О МЕТОДОЛОГИИ ДИДАКТИЧЕСКОГО ДИЗАЙНА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Бровка Наталья Владимировна
доктор педагогических наук, профессор
e-mail: n_br@mail.ru
Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Аннотация: в статье представлены положения дидактического дизайна как педагогической области проектирования и конструирования образовательной среды и методической системы с заданными функциональными, техническими и педагогико-технологическими свойствами на основе вариативного использования различных методов, форм и средств обучения математике в условиях цифровизации с учетом особенностей категории обучающихся, объема и глубины представления содержания и целесообразности использования компьютерных технологий.
Ключевые слова: *методология, дидактический дизайн, методическая система, обучение математике, студенты*.

В условиях развития компьютерных технологий и цифровизации образования возрастает значимость изучения вопросов определения места и разработки способов целесообразного использования информационно-коммуникативных технологий в обучении. Особенно важна эта проблема для обучения математике – как в среднеобразовательной школе, так и в вузе.

В научно-педагогических и методических исследованиях все более значительное внимание стало уделяться вопросам педагогического и дидактического дизайна, разработке методик формирования и развития вычислительного (компьютерного) мышления, инженерного мышления. В частности, методология дидактического дизайна как инструментальной дидактики с общепедагогических позиций разрабатывалась в работах В.Э. Штейнберга с соавторами [12]. Изначально термин «дидактический дизайн» трактовался как проектная деятельность в области создания педагогических систем дизайн-образования, иллюстративно-графического обеспечения содержания некоторой учебной дисциплины, проекта или учебно-методического пособия [12].

На наш взгляд, наиболее методологически значимыми являются положения о том, что во-первых, дидактический дизайн выстраивается с учетом специфики содержания обучения (что особенно важно для обучения математике); во-вторых, то, что при таком подходе большое внимание уделяется способам организации информации, которые предполагают структурированность, использование различных видов ее представления и определенную логику их выстраивания [12].

Надо заметить, что эти идеи не новы и согласуются с теоретическими положениями учебного моделирования, которые в свою очередь опираются на разработанные П.Я. Гальпериным принципы и закономерностями поэтапного формирования умственных действий, на концепцию В.В. Давыдова о важности перехода от рассудочно-эмпирического к научно-теоретическому мышлению, которые отличаются степенью и глубиной содержательного обобщения [4]. Применительно к обучению математике эти идеи нашли позднее отражение в методике опорных конспектов В.Ф. Шаталова, получили развитие, теории и методике наглядного моделирования и фундирования Е.И. Смирнова[7, 9], в положениях когнитивно-визуального подхода [1] работах, посвященных математическому и имитационному моделированию, проектно-эвристической деятельности [8] и исследованию взаимосвязей цифровой и профессионально-методической компетенций учителя математики как необходимых составляющих обучения студентов математике [6].

Образовательная практика свидетельствует, что совершенствование возможностей компьютерных технологий, развитие искусственного интеллекта, компьютерного зрения, машинного обучения изменило «ландшафт» университетского образования. В классическом университете это выражается в том, что в учебных программах и планах увеличивается доля дисциплин информатики, которые выполняют функцию профессионализации выпускников математических специальностей. Вместе с тем, практика разработки программ и содержания профессионально-ориентированной подготовки студентов математических специальностей свидетельствует о том, что методология математики как науки все в большей степени выступает и методологией развития дисциплин информатики. Однако, степень и целесообразность использования возможностей компьютерных технологий в математической подготовке студентов разных, пусть даже близких специальностей, определяется прежде всего целями обучения и способами их соотнесения с возможностями соответствующей информационно-образовательной среды.

В связи с этим важно отметить, что несмотря на различия в компонентном составе методической системы обучения математике у разных авторов, мы разделяем позицию, что, во-первых, системообразующим фактором такой системы выступают не средства обучения, не формы взаимодействия участников образовательного процесса, а цели обучения [2]. Во-вторых, при одном и том же содержании и целях обучения, выбор способов и форм организации взаимодействия преподаватель – студенты, студентов между собой и студентов и средств обучения, методов активизации учебно-познавательной деятельности студентов для большей «включенности» их в процесс освоения содержания математических дисциплин зависит от уровня мотивации, ценностных установок, исходной математической подготовки обучающихся. Целесообразность, частота и степень использования возможностей компьютерных технологий в обучении математике также определяется указанными факторами. И этот выбор осуществляет преподаватель. Потому субъекты образовательного процесса – преподаватель и студенты являются неотъемлемыми «составными частями» методической системы обучения [2]. Еще в конце XX столетия авторы работы [5] цитировали Schoenfeld (1990), высказав идею о том, что понимание предполагает владение не только определенным объемом знаний, но и виденье разных точек зрения на изучаемые объекты. Это влечет осмысление и использование разных способов их представления и «скоординированных средств перемещения между этими точками зрения и представлениями. И это означает организацию всех этих знаний таким образом, чтобы избыточность придавала им силу…» [5, p.101].

В отношении обучения студентов математике это выражается в том, что все большую роль начинают играть методы и формы организации обучения, которые предполагают в той или иной степени использование возможностей цифровых технологий. Практика обучения свидетельствует о том, что применение таких технологий носит вариативный характер и определяется как ближайшими – освоение предметного содержания, так и перспективными целями, к которым относится формирование универсальных и основ профессиональных компетенций. Однако, выбор способов, форм и методов активизации учебно-познавательной деятельности студентов разных специальностей для большей «включенности» их в процесс освоения содержания математических дисциплин и формирования соответствующих профессиональных компетенций различаются.

Проведенное после нескольких месяцев обучения студентов первого курса механико-математического факультета Белорусского государственного университета анкетирование (65 человек) свидетельствует о достаточно высоком уровне мотивации к изучению математики и осознанном выборе математического факультета: 87 % участников в качестве мотива для поступления на факультет указали интерес к изучению математики. Вместе с тем, к основным трудностям освоения курса математического анализа студентами отнесены:

− доказательность утверждений - 76% опрошенных признали неумение выстраивать цепочку рассуждений, следуя определенной логике,

− неумение выразить смысл математического утверждения символьным языком математики - 68% опрошенных,

− высокая информационная плотность материала (количество смысловых единиц - понятий, свойств или связей между математическими объектами)- 62%.

С целью оптимизации процесса освоения содержания курса для студентов педагогической специальности в курсе математического анализа в качестве диагностических заданий в системах Moodle и Mathematica разработаны фреймовые модели с элементами машинного обучения, включающие рандомную генерацию заданий на построение определений и вычисление различными методами пределов последовательностей, функций, производных и интегралов. При этом учитывается допустимый диапазон входящих параметров, от которого зависит ответ. Для студентов специальности «компьютерная математика и системный анализ» в дальнейшем привлекательно применение системы Mathematica для визуализации свойств сходимости и равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов, а также несобственных интегралов, зависящих от параметра. Однако, аналитическое обоснование полученной с помощью программы гипотезы о поточечной или равномерной сходимости они должны выполнить «вручную». Дидактическая цель таких заданий – диагностика освоения семантики определений или критериев, которые повторяются в курсе анализа применительно к разным математическим объектам и проверка освоения основных методов решения не столько единичных примеров, сколько определенных классов задач, анализируя возможности и границы применения входящих параметров.

Тривиальным, но простым показателем эффективности методической системы обучения конкретной дисциплине можно считать согласованность между целями и результатами обучения. Открытый характер методической системы обучения, предполагающий динамичность и вариативность использования перечня разработанных приемов, методов и форм обучения не всегда означает ее ингерентность − согласованность с образовательной средой. Эффективность обучения зависит от мастерства преподавателя, гибкости использования средств обучения и от многих других факторов. Способы организации и представления содержания, степень использования межпредметных связей, выбор способов взаимодействия участников образовательного процесса определяются тем, какая целевая функция на разных этапах обучения является первостепенной. Эту зависимость удачно иллюстрирует пример упорядочивания в систему трех компонентов − рыбы, дельфина и аквалангиста в зависимости от того, эффективность выполнения какой из целевых функций является основной при выстраивании системы: функции «плавать в воде» или функции «осуществление сварки под водой» [11].

Образовательная практика и последние исследования свидетельствует об актуальности научно-методических разработок на основе методологии дидактического дизайна обучения с учетом специфики предметного содержания. Как отмечается в работах, слабым местом в подготовке будущих учителей является компонент системы управления обучением, следствием которого является неготовность молодых специалистов разрабатывать учебные материалы, которые позволяют в полной мере реализовать дидактические функции [10].

Изучение исследований, посвященных разработке научно-методических положений и методик обучения математическим дисциплинам студентов технических, педагогических и математических специальностей с учетом специфики их будущей профессиональной деятельности позволило прийти к заключению об актуальности развития методологии дидактического дизайна как области педагогической науки, включающей

− согласованность процессов целевой ориентации и реализации, то есть, целесообразных управленческих воздействий на основе соотнесения ближайших целей обучения – освоения предметного содержания, с ожидаемыми в перспективе результатами – универсальными (метапредметными) и профессиональными компетенциями (в англоязычном варианте управление, фокусирующееся на достижении результатов через цели и включающее этапы цель-действие -результат носит название management by objectives или MBO),

− разработку способов соотнесения математического содержания с методами решения профессионально-ориентированных задач и функционалом используемых информационных технологий,

− замену практики рецептурно-императивных методов обучения на реализацию личностно-ориентированного и эвристического подходов на основе диалогичности, проективности, информационной коммуникации и включения активных методов обучения [3].

Литература

1. Бровка Н.В. Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов / Н.В. Бровка. – Минск : БГУ, 2009. – 243 с.
2. Бровка Н.В. Об инженерии знаний и вычислительном мышлении при обучении студентов математике / Н.В. Бровка, Д.Г. Медведев // Математическое образование: современное состояние и перспективы: сборник научных статей Междунар. науч. конф., посвящ. 105-летию со дня рождения профессора А.А. Столяра, 15–16 февраля 2024 г., Могилев. – Могилев: МГУ имени А.Кулешова, 2024. – С. 3-6.
3. Бровка Н.В. О дидактическом дизайне обучения математике в вузе и системе переподготовки учителей // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: материалы VIII Междунар. науч. конф. Красноярск, 24–27 сентября 2024 г.: в 4 ч. Ч. 3 / под ред. М.В. Носкова. – Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2024. – С. 96 – 101.
4. Давыдов В.В. Связь теории обобщения с программированным обучением // Психологические возможности младших школьников в усвоении математики. – Москва : Просвещение, 1969. – С. 10-79.

5. Dreyfus, T. (1993). Didactic Design of Computer-based Learning Environments. In: Keitel, C., Ruthven, K. (eds) Learning from Computers: Mathematics Education and Technology. NATO ASI Series, vol 121. P.101- 130/ Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-78542-9_5
6. Евсеева Е.Г. Моделирование цифровой компетентности учителя в контексте математического образования / Е.Г. Евсеева, Д.А. Скворцова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – Вып. 2(58). – С. 29-36. – DOI: 10.24412/2079-9152-2023-58-29-36.
7. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и. Н 164 практика: Учебное пособие / Под ред. Е.И. Смирнова. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2007. – 454 с.
8. Скафа Е.И. Организация проектно-эвристической деятельности будущих учителей математики по созданию мультимедийных средств обучения // Информатика и образование. – 2021. – (5):59-64. – https://doi.org/10.32517/0234-0453-2021-36-5-59-64
9. Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога: Монография // Scientific magazine «Kontsep», 2012. – 665 с.
10. Straková, N., & Hrmo, R. (2024). Didactic Design of Teaching Materials Created by Future Teachers in the Czech Republic. International Journal of Engineering Pedagogy (iJEP). – 14(5). – Pp. 4-23.– https://doi.org/10.3991/ijep.v14i5.47441
11. Тарасенко Ф.П. Прикладной системный анализ (наука и искусство решения проблем): Учебник. – Томск; Издательство Томского университета, 2004. – ISBN 5-7511-1838-3
12. Ткаченко Е.В., Манько Н.Н., Штейнберг В.Э. Дидактический дизайн –инструментальный подход // Образование и наука. – 2006. – № 1 (37) – С. 58-67.

ABOUT THE METHODOLOGY OF DIDACTIC DESIGN FOR TEACHING MATHEMATICS

Brovka Natalia

Annotation. The article presents the provisions of didactic design as a pedagogical field of designing and constructing an educational environment and a methodological system with given functional, technical and pedagogical-technological properties based on the variable use of various methods, forms and means of teaching mathematics in the context of digitalization, taking into account the characteristics of the category of students, the volume and depth of presentation of the content, as well as the feasibility of using computer technologies.

Keywords: methodology, didactic design, methodological system, teaching mathematics, students.

РАЗВИТИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ИНТЕЛЛЕКТА УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Волобуева Татьяна Борисовна
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: iponayka@yandex.ru
ГБОУ ДПО «Донецкий республиканский институт развития образования», г. Донецк, РФ

Аннотация. Данная статья посвящена развитию профессионального интеллекта в системе дополнительного профессионального образования учителей математики. Обоснованы ключевые компоненты профессионального интеллекта: логическое мышление, творческое мышление, понимание рисков и умение управлять временем. Конструируется целевое непрерывное повышение квалификации по развитию у учителей математики профессионального интеллекта.

