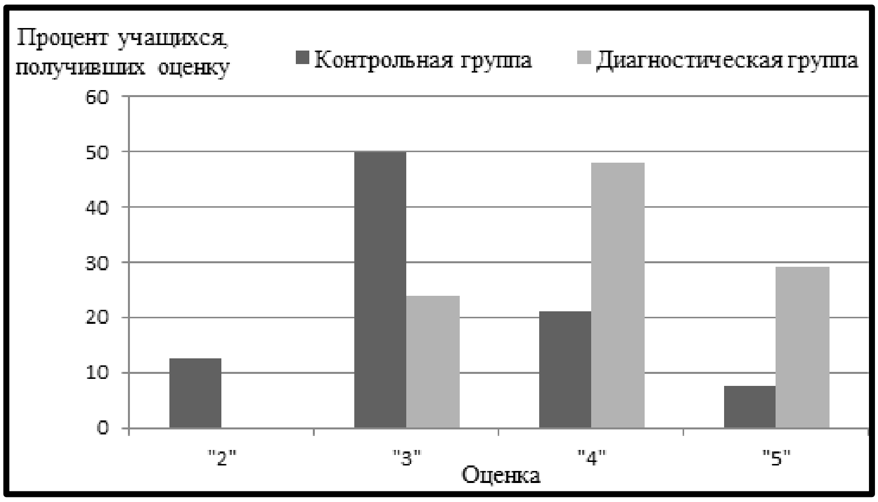


Рисунок 2 – Распределение доли количества обучающихся 8 класса в зависимости от результатов оценивания итоговой контрольной работы

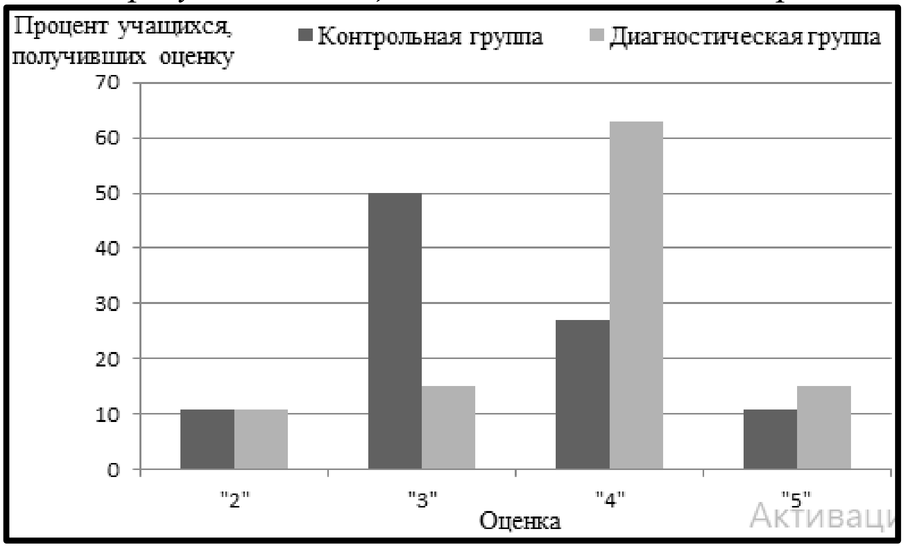


Рисунок 3 – Распределение доли количества обучающихся 9 класса в зависимости от результатов оценивания итоговой контрольной работы

Для того чтобы выяснить, являются ли различия между ЭГ и КГ случайными, будем использовать статистические методы, которые позволят на основании данных, полученных в результате эксперимента, принять обоснованное решение о таких различиях. Для этого выдвигаем статистические гипотезы:

– нулевая гипотеза H_0 – утверждение о том, что исследуемые выборки обучающихся (для ЭГ и КГ) взяты из генеральных совокупностей с одинаковым законом распределения по уровню обучения геометрии, а различие показателей в распределениях обучающихся по тем же уровням после окончания эксперимента является случайным;

– альтернативная гипотеза H_A – утверждение о том, что исследуемые выборки обучающихся (для ЭГ и КГ) взяты из генеральных совокупностей с разными законами распределения по уровням обучения геометрии, при этом различие показателей в распределениях обучающихся по тем же уровням после окончания эксперимента является не случайным.

С целью проверки гипотез использовался критерий χ^2 для случая, когда исследуемое свойство имеет два состояния: «успешное» или «неуспешное».

Значение статистики критерия вычисляем по формуле:

$$\chi^2_{эмп} = N \cdot M \cdot \sum_{i=1}^{L} \frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2}{n_i + m_i},$$

где, N, M – объемы выборки контрольных и экспериментальных классов;

n_k – число членов контрольной группы, получивших k-ый балл;

m_k – число членов экспериментальной группы, получивших k-ый балл, $k = 1, 2, \ldots, L$.

Исходя из результатов итоговой контрольной работы мы выделили четыре уровня знаний учащихся: «низкий», «средний», «достаточный» и высокий», то есть $L = 4$.

На основании обработки результатов диагностической и итоговой контрольной работ можно сделать сравнительный анализ данных. Это позволит дать более точную оценку эффективности данной методики, а также позволит сделать вывод о достоверности совпадений и различий полученных данных. Для данных, измеренных в порядковой шкале, целесообразно использование критерия «хи-квадрат Пирсона» [2].

Для 7-го класса $N = 24,\ M = 26, n_1 = 3, n_2 = 13, n_3 = 6, n_4 = = 3, m_1 = 1, m_2 = 4, m_3 = 12, m_4 = 9$. Тогда значение статистического критерия равно:

$$\chi^2_{эмп} = 25 \cdot 26 \cdot \left(\frac{\left(\frac{3}{25} - \frac{1}{26}\right)^2}{4} + \frac{\left(\frac{13}{25} - \frac{4}{26}\right)^2}{17} + \frac{\left(\frac{6}{25} - \frac{12}{26}\right)^2}{18} + \frac{\left(\frac{3}{25} - \frac{9}{26}\right)^2}{12} \right) \approx 10,75.$$

По таблице критических значений критерия χ^2для уровня $\alpha = = 0,05$ имеем:$\chi^2_{0,05} = 7,82.$ Поскольку $\chi^2_{эмп} > \chi^2_{0,05}$, то гипотеза H_0 не согласуется с экспериментальными данными, поэтому ее отвергаем, а принимаем гипотезу H_A.

По результатам итоговых контрольных работ, проведенных в 8-9 классах, убеждаемся в достоверности альтернативной гипотезы H_A:

В 8-х классах $N = 24,\ M = 25, n_1 = 3, n_2 = 12, n_3 = 7, n_4 = 2, m_1 = = 0, m_2 = 6, m_3 = 12, m_4 = 6$. Тогда значение статистического критерия равно:

$$\chi^2_{эмп} = 24 \cdot 25 \cdot \left(\frac{\left(\frac{3}{24} - \frac{0}{25}\right)^2}{3} + \frac{\left(\frac{12}{25} - \frac{6}{26}\right)^2}{18} + \frac{\left(\frac{7}{25} - \frac{12}{26}\right)^2}{19} + \frac{\left(\frac{2}{25} - \frac{6}{26}\right)^2}{8} \right) \approx 8{,}34.$$

В 9-х классах $N = 28,\ M = 27, n_1 = 3, n_2 = 14, n_3 = 8, n_4 = 3, m_1 = = 1, m_2 = 5, m_3 = 17, m_4 = 4.$ Тогда значение статистического критерия равно:

$$\chi^2_{эмп} = 28 \cdot 27 \cdot \left(\frac{\left(\frac{3}{28} - \frac{2}{27}\right)^2}{5} + \frac{\left(\frac{14}{28} - \frac{4}{27}\right)^2}{18} + \frac{\left(\frac{8}{28} - \frac{17}{27}\right)^2}{25} + \frac{\left(\frac{3}{28} - \frac{4}{27}\right)^2}{7} \right) \approx 9{,}12.$$

$\chi^2_{\text{эмп}} > \chi^2_{0,05}$, что подтвердило наши предыдущее результаты.

Таким образом, исходя из анализа статистических данных, принимаем альтернативную гипотезу, которая свидетельствует о большей эффективности предлагаемой методической системы для учащихся 7-9 классов при обучении планиметрии.

Результативность методики определим с ее влиянием на качество (обучающиеся набрали 4 и более баллов) и успеваемость (обучающиеся, набравшие 3 и более баллов) обучения. Статистическую достоверность влияния разработанной методической системы на качество обучения обоснуем с помощью медианного критерия. Медиана ряда распределения баллов для учащихся экспериментальных и контрольных классов по сумме полученных баллов равна 4. Медианный критерий вычисляем по формуле:

$$T_{эмп} = \frac{N \cdot \left(\left| AD - BC \right| - \frac{N}{2} \right)^2}{(A+B) \cdot (C+D) \cdot (A+C) \cdot (B+D)},$$

где N – общее количество учащихся экспериментальных и контрольных классов;

A, B – соответственно количество учащихся экспериментальных и контрольных классов, которые написали итоговую контрольную работу на 4-5 баллов;

$C,\ D$ – соответственно количество учащихся экспериментальных и контрольных классов, которые написали контрольную работу на 1-3 баллов.

В нашем исследовании $N = 155,\ \text{A} = 61,\ \text{B} = 29,\ C = 18,\ D = 48.$

$$T_{\text{эмп}} = \frac{155 \cdot \left(|61 \cdot 48 - 29 \cdot 18| - \frac{155}{2}\right)^2}{(61+29)(18+48)(61+18)(29+48)} \approx 23{,}26.$$

При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ критическое значение статистики $T_{кр}$равно 7,815. Поскольку $T_{эмп} > T_{кр}$, то медианы распределения учащихся по сумме полученных баллов в экспериментальных и контрольных классах отличаются с увеличением в сторону экспериментальных.

Таким образом, получаем, что после внедрения разработанной методики нулевая гипотеза опровергается в пользу альтернативной гипотезы. Следовательно, можно сделать вывод, что эффект изменений обусловлен именно применением экспериментальной методики.

У многих учащихся в подростковом возрасте возникают проблемы с успеваемостью. Зачастую это связано не с работоспособностью ребенка или его интеллектуальными возможностями, а с резким падением интереса к учению, снижением учебной мотивации. Для того, чтобы бороться с этим, необходимо знать наиболее и наименее осознаваемые мотивы учения.

Проверка уровня мотивации к обучению проводилась по методике, разработанной Н.Ц. Бадмаевой [1]на основе методики изучения мотивационной сферы учащихся М.В. Матюхиной, модифицированная с учетом выявленных Н.Ц. Бадмаевой дополнительных мотивов учения (коммуникативного мотива и мотива творческой самореализации).

Проведенное нами исследование уровня мотивации к обучению с обучающимися 7-9 классов показало, что ведущим мотивом для контрольной группы является одобрение родителей. То есть, иначе говоря, большинство из них начинает учиться лучше, когда получает за это «положительное подкрепление» от родителей. Таким образом, мы понимаем, что для повышения успеваемости этих детей, мы, прежде всего, должны выходить на родителей, пояснять им их роль в образовании детей. Также высокий балл среди типов мотивации по всем параллелям оказался у мотивации «самоопределения и самосовершенствования», это говорит о том, что учащиеся начинают лучше учиться, когда четко осознают, как эти знания могут пригодиться им в будущем. Соответственно, на это было обращено внимание учителей. В экспериментальной группе ведущими мотивами являются мотив творческой самореализации и достижение успеха. Обучающимся экспериментальной группы интересно решать задачи разными способами, им нравится все новое и необычное. Коммуникативный мотив имеет высокий балл в экспериментальной группе. Обучающимся интересно беседовать с учителем на разные темы. Им больше нравится выполнять задание в группе, чем одному. По результатам теста обучающиеся экспериментальной группы хотят учиться на «4» и «5», они стремятся добиться успехов в будущем.

Таким образом, проведенный количественный и качественный анализ результатов педагогического эксперимента свидетельствует об эффективности применения данной методической системы.

Учителя, которые принимали участие в эксперименте, положительно оценивают предложенную методическую систему. Учитывая это, считаем целесообразным внедрение разработанной методики в практическую деятельность учителей математики.

Литература

1. Бадмаева, Н.Ц. Влияние мотивационного фактора на развитие умственных способностей : монография / Н.Ц. Бадмаева; Федер. агентство по образованию, Восточно-Сибирское гос. технол. ун-т. – Улан-Удэ : Изд-во ВСГТУ, 2004. – 280 с.

2. Скафа, Е.И. Магистерская диссертация: проектирование, композиция, правила оформления : методическое пособие для студентов направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (профиль: математическое образование) / Е.И. Скафа, Е.Г. Евсеева – изд. 2-е изм. и доп. – Донецк :ДонНУ, 2018. – 128 с.

VERIFICATION OF THE EFFECTIVENESS OF THE METHODOLOGICAL SYSTEM OF TEACHING GEOMETRY IN THE BASIC SCHOOL USING MULTIMEDIA TOOLS

Ignatolya Elena, Selyakova Lyudmila

Abstract. The organization and conduct of all stages of a pedagogical experiment to verify the effectiveness of the developed methodological system for teaching geometry in a primary school using multimedia tools is described; results of statistical analysis of the obtained experimental data are given, as well as conclusions are proposed on the influence of the specified methodological system on the level of subject training of basic school students, on the quality and structure of their educational motivation.

Keywords: *geometry training, multimedia tools, methodological system, pedagogical experiment.*

ВЛИЯНИЕ ВНЕКЛАССНЫХ И ВНЕШКОЛЬНЫХ ФОРМ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ НА УРОВЕНЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

Кикоть Мария Евгеньевна,
учитель математики и информатики,
e-mail: mariakikot21.2004@mail.ru
ГБОУ «СШ №4 Г.О. Снежное», г. Снежное, РФ
Селякова Людмила Ивановна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: l.seliakova@mail.ru

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация: в статье рассматривается роль дополнительного математического образования (ДМО) в развитии познавательного интереса и формировании математической грамотности школьников. Анализируются внеклассные и внешкольные формы деятельности, способствующие развитию логического и творческого мышления учащихся. Подчеркивается значение цифровых технологий и интерактивных методов при организации кружков, олимпиад и конкурсов. Представлен опыт проведения и анализа результатов конкурса «Золотой Ключик 2025», реализованного Центром математического просвещения Донецкого государственного университета.

Ключевые слова: *дополнительное математическое образование, внеклассная работа, внешкольное обучение, математическая грамотность.*

Современный этап развития отечественного образования акцентирует внимание на формировании всесторонне развитой личности. Однако значительный рост объёма информации и сокращение учебной нагрузки по основным предметам не позволяют в полной мере реализовать данную задачу в рамках школьного курса. Поэтому всё большее значение приобретает потенциал системы дополнительного образования (ДО) [4].

Как отмечает К. Е. Воронько, главная задача совершенствования системы ДО заключается в развитии у обучающихся стремления к постоянному расширению своих знаний и умений, формировании способности к самообразованию и применению полученных знаний в реальной жизни. Для достижения этой цели необходимо активизировать познавательную деятельность учащихся, важнейшим стимулом которой выступает интерес к изучаемому предмету [1].

Дополнительное математическое образование (ДМО) школьников представляет собой особую, самоценную составляющую системы ДО – неотъемлемую часть непрерывного математического образования. Оно реализуется посредством дополнительных образовательных и досуговых программ, основанных на принципах свободного выбора и самоопределения учащихся [4]. ДМО играет значительную роль в развитии креативного мышления, формировании творческих способностей и грамотности школьников [7].

Под математической грамотностью учащихся следует понимать способность человека проводить математические рассуждения, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира. Она включает умение работать с математическими моделями, представлениями, аргументацией, стратегиями и инструментами, а также коммуникативные навыки [6].

Согласно международному исследованию PISA, математическая грамотность включает шесть уровней сложности. На *первом* уровне учащиеся решают простые задачи по готовым инструкциям в знакомых ситуациях. *Второй* уровень требует работы с одним источником информации и применения стандартных алгоритмов. *Третий* уровень предполагает использование нескольких источников, выполнение действий с дробями и процентами по четким правилам. *Четвертый* уровень характеризуется анализом сложных ситуаций, учетом ограничений моделей и аргументацией решений. *Пятый* уровень требует сравнения различных стратегий решения, использования формального математического языка и формулирования выводов. Высший, *шестой* уровень демонстрирует способность к самостоятельному моделированию сложных проблем в нестандартных контекстах, разработке новых стратегий и глубокому обоснованию результатов с рефлексией [6].

В структуре ДМО выделяются два направления: *внеклассная работа* по математике в рамках школьного образования и *внешкольные формы* дополнительного образования [7]. Для учителя математики важно понимать структуру организации каждого вида дополнительного образования детей.

К внеклассной работе по математике относятся разнообразные формы деятельности, реализуемые во внеурочное время под руководством учителя. Основная цель таких форм – организация содержательного досуга учащихся, углубление знаний, развитие интереса к предмету и устранение индивидуальных пробелов. Выделяются три основных направления [3]:

1) работа с учащимися, испытывающими трудности в освоении программного материала, цель которой – выявление и ликвидация пробелов в знаниях, индивидуальная коррекция умений и навыков;

2) *работа с учащимися, проявляющими повышенный интерес к математике*, цель которой – является развитие и углубление знаний, формирование исследовательских навыков, стимулирование нестандартного мышления и математической речи;

3) *работа по формированию интереса к предмету у широкого круга учащихся*, основная задача которой – пробуждение устойчивого познавательного интереса к математике и повышение учебной мотивации.

Для реализации данных направлений используются различные формы внеклассной работы:

- *математические кружки* – одна из наиболее эффективных форм, направленных на развитие логического мышления, математической речи и исследовательских умений (важно, чтобы занятия строились на принципах добровольности и сотворчества, вовлекая учеников в организацию процесса, – подготовку докладов, подбор задач и др.) [4, с. 92];

- *факультативные занятия* – направлены на углубление знаний и развитие математических способностей учащихся (материал изучается на более высоком уровне сложности, что формирует устойчивый интерес и внутреннюю мотивацию к обучению, а после завершения курса обычно проводится зачёт, результаты которого отражаются в аттестате) [4, с. 97];
- *веселые математические вечера* – отличаются от традиционных уроков свободной, игровой атмосферой (викторины, сценки и обсуждения способствуют развитию воображения, логического мышления и интереса к предмету, объединяя как увлечённых математикой учеников, так и начинающих) [5, с. 135];
- *математические экскурсии* – интересная форма внеклассной работы, способствующая установлению связи между теоретическими знаниями и практикой (в ходе таких мероприятий учащиеся знакомятся с проявлениями математических закономерностей в окружающем мире, видят применение геометрических фигур и формул в архитектуре, строительстве, технике, экскурсии формируют у школьников убеждение в прикладной значимости математических знаний и способствуют повышению интереса к предмету) [4, с. 85];
- *издание математической газеты*, создание «уголков математики», фотогазет и тематических альбомов развивает у учащихся инициативу и творческое отношение к предмету. В газетах можно размещать занимательные задачи, математические факты, высказывания великих учёных. Подобные формы деятельности способствуют самостоятельной работе учащихся, развитию письменной математической речи и формированию чувства сопричастности к школьному сообществу 5, с. 123];
- организация *математических викторин, конкурсов и многого другого* – игровые и соревновательные формы внеклассной работы, направленные на развитие логического и творческого мышления, познавательной активности и интереса к предмету [3; 4, с. 109];
- *математические олимпиады* – представляют собой внеурочную форму, направленную на выявление и развитие талантливых учащихся, способствуют формированию критического и творческого мышления участников, развивают навыки самостоятельного решения сложных задач и углубляют интерес к математике (обычно проводят школьный этап олимпиады, а затем – внешкольные соревнования более высокого уровня, включая региональные и международные олимпиады) [2; 4, с. 118].

Как отмечает Е. И. Скафа, во внеклассной работе в 5–6 классах важно знакомить школьников с приёмами решения нестандартных задач и развивать логическое мышление. Начиная с 7 класса, акцент переносится на формирование умений планировать и выполнять небольшие исследовательские проекты. В старшей школе (10–11 классы) внеклассная работа должна включать проектную деятельность, предполагающую интеграцию математических знаний с цифровыми технологиями и использованием современных образовательных инструментов [7].

Для развития математической грамотности учащихся крайне важно использовать наглядные и интерактивные методы обучения, особенно во внеклассной деятельности. На основе опыта проведения математических кружков мы убедились в эффективности цифровых образовательных ресурсов. Специально разработанные презентации и интерактивные материалы позволяют визуализировать сложные математические концепции, продемонстрировать практическое применение математики в реальных ситуациях и поэтапно разбирать решение задач (см. рис 1, 2). Использование цифровых инструментов не только повышает мотивацию и вовлеченность учащихся, но и способствует более глубокому пониманию математического содержания, помогает устанавливать связи между различными представлениями математической информации и развивает умение работать с данными в разных форматах.

Рисунок 1 − Пример одного из заданий математического кружка «Мир чисел» для 7-го класса

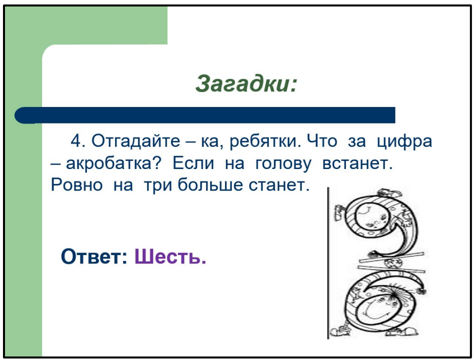


Рисунок 2 – Пример одной из загадок математического кружка «Мир чисел» для 7-го класса

Для обеспечения качественной внешкольной работы используются разнообразные формы организации занятий. К их основным видам относят [5]:

- *учебную деятельность с использованием цифровых технологий и дистанционных форм обучения*, в которых используются современные образовательные средства, такие как презентации, онлайн-платформы и облачные сервисы (помогают сделать занятия наглядными, интерактивными и доступными для широкого круга учащихся, что повышает интерес ребят к предмету и вовлечённость их в учебный процесс, а также позволяет учителю работать с учащимися разного уровня подготовки);
- *соревновательная деятельность* в дистанционных и очных конкурсах и олимпиадах, которые содержат нестандартные задачи (такие

соревнования формируют исследовательские навыки школьников, логическое и творческое мышление, а также дают возможность участникам проявить себя и повысить уверенность в своих силах);

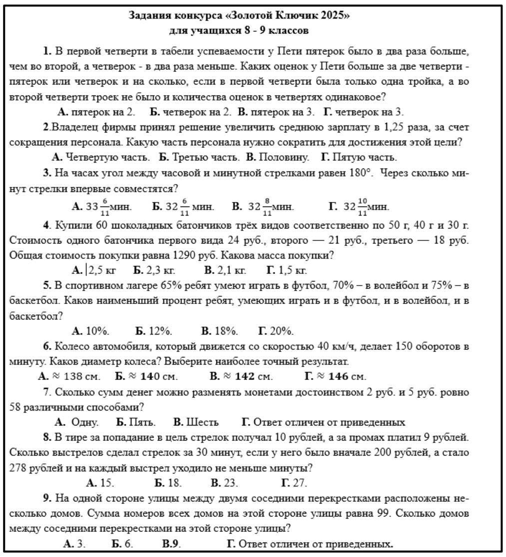
- *исследовательская работа*, включающая выполнение учебных исследовательских проектов и задач (такие задания позволяют учащимся постепенно развивать учебно-исследовательскую деятельность, формировать навыки самостоятельного поиска решений и применения математических знаний для решения жизненных проблем).

На факультете математики и информационных технологий Донецкого государственного университета действует Центр математического просвещения (ЦМП) [8], целью которого является повышение качества математической грамотности школьников региона. Основные задачи включают развитие математических способностей учащихся, обеспечение их потребностей в дополнительном образовании через очные, очно-заочные, дистанционные и индивидуальные формы, а также поддержку учителей и школ. Для мотивированных школьников создаются условия для участия в олимпиадах, конкурсах и научно-исследовательских проектах.

В рамках работы Центра реализуется программа «Реальная математика», предназначенная для систематического дополнительного обучения школьников 5–11-х классов и применения математики для решения практических задач, развития интереса к предмету и освоения методов математического моделирования.

Математические конкурсы «Золотой сундучок» и «Золотой ключик», проводимые ЦМП, представляют собой дистанционные соревнования для учащихся 4–9-х классов, включающие нестандартные задачи. Их основная цель – научить школьников применять математику для решения реальных жизненных задач, освоить метод математического моделирования и повысить образованность учащихся различного уровня, в том числе высокого по международным стандартам. Как отмечает А. Л. Павлов, задачи разного уровня сложности формируют целостный цикл с едиными требованиями [5].

На основе опыта работы с ЦМП, мы разработали задания олимпиады «Золотой ключик 2025» для учащихся 8–9-х классов, включающие нестандартные задачи, требующие применения логического мышления (см. рис 3, 4).



Задания конкурса «Золотой Ключик 2025»
для учащихся 8 - 9 классов

1. В первой четверти в табели успеваемости у Пети пятерок было в два раза больше, чем во второй, а четверок - в два раза меньше. Каких оценок у Пети больше за две четверти - пятерок или четверок и на сколько, если в первой четверти была только одна тройка, а во второй четверти троек не было и количества оценок в четвертях одинаковое?

А. пятерок на 2. **Б.** четверок на 2. **В.** пятерок на 3. **Г.** четверок на 3.

2.Владелец фирмы принял решение увеличить среднюю зарплату в 1,25 раза, за счет сокращения персонала. Какую часть персонала нужно сократить для достижения этой цели?

А. Четвертую часть. **Б.** Третью часть. **В.** Половину. **Г.** Пятую часть.

3. На часах угол между часовой и минутной стрелками равен 180°. Через сколько минут стрелки впервые совместятся?

А. $33\frac{6}{11}$мин. **Б.** $32\frac{6}{11}$ мин. **В.** $32\frac{8}{11}$мин. **Г.** $32\frac{10}{11}$мин.

4. Купили 60 шоколадных батончиков трёх видов соответственно по 50 г, 40 г и 30 г. Стоимость одного батончика первого вида 24 руб., второго — 21 руб., третьего — 18 руб. Общая стоимость покупки равна 1290 руб. Какова масса покупки?

А. 2,5 кг **Б.** 2,3 кг. **В.** 2,1 кг. **Г.** 1,5 кг.

5. В спортивном лагере 65% ребят умеют играть в футбол, 70% – в волейбол и 75% – в баскетбол. Каков наименьший процент ребят, умеющих играть и в футбол, и в волейбол, и в баскетбол?

А. 10%. **Б.** 12%. **В.** 18%. **Г.** 20%.

6. Колесо автомобиля, который движется со скоростью 40 км/ч, делает 150 оборотов в минуту. Каков диаметр колеса? Выберите наиболее точный результат.

А. ≈ 138 см. **Б.** ≈ **140** см. **В.** ≈ **142** см. **Г.** ≈ **146** см.

7. Сколько сумм денег можно разменять монетами достоинством 2 руб. и 5 руб. ровно 58 различными способами?

А. Одну. **Б.** Пять. **В.** Шесть **Г.** Ответ отличен от приведенных

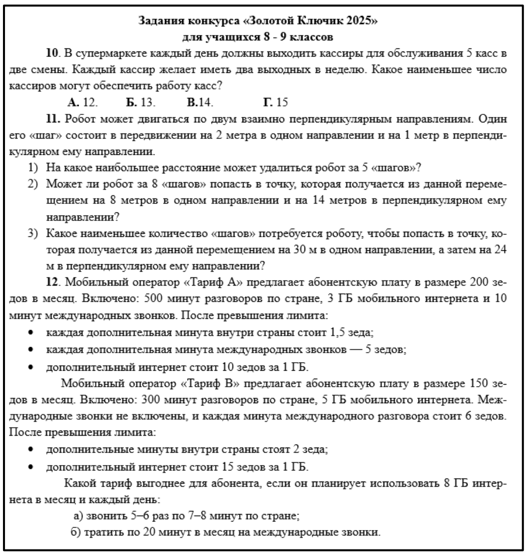
8. В тире за попадание в цель стрелок получал 10 рублей, а за промах платил 9 рублей. Сколько выстрелов сделал стрелок за 30 минут, если у него было вначале 200 рублей, а стало 278 рублей и на каждый выстрел уходило не меньше минуты?

А. 15. **Б.** 18. **В.** 23. **Г.** 27.

9. На одной стороне улицы между двумя соседними перекрестками расположены несколько домов. Сумма номеров всех домов на этой стороне улицы равна 99. Сколько домов между соседними перекрестками на этой стороне улицы?

А. 3. **Б.** 6. **В.9**. **Г.** Ответ отличен от приведенных.

Рисунок 3 – Задания конкурса «Золотой Ключик 2025» для 8–9-х классов с выбором ответа



Задания конкурса «Золотой Ключик 2025»
для учащихся 8 - 9 классов

10. В супермаркете каждый день должны выходить кассиры для обслуживания 5 касс в две смены. Каждый кассир желает иметь два выходных в неделю. Какое наименьшее число кассиров могут обеспечить работу касс?

А. 12. **Б.** 13. **В.**14. **Г.** 15

11. Робот может двигаться по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Один его «шаг» состоит в передвижении на 2 метра в одном направлении и на 1 метр в перпендикулярном ему направлении.

1) На какое наибольшее расстояние может удалиться робот за 5 «шагов»?
2) Может ли робот за 8 «шагов» попасть в точку, которая получается из данной перемещением на 8 метров в одном направлении и на 14 метров в перпендикулярном ему направлении?
3) Какое наименьшее количество «шагов» потребуется роботу, чтобы попасть в точку, которая получается из данной перемещением на 30 м в одном направлении, а затем на 24 м в перпендикулярном ему направлении?

12. Мобильный оператор «Тариф А» предлагает абонентскую плату в размере 200 зедов в месяц. Включено: 500 минут разговоров по стране, 3 ГБ мобильного интернета и 10 минут международных звонков. После превышения лимита:

- каждая дополнительная минута внутри страны стоит 1,5 зеда;
- каждая дополнительная минута международных звонков — 5 зедов;
- дополнительный интернет стоит 10 зедов за 1 ГБ.

Мобильный оператор «Тариф В» предлагает абонентскую плату в размере 150 зедов в месяц. Включено: 300 минут разговоров по стране, 5 ГБ мобильного интернета. Международные звонки не включены, и каждая минута международного разговора стоит 6 зедов. После превышения лимита:

- дополнительные минуты внутри страны стоят 2 зеда;
- дополнительный интернет стоит 15 зедов за 1 ГБ.

Какой тариф выгоднее для абонента, если он планирует использовать 8 ГБ интернета в месяц и каждый день:

а) звонить 5–6 раз по 7–8 минут по стране;
б) тратить по 20 минут в месяц на международные звонки.

Рисунок 4 – Задания конкурса «Золотой Ключик 2025 для 8–9-х классов с полным решением

После проведения конкурса «Золотой Ключик 2025» анализ результатов, в котором участвовали 599 человек (253 учащихся 8-го класса и 346 учащихся 9-го класса), показал следующее. Для 8-го класса участники справились с заданиями на среднем уровне (см. рис. 5), демонстрируя четвертый уровень математической грамотности. Для 9-го класса уровень выполнения оказался ниже среднего (см. рис. 6), (продемонстрирован третий уровень математической грамотности), однако достаточно много участников показали высокий результат, хотя и немалое количество девятиклассников справились с конкурсом на низком уровне. Для повышения математической грамотности рекомендуется включать в школьную программу больше нестандартных задач.

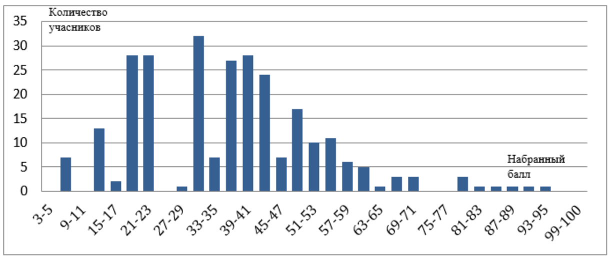


Рисунок 5 – Гистограмма распределение набранных баллов в конкурсе «Золотой Ключик 2025» в 8-м классе

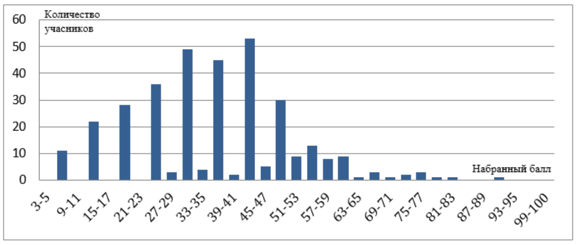


Рисунок 6 – Гистограмма распределение набранных баллов в конкурсе «Золотой Ключик 2025» в 9-м классе

Системное дополнительное математическое образование, реализуемое через внеклассные и внешкольные формы, играет важную роль в формировании у школьников интереса к предмету, развитии логического, критического и творческого мышления, а также навыков самостоятельного обучения и исследовательской деятельности. Такие формы работы способствуют углублению знаний, расширению кругозора, формированию устойчивой учебной мотивации и подготовке учащихся к дальнейшему изучению математики и смежных дисциплин. Внеклассные и внешкольные мероприятия создают условия для комплексного развития личности, помогают учащимся реализовать свои способности, что делает дополнительное образование неотъемлемой частью современной образовательной системы.

Литература

1. Воронько, В. К. Формирование познавательного интереса через дополнительную образовательную программу по математике / В. К. Воронько // Молодой исследователь Дона. – 2025. – Т. 10, № 3(54). – С. 92-95. – EDN MGIFUF.
2. Григорьева, О. Ю. Системный подход учителей математики к организации внеурочной работы по подготовке к олимпиадам / О. Ю. Григорьева, К. Г. Мадияров // Эвристическое обучение математике : Сборник трудов VII Международной научно-методической конференции, Донецк, 19–21 декабря 2024 года. – Донецк : Донецкий национальный университет, 2024. – С. 286-291. – EDN WELEHS.
3. Дониеров, Н. Н. Организация и проведение внеклассных занятий по математике / Н. Н. Дониеров // Вестник науки и образования. – 2021. – № 11-2(114). – С. 109-111. – EDN UVVDNY.
4. Кондаурова, И. К. Дополнительное математическое образование детей в условиях школы : учебно-методическое пособие / И. К. Кондаурова. – 2-е изд., испр. – Саратов, 2014. – 160 с.
5. Павлов, А. Л. Опыт проектирования образовательной среды в системе внешкольного математического образования / А. Л. Павлов, А. А. Коваленко // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2018. – № 48. – С. 69-75. – EDN MGQGOR.
6. Проблема формирования способности «применять математику» в контексте уровней математической грамотности / Л. О. Рослова, Е. С. Квитко, Л. О. Денищева, И. И. Карамова // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2020. – №70(2) – С. 74-99.
7. Скафа, Е. И. Управление проектно-эвристической деятельностью обучающихся основной школы во внеклассной работе по математике / Е. И. Скафа, М.О. Закутаева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 71–79. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-71-79.
8. Центр математического просвещения. [Электронный ресурс]. − Режим доступа: https://donnu.ru/math/mmtm – Заглавие с экрана. – Дата обращения: 09.11.2025.

THE IMPACT OF EXTRACURRICULAR AND EXTRASCHOOL FORMS OF ADDITIONAL EDUCATION ON THE LEVEL OF MATHEMATICAL EDUCATION OF SCHOOLCHILDREN

Kikot’ Maria, Selyakova Lyudmila

Abstract. The article examines the role of additional mathematical education (DME) in the development of cognitive interest and the formation of mathematical education among schoolchildren. It analyzes extracurricular and out-of-school activities that contribute to the development of students' logical and creative thinking. The article emphasizes the importance of digital technologies and interactive methods in organizing clubs, competitions, and contests. It presents the experience of conducting and analyzing the results of the «Golden Key 2025» competition, which was organized by the Center for Mathematical Education at Donetsk State University.

Keywords: additional mathematical education, extracurricular activities, out-of-school education, and mathematical literacy.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КРАЕВЕДЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДРОБЕЙ ОБУЧАЮЩИМИСЯ 5-6 КЛАССОВ

Прач Виктория Станиславовна
кандидат педагогических наук
e-mail: v-prach@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
Костюкова Дарья Александровна
учитель,
e-mail: ohiko_kostjukova@mail.ru
ГБОУ «ШКОЛА № 44 Г.О. ДОНЕЦК», г. Донецк, РФ

Аннотация. В статье рассматриваются методические особенности использования краеведческих задач при изучении темы «Дроби» в 5-6 классах. Показано, как региональный компонент способствует преодолению формализма в усвоении дробных понятий, повышает мотивацию обучающихся и обеспечивает связь математики с реальной жизнью. Особое внимание уделено роли визуализации и инфографики как средства актуализации знаний и формирования метапредметных умений.