Ключевые слова: *учителя математики, повышение квалификации, профессиональный интеллект, развитие, дополнительное профессиональное образование*.

Сегодня общество ставит перед педагогической наукой все более высокие требования к профессионализму педагогов. В современных условиях учитель математики, как профессионал, должен обладать широкой общеобразовательной и специальной подготовкой, владеть современными методами и технологиями обучения, уметь работать в команде, профессионально развиваться и учиться на протяжении всей своей карьеры. Высокий уровень профессионализма включает в себя не только способность планировать и проводить уроки, но и способность эффективно решать профессиональные проблемы, адаптироваться к изменяющимся условиям обучения, а также развиваться как личность и профессионал. Одним из ключевых компонентов профессионализма учителей математики является профессиональный интеллект.

Профессиональный интеллект – это набор умений и знаний, которые позволяют успешно решать задачи, связанные с профессиональной деятельностью [1]. Он включает в себя не только знания о предмете, но и умение организовывать эффективное взаимодействие с обучающимися, коллегами, а также управлять учебным процессом. Профессиональный интеллект учителей математики имеет свои особенности – это умение создавать гармоничную обстановку в классе, учитывать индивидуальные особенности учащихся, применять современные методы обучения.

Целью данного исследования является обоснование целесообразности комплексного развития профессионального интеллекта в процессе повышения квалификации учителей математики.

Одной из важных теорий профессионального интеллекта является теория Дж. Карролла [2], которая выделяет два основных компонента профессионального интеллекта: академическое мышление и экспертное мышление. Академическое мышление относится к знаниям, полученным в ходе учебы и оценивается с помощью тестов, а экспертное мышление относится к знаниям, полученным на практике и оценивается с помощью задач, имитирующих профессиональные ситуации.

Эмпирические исследования, посвященные формированию профессионального интеллекта педагогов [3; 5], доказывают, что эффективные методы обучения позволяют повысить уровень профессионального интеллекта, особенно в области экспертного мышления. Также было обнаружено, что профессиональный опыт имеет значительное влияние на развитие профессионального интеллекта [4].

Интеллектуальные способности учителя математики, такие как анализ, оценка и прогнозирование, помогают ему принимать более точные и информированные решения. Важным элементом профессионального интеллекта является умение понимать нюансы комплексных проблем, связанных с обучением, и находить эффективные пути их решения [6].

На основе анализа научно-педагогической литературы можно сделать вывод, что профессиональный интеллект учителей математики является важным компонентом их профессионализма.

Один из ключевых факторов успешного формирования интеллекта учителей математики – индивидуальный подход к каждому педагогу, учитывающий его потребности и особенности. Применение индивидуальных программ развития, а также использование тестов для выявления интеллектуальных способностей, помогают учителям определить свои слабые и сильные стороны и разработать стратегии их развития. Это позволяет каждому учителю максимально эффективно использовать свой интеллектуальный потенциал в образовательном процессе.

В России существует множество программ повышения квалификации для учителей математики, в том числе и с акцентом на развитие интеллектуальных способностей. Одним из успешных примеров является программа "Интеллект-педагог", которая включает в себя обучение основам психологии и педагогики, а также развитие критического мышления и творческих способностей. Педагоги, прошедшие данную программу, отмечают повышение уровня своего интеллекта и эффективности образовательного процесса.

В институте развития образования разработана и введена в практику целевая дополнительная профессиональная программа (далее – ДПП) развития профессионального интеллекта учителей математики. Предметное содержание учебных модулей сочетается с развивающими методами.

Начинается обучение с интерактивной лекции с использованием рефлексивной беседы. Стержневой целью выступает мотивация непрерывного развития профессионального интеллекта, как необходимого условия для достижения высоких результатов в обучении и воспитании. Далее следует серия практических занятий. Так как профессиональный интеллект включает в себя множество составляющих, которые помогают человеку принимать правильные решения, находить эффективные решения проблем и достигать высоких результатов в рамках своей профессиональной деятельности, в процессе мозгового штурма учителя составляют список его ключевых компонентов.

Одним из важнейших элементов профессионального интеллекта является логическое мышление. Оно позволяет профессионалу анализировать сложные проблемы, выделять главные аспекты и принимать обоснованные решения. Логическое мышление также помогает педагогу понимать различные аспекты проекта и прогнозировать его результаты. На занятиях слушатели активно решают предметные логические задачи, составляют головоломки, формируют свой кейс для логических разминок с учениками.

Не менее важно для профессионализма творческое мышление. Творческий подход помогает учителю находить нестандартные решения проблем и создавать новые дидактические материалы. Творческое мышление также позволяет педагогу видеть связи между разными аспектами образовательного процесса, что помогает ему превращать потенциальные проблемы в возможности для улучшения качества педагогической практики. Тренинги творческого мышления проводят психологи.

Понимание рисков – еще один важный компонент профессионального интеллекта. Это позволяет профессионалу не только оценивать риски, но и разрабатывать стратегии для их управления. Понимание рисков также помогает учителю использовать образовательные ресурсы более эффективно. Образовательные интенсивы содержат много педагогических задач с нахождением потенциальных рисков и путей их компенсации.

Умение управлять временем – это еще одна ключевая составляющая профессионального интеллекта. В профессиональной сфере это означает, что учитель должен быть способен организовать свое рабочее время таким образом, чтобы учить детей наиболее продуктивным образом и уделять достаточное количество времени приоритетным задачам. У слушателей пользуются большой популярностью тренинги по тайм менеджменту.

Преподаватели института развития образования используют как традиционные, так и новейшие методы развития профессионального интеллекта. Практические задания позволяют педагогам осваивать профессиональные навыки на практике. Этот метод основывается на опыте и решении практических задач. В рамках этого метода педагоги проходят различные стажировки, работая с реальными учениками в реальной ситуации. Также в ходе выполнения практических заданий учителя математики участвуют в проектной деятельности, создавая совместно с коллегами новые методики и технологии обучения.

Проектное обучение представляет собой методологию, которая способствует развитию творческого мышления педагогов и их способности планировать и реализовывать образовательные проекты. Учителя, применяющие проектное обучение, становятся активными участниками образовательного процесса, осознают свою роль в формировании навыков учащихся и стремятся к инновационным подходам в своей деятельности.

Обучение на примерах позволяет учителю математики идентифицировать типичные ситуации, с которыми он может столкнуться в педагогической деятельности, и развивать навыки и умения, необходимые для их решения. Этот метод включает в себя работу с кейсами и историями из педагогической практики, а также анализ примеров лучших педагогических практик в мире.

Коллаборативное обучение предполагает совместную работу учителей в группах и позволяет создавать новые идеи и методики обучения, которые в дальнейшем можно использовать в педагогической практике. В ходе коллаборативного обучения педагоги могут обмениваться опытом и знаниями, создавать совместные проекты или решать задачи друг за другом.

Все эти подходы позволяют учителям математики быть эффективными и успешно расширять свой профессиональный интеллект.

Формирование профессионального интеллекта является непрерывным процессом, который должен осуществляться на всех этапах профессиональной деятельности педагога. В ходе данного процесса учитель должен регулярно пополнять свои знания и умения, а также развивать профессиональные навыки. Постоянно действующие межкурсовые семинары включают в себя мини практикумы по развитию профессионализма. В рамках информального дополнительного профессионального обучения сформирована и постоянно обновляется цифровая образовательная среда, в которой каждый учитель может построить индивидуальную траекторию самообразования, обменяться педагогическим опытом и новаторскими идеями.

Инструментарий исследования результативности развития профессионального интеллекта учителей математики в процессе дополнительного профессионального образования содержит пакет диагностических тестов, опросов, интервью, входной и выходной контроль слушателей, осваивающих дополнительные профессиональные программы.

Изменение уровня знаний и умений – один из важных показателей результативности развития профессионального интеллекта учителей математики. Педагоги (868 респондентов) отметили, что обучение по ДПП повышения квалификации (98%), организация мастер-классов (100%), посещение профессиональных конференций (84%) и семинаров (92%) способствуют улучшению педагогических знаний и умений, что, в свою очередь, повышает качество педагогической деятельности.

Одной из основных задач развития профессионального интеллекта является повышение качества профессиональной деятельности учителей математики, которое зависит от многих факторов, включая знания, умения, опыт и профессиональную компетентность. Педагоги высоко оценили комплексный подход к совершенствованию их профессионального интеллекта (99,8%), практическую значимость мастер-классов (98%), консультаций (96%) и наставничества (90%), а также использование инновационных методов обучения (92%) и применение современных технологий (92%). Все эти мероприятия, по мнению учителей, способствуют повышению качества профессиональной деятельности педагога.

Еще один положительный эффект отметили педагоги – развитие профессионального интеллекта учителей математики способствует улучшению их отношения к профессии (74%). По их мнению, повышение уровня знаний и умений создают уважение к профессии и наполняют деятельность педагога смыслом. Этот процесс способствует развитию личностных качеств, таких как профессионализм, ответственность, самоконтроль, и укрепляет связь со своей профессией.

Удовлетворенность качеством образовательных мероприятий учителей математики составляет 74,46%.

Выводы. Профессиональный интеллект играет важную роль в профессиональной деятельности учителей математики. Одной из важнейших характеристик профессионального интеллекта является способность педагога адаптироваться к изменяющимся условиям и требованиям на месте работы. Учителя должны быть готовы к изменениям, выступать в качестве инноваторов, чтобы создавать более эффективные методы обучения и справляться с вызовами, связанными с быстро меняющейся средой. Важное значение имеет способность учителя к решению проблем и способности к креативному мышлению. Он также должен уметь устанавливать личные контакты с обучающимися, выявлять их индивидуальные потребности и способности и создавать для них персонализированные программы обучения. Целенаправленное развитие профессионального интеллекта на курсах повышения квалификации, учителей математики, постоянно действующих межкурсовых мероприятиях и через самообразование в цифровом образовательном пространстве показывает высокую его результативность.

Литература

1. Скрыльникова, И.Е. Понятие педагогического интеллекта и его место в системе высшего профессионального образования / И.Е. Скрыльникова // Modern Science. – 2022. – № 7. – С. 68-72.

2. Кэрролл, Дж. Б. Когнитивные способности человека: обзор факторно-аналитических исследований. / Дж. Б. Кэрролл. – Нью-Йорк: издательство Кембриджского университета, 1993 – 819 с. – ISBN 0521387124, 9780521387125.

3. Матвеева, Т.В. Профессиональный интеллект педагога: теория и практика / Т.В. Матвеева. – М.: Издательство МГУ, 2015. – 240 с.

4. Громова, И.Е. Феномен "педагогический интеллект" и его место в системе высшего профессионального образования / И.Е. Громова // Iuvenis Magister : Научный альманах. Том Выпуск 4. – Ставрополь : Ставропольский государственный педагогический институт, 2020. – С. 51-56.

5. Серафимович, И.В. Интеллектуальные особенности личности как когнитивный ресурс и социально-психологическая адаптация педагогов в профессиональной деятельности / И.В. Серафимович, К.А. Егорова // Baikal Research Journal. – 2020. – Т. 11, № 4. – С. 17.

6. Скрыльникова, И.Е. Актуальность формирования педагогического интеллекта в процессе обучения / И.Е. Скрыльникова // Методист. – 2023. – № 3. – С. 37-39.

DEVELOPING THE PROFESSIONAL INTELLIGENCE OF MATHEMATICS TEACHERS

Volobueva Tatyana

Abstract. This article is devoted to the development of professional intelligence in the system of additional professional education of mathematics teachers. The key components of professional intelligence: logical thinking, creative thinking, understanding of risks and the ability to manage time are justified. Targeted continuous professional development for the development of professional intelligence among mathematics teachers is being designed.

Keywords: mathematics teachers, advanced training, professional intelligence, development, additional professional education, professionalism.

ТЕХНОЛОГИЯ ПРОЕКТНОГО ОБУЧЕНИЯ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ЭСТЕТИЧЕСКОГО СОЗНАНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

Дзундза Алла Ивановна
доктор педагогических наук, профессор
e-mail: alladzundza@mail.ru
Зорина Татьяна Александровна
студентка
e-mail: tatyanka.zorina4@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация: презентована технология проектного обучения как средство формирования эстетического сознания обучающихся основной школы в процессе изучения математики, приведен пример разработки и реализации проекта для обучающихся 7 класса, способствующего развитию эстетического сознания.

Ключевые слова: *эстетическое сознание, проект, технология проектного обучения, эстетика математики.*

В формировании личности обучающегося большую роль играет эстетическая функция образования, благодаря которой у обучающегося развиваются не только эстетическая культура, но и навыки адекватного освоения действительности, способности к творчеству, складываются представления о красоте окружающего мира. Эстетика мироздания по-особому раскрывается в каждом учебном предмете. При обучении математике это происходит посредством постижения обучающимися внутренней и внешней гармонии данной предметной области. Математика представляет собой не только стройную систему знаний, уравнений, задач и расчётов, но и уникальное универсальное средство осознания эстетики логических умозаключений, геометрических построений и пр. Осваивая математику, ученик открывает для себя всё новые и новые проявления красоты, продвигаясь от её понимания к созидательной деятельности [7].

Остановимся кратко на сущности понятия «эстетическое сознание». А.С. Додогорская и В.И. Зацепина характеризуют эстетическое сознание как одну из форм общественного сознания, которая отражает окружающий предметный и абстрактный мир, всеохватывающую деятельность человека и её продукты, в том числе произведения искусства, в чувственно представимых и оцениваемых категориях вкуса образах [6]. В.М. Видгоф в своей работе «Философия эстетического сознания: интеллектуально-эмоциональный мир, социальная природа и специфика» пишет, что эстетическое сознание – это «приобретённая в практике эстетической жизнедеятельности форма чувственно-эмоционально-сверхчувственного отражения и отношения (выражения), включающая в себя категориально-эстетическое знание и опыт преобразования мира по законам красоты, объективированный в языке искусства и других эстетических символов, проявляющихся в виде относительно самостоятельного и саморазвивающегося феномена – духовно-эстетической культуры общества и личности» [3]. В.В. Бычков отмечает, что под эстетическим сознанием следует понимать «совокупность вербальной информации, относящейся к сфере эстетики и эстетической сущности искусства, плюс поле духовно-внесознательных, как правило, невербализуемых или трудно вербализуемых процессов, составляющих сущность эстетического опыта человека, эстетического отношения, эстетического события» [1].

Соглашаясь с вышеприведёнными определениями разных авторов понятия «эстетическое сознание», обратим внимание на то, что во всех этих определениях актуализируется механизм формирования эстетического сознания через язык искусства. Действительно, искусство открывает широкие возможности приобщения к духовным и эстетическим ценностям, развивает вкус и стиль, раскрывает творческий потенциал личности [6]. Однако, по мнению Н.И. Фирстовой, математика также обладает рядом исключительных особенностей, способствующих формированию эстетического сознания. Её отличают не только характерная для всей математики логическая стройность, но и образность, свойственная искусству. Наличие творческих и в это же время доступных для ученика задач открывает широкие возможности для творческой эстетически ориентированной деятельности школьников [8].

Важным средством обучения математике являются, как известно, задачи. Поэтому мы согласны с Н.И. Фирстовой, что эстетическое воспитание в процессе обучения математике целесообразно проводить, опираясь в первую очередь именно на решение задач [8]. Однако, чтобы в полной мере осознать и прочувствовать красоту идеи, её часто нужно материализовать – визуализировать, озвучить, а затем – презентовать, защитить свою точку зрения. Создание конечного продукта (макета, сайта, презентации, видео и пр.) – это и есть акт воплощения абстрактной математической красоты в конкретной форме, а публичная защита заставляет ученика вербализовать своё эстетическое переживание, найти слова для описания гармонии идей, обнаруженной в процессе своей деятельности. Поэтому, по нашему мнению, важную роль в формировании эстетического сознания обучающихся основной школы в процессе изучения математики играет технология проектного обучения.

Конструкт «проект» происходит от латинского слова «projectus», что в прямом смысле обозначает разработку определенного плана, согласно которому человек в дальнейшем действует. Впервые проектный метод обучения были применены в начале двадцатого столетия в американских школах, которые специализировались на выращивании сельскохозяйственных культур. Создателями проектного метода обучения принято считать ученых из США У.Х. Килпатрик и Дж. Дьюи. Именно они предложили строить процесс обучения детей таким образом, чтобы школьники самостоятельно стремились добывать «знания», опираясь на свои собственные интересы. По мнению У.Х. Килпатрика, проектный метод обучения – это такой метод, который учит школьников заранее продумывать план и целесообразность своих действий, связанных с достижением учебной цели в реальности. Поэтому, по мнению ученых, каждый учитель должен преподносить содержание урока с учетом реальных проблем, решение которых бы ложилось на обучающихся. У.Х. Килпатрик и Дж. Дьюи считали, что дети должны учиться справляться трудностями, используя приобретенные знания, а в обязанности учителя входит лишь помощь в поиске источников информации. Данный процесс и стал называться проектной деятельностью [2].

Л.Н. Волкова акцентирует внимание на том, что готовиться к урокам с использованием технологии проектного обучения необходимо заранее и тщательно. Это не «ежедневные» технологии. Нужно выделить наиболее сложные в плане понимания, усвоения темы, вопросы, разделы программы конкретного курса. Также немаловажным является предоставление возможности обучающимся более глубоко и детально вникнуть в материал, самостоятельно в нём разобраться не на уровне воспроизведения, а на уровне применения данного материала для решения какой-то значимой проблемы, для приобретения нового знания [4]. По мнению Л.Н. Волковой, на начальном этапе обучения проекты могут быть сугубо информационными, практико-ориентированными, творческими, игровыми. Технология проектного обучения может быть реализована как во внеурочной деятельности, так и на уроке [4].

Как справедливо заметили исследователи В.А. Далингер и А.О. Даутов, математика богата красивыми формулами, оригинальными доказательствами; можно указать целые разделы, такие как: «Равновеликие и равносоставленные плоские и пространственные фигуры», «Золотое сечение», «Симметрия», «Фракталы», «Геометрия в пространстве», отлично подходящие для эстетического воспитания обучающихся [5]. Поэтому широкий спектр тематики проектной деятельности для обучающихся основной школы связан с вопросами, изучаемыми по рабочей программе дисциплины. Например, по теме «Наглядная геометрия. Симметрия» в 6 классе мы разработали проект на тему «Симметрия – код красоты в природе и технике», по теме «Площадь. Нахождение площадей треугольников и многоугольных фигур. Площади подобных фигур» в 8 классе нами подготовлен проект «Красота измерима?», связанный с рассмотрением понятия «золотое сечение», а в 9 классе – проект на тему «Орнаменты народов мира», реализацию которого можно организовать в теме «Движения плоскости». Также мы предлагаем рассмотреть пример технологической карты проекта для обучающихся 7 класса. В этом проекте сделан акцент на раскрытии эстетики математики через демонстрацию красоты, гармонии и закономерностей, лежащих в основе окружающего мира, а описание проекта в формате технологической карты позволяет отразить деятельностный подход в обучении.

Приведем пример составления технологической карты проекта для 7 класса:

«Время выполнения: 2 недели (внеурочная деятельность).

Тема проекта: «Геометрические игры и головоломки: создаём и решаем»

Тип проекта: творческий, практико-ориентированный, групповой или индивидуальный, межпредметный, краткосрочный.

Объект исследования: мир геометрических игр и головоломок.

Предмет исследования: процесс создания и решения геометрических головоломок.

Проблемные вопросы: Какие существуют знаменитые геометрические головоломки? Какие геометрические законы и свойства лежат в их основе? Как можно создать свою собственную увлекательную игру или головоломку?

Цель: развить пространственное воображение, логическое мышление, навыки геометрических построений и умение находить нестандартные решения, показать красоту математики в игровой форме.

Задачи:

– изучить различные виды геометрических игр и головоломок;

– разработать (или модифицировать) собственную геометрическую игру/головоломку;

– создать макет, модель или чертёж игры;

– сформулировать правила и описать процесс решения;

– проанализировать, какие геометрические знания и навыки применялись;

– презентовать свой проект классу.

Гипотеза: процесс раскрытия эстетики математики будет результативным, если в учебный процесс включить творческую деятельность по созданию и решению геометрических головоломок/игр.

Материалы и ресурсы: Интернет, графические редакторы для создания моделей (по желанию), материалы для изготовления моделей (дерево, пластик, бумага, картон, ножницы, клей и т.д.).»

Ход проекта представлен в Таблице 1.

Таблица 1 – Ход проекта

Этапы проекта	Действия учителя	Действия обучающихся
I. Подготовительный этап а) формирование групп б) выбор направления, определение целей	Предлагает ученикам выбрать формат работы: индивидуально или в мини-группах (2-3 человека). Объясняет тему, цель и этапы проекта. Знакомит с примерами головоломок (танграм, пентамино, кубик Рубика, задачи на разрезание и др.).	Определяются с форматом работы (индивидуально/в группе). Знакомятся с предложенными примерами головоломок и игр. Выбирают направление работы (какую головоломку изучать и на основе какой создавать свою или придумать новую). Формулируют для себя конкретную цель и задачи.
II. Этап реализации проекта а) сбор информации и проектирование б) создание продукта в) анализ и тестирование	Консультирует группы на этапе поиска информации и выбора идеи. Обеспечивает необходимыми материалами или советами по их поиску. Наблюдает за процессом создания, задаёт наводящие вопросы.	Сбор информации: изучают историю, виды, принципы решения выбранных головоломок. Проектирование: разрабатывают концепцию своей игры/головоломки: цель, правила, внешний вид. Создание: изготавливают макет, модель или готовый комплект игры из выбранных материалов. Тестирование: решают свою головоломку, вносят корректировки в правила или конструкцию. Анализируют, какие геометрические знания (равенство фигур, симметрия, площадь и пр.) используются.
III. Этап оформления и предзащиты	Просматривает и корректирует подготовленные материалы, помогает структурировать презентацию. Даёт рекомендации по улучшению, если в этом есть необходимость.	Готовят презентацию (или небольшой видеоролик) о своём проекте. В презентацию включают: название, цель, описание игры/головоломки, правила, геометрическую суть, процесс решения, трудности и как их преодолели. Распределяют роли для защиты.
IV. Этап публичной защиты (Фестиваль головоломок)	Организует мероприятие, выступает в роли ведущего и эксперта. Задаёт вопросы, направляет дискуссию.	По очереди представляют свой проект классу: показывают изделие, объясняют правила и геометрическую идею, демонстрируют решение. Отвечают на вопросы учителя и одноклассников. После презентации предлагают желающим попробовать решить их головоломку.
V. Этап рефлексии и оценки	Подводит итоги, комментирует работы, отмечая сильные стороны каждого проекта и каждого ученика. Организует взаимное оценивание.	Анализируют выступления других групп, задают вопросы. Участвуют во взаимной оценке по предложенным критериям (оригинальность, сложность, качество исполнения, ясность объяснения). Оценивают свой вклад в работу, трудности и успехи.
VI. Итог проекта «Галерея геометрических творений»	Систематизирует все созданные работы (фото, модели), оформляет итоговую выставку в кабинете или на школьном сайте.	Предоставляют итоговый вариант работы и материалов для выставки. Рефлексируют над полученным опытом.

Наиболее рациональным нам представляется вариант организации защиты проектов во внеурочное время, так как тематика проекта бывает напрямую не связанной ни с одной темой курса геометрии, что также позволяет предложить ученикам разрабатывать данный проект в любое время на протяжении учебного года. Если у обучающихся возникают затруднения с выбором направления работы или с реализацией плана, то задачей учителя является не предложить готовое решение проблемы, а мягко и ненавязчиво указать верный путь к преодолению трудностей.

Выводы. Мы считаем, что выполнение обучающимися 7 класса подобных проектов открывает широкие возможности для формирования их эстетического сознания. Технология проектного обучения открывает широкие возможности для эстетического творчества, поскольку на этапе реализации проекта обучающимся требуется не просто придумать правила, но и сделать головоломку/игру визуально привлекательной. Выбирая геометрические знания, которые необходимы при решении головоломки, обучающиеся открывают для себя красоту взаимосвязи – абстрактные математические знания материализуются в реальном, осязаемом объекте.

Литература

1. Бычков, В.В. Эстетика: Учебник для вузов / В.В. Бычков. – Москва: Академический Проект, 2020. – 452 с.
2. Вахнина, Ю.Н. Сущность метода проектов: как он раскрывается в российском образовании / Ю.Н. Вахнина, Н.Н. Афонин // Вестник науки. – 2024. – Т. 3, № 2 (71). – С. 241-248.
3. Видгоф, В.М. Философия эстетического сознания: интеллектуально-эмоциональный мир, социальная природа и специфика. – Томск: Изд-во Том. ун-та. – 2007. – 356 с.
4. Волкова, Л.Н. Метод проектов на уроках математики / Л.Н. Волкова // Проблемы и перспективы развития образования в России. – 2013. – № 23. – С. 53-57.
5. Далингер, В.А. Обучение математике с использованием информационно- коммуникационных технологий как средство развития мышления и эстетического воспитания учащихся / В.А. Далингер, А.О. Даутов // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. – 2019. – № 2 (30). – С. 11-15.
6. Додогорская, А.С. Эстетическое сознание и его структура. Место эстетического сознания в творчестве архитектора / А.С. Додогорская, В.И. Зацепина // Социально-гуманитарное обозрение. – 2023. – № 2. – С. 88-91.
7. Тестов, В.А. Красота в математическом образовании: синергетическое мировидение / В.А. Тестов // Образование и наука. – 2019. – Т. 21, № 2. – С. 9-26.

8. Фирстова, Н.И. Роль эстетического воспитания на уроках математики в средней школе / Н.И. Фирстова // Образовательные ресурсы и технологии. – 2016. – № 2 (14). – С. 88-92.

THE TECHNOLOGY OF PROJECT-BASED LEARNING AS A MEANS OF FORMING THE AESTHETIC CONSCIOUSNESS OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS IN THE PROCESS OF STUDYING MATHEMATICS

Dzundza Alla Ivanovna,
Zorina Tatiana Alexandrovna

Abstract: the technology of project-based learning is presented as a means of forming the aesthetic consciousness of primary school students in the process of studying mathematics, and an example of the development and implementation of a project for 7th grade students contributing to the development of aesthetic consciousness is given.