Ключевые слова: *краеведческие задачи, дроби, визуализация, инфографика, метапредметные умения.*

Образование в современной школе всё чаще ориентируется на необходимость формирования функциональной грамотности, обеспечивающей способность применять знания в реальных жизненных ситуациях. В рамках этой парадигмы особую значимость приобретают методики, которые опираются на жизненный опыт обучающихся и их повседневное окружение. Одним из таких эффективных инструментов являются краеведческие математические задачи, органично сочетающие формирование предметных компетенций и развитие познавательной активности. Наиболее выраженно эта методика проявляет себя в процессе изучения тем, связанных с дробными числами, поскольку именно здесь обучающиеся традиционно испытывают трудности в понимании абстрактных понятий и их практического применения [2].

Дроби являются сложной темой школьного курса математики для среднего звена, прежде всего потому, что они требуют от ученика перехода от целостного восприятия чисел к операционному пониманию части от целого, соотношения между величинами, необходимости сравнивать и преобразовывать различные формы записи дробей. В то же время, дроби активно присутствуют в повседневной жизни – в рецептах, измерениях, распределении ресурсов, хозяйственных расчётах. Методическая задача учителя на этом этапе заключается в том, чтобы преодолеть разрыв между формальным усвоением операций с дробями и их осмысленным применением. Именно здесь краеведческий подход позволяет выстроить логическую связь между учебным содержанием и конкретным окружением ученика [1].

Актуальность краеведческих задач определяется ещё и тем, что они позволяют локализовать абстрактное мышление. Использование примеров, связанных с географией родного региона, статистикой по сельскому хозяйству, культурными и историческими объектами, экологическими особенностями территории, формирует у обучающихся не только представление о математике как прикладной науке, но и укрепляет их идентичность, вовлекает в исследовательскую деятельность, формирует уважение к родному краю.

Разработанный нами цикл заданий охватывает несколько уровней сложности, что позволяет выстраивать дифференцированную траекторию освоения темы «Дроби». Вначале можно предложить задачи, направленные на базовые умения – сравнение дробей, нахождение части от целого, преобразование единиц измерения. Примеры заданий могут включать сравнительный анализ площадей, засеянных яровой и озимой пшеницей, определение пропорции древесных пород в парке, расчёт объёма оставшейся муки после приготовления пирогов, вычисление площади музея по отношению к дому культуры, определение общей длины участков, занятых гречкой. Все примеры опираются на фактические показатели, относящиеся к Донецкому региону.

Задача 1. На полях Донецкой области в 2023 году засеяли 1/5 ячменя и 2/3 пшеницы. Сравните дроби и скажите, чего засеяли больше:

1) *ячменя засеяли больше;*
2) *пшеницы засеяли больше;*
3) *поля засеяли одинаковым количеством ячменя и пшеницы;*
4) *невозможно сравнить.*

Задача 2. В парке 300 деревьев, из которых 1/2 – хвойные. Сколько из них лиственных деревьев?

1) *100 деревьев;*
2) *150 деревьев;*
3) *200 деревьев;*
4) *250 деревьев.*

На следующем этапе можно изменить структуру заданий: к выбору ответа добавить блоки, требующие самостоятельных вычислений и письменного оформления. Среди задач – определение количества достопримечательностей по доле осмотренных, количество лодок на озере, если треть из них охраняется, соотношение кошек и собак в регионе. Отдельное место занимают задания на перевод морских миль в километры, с использованием официального коэффициента пересчёта. Эти задачи имеют ярко выраженный прикладной характер и требуют от обучающихся как вычислительной точности, так и ориентации в контексте.

Задача 3. Южная граница Донецкой области проходит на расстоянии 12 морских миль от берега. Укажите расстояние от берега до границы области в километрах, если одна морская миля равна 1,852 км.

Задача 4. В Донецком крае 437,4 тыс. га засеяно пшеницей. Кукурузой засеяно на 339,8 тыс. га меньше, чем пшеницей. Подсолнечником засеяно на 346,6 тыс. га больше, чем кукурузой. Рапс занимает 6,5 тыс. га. Найдите площадь Донецкого края, которая засеяна этими культурами.

Эффективной формой является также создание ученических проектов на базе краеведческого материала с применением дробей. Можно предложить такие темы проектов: «Анализ распределения времени в распорядке дня школьника», «Какую часть улиц города занимает частный сектор?», «Изучение рецептов местной кухни и пересчёт долей ингредиентов на разное число порций» и другие.

Отдельного внимания заслуживает методический потенциал краеведческих задач с точки зрения формирования метапредметных результатов. Такие задания способствуют развитию универсальных учебных действий: регулятивных (планирование решения, оценка промежуточного результата), коммуникативных (обсуждение заданий в паре, защита способа решения), познавательных (анализ условий, выбор математической модели).

Современные образовательные технологии активно используют визуализацию для повышения эффективности усвоения сложных тем. В контексте изучения дробей обучающимися 5-6 классов инфографика может стать мощным инструментом, сочетающим математическое содержание с краеведческим материалом. Такой подход не только делает более доступным усвоение абстрактных математических понятий, но и повышает эмоциональную вовлеченность обучающихся благодаря наглядности и опоре на знакомые реалии родного края.

Инфографика позволяет наглядно представить дроби – как доли, соотношения и части целого – через образы и ситуации из повседневной жизни школьников, что уменьшает когнитивную нагрузку, укрепляет ассоциативные связи и способствует более осмысленному и глубокому пониманию учебного материала. Особенно ценно то, что визуализация помогает обучающимся увидеть практическую значимость математических операций в контексте их собственной жизни.

В рамках данной работы была реализована инфографика на онлайн-платформе SUPA, а размещена и представлена обучающимся на коллективной доске Digipad. Это решение позволило объединить инструменты создания и организации учебной среды. Цифровой формат даёт возможность демонстрировать материалы в классе, использовать их при дистанционном обучении, а также интегрировать в проектную деятельность.

Инфографика на доске была представлена в виде трёх визуальных колонок, каждая из которых выполняла конкретную дидактическую функцию (рис.2).

Первая колонка – «Краеведческие задачи – это...». В данной части была реализована вводная информационная инфографика, направленная на формирование у обучающихся понимания сущности краеведческих задач. Этот блок выполняет вводную и мотивационную роль: он способствует актуализации имеющихся знаний и задаёт ценностную направленность, подчёркивая связь математики с реальной жизнью и окружающим миром.

Вторая колонка – классная среда. Центральная часть инфографики отражает учебную ситуацию в классе. Этот элемент можно рассматривать как мост между теорией и практикой. Он символизирует процесс обсуждения задачи, её коллективного анализа в классе. Этот блок выполняет функцию визуального вовлечения и создаёт эффект присутствия.

Третья колонка – «Решение краеведческих задач». Третий элемент доски представляет собой полноформатные краеведческие задачи. Этот блок представляет собой образец правильно оформленных краеведческих задач с дробями, дополненных пояснениями и визуализацией каждого этапа. Он отвечает требованиям практико-ориентированного подхода и демонстрирует, как с помощью дробей можно анализировать реальные объекты своего региона.

Дидактическое значение такой инфографики заключается в том, что она способствует развитию визуального и логического мышления; облегчает интерпретацию дробей как частей реальных объектов; активизирует интерес к математике за счёт связи с родным краем; формирует метапредметные умения: анализ, сравнение, моделирование; укрепляет учебную мотивацию через контекстность и практическую значимость.

Инфографика дополняет традиционные методы работы с краеведческими задачами, усиливая их дидактический и мотивационный потенциал. Её внедрение требует минимальных технических ресурсов, но даёт значимый образовательный эффект, соответствующий требованиям ФГОС к метапредметным результатам. Она позволяет обучающемуся увидеть математику в повседневной жизни, применить полученные знания на практике и почувствовать личную сопричастность к образовательному процессу.

Цифровая доска с размещённой инфографикой доступна по ссылке (https://digipad.app/p/1134573/b94e9d1413a77) или по QR-коду (для печатной версии) (рис. 1).

Рисунок 1 – QR-код для перехода на доску

Рисунок 2 – Инфографика, разработанная на платформе SUPA

Педагогическая практика показывает, что эффективность краеведческого подхода значительно возрастает при соблюдении ряда условий. Необходимо использовать достоверные и актуальные сведения, полученные из проверенных источников: официальной региональной статистики, муниципальных порталов, научных публикаций. Требуется также точная адаптация контента под возрастные особенности школьников, его включение в учебную ситуацию без перегрузки избыточной информацией. Методика должна предусматривать логическую связь между формулировкой задачи и необходимыми действиями по её решению, что особенно важно при работе с дробями, требующими этапности и строгости операций.

Таким образом, методика использования краеведческих задач при изучении дробей в 5-6 классах может быть охарактеризована как комплексный подход, способствующий интеграции предметных и метапредметных результатов, повышению мотивации к обучению, развитию смыслового восприятия математических понятий. Она обеспечивает переход от формального овладения операциями к осмысленному применению математики как языка описания окружающего мира. В условиях регионального компонента образования данный подход может быть рекомендован к включению в практику всех образовательных организаций, ориентированных на реализацию задач развивающего обучения и воспитания гражданской идентичности.

Литература

1. Смирнова, И.Г. Использование краеведческого материала при обучении математике / И.Г. Смирнова, Д.А. Федотова // Мир педагогики и психологии. – 2024. – № 3(92). – С. 92-99. – EDN TVPWHV.

2. Черкасова, А.М. Задачи с краеведческим содержанием как средство подготовки будущих учителей математики и начальной школы к реализации межпредметных связей в обучении школьников / А.М. Черкасова, Н.А. Данилова // Школа будущего. – 2020. – № 2. – С. 134-141. – EDN JJMUAG.

METHODOLOGICAL FEATURES OF THE USE OF LOCAL HISTORY MATHEMATICAL PROBLEMS IN THE STUDY OF FRACTIONS BY STUDENTS IN GRADES 5-6

Prach Victoria Stanislavovna
Kostyukova Darya Alexandrovna

Annotation. The article discusses the methodological features of the use of local history problems in the study of the topic "Fractions" in grades 5-6. It is shown how the regional component helps to overcome formalism in the assimilation of fractional concepts, increases the motivation of students and ensures the connection of mathematics with real life. Special attention is paid to the role of visualization and infographics as a means of updating knowledge and forming meta-subject skills.

Keywords: local history problems, fractions, visualization, infographics, meta-subject skills.

ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ, ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ. РАВНООСТАТОЧНОСТЬ И ЕЁ СВОЙСТВА

Лагунова Арина Кирилловна
студент,
e-mail: arina.lagunova.00@mail.ru
Фирстова Наталья Игоревна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: ni.firstova@mpgu.su
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва, РФ

Аннотация. В статье рассматриваются основы делимости целых чисел, признаки делимости, свойства равноостаточности и их применение в решении задач. Особое внимание уделено методике обучения данной теме в условиях цифровой трансформации образования, включая формирование алгоритмического мышления и стратегических подходов к исследованию числовых свойств.

Ключевые слова: *делимость чисел; признаки делимости; равноостаточность; свойства равноостаточности; решение задач.*

Делимость целых чисел — одна из базовых тем школьного курса математики. Понимание свойств делимости формирует у учащихся навыки логического вывода, умение работать с доказательствами и развивает эвристические приёмы при решении задач. В условиях цифровой трансформации образования и внедрения эвристических технологий обучение этой теме требует переосмысления методики: важно не только донести формальные критерии (делимость на 2, 3, 5, 9, 11 и др.), но и сформировать у школьников устойчивые стратегические подходы к исследованию числовых свойств.

Изучение делимости целых чисел и признаков делимости составляет важный компонент базового математического образования в средней школе. Эта тема закладывает фундамент для понимания арифметики, знакомит учащихся с начальными понятиями теории чисел и способствует развитию логического и алгоритмического мышления. Умение работать с остатками, применять признаки делимости и исследовать свойства чисел является ключевым не только для дальнейшего освоения математики (включая алгебру и начала анализа), но и для формирования общей интеллектуальной культуры, способности к анализу и решению нестандартных задач.[5]

В рамках школьной программы тема «Делимость чисел» традиционно изучается в курсе математики 5–6 классов, а её углубление и обобщение, включая операции с остатками и доказательство свойств, происходит в рамках предпрофильной подготовки (7–9 классы). На изучение базовых признаков делимости и выполнение упражнений обычно отводится 4–6 учебных часов, в то время как рассмотрение деления с остатком, свойств равноостаточности и их применения может занимать дополнительно 2–4 часа в рамках тем «Алгебраические выражения» или «Целые числа». В контексте современных образовательных стандартов и цифровой трансформации обучения акцент смещается не на механическое запоминание правил, а на понимание принципов, моделирование ситуаций и развитие стратегического подхода к исследованию числовых закономерностей.

Определение: Пусть $a, b \in Z, b > 0$, если число a можно записать в виде $a = bq + r$, где $b, q \in Z$ и $0 \leq r \leq b$, то говорят, что число a делится на число b с остатком, где q – неполное частное или целое частное, а r – остаток.[2]

Из определения естественным образом вытекают 2 вопроса:

- Всегда ли выполнимо деление с остатком, т.е. $\forall a, b \in Z, b > 0\ \exists q, r \in Z\colon a = bq + r,$ $0 \leq r \leq b$?
- Единственным ли образом можно выполнить деление с остатком?

Ответ на эти вопросы дает следующая теорема:

Теорема: Для любого $a \in Z$ и $b \in N$ существует и при том единственная пара целых чисел q, r, таких, что $a = bq + r, 0 \leq r \leq b$.[2]

Из теоремы следует, что $a \vdots b$ тогда и только тогда, когда остаток при делении числа a на число b равен нулю.

Сумма двух целых чисел даёт такой же остаток при делении на n, как и сумма их остатков.

Произведение двух целых чисел даёт такой же остаток при делении на n, как и произведение их остатков.

Продемонстрируем на конкретных примерах:

Пример 1:

Число a дает при делении на b остаток r, какой остаток при делении на b дает число $(-a)$?

Дано: Число a дает при делении на b остаток r,

$$a = bq + r, 0 \leq r \leq b$$

Найти: Остаток числа $(-a)$ при делении на b

Решение:

$$a = bq + r, 0 \leq r \leq b$$

$$-a = -bq - r = -bq + b - b - r = b(-q - 1) + b - r$$

$$-a = b(-q - 1) + b - r, 0 \leq b - r < b.$$

Ответ: остаток равный $b - r$.

Пример 2: Докажите, что $1^3 + 2^3 + \dots + 99^3$ делится на 10.

Доказательство:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$1^3 + 99^3 + 2^3 + 98^3 + \dots + 49^3 + 51^3 + 50^3 = (1 + 99)(1 - 99 + 99^2) + \dots + 50^3 = 10k$, т.к. $(1 + 99) \vdots 10$ и $50^3 \vdots 10$.

Чтд.

Рассмотрим задания на тему «Деление с остатком»

Пример 3:[2]

При делении целого числа на $b = 12$ получили целое частное 19. Найдите наибольшее значение числа a ($a = qb + r$)?

Дано: $a = qb + r$, $b = 12$, $q = 12$

Найти: Найдите наибольшее значение числа a

Решение:

$$a = qb + r$$

$$a = 12q + r, 0 \leq r \leq 12$$

При $r - max \to r = 11$

$$a = 12q + 11$$

$a = 12 \cdot 19 + 11 = 239.$

Ответ: 239.

Пример 4:

На какую цифру оканчивается число 3^{999}?

Решение:

Последнюю цифру числа найдем как остаток при делении на 10 (если 2 последние цифры, то на 100 и т.д.).

$$a = qb + r$$

$3^1 = 10q_1 + 3$

$3^2 = 10q_2 + 9$

$3^3 = 10q_3 + 7$

$3^4 = 3 \cdot (10q_3 + 7) = 10q_4 + 1$ *(1)*

$3^5 = 10q_5 + 3$

$3^6 = 10q_6 + 9$

…

Из *(1)*

$3^{4m} = (3^4)^m = (10q_4 + 1)^m = 10k + 1$ (только для степени кратной 4)

$3^{999} = 3^{4k+3} = 3^{4k} \cdot 3^3 = (10k + 1)(10q_3 + 7) = 10t + 7$ – остаток.

Ответ: 7.

Пример 5:

Целые числа a, b, c при делении на 8 дают соответствующие остатки 3, 7, 5. Найдите остатки при делении на 8:

а) $a \cdot b + c$

б) $a^2 - 3b$

Дано: $a = qb + r$, $a = 8q + 3$, $b = 8q + 7$, $c = 8q + 5$

Найти: Остатки при делении на 8:

а) $a \cdot b + c$

б) $a^2 - 3b$

Решение:

а) $a \cdot b + c = (8q + 3) \cdot (8q + 7) + 8q + 5 = 8q + 21 + 5 = 8q + 26 = 8q + 2$

б) $a^2 - 3b = (8q + 3)^2 - 3(8q + 7) = 8q + 9 - 21 = 8q - 12$

$8q - 12 = 8q - 12 - 16 + 16 = 8(q - 2) - 12 + 16 = 8k + 4$

Ответ: а) 2 б) 4.

Пример 6:

Нечетные числа a и b при делении на 6 дают разные остатки. Найти остаток от деления $a + b$ на 6.

Дано: Нечетные числа a и b (при делении на 6 дают разные остатки)

Найти: Остаток от деления $a + b$ на 6

Решение:

$$a = 6q_1 + r_1$$
$$b = 6q_2 + r_2$$

При условии, что $0 \leq r_1 + r_2 < 6$ остаток от $a + b = r_1 + r_2$, если $r_1 + r_2 \geq 6$, то остаток равен $r_1 + r_2 - 6k$.

Т.к. a, b – нечетные, то $r(r_1 + r_2)$, r_1, r_2 – нечетные: могут принимать такие значения как: 1, 3 или 5.

Рассмотрим все случаи:

$$1 + 3 = 4$$
$$5 + 3 = 8 - 6 = 2$$
$$5 + 1 = 6 - 6 = 0$$

Можем сделать вывод, что остаток от деления $a + b$ на 6 может быть равен 0, 2 или 4.

Ответ: 0,2 или 4.

На примерах деления с остатком, работы с остатками степеней и операций над числами с заданными остатками продемонстрирована практическая значимость изучаемых понятий. Предложенные задачи иллюстрируют, как свойства равноостаточности могут быть использованы для решения задач различного уровня сложности.

Литература

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – Москва-Ижевск.: Регулярная и хаотическая динамика, 2003. – 176 с.

2. Воробьёв Н.Н. Признаки делимости. – М.: Наука, 1988. – 96 с.

3. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных организаций с прил. на эл. Носителе // [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковский. – М.: Просвещение, 2013. – 287 с.

4. Мартынов А.В. Признаки делимости: теоретические аспекты и практическое применение // Вестник математического образования. – 2018. – № 3. – С. 12-19.

5. Кузнецов И.Н. Основы арифметики: делимость чисел и ее свойства // Научный вестник КубГТУ. – 2017. – Т. 8. – № 1. – С. 25–31.

6. Смирнова Т.Е. Алгебра и арифметика для школьников: делимость и её применение // Проблемы современного образования. – 2019. – № 4. – С. 77-85.

DIVISIBILITY OF NUMBERS, SIGNS OF DIVISIBILITY. EQUIDISTANCE AND ITS PROPERTIES

Lagunova Arina Kirillovna

Abstract. The article examines the fundamentals of integer divisibility, divisibility criteria, properties of equiresiduality, and their application in problem-solving. Special attention is paid to teaching methods in the context of digital transformation in education, including the development of algorithmic thinking and strategic approaches to investigating numerical properties.

Keywords: *divisibility of numbers; signs of divisibility; equidistance; properties of equidistance; problem solving.*

ЭЛЕКТРОННЫЙ СТРУКТУРИРОВАННЫЙ УЧЕБНИК-СПРАВОЧНИК ПО МАТЕМАТИКЕ

Лебедев Константин Андреевич,
доктор физико-математических наук,
Кубанский государственный университет, г. Краснодар, РФ

Аннотация. Методологической основой данного учебника является синтез трех современных подходов: концепции математической структуры (раздела) (учебники МГУ-школе), тезиса о центральной роли функции (А.Г. Мордкович) и теории учебных циклов (Г.Г. Левитас). Образовательный процесс выстроен как движение по иерархии структур, где функция, визуализированная с помощью математических пакетов и ИИ, служит смысловым ядром для раскрытия закономерностей раздела. Изучение сочетает классической принципы педагогики и современные методы информационных технологий и методики обучения для достижения максимальной эффективности и понятности.

Ключевые слова: с*труктурированный учебник, математические структуры, визуализация функций, образовательные циклы, математическое образование*

Актуальность. Педагогическая наука сегодня переживает глубокий кризис и не понимает, как адаптироваться к стремительному развитию науки, информационных технологий, искусственногоо интеллекта, но что еще важнее — она изначально не ориентирована на ученика. За последние 200 лет она так и не смогла полноценно интегрировать в свою методологию ***законы диалектики***, а фундаментальные принципы психологии и принципы понятного обучения игнорируются [1, 4]. Вместоо этого современное *образование* продолжает опираться на ***узкоспециализированные теории*** – будь то деятельностный или развивающий подходы, компетентностные модели или отдельные методические принципы (например, принцип высокого теоретического уровня (ВТУ). Эти концепции оторваны от живой реальности, классической психологии, не учитывают диалектического развития познания и страдают фрагментарностью и не работают как целостная система. Законы диалектики дают ясные указания на то, где следует искать решения и где это делать бессмысленно.

Методологической основой данного учебника является синтез трех современных подходов: концепции математической структуры (раздела) (учебники МГУ-школе), тезиса о центральной роли функции (А.Г. Мордкович) и теории учебных циклов (Г.Г. Левитас). Образовательный процесс выстроен как движение по иерархии структур, где функция, визуализированная с помощью математических пакетов (и ИИ), служит смысловым ядром для раскрытия закономерностей раздела. Изучение сочетает **рациональные методы** классической педагогики **и** современные методики, включая информационные технологии для достижения максимальной эффективности обучения.

Цель данной работы – показать, что электронный учебник-справочник [5], наилучшим образом отвечает эвристическому принципу развития, превращает иерархию математических структур в карту для эвристических “путешествий” [6, 7]. Цель ученика — не просто «пройти» раздел (структуру), а проследить и пережить интеллектуальное открытие новой структуры, исходя из содержания, логики и ограничений уже известной структуры (раздела).

Например, изучив структуру натуральных чисел (***N***) и столкнувшись с проблемой деления (5/3), ученик оказывается в состоянии интеллектуального конфликта, что может привести к открытию дробных чисел (***D***) (или наоборот, к исчезновению мотивации к изучению математики). Различный итог напрямую зависит от умений педагога и созданной среды обучения. Столкнувшись с вычитания (3 – 5 = ?) также ученик может прийти к эвристическому открытию новых чисел и новой структуры – целых чисел (***Z***), которая наследует все операции из ***N*** и снимает ограничение на вычитание. И так далее все 15 структур математики в принципе могут быть учениками усвоены через эвристические открытия.

Аналогично, проблема деления (3 : (-2) = ?) ведет к открытию рациональных чисел (***Q***), а проблема извлечения корня из 2 (измерения диагонали квадрата) – к иррациональным числам (***I***). Таким образом, вся математика выстраивается как линейное дерево эмпирических проблем, где каждая решенная проблема открывает дверь в следующую, более общую структуру.

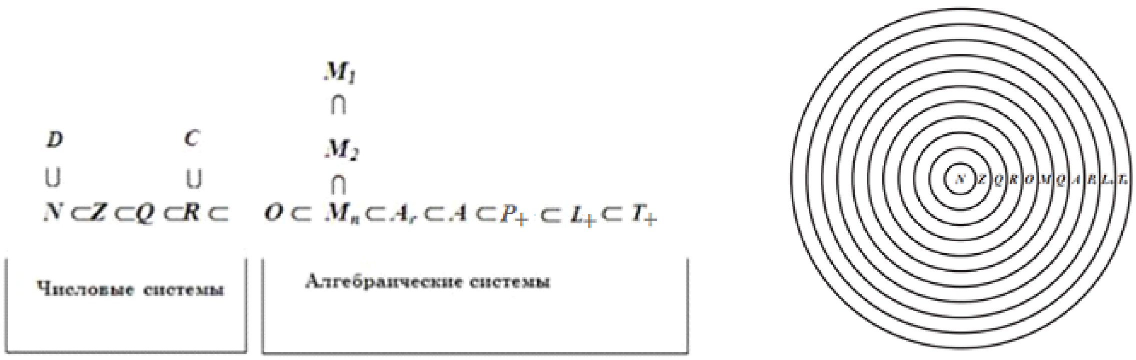


Рис.1. Иерархия математических структур а) как путь последовательных эвристических открытий. б) Диаграмма Венна разделов математики. Фрагмент, взятый из статьи [8, 9].

В нашем учебнике центральное место при изучении раздела (структуры) занимает понятие функции. Ученик, осваивая новую структуру (например, квадратичные функции), с помощью графиков (GeoGebra, Desmos) и аналитических вычислений (MathCAD) может самостоятельно исследовать их свойства и эвристично обучаться анализу графиков. Такой подход придает алгебре синтетический, исследовательский характер, традиционно присущий геометрии, при изучении которой эвристический подход практиковался еще в академии Платона 2500 лет назад.

Роль учебных циклов в закреплении открытий. Для прочных знаний необходимо повторение. Для этого можно использовать теорию учебных циклов Г.Г. Левитаса [10].

	7 класс			8 клас		9 -10 класс		
Разделы / Темы	O	M_1	M_2	M_n	Q_s	A	P_+	L_+
Общие понятия								
Тождества								
Уравнения								
Функции								
Неравенства								
Задачи с модулем								
Задачи с параметром								
Предел								
Дифференцирование								
Интегрирование								
Текстовые задачи								
T+								

P

Рис.2. Четырёхцикличное изучение раздела (на примере квадратичных функций M_2). Каждый цикл углубляет рациональное и эвристическое понимание.

Каждая структура изучается в несколько проходов, на разной глубине. Первый цикл: вначале без применения операций высшей математики. Второй цикл: с применением приёмов высшей математики и здесь есть огромное поле для эвристических приёмов Третий цикл: Углубление и применение (решение задач с модулем и параметрами, сложных текстовых задач, применение производной, рядов для исследования функций).

Роль учителя при этом трансформируется из транслятора знаний в наставника-модератора исследовательской деятельности, помогающего выстраивать индивидуальную образовательную траекторию и создающего атмосферу, благоприятную эффективной деятельности, в том числе и эвристической. Однако должно быть понятно, что если эристических продвижений вдоль столбцов структур не получается, по каким-либо причинам, то ученик всегда может прибегнуть к рациональной деятельности, особенно в условиях появившейся в последнее время мощи искусственного интеллекта. Можно даже сказать, что в смене форм деятельности и состоит суть образования.

Уровни трудности. Все разделы и темы имеют уровни трудности, что составляет третью координату, но эта сторона не разработана детально и требует использования электронной базы данных за последнее столетие. Решение задач все повышающегося уровня трудности требует упорядочения базы знаний.

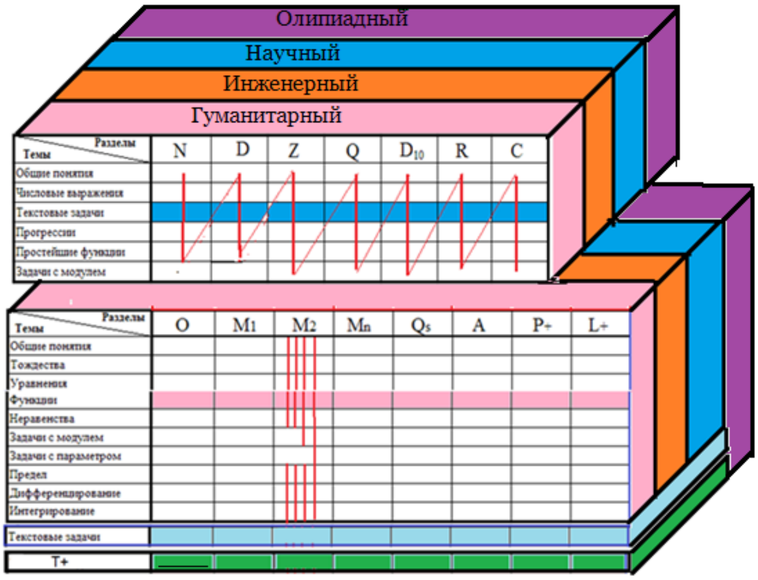


Рис.11 Трехмерное строение математики и электронного учебника. Верхняя таблица – числовые системы, нижняя – алгебраические. Текстовые задачи и тригонометрия лежат внизу таблицы и выделены в отдельные предметы в силу своей специфики.

Итог. Методологической основой структурированного учебника является синтез трех ключевых идей современности: фундаментальной концепции: математической структуры (ООП, МГУ-школе), тезиса о центральной роли функции (А.Г. Мордкович), дополненные теорией Г.Г. Левитаса о необходимости учебных циклов [10]. Для большей эффективности применения должны применяться проверенные временем законы понятного обучения, на основе всестороннего применения выверенной столетиями классической психологии, учитывающей и эвристические методы [5, 11].

Литература

1. Бурбаки Н. Архитектура математики. М.: Наука. 1972. 32 с.
2. Колмогоров А.Н. Математика – наука и профессия. М.: Наука. 1988. 288 с.
3. Лебедев К. А. Диалектика, познание, образование и психология. Математическое образование. 2025. М.: №2 (114). С.2-18
4. Лебедев К.А. Доклад на Научном семинаре МГУ «Математика и информатика в средней и высшей школе» Диалектика, познание, образование и психология // https://dzen.ru/a/Z8tdQ3I0bnbKCQEo (Инф. ресурс, Дата обращения 01.05.2025)
5. Универсальный учебник https://dzen.ru/a/Xr9vUPCm0RPVS2y9 (Инф. ресурсы, Дата обращения 01.05.2025)
6. Лебедев К.А. Архитектура элементарной математики. Краснодар. 2000. 32 с.

7. Лебедев К.А. Архитектура математики: топология, алгебра и функциональный анализ. КубГУ. Краснодар, 2001. 16 с.
8. Лебедев К.А. О методических и научных принципах создания школьного учебника математики серии “МГУ-школе” Часть 1. Числовые системы (5-6 классы). // Математическое образование 2016, выпуск 3(79), С. 3-20.
9. Лебедев К. А. Применение педагогических ценностей русской школы для изучения математики. Математическое образование. 2023. М.: №2 (106). с.3-11, №3 (107). с.5-13.
10. Левитас Г.Г. Преодоление неуспешности. М.: 2009. 40 с.
11. Платонов К.К., Голубев Г.Г. Психология. М.: Просвещение. 1977. 247 с.

ELECTRONIC STRUCTURED MATHEMATICS TEXTBOOK-HANDBOOK

Lebedev K.A.

Abstract. The methodological foundation of this textbook is the synthesis of three modern approaches: the concept of mathematical structure (of a section) (Moscow State University textbooks for schools), the thesis on the central role of the function (A.G. Mordkovich), and the theory of educational cycles (G.G. Levitas). The educational process is structured as movement through a hierarchy of structures, where the function, visualized using mathematical software and AI, serves as the semantic core for revealing the patterns of the section. The study combines classical pedagogical principles with modern methods of information technology and teaching methodologies to achieve maximum effectiveness and clarity.

Keywords: *structured textbook, mathematical structures, function visualization, educational cycles, mathematics education.*

КЛАССИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО ХАРАКТЕРУ УСЛОВИЯ: ОТ КЛАССИЧЕСКИХ ПРИМЕРОВ ДО СОВРЕМЕННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРАКТИК

Ляцкая Анастасия Викторовна,
старший преподаватель,
e-mail: anastasiya.lyackaya@gmail.com
Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Аннотация**:** в статье рассматривается классификация задач по

характеру условия: определённым, неопределённым, переопределённым и противоречивым. Показано, что включение таких задач в учебный процесс способствует развитию логического, аналитического и критического мышления, формированию повышения мотивации учащихся.

Ключевые слова: *классификация задач, обучение математике, методы классификации задач, определенные задачи, неопределенные задачи, переопределенные задачи, противоречивые задачи.*

Современное обучение математике невозможно представить без четко выстроенной системы задач, которые служат не только средством закрепления знаний, но и инструментом развития логического, аналитического и творческого мышления учащихся. Классификация задач является важным компонентом методической системы преподавания, поскольку она позволяет учителю целенаправленно подбирать задания различного уровня сложности, типа и дидактической направленности.

Методы классификации задач способствуют структурированию учебного материала и повышению эффективности усвоения информации. Различные подходы к классификации задач отражают разнообразие целей математического образования — от формирования базовых вычислительных навыков до развития исследовательских и коммуникативных компетенций.

Особое значение имеет систематизация задач в условиях внедрения цифровых и мультимедийных технологий, когда традиционные задачи дополняются интерактивными моделями, анимациями и визуальными представлениями. Это требует переосмысления традиционных методов классификации и их адаптации к современным образовательным реалиям [1].

Одним из наиболее значимых направлений в систематизации математических задач является их классификация по характеру условия. Этот подход позволяет учитывать особенности постановки задачи, форму представления данных и степень определённости исходной информации. От характера условия во многом зависит способ решения, тип мышления, который формируется у учащихся, и уровень их самостоятельности.

Самой известной классификацией задач по характеру условия является следующая [2]:

– определённые задачи;
– неопределённые задачи;
– переопределённые задачи;
– нереальные (противоречивые) задачи.

Определенные задачи (или задачи с полным условием) – это задачи, содержащие в условии ровно столько данных, сколько их требуется для получения ответа, причём каждое данное используется в решении.

Как правило, это типовые текстовые задачи на составление квадратных уравнений или линейные задачи на проценты.

Примеры:

1. «Найти площадь прямоугольника со сторонами 6 см и 4 см.»
2. «Вычислите значение выражения $(2x + 3)$ при $x = 5$.»

Такие задачи используются на этапах формирования и закрепления умений, когда важно отработать стандартные алгоритмы решения. Они развивают внимательность и точность, но не требуют творческого поиска.

Неопределенные задачи (иди задачи с неполным условием) – это задачи с неполным условием, в котором для получения конкретного ответа не хватает одной или нескольких величин или каких–то указаний на свойства объекта или его связи с другими объектам

Пример. В треугольнике одна сторона имеет длину 10 см, а другая 8 см. Найти длину третьей стороны.

Решение. С первого взгляда кажется, что задача не может иметь решения, потому что в ней не хватает данных. Однако если провести небольшое исследование и применить неравенство треугольника, обозначив неизвестную сторону через a. Получим:

$$\begin{cases} 10 + 8 > a \\ a + 10 > 8 \\ a + 8 > 10 \end{cases}$$

Из этой системы следует, что $2 < a < 18$.

Задачи такого типа формируют у учащихся способность рассуждать, анализировать условие, строить математическую модель решения [3]. Они полезны на этапах развития аналитического и исследовательского мышления.

Переопределенные задачи (или задачи с избыточными данными) – это задачи с избыточным составом условия, с лишними данными, без которых ответ может быть получен, но которые в той или иной мере маскируют путь решения.

Пример. Найти площадь прямоугольного треугольника с катетами 9 см и 40 см и гипотенузой 41 см.

В данной задаче мало найти ответ произведением 9 на 40. Надо ещё выяснить, будет ли у прямоугольного треугольника с катетами 9 см и 40 см гипотенуза равной 41 см. Без этого решение задачи не может быть полным.

Такие задачи формируют у учащихся умение анализировать условие, выделять существенные и несущественные данные, развивают логическое мышление и критический подход к информации [5].

Нереальные задачи (или задачи с противоречивыми данными) – в условии таких задач содержится противоречие, которое делает ее неразрешимой при данных условиях.

Пример. Найти площадь треугольника со сторонами 10 см, 19 см и 8 см.

Решение. Вовсе необязательно решать приведенную задачу, чтобы понять, что она не имеет решения. Достаточно лишь проверить условие на противоречивость при помощи неравенства треугольника и убедиться, что задача не может иметь решения.

Подобные задачи учат учащихся критически оценивать условия, проверять логическую и математическую корректность данных, формируют умение находить и анализировать ошибки [4].

Классификация задач по характеру условия позволяет более точно подбирать упражнения для разных целей обучения:

- задачи с полными условиями — для закрепления;
- с избыточными и неполными — для развития аналитического мышления;
- с противоречивыми — для формирования исследовательских и критических умений.