Keywords: *aesthetic consciousness, project, technology of project-based learning, aesthetics of mathematics.*

КОГНИТИВНО-ВИЗУАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ОБУЧЕНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Евсеева Елена Геннадиевна
доктор педагогических наук, профессор,
e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация. Статья посвящена проблеме повышения качества обучения теории вероятностей на всех уровнях образования за счет применения методов когнитивно-визуального моделирования. Приведены типы когнитивно-визуальных моделей, используемых в математическом образовании (ментальные карты, концептуальные карты, диаграммы связей, инфографика, схемы процессов). Рассмотрено более детально применение концептуальных когнитивно-визуальных моделей таких как дерево вариантов, дерево вероятностей, диаграммы Эйлера-Венна, граф Марковской цепи, концептуальная карта распределения, диаграмма причинно-следственных связей, график кумулятивной функции распределения, тепловая карта корреляций, граф Байесовской сети. Проанализированы возможности использования рассмотренных моделей в обучении теории вероятностей на уровнях общего и среднего профессионального и высшего образования.

Ключевые слова: *когнитивно-визуальное моделирование, обучение теории вероятностей, концептуальная когнитивно-визуальная модель, дерево вероятностей, цифровые средства наглядности.*

Одним из направлений повышения качества математического образования является применение когнитивно-визуального подхода к обучению. В основу этого подхода положена идея о том, что визуализация должна не просто иллюстрировать данные, а стать инструментом познания за счет того, что с её помощью абстрактные математические понятия переводятся в зрительные образы, задействуется образное мышление и ассоциативные связи в процессе обучения, упрощается восприятие сложных структур и взаимосвязей.

Вклад в разработку теоретических основ когнитивно-визуального подхода к обучению математике внесли такие ученые, как В.А. Далингер [3], А.Г. Мордкович, Н.И. Попов, М.А. Чошанов, и др. На методологической основе этого подхода разработаны методики обучения, основанные на взаимосвязи и единстве абстрактно-логического содержания учебного материала и наглядно-интуитивных методов обучения. Современные авторы И.А. Аввакумова [1], О.О. Князева, Л.И. Щипанова [1] и др. предлагают при практической реализации подхода использовать цифровые средства визуализации, такие как системы компьютерной графики и моделирования (GeoGebra, MATLAB др.); дополненная и виртуальная реальность (AR/VR); адаптивные образовательные платформы (Moodle, Coursera, Khan Academy и др.).

Основным методом реализации подхода является метод когнитивно-визуального моделирования, под которым понимают способ представления и анализа информации посредством визуальных образов, активизирующий познавательные (когнитивные) процессы человека. *Когнитивная составляющая* метода реализуется за счет активизации мышления за счет выполнения операций анализа и синтеза информации, обобщений и систематизации, формирования понятий и концептуализации, установления причинно-следственных связей. *Визуальная составляющая* метода реализуется с помощью средств представления данных таких как схемы и диаграммы, графы и карты знаний, иконки и цветовые коды, пространственное расположение элементов [6; 7].

Инструментами когнитивно-визуального моделирования являются когнитивно-визуальные модели:

- ментальные карты (mind map) – схемы, отражающие связи между понятиями, идеями или задачами, сгруппированными вокруг центральной темы в виде дерева;
- концептуальные модели – графические структуры, показывающие не только связи между понятиями, но и логическую последовательность их изучения (например, пирамиды понятий, концептуальные карты);
- диаграммы связей – схемы, изображения, визуализирующие отношений между объектами (например, графы);
- инфографика – графические средства наглядности, комбинирующие текстовой, символьной и графической информации для передачи смысла (например, ленты времени, интерактивные плакаты);
- схемы процессов (например, блок-схемы алгоритмов).

Основными принципами построения когнитивно-визуальных моделей являются: ассоциативность (образы вызывают цепочки связанных представлений); иерархичность (информация структурируется от общего к частному); минимализм (использование ключевых слов и символов вместо длинных текстов); использование цвета и форма для выделения приоритетов и категорий; манипулирование пространственным расположением (близость элементов отражает их связь).

При обучении теории вероятностей использование когнитивно-визуальных моделей помогает визуализировать и анализировать сложные зависимости, распределения и процессы. Ментальные карты, схемы, графы, диаграммы и другие инструменты, которые упрощают понимание вероятностных и статистических концепций.

Рассмотрим примеры вероятностных когнитивно-визуальных моделей таких, как дерево вариантов, дерево вероятностей, диаграммы Эйлера-Венна, граф Марковской цепи, концептуальная карта распределения, диаграмма причинно-следственных связей, график кумулятивной функции распределения, тепловая карта корреляций, граф Байесовской сети.

1. Дерево вариантов – это граф, отображающая все возможные варианты решения задачи в комбинаторных задачах. Например, дерево может моделировать последовательные броски монеты или выбор шаров из урны, т.е. последовательности независимых событий. Построение дерева вариантов при решении задач доступно обучающимся основной школы, так как в программу курса «Вероятность и статистика» включена содержательно-методическая линия «Введение в теорию графов». Уже в 8 классе учащиеся должны уметь решать задачи на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в дереве, обход бинарного дерева, в том числе с применением комбинаторного правила умножения. На рисунке 1 приведено дерево вариантов для решения задачи 1.

Задача 1. Сколько вариантов трёхзначного кода можно составить из букв A, B и C?

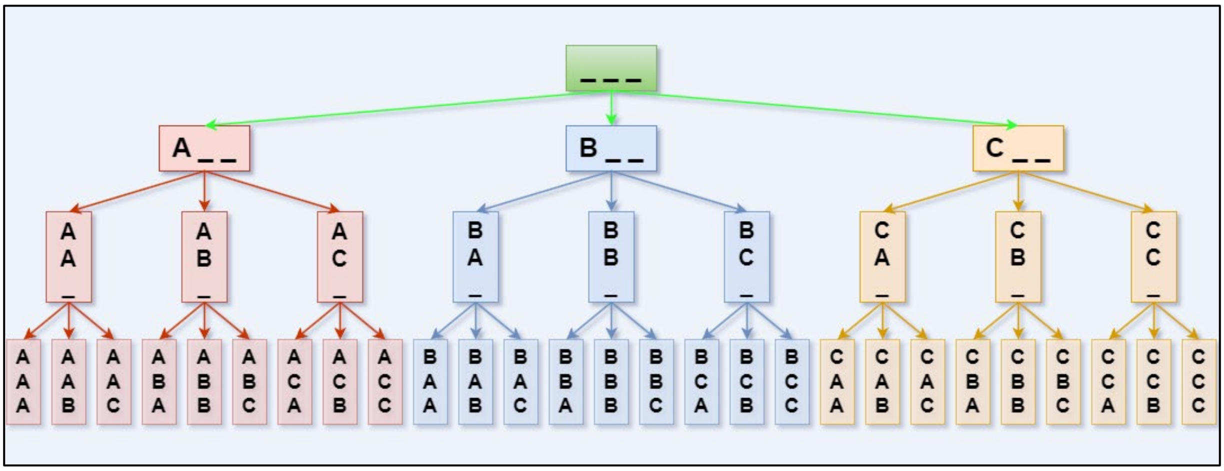


Рисунок 1 – Дерево вариантов для задачи 1

2. Дерево вероятностей – используется для представления последовательных случайных событий и их вероятностей. Каждый узел дерева соответствует событию, а ветви – возможным исходам с указанием их вероятностей. Также дерево вероятностей целесообразно в качестве модели при решении задач с использованием теоремы умножения вероятности для зависимых событий, формулы полной вероятности и формулы Байеса. В материал в программу курса «Вероятность и статистика» средней школы входит тема «Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной вероятности и независимость событий», что расширяет возможности для использования описанных моделей. В системе высшего образования задачи, решаемые по формуле полной вероятности, используются в обучении студентов экономических направлений подготовки, т.к. эта математическая модель в экономике используется для оценки рисков инвестиционных проектов, кредитном скоринге и анализе дефолтов, управлении цепочками поставок, страховании и т.п. В качестве примера на рис. 2 приведено дерево вероятностей для задачи, решение которой описано нами в работе [4].

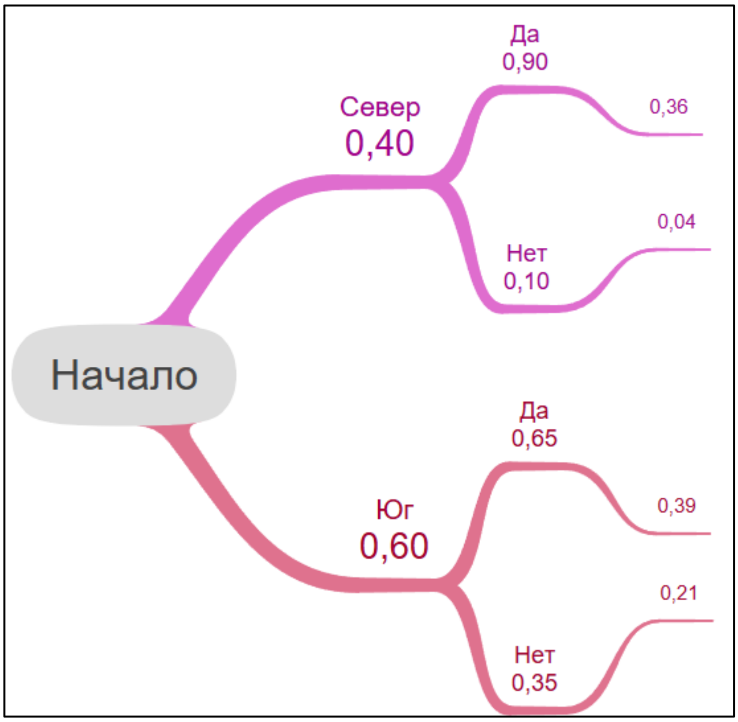


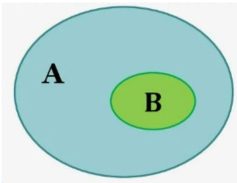
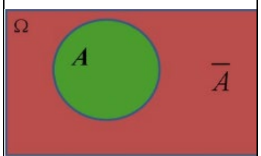
Рисунок 2 – Дерево вероятностей для задачи [4]

Цифровые инструменты, используемые для построения дерева вариантов или дерава вероятностей, как правило, не требуют владения специальными навыками. С этой целью могут использоваться сервисы для построения ментальных карт MindOnMap, XMind и др. Дерево вариантов на рисунке 1 построено с помощью сервиса Draw.io, а дерево вероятностей на рисунке 2 – с помощью сервиса IOctopus

3. Диаграмма Эйлера-Венна – визуализирует отношения между множествами, включая пересечения и дополнения. В контексте теории вероятности помогает иллюстрировать совместные и несовместные события, а также операции над ними (объединение, пересечение). Тема множества изучается в курсе «Вероятность и статистика» в 8 классе, поэтому когнитивно-визуальная модель в виде диаграмм может использоваться как при решении задач по теме «Случайные события и вероятности», так и при формировании понятий для создания их когнитивных образов (так называемого «мыслеобразов»). Таблице 1 приведены примеры формирования понятий по теории множеств и теории вероятностей с использованием диаграмм Эйлера-Венна.

4. Граф Марковской цепи визуализирует дискретный случайный процесс, представляющий собой последовательность случайных событий с конечным или счётным числом исходов, где вероятность наступления каждого события зависит только от состояния, достигнутого в предыдущем событии. Узлы графа соответствуют состояниям системы, а рёбра — вероятностям перехода между ними. Как правило, Марковские процессы используют для описания технических систем, поэтому они изучаются студентами инженерно-технических специальностей в рамках дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

Таблица 1 – Пример использования диаграмм Эйлера-Венна для формирования понятий (составлено по [2])

№ п/п	Понятие	Определение понятия	Символьный/ графический образ понятия	Применение понятия
1.	Под-множе-ство	Множество *B* является подмноже-ством мно-жества А, если любой элемент множества В принадлежит множеству *A*	$B \subset A$ На диаграмме Венна события *A* и *B* изобра-жают так:  	Пусть А – множество натуральных чисел, кратных 3, В – множество натуральных чисел, кратных 6. Любой элемент множества В также является элементом множества А, так как любое число, которое делится на 6 (принадлежащее множеству В) также делится на 3 (принадлежит множеству А), т.е. $B \subset A$.
2.	Проти-воположн ое событие	Событие, противопо-ложное со-бытию *A*, – это множество всех элементарных событий, которые не принадлежат событию *A* в рассматривае-мом опыте	Событие, про-тивоположное событию *A* обозначают $\overline{A}$. На диаграмме Венна события *A* и $\overline{A}$ изобра-жают так:  	В опыте с бросанием иг-ральной кости событие *A* – выпадение на верхней грани кости четного числа очков. Ему принадлежат элементарные события – выпадение 2, 4, или 6 очков. Противоположное событие $\overline{A}$ – выпадение нечетного числа очков. Ему принадлежат элементарные события – выпадение 1, 3, или 5 очков. Эти исходы не принадлежат событию *A*.

В качестве примера построения графа Марковской цепи можно привести задачу определения оптимального режима работы автотранспортного предприятия, имеющего два условных рабочих места (например, склад готовой продукции, гараж, ремонтная мастерская и т.д.), обеспечивающего минимальные потери времени при удовлетворении потребностей некоторого производственного процесса, решение которой описано нами в работе [8]. Моделируемый производственный процесс рассматривается как система массового обслуживания, описываемая с помощью Марковского процесса, размеченный граф состояний которого изображен на рисунке 3.

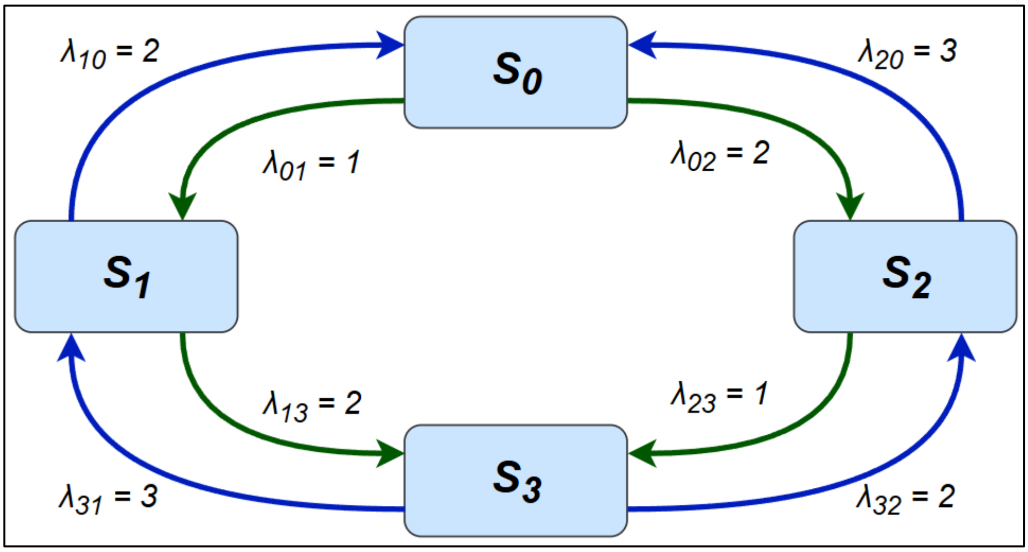


Рисунок 3 – Граф Марковского процесса (составлено по [9])

Выбор цифрового инструмента для создания графа Марковской сети зависит от конкретных задач: для научных исследований и анализа данных подойдёт MATLAB; для визуализации и обучения лучше использовать онлайн-симуляторы или графические редакторы, например, Draw.io; для работы с большими данными и сложными сетями оптимальны Neo4j или специализированные программные пакеты. Граф на рисунке 3 создан с помощью сервиса MindMeister.

5. Концеп-карта (*concept map*) – это графической модель организации и представления знаний, визуализирующий связи между понятиями в виде схемы. В отличие от ментальных карт концептуальные карты допускают множественные связи между любыми понятиями (не только радиальные от центра), чаще имеют строгую иерархию и поясняющие связки. Концептуальные карты могут использоваться в обучении на всех уровнях образования.

В работе [5] нами приведена концепт-карта по теме «Комбинаторики», представляющая собой иерархическую ассоциативную сеть понятий темы, называемую пирамидой понятий, которая предназначена для обучения на уровне высшего образования, т.к. содержит понятия, не изучаемые в основной и средней школе. Эта концепт-карта отражает последовательность изучения понятий, необходимых для реализации обобщенного способа действий «Находить число комбинаторных соединений без повторений». На рисунке 4 приведена еще одна концепт-карта понятий содержательно-методической линии «Элементы комбинаторики», отражающая понятия, изучаемые на уровне общего образования, которая отражает как связи между понятиями, так и последовательность их изучения [2].

Концептуальные карты также могут отображать параметры и свойства различных распределений (нормальное, показательное, биномиальное, Пуассона и др.). Например, карта может включать узлы для среднего, дисперсии, функции плотности и функции распределения, связанные стрелками, показывающими связи между понятиями и законами распределения. Пример такой концепт-карты, включающей понятия, изучаемые в средней школе в рамках содержательной линии «Случайные величины и закон больших чисел» приведен на рисунке 5.

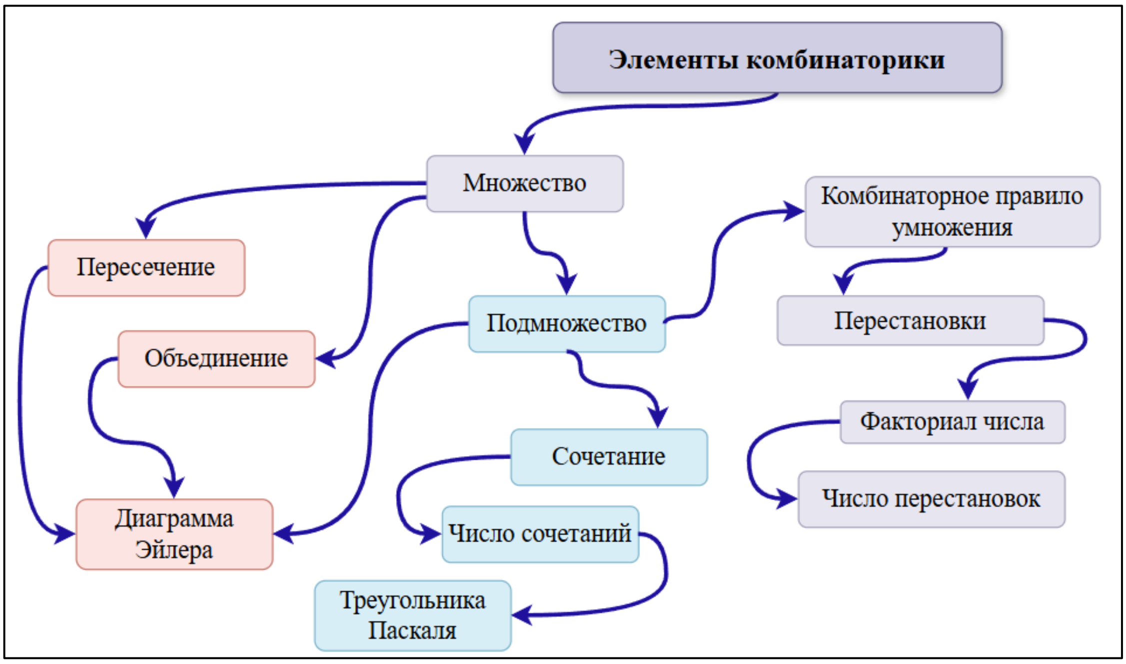


Рисунок 4 – Концепт-карта понятий содержательно-методической линии «Элементы комбинаторики»

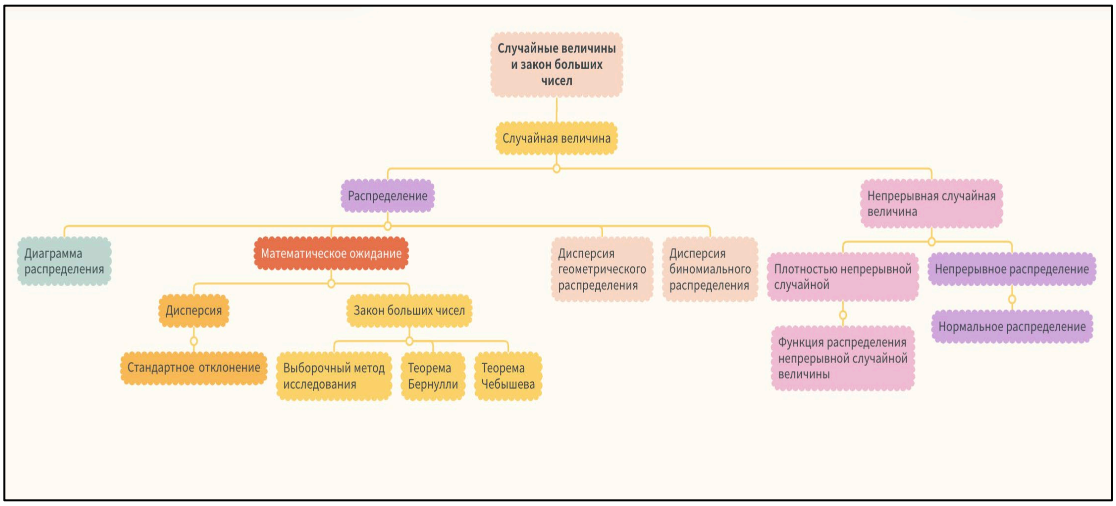


Рисунок 5 – Концепт-карта понятий содержательно-методической линии «Случайные величины и закон больших чисел»

Разработка концепт-карт также как и дерева вариантов, опирается на сервисы по разработке ментальных карт. Так, концепт-карта, представленная в работе [5], создана при помощи сервиса Draw.io, а концепт-карта на рисунке 5 разработана в онлайн сервисе MindeMeister. Однако в этих целях могут использоваться и онлайн доски. Например, концепт-карта на рисунке 4 создана с помощью онлайн доски Geoma.

6. Тепловая карта корреляций. Отображает матрицу корреляций между случайными величинами. Ячейки карты окрашиваются в зависимости от силы корреляции (например, от синего для отрицательных до красного для положительных значений). В обучении теории вероятностей карты корреляций используются преимущественно в высшей школе для анализа взаимосвязей в многомерных данных, так как построение такой концепт-карты требует владения корреляционным анализом и инструментами для их построения. Типы задач, при решении которых можно использовать тепловые карты очень разнообразны, например с их помощью можно визуализировать: анализ корреляций между доходностями активов (акций, облигаций, валют) для диверсификации инвестиционного портфеля; выявление биомаркеров заболеваний по корреляционным паттернам; анализ взаимосвязей между показаниями датчиков (температура, вибрация, давление); сегментацию аудитории по паттернам поведения; оптимизация размещения товаров в зале/на сайте и многие другие задачи. Выбор инструмента для моделирования зависит от конкретных задач: для быстрого анализа в Python используют библиотеки для визуализации данных Seaborn или Matplotlib, для работы без программирования – онлайн-генераторы тепловых карт такие как Zoho Analytics, MakeCharts, Displayr и др.

7. ***Байесовская сеть*** – это графовая вероятностная модель, представляющая собой ориентированный ациклический граф, где вершины соответствуют случайным переменным, а дуги кодируют условные зависимости между ними. Такая сеть позволяет моделировать и анализировать сложные вероятностные отношения, включая причинно-следственные связи. Байесовские сети применяют для моделирования ситуаций, содержащих неопределённость в некотором смысле. Для байесовских сетей используют также названия «Байесовская сеть доверия» или «причинно-следственная сеть». Байесовские сети находят применение в медицине, геологии, машинном обучении, классификации текстов и других областях, где требуется анализ вероятностных зависимостей между переменными. Например, Байесовская сеть может моделировать: медицинские диагнозы с учётом симптомов и факторов риска; поведение сетей регуляции генов, где вершинами являются гены или их продукты, а дуги – взаимодействия между ними (активация, подавление); зависимость между словами в тексте и вероятностью того, что сообщение является спамом, где узлы представляют слова и категории (спам/не спам), а дуги – условные вероятности и др. В связи с этим, моделирование Байесовских сетей как правило изучается в системе высшего технического образования в дисциплинах, связанных с интеллектуальным анализом данных, и предполагает использование цифровых инструментов, например, специализированных программ (Hugin, MSBN (Microsoft Bayesian Network), Netica); библиотек для Python, позволяющие строить и обучать байесовские сети (PyMC и PyMC3); онлайн-инструментов, предоставляющих веб-интерфейсы для построения и визуализации байесовских сетей.

Таким образом, когнитивно-визуальное моделирование в обучении теории вероятностей позволяет задействовать визуальное мышление обучающихся, что способствует более глубокому пониманию абстрактных концепций и улучшению усвоения материала. Этот метод акцентирует внимание на познавательной функции наглядности, а не только на её иллюстративной роли, что особенно важно для сложных вероятностных задач.

Использование в обучении когнитивно-визуальных моделей способствует развитию визуального мышления учащихся и студентов, что особенно полезно для правополушарных учащихся, у которых преобладает пространственно-синтетическое восприятие. Это способствует балансу между логическим и образным компонентами мышления. Визуализированные задачи, где когнитивно-визуальная модель присутствует в условии, решении или ответе, служат опорой для анализа и поиска решений. Они помогают структурировать информацию, выявлять закономерности и избегать ошибок. При этом повышается мотивация к изучению теории вероятностей за счет создания психологически комфортной среды обучения.

Визуализация вероятностных процессов с помощью когнитивно-визуального моделирования развивает навыки работы с данными и их анализа в условиях неопределённости, что особенно актуально в свете цифровизации образования и роста значимости вероятностно-статистической грамотности обучающихся общеобразовательной школы и формирования стохастической профессиональной компетентности студентов в системе высшего образования.

Литература

1. Аввакумова, И.А. Реализация когнитивно-визуального подхода в процессе обучения математике / И.А. Аввакумова, Л.И. Щипанова // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2023. – № 8. – С. 299-303. – EDN BZZSDH.