В условиях внедрения мультимедийных технологий данный подход особенно актуален, так как цифровые задачи часто содержат интерактивные и визуальные элементы, влияющие на характер восприятия и анализа условий.

Современное обучение математике требует не только решения готовых задач, но и понимания структуры самой задачи — того, как она устроена, какие данные в ней важны и как их изменение влияет на результат.

Поэтому одним из методически значимых умений учителя является умение демонстрировать учащимся переход от одного типа задачи к другому.

Когда учитель показывает, как из определенной задачи можно получить неопределённую, переопределённую или противоречивую, ученики начинают понимать взаимосвязь между условиями и возможностью решения. Они видят, что любое изменение данных может полностью изменить характер задачи — сделать её легче, сложнее или даже нерешаемой. Так формируется гибкость и осознанность математического мышления [6].

Если ученик умеет сам изменять задачу — добавлять, убирать или менять данные — он становится активным исследователем, а не пассивным исполнителем.

Рассмотрим пример как из определенной задачи сделать неопределенную, переопределенную и противоречивую.

Определенная задача. Дан четырёхугольник ABCD, у которого противоположные стороны попарно равны и параллельны, одна из сторон равна 11, а другая на 5 меньше первой. Диагональ BD равна 8. Найдите диагональ AC.

Решение. Четырёхугольник ABCD, у которого противоположные стороны попарно равны и параллельны, является параллелограммом (рисунок 1).

$$AB = BC - 5 = 11 - 5 = 6$$

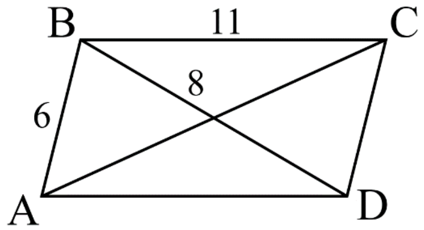


Рисунок 1

Стороны и диагонали параллелограмма связаны соотношением:

$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$$

Применим данную формулу для заданного параллелограмма:

$$BD^2 + AC^2 = 2AB^2 + 2BC^2$$

$$64 + AC^2 = 2 \cdot 121 + 2 \cdot 36$$

$$64 + AC^2 = 314$$

$$AC^2 = 250$$

$$AC = \sqrt{250}$$

$$AC = 5\sqrt{10}.$$

Ответ. $5\sqrt{10}$.

Неопределенная задача. Дан четырёхугольник ABCD, у которого противоположные стороны попарно равны и параллельны, одна из сторон равна 11, а другая отлична от неё на 5. Первая диагональ четырёхугольника ABCD равна 8, найдите его вторую диагональ.

Решение. Четырёхугольник ABCD, у которого противоположные стороны попарно равны и параллельны, является параллелограммом (рисунок 1). Так как значение AB равно 6 или 16, то задача имеет два различных ответа.

Если $AB = 6$, то AC $= 5\sqrt{10}$.

Если же $AB = 16$, то при подстановке в соотношение

$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$$

известных элементов получим следующее:

$$BD^2 + AC^2 = 2AB^2 + 2BC^2$$

$$64 + AC^2 = 2 \cdot 121 + 2 \cdot 256$$

$$64 + AC^2 = 754$$

$$AC^2 = 690$$

$$AC = \sqrt{690}$$

Переопределенная задача. Дан четырёхугольник ABCD, у которого противоположные стороны попарно равны и параллельны, одна из сторон равна 11, а другая на 5 меньше первой. Найдите большую диагональ четырёхугольника ABCD, если диагональ BD равна 8, а $cos\ \angle CDA\ = -\frac{31}{44}$.

Решение. Четырёхугольник ABCD, у которого противоположные стороны попарно равны и параллельны, является параллелограммом (рисунок 1). Задача переопределённая, значит имеет несколько способов решения. Первый способ решения был рассмотрен ранее. Рассмотрим второй способ решения.

$AB\ = CD, BC = AD$ по свойству параллелограмма. Рассмотрим ΔADC. Воспользуемся теоремой косинуса для нахождения AC:

$$c^2\ =\ a^2\ +\ b^2\ -\ 2ab \cdot \cos\alpha$$

$$AC^2\ =\ CD^2 +\ AD^2\ -\ 2CD \cdot AD \cdot \cos\angle CDA\ =$$

$$=\ 36\ +\ 121\ +\ 2 \cdot 6 \cdot 11 \cdot\ \frac{31}{44}\ =\ 36\ + 121\ +\ 93\ =\ 250.$$

$$AC = \sqrt{250} =\ 5\sqrt{10}$$

Противоречивая задача. Дан четырёхугольник ABCD, у которого противоположные стороны попарно равны и параллельны, одна из сторон равна 11, а другая на 5 меньше первой. Найдите меньшую диагональ четырёхугольника ABCD, если большая диагональ равна 8.

Решение. При решении задачи, рассмотренном ранее, получим, что меньшая диагональ равна $5\sqrt{10} =\ \sqrt{250}$. При сравнении получим, что $\sqrt{250} > 8$, хотя по условию вычисленная диагональ должна быть меньше. Тогда, задача не имеет ответа, так как её условие некорректно.

Литература

1. Брилл, Я.П. Методика преподавания математики в средней школе. – М.: Просвещение, 2020. –256 с.
2. Занков, Л.В. Обучение и развитие. – М.: Просвещение, 2019. – 312 с.
3. Киселёва, М.В. Развитие исследовательских умений школьников при обучении математике. – М.: Логос, 2020. – 280 с.
4. Кручинин, А.В. Логико-математическая деятельность учащихся. – СПб.: Питер, 2018. – 288 с.
5. Семёнов, А.Л., Корешкова, Т.А. Методика обучения математике в основной школе. – М.: Просвещение, 2022. –304 с.
6. Шкляр, В.В. Современные технологии обучения математике. – М.: Академия, 2021. – 320 с.

CLASSIFICATION OF MATHEMATICAL TASKS BY THE NATURE OF THE CONDITION: FROM CLASSIC EXAMPLES TO MODERN EDUCATIONAL PRACTICES

Anastasiya Liatskaya

Abstract. This article examines the classification of tasks by the nature of the condition: definite, indefinite, overdetermined, and contradictory. It is shown that the inclusion of such tasks in the educational process contributes to the development of logical, analytical, and critical thinking, and to increasing student motivation.

Keywords: *classification of tasks, mathematical education, methods of tasks classification, definite tasks, indefinite tasks, overdetermined tasks, contradictory tasks.*

ИНТЕГРИРОВАННЫЕ УРОКИ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ КАК ФОРМА ПРОЯВЛЕНИЯ МЕЖПРЕДМЕТНОЙ СВЯЗИ

Беляева Яна Игоревна[1],
преподаватель математики
e-mail: Belyaeva.yana.i@gmail.com
Моргачева Светлана Алексеевна[1],
преподаватель физики и математики
e-mail: morgachewa.sveta@mail.ru
Титоренко Светлана Алексеевна[2],
кандидат физико-математических наук, доцент
e-mail: titorenkosa@yandex.ru
[1]ГБПОУ ВО «Губернский педагогический колледж», г. Воронеж, РФ
[2]ФГБОУ ВО «Воронежский государственный педагогический университет», г. Воронеж, РФ

***Аннотация*:** В работе рассмотрена проблема отсутствия согласованности содержания курсов математики и физики. Намечены некоторые пути решения указанной проблемы. Одним из них является проведение интегрированных уроков по физике и математике. Нами описан такой урок на тему «Вектор: физический и математический объект». Он позволяет не только систематизировать знания по теме «Векторы» в курсах физики и математики, но и продемонстрировать её связь с литературой.

***Ключевые слова*:** *межпредметные связи, интегрированный урок, сила, динамика, вектор.*

Математика является фундаментом для всех естественных наук, в том числе и физики. Поэтому между школьными курсами математики и физики существуют тесные связи. В них изучаются и используются одни и те же понятия (уравнения, неравенства, координаты, векторы, функции, графики и др.). Зависимости между физическими величинами описываются математическими моделями. Однако содержание этих двух учебных дисциплин недостаточно согласовано. Некоторые темы по физике приходится рассматривать без опоры на математические знания, так как соответствующий материал в математике изучается позже. Например, в курсе физики 9 класса решаются такие задачи динамики, в которых на тело в разных направлениях действуют несколько сил. В более сложных задачах этого вида используются проекции сил на координатные оси, поэтому, кроме векторов, необходимо использовать еще и сведения о тригонометрических функциях в прямоугольном треугольнике [1, 2].

Проблема несогласованности содержания учебных предметов затрудняет процесс понимания и усвоения материала обучающимися. Для укрепления межпредметных связей физики и математики стоит обратить пристальное внимание именно на общие понятия этих дисциплин, например, на понятие «вектор». Его изучение в математике целесообразно связать с ранее приобретёнными знаниями по физике, показать применение при решении физических задач. Изучая кинематику, рассмотреть графики движения, опираясь на знания о функциях и их свойствах из алгебры. подобных треугольников (геометрия). При решении физических задач используются прямая и обратная пропорциональности (скорость равномерного движения, плотность вещества, сила тяжести, масса тела и др.).

Нами был найден действенный способ, который помог ученикам систематизировать знания по теме «Векторы» и в курсе физики, и в курсе математики. Для обучающихся 9 класса был проведен интегрированный урок закрепления знаний по физике и математике на тему «Вектор: физический и математический объект». Урок состоял из нескольких этапов: организационного, мотивации и целеполагания, актуализации знаний, систематизации знаний, диагностики и самодиагностики, рефлексии.

На первом этапе обучающиеся делятся на команды и рассаживаются в соответствии с разделением. На уроке школьники делились на группы самостоятельно, однако все зависит от особенностей класса. Можно использовать всевозможные виды разбивок на группы.

Урок начинается с того, что учитель рассказывает о взаимосвязи математики и физики и о том, в какой теме сегодня они будут искать эту связь. Ребята активно участвуют в обсуждении и предлагают свои идеи. В процессе проведения урока школьники активно участвовали в беседе и предлагали свои идеи того, каким образом связаны векторы в физике и математике. Совместно со школьниками определяются цель и задачи урока.

На этапе актуализации знаний командам предлагалось пройти квест, связанный с понятием вектора в геометрии и физике. Квест состоял из 6 станций: станция математическая лаборатория, физическая лаборатория, свойство коллинеарности, станция вектор положения, станция произведение вектора на число. Как можно заметить из названия станций, половина из них носит физическую направленность, другая половина – математическую.

В процессе проведения урока, методика организации выполнения данного задания была скорректирована и вместо того, чтобы записывать ответ и поднимать листок вверх сразу, было решено выполнить эту работу сразу на листочке и потом сдать. Команда, давшая наибольшее количество правильных ответов, побеждает и получает купон учительской щедрости «на дополнительную пятерку».

В конце этапа учителю необходимо подытожить, в чем разница между понятием вектора в математике и физике. Ребята слушают материал и дополняют суждения учителя.

Следующей частью данного этапа послужили задачи на нахождение скорости движения лодки по течению реки и против течения реки. На эту работу выделялось 2 минуты. Школьники должны были записать ответ и решение и ответ к этим двум заданиям на мини-карточках и обменяться ими с соседом для взаимопроверки.

Позднее, обучающимся предлагалось выполнить 4 задачи в группах. Можно было обсуждать решение и ответ. Нужно было записать ответы команды на бланках и сдать учителю. Члены команды, которая дала наибольшее количество правильных ответов, получала положительные отметки за урок.

После этого следовали 3 наиболее сложные задачи, которые обучающиеся решали в парах. Активное обсуждение, порой доходящее до микро-конфликтов, позволило понять, что задачи требуют разбора и подробного объяснения. Основной задачей педагога на данном уроке является подробный разбор необходимых задач, которые школьникам были непонятны.

На этапе систематизации знаний ученикам было предложено вспомнить, где еще применяются векторы помимо физики и геометрии.

Сразу немногим удалось правильно понять вопрос, однако, когда учитель намекнул, сказав о литературе, то дети задумались и вспомнили сказку о репке. И это, безусловно, являлось правильным ответом. Вспоминать сказку долго не пришлось. Мы внимательно посмотрели картинку и поняли, где в ней использовались векторы. Вспомнили также и про басню Крылова «Лебедь, рак и щука» и определили, почему все-таки обоз никуда не двигался. Школьники не могли предположить такого применения векторов и высказались о том, что в детстве они не задумывались, что в сказках и баснях есть еще и научный смысл.

На этапе диагностики и самодиагностики школьникам предлагалось проанализовать все ли задачи урока ими были решены и все ли цели достигнуты.

На этапе рефлексии на цветных листочках обучающиеся писали ответы на рефлексивные вопросы, заданные нетрадиционным способом. Например, вопрос «нераскрытая тайна» подразумевал, что школьники напишут вопрос по теме, на который они так и не получили ответ.

В ходе исследования и теоретического изучения данного вопроса, мы можем с точностью сказать, что интегрированные уроки являются мощным инструментом в обучении не только физике и математике, но и другим, связанным друг с другом наукам. Интеграция математики и физики будет играть ключевую роль в становлении и развитии естественно-научных представлений подростков.

В ходе подготовки и проведения урока был сделан вывод, что для успешного усвоения детьми математического и физического материала на интегрированных уроках, должны соблюдаться следующие принципы:

1. Связь предметов должна быть очевидной (чтобы дети могли самостоятельно ее отследить). Если у них не получается это сделать самостоятельно, можно дать им небольшие подсказки;
2. Не опускать момент мотивации и целеполагания в таких уроках, так как школьники должны понимать, какая цель перед ними стоит и что им нужно сделать для ее достижения (один из ключевых навыков, формируемых на уроке);
3. Обеспечение урока средствами наглядности: раздаточный материал, мультимедийное сопровождение и т.д)
4. Комбинирование разных форм работы на уроке (в парах, группах, по рядам). На уроке формы работы могут повторяться. Тогда темп работы на уроке будет высоким и у школьников не будет времени скучать и бездельничать;
5. Удобство работы с материалами урока. На нашем уроке все материалы были распечатаны на отдельных листах, однако в целях улучшения качества восприятия школьниками материалов, следовало задания для групп собрать на одном листе и, возможно, добавить оформления для раздаточного материала;
6. Этап диагностики и самодиагностики, рефлексии не стоит пропускать.
7. На этапе рефлексии следует использовать не традиционные вопросы, а что-то более интересное. Написать свое мнение на цветном листочке, технология «дерево», метод «светофор» и т.п.
8. Чтобы кругозор школьников не ограничивался связью только приведенных наук, следует добавить еще одну или несколько межпредметных связей.

По нашему мнению, данные принципы должны выполняться на любом интегрированном уроке. Это будет способствовать хорошему поведению школьников на уроке и успешному усвоению и пониманию материала. А главное, тому, ради чего все мы ходим на работу, счастью и улыбкам детей. Ведь это главная ценность для нас – учителей!

Литература

1. Атанасян, Л.С. Математика. Геометрия 7-9 классы: базовый уровень / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев. – Москва: Просвещение, 2023. – 416 с.
2. Перышкин, А.В. Физика: 9 кл.: учебник / А.В. Перышкин, Е.М. Гутник. – Москва: 2014. – 319 с.

INTEGRATED LESSONS OF MATHEMATICS AND PHYSICS AS A FORM OF MANIFESTATION OF INTER-SUBJECT COMMUNICATION

Ya. I. Belyaeva, S. A. Morgacheva, S. A. Titorenko

Abstract. The paper addresses the problem of lack of consistency in the content of mathematics and physics courses. Some ways to solve this problem are outlined. One of them is to conduct integrated lessons in physics and mathematics. We have described such a lesson on the topic "Vector: physical and mathematical object." It allows not only to systematize knowledge on the topic "Vectors" in physics and mathematics courses, but also to demonstrate its connection with literature.

Keywords: *interdisciplinary connections, integrated lesson, strength, dynamics, vector.*

ОБЗОРНЫЙ АНАЛИЗ СОВРЕМЕННЫХ НАПРАВЛЕНИЙ РЕАЛИЗАЦИИ ИНТЕГРАЦИИ ЛИТЕРАТУРЫ И ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Овсейчук София Алексеевна,
учитель математики
e-mail: ovsecus@gmail.com
ГБОУ ЛНР «Луганская средняя школа №11», г. Луганск, РФ
Кривко Яна Петровна,
доктор педагогических наук, доцент
e-mail: yakrivko@yandex.ru.
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, Россия

Аннотация. Данная статья посвящена анализу возможностей и методов интеграции литературы и математики в школьном образовании. Автор рассматривает межпредметные связи как эффективный инструмент для повышения интереса учащихся к математике, развития их логического мышления, расширения кругозора и улучшения качества образования в целом. Приводятся примеры из научных исследований, где интеграция реализуется через проектные методы, анализ литературных произведений, использование исторического контекста, дискуссии и творческие задания.

Ключевые слова: *интеграция, межпредметные связи, математика, литература, школьное образование*.

В современной школе в данный момент остро стоит вопрос об обеспечении качественного математического образования на всех уровнях его обеспечения. Однако, в последние годы наблюдается тенденция к ухудшению положения, что обусловлено рядом причин, среди которых реформирование программы обучения по математике, сопряженное введением единого «Конструктора рабочих программ» при отсутствии сопровождающего его учебника, дидактических материалов для учителя и учеников и т.п. Кроме того, во многих работах современных педагогов [2, 9 и др.] отмечается массовое изменение мышления школьников, переход в плоскость так называемого «клипового мышления», по причине чего они не могут воспринимать информацию большими блоками, систематизировать, структурировать и обобщать массив информации, вызывая постоянную потребность в визуализации материала. Отметим еще и отсутствие прочных навыков у школьников работать самостоятельно с литературой – это только часть вызовов, с которыми сталкивается современный учитель математики. Но как было отмечено президентом Российской Федерации В. В. Путиным: «Необходимая база знаний, математики и естественных наук формируется именно в школе, причем уже в 5-9 классах. Эксперты считают, что это важнейший период для подготовки будущих специалистов. Уровень преподавания этих дисциплин должен быть высоким, не в отдельно взятых учебных заведениях, школах-лидерах, а по всей стране» [3]. Т.е. проблема обеспечения высокого качества обучения математике является актуальной педагогической задачей, а одним из путей формирования у учащихся интереса изучению математических дисциплин является активное применение межпредметных связей, проведение интегрированных уроков, в частности, совместных уроков математики и литературы.

Проблематикой реализации межпредметных связей, поиску ее научных основ посвятили свои труды в разные годы такие ученые как Н.С. Антонов, Е.М. Егорова, И.Д. Зверев, В.Н. Максимова, Е.А. Перминов и др. Но данная тематика обширна, ее содержание постоянно обновляется, что обуславливает необходимость дальнейших исследований. Однако, для эффективного применения межпредметных связей в процессе преподавания математики, интеграции литературы в математические дисциплины, необходимо исследовать современное состояние проблемы, проанализировать наработки отечественных педагогов в этой области.

Целью статьи является анализ отечественных научных исследований по вопросу интеграции литературы в математические дисциплины в современной школе.

Межпредметные связи литературы и математики относятся к числу наиболее трудно реализуемых на практике, исследования по данному вопросу в основном носят частнодидактический характер, что проявляется в характере публикуемых работ по данной тематике. В основном это разработка отдельных тем, конкретных уроков и т.п. Но все педагоги сходятся на том, что несмотря на то, что данные науки (литература и математика) несут в себе совершенно разные научные знания, их объединение в единый конгломерат представляется эффективным и перспективным направлением повышения эффективности изучения обеих дисциплин.

Так в своей статье Л. М. Бронникова пишет о том, что именно межпредметные связи позволяют решать многие задачи образовательного процесса развития воспитания. Их применение позволит перевести процесс обучения в школе на более высокий уровень, межпредметные связи позволяют формировать основу для решения различных сложных проблем современной школы [6, с. 318]. В этом контексте межпредметные связи рассматриваются и как важнейшие условия, и как результат комплексного подхода в обучении и воспитании школьников.

В последние годы чаще стал применяться термин «интеграция», содержание которого шире, чем «межпредметные связи» [5]. Но математика, как с точки зрения интеграции, так и межпредметности, обладает огромным потенциалом, так как именно она является базой для многочисленных наук, предоставляя учащимся возможность развить систему знаний и навыков, необходимых в повседневной жизни и работе, а также важных при изучении смежных дисциплин [6, с. 319].

Так по мнению Ю. Н Акимова, одной из наиболее успешных процедур обучения математики в современной школе является применение проектного метода, позволяющего широко использовать потенциал литературы в математике. По его мнению, математику нужно преподавать «..в тесной взаимосвязи с широким кругом вопросов, таких как повседневные жизненные ситуации, вопросы истории математики, особенно с учетом краеведения, межпредметные связи математики с русским языком, литературой, музыкой, живописью, с использованием современных информационных технологий» [1, с. 88]. Автором предложен проект, в котором объединяется математика, литература, а также отечественная история – «Математика во времена Ярослава Мудрого», в котором рассматривались приемы вычислений, используемых на Руси, интерпретация полученных данных на современный математический язык. В рамках данного проекта Ю. Н. Акимов предлагает давать задания, которые включают в себя изучение пословиц и поговорок, в которых встречаются старинные меры длины, художественную тематику (например, подготовить рисунок к отрывку из стихотворения), а также задач на использование старинных мер длины и т.д. Подобные проекты, сочетающие в себе как элементы математики, так и литературы, позволяют заинтересовать обучающихся, пробудить у них интерес к истории своей страны, обычаям предков, а следовательно сформировать патриотические чувства [1, с. 89].

Интеграция литературы и математики является достаточно перспективным направлением развития методики преподавания математики, что подтверждается в работе Т. Ю. Середы. Автором показано, что подобная интеграция позволяет показать красоту науки, повысить интерес обучающихся к ней, дать им понимание взаимосвязи между различными отраслями знания, а также способствует эстетическому воспитанию учащихся, улучшает письменную и устную речь и повышает общую культуру учеников [9]. Следует отметить, что применение интеграционных элементов, как, например, небольших литературных включений (стихотворения, отрывка из повести, рассказа и т.п.), позволяет избежать монотонности речи учителя, внести разнообразие в урок математики, создать положительный эмоциональный фон, а значит, способствовать эффективности учебного процесса.

Но чаще всего художественные произведения выступают в качестве основы для создания условий математических задач. Описание различных старинных измерений длин, массы и т.д., сами по себе уже являются базой для создания задач с историческим содержанием. А если подобные сведения встречаются в литературных произведениях, это усиливает их значимость для интеграции литературы и математики, а значит данное направление осуществления интеграции литературы и математики является перспективным.

Применение интеграции литературы и математики позволяет существенно помочь учащимся с гуманитарным складом в освоении математического материала, что подтверждается работой коллектива авторов И. В. Кузнецовой, Г. Ю. Бураковой, Т. Л. Трошиной, А. В. Голлай [7, с. 48]. Данными авторами предложено во время изучения темы симметрии рассмотрение не только традиционных примеров: растений, листьев, животных, очертаний автомобилей, самолетов, но и изображение симметрии с помощью ритмических построений поэтических и музыкальных фраз. Авторами приводится пример симметрии из романа Пушкина Евгений «Онегин»:

«Незримый, ты уж был мне мил,
Твой чудный взгляд меня томил…
Ты чуть вошел, я вмиг узнала,
Вся обомлела, запылала…»
«Когда б вы знали, как ужасно
Томиться жаждою любви,
Пылать – и разумом всечасно
Смирять волнение в крови…»

Т.е. авторы рассматривают данные отрывки, как композиционную симметрию. Это может заинтересовать тех учащихся, которые проявляют больше склонности к литературе, чем к математике, позволяя в литературных примерах увидеть математические закономерности.

Подобное применение математики и литературы относится к так называемому гуманитарно-ориентированному преподаванию математики, которому в частности посвящено совместное исследование Р. Р. Исмагиловой и Г. Х. Ахметшиной. Авторы выделяют гуманитарный потенциал школьной математики, рассматривая его эстетическое, историческое, лингвистическое, прикладное и деятельностное направлении реализации [5, с. 323]. Работа учителя по данным направлениям позволяет активизировать познавательный интерес, сформировать у обучающихся творческий подход к изучению как математики, так и литературы. Р. Р. Исмагилова и Г. Х. Ахметшина разработали систему заданий, ориентированных на формирование математической и естественнонаучной грамотности при гуманитарно-ориентированном содержании образования. В основе своей разработки они видят использование региональной специфики – особенности языкового обучения, литературного наследия, проявлений национальной культуры и т.д. [5, с. 324]. К подобным заданиям относятся и исследования содержания литературных произведений, которые связаны с родным краем.

Но применение литературы на уроках математики не ограничивается решением только задач. Интересный опыт организации интеграции литературы с математикой представлен в работе Т. Ю. Таскиной, И. В. Матвеевой, Н. Ф. Логиновой, Т. М. Шерстобитовой [8], которые предлагают применять дискуссию или дебаты на литературные темы на уроках математики. Например, изучение литературного наследия через призму произведений И. С. Тургенева, Ф. М. Достоевского, Л. Н. Толстого и др. с позиций содержания в них элементов математического знания, что, по мнению авторов, «…способствует развитию интеллектуальных, коммуникативных умений учеников, их ораторских способностей, социализации личности, формирует привычку к критическому мышлению» [8, с. 457]. При работе с подобными художественными текстами обучающимся предлагается найти и математическую составляющую и сделать ее анализ, оценить ее реальность или проанализировать описанные события, если бы они происходили в современном мире (как, например, путешествия на поезде или в карете из одного города в другой, размеры и вес предметов, встречающихся в содержании классической литературы и т.д.). Кроме того, авторы приводят перечень достаточно интересных форматов интеграции литературы и математики, таких как создание буктрейлеров, интерактивных карт, видеофрагментов, тематических выставок картин, читательских эстафет, литературных гостиных, круглых столов и т.п.

Таким образом, обзор педагогических исследований по вопросам интеграции литературы и математики позволяет сделать следующие выводы:

– подобная интеграция позволяет повысить эффективность обучения обеих школьных дисциплин, сделать уроки более информационно насыщенными;

– к основным путям реализации интеграции литературы и математики относятся использование литературного материала на уроках математики с описанием старинных мер длин и весов, разнообразных ситуаций, позволяющих произвести численную оценку результата и т.д., изучению литературных произведений, которые написаны на тематику, связанную с математическим знанием;

– привлечение учащихся к творческой работе, реализующей интеграцию литературы и математики, позволяет развить логику и мышление обучающихся, расширить их кругозор и повысить эффективность процесса школьного образования в целом.

Литература

1. Акимов, Ю.Н. Проектный метод в развитии гуманитарной составляющей обучения математике / Ю.Н. Акимов // Вестник Псковского государственного университета. Серия: Естественные и физико-математические науки. – 2013. – № 3. – С. 85-90. – EDN RVKHEF.

2. Богомолова, В. Н. Особенности обучения школьников с клиповым мышлением / В.Н. Богомолова // Социально-гуманитарное знание - школа и общество : материалы VII межвузовской студенческой научно-практической конференции, Москва, 20 марта 2023 года. – Москва: Московский педагогический государственный университет, 2023. – С. 166-171. – EDN OZNGFO.

3. Выступление В.В. Путина на встрече с представителями общественности по вопросам образования [Электронный ресурс] // РИА Новости. – URL: https://ria.ru/20250206/putin-1997803074.html (дата обращения: 07.10.2025).

4. Глинская, Е.А. Межпредметные связи в обучении / Е.А. Глинская, С. В. Титова. – 3-е изд. – Тула: Инфо, 2007. – 44 с.

5. Исмагилова, Р.Р. Гуманитарно ориентированное преподавание математики и естественно-научных дисциплин в школе / Р.Р. Исмагилова, Г.Х. Ахметшина // Вестник Удмуртского университета. Серия Философия. Психология. Педагогика. – 2021. – Т. 31, № 3. – С. 322-330. – DOI 10.35634/2412-9550-2021-31-3-322-330. – EDN SOZKJA.

6. Максименко, Е. А. Межпредметные связи при обучении математике школьников / Е. А. Максименко, Л. М. Бронникова // Инновационный потенциал развития общества: взгляд молодых ученых : сборник научных статей 2-й Всероссийской научной конференции перспективных разработок : в 5 т., Курск, 01 декабря 2021 года. Том 3. – Курск: Юго-Западный государственный университет, 2021. – С. 317-321. – EDN SBHSSU.

7. Междисциплинарная интеграция в обучении математике как средство формировании математической грамотности обучающихся / И. В. Кузнецова, Г. Ю. Буракова, Т. Л. Трошина, А. В. Голлай // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. – 2022. – Т. 28, № 3. – С. 45-50. – DOI 10.34216/2073-1426-2022-28-3-45-50. – EDN LSUEXB.

8. Роль изучения литературы в развитии личности обучающегося физико-математической школы СФУ / Т. Ю. Таскина, И. В. Матвеева, Н. Ф. Логинова, Т. М. Шерстобитова // Динамика языковых и культурных процессов в современной России. – 2024. – № 8. – С. 456-461. – EDN LZDHLP.

9. Самсонова, Т. И. Формирование познавательного интереса на уроках математики через межпредметные связи математики и литературы / Т. И. Самсонова, Т. Ю. Середа // Опыт образовательной организации в сфере формирования цифровых навыков : Сборник материалов Всероссийской научно-методической конференции с международным участием, Чебоксары, 31 декабря 2019 года. – Чебоксары: Общество с ограниченной ответственностью «Издательский дом «Среда», 2019. – С. 222-226. – DOI 10.31483/r-74415. – EDN RWLIHL.

10. Смажко, Г. П. Клиповое мышление у школьников и библиографическая грамотность в век информационных технологий / Г.П. Смажко // Вестник научных конференций. – 2023. – № 12-2(100). – С. 117-119. – EDN TJYPHL.

REVIEW ANALYSIS OF MODERN DIRECTIONS FOR IMPLEMENTING THE INTEGRATION OF LITERATURE AND SCHOOL MATHEMATICS COURSE

Ovseychuk S.A,
Krivko Ya.P.

Abstract. This article focuses on the analysis of opportunities and methods for integrating literature and mathematics in school education. The author considers interdisciplinary connections as an effective tool for increasing students' interest in mathematics, developing their logical thinking, broadening their horizons, and improving the overall quality of education. The article provides examples from scientific research where integration is implemented through project-based methods, literary analysis, historical context, discussions, and creative assignments.

Keywords: *integration, interdisciplinary connections, mathematics, literature, and school education.*

О ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

Бродский Яков Соломонович,
e-mail: y-brodsky@yandex.ru
г. Донецк, Россия
Павлов Александр Леонидович,
кандидат физико-математических, доцент,
e-mail: a.pavlov49@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация. Рассмотрена проблема изучения геометрических вероятностей в школьном курсе математики, их свойства, указаны области их применения, обоснована целесообразность увеличения их роли в реализации стохастической содержательной линии.

Ключевые слова: *геометрические вероятности, бесконечное множество исходов, геометрическое пространство, мера множества.*

Федеральными рабочими программами по учебному курсу «Вероятность и статистика» предусматривается изучение геометрических вероятностей только в 9-м классе. Вместе с тем имеется много публикаций, в которых геометрическая вероятность представлена в обучении школьников более обстоятельно, в том числе и в старшей школе. О значении изучения геометрических вероятностей сказано в статье [3]:

– реализуется принцип наглядности в обучении математике, что особенно важно для обучающихся с доминантой наглядно-образного мышления;

– расширяются представления школьников о вероятности случайных событий;

– осуществляется интеграция курсов планиметрии (лучше было бы сказать: геометрии) и теории вероятностей и математической статистики, что ведет к более глубокому пониманию изучаемого материала и реализации внутрипредметных связей курса математики в целом;

– классическая, статистическая и геометрическая вероятности обобщаются до аксиоматической вероятности.

В [3] показано, как изучение стохастического понятия «геометрическая вероятность» способствует укреплению внутрипредметных и межпредметных связей школьного курса математики, усилению его прикладной направленности и значимости для современного человека.

По мнению авторов [1], геометрическая интерпретация понятия вероятности представляется весьма привлекательной с точки зрения пробуждения интереса школьников и их учителей к стохастической линии в школьном курсе математики. На примере ряда задач показано, что геометрическая вероятность является эффективным «Организатором» (менеджером) внутренних и внешних межпредметных связей математики.

На наш взгляд, современные программы переоценивают возможности обучающихся в усвоении представленного в них содержания и недооценивают роль геометрической вероятности в формировании вероятности как меры случайности. Опыт измерения геометрических величин может способствовать этому, обеспечивать овладение понятием вероятности, существенно усилить прикладную направленность обучения математике.

Классическое определение вероятности предполагает задание **конечного** числа **равновозможных** элементарных исходов, отсюда вероятность, вычисленная классическим способом, всегда будет рациональным числом. Однако встречаются и опыты, где исходов бесконечное множество. Рассмотрим некоторые такие примеры.

Стреляя по некоторой мишени, можно попасть в любую точку этой мишени, а их бесконечное множество. Выбирая место для строительства бензоколонки вдоль некоторого шоссе, имеем бесконечное множество возможностей. Для выбора расположения определённой частицы внутри стеклянного кубика существует также бесконечное множество возможностей. Для всех этих и подобных им опытов подсчитать вероятность того или другого события с помощью классического определения не удастся: ведь исходов опыта бесконечное множество. А анализировать такие ситуации на практике приходится.

Важный класс моделей вероятностных пространств, не являющихся дискретными, составляют так называемые **геометрические вероятности**.

Эти модели содержат бесконечное множество исходов. Сущность проблем определения геометрических вероятностей состоит в следующем.

Пусть G и H — два непрерывных множества геометрических элементов одного и того же рода, подчинённых условию, что все элементы H входят и в состав G. Если взять наудачу какой-либо элемент из множества G, то какова вероятность того, что он принадлежит H? [2]

В теории вероятностей обычно рассматриваются случайные переменные, которые являются числами или системами чисел и которые принимают значения из некоторого множества, где определена неотрицательная мера. Выполнение определённых дополнительных условий позволяет истолковать эту меру как вероятность.

Большой интерес к геометрическим вероятностям обусловлен прежде всего широким диапазоном их применений в естествознании. Например, на основе анализа известной задачи Бюффона об игле зарождалась идея одного из самых мощных методов вычислительной математики — метода Монте-Карло. Обобщение задачи Бюффона на случайное проведение нескольких игр явилось предпосылкой создания другой математической дисциплины — стохастической геометрии, которая занимается изучением геометрических объектов случайного характера таких, как случайные мозаики, случайные точечные поля, то есть математические модели, которые состоят из точек, случайным образом расположенных в пространстве, при этом точки возникают независимо друг от друга. Такие модели используются для описания случайных процессов в различных областях, включая астрономию, биологию, экологию, геологию, физику, экономику и другие.

Геометрические вероятности учат видеть пространство, а не только числа, они помогают понять, как в реальности работают случайности, они являются основой многих современных технологий моделирования в физике и биологии. В частности, геометрические вероятности используются в трехмерном пространстве (например, как часто молекулы сталкиваются в газе), на поверхностях (например, на сфере — типа планеты Земля). Они могут применяться для разработки компьютерных программ, позволяющих рисовать тысячи случайных точек. В [2] содержится обзор теорий геометрических вероятностей и её применений в физике, астрономии, биологии, кристаллографии и т. д.

Если опыты с конечным числом исходов можно представить как случайный выбор из конечного числа точек, то упомянутые опыты с бесконечным числом исходов заключаются в случайном выборе одной точки из множества точек, образующего некоторую геометрическую фигуру (линию, плоскую фигуру, пространственное тело). События, которые интересуют нас, заключаются в том, что избранная точка будет принадлежать определенной части фигуры.

Если допустить, что попадание в некоторую часть геометрической фигуры пропорциональна мере этой фигуры (длине, площади, объему), то вероятность такого события определяется как отношение, соответственно, этих мер указанной части фигуры и всей фигуры.

В теории геометрических вероятностей случайными элементами являются уже не числа, а геометрические объекты такие, как точки, линии. Способ приписывания меры таким элементам не всегда очевиден. Стоит подчеркнуть, что вместо количества всех равновозможных исходов мы берем длину, или площадь, или объем той фигуры, в которой выбирается точка, а вместо количества благоприятных исходов — длину, или площадь, или объем той ее части, которой принадлежит избранная точка.

Вообще, при геометрическом подходе к определению вероятности случайного события в качестве ПЭИ G (пространства элементарных исходов) рассматривается произвольное множество точек, имеющих или длину, или площадь, или объём, а событиями называются всевозможные подмножества G, с теми же свойствами. Вероятность события H определяется формулой $P(H)=\dfrac{\mu(H)}{\mu(G)}$, где $\mu(H)$ — одна из указанных мер множества H.