2. Высоцкий, И.Р. Математика. Вероятность и статистика: 7-9- е классы: базовый уровень: учебник; в 2 частях. 1-ое издание / И.Р. Высоцкий, И.В. Ященко; под редакцией И.В. Ященко. – Москва : Просвещение, 2023. – Ч. 1. – 177 с. – Ч.2. – 109 с.

3. Далингер, В.А. Теоретические основы когнитивно-визуального подхода к обучению математике: монография / В.А. Далингер. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2006. – 144 с.

4. Евсеева, Е.Г. Организация учебной деятельности по решению профессионально направленных задач теории вероятностей в системе деятельностного обучения / Е.Г. Евсеева, Л.А. Габриель // Дидактика математики : проблемы и исследования. – 2012. – Вып. 38. – С. 33-39.

5. Евсеева, Е.Г. Формирование комбинаторного мышления у обучающихся как компетенция будущего учителя математики / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 34-43. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-34-43

6. Кошлаков, Д. М. Совокупность графических символов для целей визуального моделирования в социально-гуманитарном знании / Д.М. Кошлаков // Цифровой ученый: лаборатория философа. – 2021. – Т. 4, № 2. – С. 107-124. – DOI 10.32326/2618-9267-2021-4-2-107-124. – EDN GZGBMR.

7. Скарбич, С. Н. Визуальные модели в процессе обучения учащихся функциям в курсе математики / С.Н. Скарбич // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе : материалы II Всероссийской научно-практической конференции, Омск, 01–03 марта 2022 года. – Омск: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Омский государственный педагогический университет», 2022. – С. 101-106. – EDN NXNWUI.

8. Skafa E.I., Evseeva E.G., Korolev M.E. Integration of Mathematical and Computer Simulation Modeling in Engineering Education / Elena I. Skafa, Elena G. Evseeva, Mark. E. Korolev // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. – 2022. – № 15(4). – Pp. 413-430.

COGNITIVE-VISUAL MODELING IN THE TEACHING OF PROBABILITY THEORY

Evseeva Elena

Abstract. The article is devoted to the problem of improving the quality of probability theory teaching at all levels of education by using cognitive-visual modeling methods. The types of cognitive-visual models used in mathematical education (mind maps, concept maps, connection diagrams, infographics, and process diagrams) are presented. The application of conceptual cognitive-visual models such as the tree of options, the tree of probabilities, the Euler-Venn diagrams, the Markov chain graph, the conceptual distribution map, the cause-and-effect diagram, the cumulative distribution function graph, the heat map of correlations, and the Bayesian network graph is considered in more detail. The possibilities of using these models in teaching probability theory at the levels of general and secondary vocational and higher education are analyzed.

Keywords: *cognitive-visual modeling, probability theory training, conceptual cognitive-visual model, digital visual aids.*

СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAXIMA В ИЗУЧЕНИИ ЭЛЕКТИВНЫХ ДИСЦИПЛИН НА IT-НАПРАВЛЕНИЯХ ПОДГОТОВКИ

Игонина Елена Викторовна,
кандидат физико-математических наук, доцент,
e-mail: elenaigonina7@mail.ru
ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина», г. Елец, РФ

Аннотация. В статье приводятся аспекты применения компьютерных систем для формирования ключевых компетенций исследовательской и профессиональной деятельности обучающихся IT-направлений подготовки. Рассматривается дидактический потенциал системы компьютерной математики Maxima в контексте преподавания элективных дисциплин. Демонстрируется авторский опыт изучения математического аппарата теории устойчивости динамических систем посредством программной среды Maxima.

Ключевые слова: *элективная дисциплина, IT-направления подготовки, система компьютерной математики, среда Maxima.*

В настоящее время успешность профессиональной математической подготовки студентов IT-направлений определяется рядом наиболее важных критериев. Приоритетным из них является не только системное владение фундаментальным математическим аппаратом, но и способность к операционной трансформации математических моделей и методов в эффективные решения прикладных задач посредством специализированного программного обеспечения. Владение системами компьютерной математики (СКМ), такими как Matlab, Mathematica, MathCad и др. перестало быть узкоспециальным навыком и превратилось в особо важный компонент фундаментального математического образования. Указанный факт обусловлен наличием значимых характеристик СКМ (см. рис. 1) в формировании математической подготовки будущего IT-специалиста.

Компьютерные математические системы служат уникальной интерактивной средой, где абстрактные математические концепции (от математического анализа и линейной алгебры до дифференциальных уравнений и методов оптимизации) обретают визуальную вычислительную форму. Студент получает возможность не только просто решить задачу на бумаге, а экспериментировать с моделью: мгновенно менять параметры, анализировать устойчивость решения, визуализировать многомерные данные и определять скрытые закономерности. Имеет место трансформация пассивных знаний в глубокое понимание изучаемого материала – создается *мост между теорией и практикой*.

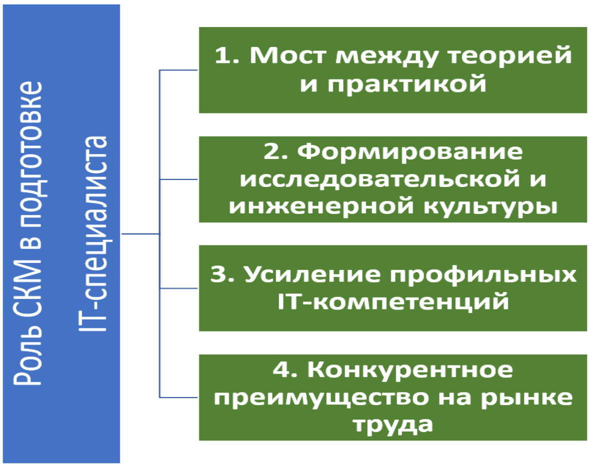


Рис. 1. Роль СКМ в математической подготовке будущего IT-специалиста

Работа в СКМ прививает методологию вычислительного эксперимента, которая лежит в основе современных научных исследований и инженерных разработок – происходит *формирование исследовательской и инженерной культуры.* Студент учиться:

✓ прототипировать решения: быстро проверять гипотезы и жизнеспособность алгоритма, не прибегая к длительной разработке на компилируемых языках;

✓ верифицировать результаты: использовать встроенные высокоточные алгоритмы для проверки корректности собственных реализаций методов;

✓ обрабатывать данные и создавать отчеты: интегрировать вычисления, графики, текст, формулы, код программы в единый динамический документ (например, Jupyter Notebook и Live Script Matlab).

Несомненно, знание СКМ напрямую *усиливает профильные компетенции IT-специалиста*: алгоритмическое решение; работа с данными, что составляет основу для Data Science и машинного обучения; интеграция с промышленными технологиями (например, Matlab/Simulink является отраслевым стандартом для модельно-ориентированного проектирования в робототехнике, разработке БПЛА и др.). Выпускник, свободно владеющий СКМ, обладает значимым практическим инструментом, что дает ему *конкурентное преимущество на рынке труда*, сокращает время его адаптации и повышает ценность как специалиста.

Система компьютерной математики – программное обеспечение, предназначенное для выполнения математических расчетов, символьных преобразований, численных вычислений, визуализации данных и программирования. Она позволяет автоматизировать решение различных прикладных задач различной степени сложности, включая нахождение и исследование решений дифференциальных уравнений и их систем [3]. Как известно, с помощью СКМ можно выполнять также матричные операции, проводить статистический анализ, проводить графическое построение математических объектов в режиме 2D и 3D, в том числе интерактивного характера. Многие СКМ поддерживают анимацию и динамическое изменение параметров графика прямо в процессе исследования. В работе [2] приведен сравнительный анализ функциональных возможностей таких математических систем, как: Maple, Mathematica, Mathcad, Matlab. Учитывая богатый функционал СКМ, вопросами их применения в математическом образовании вузов посвящено достаточно много работ отечественных авторов [2, 4-6]. В большинстве исследований [2, 4] приводятся примеры использования СКМ на занятиях по таким базовым и обязательным дисциплинам учебного плана как, например: «Математический анализ», «Численные методы», «Автоматизация математических расчетов» и «Компьютерное моделирование» и т.п.

В настоящем исследовании предлагается рассмотрение применения СКМ Maxima в изучении элективных дисциплин на IT-направлениях подготовки (01.03.02 Прикладная математика и информатика, 09.03.01 Информатика и вычислительная техника). Система Maxima является более простым аналогом программы Mathematica и относится к некоммерческим проектам с открытым кодом.

Элективные дисциплины (от лат. electus – избирательный) выбираются обучающимися из представленного перечня дисциплин на добровольной основе, исходя из индивидуальных образовательных интересов и потребностей, и обязательны для освоения образовательной программы. Для IT-направлений элективные дисциплины представляют собой как бы *элемент сборки уникального профиля* и позволяют студентам:

– расширить кругозор и углубить свою специализацию: получить знания, выходящие за рамки обязательных предметов;

– индивидуализировать образовательную траекторию, соответствующую его личным интересам и профессиональным потребностям;

– приобрести дополнительные компетенции.

Автором на протяжении нескольких лет на вышеназванных направлениях подготовки преподавалась элективная дисциплина «Математическое моделирование неустойчивых объектов с применением комплексов проблемно-ориентированных программ». Отметим, что при разработке ОПОП для направления 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, включение в учебный план указанной дисциплины было адаптировано под профиль «Информационные технологии в технических и социальных системах».

В рамках авторской дисциплины изучался модуль «Исследование устойчивости динамических моделей с помощью СКМ Maxima», в котором затрагивались основные понятия и методы исследования теории устойчивости динамических систем в смысле А.М. Ляпунова. Рассматривались понятия фазовой плоскости, фазового портрета, классификация типов точек покоя, составлялись алгоритмы построения фазовых портретов однородной и неоднородной линейных систем дифференциальных уравнений. Необходимый лекционный материал модуля представлен в авторском учебном пособии [3]. На практических занятиях студентам предлагалось исследовать положение равновесия динамической системы, определить тип точки покоя и характер устойчивости, используя соответствующий алгоритм. Студенты составляли характеристическое уравнение, находили его решение и определяли тип устойчивости, далее на бумаге изображали фазовые траектории и изоклины, определяли направление движения.

После изучения алгоритмов построения фазовых портретов, на лабораторных занятиях студенты знакомились с необходимым инструментарием программной среды Maxima: команды для решения алгебраических уравнений, матричного аппарата, построения графиков, решения дифференциальных уравнений и другие дополнительные команды. Далее обучающиеся приступали к построению в Maxima фазовых траекторий и поля направлений систем дифференциальных уравнений, которые они уже ранее исследовали. Тем самым проверялась согласованность самостоятельно полученных аналитических результатов с результатами, представленными в графическом окне СКМ Maxima.

По окончании изучения стандартных приемов построения фазовых портретов динамических систем в Maxima студентам уже предлагаются исследовательские задачи. Например, в задаче 1, используя опцию slider в Maxima необходимо выполнить изменения значения параметра m системы в интерактивном режиме с помощью бегунка графического окна и провести наблюдение за направлением фазовых траекторий.

Задача 1 [3]. Построить интегральную кривую и поле направлений системы дифференциальных уравнений в зависимости от параметра m.

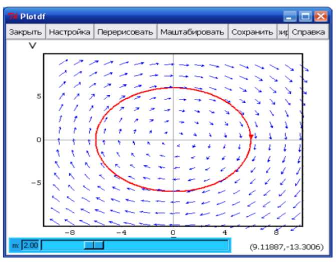
Решение.

$$\begin{cases} \dfrac{dz}{dt} = v \\ \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{-2 * z}{m} \end{cases}$$

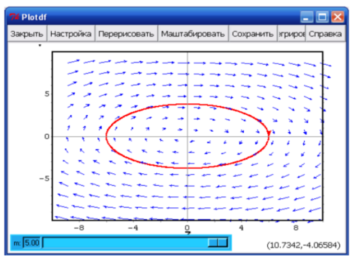
Код программы:

```
(%i1) load(plotdf)$
(%i2) plotdf([v, -2*z/m],[z,v],[parameters, "m=2"],
      [sliders, "m=1:5"],[trajectory_at,6,0])$
```

m=2



m=5



В представленном примере аналитическое решение как бы спрятано в самой СКМ, поэтому для усиления значимости математической составляющей теории устойчивости студентам предлагается следующая задача.

Задача 2 [3]. При каких значениях параметра *a* особая точка системы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = ax - 6y \end{cases}$$

только одна и является седлом? узлом? фокусом? Дать чертеж траекторий при *a*=8.

Прежде чем получить программный код для выполнения построения фазовых портретов исследуемых положений равновесия, изначально требуется выстроить классификацию особых точек, что в свою очередь приводит к необходимости составления и решения характеристического уравнения системы, нахождения произведений собственных значений λ_1, λ_2 матрицы при различных значениях параметра *a*. Указанные действия предлагается выполнить в Maxima студентам, используя соответственно пункт меню «Алгебра» – «Ввести матрицу…» и меню «Графики» – «График 2D» для графического определения знака произведения λ_1, λ_2, т.к. среда Maxima не умеет решать неравенства в символьном виде. После чего нужно определить при каких значениях собственные значения являются действительными, а при каких комплексными числами, и только после такой проделанной работы можно получить классификацию особых точек. Далее обучающиеся подтверждают свои аналитические рассуждения путем построения фазовых портретов в Maxima.