В задачах, относящихся к этой схеме, испытанием является случайный выбор точки в некоторой области G, а событием H —попадание выбранной точки в некоторую подобласть H области G. При этом требуется, чтобы все точки G имели равные шансы быть выбранными.

Геометрическое определение вероятности применяется в тех случаях, когда множество всех исходов (возможно и благоприятных) бесконечно, и эти исходы определяются одним или несколькими числовыми параметрами. Множество исходов опыта может быть изображено в виде совокупности точек отрезка прямой, или линии, или некоторой плоской фигуры, или некоторого пространственного тела. В таких опытах нельзя говорить о числе равновероятных исходов опыта и о числе благоприятных для данного события исходов. Вот простейшие примеры применения определения геометрических вероятностей.

Задача 1. *Представим себе, что мы едем в поезде, который ведет электровоз. Вдруг поезд останавливается: состоялся обрыв контактного провода, причем, неизвестно где. Длина участка, на котором мог состояться обрыв, составляет 2 км. Поезд находится в 400 м от конца этого участка. Какова вероятность того, что разрыв состоялся перед поездом?*

Задача 2. *На квадратном журнальном столике со стороной 80 см лежит квадратное зеркальце со стороной 10 см. На этот столик попал брошенный кем-то наудачу камень. Какова вероятность того, что этот камень попадет целиком на зеркальце?*

В задаче 1 длина любой части контактного провода, соизмеримой со всем контактным проводом, выражается рациональным числом. Поэтому она может быть представлена в виде суммы отрезков длины $\frac{1}{n}$, отсюда вытекает, что вероятность попадания точки обрыва внутрь такой части провода равна отношению длины этой части к длине всего контактного провода. Длина каждого отрезка провода, несоизмеримого со всем контактным проводом, выражается иррациональным числом. Оно является пределом некоторой последовательности рациональных чисел, а предел суммы последовательностей, каждая из которых имеет предел, равен сумме их пределов. Поэтому вероятность попадания точки обрыва внутрь любого отрезка тоже будет равна отношению длины части провода к длине всего провода. Ввиду этого при решении любой задачи на геометрическую вероятность слово «наудачу» можно понимать как указание на то, что вероятность попадания некоторой точки внутрь отрезка пропорциональна длине этого отрезка. Ту же роль подведения к понятию геометрической вероятности в работе [3] играет пример 1.

Слово «наудачу» в формулировке задачи 2 следует понимать как указание на то, что вероятность попадания центра камня внутрь маленького квадратика, равновеликого зеркальцу, зависит только от площади этого квадратика, а не от того, где внутри журнального столика этот квадратик расположен. Иначе говоря, это слово указывает на то, что вероятность попадания центра камня внутрь любого квадратика равна отношению площади этого квадратика в площади всего столика.

В обеих рассмотренных задачах решение существенно зависело от понимания слова «наудачу». В случаях, когда может возникнуть сомнение в смысле этого слова, необходимо в тексте задачи дать соответствующее разъяснение, без этого задача не может быть решена однозначно.

При решении задач на геометрическую вероятность надо точно определить, что понимается под тем, что точка выбирается наудачу, случайно. Нельзя считать, что это слово означает, что все исходы, изображаемые различными точками исходной фигуры, равновероятны: так как общее число исходов бесконечно, то последнее утверждение означает только то, что вероятность каждого отдельного исхода равна нулю, и ничего не даёт для вычисления вероятностей. Вместо вероятности отдельного исхода здесь удобно рассматривать вероятность того, что точка попадает внутрь части рассматриваемой фигуры, имеющей малую длину, или малую площадь, или малый объём. При этом слово «наудачу» нужно понимать как указание на то, что вероятность попадания точки внутрь рассматриваемой фигуры зависит лишь от меры указанной части фигуры, но не от того, в каком месте фигуры эта часть расположена.

Задачи на геометрическую вероятность решаются по схеме:

1) Формулируется рассматриваемый опыт, случайное событие, рассматриваемые у условии.

2) Из условия устанавливается геометрическая фигура, содержащая всевозможные исходы случайного опыта, указывается название соответствующей ей меры, и из условия находится её значение.

3) Наиболее трудной частью решения является нахождение тех же элементов для случайного события, то есть установление геометрической фигуры, содержащей всевозможные исходы, благоприятствующие искомому событию, она должна иметь ту же размерность, что и фигура, соответствующая опыту.

4) Находится значение меры для этой фигуры.

5) Вычисляется искомая вероятность: она равняется частному от деления значения меры фигуры, определяющей случайное событие, на значение меры фигуры, определяющей случайный опыт.

Федеральными рабочими программами по учебному курсу «Вероятность и статистика» предусматривается нахождение вероятностей случайных событий на основе классического или статистического определений вероятности. При этом основные свойства этого понятия (вероятность достоверного и невозможного событий, вероятность суммы событий, вероятность противоположного события и др.) устанавливались на основе этих определений.

Нетрудно показать, что геометрическая вероятность имеет такие же свойства. Геометрические меры фигур являются неотрицательными по определению, неотрицательным является и их отношение, т.е. геометрическая вероятность. Достоверным событием является попадание в фигуру, содержащую всевозможные исходы рассматриваемого случайного испытания, то есть в геометрическое пространство, характеризующее это испытание. Его вероятность равна отношению его меры к самой себе. Ясно, что она равна 1. Из свойств длины отрезка, площади плоской фигуры, объёма пространственной фигуры следует, что геометрическая вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме геометрических вероятностей этих событий. Рассмотрение свойств геометрической вероятности позволяет использовать их при решении задач.

Введение геометрических вероятностей существенно повышает прикладную направленность обучения стохастике. Многие прикладные задачи без рассмотрения этого понятия просто не могли быть решены. К ним относятся, например, известная задача о встрече, задачи на движение. Прикладную направленность имеют такие вопросы, как «чему равна вероятность того, что точка лежит внутри одной фигуры, если известно, что она лежит внутри другой», или «чему равна вероятность того, что прямая пересекает какую-то фигуру, если известно, что она пересекает другую». Ответы на подобные вопросы находятся с помощью геометрических вероятностей.

Геометрические вероятности способствуют расширению внутрипредметных связей курса математики. Изучение рассматриваемых вопросов способствует укреплению навыков измерения геометрических фигур.

Более широкое рассмотрения геометрических вероятностей в обучении школьников может быть сделано в системе дополнительного математического образования, реализуя дифференцированный подход к их изучению.

Литература

1. Бодряков, В.Ю, Фомина Н.Г. Геометрическая вероятность как эффективный менеджер межпредметных связей школьного курса математики /В. Ю. Бодряков, Н. Г. Фомина // Математика в школе. – 2010. –№8. – С.42-51.

2. Кендалл, М. Геометрические вероятности. / М. Кендалл, П. Моран. – Москва: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1972. – 192 с.

3. Терехова, Л.А. Методика изучения понятия «Геометрическая вероятность» в структуре «традиционного» школьного курса математики. / Л.А. Терехова // Ученые записки Орловского государственного университета. – 2016. – №3(72). – С. 342- 347.

ON GEOMETRIX PROBABILITIES

Brodsky Jakov, Pavlov Alexander

Abstract. The article discusses the problem of studying geometric probabilities in the school mathematics course, their properties, and their application areas. The article also justifies the importance of increasing their role in implementing the stochastic content line.

Keywords: *geometric probabilities, infinite number of outcomes, random choice, geometric space, measure of multiplicity.*

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ ПО ТЕМЕ «ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ» В 5 КЛАССЕ

Петренко Марина Витальевна,
учитель математики и информатики,
e-mail: petrenkomarina567@mail.ru
ГБОУ «СШ №37 г. о. Макеевка», г. Макеевка, РФ

Аннотация. Статья посвящена проектированию цифровых образовательных ресурсов для обучения математике в 5 классе на примере темы «Обыкновенные дроби». Представлен комплексный подход к созданию электронных ресурсов, включающий теоретические основы, методические аспекты и практическую реализацию. Особое внимание уделено разработке интерактивных элементов и визуализации учебного материала.

Практическая часть включает создание цифрового ресурса на платформе Digipad с системой интерактивных игр и викториной для контроля знаний. Разработанные материалы могут использоваться в очном, дистанционном и смешанном обучении.

Ключевые слова: *электронное обучение, обыкновенные дроби, цифровые образовательные ресурсы (ЦОР), интерактивность, обучение математики.*

Современная система образования находится в процессе трансформации, вызванной активным внедрением цифровых технологий в учебный процесс. Федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) основного общего образования акцентируют внимание на формировании универсальных учебных действий, что предполагает использование разнообразных форм и средств обучения, включая электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

Особую актуальность приобретает проблема проектирования электронного обучения на уроках математики, поскольку этот предмет традиционно требует высокого уровня абстрактного мышления, системности и логичности. В пятом классе начинается активное знакомство с такими важными разделами математики, как *дроби*, которые служат базой для дальнейшего изучения алгебры и геометрии. Включение электронных образовательных ресурсов (ЭОР) позволяет сделать процесс усвоения этой темы более наглядным, интерактивным и мотивирующим для учащихся.

Согласно мнению Я.Д. Батаевой, «внедрение электронных средств обучения способствует индивидуализации и дифференциации учебного процесса, обеспечивает оперативную обратную связь и развитие ИКТ-компетентности учащихся» [1]. При этом возникает необходимость научного осмысления и методического обоснования проектирования электронного обучения математике, ориентированного на особенности обучающихся среднего школьного возраста.

Цифровые ресурсы способствуют повышению результативности обучения математике за счет оперативной обратной связи и адаптации к индивидуальным потребностям учащихся. Однако методика проектирования электронных курсов по теме «Дроби» для 5 класса остается недостаточно разработанной. Существующие работы фокусируются на отдельных аспектах, таких как геймификация [3] или использование платформ, но не предлагают комплексного подхода, сочетающего педагогические, технологические и возрастные особенности.

В данной работе исследуется проблема недостаточной методической проработанности проектирования электронных курсов по теме «Дроби» с учётом возрастных особенностей учащихся.

Процессы цифровизации, активно развивающиеся в системе образования, обострили необходимость пересмотра традиционных подходов к преподаванию школьных дисциплин, в том числе и математики. Одним из актуальных направлений современной дидактики стало проектирование электронного обучения, обеспечивающего сочетание визуальной наглядности, интерактивного взаимодействия и доступности обучающего контента.

Актуальность проектирования электронного обучения математике в основной школе обусловлена, с одной стороны, требованиями федеральных стандартов образования, ориентированных на развитие ИКТ-компетентностей обучающихся, а с другой — психологическими и когнитивными особенностями школьников среднего звена. Электронный формат позволяет варьировать формы подачи материала, включая видео, анимации, тренажёры и интерактивные задания, что повышает уровень вовлечённости и понимания учащимися учебного материала.

Кроме того, возникает противоречие между возможностями интерактивной среды и необходимостью строгого соответствия содержанию учебной программы. Исследования показывают, что избыточное использование визуальных и мультимедийных элементов способно привести к когнитивной перегрузке учащихся.

Как отмечает Е.И. Скафа, проектирование эффективного цифрового урока требует высокого уровня профессиональной компетентности учителя, включая знание платформ (Moodle, iSpring, LearningApps), владение методикой построения визуального контента, понимание принципов адаптивного и смешанного обучения [7]. Для успешной реализации e-learning в математике необходимо не просто цифровизировать содержание, но и выстроить логику урока с учётом интерактивной обратной связи, возможности диагностики и самоконтроля обучающегося.

Курс математики 5-6 классов представляет собой органическую составную часть всей школьной математики. Основные линии содержания курса математики в 5-6 классах – арифметическая и геометрическая.

На изучение дробей в 5 классе отводится 48 часов по теме «Обыкновенные дроби» и 38 часов на тему «Десятичные дроби». В первой теме учащиеся знакомятся с такими понятиями, как: представление о дроби как способе записи части величины; обыкновенные дроби; правильные и неправильные дроби; смешанная дробь; взаимообратные дроби [5]. При изучении второй темы вводятся понятие десятичной дроби. Учащиеся обучаются использовать десятичную запись дробей; представлять десятичную дробь в виде обыкновенной; сравнивать десятичные дроби; выполнять с ними арифметические действия; округлять их; решать текстовые задачи с десятичными дробями.

На протяжении всего блока школьникам предлагается проводить исследования свойств дробей, опираясь на числовые эксперименты (в том числе с помощью компьютера), знакомиться с историей развития арифметики.

Проектирование электронных уроков в основной школе должно опираться не только на дидактические принципы, но и на учёт возрастных и психологических особенностей обучающихся. Успешность внедрения цифровых образовательных технологий напрямую зависит от соответствия формата подачи материала когнитивным возможностям школьников, уровня их мотивации, внимания, оперативной и долговременной памяти, а также сформированности учебной самостоятельности.

Особую роль в восприятии электронного контента играет его дизайн и структура. Согласно Г.Р. Зиятдиновой и Д.А. Козыревой, обучающиеся легче усваивают материал, представленный в виде блоков, с яркими, но не перегружающими визуальными элементами, а также с понятной иконографикой для навигации по разделам [3]. Таким образом, визуальная простота, лаконичность и логика интерфейса выступают неотъемлемыми условиями успешной работы с цифровым материалом.

В то же время важно понимать, что не все обучающиеся одинаково воспринимают цифровой формат. У части учащихся наблюдается снижение интереса к учебной деятельности при чрезмерной визуализации и отсутствии «живого» контакта с преподавателем. Это указывает на необходимость сочетания традиционных и электронных форм обучения — так называемого смешанного обучения, которое обеспечивает баланс между самостоятельной работой и педагогической поддержкой.

Таким образом, проектирование электронного обучения математике должно учитывать не только содержание учебного материала, но и психологические характеристики школьников.

Современные требования к обучению предполагают интеграцию цифровых технологий в образовательный процесс. В условиях дистанционного и смешанного форматов особенно востребованы формы электронного обучения, позволяющие реализовывать как синхронное, так и асинхронное взаимодействие между учителем и учащимися.

Наиболее эффективными средствами изучения темы «Обыкновенные дроби» являются электронные образовательные ресурсы, адаптированные под возрастные особенности обучающихся. По мнению И.В. Гончаровой, проектирование электронного урока по математике должно учитывать как дидактические принципы, так и психологические особенности учащихся основной школы [2]. Использование платформ с визуализацией дробей, анимированными объектами, заданиями с пошаговой обратной связью позволяет не только повысить интерес к теме, но и углубить понимание её содержания.

Большое значение при изучении дробей имеет визуальная наглядность. С этим согласуется мнение Н.Н. Костиковой, которая отмечает, что применение наглядных моделей способствует формированию познавательного интереса и облегчает переход от конкретных представлений к абстрактным [4].

Не менее важным является и элемент игрового подхода. Как подчёркивают Г.Р. Зиятдинова и Д.А. Козырева, геймификация способствует вовлечению школьников в процесс обучения и развитию самостоятельности при выполнении заданий [3]. Использование игровых моделей, балльных рейтингов и визуальных аватаров в электронных курсах помогает устранить тревожность, поддерживать внимание и укреплять мотивацию.

Проектирование электронного урока предполагает не только структурирование содержания, но и тщательную работу над визуальным и интерактивным оформлением заданий. Интерфейс электронного урока должен быть простым, доступным, интуитивно понятным для обучающихся 5 класса, а также соответствовать санитарно-гигиеническим требованиям к организации образовательного процесса с использованием экранных устройств.

В рамках данной работы был разработан цифровой образовательный ресурс, предназначенный для изучения и закрепления темы «Обыкновенные дроби» учащимися 5-х классов. В качестве платформы для реализации данного ресурса была выбрана интерактивная онлайн-доска Digipad, обеспечивающая удобство и гибкость в представлении учебного материала, а также возможности для организации совместной работы и обмена информацией.

Разработанный ресурс включает в себя три ключевых компонента, способствующих эффективному освоению темы:

1. Основной и важный теоретический материал по теме «Дроби», а также его применение на конкретных примерах. Материал, размещённый на онлайн-доске, охватывает такие аспекты, как понятие дроби, ее числитель и знаменатель, правильные и неправильные дроби, смешанные числа, сравнение дробей, а также основные действия с дробями.

На рисунке 1 представлен интерфейс экрана цифрового образовательного ресурса, а именно онлайн-доски, разработанной на платформе Digipad. Материал по каждому разделу находится в отдельной «капсуле», что позволяет структурировать и размещать материал по конкретным темам для удобства и лучшего восприятия.

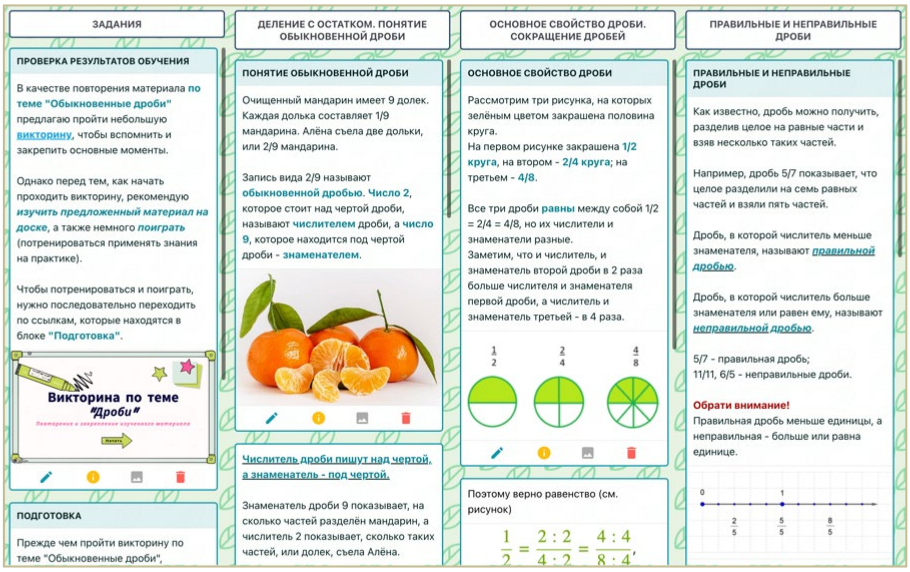


Рисунок 1 – Интерфейс экрана цифрового образовательного ресурса

2. Виртуальные игры по теме «Дроби» для повторения и закрепления материала (см. рис. 2-3). Для повышения мотивации и эффективности обучения, а также для закрепления полученных знаний, в ресурс интегрированы интерактивные виртуальные игры. Эти игры разработаны с использованием анимации и игровых сценариев, которые помогают учащимся лучше усвоить абстрактные математические понятия. Такой подход способствует развитию образного и логического мышления, делая процесс повторения и закрепления материала более увлекательным и доступным.

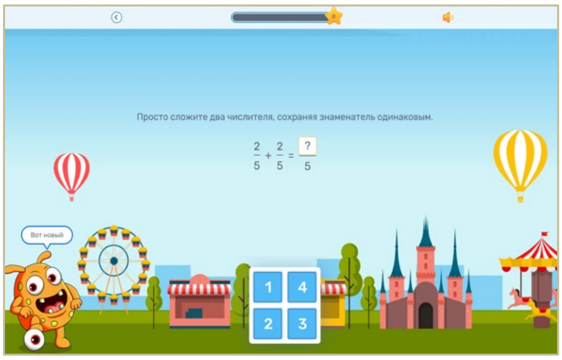


Рисунок 2 – Игра по теме «Сложение дробей»

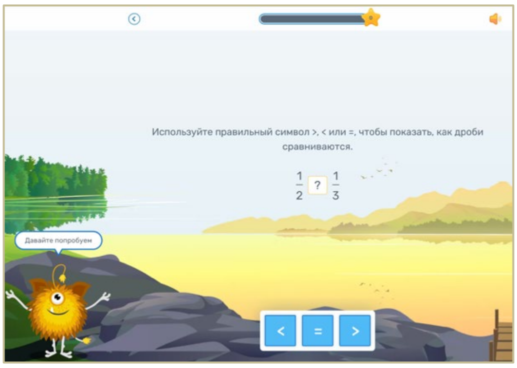


Рисунок 3 – Игра по теме «Сравнение дробей»

3. Интерактивная викторина в формате опроса для проверки результатов обучения, разработанная на платформе Genially (см. рис. 4). Для контроля усвоения учебного материала и самооценки знаний учащихся в ресурс включена интерактивная викторина, разработанная на

платформе Genially. Данная форма контроля учебных достижений стимулирует более высокую вовлеченность учащихся в учебный процесс [6].

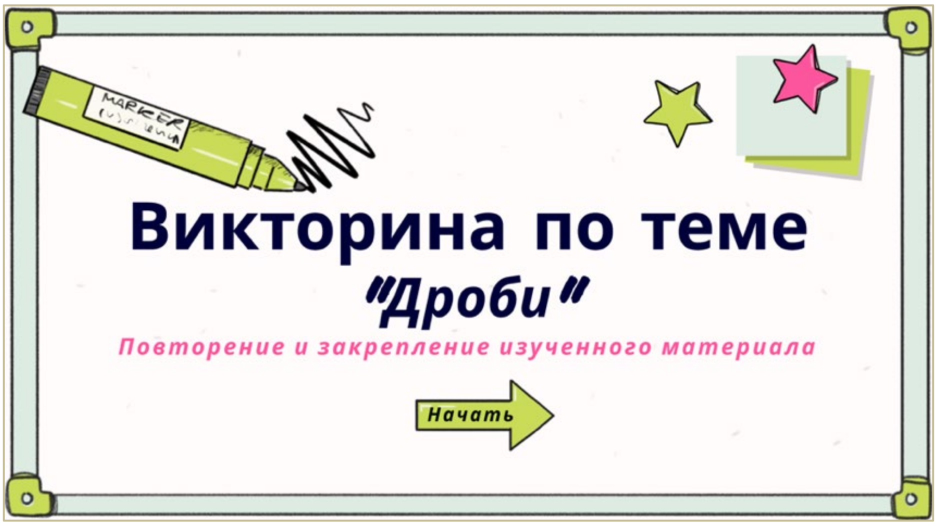


Рисунок 4 – Интерфейс стартового экрана викторины по теме «Дроби»

Данная викторина предлагает учащимся серию вопросов различного уровня сложности в формате опроса. Это могут быть вопросы на выбор ответа, установление последовательности, ввод числового значения и другие (см. рис. 5-6).

Рисунок 5 – Вопрос из викторины на выбор верного ответа

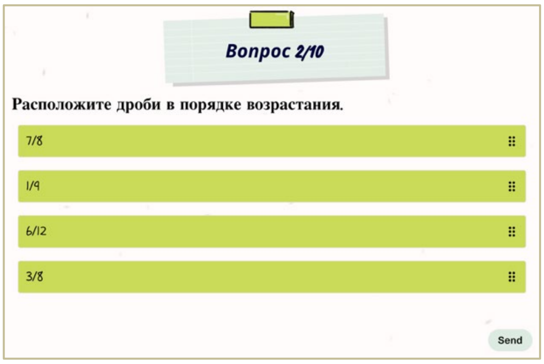


Рисунок 6 – Вопрос из викторины на выбор установление последовательности

Викторина не только позволяет проверить фактические знания по теме «Дроби», но и дает мгновенную обратную связь, что способствует выявлению пробелов в знаниях и стимулирует учащихся к повторному изучению сложных моментов. Интерактивный формат делает процесс проверки знаний менее формальным и более интересным для пятиклассников.

Таким образом, разработанный в рамках данной работы цифровой образовательный ресурс по теме «Обыкновенные дроби», реализованный на интерактивной онлайн-доске Digipad, представляет собой комплексный, многофункциональный и инновационный инструмент обучения.

Систематизированный теоретический материал, подкрепленный множеством наглядных примеров, обеспечивает прочную основу для понимания абстрактных концепций дробей. Это позволяет учащимся не просто заучивать правила, но и логически осмысливать их, видеть взаимосвязи и применять полученные знания на практике и в реальной жизни.

Включение интерактивных виртуальных игр и викторины является ключевым элементом, повышающим мотивацию и эффективность обучения. Игровой формат способствует активизации познавательной деятельности, развитию образного мышления и позволяет учащимся экспериментировать с дробями в безопасной и увлекательной среде. Такая форма закрепления материала способствует более прочному и долговременному запоминанию, так как обучение происходит через активное действие и визуализацию.

Анализ и проектирование электронных уроков по теме «Дроби» для 5 класса показывает, что они становятся полноценной формой организации обучения, а не просто вспомогательным инструментом. Их разработка требует пересмотра традиционных подходов, особенно для сложной темы дробей, где важен переход от конкретного к абстрактному. Ключевые требования к таким урокам включают учет возрастных особенностей через визуализацию (анимации, интерактивные модели) и дозированную нагрузку. Для мотивации эффективны элементы геймификации и инструменты саморегуляции. Урок должен иметь четкую структуру (вводная часть, основная, практика и контроль), соблюдая принципы доступности и интерактивности. Технически необходимо использовать адаптивные платформы с персонализированными траекториями и аналитикой, обеспечивая эргономичный интерфейс без избыточной графики. Важна интеграция с традиционным обучением в смешанном формате, а также готовность педагога работать с цифровой дидактикой.

Таким образом, при соблюдении методических и технических требований электронный урок становится эффективным средством для глубокого усвоения материала и развития математических навыков.

Литература

1. Батаева, Я.Д. Современные формы и методы обучения математике / Я.Д. Батаева // Проблемы современного педагогического образования. – 2023. – № 79-1. – С. 32-35.

2. Гончарова, И.В. Методика проектирования электронного урока по математике для учащихся основной школы / И.В. Гончарова //

Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – № 3(59). – С. 62–69. DOI: 10.24412/2079-9152-2023-59-62-69.
3. Зиятдинова, Г.Р. Геймификация. Применение игры в обучении математике / Г.Р. Зиятдинова, Д.А. Козырева // Современное образование: актуальные вопросы и инновации. – 2022. – № 3. – С. 55-57. – EDN HMYTWR.
4. Костикова, Н.Н. Формирование познавательной активности учащихся при изучении темы «Обыкновенные дроби» с использованием средств наглядности / Н.Н. Костикова // Современные проблемы физико-математических наук : Материалы X Всероссийской научно-практической конференции, Орёл, 29–30 ноября 2024 года. – Орёл: Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева, 2024. – С. 546-555. – EDN EALWMG.
5. Кретова, К.О. Методика изучения обыкновенных дробей на уроках математики в 5 классах / К.О. Кретова // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. – 2022. – № 12. – С. 85-86. – EDN ZMNQXT.
6. Маркаева, А.А. Организация контроля учебных достижений по математике для учащихся 5-6 классов в условиях цифрового обучения / А.А.Маркаева, В.А.Моисеенко // Эвристическое обучение математике : Материалы VII Международной научно-методической конференции (Донецк, 19–21 декабря 2024 г.); под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой, проф. А.А. Русакова, проф. Е.И. Скафы. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2024. – С. 41-46.
7. Скафа, Е.И. Организация проектно-эвристической деятельности будущих учителей математики по созданию мультимедийных средств обучения / Е.И. Скафа // Информатика и образование. – 2021. – № 5. – С. 59-64. – DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-5-59-64.

DESIGNING DIGITAL EDUCATIONAL RESOURCES ON THE TOPIC «ORDINARY FRACTIONS» IN GRADE 5

Petrenko Marina

Abstract. This article focuses on the design of digital educational resources for teaching mathematics to fifth-grade students, using the topic "Common Fractions" as an example. It presents a comprehensive approach to creating electronic resources, encompassing theoretical foundations, methodological aspects, and practical implementation. Particular attention is paid to the development of interactive elements and visualization of educational material.

The practical component involves creating a digital resource on the Digipad platform with a system of interactive games and a quiz for knowledge

assessment. The developed materials can be used in face-to-face, distance, and blended learning.

Keywords: *e-learning, common fractions, digital educational resources (DER), interactivity, mathematics teaching.*

КОНТЕКСТНЫЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Рево Анастасия Борисовна,
студент,
e-mail:revoshka21@gmail.com.
Семёнова Ирина Николаевна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail:semenova_i_n@mail.ru
ФГАОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург, РФ

Аннотация. В статье выделены особенности контекстной задачи, которые обеспечивают результативность формирования функциональной математической грамотности. Для выделения особенностей проведено сопоставление контент функциональной математической грамотности и элементов деятельностного состава определения контекстной задачи. Для иллюстрации выделенных особенностей приведен пример контекстной задачи, к которой сформулированы специальные учебно-познавательные задания.

Ключевые слова: *элементы деятельностного состава контекстной задачи, контенты функциональной математической грамотности, широкая интерпретация, узкая интерпретация, учебно-познавательные задания.*

Актуальность исследования. Актуальность формирования функциональной грамотности отражена в федеральном государственном образовательном стандарте (ФГОС)[1], который устанавливает требования к условиям реализации программы основного общего образования. Одним

[1] Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287). – Текст: электронный // ФГОС: [сайт]. – URL: https://fgos.ru/

из требований является создание для участников образовательных отношений условий, обеспечивающих возможность формирования функциональной грамотности обучающихся (способности решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности), включающей овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу дальнейшего успешного образования и ориентации в мире профессий.

Для формирования функциональной математической грамотности (ФМГ), как составляющей функциональной грамотности, авторы [1,3,6] предлагают разные средства: практико-ориентированные задачи, лабораторные работы, кейсовые задания, проектную деятельность, междисциплинарные элективные курсы. При этом одним из наиболее актуальных и эффективных средств, по мнению В.А. Далингера, Т.Н. Константиновой, О.М. Мясниковой, О.В. Янущик и др., являются контекстные задачи. Однако, анализ литературы [2,4,5,8,9] показывает, что в исследованиях отсутствуют четко выделенные особенности контекстной задачи, которые определяют их эффективность в процессе формирования функциональной математической грамотности. Сформулированное суждение создает определенные трудности учителю при выборе из совокупности контекстных задач тех, которые с наибольшей результативностью будут способствовать формированию ФМГ.

В контексте сказанного, поставим исследовательскую задачу: выделить особенности контекстной задачи, которые определяют результативность формирования ФМГ.

Методология и методы. Для решения сформулированной исследовательской задачи выделим контенты ФМГ и соотнесем их с определением контекстной задачи, представленном на языке деятельностного подхода. Результат соотнесения положим в основу особенностей и проиллюстрируем примером контекстной задачи.

Л.О. Рослова [7, С.63] определяет **функциональную математическую грамотность** как: «способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает в себя умения использовать математические понятия, процедуры и факты для описания объектов и явлений окружающей действительности, проводить математические рассуждения, высказывать обоснованные суждения».

Выделим из данного определения контенты ФМГ: формулировать математику в разнообразных контекстах, применять математику в разнообразных контекстах, интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Полученный результат коррелирует с результатами исследования И.Н. Семёновой и Е.А. Шорохова [10, С.82], которые дополнительно указывают разделение интерпретации математики в разнообразных контекстах на широкую и узкую.

Продолжая решение исследовательской задачи, выделим определение контекстной задачи.

Контекстная задача – это задача мотивационного характера, в условии которой описана конкретная жизненная ситуация. Для её разрешения необходимо применять не только те знания, что получены ранее в различных предметных областях (включающих математику), но и знания, которые учащийся приобретает в повседневной жизни. Решение контекстных задач требует детального анализа текста, определения избытка и недостатка условий, выявление оптимального способа решения, что предполагает установление взаимосвязей различных разделов математической науки с другими учебными предметами. Решение таких задач предполагает составление математической модели, внутримодельного решения и интерпретации полученного результата [1111, С.153].

Выделим в этом определении деятельностный состав: применять, анализировать текст, определять избыток и недостаток условий задачи, выявлять оптимальный способ решения, устанавливать взаимосвязи разделов математики с другими учебными предметами, составлять математическую модель, внутримодельное решение, интерпретировать полученный результат.

Для исследования особенностей контекстных задач в целях формирования функциональной математической грамотности проведем сопоставление контент определения ФМГ и элементов определения контекстных задач на языке деятельностного подхода (таблица 1).

Таблица 1

Сопоставление контент функциональной математической грамотности с определением контекстных задач на языке деятельностного подхода

Элементы деятельностного состава контекстных задач	**Контенты определения ФМГ**		
	формулировать	применять	интерпретировать
Применение знаний из различных предметных областей и повседневной жизни		✓	
Анализ текста (определение избытка и недостатка условий задачи)	✓		
Установление межпредметных связей (взаимосвязь разделов математики с другими учебными предметами)	✓		✓
Составление математической модели	✓	✓	
Внутримодельное решение	✓	✓	✓

(решение разными способами, выявление оптимального способа решения)			
Интерпретирование полученного результата		✓	✓

На основании сопоставления, в иерархическом порядке (по частоте и значимости), выделим следующие особенности контекстных задач, которые способствуют формированию ФМГ:

– внутримодельное решение (решение разными способами, выявление оптимального (рационального) способа решения);

– установление межпредметных связей (взаимосвязь разделов математики с другими учебными предметами);

– составление математической модели (применение известных формул и уравнений или создание новых математических выражений для решения задачи, оценка эффективности данной модели);

– интерпретация полученного результата (в широком смысле – проверить и обосновать свой ответ, в узком смысле – уметь использовать применённый алгоритм для решения прочих задач (с различными контекстами), придумывать свои примеры задач и ситуаций [10, С.84]);

– анализ текста (определение избытка и недостатка условий задачи);

– применение знаний из различных предметных областей и повседневной жизни.

С учетом выделенных особенностей, приведем пример контекстной задачи, направленной на формирование функциональной математической грамотности. Дополняя пример, конкретизируем деятельностный состав контекстных задач с реализацией в задаче (таблица 2).

Задача: На весенние каникулы учащиеся 5-х классов г. Екатеринбург решили съездить на экскурсию в 4 разных города (Рис.1). Учащиеся 5 «А» посетят северную столицу г. Санкт-Петербург, 5 «Б» выбрали для путешествия г. Калининград, 5 «В» отправятся в г. Владивосток, а 5 «Г» решили посетить г. Тбилиси. Все вылетают из аэропорта Кольцово в одно время в 10:00, но время прилета у всех разное. В г. Санкт-Петербург 5 «А» прилетит в 11:00, в г. Калининград 5 «Б» прилетит 11:15, 5 «В» прилетит в г. Владивосток в 22:00, а ученики 5 «Г» будут в г. Тбилиси в 12:25.

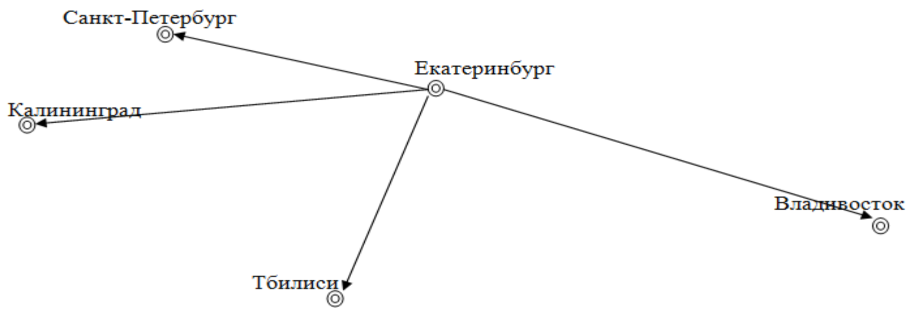


Рис. 1. Схема маршрута

Вопрос 1. Почему время прилета в пункт назначения у всех классов разное? Выберите правильный вариант ответа. Объясните свой ответ.

а) разное расстояние от г. Екатеринбург до других городов;

б) группы учащихся летят в разные стороны;

в) разница времени между городами;

г) время зависит от стоимости билета.

Вопрос 2. Определите время, когда учащиеся из разных групп (классов) могут общаться и обмениваться впечатлениями по видеосвязи одновременно, если сопровождающие педагоги разрешают это делать только с 19:00 до 23:00 по местному времени, либо во время обеденного перерыва. Ответ дайте по времени г. Екатеринбург.

Вопрос 3. Определите, в какое время должен вылететь каждый класс, чтобы все классы встретились в Екатеринбурге 30 марта в 18:00?

Учебно-познавательное задание 1: Измените условие задачи (например: задержка рейса), решите задачу.

Учебно-познавательное задание 2: Придумайте реальную ситуацию (которая могла бы произойти с вами), похожую на ту, что предложена в задаче. Составьте таблицу, либо нарисуйте схему (диаграмму), необходимую для решения задачи и придумайте хотя бы один вопрос, на который можно было бы ответить, используя данные задачи.

Таблица 2

Практическая реализация деятельностного состава контекстной задачи

Деятельностный состав контекстных задач	**Реализация в задаче и задании к задаче**
Установление межпредметных связей (взаимосвязь разделов математики с другими учебными предметами)	Для выбора правильного варианта из предложенных ответов (вопрос 1) необходимы знания из курса географии
Составление математической модели (применение известных формул и уравнений или создание новых математических выражений для решения задачи, оценка эффективности данной модели)	Выведение формулы нахождения времени на разных территориях и учет зависимости от времени в пункте отправления или проживания
Внутримодельное решение (решение разными способами, выявление оптимального (рационального) способа решения)	Создание графического представления маршрута на карте и проведение анализа того, каким образом происходит трансформация времени при авиаперелётах между различными часовыми поясами
Интерпретация полученного результата	В широком смысле – проверка и обоснование своего ответа; В узком смысле – изменение условия задачи (например: задержка рейса) и решение задачи (задание 1); «перенос» применённого

	алгоритма в задачу, придуманную учащимся (задание 2)
Анализ текста (определение избытка и недостатка условий задачи)	Выделение имеющихся математических величин (например: время вылета / время прилета самолетов)
Применение знаний из различных предметных областей и повседневной жизни	Применение математических понятий в процессе решения проблемы и обоснования выводов; Проведение необходимых подсчётов и вычислений

Представленная контекстная задача с формулированными заданиями является средством формирования ФМГ, так как раскрывает все контенты определения.

Заключение. Обсуждение предложенного материала с учителями школ г. Екатеринбурга и Свердловской области, а также со студентами ИМФИ ФГАОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет» позволяет сформулировать суждение о том, что полученные в процессе решения исследовательской задачи особенности контекстной задачи будут способствовать формированию ФМГ.

Литература

1. Бодряков В.Ю. Лабораторные работы по математике как инструмент формирования и контроля функциональной математической грамотности обучающихся / В.Ю. Бодряков, О.В. Аксенова // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий: межвузовский сборник научных работ / Уральский государственный педагогический университет; научный редактор Л.В. Сардак. – Электрон. дан. – Екатеринбург: [б.и.], 2021. – 1 CD-ROM. – Текст: электронный.
2. Далингер В.А. Контекстные задачи как средство реализации прикладной направленности школьного курса математики // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2013.
3. Дударева, Н.В. Модель формирования функционально-математической грамотности в процессе обучения математике / Н.В. Дударева, Е.А. Утюмова // Педагогическое образование в России. – 2021. – № 4. – С. 14-25.
4. Константинова Т.Н. Контекстные задачи как средство формирования приемов математического моделирования у учащихся общеобразовательной школы // Мир науки, культуры, образования. – 2014. – № 1 (44). – С. 30-32.

5. Мясникова О.М. Использование контекстных задач при оценивании метапредметных результатов / О.М. Мясникова // Пермский педагогический журнал. – 2014. – № 5. – С. 110-113.
6. Подлипский, О.К. Функциональная грамотность как направление развития математического образования в школе / О.К. Подлипский // Мир науки, культуры, образования. – 2020. – № 6 (85). – С. 104-106.
7. Рослова, Л.О. В поиске путей развития математической грамотности учащихся / Л. О. Рослова // Педагогические измерения. – 2017. – № 2. – С. 63-68.
8. Рыбалко Н.А. Контекстные задачи по курсу теории вероятностей и математической статистики, их роль и место в формировании математической компетенции / Н.А. Рыбалко // Реализация компетентностного подхода в процессе обучения математике: коллективная монография. – Соликамск: СГПИ. – 2014. – С. 54-65.
9. Санина Е.И. Контекстные задачи по математике как средство развития функциональной грамотности обучающихся / Е.И. Санина, И.В. Насикан // Ученые записки Орловского государственного университета. – 2019. – №1(82). – С. 308-310.
10. Семенова, И.Н. Исследование задачного материала для оценки возможности надёжного формирования функциональной математической грамотности на основе анализа определения понятия / И.Н. Семенова, Е.А. Шорохов // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2023. – № 3(59). – С. 81-94.
Янущик О.В, Далингер В.А. Контекстные математические задачи и формирование ключевых компетенций // Высшее образование в России. – 2017. – № 3 (210). – С. 151-154.

CONTEXTUAL TASKS AS A MEANS OF DEVELOPING FUNCTIONAL MATHEMATICAL LITERACY IN MATHEMATICS EDUCATION

Revo Anastasia, Semenova Irina

Abstract. The article identifies the features of a contextual task that ensure the effectiveness of developing functional mathematical literacy. To identify these features, a comparison was conducted between the content of functional mathematical literacy and the elements of the activity-based structure of the contextual task definition. To illustrate the identified features, an example of a contextual task is provided, accompanied by specially formulated educational cognitive assignments.

Keywords: *elements of the activity-based structure of a contextual task, content of functional mathematical literacy, broad interpretation, narrow interpretation, educational cognitive assignments.*

ЭВРИСТИКИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ КАК ФАКТОР ФОРМИРОВАНИЯ ПРОДУКТИВНОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ КОМПОНЕНТ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Романов Юрий Викторович,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: yvromanov@sfedu.ru
Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, РФ

Аннотация. Успешность решения задач зависит от степени владения обучающимися эвристическими приемами, навыками поиска способов и выбора оптимальных подходов решения задач. В статье раскрывается значение эвристического обучения математике в формировании продуктивного мышления учащихся. Показана необходимость совершенствования подготовки будущих учителей математики методам эвристического и проблемного обучения математике.

Ключевые слова: *эвристические ситуации, эвристические приемы, подготовка будущего учителя математики, эвристическое обучение математике.*

Одной из задач, стоящих перед учителем математики, является формирование продуктивного мышления учащихся и опыта их творческой деятельности. При обучении математике учитель создает такие условия, которые способствуют формированию умений школьников:

- осознанно и целенаправленно контролировать свои мыслительные процессы и продумывать свои действия;
- анализировать, оценивать и критически осмысливать получаемую информацию;
- логически рассуждать и выдвигать гипотезы и обоснованно их проверять;
- находить различные решения задач и выбирать наиболее эффективные стратегии решения задач;

- приходить к оригинальным идеям, добавляя что-то новое в уже существующие методы, представления и концепции.

Результатом успешной реализации выше перечисленных условий в обучении математике непременно будет формирование продуктивного мышления обучающихся. Продуктивное (или творческое) мышление можно характеризовать способностью быстрого переключения с оценки проблемной ситуации или задачи на действия, направленные на решение проблемы. При решении математических задач продуктивное мышление проявляется в гибкости и осознанности подходов к поиску решения задачи, умение, анализировать происходящее с точки зрения пользы и результата, что позволяет выстраивать стратегию и тактику решения задачи.

В продуктивном обучении значимая роль отводится проблемным методам обучения. Проблемная ситуация служит началом эвристического обучения.

В психологической и методической литературе имеется немало исследований по проблеме мышления (Ж. Адамар, Г.С. Альтшуллер, Б.Г. Ананьев, Л.С. Выгодский, П.Я. Гальперин, А.В. Запорожец, Л.Н. Ланда, Е.Н. Кабанова-Меллер, З.И. Калмыкова, А.М.Матюшкин, Н.А. Менчинская, А.А. Новиков, Ж. Пиаже, Я.П. Пономарева, С.Л.Рубинштейн, Ю.А. Самарин, А.Ф. Эсаулов и мн. др.,), однако продуктивная сторона мышления изучена еще явно недостаточно и недостаточно методических рекомендаций по формированию творческого мышления в школьном обучении.

Эвристика – поиск способа открытий, шаг к решению задачи, который «ведет к появлению новых признаков, свойств объектов, элементы задачи включаются в новые связи, т.е. используется оптимальный для творческого процесса анализ через синтез», - писала психолог З.И. Калмыкова [3, с.182].

Овладение учащимися эвристиками и эвристическими умениями способствует формированию их продуктивного мышления, позволяет также освоить некоторые общие подходы решения задач, применимые к широкому классу задач. Мысль об этом неоднократно высказывалась в методической литературе. О «необходимости обучения школьников таким методам решения задач, которые были бы приложимы к решению весьма далеких друг от друга задач, как по содержанию, так и по годам обучения» писал Б.А. Андрусенко [1, с. 93]. Подобные подходы являются приемами умственной деятельности, в методической литературе их часто называют эвристическими приемами.

Как отмечал А.А. Столяр: «обучение должно ориентировать учащихся на поиск решения с помощью некоторых полезных рекомендаций, которые хотя и не носят алгоритмический характер и не гарантируют успех поиска, все же способствуют ему» [9, с. 205].

В литературе описаны применяемые при решении задач отдельные эвристические приемы, которые способствуют развитию интуиции, сообразительности и активности обучающихся, формируют продуктивное мышление и опыт эвристической (творческой) деятельности. Этому способствует, например, решение нестандартных и логических задач, занимательных задач, задач на смекалку и головоломок и др.

В.А. Тестов отмечал, что «нестандартные математические задачи в наименьшей степени связаны с конкретным математическим материалом и требуют не столько знания каких-то отдельных математических фактов и частных методов, сколько универсальных приемов математического мышления» [10, с.141].

Пример 1. Рассмотрим следующую задачу: «Можно ли покрыть шахматную доску 31 косточкой домино, если у доски отпилены два противоположных по диагонали угла?»

Данная задача на сообразительность. Как показывает практика, учащиеся пытаются решать подобные задачи методом проб и перебора.

Проблема реализации эвристических идей в обучении математике не нова, ей уделяли внимание многие математики и методисты В.Г. Болтянский, Г.Д. Балк, Е.С. Канина, Ю.М. Колягин, Б.А. Кордемский, В.И. Крупич, Л.М. Лоповок, Ф.Ф. Нагибина, В. Оконь, В.А. Оганесян, Д. Пойа, В.И. Рыжик, А.А. Столяра, Е.Н. Турецкий, Л.М. Фридмана, А. Шонфелд и др..

Проблемам эвристического обучения математике большое внимание уделяется в Донецком государственном университете. Теоретические основы эвристического обучения математике систематизированы в работах Е.И. Скафа. Так, например, Е.И. Скафа предлагает создавать в обучении математике эвристические ситуации, в условиях которой ученик попадает в состояние «предоткрытия знания» и с помощью этого самостоятельно создает учебную продукцию. Основой для создания эвристической ситуации может выступать эвристическая задача, решая которую учащийся попадает в ситуацию проявления своих эвристических позиций [5; 6; 8].

Задачи, которые человеку приходится решать, их виды определяют и формируют типы мыслительных процессов. Однако любым средством надо еще умело пользоваться, а значит этому необходимо обучать учителей математики.

В работе [4] представлена классификация учебных задач, в основе которой лежат типы мыслительных процессов, протекающих при решении задач, а также отношения условия задачи к средствам, которыми владеет человек, решающий данную задачу.

Для успешного использования эвристических приемов в обучении математике необходимо решить следующие задачи:

1. Разработка методических рекомендаций и учебных пособий, позволяющих реализовывать методы эвристического обучения в школе.
2. Увеличить количество нестандартных и творческих задач в обучении математике, моделируя нестандартные ситуации и используя нестандартные подходы.

В середине 70-х годов прошлого века во все институты усовершенствования учителей РСФСР были разосланы сборники нестандартных задач с решением и методическими рекомендациями, разработанные НИИ школ МП РСФСР.

3. Обеспечение соответствующего уровня профессиональной подготовки учителей математики. Часто учителя отмечают затруднения в обосновании выбора того или иного метода обучения или метода решения задачи.

Преодоление подобных затруднений возможно, если будущие учителя математики будут знакомиться с приемами мыслительной деятельности, лежащими в основе общих эвристик, решать задачи, применяя общие и специфические эвристические ориентиры, а также специальные эвристики (классификация эвристик Е.И. Скафа).

Необходимость участия будущих учителей математики в методических исследованиях и проектах, отведении больше времени на решение ими творческих учебных и исследовательских задач, отмечалось в Концепции развития математического образования в Российской Федерации. Показателем уровня профессиональной подготовки учителя математики являются:

- умения составления задач (нестандартных, творческих, повышенной сложности и пр.) по аналогии, заимствуя или развивая идею задачи;
- умение создания системы эвристических задач по темам школьного курса математики;
- умение управлять познавательной деятельностью обучающихся при решении задач посредством алгоритмических и эвристических подсказок;
- умение организации проектно-эвристической деятельности школьников, направленной не только на поиск решения задач, но и на их конструирование (интересен опыт Донецкого государственного университета по организации проектно-эвристической деятельности будущих учителей математики [7]).

В обучении математике необходимо применять задачи, требующие от учащихся выдвижения гипотез, проведения мыслительного эксперимента, моделирования и представления гипотетического плана поиска решения задачи, не обязательно при этом давая полное ее решение

Пример 2. Учащимся можно предложить решить следующее квадратное уравнение: $x^2 - x = 1111111122222222$.

Как показывает практика, большинство обучающихся начинают решение уравнения, используя формулы Ф. Виетта. После неудачной попытки пробуют найти корни уравнения по формуле решения квадратных уравнений через дискриминант, при этом сталкиваются с трудностями вычислительного характера.

Поиск решения данного уравнения требует от учащихся сообразительности и внимательности. Для школьников данные квадратные уравнения не являются типовыми. Учителю надо быть готовым оказать дозированную помощь в поиске решения так, чтобы оставить возможность учащимся проявить инициативу и самостоятельность. При этом ориентируя их в поиске решения задачи, учитель не обязан давать правильное направление поиска. Учащиеся как бы получают «сеть дорог», по которым можно двигаться в поисках решения задачи.

В качестве подсказки можно предложить решить, следующие уравнения: $x^2 - x = 12$; $x^2 - x = 1122$; $x^2 - x = 111222$.

Подсказку может дать записать уравнений в виде (*стратегия переформулировки задачи)*:

$$\boldsymbol{x(x-1)=12;\ x(x-1)=1122;\ x(x-1)=111222.}$$

Подсказки должны позволить учащимся, найдя решения уравнений, сформулировать гипотезу о корнях уравнения (неполная индукция) $x^2 - x = 1111111122222222$: $x_1 = 33333334, x_2 = -33333333$.

Учитель может предложить учащимся составить самостоятельно уравнения аналогичные решенному, например, могут предложить уравнения: $x^2 - x = 4444444422222222, x^2 + x = 1111111122222222$.

Теория умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина) указывает, что наиболее эффективный результат дает такое обучение, когда обучающиеся при решении задач оказываются в ситуации, когда условие задачи и имеющийся опыт не подсказывают им способа решения задачи и не дают возможности найти алгоритм ее решения. В сложившейся ситуации учащиеся, ориентируясь на основные факты учебного материала, прошлый опыт решения задач, совершают творческий акт, создают новую систему действий, вырабатывают стратегию познавательной деятельности.

Пример 3. После наводнения забор, ограждающий двор деда Мазая был смыт, остались только четыре столбика по одному на каждой из сторон двора. Помогите восстановить границы двора деда Мазая, если он имел форму квадрата, прямоугольника.

Прочитать текст задачи учащимся, не значит поставить перед ними проблему. Созданию эвристической ситуации в обучении способствует совокупность действий учителя, которые вызывают познавательную активность обучающихся, вовлекая их в продуктивную деятельность.

Пример 4. Решить неравенство $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x-1} + \sqrt{3x+2} \le 3$.

Решение данного неравенства «стандартным» способом, который отработан в школьной практике, очевидно, приведет к «сложным» вычислениям. Для большинства учащихся задача является одновременно трудной и сложной.

Надо подумать, есть ли другие способы решения данного неравенства?

Стратегия - анализ экстремальных ситуаций.

Область допустимых значений неравенства: $x \geq 1$.

Рассмотрим функцию $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{4x-1} + \sqrt{3x+2}$ на отрезке $[1; +\infty)$. Функция непрерывна и строго возрастает, достигая своего наименьшего значения при $x = 1$. Находим $y_{min} = y(1) = 0 + \sqrt{3} + \sqrt{5}$. Так как $y_{min} = \sqrt{3} + \sqrt{5} > 3$, то $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x-1} + \sqrt{3x+2} \leq 3$ не имеет решений.

Включение в обучение математике нестандартных, творческих задач требует от учителя математики понимания меры проблемности задачи, полноты условия, сходства ее с ранее решаемыми задачами. Приступая к решению творческой задачи, учитель должен оценить психологическую модель деятельности обучающихся (знания, умения и навыки, опыт, мотивы и интересы), средства решения задачи (стратегия и тактика решения, алгоритмы и методы), результат решения (непосредственно продукт решения и что обучающиеся получили, решив задачу) [3].

Первостепенное значение в формировании умения тактически мыслить имеет обучение учащихся не только осуществлять деятельность в соответствии с алгоритмическими предписаниями, но и «открывать» и составлять алгоритмы действий, например, на базе эвристик. Выделяют две стороны эвристического обучения – алгоритмическую и собственно эвристическую. Необходимо отличать математические алгоритмы от алгоритмов умственной деятельности и от алгоритмов обучения.

В основе построения стратегий решения задач лежат наборы общих и специальных эвристик. В методической литературе описываются различные стратегии решения задач и приемы их поиска. При этом сходные по смыслу стратегии у разных авторов могут иметь разные названия. Выбор наилучшей стратегии или их комбинации зависит от задачи. В работе [3] рассмотрены некоторые стратегии решения математических задач. Выбор стратегии и разработка тактики решения задачи являются одним из компонентов профессиональной подготовки будущих учителей математики.

Литература

1. Андрусенко, Б.Р. Некоторые вопросы активизации обучения началам геометрии на задачах комбинаторного характера /Б.Р. Андрусенко // Роль и место задач в формировании системы основных знаний. Сборник

статей. Выпуск 1. Часть научно-методическая / Под ред. Ю. М. Колягина. – М., 1976. –124 с.

2. Калмыкова, З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости. М.: Педагогика, 1981. –200 с.

3. Романов, Ю.В. Выбор стратегии решения математической задачи как элемент подготовки будущих учителей математики /Ю.В. Романов // Развитие математического образования: от содержимого к содержанию. / Сборник статей II Международного форума для педагогов и исследователей в области математики «Градиент». Москва, 2024. – С. 231 – 240.

4. Романов, Ю.В.Творческие задачи как средство формирования и развития творческих способностей учащихся /Ю.В. Романов // Материалы II Всероссийской научно-практической конференции «Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи». Майкоп: Изд-во АГУ, 2018. - С. 71 – 76.

5. Скафа, Е.И. Методологический подход к пониманию роли эвристической задачи в математическом образовании школьников / Е.И. Скафа, М.В. Дрозд // Дидактика математики : проблемы и исследования. – 2017. – Вып. 46. – С.15 –20

6. Скафа, Е.И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика / Е.И. Скафа. – Издание второе. – Москва: ООО «Директ-Медиа», 2022. – 441 с.

7. Скафа, Е.И. Организация проектно-эвристической деятельности будущих учителей математики по созданию мультимедийных средств обучения / Е.И. Скафа // Информатика и образование. – 2021. – № 5. – С. 59–64. DOI: 10.32517/0234-0453-2021-36-5-59-64

8. Скафа, Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология: Монография [Текст] / Е. И. Скафа. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

9. Столяр А. Педагогика математики. Курс лекций. Минск: Вышэйшая школа, 1969. - 368 с.

10. Тестов В. А. Стратегия обучения математике: Монография [Текст] / В. А. Тестов. - М.: Технологическая Школа Бизнеса, 1999. - 304 с.

HEURISTICS IN TEACHING MATHEMATICS AS A FACTOR IN THE FORMATION OF PRODUCTIVE THINKING OF STUDENTS AND A PROFESSIONAL COMPONENT OF TRAINING A MATHEMATICS TEACHER

Romanov Y.V.

Abstract. ASuccessful problem solving depends on students' mastery of heuristic techniques, their ability to find solutions, and their ability to select optimal approaches to problem solving. This article explores the importance of heuristic teaching of mathematics in developing students' productive thinking. It also highlights the need to improve the training of future mathematics teachers in heuristic and problem-based teaching methods.

Keywords: *heuristic situations, heuristic techniques, training of a future mathematics teacher, heuristic teaching mathematics.*

ОБ АКТУАЛЬНОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ОПИСАТЕЛЬНОЙ СТАТИСТИКИ В 7-9-Х КЛАССАХ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

Сенников Денис Владимирович,
учитель математики,
ГБОУ города Москвы «Школа №504»,
аспирант,
e-mail: sennikov_dv@lyc504.ru
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва, РФ

Аннотация: в статье рассматриваются методические аспекты изучения описательной статистики в курсе алгебры и вероятности и статистики основной школы (7–9 классы). Обосновывается роль статистических характеристик как фундамента для формирования стохастической грамотности обучающихся. Проводится сравнительный анализ подходов к изложению материала в современных УМК и предлагаются рекомендации по организации работы с данными.

Ключевые слова: *стохастическая грамотность, описательная статистика, методика обучения математике, статистические характеристики, анализ данных.*

Стремительная цифровизация современного общества кардинально меняет требования к математической подготовке выпускников школ. Умение работать с большими массивами информации, анализировать табличные данные и интерпретировать графические изображения становится необходимым навыком для успешной социализации. В связи с этим Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) выделяет стохастическую линию как один из ключевых компонентов математического образования. Особую роль в этом процессе играет изучение описательной статистики в 7–9-х классах, так как именно в этот период происходит становление формально-логического мышления и формируется база для восприятия вероятностных законов. Актуальность темы обусловлена необходимостью преодоления разрыва между абстрактными математическими формулами и реальной практикой работы с информацией, окружающей современного подростка.

Формирование стохастической культуры учащихся невозможно без четкого понимания целевых ориентиров обучения. В современной педагогической науке под стохастической грамотностью понимается не просто знание формул комбинаторики или теории вероятностей, а способность человека адекватно воспринимать и анализировать случайные явления в окружающем мире. Согласно исследованиям Е. В. Эргле, данный вид грамотности включает в себя комплекс знаний и умений, позволяющих работать с неопределенностью и вариативностью данных [10, с. 9].

Основой стохастической грамотности является описательная статистика. Именно на этапе 7–9-х классов учащиеся переходят от интуитивного накопления эмпирического опыта к его систематизации и математическому описанию. Статистика в школе перестает быть набором скучных цифр и превращается в инструмент познания реальности. Как отмечает Т. А. Оболдина, без сформированной статистической грамотности современному человеку невозможно усваивать разнообразную информацию в социальной и экономической сферах и принимать на ее основе оптимальные решения [5, с. 3].

Ключевые компоненты стохастической грамотности, формируемые средствами описательной статистики, представлены в таблице 1.

Таблица 1. – Компоненты стохастической грамотности (на этапе изучения описательной статистики)

Компонент	**Характеристика умений учащегося**
Информационно-аналитический	Способность читать и интерпретировать данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков и полигонов частот
Вычислительный	Умение находить числовые характеристики выборки (среднее арифметическое, мода, медиана, размах) и понимать их смысл
Критический	Навык оценки репрезентативности выборки и достоверности статистических выводов, понимание возможностей манипуляции данными
Прогностический	Умение выдвигать гипотезы на основе анализа статистических трендов и закономерностей изменчивости величин

Изучение этих элементов создает прочный фундамент для последующего освоения классической теории вероятностей. Учащийся, понимающий природу статистической устойчивости частот, гораздо легче воспринимает понятие вероятности как теоретического предела частоты. Таким образом описательная статистика выступает связующим звеном между реальным миром случайных данных и абстрактными вероятностными моделями.

Психолого-педагогические особенности изучения статистики в 7–9 классах. Выбор 7–9-х классов как основного этапа для введения серьезного статистического аппарата обусловлен возрастными психологическими особенностями подростков. В возрасте 13–15 лет мышление школьника претерпевает качественные изменения, переходя от наглядно-образного к словесно-логическому и гипотетико-дедуктивному. Ю. М. Высочанская справедливо указывает, что этот период наиболее благоприятен для развития вероятностной интуиции и формирования адекватных представлений о свойствах случайных явлений [2, с. 2].

Однако, существует проблема интерференции детерминированного и стохастического мышления. Традиционный курс математики приучает ребенка к тому, что у каждой задачи есть единственный правильный ответ, а результат действия строго определен алгоритмом. Мир статистики предлагает иную парадигму, где присутствуют разброс данных, погрешности и лишь вероятностные выводы. Е. А. Раенко отмечает, что жесткая формализация знаний в традиционной математике может препятствовать развитию гибкого вероятностного мышления, если не уделять должного внимания практической составляющей [7, с. 4].

Для успешного преодоления этого барьера методика преподавания в 7–9 классах должна опираться на жизненный опыт учащихся. В таблице 2 приведены основные методические принципы, учитывающие психологию восприятия материала подростками.

Таблица 2. – Методические принципы обучения статистике с учетом возрастных особенностей

Принцип	**Реализация в учебном процессе**
Опора на личный опыт	Использование данных из жизни класса (успеваемость, рост, предпочтения) вместо абстрактных чисел
Визуализация	Активное использование инфографики, компьютерных инструментов для мгновенного построения диаграмм и гистограмм
Критичность	Анализ реальных статистических отчетов из СМИ, поиск ошибок и некорректных интерпретаций
Деятельностный подход	Проведение собственных мини-исследований, анкетирования и обработки полученных результатов

Переход от простых наблюдений к анализу числовых рядов требует аккуратного введения терминологии. Понятия «медиана» и «мода» часто интуитивно понятны школьникам, тогда как «дисперсия» и «среднее квадратичное отклонение» требуют серьезной математической абстракции. Важно показать, что каждая характеристика описывает конкретное свойство совокупности данных, будь то центр тенденции или мера разброса.

Сравнительный анализ подходов к изучению описательной статистики в УМК. Реализация стохастической линии в школьных учебниках алгебры имеет свои особенности в зависимости от авторского коллектива. Анализ литературы позволяет выделить несколько подходов к структурированию материала по описательной статистике. Различия касаются как последовательности введения понятий, так и глубины их проработки.

Учебные комплекты под редакцией Г. В. Дорофеева выстраивают линию непрерывно с 5-го по 9-й класс. В 7-м классе акцент делается на средних величинах и размахе, в 8-м вводится медиана, а в 9-м — дисперсия. Такой подход обеспечивает постепенное погружение в тему. В отличие от этого, пособия Ю. Н. Макарычева и Н. Г. Миндюк предлагают более концентрированное изучение статистики, начиная с 7-го класса, с детальной проработкой таблиц частот и полигонов [3, с. 15].

М. В. Ткачева и Н. Е. Федорова в своем пособии уделяют особое внимание взаимосвязи между частотой и вероятностью, рассматривая статистику как экспериментальную базу для теории вероятностей [8, с. 10]. Сравнительная характеристика содержания темы «Описательная статистика» в различных учебных пособиях представлена в таблице 3.

Таблица 3. – Сравнительный анализ содержания темы «Описательная статистика» в УМК для 7–9 классов

Авторский коллектив	**Основные вводимые понятия**	**Особенности методического подхода**
Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк	Среднее арифметическое, мода, размах (7 кл.), гистограммы, полигоны (8 кл.), генеральная совокупность, дисперсия (9 кл.)	Академичность изложения, четкая структура, выделение статистики в отдельные блоки, дифференцированные задания
Г.В. Дорофеев, Е.А. Бунимович	Статистические характеристики рассматриваются в контексте анализа реальных данных на протяжении всего курса	Практико-ориентированный подход, интеграция с другими темами, акцент на диаграммы и интерпретацию
А.Г. Мордкович, П.В. Семенов	Ранжирование данных, таблицы частот, полигон распределения, выборочная дисперсия	Тесная связь с алгебраическим материалом, использование графических методов, внимание к терминологии
Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров	Медиана, квартили, «ящик с усами», диаграммы рассеивания	Введение современных методов визуализации данных, глубокое погружение в анализ изменчивости

Разнообразие подходов позволяет учителю выбирать методику, наиболее соответствующую уровню класса. Однако общей тенденцией является усиление внимания к мерам рассеивания (размах, дисперсия) в 9-м классе, что необходимо для понимания качества статистических выводов и подготовки к изучению нормального распределения в старшей школе.

Методические рекомендации и заключение. Эффективность изучения описательной статистики напрямую зависит от выбранных форм и методов работы. Главная методическая ошибка, которую следует избегать, – сведение статистики к рутинным арифметическим вычислениям. Если ученик тратит весь урок на ручной подсчет среднего арифметического для ряда из 30 чисел, он теряет суть предмета. Основное внимание должно уделяться интерпретации полученных чисел.

Рекомендуется широкое использование табличного процессора Excel или аналогичных программных средств. Это позволяет сместить акцент с техники вычислений на исследовательскую деятельность. Например, при изучении темы «Медиана» полезно рассмотреть ситуации с «выбросами» (резко выделяющимися значениями) и проанализировать, почему в таких случаях среднее арифметическое дает искаженную картину, а медиана остается устойчивой.

Проблемы, возникающие при преподавании стохастической линии, и пути их решения систематизированы в таблице 4.

Таблица 4. – Проблемы преподавания описательной статистики и способы их решения

Проблема	**Возможные пути решения**
Формализм знаний (заучивание формул без понимания смысла)	Использование кейс-метода, анализ реальных данных из социологии, экономики, биологии, актуальных для подростков
Трудоемкость вычислений вручную	Использование компьютерных технологий, калькуляторов, встроенных функций электронных таблиц
Отсутствие наглядности абстрактных характеристик (дисперсия)	Графическая интерпретация меры разброса, сравнение гистограмм с разной «шириной» распределения
Недостаток учебного времени	Интеграция статистических задач в уроки алгебры (тема «Функции», «Графики») и внеурочную деятельность

В заключение следует отметить актуальность изучения описательной статистики как инструмента познания мира. В 7–9-х классах закладывается база стохастической грамотности, которая позволяет выпускнику не просто оперировать цифрами, но и видеть за ними реальные процессы. Умение анализировать данные, замечать закономерности и критически оценивать информацию становится важнейшей компетенцией современного человека. Описательная статистика служит тем «мостиком», который соединяет строгую математику с живой, меняющейся реальностью, делая процесс обучения осмысленным и практически значимым.

Литература

1. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика в курсе математики общеобразовательной школы // Математика в школе. – 2005. – № 9. – С. 15–20.

2. Высочанская Ю.М. О пропедевтике стохастической линии в средней школе // Проблемы и перспективы развития образования в России. – 2010. – №4-1. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/o-propedevtike-stohasticheskoy-linii-v-sredney-shkole (дата обращения: 09.12.2025).
3. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г. Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей: учеб. пособие для учащихся 7-9 кл. общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 2005. – 78 с.
4. Мордкович А.Г., Семенов П.В. События. Вероятности. Статистическая обработка данных: Дополнительные параграфы к курсу алгебры 7-9 кл. – М.: Мнемозина, 2008. – 112 с.
5. Оболдина Т. А. Развитие стохастической грамотности в курсе математики основной школы // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2022. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/razvitie-stohasticheskoy-gramotnosti-v-kurse-matematiki-osnovnoy-shkoly (дата обращения: 09.12.2025).
6. Плоцки А. Вероятность в задачах для школьников: Книга для учащихся. – М.: Просвещение, 1996. – 191 с.
7. Раенко Е.А. О проблемах преподавания и изучения стохастической линии в школе и вузе // Ped.Rev. – 2014. – №4 (6). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/o-problemah-prepodavaniya-i-izucheniya-stohasticheskoy-linii-v-shkole-i-vuze (дата обращения: 09.12.2025).
8. Ткачева М.В., Федорова Н.Е. Элементы статистики и вероятность: учеб. пособие для 7–9 кл. общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 2005. – 112 с.
9. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Теория вероятностей и статистика. – М.: МЦНМО, 2008. – 256 с.
10. Эргле Е.В. Формирование стохастической грамотности учителей в системе повышения квалификации: автореф. дис. … канд. пед. наук. – М., 2011. – 24 с.

ON THE RELEVANCE OF STUDYING DESCRIPTIVE STATISTICS IN 7TH-9TH GRADE CLASSES IN THE FORMATION OF STOCHASTIC LITERACY

Sennikov Denis Vladimirovich

Abstract: the article discusses methodological aspects of studying descriptive statistics in the course of algebra and probability and statistics in basic school (grades 7–9). The role of statistical characteristics as a foundation for forming students' stochastic literacy is substantiated. A comparative analysis of approaches to material presentation in modern textbooks is carried out, and recommendations for organizing work with data are proposed.

Keywords: *stochastic literacy, descriptive statistics, mathematics teaching methodology, statistical characteristics, data analysis.*

РАЗВИТИЕ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ

Смирнов Андрей Сергеевич,
студент,
e-mail: as_smirnov4@student.mpgu.edu
Фирстова Наталья Игоревна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: ni.firstova@mpgu.su
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва, РФ

Аннотация: в работе рассматриваются некоторые двухкомпонентные формулы для вычисления площади треугольников, которые не рассматриваются в школьном курсе геометрии, но могут быть полезны для решения задач повышенной сложности.

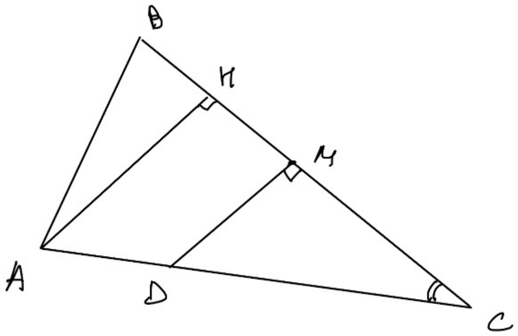
Ключевые слова: *двухкомпонентные формулы, решение задач по геометрии, формулы площади треугольника, задачи повышенной сложности, развитие логического мышления.*

В школьном курсе геометрии ученики сталкиваются с многообразием задач, требующих комплексного подхода. Зачастую для их решения необходимо не просто применить одну формулу, а связать воедино несколько математических операций или геометрических понятий. Именно здесь, при работе с так называемыми двухкомпонентными формулами, проявляется и активно развивается логическое мышление. Эффективное решение геометрических задач требует от школьников не только знания формул, но и глубокого логического осмысления условий, взаимосвязей между элементами и этапов вычислений. Зачастую трудности возникают именно на этапе выстраивания логической цепочки, особенно при работе с более сложными, двухкомпонентными формулами, где требуется одновременное применение нескольких понятий или свойств.

Двухкомпонентные формулы: основы и применение

Двухкомпонентные формулы - это символическая запись высказывания, содержащее только две переменные, связанные знаком арифметических действий. В школьном курсе геометрии часто при решении задач используются двухкомпонентные формулы для нахождения площади треугольника, давайте рассмотрим некоторые из формул, которые в школьном курсе не рассматриваются, но, которые могут быть полезны при решении более сложных задач.

Задача 1[1]



Дано: ΔABC
AH – высота
M – середина BC
D∈AC
DM ⊥ BC
Доказать, что $S_{ABC} = CH \cdot DM$

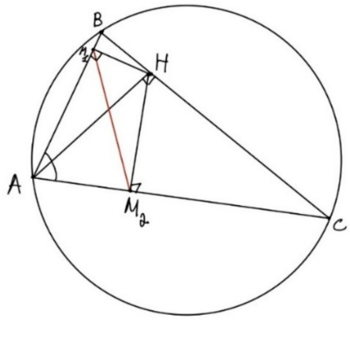
Доказательство 1:

Утверждение	Обоснование
1. ∠AHC = ∠DMC = 90°	Условие, определение перпендикулярных прямых, определение высоты
2. ΔAHC ~ ΔDMC: ∠AHC = ∠DMC, ∠C - общий	п. 1, признак подобия треугольников по двум углам
3. $\frac{AH}{DM} = \frac{CH}{MC}$	п. 2, определение подобных треугольников
4. AH·MC = CH·DM	п. 4, свойство пропорции
5. MC = BM = $\frac{1}{2}$BC	Условие, свойство аддитивности длин отрезков
6. AH·MC = CH·DM $\frac{1}{2}AH \cdot BC = CH \cdot DM$ $S_{ABC} = CH \cdot DM$	п. 4, п 5, формула площади треугольника

$S_{ABC} = CH \cdot DM$. Ч.т.д.