Неоспоримо, важным этапом при изучении модуля элективной дисциплины «Исследование устойчивости динамических моделей с помощью СКМ Maxima» является проведение прикладного исследования применительно к конкретным динамическим системам. В работе автора [3] предлагается обучающимся провести анализ модели брюсселятора, модели Лотки-Вольтерры, модели системы управления перевернутым маятником. Студентам, с продвинутым уровнем подготовки, предоставляется возможность самостоятельно выбрать динамическую систему, провести ее исследование не только в среде Maxima, но и с помощью других СКМ, а также выполнить сравнительный анализ полученных результатов по различным критериям. Например, в студенческой работе [1] рассмотрены и проанализированы возможности программных сред Maxima, Maple, Matlab, Mathematica и языков программирования: Python, R-пакет, реализующих метод построения фазовых траекторий, для исследования устойчивости системы Лоренца. Приведено краткое описание результатов оценки вышеперечисленных средств по основным характеристикам: трудоемкость решения; время выполнения программного кода; результативность исследования.

Таким образом, освоение СКМ Maxima в рамках элективных дисциплин выступает ключевым элементом в математической подготовке студентов IT-направлений подготовки. Получаемые знания, навыки символьных вычислений, визуализации данных, основ программирования и алгоритмического моделирования служат фундаментом как для выполнения исследовательских проектов и выпускных квалификационных работ, так и для решения комплексных инженерно-технических и иных профессиональных задач.

Литература

1. Андропова, О.Ю. Сравнительный анализ компьютерных средств моделирования динамических систем / О.Ю. Андропова // На перекрестках наук: Материалы Всероссийского конкурса студенческих научных работ, Елец, 15 – 28 апреля 2022 года. – Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2022. – С. 88-95.
2. Горский, А.В. О возможностях использования систем компьютерной математики в учебном процессе / А.В. Горский // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. – 2017. – № 3(95). – Ч. 1. – С.90-99.
3. Игонина, Е.В. Исследование устойчивости динамических моделей с помощью систем компьютерной математики: учебное пособие / Е.В. Игонина. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2020. – 83 с.
4. Слабженникова, И.М. Применение свободной системы компьютерной математики Maxima при обучении техническим наукам / И.М. Слабженникова // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. – 2021. – № 4. – С. 52–59. – DOI: 10 .18384/2310-7219-2021-4-52-59.
5. Тевс, Д.П. Использование математических пакетов в учебной деятельности студентами и профессиональной деятельности педагогическими работниками / Д.П. Тевс, Ю.В. Дегтярева // Педагогический университетский вестник Алтая. – 2004. – № 1. – С. 120-144.
6. Шевченко, А.С. Использование систем компьютерной алгебры в учебном процессе / А.С. Шевченко // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – Т. 15. – С. 206–210.

MAXIMA COMPUTER MATHEMATICS SYSTEM IN THE STUDY OF ELECTIVE DISCIPLINES IN IT-FOCUSED TRAINING AREAS

Igonina Elena

Abstract. The article presents aspects of the application of computer systems for the formation of key competencies in research and professional activities of students in IT fields of training. The article examines the didactic potential of the Maxima computer mathematics system in the context of teaching elective disciplines. The author demonstrates their experience in studying the mathematical apparatus of the theory of stability of dynamic systems using the Maxima software environment.

Keywords: *elective discipline, IT training areas, computer mathematics system, Maxima environment.*

ЭВРИСТИКИ – НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ РЕШЕНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Капкаева Лидия Семеновна
доктор педагогических наук, профессор,
e-mail: lskapkaeva@mail.ru
Сальникова Анна Сергеевна
аспирант
e-mail: a.novi4kova@mail.ru
ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет имени М. Е. Евсевьева», г. Саранск, РФ

Аннотация. В статье представлена типология нестандартных математических задач, основанная на эвристических приемах, необходимых для решения задач каждого типа. На примерах задач первых двух типов раскрыта методика использования специальных и общих эвристических приемов поиска их решения.

Ключевые слова: *нестандартные задачи, методика работы с задачей, эвристики, эвристические приемы, типология нестандартных математических задач.*

Сегодня одной из главных задач школьного образования является формирование разносторонней личности, которая имеет свое мнение, умеет анализировать, выдвигать гипотезы, делать выводы, творчески подходить к решению задач и проблем, возникающих в обществе. Все эти факторы указывают на важность вовлечения обучающихся в процесс самостоятельного получения новых знаний и способов действий, то есть на активное применение приемов эвристической деятельности в процессе изучения учебных дисциплин, в том числе математики.

В комплексном плане мероприятий по повышению качества математического и естественно-научного образования на период до 2030 года, утвержденном распоряжением Правительства Российской Федерации от 19 ноября 2024 г. выделены основные направления совершенствования среднего математического образования. Представляется важным отметить следующие из них: расширение сети классов с углубленным изучением математики, совершенствование системы олимпиад школьников, разработка методических материалов для углубленного и профильного изучения математики. Все эти направления подчеркивают повышение значимости обучения решению нестандартных математических задач в процессе профильного математического образования школьников.

Понятие и классификации нестандартных математических задач представлены в работах Л. М. Фридмана и Е. Н. Турецкого, Ю. М. Колягина, а также в работах современных методистов: О.В. Григоренко, И.Б. Шмигириловой, А.В. Фаркова. Однако, однозначное определение нестандартным математическим задачам дать довольно сложно. Большинство авторов предлагают определять нестандартные задачи, как задачи, обладающие противоположными характеристиками относительно стандартных. Так, Л.М. Фридман и Е.Н. Турецкий под стандартными задачами понимают задачи, решение которых опирается на законы, закономерности, алгоритмы и правила школьного курса математики. Соответственно, к нестандартным математическим задачам авторы относят задачи, решение которых невозможно построить по известным законам, то есть в школьной учебной программе нет теоретических положений для создания алгоритма решения такой задачи.

Учитывая, что нестандартная математическая задача в определенной степени содержит элемент субъективности, предложим следующее ее определение: *нестандартная математическая задача – это задача, алгоритм решения которой заранее неизвестен ученику и не содержится в изученном теоретическом материале, более того, построенный оригинальный алгоритм также не планируется для дальнейшего изучения в школьном курсе математики.* Решение подобных задач требует не применения готовой схемы, а творческого подхода и, на наш взгляд, активного применения эвристических приемов. Эвристические приемы решения задач подробно описаны и классифицированы в работах Г.И. Саранцева и Е.И. Скафы [4, 5].

Согласно этим авторам, термин «эвристика» может рассматриваться как метод открытия нового знания, как эвристическая деятельность или как система специально-организованных вопросов. В контексте решения нестандартных математических задач *под эвристикой будем понимать принципы и методы организации самостоятельной деятельности школьников, направленные на построение уникального алгоритма решения нестандартной задачи.*

В решении нестандартных задач эвристическая деятельность – это творческий процесс открытия алгоритма для получения верного ответа. Она включает в себя экспериментирование с условием, выдвижение догадок, разбиение задачи на шаги и другие эвристические приемы, которые приводят к изобретению собственного способа решения, которого нет в учебнике. В этом случае эвристический метод – это педагогическая стратегия, при которой учитель, предлагая нестандартную задачу, целенаправленно создаёт условия для эвристической деятельности учеников. Вместо прямых указаний педагог использует наводящие вопросы, аналогии, частичные подсказки и т.п., помогая учащимся самостоятельно выстроить логику решения.

Эвристические приемы в решении нестандартных задач – это стратегии поиска уникального решения. Они не дают ответа на вопрос задачи, а меняют способ мышления о ее содержании, повышая вероятность того, что решение будет найдено. Некоторые такие приемы могут быть сформированы на уроках в процессе решения стандартных математических [3]. То есть *эвристики состоят из некоторых наборов эвристических приемов, в которых заложены основные действия, необходимые для их реализации*.

В настоящее время отсутствует четко сформулированная методика обучения решению нестандартных математических задач на уроках математики. Возникает вопрос: возможно ли сформировать навык решения некоторых типов нестандартных задач в процессе изучения математики, опираясь на активное использование эвристических приемов? Для ответа на этот вопрос необходимо разделить все нестандартные задачи на типы, в зависимости от трудности их решения и предложить приемы решения некоторых типов нестандартных задач, которые возможно освоить в рамках современного урока математики.

Представим типологию нестандартных математических задач и выделим эвристические приемы для решения задач каждого типа.

В современной методической литературе нет четких границ между разными видами нестандартных математических задач. Некоторые методисты включают в нестандартные задачи следующие виды [1]:

– эвристические задачи – это математические задачи, которые обладают чётко сформулированным требованием, но не имеют очевидного для ученика алгоритма решения; их отличительный признак – необходимость целенаправленного поиска, в ходе которого решающий должен сделать один или несколько правдоподобных, но не гарантированных шагов, опираясь на свой опыт и известные частные приёмы (например, введение вспомогательного элемента или рассмотрение аналогии);

– исследовательские задачи – это задачи, принципиально не имеющие заранее известного или однозначно определённого результата, их решение представляет собой процесс, структурно аналогичный научному исследованию: путь к ответу не задан, а выстраивается решающим в ходе изучения проблемы; их отличительный признак – невозможность определить частные эвристические приемы решения (например, введение вспомогательного элемента) непосредственно из условия; вместо этого решающий применяет обобщённые эвристические приемы (разбиение на подзадачи, переформулирование условия, анализ аналогий, проверка гипотез) [2];

– творческие задачи – это задачи, которые либо по своей сути требуют от решающего субъективно нового (для него самого) подхода или продукта, либо становятся такими в процессе решения, когда ученик выходит за рамки шаблона и создаёт объективно или субъективно новые результаты.

Существует и другая классификация нестандартных математических задач, разработанная А. В. Фарковым [7]. Он выделяет класс нестандартных математических задач в зависимости от использования школьного материала для их решения, то есть понятий и утверждений, изучаемых в курсе математики:

– задачи повышенной трудности – нестандартные задачи, тематически связанные со школьным курсом математики; их роль – выявить и развить внутренние резервы учебного материала, показав его в новом, более системном свете;

– задачи-головоломки – нестандартные задачи, имеющие игровую природу и направленные в первую очередь на развитие логического мышления и креативности, часто без требования специальных знаний;

– комбинированные задачи – нестандартные задачи, требующие для своего решения комбинации идей из школьного курса и методов дополнительного образования (кружков, факультативов).

Все вышеперечисленные классификации не учитывают виды эвристических приемов, которые необходимы для решения нестандартных математических задач. На наш взгляд, именно овладение этими приемами придает школьникам уверенности и повышает их успешность в решении нестандартных задач.

Виды эвристических приемов систематизированы в работах профессора Е.И. Скафы [6]. Согласно классификации Е.И. Скафы, эвристические приёмы подразделяются на:

– общие, направленные на организацию поисковой деятельности и имеющие универсальный характер (аналогия, сравнение, абстрагирование, классификация, обобщение и другие);

– специальные, использующие закономерности и методы определённого раздела математики, то есть общие рекомендации для решения эвристических задач.

Представим авторскую классификацию нестандартных математических задач. Распределим нестандартные задачи по уровням нестандартности. Первый уровень – самый простой, четвертый – самый сложный. Уровни нестандартных математических задач и их основные характеристики представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Уровни нестандартных математических задач

№ п/п	Уровни нестандартных математических задач	Основные характеристики задач	Эвристические приемы
1	Первый уровень нестандартности	При работе с условием задачи трудно сразу подобрать способ решения. Необходимо актуализировать известные	Для решения задач необходимы только специальные эвристические приемы.

		знания, предыдущий опыт. Алгоритм решения не является стандартным, но первый или второй оригинальный шаг могут привести к уже известному решению.	
2	Второй уровень нестандартности	Задачи обладают всеми характеристиками задач первого уровня, но имеют ограничения в условии, избыток или недостаток данных.	Для построения алгоритма решения необходимо использовать как специальные, так и некоторые общие эвристические приемы.
3	Третий уровень нестандартности	Задачи, для решения которых необходимо провести полное исследование, например, задачи с параметром, задачи на доказательство, на построение.	Необходимо использовать все многообразие эвристических приемов, строить сложные логические рассуждения, использовать исследовательские умения для построения верного решения.
4	Четвертый уровень нестандартности Олимпиадные задачи	Задачи часто имеют только цель решения, задачи, которые придумывают авторы.	Для построения плана решения необходимо проявить гибкость ума и креативность мышления, а также все многообразие эвристических приемов, исследовательских умений.

На наш взгляд, в среднее профильное математическое образование можно интегрировать задачи первых двух типов нестандартности поскольку для них, в основном, требуются только базовые эвристические приемы. Опираясь на собственный педагогический опыт, представим примеры нестандартных математических задач и методику обучения их решению, которую можно использовать на уроке в 10-х профильных классах при изучении раздела «Логарифмы».