Задача 2[2]

Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = M_1M_2 \cdot R$, где M_1, M_2 – проекции точки H на стороны AC и AB соответственно треугольника ABC, H – основание высоты, опущенной из вершины A, R – радиус описанной около треугольника ABC окружности



Дано:
ΔABC
AH – высота
M_1∈ AC, HM_1 ⊥ AC
M_2∈ AB, HM_2 ⊥ AB
ω(O, R) – описанная около ΔABC окружность

Доказать, что $S = M_1M_2 \cdot R$

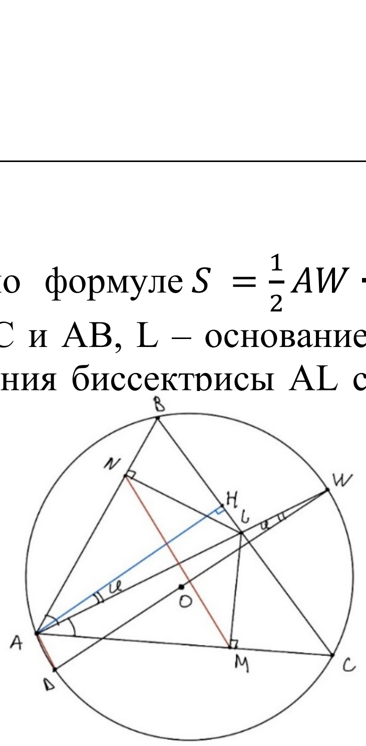
Доказательство:

Утверждение	**Обоснование**
1. Рассмотрим AM_1HM_2 – вписанный четырехугольник: $\angle HM_1A = \angle HM_2A = 90°$	Условие, определение перпендикулярных прямых, признак вписанного четырехугольника
2. Диаметр окружности, описанной около четырехугольника AM_1HM_2 - AH	п. 1, определение диаметра, свойство вписанного угла, опирающего на диаметр
3. Рассмотрим ΔAM_1M_2 $\frac{M_1M_2}{sin\angle A} = 2R_{AM_1M_2H}$ $\frac{M_1M_2}{sin\angle A} = AH$ $M_1M_2 = AH \cdot sin\angle A$	п. 2, обобщенная теорема синусов, преобразование, определение диаметра
4. Рассмотрим ΔABC: $\frac{BC}{sin\angle A} = 2R$ $BC = 2R \cdot sin\angle A$	Условие, обобщенная теорема синусов, преобразование
5. $S = \frac{1}{2}BC \cdot AH$	Условие, определение высоты, формула площади треугольника
6. $S = \frac{1}{2}2R \cdot AH \cdot sin\angle A$ $S = R \cdot AH \cdot sin\angle A$ $S = M_1M_2 \cdot R$	п. 3, п. 4, п. 5

$S = M_1M_2 \cdot R.$ Ч.т.д.

Задача 3 [2]

Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}AW \cdot MN$, где M и N – проекции точки L на стороны AC и AB, L – основание биссектрисы AL, W – точка пересечения продолжения биссектрисы AL с описанной около треугольника ABC окружностью



Дано:

ΔABC

AL –

ω(O, R) – описанная около

M ∈ AC, LM

N ∈ LN, LN ⊥ AB

AL ∩ ω = W

Доказать, что $S = \frac{1}{2}AW \cdot MN$

Доказательство:

Утверждение	**Обоснование**
1. Проведем $AH \perp BC$	Дополнительное построение
2. Пусть $OW \cap \omega = D$	Дополнительное построение
3. WD – диаметр $\omega(O, R)$ $WD = 2R$	п. 2, условие, определение диаметра
4. $WD \perp BC$	п. 3, свойство диаметра
5. $WD \perp BC$, $AH \perp BC$ => $WD \parallel AH$	п. 1, п. 4, условие, определение параллельных прямых, признак параллельных прямых
6. Пусть $\angle HAL = \varphi$	Обозначение
7. $\angle HAL = \angle AWD = \varphi$	п. 5, п. 6, свойство параллельных прямых, определение параллельных прямых
8. $\angle WAD = 90°$	п. 3, свойство вписанного угла, опирающегося на диаметр
9. Рассмотрим ΔWDA – прямоугольный: $\angle WAD = 90°$ $\cos\angle AWD = \frac{AW}{WD}$ $cos\varphi = \frac{AW}{2R}$ $AW = 2R \cdot cos\varphi$	п. 3, п. 7, п. 9, определение прямоугольного треугольника, определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника, преобразование
10. Рассмотрим ΔAHL – прямоугольный: $\angle AHL = 90°$ $\cos\angle HAL = \frac{AH}{AL}$ $cos\varphi = \frac{AH}{AL}$ $AH = AL \cdot cos\varphi$	п. 1, п. 6, определение прямоугольного треугольника, определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника, преобразование
11. AMNL – вписанный четырехугольник, диаметр окружности равен AW: $\angle LMA = \angle LNA = 90°$	Условие, признак вписанного четырехугольника, определение диаметра, свойство вписанного угла, опирающегося на диаметр
12. Рассмотрим ΔAMN: $\frac{MN}{sin\angle A} = 2R_{AMLN}$	п. 11, обобщенная теорема синусов, преобразование

$\frac{MN}{sin\angle A} = AL$ $MN = AL \cdot sin\angle A$	
13. Рассмотрим ΔABC: $\frac{BC}{sin\angle A} = 2R$ $BC = 2R \cdot sin\angle A$	Условие, обобщенная теорема синусов, преобразование
14. $S = \frac{1}{2}BC \cdot AH$ $S = \frac{1}{2}BC \cdot AL \cdot cos\varphi$ $S = \frac{1}{2}2R \cdot AL \cdot sin\angle A \cdot cos\varphi$ $S = R \cdot AL \cdot sin\angle A \cdot cos\varphi$	п. 10, п. 13, формула площади треугольника, преобразование
15. $\frac{1}{2}MN \cdot AW = \frac{1}{2}2R \cdot cos\varphi \cdot AL \cdot sin\angle A$ $S = \frac{1}{2}MN \cdot AW$	п. 9, п. 12, преобразование, свойство транзитивности равенства

$S = \frac{1}{2}MN \cdot AW.$ Ч.Т.Д.

Литература

1. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. Ч.1. – М.: Просвещение, 1977. – 110 с.
2. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: обучение математике через задачи и обучение решению задач. Ч.2. – М.: Просвещение, 1977. – 144 с.

DEVELOPMENT OF LOGICAL THINKING OF SCHOOLCHILDREN IN THE STUDY OF TWO-COMPONENT FORMULAS FOR SOLVING PROBLEMS IN GEOMETRY

Smirnov Andrew

Abstract: work examines some two-component formulas for calculating the area of triangles, which are not considered in the school geometry course, but can be useful for solving problems of increased complexity.

Keywords: *two-component formulas, solving geometric problems, triangle area formulas, problems of increased complexity, development of logical thinking.*

ОСОБЕННОСТИ СОСТАВЛЕНИЯ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ НА ДИСТАНЦИОННЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО ГЕОМЕТРИИ В 7-9 КЛАССАХ

Соколова Елизавета Валериевна
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: ev.sokolova@mpgu.su
МПГУ, г. Москва, РФ
Кычанова Варвара Юрьевна
учитель математики,
e-mail: vu_kychanova@student.mpgu.edu
МБОУ СОШ «Школа будущего», Калининградская область, РФ

Аннотация: В статье рассматриваются особенности проведения контрольной работы на дистанционных занятиях по геометрии. Приведены примеры заданий, наполнение которых математическим содержанием, позволяет учителю контролировать достижение предметных и метапредметных результатов.

Ключевые слова: *оценивание, геометрия, дистанционное обучение, критерии, планируемые результаты, Стандарт.*

Согласно Стандарту, «при реализации программы основного общего образования, в том числе адаптированной, Организация вправе применять различные образовательные технологии, в том числе электронное обучение, дистанционные образовательные технологии» [4].

Под дистанционным обучением понимается такое обучение, при котором большая часть учебных процедур (или все) осуществляется с использованием современных ИКТ технологий при территориальной разобщенности учителя и обучающегося [2].

В школах дистанционные занятия, согласно внутренним положениям образовательных организаций, проводятся, в том числе, для учащихся, находящихся на домашнем обучении временно (например, по медицинским показаниям) [3]. Обозначим проблемы, с которыми сталкивается учитель математики при проведении контрольной работы по геометрии в условиях дистанционного обучения. Во-первых, синхронное подключение участников образовательного процесса для проведения контрольной работы не должно превышать 30 минут. Однако, учитель вправе давать дополнительное время для решения заданий в асинхронном варианте, но не более 10 минут. Во-вторых, задания контрольной работы должны быть составлены так, чтобы школьники не могли использовать сторонние гаджеты вне зависимости от того, контролирует их действия учитель или нет. И, наконец, в процессе выполнения заданий должно проверяться достижение не только предметных, но и метапредметных результатов.

В соответствии со Стандартом, критериями оценивания являются планируемые результаты – познавательные УУД, а показатели формулируются в виде конкретных действий учащихся. Критерии и показатели соотносятся с основными единицами учебной информации: геометрическими понятиями, теоремами, задачами, математическими текстами [1].

Контрольная работа конструируется в виде блоков, каждый из которых проверяет достижение определённых результатов, имеет свои временные рамки и особенности конструирования заданий. Первый и второй блоки предназначены для синхронного выполнения учениками контрольной работы, третий – для асинхронного. Отметим, что все перечисленные далее модели заданий не включаются в одну контрольную работу.

Задания первого блока позволяют оценить достижение планируемых результатов, связанных с понятиями, теоремами, текстами. Критерии, характеризующие достижение планируемых результатов, для заданий первого блока: 1) выполнять анализ, синтез учебной информации, структурировать её, достраивать в процессе чтения текстов; 2) создавать знаковую модель определения понятия; 3) осуществлять самоконтроль и коррекцию действий при чтении текстов; 4) строить речевые высказывания [1]. Приведем модели заданий, которые могут быть включены в этот блок.

1) Составить схему определения понятий. Ученик называет термин, записывает определение понятия и выявляет тип определения понятия, если понятие определено через ближайший род и видовые отличия: выявляет существенный признак, являющийся ближайшим родовым понятием; выявляет признаки понятия, являющиеся видовыми отличиями; записывает обозначение понятия и его изображение [1].

2) Выбрать верное/неверное утверждение из предложенного списка. Если утверждение неверно привести (изобразить) контрпример и/или исправить утверждение так, чтобы оно стало верным. В этом задании предлагаются истинные и ложные высказывания. Учащийся анализирует предложенные высказывания, выбирает верные и неверные утверждения. Если утверждение оказывается неверным, он должен придумать (изобразить) контрпример, который наглядно опровергает утверждение. Затем ученик исправляет высказывание так, чтобы оно стало верным.

Во втором и третьем блоках оценивается достижение планируемых результатов, связанных с решениями задач. Критерии: 1) выполнять анализ, синтез учебной информации, достраивать её в процессе решения задач; 2) создавать знаковую модель решения задачи; 3) устанавливать причинно-следственные связи, делать умозаключения, выдвигать и обосновывать гипотезы, строить логическую цепь рассуждения; 4) осуществлять самоконтроль и коррекцию действий при решении задач [1]. Приведем модели заданий второго блока.

1) Составить схему поиска решения задачи. Ученик анализирует условие, выделяет данные и искомые элементы, возможные связи между объектами. Графически или с помощью текста составляет схему поиска решения задачи, обосновывая выбор подходящих теорем, свойств, определений понятий, показывает промежуточные результаты, которые приводят к ответу.

2) Решить задачу двумя способами (или методами). Школьник должен привести не менее двух методов или способов при решении задачи. Каждый из методов (способов) решения оценивается определенным количеством баллов.

3) Вывести следствия из условия (требования) задачи. После решения задачи учащийся проводит дополнительный анализ полученного результата или метода решения. Выводит как можно больше следствий из условия (или требования) задачи.

4) Записать решение задачи в структурированном виде. Учащийся предоставляет решение задачи в виде таблицы: условие-вывод-обоснование. В колонке «Условие» указывается известный факт или ранее доказанный вывод; в колонке «Вывод» записывается новое утверждение, которое непосредственно следует из этого условия; в колонке «Обоснование» даётся ссылка на определение, теорему, свойство. Такое задание разбивает запись решения на контролируемые элементы, позволяет проверить знание определений понятий и теорем и, кроме того, его гораздо труднее списать со сторонних источников.

Задания третьего блока предназначены для асинхронного выполнения и включают следующие модели заданий.

1) Составление и решение задачи по предложенному рисунку. Ученику предлагается готовый рисунок, на основании которого необходимо составить записать условие и требование задачи, а затем привести её решение.

2) *Решить задачу на построение.* Это задание позволяет оценить обучающегося в асинхронном формате, так как оно проверяет умение перевести условие в последовательность практических действий с их последующим обоснованием.

Проиллюстрируем особенности проведения контрольной работы в условиях дистанционного обучения на примере темы «Окружность» курса геометрии 8 класса. Цель контрольной работы: оценить уровень усвоения понятий и теорем по теме.

Отметим, что оценивание контрольной работы проводится методом «сложения». До начала работы учитель знакомит школьников с максимальным баллом за каждое задание, шкалой перевода баллов в отметку (таблица 1).

Таблица 1 – Лист контрольной работы по теме «Окружность»

Тексты задач контрольной работы	Баллы
Блок 1	
№1. Укажите номера верных утверждений. Если утверждение неверно приведите контрпример. Исправьте утверждение так, чтобы оно стало верным. 1) Если вписанный угол равен 30°, то дуга окружности, на которую опирается этот угол, равна 60°. 2) Все хорды окружности равны между собой. 3) Если радиусы двух окружностей равны 5 и 7, а расстояние между их центрами равно 3, то эти окружности не имеют общих точек. 4) Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.	Верно исправлено утверждение – 1б Приведен контрпример – 1б Указаны все верные утверждения – 1 б
Блок 2	
№2. Запишите решение задачи в структурированном виде. Выведите не менее четырех следствий из условия задачи Найти градусную меру ∠ACB, если известно, что BC является диаметром окружности, а градусная мера центрального ∠AOC равна 98°.	Задача решена верно, все шаги обоснованы – 2б Выведены следствия – 2 б
№3. Составьте (изобразите) схему поиска решения задачи Найдите острый угол, образованный двумя секущими, проведенными из точки, лежащей вне окружности, если дуги, заключенные между секущими равны 136° и 45°.	Схема содержит верные, но разрозненные элементы – 1б. Схема логически последовательна, приводит к плану решения – 3б.
Блок 3	
№ 4. Решите задачу на построение Дана окружность с отмеченным центром в точке O. Используя только циркуль и линейку, впишите в эту окружность правильный шестиугольник.	Построение выполнено верно – 3б

Шкала перевода баллов в отметку				
Баллы	***Менее 5***	***5-7***	***8-11***	***12-13***
Отметка	2	3	4	5

Приведем результат выполнения первого задания школьником.

1) Если вписанный угол равен 30°, то дуга окружности, на которую опирается этот угол, равна 60°. Утверждение верное.

2) Все хорды окружности равны между собой. Утверждение неверно. Привожу контрпример (рис.1). Исправленное утверждение: Все диаметры окружности равны между собой.

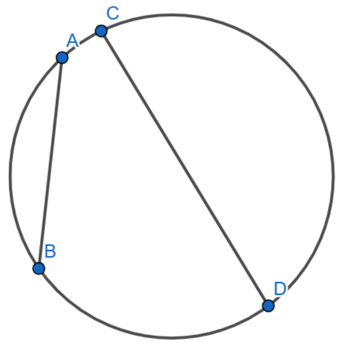


Рисунок 1 – Контрпример к первому утверждению

3) Если радиусы двух окружностей равны 5 и 7, а расстояние между их центрами равно 3, то эти окружности не имеют общих точек. Утверждение неверно. Привожу контрпример (рис.2). Исправленное утверждение: Если радиусы двух окружностей равны 5 и 7, а расстояние между их центрами равно 3, то эти окружности имеют 2 общие точки.

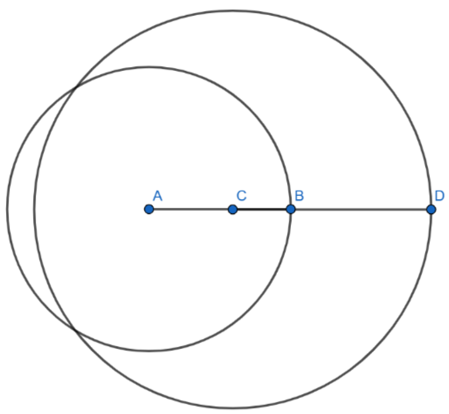


Рисунок 2 – Контрпример ко второму утверждению

4) Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания. Утверждение верное.

Отметим, что внесение изменений в тексты заданий традиционных контрольных работ, позволяют решить сразу две проблемы. Ученикам будет затруднительно воспользоваться гаджетами при выполнении такой контрольной работы, а учителю позволит оценить достижение планируемых предметных и неотделимых от них метапредметных результатов (познавательных УУД). Безусловно, составление такой контрольной работы требует больших временных затрат от учителя, но она в большей степени отвечает поставленным целям.

Литература

1. Боженкова Л.И., Соколова Е.В. Критериальное оценивание достижений учащихся 7–9 классов в обучении геометрии: научно-методическое пособие. – Москва : Эйдос, 2016. – 182 с.

2. Далингер В.А. Проблемы подготовки будущего учителя математики к реализации дистанционного обучения / В.А. Далингер, В.П. Федоров // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании. – Красноярск, 2023. – С. 253-257.

3. Методические рекомендации по обеспечению санитарно-эпидемиологических требований при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. – URL: https://school28-donlen.gosuslugi.ru/netcat_files/33/44/MR_po_distantsionnomu_obucheniyu.pdf (дата обращения: 04.11.2025).

4. Приказ Министерства Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (Зарегистрирован 05.07.2021 № 64101). – URL: https://edsoo.ru/rabochie-programmy/ (дата обращения: 04.11.2025).

FEATURES OF COMPILING TEST ASSIGNMENTS FORDISTANCE GEOMETRY CLASSES IN GRADES 7-9

Sokolova Elizaveta Valerievna
Kychanova Varvara Yurievna

Abstract: This article examines the specifics of administering assessments in distance learning geometry classes. Examples of assignments are provided, the inclusion of mathematical content allowing teachers to monitor the achievement of subject-specific and meta-subject-specific results.

Keywords: *This article examines the specifics of administering assessments in distance learning geometry classes. Examples of assignments are provided, the inclusion of mathematical content allowing teachers to monitor the achievement of subject-specific and meta-subject-specific results.*

ИЗУЧЕНИЕ ИСТОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕРМИНОВ КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ И ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Сторчеусова Мария Валерьевна,
студент
e-mail: maastrizh@yandex.ru
Жовтан Людмила Васильевна,
кандидат педагогических наук, доцент
e-mail: ludmila_zh@mail.ru
ФГБОУ ВО «ЛГПУ», г. Луганск, РФ

Аннотация: Статья посвящена использованию историко-этимологического анализа математических терминов для формирования познавательного интереса и реализации межпредметных связей у учащихся основной школы. Показано, что обращение к происхождению терминов облегчает усвоение математических понятий и снижает семантические трудности их восприятия. Рассматриваются методические подходы к включению исторического материала с учётом возрастных особенностей школьников. Представлены примеры объяснения терминов в 5–9 классах, основанные на выбранных методах развития познавательного интереса и организации межпредметных связей.

Ключевые слова: *математические термины; историко-этимологический анализ; межпредметные связи; познавательный интерес; математический язык; формирование понятий; основная школа.*

Изучение математических терминов занимает одно из ключевых мест на уроках математики, поскольку владение терминологическим аппаратом обеспечивает понимание содержания курса и позволяет школьнику в потоке устной и письменной математической речи выделять уже известные и новые элементы, координировать собственные действия, находить решения задач и объяснять пути их получения. Незнание базовых понятий ведёт к терминологическому барьеру, затрудняющему восприятие материала и формирующему отстранённое отношение к дисциплине. Таким образом, усвоение математического языка – условие как предметного понимания, так и поддержки познавательного интереса.

Формирование познавательного интереса – важнейшая задача современного образования. Интерес в педагогике определяется как активное избирательное отношение к знанию, выражающееся в стремлении изучать и применять его, а в психологии – как устойчивая эмоционально-волевая установка личности на познание нового. Следовательно, познавательный интерес – комплексное качество, интегрирующее интеллектуальную активность и эмоциональную вовлечённость. В контексте математического образования это основа развития креативности и логического мышления [5].

Одним из условий формирования познавательного интереса в школьном обучении выступает организация межпредметных связей, расширяющих контекст изучаемого материала и делающих процесс обучения более содержательным. Современная дидактика трактует межпредметные связи как принцип формирования связной системы научных понятий [7], что нашло отражение и в ФГОС, где интеграция знаний рассматривается условием развития у школьников целостной картины мира. Реализация межпредметных связей формирует целостное мировоззрение, активизирует познавательную деятельность и поддерживает интерес к разным учебным предметам [1]. Задачей становится преодоление раздробленности учебного материала и обеспечение «жизненности» знаний, выходящих за рамки узкого предметного контекста. Если связь математики с естественными науками очевидна, то интеграция ее с гуманитарными дисциплинами реализуется значительно реже, хотя именно она способствует математической грамотности, требуя применения знаний в новой ситуации [6].

Важно учитывать, что реализация межпредметных связей опирается не только на интеграцию содержания, но и на языковую подготовку учащихся. Освоение математического языка тесно связано с владением русским языком. Как отмечал М.В. Ломоносов, «все науки в грамматике нужды имеют». Математика не исключение. Неправильное употребление терминов и нарушения в построении математической речи приводят к затруднениям, искажающим логику и смысл сообщения. Поэтому грамотное владение языком выступает условием преодоления этих трудностей и облегчения восприятия материала [8].

Формирование математических понятий в школе предполагает чёткое разграничение термина и выражаемого им понятия. По наблюдению Е.В. Стожок, термин не является понятием, а служит его именем, «овеществляя» абстрактный объект специальной сферы в лексической единице. Понятие трактуется как форма мысли, фиксирующая результат обобщения предметов по совокупности существенных признаков, что отличает его от лексического значения слова [9].

С лингвистической точки зрения, математические термины по происхождению и степени семантической прозрачности для учащихся можно разделить на две группы. К первой относятся исконные славянские термины и полностью ассимилированные заимствования, значение которых интуитивно понятно или легко выводимо через бытовые аналогии (например, «угол», «вершина», «отрезок»). Ко второй – заимствованные термины, преимущественно греческого и латинского происхождения с непрозрачной внутренней формой, семантически неочевидные для понимания (например, «диагональ», «параллелограмм», «синус») [8].

Лингвистическое разграничение терминов и понятий задаёт направление методической работы. Поскольку понятие включается в учебный материал через термин, освоение нового математического понятия предполагает осмысление его наименования. Для заимствованных терминов особенно значим историко-этимологический анализ, раскрывающий исходную мотивацию названия. Таким образом, изучение истории термина входит в процесс формирования понятия. Этимологическая «расшифровка» (например, пояснение, что «диагональ» восходит к греческому выражению «идущий от угла к углу») снимает семантическую непрозрачность, связывает звуковую оболочку термина с его содержанием и облегчает понимание и запоминание. Такой подход согласуется с положением о том, что термины с прозрачной внутренней формой не только называют, но и выражают понятие. Историческое рассмотрение термина становится средством реализации межпредметных связей уже на этапе усвоения нового математического материала [9].

Лингвистическое деление терминов определяет выбор методов их освоения. Так, для заимствованных терминов значимо целенаправленное раскрытие их происхождения. С.Н. Дорофеев и О.Н. Журавлёва отмечают, что формирование важных понятий при дидактической целесообразности должно сопровождаться изложением истории термина, сведениями об авторах открытий и контексте их работы [3]. Историко-этимологический анализ в этом случае переводит абстрактное название в осмысленный рассказ, связанный с научной и культурной практикой, и отличается от работы с интуитивно понятными исконными терминами.

Методика точечного этимологического анализа отличается от простого изложения истории понятия. Она не реконструирует его развитие, а использует происхождение термина как лингвистический «ключ» для краткого освещения признака или образа, лежащего в основе концепта. Этот приём дополняет логико-лингвистический анализ и способствует образному закреплению термина. В таком понимании история термина не задаёт структуру всего курса, а выступает инструментом введения новых понятий, поддерживающим познавательный интерес и межпредметные связи при сохранении системности и строгости математического содержания.

Реализация межпредметных связей и развитие познавательного интереса в основной школе требуют учёта возрастных особенностей [5]. В 5–6 классах преобладает образное мышление, и знакомство с предметом опирается на практические задания, игровые ситуации и наглядность.

Поэтому важна эмоциональная поддержка: поощрение усилий и успехов способствует формированию положительного отношения к предмету, а эмоциональный контакт с учителем усиливает учебную мотивацию. В 7–9 классах усиливается логическое и критическое мышление, возрастает интерес к аналитическим задачам. Подростки проявляют большую познавательную самостоятельность и стремятся видеть связи математики с другими дисциплинами и реальной жизнью, что связано с формированием целостной картины мира. Эти различия подтверждают необходимость дифференцированного использования историко-математического материала, который, по мнению С.Н. Дорофеева и О.Н. Журавлёвой, следует излагать по-разному на разных ступенях обучения [3].

Конкретные формы и глубина работы с историко-этимологическим материалом определяются возрастными особенностями учащихся. В 5–6 классах, где преобладает образное мышление и значима эмоциональная вовлечённость, этимология подаётся в виде краткого сюжета или мини-истории с опорой на наглядность и личный опыт. Для 7–9 классов, характеризующихся развитием логического мышления и потребностью в системных связях, анализ происхождения термина может служить основой обсуждения эволюции понятия, сравнения терминосистем и элементарных учебных исследований. Такое построение работы согласуется с познавательными запросами учащихся на разных ступенях обучения.

Эффективность изучения истории математических терминов зависит от обоснованного отбора историко-этимологического материала с учётом его доступности и значимости для учащихся основной школы.

Практическая реализация обозначенных подходов возможна в нескольких формах. Во-первых, через включение кратких историко-этимологических справок в структуру урока при введении нового понятия. Во-вторых, через создание дидактических материалов и заданий, основанных на историко-математическом содержании [7]. В-третьих, через организацию межпредметных исследований, в которых математические методы используются для анализа исторических данных. С.С. Лукашкин и Т.В. Тарасова подчёркивают, что эффективность обеспечивается именно органичным использованием математического инструментария при решении конкретных исторических задач, что демонстрирует практическую значимость математики для гуманитариев [6].

Рассмотри, как указанные подходы могут быть реализованы при объяснении математических терминов в разных классах. В 5–6 классах термин «дробь» можно объяснять через примеры из повседневной жизни и короткие исторические факты. Учителю целесообразно начать с того, что слово «дробь» появилось в русском языке ещё в VIII веке и связано с глаголом «дробить» – то есть ломать или раскалывать что-то целое на части. Чтобы было понятнее, можно предложить детям представить, как ломают плитку шоколада или делят хлеб – так же и дробь показывает части от целого. Таким образом, дети замечают, что внутренняя форма слова полностью совпадает с математическим смыслом [10].

В 7-м классе термин «гипотенуза» можно раскрывать через небольшие исторические детали, карту и разбор самого слова. Учитель может начать с упоминания Пифагора, объяснив, что это было не имя, а прозвище, означающее «убеждающий речью». Это помогает связать геометрию с историей античности. После этого можно перейти к самому слову «гипотенуза»: оно происходит от греческих частей «гипо» – «под» и «тейнейн» – «натягивать». Можно предложить детям представить древнеегипетскую арфу, где струна натянута между двумя перекладинами – так же гипотенуза «стягивает» два катета в треугольнике [10].

В 8-м классе термин «радикал» («корень») можно объяснять через цепочку переводов и разные значения слова «корень» в русском языке. Можно рассказать, что в древней Греции сторону квадрата называли словом «базис», но арабские переводчики выбрали близкое по смыслу слово «корень растения», а латинское слово «radix» закрепило именно этот вариант. От него произошёл и знак √, который раньше был просто рукописной буквой r. Уже отсюда хорошо видно, что термин прошёл длинный путь через разные языки и культуры. Связь с русским языком строится на том, что слово «корень» имеет много значений: часть растения, корень зуба, основы слова, радикал в химии. Везде сохраняется идея «основы», и это помогает понять математический смысл: корень – это то, что лежит в основе числа [10].

В 9-м классе происхождение тригонометрических терминов можно раскрывать через историю развития астрономии и языков, показывая, что тригонометрия родилась из нужд древних людей. Учитель может начать с самого слова «тригонометрия», которое по-гречески означает «измерение треугольников». Далее можно показать межпредметную связь с историей: тригонометрия выросла из задач мореплавателей, которые ориентировались по звёздам, караванщиков, которые прокладывали путь в пустыне, и земледельцев, которым нужен был точный календарь. Отсюда и возникла сферическая тригонометрия – её использовали, чтобы определять положения светил на небесной сфере. Связь с географией может проявляться в рассказе о том, как знания переходили от греческих астрономов к индийским учёным, затем к арабским математикам Средней Азии и позже в Европу. Лингвистическая часть объясняется следующим образом: греки пользовались понятием «хорда», которое переводилось как «тетива», и составляли таблицы хорд – прообраз таблиц синусов. Индийские учёные применяли полухорды и называли их «джива», что также означало «тетива». В арабских рукописях слово было передано как «джиба», что совпало по написанию с словом «джайб» – «пазуха». Европейские переводчики передали его латинским «sinus», и так появилось современное слово «синус». «Косинус» тоже объясняется просто: это «дополнительный синус», то есть синус угла до 90°. История тангенса и котангенса может быть связана с устройством солнечных часов: древние учёные наблюдали за длиной тени гномона и сравнивали её с высотой шеста, поэтому тангенс долго называли «прямой тенью», а котангенс – «обратной тенью» [4].

Таким образом, методика, основанная на лингвистическом анализе терминов, их исторической «расшифровке» и учёте возрастных особенностей, способствует преодолению семантического барьера. Она обеспечивает реализацию межпредметных связей на содержательном уровне и превращает работу с термином в осмысленный познавательный процесс, выступающий ресурсом формирования устойчивого интереса к математике.

Литература

1. Баханова А.А. Межпредметная связь математики и истории, как способ активизации познавательной деятельности у обучающихся / А.А. Баханова // Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы, достижения и инновации: сборник статей LII Международной научно-практической конференции: в 2 ч., Пенза, 15 января 2022 г. Часть 2. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение», – 2022. – 220 с. – С. 100–102.
2. Бугай Н.Р. Понятия в школьном курсе математики. Методика изучения математических понятий / Н.Р. Бугай, А.А. Маришина // Теория и практика **с**овременной науки. – 2022. – № 2 (80) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/ponyatiya-v-shkolnom-kurse-matematiki-metodika-izucheniya-matematicheskih-ponyatiy (дата обращения: 02.12.2025).
3. Дорофеев С.Н. Подготовка будущего учителя к проектированию современного урока математики с элементами историзма / С.Н. Дорофеев, О.Н. Журавлева // Подготовка будущего учителя к проектированию современного урока: Монография. – Саранск: Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева, 2016. – С. 226–246.
4. Дриманов Д.С. Из истории возникновения тригонометрических терминов: реферат / Д.С. Дриманов. – Ульяновск, 2013 [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://nsportal.ru/ap/library/drugoe/2015/11/05/iz-istorii-vozniknoveniya-trigonometricheskih-terminov (дата обращения: 02.12.2025).
5. Капкаева Л.С. Формирование познавательного интереса у учащихся основной школы в процессе обучения математике / Л.С. Капкаева, Ю.А. Пивкина // Осовские педагогические чтения «Образование в современном мире: новое время – новые решения». – 2024. – № 1. – С. 244–249.

6. Лукашкин С.С. Из практики развития функциональной грамотности: межпредметные связи курса истории и математики / С.С. Лукашкин, Т.В. Тарасова // Академический вестник. Вестник Санкт-Петербургской академии постдипломного педагогического образования. – 2022. – № 3(57). – С. 6–12.

7. Муртазина Э.Г. Элементы истории математики как основа межпредметных связей / Э.Г. Муртазина // Актуальные проблемы истории естественно-математических и технических наук и образования: Материалы Всероссийской научно-практической конференции, Елабуга, 23 ноября 2014 г. – Елабуга: Елабужский институт (филиал) ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», 2014. – С. 166-168.

8. Самсонова Т.И. Межпредметные связи математики и русского языка как средство развития познавательного интереса на уроках математики / Т.И. Самсонова, Т.Ю. Середа // Наука сегодня: вызовы и решения: Материалы международной научно-практической конференции, Вологда, 29 января 2020 г. – Вологда: ООО «Маркер», 2020. – С. 110–113.

9. Стожок Е.В. Термин, понятие и значение / Е.В. Стожок // ОНВ. – 2011. – №1 (95) [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/termin-ponyatie-i-znachenie (дата обращения: 02.12.2025).

10. Ходзинская Г. Растут ли радикалы в огороде?: презентация / Г. Ходзинская. – 2019 [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://urok.1sept.ru/publication/173999 (дата обращения: 02.12.2025).

STUDYING THE HISTORY OF MATHEMATICAL TERMS AS A MEANS OF IMPLEMENTING INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS AND DEVELOPING COGNITIVE INTEREST AMONG LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS

Storcheusova Maria, Zhovtan Ljudmila

Abstract: The article examines the use of historical and etymological analysis of mathematical terms as a means of fostering students' cognitive interest and implementing interdisciplinary connections in lower secondary school. It is shown that addressing the origins of terms facilitates the understanding of mathematical concepts and reduces semantic difficulties in their perception. The paper discusses methodological approaches to integrating historical material with regard to students' age-specific characteristics. Examples of explaining terms in grades 5–9 are presented, based on selected methods for developing cognitive interest and organizing interdisciplinary links.

Keywords: *mathematical terms; historical and etymological analysis; interdisciplinary connections; cognitive interest; mathematical language; concept formation; lower secondary school.*

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ КАК ДИДАКТИЧЕСКОЕ СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Стрельцова Анна Николаевна,
студент
e-mail: aana81715@gmail.com
Дербеденева Наталья Николаевна,
кандидат педагогических наук, доцент
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет им. М. Е. Евсевьева», г. Саранск, РФ

Аннотация: в статье рассматривается роль рабочей тетради как эффективного дидактического средства для организации самостоятельной познавательной деятельности учащихся средней школы. Анализируются возможности рабочих тетрадей для развития навыков самоорганизации и критического мышления в контексте требований ФГОС. На примерах из курса математики показано, как современные рабочие тетради направляют учащихся через этапы самостоятельного открытия знаний, их применения и самоконтроля.

Ключевые слова: *рабочая тетрадь, дидактическое средство, самостоятельная работа, познавательная деятельность, индивидуализация обучения.*

Согласно ФГОС нового поколения, программа основного общего образования ориентирована на личностное развитие учащихся, их познавательную активность и саморазвитие [3].

В современном мире, характеризующемся быстрым ростом информации, способность к самоорганизации, независимому поиску решений и непрерывному обучению, становится критически важным результатом, определяющим траекторию развития личности. В связи с этим на школу, как на основной институт социализации возлагается ключевая задача – целенаправленно создавать образовательную среду, развивающую данную способность.

Формирование такой среды подразумевает смещение акцента с пассивного усвоения знаний на активную самостоятельную познавательную деятельность. Сталкиваясь с учебной проблемой, самостоятельно планируя пути ее решения и оценивая результат, учащийся активно задействует критическое и логическое мышление, которые позволяют анализировать и синтезировать информацию. Данный процесс напрямую способствует достижению личностных и метапредметных образовательных результатов [3].

В настоящее время сложно представить учителя, который не осознает важности самостоятельного приобретения знаний учащимися и ограничивается в своей работе исключительно учебником. Учитель, мотивированный на достижение обучающимися высоких образовательных результатов, стремится интегрировать в занятия разнообразные ресурсы, повышающие степень наглядности и доступности учебного материала, а также нацеленные на развитие познавательной самостоятельности учащихся [5].

Эффективная организация самостоятельного обучения в каждом отдельном случае требует разработки специфической системы дидактического обеспечения [5]. Под этим понятием подразумевается материальный или идеальный объект, который используется в учебном процессе в качестве носителя учебной информации и инструмента организации познавательной деятельности для достижения поставленных образовательных целей [4].

Так, например, Симаков В. А. к разновидности материальных и визуальных дидактических средств относит учебную и справочную литературу, сборники практических заданий, рабочие тетради, демонстрационные и раздаточные материалы, учебные фильмы, мультимедийные презентации, специализированное программное обеспечение и контрольно-измерительные материалы (тесты) [4].

Рабочие тетради по математическим дисциплинам (алгебре, геометрии, началам анализа) и другим предметам прочно укрепились в арсенале средств обучения в средней школе, выступая важным дополнением к основным учебникам. Они представляют собой структурированный комплекс заданий теоретического и практического характера. Их систематическое выполнение способствует более глубокому усвоению учебного материала и формирует у учащихся умение применять усвоенные знания при решении конкретных задач [1].

Такой широкий дидактический потенциал рабочих тетрадей находит свое конкретное воплощение в ряде ключевых аспектов [5]:

- активизация самостоятельной работы;
- оперативность и вариативность контроля;
- структуризация и поддержка учебной деятельности;
- индивидуализация обучения;
- повышение наглядности и систематизации знаний;
- экономия учебного времени;
- формирование навыка работы с информацией.

Рассмотрим пример фрагмента рабочей тетради, разработанной для изучения темы «Теорема Пифагора» в 8 классе на уроке геометрии (таблица 1).

Таблица 1

Этап	Задание в тетради	Функция
Самостоятельное открытие знания (мотивация и исследование)	Рассмотрите рисунки прямоугольных треугольников со сторонами, обозначенными a, b (катеты) и c (гипотенуза). Измерьте длины сторон и заполните таблицу. Есть ли закономерность между квадратами сторон? Сформулируйте свою гипотезу	Ученик не получает теорему в готовом виде, а сам проводит мини-исследование, приходя к выводу. Это развивает аналитическое мышление.
Самостоятельное освоение доказательства (структурирование)	Перед вами чертеж для доказательства теоремы. Расставьте пропущенные шаги рассуждений, используя предложенные подсказки	Вместо пассивного наблюдения за доказательством учителя, ученик активно воссоздает логическую цепочку, заполняя пропуски. Это требует глубокого осмысления, а не механического запоминания.
Самостоятельное применение знания (практика с дифференциацией)	Задачи разделены на уровни: Уровень 1 (базовый): «В прямоугольном треугольнике катеты равны 3 и 4 см. Найдите гипотенузу» (непосредственное применение формулы). Уровень 2 (средний): «Найдите высоту равностороннего треугольника со стороной 6 см». (требуется увидеть прямоугольный треугольник внутри фигуры). Уровень 3 (высокий): «Докажите, что в	Ученик самостоятельно выбирает свой темп и уровень сложности, переходя от простого к сложному. Он учится оценивать свои силы и выстраивать индивидуальную траекторию обучения.

	прямоугольном треугольнике высота, опущенная на гипотенузу, равна...». (требуется творческий подход).	
Самоконтроль и рефлексия	В конце темы есть блок «Проверь себя» с ответами или краткими решениями в конце тетради.	Ученик сам может проверить правильность выполнения заданий, сразу увидеть и проанализировать свою ошибку. Это формирует ответственность за результат и навык самооценки.

Рассмотрим еще один пример фрагмента рабочей тетради, разработанной для изучения темы «Система линейных неравенств с одной переменной» в 9 классе (таблица 2).

Таблица 2

Этап	Задание в тетради	Функция
Самостоятельное открытие знания (мотивация и актуализация)	а) Отметьте на числовой прямой решение неравенства x>2. б) Отметьте на другой числовой прямой решение неравенства x≤5. Вопрос: Как одним условием описать все числа, которые удовлетворяют и первому, и второму условию одновременно? Сформулируйте проблему.	Подводит ученика к самостоятельному осознанию необходимости нахождения общей части решений. Создает мотивацию для введения понятия «система».
Самостоятельное открытие знания (исследование)	Даны три системы. Решите каждое неравенство в них и отметьте решения на общей числовой прямой (приведены три заготовленные оси). 1. $\begin{cases} x > 1 \\ x < 4 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x \geq -2 \\ < 3 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x < \frac{1}{3} \\ x \leq 7 \end{cases}$	Ученик самостоятельно, через визуализацию, приходит к выводу, что решением системы является пересечение решений отдельных неравенств, и обнаруживает случаи, когда система не имеет решений.

	Вопрос: В каких случаях у системы есть решение? Как оно выглядит на числовой прямой? Сформулируйте алгоритм решения системы линейных неравенств.	
Структурирование и отработка алгоритма	Дана система: $\begin{cases} 2x - 4 \leq 0 \\ 3x + 6 > 0 \end{cases}$ Алгоритм представлен с пропусками: 1. Решите каждое неравенство: Первое: $2x \leq \cdots \rightarrow x \leq \cdots$ Второе: $3x > \cdots \rightarrow x > \cdots$ 2. Изобразите полученные промежутки на одной числовой прямой. 3. Найдите и запишите ________________ промежутков. 4. Ответ: x∈(…;…].	Активное заполнение пропусков закрепляет последовательность действий и математическую терминологию («пересечение»).
Самостоятельное применение знания	Уровень 1 (базовый): Решите системы, где неравенства уже приведены к простейшему виду: $\begin{cases} x > -3 \\ x \leq 2 \end{cases}$ Уровень 2 (средний): Решите системы, требующие предварительного преобразования: $\begin{cases} 4x - 4.6 \geq 0 \\ 10 - 2x > 0 \end{cases}$ Уровень 3 (высокий): 1. При каких значениях a система $\begin{cases} x > a \\ x < 7\frac{1}{3} \end{cases}$ имеет решение? 2. Составьте систему неравенств, решением которой является	Позволяет ученику выбрать уровень сложности, развивая как вычислительные навыки, так и логическое, творческое мышление.

	промежуток $[-1;4)$.	
Самоконтроль и рефлексия	Блок «Проверь себя» Решите две системы. Правильные ответы и краткие пояснения даны в конце тетради (например, «внимательно посмотри на знак неравенства при делении на отрицательное число»). Рефлексия: Оцени свою работу: - Я уверенно решаю системы; - Мне нужно повторить решение простых линейных неравенств; - Я путаюсь в нахождении пересечения на числовой прямой.	Формирует навык самооценки, позволяет сразу выявить и проанализировать ошибку, развивая метапредметное умение – рефлексию.

Таким образом, подобная рабочая тетрадь представляет собой комплексное дидактическое средство, целенаправленно проектируемое для организации самостоятельной познавательной деятельности учащихся. Ее роль вспомогательного сборника упражнений меняется до функции «индивидуального организатора» учебной деятельности, который направляет ученика по целостному пути от самостоятельного открытия знания через исследование к его осмыслению, применению и самопроверке. Это существенно меняет позицию участников образовательного процесса: ученик становится активным субъектом, ответственным за свой результат, а учитель – наставником, оказывающим адресную поддержку.

Систематическое использование рабочих тетрадей, разработанных в контексте идей развивающего обучения, является действенным инструментом для достижения одной из ключевых целей современного образования – формирования самостоятельной и инициативной личности, обладающей высоким уровнем познавательной активности.

Литература

1. Волобуева, Е. В. Рабочая тетрадь по математике как средство управления самостоятельной работой студентов / Е. В. Волобуева, В. Н. Колиачев, Н. А. Селезнева // Вестник Воронежского института высоких технологий. – 2015. – С. 162–165. – URL:

https://elibrary.ru/download/elibrary_25939014_72709634.pdf (дата обращения: 25.09.2025). – Текст : электронный.

2. Голобокова, Г. И. Рабочая тетрадь как многофункциональное дидактическое средство в системе самостоятельной работы студентов : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / Голобокова Галина Ивановна ; Забайкал. гос. гуманитар.-пед. ун-т им. Н.Г. Чернышевского. – Чита, 2012. – 23 с. – URL: https://viewer.rsl.ru/ru/rsl01005043866?page=1&rotate=0&theme=white (дата обращения: 25.09.2025). – Текст : электронный.

3. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования : приказ Министерства просвещения РФ от 12 августа 2022 г. № 732. – Текст : электронный // Официальный интернет-портал правовой информации. – URL: http://pravo.gov.ru (дата обращения: 23.09.2025).

4. Симаков, В. А. Классификация средств обучения. Дидактические средства обучения как важнейший компонент образовательного процесса / В. А. Симаков // Вестник военного образования. – 2021. – № 5 (32). – С. 28–31. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/klassifikatsiya-sredstv-obucheniya-didakticheskie-sredstva-obucheniya-kak-vazhneyshiy-komponent-obrazovatelnogo-protsessa (дата обращения: 26.09.2025). – Текст : электронный.

5. Ханипова, Е. Х. Рабочая тетрадь как дидактическое средство обучения / Е. Х. Ханипова // Инновации в науке. – 2015. – № 10 (47). – С. 76–79. – URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_24365399_87309090.pdf (дата обращения: 24.09.2025). – Текст : электронный.

WORKBOOK AS A DIDACTIC TOOL FOR FORMING STUDENTS' COGNITIVE ACTIVITY IN TEACHING MATHEMATICS

Derbedeneva Natalya Nikolaevna
Streltsova Anna Nikolaevna

Abstract: the article examines the role of a workbook as an effective didactic tool for organizing independent cognitive activity of secondary school students. The possibilities of workbooks for developing self-organization and critical thinking skills in the context of the Federal State Educational Standard requirements are analyzed. Examples from the mathematics course show how modern workbooks guide students through the stages of independent discovery of knowledge, its application, and self-control.

Keywords: *workbook, didactic tool, independent work, cognitive activity, individualization of learning.*

РАЗВИТИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Фролова Эльвира Канмуновна,
студент,
e-mail: elffirrra@gmail.com
Самсикова Наталья Алексеевна,
кандидат педагогических наук, доцент
ФГБОУ ВО «Сахалинский государственный университет», г. Южно-Сахалинск, РФ

Аннотация. В статье рассматривается актуальная проблема развития алгоритмического мышления школьников. Представлены структурные компоненты алгоритмического мышления и поэтапный механизм их формирования через решение практико-ориентированных математических задач.

Ключевые слова: *алгоритмическое мышление, практико-ориентированные задачи, метапредметные компетенции, методика обучения математике.*

Актуальность исследования обусловлена комплексом факторов, среди которых ведущими являются требования Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) к достижению метапредметных результатов. Алгоритмическое мышление, понимаемое в широком смысле как «умение планировать структуру действий, необходимых для достижения заданной цели при помощи фиксированного набора средств» [8, с. 9], служит фундаментальной основой для достижения этой цели. Современная педагогическая наука расширяет это понятие, трактуя алгоритмическое мышление как интеграцию логических, аналитических и творческих процессов, направленных на преобразование проблемы в четкий план действий [5, 7]. Это особенно важно в условиях цифровой эпохи, где умение работать с алгоритмами становится ключевым элементом функциональной грамотности [4].

В рамках проведенного исследования алгоритмическое мышление было раскрыто как комплексный метапредметный навык, интегрирующий логические, аналитические и творческие процессы. Анализ исследований [2, 6, 8] позволяет выделить три базовых компонента алгоритмического мышления:

1. Декомпозиция (разбиение задачи на подзадачи).

Декомпозиция представляет собой процесс разделения общей цели на совокупность взаимосвязанных, но более простых подцелей или этапов. Это позволяет перейти от сложной, объемной задачи к последовательности конкретных, выполнимых действий, что особенно важно для школьников [6].

2. Распознавание паттернов (типовых схем).

В контексте решения задач паттернами будут являться уже известные ученикам структуры или алгоритмы. Распознавание паттернов развивает «вычислительное мышление», позволяя переносить методы из математики в реальную жизнь для анализа социальных, экономических или экологических проблем [1].

3. Оптимизация (выбор эффективного пути).

Оптимизация предполагает оценку различных способов решения задачи и выбор наиболее рационального с точки зрения ресурсов (время, затраты, точность). Например, при решении системы линейных уравнений учащийся может выбрать метод подстановки или сложения (вычитания).

Решение реальных проблем требует одновременного применения всех трех компонентов, которые формируются и развиваются через решение практико-ориентированных математических задач. Под практико-ориентированными математическими задачами будем понимать задачи, целью которых является решение реальной проблемы, описанной в виде конкретной жизненной, профессиональной или межпредметной ситуации, с обязательным использованием математических знаний.

Тесная связь между решением таких задач и процессом алгоритмизации была реализована через адаптированную 7-этапную модель, предложенную А. Д. Нахманом. Данная модель включает последовательные стадии: «1) осознание условия … и формализация; … 2) анализ задачи … 3) редукция – упрощение … 4) синтез: осуществление плана … 5) формирование и фиксация результата (ответа); 6) интерпретация … 7) рефлексия …» [3, с. 23-24]. Каждый этап напрямую коррелирует с компонентами алгоритмического мышления, последовательное прохождение этапов решения задачи и алгоритмизации формирует у учащихся навык системного решения проблем – от анализа реальной ситуации до реализации вычислительных методов.

На основе теоретического анализа была разработана и внедрена система заданий, построенная на следующих дидактических принципах:

– принцип постепенного усложнения: реализуется через четыре уровня: от простых линейных алгоритмов к задачам с ветвлениями, далее – к многошаговым вычислениям и, наконец, к задачам с избыточными или недостающими данными, требующим критической оценки информации.

– принцип межпредметной интеграции: задачи органично связывают математику с экономикой, географией, экологией, физикой и обществознанием, представляя ее как инструмент для решения междисциплинарных проблем.

– принцип вариативности: для каждой темы предлагается набор задач-аналогов, различающихся контекстом, а также задачи с разным набором данных и альтернативными методами решения, что формирует гибкость мышления.

Задача 1. Абонент использует домашний интернет от провайдера «Омега». Этот интернет-провайдер предлагает три тарифных плана. Условия приведены в таблице.

Тарифный план	**Абонентская плата**	**Плата за трафик**
«0»	Нет	1,5 руб. за 1 Мб
«200»	204 руб. за 200 Мб трафика в месяц	1,2 руб. за 1 Мб сверх 200 Мб
«700»	672 руб. за 700 Мб трафика в месяц	0,5 руб. за 1 Мб сверх 700 Мб

Методический комментарий: данная задача относится к финансово-экономическому типу практико-ориентированных задач. Ее решение требует от учащихся последовательного выполнения алгоритма: расчета стоимости для каждого тарифного плана при заданном объеме трафика, сравнения полученных значений и выбора оптимального варианта. На этапе декомпозиции задача разбивается на три подзадачи (расчет для тарифа «0», «200», «700»). Применяется распознавание паттерна работы с табличными данными и выполнения арифметических операций с учетом условий (абонентская плата, плата за сверхнормативный трафик). Оптимизация проявляется в выборе наиболее экономичного тарифа.

Задача 2. На рис. 1 нарисованы дороги между четырьмя населенными пунктами A, B, C, D и указаны протяженности данных дорог. Определите, какие два пункта наиболее удалены друг от друга (при условии, что передвигаться можно только по указанным на схеме дорогам). В ответе укажите кратчайшее расстояние между этими пунктами.

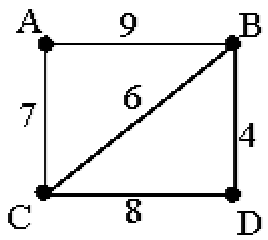


Рис. 1

Методический комментарий: эта логистическая задача направлена на развитие системного мышления и знакомит учащихся с элементами теории графов. Ключевой этап декомпозиции – определение всех возможных пар пунктов и путей между ними. Алгоритм решения включает перебор маршрутов, что является базовым паттерном в комбинаторных задачах. Оптимизация заключается в поиске кратчайшего пути в рамках самого длинного маршрута, что требует двойного критерия оценки.

Задача 3. На рис. 2 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значением температуры в первой половине этих суток. Ответ дайте в градусах Цельсия.

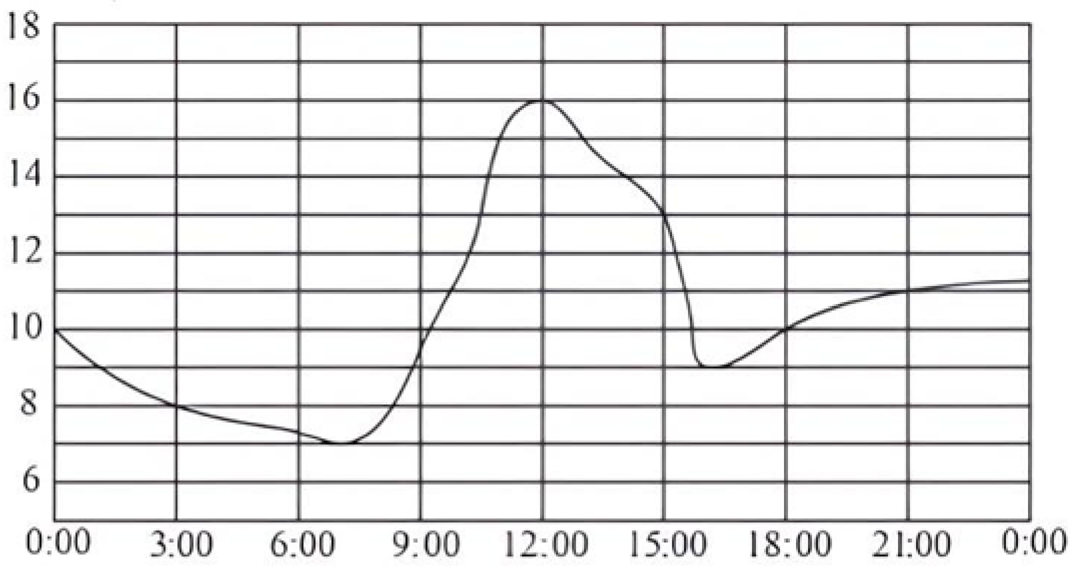


Рис. 2

Методический комментарий: данная социально-экологическая задача формирует навыки работы с графической информацией – один из ключевых видов функциональной грамотности. Декомпозиция заключается в последовательном выполнении шагов: определение временного интервала «первая половина суток», визуальный анализ графика для нахождения точек экстремума, вычисление разности. Учащиеся применяют паттерн «чтение графика» и используют арифметическое действие вычитания. Оптимизация проявляется в выборе стратегии анализа графика – целесообразно сразу искать максимальное и минимальное значение на заданном отрезке, а не считывать все значения.

Таким образом, систематическое и методически обоснованное включение в уроки математики практико-ориентированных задач, предполагающих четкий алгоритм решения и моделирующих реальные жизненные ситуации, является высокоэффективным средством развития алгоритмического мышления. Это способствует не только повышению математической грамотности и предметных результатов, но и формированию у учащихся универсальной компетенции – умения структурировать, выявлять закономерности и находить оптимальные решения в нестандартных условиях. Предложенная система трансформирует традиционный учебный процесс, наполняя абстрактные математические понятия практическим смыслом и закладывая основы алгоритмической культуры, необходимой для успешной адаптации в современном высокотехнологичном обществе.

Результаты проведенного педагогического эксперимента показали, что систематическое включение предложенных заданий в учебный процесс позволяет значимо повысить уровень алгоритмического мышления учащихся, что является важным фундаментом для их дальнейшего успешного обучения и адаптации в современном мире.

Литература

1. Берман Н.Д. Вычислительное мышление в контексте обучения программированию / Н. Д. Берман // Russian Journal of Education and Psychology. 2021. Т. 12. № 3-2. С. 13-19.
2. Выготский Л.С. Мышление и речь / Л.С. Выготский // Психология развития человека. — М.: Изд-во Смысл; Эксмо, 2005. - 512 с.
3. Нахман А. Д. Инновационные подходы к конструированию практико-ориентированных задачных систем / Инновации в образовании. – Специальный выпуск. № 2. — 2023. — 87 с. — URL: https://s.esrae.ru/innovations/pdf/2023/2/72 (дата обращения: 07.12.2025)
4. Предыбайло А.В. Использование информационных технологий для развития алгоритмического мышления на уроках информатики / А. В. Предыбайло // Вопросы педагогики. 2020. № 1-1. С. 177-180.
5. Сорока О.Г. Формирование элементов логической и алгоритмической грамотности у младших школьников: автореф. дис. канд. пед. наук 13.00.01 / О. Г. Сорока. - Моск. гос. открытый пед. ун-т им. М. А. Шолохова. Москва, 2006. – 22 с.
6. Темербекова А.А. Методические особенности использования метода декомпозиции при выполнении логико-дидактического анализа темы / А. А. Темербекова // Мир науки, культуры, образования. 2021. № 6 (91). С. 219-221.
7. Терехова Т.А., Портнова Л.К., Тюлюпов Ю.Ф. Алгоритмическое мышление: образовательные причины развития и место в классификации видов мышления / Т. А. Терехова., Л. К. Портнова, Ю. Ф. Тюлюпов // Baikal Research Journal. 2023. Т. 14. № 4. С. 1553-1568.
8. Школьная информатика (концепции, состояние, перспективы) Ершов А. П., Звенигородский Г. А., Первин Ю. А. Депонированная рукопись № 152 02.04.1979

DEVELOPMENT OF STUDENTS' ALGORITHMIC THINKING THROUGH A SYSTEM OF PRACTICE-ORIENTED MATHEMATICAL PROBLEMS

Frolova Elvira

Annotation. The article discusses the current problem of developing algorithmic thinking in schoolchildren. It presents the structural components of algorithmic thinking and the step-by-step mechanism of their formation through solving practice-oriented mathematical problems.

Keywords: algorithmic thinking, practice-oriented problems, meta-subject competencies, mathematics teaching methodology.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КУРСА ПО ВЫБОРУ «ИНВАРИАНТНОСТЬ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ» В ПОДГОТОВКЕ УЧАЩИХСЯ 10–11 КЛАССОВ К ЕГЭ

***Хапрёнкова* Лидия Павловна,**
студент
e-mail: lidahaprenkova@rambler.ru
Фирстова Наталья Игоревна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: ni.firstova@mpgu.su
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва, РФ

Аннотация. В статье рассматривается методика организации курса по выбору «Инвариантность алгебраических выражений» для 10–11 классов. Особое внимание уделено возможности применения содержания курса для подготовки к решению задачи 19 профильного ЕГЭ по математике. Приведен пример задания и подход к формированию устойчивой мотивации и логического мышления учащихся.

Ключевые слова: *инвариантность алгебраических выражений, курс по выбору, подготовка к ЕГЭ, математическая подготовка учащихся, алгебраические преобразования, задачи повышенной сложности.*

.

Современные требования ФГОС к результатам обучения школьников предполагают формирование у учащихся умений решать нестандартные задачи, критически мыслить и применять знания в новых ситуациях, в частности к заданию высокого уровня сложности №19, направленному на проверку умений исследовать, доказывать и решать нешаблонные алгебраические задачи, выявляют дефицит умений у выпускников при работе с целыми числами, их свойствами и преобразованиями выражений в целочисленных условиях. Традиционная школьная программа зачастую уделяет недостаточно внимания формированию эвристических подходов к решению задач, связанных с делимостью, инвариантностью, методом остатков. Целью данной работы является обоснование эффективности введения в систему предэкзаменационной подготовки учащихся 10–11 классов специального курса по выбору, посвященного теме инвариантности алгебраических выражений, и демонстрация его практической реализации через разбор задачи.

Особое значение эти компетенции приобретают при подготовке к ЕГЭ по математике профильного уровня, в частности – при работе с задачей под номером 19, направленной на развитие математической интуиции и творческого подхода.

Курс рассчитан на учащихся старших классов, включает теоретический блок (понятие инвариантности, основные методы преобразований) и практический (решение прототипов олимпиадного номера ЕГЭ разной сложности). Занятия построены по принципу проблемного обучения с использованием практических кейсов, самостоятельного поиска инвариантов и коллективного обсуждения решений.

Методика курса строится на эвристическом подходе: от разбора конкретной задачи – через совместный поиск неизменяемой характеристики – к формулировке общего метода и его применению в новых условиях.

Перейдем к практической иллюстрации, то есть к применению инвариантов в задачах ЕГЭ. Рассмотрим, как идеи курса могут быть применены к решению задачи, аналогичной экзаменационным.

Задача. На доске записано n необязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма записанных чисел оказалась равной 330. После чего в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры, например, число 15 заменили на 51.

а) Могло ли быть такое, что сумма исходных чисел ровно в 4 раза меньше суммы получившихся чисел?

б) Могло ли быть такое, что сумма исходных чисел ровно в 3 раза меньше суммы получившихся чисел?

в) Какое наибольшее возможное значение суммы может быть у получившихся чисел?

Дано:

На доске записано n различных двузначных натуральных, без нулей в десятичной записи;

Сумма всех исходных чисел: $S_1 = 330$, где S_1 – сумма всех исходных чисел;

Найти:

а) привести пример, что $S_1 = 4S_2$, где S_2 – сумма получившихся чисел, если такого примера нет, то доказать его отсутствие;

б) привести пример, что $S_1 = 3S_2$, где S_2 – сумма получившихся чисел, если такого примера нет, то доказать его отсутствие;

в) найти наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.

Решение:

Для того, чтобы решить данный прототип, подготовим почву через введение переменных, преобразующие условие и упрощающие ход рассуждений.

Пусть исходные n чисел равны $\overline{a_1b_1}, \overline{a_2b_2}, \dots, \overline{a_nb_n} \in \mathrm{N}$, $a_1, a_2, \dots, a_n \neq 0$. Тогда их сумму можно вычислить следующим образом:

$$S_1 = (10a_1 + b_1) + (10a_2 + b_2) + \cdots + (10a_n + b_n) =$$
$$= 10\,(a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + (b_1 + b_2 + \cdots + b_n) = 330$$

Чтобы вычислить сумму чисел, получившихся в ходе перестановки цифр десятков и единиц, поменяем местами первую и вторую переменные, тогда получим ряд чисел: $\overline{b_1a_1}, \overline{b_2a_2}, \dots, \overline{b_na_n} \in \mathrm{N}$, $b_1, b_2, \dots, b_n \neq 0$, а их сумма будет равна:

$$S_1 = (10b_1 + a_1) + (10b_2 + a_2) + \cdots + (10b_n + a_n) =$$
$$= 10\,(b_1 + b_2 + \cdots + b_n) + (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)$$

Пусть $A = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $B = b_1 + b_2 + \cdots + b_n$.

Рассмотрим первый пункт задачи.

а) Для положительного ответа на вопрос достаточно привести пример. Иногда ответ на пункт а) может быть отрицательным, тогда необходимо рассматривать общий случай, чтобы доказать свое суждение, а для этого мы уже ввели все необходимые инварианты.

Если же сразу ученик не может привести подходящий пример для пункта а), можно наводящими вопросами помочь или вместе составить систему уравнений, при помощи которой ответ на задание будет очевиден. Приведем ход такого решения.

Пусть сумма после выполнения перестановки цифр десятков и единиц увеличилась в 4 раза, тогда

$$\begin{cases} 10A + B = 330 \\ 10B + A = 4 \cdot 330 \end{cases}$$

Благодаря простым преобразованиям системы получаем, что

$$\begin{cases} 11A = 220 \\ B = 110 + A \end{cases}$$
$$\begin{cases} A = 20 \\ B = 130 \end{cases}$$

Таким образом, из решения системы уже достаточно просто привести пример, чтобы положительно ответить на вопрос пункта а).

Пусть всего 20 чисел, у которых $a_1 = a_2 = \cdots = a_n = 1$, $b_1 = b_2 = \cdots = b_{10} = 5$, $b_{11} = b_{12} = \cdots = b_{20} = 8$, тогда $A = 20 \cdot 1 = 20$, $B = 10 \cdot 5 + 10 \cdot 8 = 130$, а $S_1 = 10A + B = 200 + 130$, $S_2 = 10B + A = 1300 + 20 = 1320 = 4 \cdot 330$.

Получаем, что изначально на доске могли быть записаны 10 чисел 15 и 10 чисел 18.

Стоит отметить, что в пункте а) неподготовленный ученик не сможет выстроить такую логическую цепочку решений. Поэтому для повышения процента решаемости данного типа задач в школе необходимо вводить дополнительный курс по подготовке как к олимпиадам, так и к необычным номерам из ЕГЭ, которые вполне могут встретиться, но уже в другой формулировке, выпускникам школ.

Перейдем к решению пункта б).

б) Если же в пункте а) ученик привел пример путем подбора, то скорее всего пункт б) не осилит, однако, если а) выполнен верно и математически грамотно, то решить и б) не составит труда, ведь ход рассуждений аналогичен. Так сделаем и мы.

Составим систему и решим ее:

$$\begin{cases} 10A + B = 330 \\ 10B + A = 3 \cdot 330 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B = 330 - 10A \\ 99A = 2310 \end{cases}$$

Полученная система не имеет целых решений, так как 2310 не делится нацело на 99, поэтому ответ на пункт б) отрицательный, то есть привести пример невозможно.

Не каждый ученик, придя к такой системе, сможет сделать верный вывод. Это еще раз подтверждает важность введения в старших классах курса по выбору «Инвариантность алгебраических выражений».

Остается разобраться с пунктом в), который решается аналогично предыдущим, но подразумевает не только доказательство того, что будет найдено максимальное значение, но и приведение конкретного примера.

в) Пусть сумма увеличилась в m раз, тогда составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 10A + B = 330 \\ 10B + A = 330m \end{cases}$$

$$\begin{cases} B = 330 - 10A \\ 99A = 330(10 - m) \end{cases}$$

Несложно заметить, что каждое из исходных чисел, записанных на доске, увеличилось не более, чем в $\frac{91}{19}$ раз, значит, $m \leq \frac{91}{19} < 10$.

Из второго уравнения системы выразим A:

$$A = \frac{10(10 - m)}{3}.$$

Тогда

$$A = \frac{10(10 - m)}{3} \geq \frac{10}{3}\left(10 - \frac{91}{19}\right) = \frac{330}{19} = 17\frac{7}{19} > 17$$

Из логики условия $A -$ целое, тогда $A \geq 18$.

Если же из второго уравнения системы выразим m, то заметим, что

$$m = \frac{100 - 3A}{10} \leq \frac{100 - 3 \cdot 18}{10} = \frac{23}{5}.$$

Тогда приведем пример исходных чисел таких, что их сумма в $\frac{23}{5}$ раза меньше полученных из них, то есть сумма новых чисел стала равняться:

$$330m = 330 \cdot \frac{23}{5} = 1518.$$

Так как мы уже доказали, что $A \geq 18$, допустим, что на доске было записано 18 числе, где $a_1 = a_2 = \cdots = a_{18} = 1$, значит, $B = 330 - 10A = 150$. Если взять, что $b_1 = b_2 = \cdots = b_{12} = 8$, $b_{13} = b_{14} = \cdots = b_{18} = 9$, то $B = 150$. Значит, если на доске изначально записали 12 чисел 18 и 6 чисел 19, то после выполнения операции из условия сумма чисел на доска изменилась в $\frac{23}{5}$ раза с 330 на 1518.

Все пункты решены, поэтому остается записать только ответ.

Ответ: а) да; б) нет; в) 1518.

Проведенный анализ демонстрирует высокую методическую ценность идеи инвариантности при подготовке к решению сложных задач ЕГЭ по математике. Курс «Инвариантность алгебраических выражений» позволяет систематизировать разрозненные приемы работы с целыми числами, четностью, остатками и алгебраическими преобразованиями, объединив их общей фундаментальной концепцией. Такой подход не только повышает шансы на успешное выполнение задания №19 и олимпиадных задач, но и способствует развитию математической культуры, исследовательского стиля мышления и готовности к решению нестандартных задач, что полностью соответствует современным тенденциям развития математического образования.

Перспективой дальнейшей работы является разработка полного учебно-методического комплекса для данного курса, включающего систему дифференцированных задач и методические рекомендации для учителей.

Литература

1. Деза Е.И., Котова Л.В. Сборник задач по теории чисел. – М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2012. – 224 с.
2. Открытый банк заданий ЕГЭ ФИПИ по математике (профильный уровень). – URL: https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege (дата обращения: 06.12.2025).
3. Приказ Министерства просвещения РФ № 371 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования». – URL: https://base.garant.ru/70188902/8ef641d3b80ff01d34be16ce9bafc6e0/?ysclid=mim201ymip124569033 (дата обращения 06.12.2025).
4. Скафа Е.И., Дрозд М.В. Методологический подход к понимаю роли эвристической задачи в математическом образовании школьников. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/metodologicheskiy-podhod-k-ponimaniyu-roli-evristicheskoy-zadachi-v-matematicheskom-obrazovanii-shkolnikov/viewer (дата обращения: 06.12.2025).

USING THE ELECTIVE COURSE "INVARIANCE OF ALGEBRAIC EXPRESSIONS" IN PREPARING 10–11 GRADE STUDENTS FOR THE UNIFIED STATE EXAM (USE)

Khaprenkova L.P.

Annotation: the article examines the methodology of organizing the elective course "Invariance of Algebraic Expressions" for 10th–11th grades. Special attention is paid to the possibility of using the course content for preparation for solving complex problems (such as task 19) of the profile-level Unified State Exam in mathematics. Example of task and approached to the formation of stable motivation and logical thinking of students are provided.

Keywords: *invariance of algebraic expressions, elective course, preparation for the Unified State Exam (USE), mathematical preparation of students, algebraic transformations, advanced-level problems.*

ГЕОМЕТРИЯ, ЗАПЕЧАТЛЁННАЯ В ПАКЕТЕ МОЛОКА: ЗАКРЕПЛЕНИЕ СВОЙСТВ ТЕТРАЙДРА В 10 КЛАССЕ

Шамрук Евдокия Юрьевна
педагог дополнительного образования,
e-mail: *avdotya.shamruk@yandex.ru*
ГБОУ «Школа №444», г. Москва, РФ,
студент ***МПГУ, г. Москва, РФ,***

Аннотация. Статья посвящена практико-ориентированному подходу. Автор предлагает использовать его на уроках геометрии в 10 классе при решении задач. Как пример абстрактной фигуры рассматривается один из символов СССР: треугольный пакет молока, который является тетраэдром. На примере процесса производства упаковки, автором предложены задачи на основные свойства тетраэдра.

Ключевые слова: *Треугольный пакет молока, тетраэдр, свойства тетраэдра, практико-ориентированные задачи*

Практико-ориентированные задачи важны в школьном курсе стереометрии, так как они обеспечивают взаимосвязь между абстрактными фигурами и привычными предметами из жизни. В 10 классе в курсе Геометрии ученики изучают тему "Тетраэдр", порой непростую для первоначального понимания. Данные задачи, основанные на примерах из повседневности, помогут школьникам в успешном усвоении данной темы.

В школьном курсе математики не хватает практико-ориентированных задач. Целью данной работы является создание практико-ориентированных задач по Математике по теме: тетраэдр. Данная работа будет полезна для учителей. А также для учеников 10 класса.

Методика обучения геометрии строится на развитии пространственного мышления. Деятельность пространственного мышления включает процесс создания образов и процесс оперирования ими. Поэтому чрезвычайно важно, чтобы у учеников формировался важный навык организации деятельности, направленной на создание пространственного образа, адекватного изучаемому объекту. По мнению И. С. Якиманской, воспринимая некоторый реальный объект, человек выделяет в нем, какие-то детали, признаки, у него создается определенное эмоциональное отношение к объекту. Это приводит к формированию образа объекта. Со временем этот образ трансформируется в четкие представления о конкретном геометрическом объекте. Этот процесс вызывает познавательный интерес и позволяет более глубоко закрепить изучаемый материл на уроках геометрии.

Тема урока: Геометрия запечатленная, в пакете молока: закрепление свойств тетраэдра в 10 классе.

Разработанные задачи, вложенные в основу урока, построены на изучении свойств тетраэдра. На вводно-мотивационном этапе урока учитель дает небольшую историческую справку о распространении в СССР в 1960-1980- е гг. треугольных пакетов молока. Учитель отмечает, что одним из символов повседневности в Советском Союзе являлся треугольный пакет молока. Но мало кто знает, что этот пакет был придуман не в СССР, а шведской компанией Tetra Pak, а потом уже был выкуплен патент на изготовление пакетов.

Учитель подводит учеников к тому, что привычное народное название «треугольная упаковка» на самом деле не совсем верное. Правильно называть ее тетраэдрической. Ведь она сделана в форме тетраэдра – пирамиды с четырьмя гранями, каждую из которых составляет правильный треугольник. Само название Tetra Pak – это сокращение от «тетраэдрическая упаковка». Компания взяла имя именно в честь первой разработки. После того, как учитель вызывает познавательный интерес у учеников и знакомит с объемной фигурой, классу предлагается рассмотреть процесс изготовления упаковки молока.

Задание 1.

Как вы считаете, что является разверткой треугольного пакета молока?

Процесс их создания был прост. Лента из плотного и эластичного картона непрерывно сворачивалась в длинную трубу, спаянную в самом низу. Сверху в нее заливалось молоко, и механизм прямо по заполненной жидкостью трубе штамповал два горячих шва-спайки под разными углами. Если бы швы были одинаковыми и горизонтальными, пачки с молоком выглядели бы как сплюснутые с двух концов мягкие пакеты. Но расположенные под прямым углом друг к другу швы позволяли «скрутить» емкость в тетраэдр. В результате получалась лента из герметичных упаковок-пирамидок с молоком внутри. Их просто отрезали друг от друга по спайке – и так товар становился готов к продаже.

Задание 2.

Предлагаем вам попробовать из листа бумаги самим сложить треугольный пакет молока.

В советское время стандартный пакет молока был 500 мл. Давайте попробуем определить, чему равен диаметр картонной трубы, которая используется для изготовления пакета молока.

Задача 3.

Объем пакета молока равен 500 мл. Найди диаметр картонной трубы, необходимой для изготовления такого пакета молока.

Решение:

Заметим, что диаметр картонной трубы равен стороне пакета молока. Тогда необходимо вычислить сторону тетраэдра a.

$V = 500$ ед^3

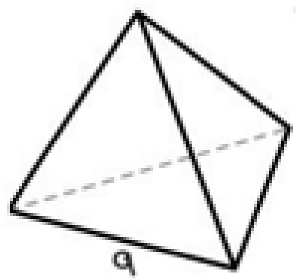
$500 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h \cdot \frac{1}{2}$

$V = (a^3\sqrt{2})/12$

$500 = (a^3\sqrt{2})/12$

$a^3 = (500 \cdot 12)/\sqrt{2}$

$a = \sqrt[3]{6000/\sqrt{2}}$



Ответ: $\sqrt[3]{6000/\sqrt{2}}$

Получается, что диаметр картонной трубы в таком случае является иррациональным числом. Но как создать такую трубу? Ведь достаточно тяжело отложить иррациональное число, чтобы оно было целым. Представьте, пакет заполнен полностью. Тогда велика вероятность, что при падении пакет лопнет, что не выгодно для производства. Вспомните, все пакеты с жидкостью доливаются неполностью. Остается пустое пространство. Тогда вопрос: какая же было длина стороны пакета молока, - остается открытым. Был бы у нас пакет молока из Советского союза, мы бы смогли измерить его сторону. Но пакета нет. Что делать в таком случае? Вспомните, все тетраэдры подобны, а в наше время в треугольных пакетах выпускаются сливки. Тогда, зная сторону пакета сливок и его объем, мы сможем определить сторону пакета молока объемом 500 мл. Давайте решим такую задачу:

Задача 4.

Имеется треугольный пакет молока объемом 25 мл со стороной 6,2 см. Найди диаметр картонной трубы, необходимой для изготовления пакета молока объемом 500 мл.

Решение:

Для начала найдем, сколько пустого пространства остается в пакете молока. Для этого найдем объем пакета и вычтем из него объем молока:

$V_{\text{пакет}} - V_{\text{мол.}} = \frac{\sqrt{2}*6{,}2^3}{12} - 50 = 3$ *мл (приблизительно с округлением).*

Пусть x см – искомая сторона тетраэдра.

Заметим, что все тетраэдры подобны. Найдем коэффициент подобия k.

25 мл=25 см^3 500 мл=500 см^3

$\frac{500}{25} = k^3$

$k = \sqrt[3]{20}$

Заметим также, что $\sqrt[3]{20} = \frac{x}{6{,}2}$

$x = \sqrt[3]{20} * 6{,}2.$

Приблизительно x=16,8 см. Заметим, что данная величина не является точной, так как объем пустого места в пакете молока может отличаться.

Задача 5.

Высчитайте объем одного пакета молока в мл, если диаметр бумажной трубы на производстве пакетов равен 18 см. (1 л. = 1000 см^3).

Решение:

$S_{осн} = ½·18·18·\sin 60° = 15\sqrt{3}$ cm²

CH ⊥ AB, AH = ½ AB = ½·18 = 9 cm

В прямоугольном треугольнике ACH:

$CH = \sqrt{(AC^2 – AH^2)} = \sqrt{(18^2 – 9^2)} = 9\sqrt{3}$

В равностороннем треугольнике:

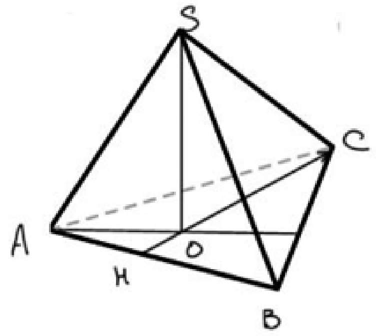
$OC = ⅔·CH = ⅔·9\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

В прямоугольном треугольнике OCS:

$OS = \sqrt{(SC^2 – OC^2)} = \sqrt{(18^2 – (6\sqrt{3})^2)} = 6\sqrt{6}$

$V = ⅓·S_{осн}·OS = ⅓·15\sqrt{3}·6\sqrt{6} = 150\sqrt{2}$

Ответ: $150\sqrt{2}$



Задание 6.

Найди площадь поверхности пакета молока объемом 500 мл из СССР. (Учти при решении задачу 4).

Решение:

Заметим, что площади поверхностей граней тетраэдров равны. Тогда найдем площадь поверхности одной грани. Грань тетраэдра представляет собой правильный треугольник. В зад. 4 мы выяснили, что сторона правильного треугольника равна 16,8 см. Тогда найдем площадь этой грани

$S = \frac{1}{2} * 16{,}8 * \sin 60 * 16{,}8 = 122{,}21$ см^2

$4S = 122{,}21 * 4 = 488{,}84$ см^2

Ответ: 488,84 см^2.

Я предлагаю использовать данные задачи учителям Математики при закреплении или повторении темы "Правильный тетраэдр" на уроках Геометрии 10-ого класса. Применение практико-ориентированных задач по теме "Тетраэдр" возможно на этапе мотивации и постановки проблемы урока. Задачи покажут, зачем необходимо изучать эту абстрактную фигуру. Вызовет интерес, как тетраэдр помог создать первую картонную упаковку молока. Так же на этапе изучения новых понятий и свойств. Задачи помогут конкретизировать абстрактные определения. И самое важное, что на этапе закрепления и отработки вычислений с помощью данных задач школьники смогут закрепить формулы для объема, площади поверхности в реальным ситуациях. Данные задачи можно применять на этапе применения знаний в нестандартных ситуациях (продвинутый уровень) с уровнем развития пространственного мышления и комплексного решения проблем.

В данной статье показан пример использования практико-ориентированных задач на уроках Геометрии 10 класса. На основании данных задач было рассмотрено применение свойств тетраэдра в повседневной жизни. Данные примеры задач, представленные в этой статье, помогают расширить банк практико-ориентированных задач, используемых на уроках Геометрии старшей школы.

Литература

1. *Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. В*. Геометрия: 10-11-й классы: базовый и углублённый уровни. – М.: Просвещение, 2023.
2. *Балыкина Ю. Ю.* Особые свойства тетраэдра в историческом развитии // Мир науки культуры, образования. – №4 (83). Оренбург., 2020.
3. *Байлад Г.* Технология производства молочных продуктов Tetra Pak. – М.: Махаон, 2000.
4. *Мамаев А. В., Соловьева А. О., Яркина М. В.* Тара и упаковка молочных продуктов: Учебное пособие для СПО. – М.: Лань, 2025.
5. *Понарин Я. П.* Элементарная геометрия. Т. 3. – М.: МЦНМО, 2018.
6. *Якиманская И.С.* Развитие пространственного мышления школьников. – М.: Педагогика. 1980.

GEOMETRY CAPTURED IN A MILK CARTON: FIXING THE PROPERTIES OF THE TETRAIDER IN THE 10TH GRADE

Shamruk Evdokiya Yurievna

Abstract. The article is devoted to a practice-oriented approach. The author suggests using it in geometry lessons in 10th grade when solving problems. As an example of an abstract figure, one of the symbols of the USSR is considered: a triangular milk carton, which is a tetrahedron. Using the packaging production process as an example, the author suggests tasks for the basic properties of a tetrahedron.

Keywords: *Triangular milk carton, tetrahedron, tetrahedron properties, practice-oriented tasks.*

ПОТЕНЦИАЛ ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЫ В ФОРМИРОВАНИИ МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ

Шаталова Оксана Николаевна,
учитель математики,
e-mail: oksana_dadyka@mail.ru
ГБОУ «Средняя школа № 6 Г.О. СНЕЖНОЕ», г. Снежное, РФ

Аннотация. В статье рассматривается организация внеклассной работы как эффективное средство формирования и повышения учебной мотивации обучающихся к изучению математики. Анализируются специфические возможности внеурочных форм занятий, позволяющие преодолеть стереотип о математике как о сухой и абстрактной науке. Автор рассказывает, что грамотно организованная внеклассная деятельность, включающая проектную работу, математические игры, головоломки и историко-научный контекст, способствует развитию познавательного интереса, логического мышления и показывает практическую значимость математических знаний и умений.

Ключевые слова: *внеклассная работа, мотивация, обучение математике, познавательный интерес, занимательная математика, формирование мотивации.*

Введение. Современные вызовы, стоящие перед системой образования, актуализируют задачу формирования у обучающихся не только прочных предметных знаний, но и устойчивой мотивации к познавательной деятельности к изучению школьных предметов. Математика является фундаментальной дисциплиной, лежащей в основе научно-технического прогресса, нередко воспринимается обучающимися как сложный, абстрактный учебный предмет. Это приводит к снижению интереса, формальному усвоению материала и, как следствие, к низкой успеваемости.

Преодоление этой проблемы требует выхода за рамки традиционной урочной системы и поиска гибких, ориентированных на личность школьника педагогических подходов.

Внеклассная работа – это не новый, но эффективный метод формирования мотивации у обучающихся. Проблемами организации внеклассной работы по математике занимались многие исследователи этой проблемы. Среди них: З. Н. Альхова [1], И.В. Гончарова [2], А.Е. Логачев[6], Е.И. Скафа[8] и другие. В представленных работах детально рассматриваются теоретические и практические аспекты внеклассной деятельности по математике, а также методические подходы к ее организации и проведению, среди которых можно выделить организацию проектно-эвристической деятельности обучающихся.

Внеклассная работа – целенаправленные мероприятия, организуемые школой для совершенствования и углубления знаний, умений и навыков, развития самостоятельности и способностей учащихся во внеурочное время, а также для обеспечения их умственного отдыха [7]. Этот вид деятельности нравится школьникам тем, что имеет добровольный характер, свободу выбора видов деятельности и возможность творческой самореализации, которые в свою очередь создают уникальную образовательную среду, способную «оживить» математику, показать ее практическую значимость и внутреннюю красоту.

Повысить интерес школьников к математике можно только с помощью продуманной системы внеклассных занятий. Основная ценность внеклассной работы в том, что она развивает способности школьников, которые раньше не замечались. Данный вид деятельности не только дает большое количество возможностей для обеспечения комплексного развития обучающихся, но и подготавливает их к жизни [3].

Основными целями внеклассной работы по математике являются:

– расширение и углубление знаний учащихся по программному материалу;

– развитие математических возможностей школьников и их заинтересованности к исследованию математики и ее приложений;

– создание познавательной самостоятельности школьников и ознакомление их с творческой деятельностью;

– привитие школьникам некоторых способностей научно-исследовательского характера;

– формирование у обучающихся математического образа мышления, а то есть способности обоснованно и аргументировано анализировать, кратко высказывать собственные мысли, использовать математический язык;

– подготовка школьников к использованию математических умений в обыденной жизни, а также последующей учебной и трудовой деятельности;

– развитие индивидуальных качествшкольника, таких как упорство, усердность, находчивость и так далее [5].

Методика организации и проведения внеклассных занятий должна основываться, отмечает Н. Н. Дониёров, на том, что во внеурочной деятельности учитываются знания, навыки и умения,приобретенные учащимися на уроках, а также внеклассная деятельность организуется исходя из принципов желания, хобби,творчества учащихся и удовлетворения их индивидуального мнения [4].

Таким образом, эффективно структурированная и систематически организованная внеклассная деятельность по математике должна не только расширять математический кругозор обучающихся, стимулировать их познавательную деятельность, но и плодотворно влиять на формирование учебной мотивации к изучению математики.

Для разработки целесообразных методических приемов во внеклассной работе по формированию мотивации к обучению математике в 5-6 классах нами создана анкета для школьников, основной целью которой было выявлениеконкретных факторов, стимулирующих учебную деятельность школьников по математике, таких как познавательный интерес, чувство долга или страха перед негативными последствиями.

Цель статьи – представить анкету для обучающихся 5-6 классов, определяющую степень развития их учебной мотивации, а также на основании анализа проведенного анкетирования предложить актуальные направления внеклассной работы со школьниками.

Основная часть. Используя метод анкетирования, был организован опрос обучающихся 5-6классов средней школы № 6 города Снежное Донецкой Народной Республики. Всего в анкетировании приняли участие 63 школьника. В анкету вошли следующие вопросы.

1. Как ты обычно относишься к предстоящему уроку математики?

а) Жду с нетерпением, это мой любимый урок.

б) Отношусь спокойно, как к любому другому уроку.

в) Испытываю легкое беспокойство или нежелание.

г) Очень не люблю этот урок и жду его окончания.

2. Что для тебя является главным результатом на уроке математики?

А. Решить сложную задачу и понять новую тему.

Б. Получить хорошую оценку.

В. Избежать плохой оценки и замечаний от учителя.

Г. Просто отсидеться и пережить урок.

3. Как часто ты занимаешься математикой помимо школьных уроков (читаешь дополнительную литературу, смотришь видео, решаешь интересные задачи)?

А. Регулярно, мне это интересно.

Б. Иногда, если попадается что-то увлекательное.

В. Только если зададут на дом.

Г. Никогда.

4. Если бы математику можно было бы сделать необязательным предметом, ты бы стал(а) ее посещать?

А. Да, обязательно.

Б. Возможно, время от времени.

В. Скорее всего, нет.

Г. Точно нет.

5. Что ты чувствуешь, когда у тебя наконец-то получается решить сложную математическую задачу?

А. Радость, восторг, чувство победы.

Б. Удовлетворение и спокойствие.

В. В первую очередь, облегчение, что получил оценку.

Г. Ничего особенного.

6. Насколько тебе важно понимать, как математические правила и формулы применяются в реальной жизни (например, в строительстве, финансах, программировании)?

А. Очень важно, это помогает понять смысл и интерес к предмету.

Б. Довольно важно, но не всегда это необходимо.

В. Не очень важно, главное – получить положительную оценку.

Г. Совсем неважно.

7. Как ты предпочитаешь работать на уроке математики?

А. Самому(ой) открывать новые закономерности и способы решения.

Б. Работать в группе с одноклассниками.

В. Слушать объяснения учителя и выполнять по образцу.

Г. Не принимать активного участия.

8. Что тебя больше всего привлекает во внеклассной работе по математике (олимпиады, кружки, квесты)?

А. Возможность узнать что-то новое и нестандартное.

Б. Азарт во время игры и соревнования.

Г. Возможность получить дополнительную хорошую оценку.

Г. Ничто, я бы не стал(а) в этом участвовать.

9. Когда ты выполняешь домашнее задание по математике, что для тебя главное?

А. Разобраться и понять материал.

Б. Сделать правильно, чтобы не было ошибок.

В. Сделать любым способом, лишь бы побыстрее.

Г. Часто не делаю его.

10. Как ты считаешь, знания по математике пригодятся тебе в будущем?

А. Да, обязательно, для моей будущей профессии и в жизни.

Б. Возможно, в некоторых ситуациях.

В. Скорее нет, они мне вряд ли понадобятся.

Г. Нет, я не вижу в них никакой практической пользы.

Проведенный анализ отобранных материалов позволил выявить истинные мотивы обучающихся в процессе изучения математики в рамках урочной деятельности.

По результатам анализа ответов обучающихся было установлено следующее. У 61% обучающихсяпреобладает внешняя мотивация, т.е. оценки, обязанность. Интерес к предмету ситуативный, зависит от внешних стимулов. Ещё у 22% высокий уровень внутренней и внешней положительной мотивации. Ученик испытывает интерес к предмету, видит в нем смысл и ценность. У оставшихся 17% низкий уровень мотивации, негативное отношение к предмету, мотивация избегания неудач.

Проведенный анализ выявил неоднородную структуру учебной мотивации учащихся, что требует дифференцированного подхода. Исходя из данных анкетирования, ключевыми задачами являются**:**

– повышение интереса к математике у учеников с низкой учебной мотивацией;

– трансформация внешней мотивации во внутреннюю у обучающихся, ориентированных на оценку и одобрение.

Для учащихся с низкой мотивацией необходимо создать ситуацию успеха, снизив порог вхождения в учебную деятельность. Это может быть достигнуто за счет введения игровых и практико-ориентированных заданий, где математика выступает как инструмент для решения понятных и интересных жизненных задач.Например, можно использовать следующие виды математических игр: настольные игры, математические мини-игры, викторины, игры по станциям, математические конкурсы, КВНы; математические лабиринты, «Математическая карусель», математические квесты [6]. Проведение тематических квестов таких как «Тайны древних математиков», «Математический детектив» и использование настольных математических игр способствуют:

- созданию положительного эмоционального фона;
- развитию логического мышления;
- формированию навыков работы в команде.

Особую заинтересованность у обучающихсяво внеклассной работе по математике вызывают металлические головоломки. Их практическая ценность выходит далеко за рамки развлекательного досуга.В процессе решения таких головоломок учащиеся интуитивно осваивают ключевые математические принципы и развивают важнейшие интеллектуальные навыки. Манипулирование деталями требует анализа их геометрической формы, мысленного вращения и симметрии, что напрямую связано с развитием пространственного мышления. Поиск алгоритма разъединения и соединения элементов учит выдвижению и проверке гипотез, построению логических цепочек и стратегическому планированию – основам математического доказательства.

Современные учащиеся проявляют повышенный интерес к математике благодаря использованию онлайн-платформ, образовательных приложений и программ, позволяющих визуализировать математические концепции.

Для школьников с внешней мотивацией важно показать глубину и многогранность предмета, выходящую за рамки школьной программы. Например, возможна организация долгосрочных проектов по таким темам: «Математика в архитектуре родного города», «Статистический анализ успеваемости в школе», «Создание математического кроссворда для младших школьников» и другие. В ходе выполнения подобных проектов, отмечают Е.И. Скафа и М.О. Закутаева, обучающиеся осознают, что математика важна во многих профессиях и жизни [8].

Можно предлагать задачи повышенной сложности и олимпиадного уровня, которые бросают интеллектуальный вызов и развивают азарт познания.

Необходимо знакомить обучающихся с историей математики и биографиями великих ученых, чтобы сформировать ценностное отношение к предмету.Для достижения этой цели И.В.Гончарова предлагает целенаправленно и систематически обогащать содержание курса элементами истории математики [2]. Ключевым условием является не фрагментарное, а методически обоснованное включение исторического материала, которое должно быть строго согласовано с логикой изучаемых математических понятий и тщательно продумано с педагогической точки зрения.

Заключение. Грамотно организованная внеклассная работа по математике является мощным средством формирования устойчивой учебной мотивации обучающихся. Она позволяет преодолеть стереотипное восприятие математики как сложной и неинтересной науки, демонстрируя ее творческий и прикладной характер.Максимальный эффект достигается при комплексном использовании различных методов, их систематическом применении и связи с содержанием основного курса математики.Перспективным представляется исследование возможностей дистанционных форм внеклассной деятельности и их влияния на учебную мотивацию.

Литература

1.Альхова, З. Н. Внеклассная работа по математике // З. Н. Альхова, А. В. Макеева. – Саратов : Лицей, 2001. – 286с.

2. Гончарова, И.В.Активизация познавательной деятельности учащихся основной школы с помощью исторических фактов по математике / И.В. Гончарова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2020. – Вып. 51. – С. 70–76.

3.Гулевич, А. А. Внеклассная работа по математике как фактор формирования познавательного интереса к предмету обучающихся 5-6 классов / А. А. Гулевич // Фундаментальные и прикладные исследования в физике, химии, математике и информатике : Материалы симпозиума XVIII (L) Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, приуроченной к 50-летию КемГУ, Кемерово, 20 апреля 2023 года / Сост. А.А. Звеков. Выпуск 24. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2023. – С. 107–109.

4. Дониёров, Н. Н. Организация и проведение внеклассных занятий по математике / Н. Н. Дониёров // Вестник науки и образования. – 2021. – Часть 3, № 10 (113). – С. 109–113.

5. Егорова, Д. В. Организация внеклассной работы по математике / Д. В. Егорова, М. Ю. Солощенко // ModernScience. – 2021. – № 6-1. – С. 358–360.

6. Логачев,А. Е. Математическая игра как форма внеклассной работы по математике / А. Е. Логачев. – Текст : электронный// Концепт. –2014. – № 01 (январь). –URL: https://e-koncept.ru/2014/14013.htm(дата обращения: 20.11.2025).

7.Осекова, Т. К. Роль внеклассной работы в формировании компетентностей учащихся/ Т. К. Осекова. – Текст : электронный// Большая Евразия: развитие, безопасность, сотрудничество. – 2022. –№ 6-2. – С. 1070–1072.

8. Скафа Е. И. Управление проектно-эвристической деятельностью обучающихся основной школы во внеклассной работе по математике / Е.И. Скафа, М.О. Закутаева. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-71-79// Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 71–79.

THE POTENTIAL OF EXTRACURRICULAR ACTIVITIES IN SHAPING STUDENTS' MOTIVATION TO STUDY MATHEMATICS

Shatalova Oksana

Abstract. The article examines the potential of extracurricular activities as an effective means of forming and increasing the educational motivation of schoolchildren to study mathematics. The article analyzes the specific possibilities of extracurricular activities that allow overcoming the stereotype of mathematics as a dry and abstract science. The author says that well-organized extracurricular activities, including project work, mathematical games, puzzles and a historical and scientific context, contribute to the development of cognitive interest, logical thinking and shows the practical importance of mathematical knowledge.

Keywords: *extracurricular activities, motivation, teaching mathematics, cognitive interest, entertaining mathematics, motivation formation.*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СРЕДСТВО ИНТЕГРАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В СОВРЕМЕННОЙ ШКОЛЕ

Ерусалимский Яков Михайлович,
доктор технических наук, профессор
e-mail: ymerusalimskiy@sfedu.ru
Шкурай Ирина Александровна,
старший преподаватель
e-mail: shkuray@sfedu.ru
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,
г. Ростов-на-Дону, РФ

Аннотация. В статье рассматривается проблема реализации межпредметных связей математики и предметов естественно-научного цикла в условиях модернизации общего образования. Показано, что математическое моделирование может выступать эффективным инструментом интеграции учебных предметов без существенного изменения содержания программ.

Ключевые слова: *математическое моделирование, школьное образование, межпредметные связи, естественно-научное образование, математическое образование, прикладные задачи.*

Современные тенденции развития общего образования в Российской Федерации ориентированы на формирование у обучающихся целостного научного мировоззрения и практико-ориентированных знаний. На заседании Совета при Президенте России по науке и образованию, которое состоялось в феврале 2025 года, обозначена необходимость обновления содержания математического и естественно-научного образования, усиления их взаимосвязи и повышения интереса школьников к изучению данных предметов. Междисциплинарный характер обучения соответствует требованиям XXI века, в котором наиболее значимые научные и технологические достижения возникают на стыке различных областей знаний.

Несмотря на очевидную значимость математики для естественно-научного образования, приходится констатировать, что интеграция этих дисциплин в школьной практике реализуется недостаточно полно.

В результате математические методы изучаются абстрактно, без осознания их прикладной ценности, а естественно-научные дисциплины нередко требуют использования математических понятий, которые еще не были усвоены или осмыслены на уроках математики. Это приводит к снижению учебной мотивации и возникновению вопроса «Зачем мне это нужно?».

В связи с этим особый интерес представляет заявление министра просвещения РФ Сергея Кравцова по поводу создания единого комплекта учебников, синхронизирующего содержание математики, физики, химии и биологии. Такой подход ориентирован на формирование у школьников целостного представления о науке, устранение несогласованности учебных программ и усиление межпредметных связей.

Несмотря на многообещающую идею, проект вызывает обоснованные опасения. Создать эффективный и логичный междисциплинарный курс – это крайне сложная методическая задача. Также существует риск «механического» объединения, которое будет ограничиваться лишь внешним согласованием тем.

Необходимость усиления межпредметных связей математики с дисциплинами естественно-научного цикла подчеркивается в работах многих исследователей. С.И. Дяченко, А.В. Бодрова в статье [1] среди причин, по которым межпредметные связи математики и предметов естественно-научного цикла используются не в полной мере, указывают следующие: слабая подготовка учителей к проведению уроков с использованием межпредметных связей; недостаток учебников с межпредметным содержанием; несоответствие по времени изучения материала разных учебных предметов, различная трактовка одних и тех же понятий и определений в разных дисциплинах. Одним из способов реализации межпредметных связей авторы выделяют обучение математическому моделированию, применяемому при решении межпредметных и прикладных задач. На недостаток межпредметных задач в современных учебниках математики также указывает Е.М. Ложкина в статье [4]. Автор замечает, что межпредметные связи математики и химии устанавливаются в учебниках через задачи «на смеси, сплавы и растворы», которые не являются межпредметными, поскольку для их решения достаточно только лишь математических знаний (о пропорциях, процентах и других). Важность межпредметных связей математики и физики отмечается М.В. Нырко в статье [5].

Таким образом, проблема интеграции математики и естественно-научных предметов приобретает сегодня особую актуальность. По нашему мнению, одним из наиболее эффективных средств реализации межпредметных связей является математическое моделирование, которое позволяет связать абстрактные математические понятия с реальными процессами и явлениями окружающего мира. Ядром интеграции должна стать не просто синхронизация тем, а сквозная линия математического моделирования, демонстрирующая школьникам единый метод познания. Для реализации этой цели нет необходимости в добавлении новых разделов в школьный курс математики, как и нет необходимости в существенном пересмотре содержания программ по всем предметам естественно-научного блока. Достаточно внести некоторые методические изменения при изучении линии «Задачи на составление уравнений», чтобы она больше отражала сущность метода математического моделирования и способствовала реализации межпредметных связей. Данный подход подробно изложен в [2,3].

Цель статьи – обосновать роль математического моделирования как ключевого инструмента для практической реализации межпредметных связей и формирования целостной научной картины мира у школьников.

Математическое моделирование представляет собой процесс построения и исследования математических моделей реальных объектов, процессов и явлений. Использование элементов математического моделирования позволяет школьникам увидеть как математические зависимости описывают, к примеру движение тела, изменение концентрации вещества, рост популяции или климатические процессы. Однако в реальной практике обучения математическое моделирование часто реализуется в «свернутом виде», когда обучающимся предлагается уже готовая математическая модель без обсуждения этапов её построения и области применимости.

Покажем, как может быть организована работа с прикладными задачами в школьном курсе математики на примере задачи ЕГЭ с физическим содержанием. В данной задаче уже дана готовая модель, требуется только подставить известные значения и найти неизвестную величину, то есть решение сводится к математическим преобразованиям и вычислениям. Однако можно внести некоторые изменения в методику работы с этой задачей, чтобы она в большей степени способствовала раскрытию и уяснению сущности понятия «математическая модель».

Задача. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 20\ \text{м/с}$*, начал торможение с постоянным ускорением* $a = 5\ \text{м/с}^2$*. За* t *секунд после начала торможения он прошёл путь* $S(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м)*. Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 30 метров. Ответ выразите в секундах.*

Решение.

В задаче дана формула зависимости пути от времени при равнозамедленном движении. Задача сводится к решению следующего квадратного уравнения:

$$30 = 20t - \frac{5t^2}{2} \Leftrightarrow t^2 - 8t + 12 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 2, t_2 = 6.$$

Получили два корня. Какой из них будет ответом? Как объяснить ученику, что из двух корней квадратного уравнения нужно оставит только один ($t_1 = 2$), а второй ($t_2 = 6$) необходимо отбросить? Чисто математических причин его отбрасывания не видно (не входит в область допустимых значений, является посторонним корнем уравнения).

Разберемся, почему математическая модель дает два решения. В этой задаче ученику предложена математическая модель, полученная в курсе физики, позволяющая находить высоту

$$h(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \tag{1}$$

на которой будет находится тело, брошенное вертикально вверх в поле тяготения Земли.

Процесс, изучаемый в курсе физики, фактически, состоит из двух процессов: подъема тела на максимальную высоту, которая определяется условием – скорость движения брошенного тела становится равной нулю и процесса свободного падения с достигнутой высоты под действием силы тяготения. Максимальная высота подъема тела определяется из второго уравнения в модели равнозамедленного движения (не приведенного в этой задаче) – уравнения изменения скорости при равнозамедленном движении

$$v(t) = v_0 - gt. \tag{2}$$

Максимальная высота подъема определялась условием, что в этот момент времени скорость брошенного вертикально вверх тела равна нулю. Формула (2) позволяет получить уравнение для нахождения времени подъема на максимальную высоту $v_0 - gt_{\text{подъема}} = 0 \Leftrightarrow t_{\text{подъема}} = \frac{v_0}{g}$, а уравнение (1) позволяло найти максимальную высоту подъема $h_{max} =$ $= h\left(t_{\text{подъема}}\right) = \frac{(v_0)^2}{g} - \frac{g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2}{2} = \frac{(v_0)^2}{2g}$.

Здесь учитель может обратить внимание, на то, что полученное совпадает с наибольшим значением квадратичной функции, заданной уравнением (1), график которой – парабола, ветви которой направлены вниз, т.е. с ординатой вершины параболы. На каком временном промежутке модель (1) описывает высоту, на которой тело брошенное вертикально вверх находится на высоте $h(t)$. Ясно, что на промежутке $\left[0; 2t_{\text{подъема}}\right]$, причем он состоит из промежутка подъема – $\left[0; t_{\text{подъема}}\right]$, и промежутка падения – $\left[t_{\text{подъема}}; 2t_{\text{подъема}}\right]$.

В этой задаче без всяких оговорок, модель, полученная в курсе физики, без всяких оговорок переносится на задачу о торможении автомобиля. Какова суть этого процесса? Водитель сбросил, газ, нажал на две педали тормоза и сцепления. То, что происходит с автомобилем и называют процессом торможения. С точки зрения физиков автомобиль с этого момента перешел на равнозамедленное движение. Его скорость изменяется по закону $v(t) = v_0 - at$, а путь, пройденный автомобилем, начиная с момента торможения, описывается уравнением $S(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2}$, заданным в условии задачи.

Как долго может продолжаться процесс торможения? Вариантов здесь два: первый – автомобиль остановится, когда его скорость станет равной нулю (если водитель будет по-прежнему давить на педаль тормоза), второй вариант – равнозамедленное движение прекратится раньше, если водитель прекратит давить на педаль тормоза до полной остановки автомобиля, и начнет делать что-то другое, управляя автомобилем. Поскольку второй вариант не оговорен условиями задачи, будем считать, что процесс идет по первому варианту – торможение до полной остановки автомобиля.

Если задача решается, когда ученики уже знакомы с понятием производной и её физическим смыслом, то время прошедшее от начала торможения до полной остановки можно найти следующим образом: $v(t) = S'(\mathrm{t}) = \left(20t - \frac{5t^2}{2}\right)' = 20 - 5t.$ Время до полной остановки определяется условием $v(t_{\text{ост}}) = 0.$ Т. е. $20 - 5t_{\text{ост}} = 0 \Leftrightarrow t_{\text{ост}} = 4.$ Нашу модель торможения следует признать адекватной на временном промежутке $[0; 4]$. Поэтому корень $t_2 = 6$ следует опустить, как не попадающий в промежуток действия модели.

Если же ученики ещё не знакомы с понятием производной, то причину, по которой придётся отбрасывать второй корень, следует искать исходя из известных свойств функции, заданной формулой $\mathrm{S(t)} = 20t - \frac{5t^2}{2}$. Она представляет собой квадратичную функцию, графиком которой является парабола с ветвями, направленными вниз. Как известно, своего наибольшего значения такая функция достигает в вершине параболы, абсцисса которой равна 4, а ордината равна 40. При этом на участке $[0; 4]$ эта функция монотонно возрастает от 0 до 40 (метров), а затем начинает монотонно убывать, как будто автомобиль повернул вспять и начал движение в обратном направлении. Ясно, что такого при торможении происходить не может, поэтому модель торможения следует считать адекватной только на временном промежутке $[0; 4]$. По этой причине корень $t_2 = 6$ следует опустить, как не попадающий в промежуток действия модели.

Таким, образом рассуждения, использующие производную и рассуждения использующие свойства квадратичной функции приводят нас к одному и тому же результату: **математическая модель** $\mathrm{S(t)} = 20t - \frac{5t^2}{2}$, описывающая путь, пройденный автомобилем с момента начала торможения, **является адекватной только на промежутке $[\mathbf{0}; \mathbf{4}]$.**

Ответ: через 2 секунды автомобиль проедет 30 метров.

Что получилось в конце концов – математическая модель движения тела брошенного вертикально верх с заданной начальной скоростью и математическая модель торможения автомобиля, представляют собой одно и тоже уравнение, но они адекватно описывают эти разные процессы на разных временных промежутках.

Поэтому, целесообразно включать в школьный курс задачи, в которых различные по содержанию реальные ситуации описываются одной и той же математической моделью. При этом важно обсуждать с учениками вопросы об адекватности модели (т.е. области её применимости). Рассмотрение подобных задач способствует формированию у них представлений об универсальности математического аппарата и его независимости от конкретной предметной области.

Так, в пособии [3] показано, что математическая модель задачи о движении тела с постоянной скоростью тождественна модели задачи о выпуске продукции устройством, работающим с постоянной производительностью, а задача о встрече движущихся с постоянными скоростями автомобиля и мотоцикла, выехавшими одновременно из пунктов А и Б, эквивалентна задаче о совместной работе двух устройств с постоянными производительностями при выполнении определенного объема работ. Это позволяет выявить общность структуры описываемых процессов и переносить свойства. обнаруженные при рассмотрении одной задачи (процесса), на другую задачу (процесс).

Для реализации межпредметных связей необходимо также включать в курс математики как можно больше задач, для решения которых нужны знания из других школьных предметов. Поскольку без них невозможно построение математической модели. Делать это нужно осторожно, тщательно синхронизировав (согласовав) содержание курса школьной математики с программами других учебных курсов.

Приведем пример такой задачи из пособия [3]:

В термосе находится вода массы m_1 с температурой T_1. В него долили воду с массой m_2 и с температурой T_2. Какая температура воды в термосе установится после этого?

Для решения этой задачи учителю вместе с учениками потребуется вспомнить следующие физические понятия: теплота, температура, масса, удельная теплоемкость, температурный баланс.

Таким образом, математическое моделирование в обучении школьников математике позволяет преодолеть разрозненность учебных дисциплин, придать математике практический смысл и сформировать у обучающихся целостное представление о закономерностях окружающего мира. Для эффективного внедрения математического моделирования в образовательный процесс необходимы следующие шаги:

– согласование содержания программ по математике и естественно-научным дисциплинам;

– разработка межпредметных задач, которыми как правило, являются задачи на математическое моделирование;

– повышение методической подготовки учителей в области математического моделирования.

Важно, чтобы математическое моделирование рассматривалось не как дополнительный элемент, а как органическая часть обучения, способствующая формированию у школьников научного мышления и устойчивой учебной мотивации.

Литература

1. Бодрова А.В. Реализация межпредметных связей математики и химии в школе/ С.И. Дяченко, А.В. Бодрова // Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. – 2019. – №1.

2. Ерусалимский Я.М. Математическое моделирование в школе/ Я.М. Ерусалимский, И.А. Шкурай // Ростов-на-Дону ; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2025. – 63 с.

3. Ерусалимский, Я.М. Эта «простая», «красивая» и полезная математика / Я.М. Ерусалимский, Г.Р. Малонек. – Ростов-на-Дону; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2024. – 330 с.

4. Ложкина Е.М. Межпредметные связи при обучении математическому моделированию в курсе алгебры основной школы // Современная система образования: опыт прошлого, взгляд в будущее. – 2016. – №5.

5. Нырко М.В. Межпредметная связь физики и математики в средней школе // Скиф. – 2020. – №2 (42).

MATHEMATICAL MODELING AS A MEANS OF INTEGRATING MATHEMATICAL AND NATURAL SCIENCE EDUCATION IN MODERN SCHOOL

Yerusalimsky Yakov,
Shkuray Irina

Abstract. The article examines he problem of implementing interdisciplinary connections between mathematics and natural science subjects in the context of the modernization of general education. It is shown that mathematical modeling can serve as an effective tool for integrating academic subjects without significant changes to the content of curricula.

Keywords: *mathematical modeling, school education, interdisciplinary connections, natural science education, mathematical education, applied problems.*