Задача 1. Решите уравнение:

$$log_2(2x - x^2 + 15) = x^2 - 2x + 5.$$

Очевидно, что уравнение не является стандартным, так как для него нет известного алгоритма решения. Однако, первый шаг решения хорошо известен старшеклассникам из решения стандартных уравнений: необходимо сделать замену многочлена $2x - x^2 + 15$ для более «простой» записи условия.

Замена: $2x - x^2 + 15 = t$ $(t > 0)$, тогда $x^2 - 2x + 5 = 20 - t$.

Исходное уравнение примет вид.

$$log_2 t = 20 - t \qquad (1)$$

Успешная замена, которую большинство учеников сразу заметят, не приведет их к стандартной задаче, а лишь понизит степень уравнения. Для поиска решения уравнения (1) необходимо опираться на специальный эвристический прием, а именно, рассматривать в различных интерпретациях данные, представленные в задаче. Можно предложить школьникам переосмыслить уравнение (1) как равенство двух функций. Анализируя свойства функций $y = log_2 t$ и $y = 20 - t$, они заметят, что первая функция возрастает, а вторая убывает в заданных условиях. Графики возрастающей и убывающей функций пересекаются в одной точке, поэтому уравнение имеет один корень. Как правило ученики быстро подбирают значение t, которое является решением уравнения (1): $t = 16$.

Дальнейший ход решения задачи очевиден:

$$x^2 - 2x + 5 = 4;$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0, x = 1.$$

Проверка подтверждает правильность полученного значения переменной. Ответ: $x = 1$.

Следует отметить, что последний шаг решения задачи 1, то есть проверка, не требует применения эвристических приемов, так как проверка обязательна в алгоритме решения логарифмических уравнений.

Мы рассмотрели задачу, которая относится к первому типу нестандартных математических задач. Для поиска ее решения необходимо было использовать специальный эвристический прием, направленный на формирование умения рассматривать данные в задаче в различных интерпретациях, в частности, представить уравнение как равенство двух функций.ц

Приведем пример задачи второго уровня нестандартности, в решении которой применяются не только специальные, но и общие эвристические приемы.

Задача 2. Решите уравнение:

$$log_2\left(\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} + 2\right) = log_5^7 x + 1.$$

Большинство старшеклассников решают это уравнение, подбирая стандартные схемы решения: привести и левую, и правую части уравнения к одному основанию логарифма. Скорее всего, задача в этом случае примет сложный вид, появятся дробные выражения, а от седьмой степени выражения $log_5 x$ избавиться не удастся. Так как в левой части аргумент логарифма содержит арифметические квадратные корни, то кажется, что область определения логарифма соблюдается, а в правой части логарифм имеет смысл при $x > 0$. Поэтому ученики не учитывают область допустимых значений всего уравнения, а сразу переходят к непосредственному решению как при стандартном алгоритме решения логарифмических уравнений.

Заметив возникающую трудность в поиске решения задачи 2, можно предложить найти область допустимых значений неизвестной (ОДЗ). Для этого необходимо подвести учащихся к использованию общего эвристического приема – абстрагирования от прямого хода решения уравнения. Достаточно задать наводящий вопрос: *при каких значениях переменной имеют смысл логарифмические выражения в исходном уравнении?*

Найдем ОДЗ:

$$\begin{cases} \sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}+2>0, \\ x-1\geq 0, \\ 1-x\geq 0, \\ x>0. \end{cases} \quad (2)$$

Учитывая второе и третье неравенство системы (2), получаем одно значение неизвестной $x=1$. Ответ: $x = 1$.

Вторая задача относится к второму типу нестандартности, так как для ее решения необходимо использовать общий эвристический прием, направленный на абстрагирование от прямого хода решения задачи.

Следует отметить, что представленные задачи могут быть включены в урок систематизации и обобщения знаний по теме «Логарифмические уравнения». Они способствуют формированию не только выделенных эвристических приемов, но и эвристик, направленных на возможность анализировать знакомую задачную ситуацию (логарифмическое уравнение) более детально: проводить аналогии методов решения, изначально оценивать границы существования данных уравнений.

Выводы**.** Представленная классификация нестандартных математических задач вносит ясность в процесс обучения решению таких задач на уроках математики: задачи первого и второго типа могут быть интегрированы в школьную программу. Успешное овладение эвристическими приемами их решения позволит создать базу для обучения решению задач третьего и четвертого уровней нестандартности.

Литература

1. Григоренко О.В. Нестандартные задачи в компетентностном обучении математике / О.В. Григоренко, И.Б. Шмигирилова // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер.: Филология, педагогика, психология. – 2017. – №2. – С. 80-87.

2. Дзундза А.И. Исследовательские задачи как средство мировоззренческого обучения математическим дисциплинам будущих учителей математики / А.И. Дзундза, И.А. Моисеенко, В.А. Цапов // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 1 (61). – С. 34-42. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-61-34-42.

3. Капкаева Л.С. Формирование приемов эвристической деятельности у студентов среднего профессионального образования при обучении стереометрии / Л.С. Капкаева, К.М. Спиридонова // Мир науки. Педагогика и психология. – 2023. – Т. 11. – № 6. – URL: https://mir-nauki.com/PDF/17PDMN623.pdf (дата обращения: 14.12.2025)

4. Саранцев Г.И. Методическая подготовка будущего учителя в современных условиях / Г.И. Саранцев // Педагогика. – 2006. – №7. – С. 61-68.
5. Скафа, Е.И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика : учебное пособие / Е. И. Скафа. – Москва : Директ-Медиа, 2022. – 441 с. – ISBN 978-5-4499-3405-5.
6. Скафа, Е.И. Управление проектно-эвристической деятельностью обучающихся основной школы во внеклассной работе по математике / Е.И. Скафа, М.О. Закутаева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 71-79.
7. Фарков А.В. Математические олимпиады для школьников: муниципальный этап. 5–11 классы // А.В. Фарков. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Илекса, 2022. – 208 с.

HEURISTICS ARE A NECESSARY CONDITION FOR SOLVING NON-STANDARD MATHEMATICAL TASKS IN SPECIALIZED HIGH SCHOOL CLASSES

Kapkaeva Lidiya, Salnikova Anna

Abstract. The article presents a typology of non-standard mathematical problems based on heuristic techniques required to solve problems of each type. The methodology of using special and general heuristic techniques for finding solutions is revealed through examples of the first two types of problems.

Keywords: *non-standard problems, problem-solving methodology, heuristics, heuristic techniques, typology of non-standard mathematical problems.*

МЕТОДИЧЕСКИЕ ВЫЗОВЫ ЦИФРОВИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ: ОТ ИНСТРУМЕНТАРИЯ К ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПАРАДИГМЕ

Король Александр Михайлович,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: 012037@togudv.ru
ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск, Россия

Аннотация. Процесс цифровой трансформации в сфере математического образования выходит за рамки простого оснащения аудиторий компьютерами и интерактивными панелями. Он предполагает фундаментальный пересмотр дидактических основ, содержания и педагогических подходов. На этом пути педагогов и методистов ожидает комплекс методических затруднений, от грамотного разрешения которых зависит, станет ли цифровизация действенным механизмом развития математической компетентности или превратится в дорогостоящую иллюзию модернизации. В данной статье анализируются ключевые проблемные узлы и намечаются потенциальные векторы их решения.

Ключевые слова: *цифровая трансформация, математическое образование, методические проблемы, методический вызов, педагогическая компетентность.*

Введение. Как отмечается в Стратегии развития информационного общества, ключевой задачей является создание «цифровой образовательной среды, обеспечивающей высокое качество и доступность образования» [6]. Современные цифровые технологии предлагают образовательной сфере поистине безграничный потенциал: интерактивная визуализация абстрактных понятий, адаптивное построение индивидуальных образовательных маршрутов, автоматизация рутинных проверочных операций. Для математики – дисциплины, фундаментом которой являются логика и работа с абстракциями, – данные перспективы выглядят особенно привлекательно.

Однако интеграция цифровых решений в «живой» учебный процесс наталкивается на ряд системных методических барьеров, которые часто остаются без внимания, в то время как все обсуждение сводится к технической стороне вопроса – закупке оборудования и программного обеспечения.

Когда руководство школы говорит о цифровой трансформации, фокус внимания не редко смещается на «удобные для отчетности» количественные показатели: «… Мы закупили 60 ноутбуков и установили

16 интерактивных проекторов. Школа на 100% обеспечена Wi-Fi…». Однако сама по себе эта техника не решает методических вопросов:

– как именно использовать интерактивную доску на уроке геометрии, чтобы она не стала просто экраном для проектора?

– какие задания целесообразно разработать для работы в среде «GeoGebra» или на платформе «1С:Математический конструктор», чтобы они развивали мышление, а не были просто электронной версией задач из учебника?

– как перестроить структуру урока, интегрируя в него цифровые инструменты?

Ключевые методические проблемы. Предложенные к рассмотрению в настоящей статье методические проблемы цифровой трансформации находятся в прямой связи с ключевыми ориентирами, заложенными в Концепции развития математического образования в Российской Федерации [3] и Федеральных государственных образовательных стандартах (ФГОС) общего образования [5].

Если Концепция акцентирует необходимость повышения мотивации учащихся, развития способностей к логическому и алгоритмическому мышлению, а ФГОС декларирует формирование умения использовать цифровые технологии для решения учебно-познавательных задач, то именно преодоление описанных ниже методических барьеров является практическим инструментом достижения этих целей.

Таким образом, переход от простой «компьютеризации» уроков к созданию целостной цифровой образовательной среды, где технологии служат исследованию, а не подмене мыслительного процесса, становится не просто тенденцией, а стратегическим императивом современной образовательной политики.

Рассмотрим ключевые методические проблемы:

1. Ритуализация процесса: технократизм вместо смыслообразования.

Наиболее распространенная ловушка – подмена интеллектуального акта решения задачи техническим актом получения ответа. Пример-иллюстрация: Обучающийся с помощью некого продвинутого математического сервиса на основе искусственного интеллекта в считанные секунды находит корни сложного уравнения. Сервис демонстрирует готовый ответ и иллюстрирует его графиком, однако внутренняя логика применения того или иного математического метода остается для ученика «магией». Как следствие, технологический инструмент не обогащает мышление, а выхолащивает его, лишая учащегося главного – радости интеллектуального открытия.

Методический вызов: Каким образом конструировать учебные задания, где цифровой продукт выступает не в роли «оракула», дающего итог, а в роли экспериментальной площадки или «математической песочницы» для проверки догадок и наглядного представления внутренних связей?

2. Дефицит качественного дидактического контента с заложенной педагогической моделью. Подавляющее большинство доступных цифровых ресурсов представляет собой либо электронный разворот (копию) типографского учебника, либо конгломерат разрозненных тренажеров и игровых приложений.

Суть проблемы: Ощущается острая нехватка целостных образовательных экосистем, которые были бы концептуально и методически интегрированы в канву учебного процесса. Подобные среды должны выполнять не информационно-справочную, а навигационно-деятельностную функцию: направлять учащегося, организовывать его исследовательскую активность, предоставлять содержательную обратную связь и способствовать формированию целостной картины. Введённая в штатную эксплуатацию платформа «Единый доступ к образовательным сервисам и цифровым учебным материалам» [4], включающая в себя сервис «Госуслуги Моя школа» и «Универсальную библиотеку цифрового образовательного контента», не в полной мере оправдала ожидания педагогического сообщества и является недоступной педагогическим вузам страны для подготовки будущих учителей.

Методический вызов: Требуется формулировка и внедрение новых дидактических аксиом для генерации образовательного контента, который органично бы сочетал интерактивную составляющую, адаптационные механизмы и фундаментальность научного подхода.

3. Дилемма базовых компетенций: что делегировать машине? Традиционная система математической подготовки неразрывно связана с отработкой так называемых «аналоговых» навыков: ментальная арифметика, тождественные преобразования, ручное построение сечений и графиков. Активная цифровизация несет в себе угрозу полного отказа от этой практики.

Методический вызов: Найти «золотую середину» между применением технологий для снятия рутинной когнитивной нагрузки и безусловной необходимостью формирования прочного операционного фундамента. Необходимо провести методический аудит и четко определить, какие именно навыки сохраняют свою инструментальную ценность в новой цифровой реальности, а какие уступили свою роль алгоритмам.

4. Кадровый разрыв: недостаточный уровень цифровой педагогической компетентности. Учитель был и остается центральной фигурой образовательной трансформации. Многие современные педагоги не обладают достаточным арсеналом методических приемов для эффективного использования цифровых инструментов.

Глубина проблемы: Зачастую преподаватели занимают одну из двух крайних позиций: либо игнорируют технологические новинки, либо применяют их сугубо утилитарно, заменяя меловую доску слайд-шоу. Им недостает не столько общей компьютерной грамотности, сколько «специальной цифровой педагогической компетентности» – умения реконструировать сценарий урока, выстраивая его вокруг новых возможностей.

Методический вызов: Необходима глубинная реформа системы профессионального развития педагогов, фокусирующаяся не на освоении интерфейсов конкретных программ, а на овладении стратегиями смешанного обучения, проектными методиками с привлечением цифровых ресурсов и технологиями формирующего оценивания в цифровой среде.

5. Новая философия оценивания: процесс против результата. Цифровые платформы и отраслевые нейросети с легкостью верифицируют конечный ответ, но испытывают значительные трудности с оценкой нелинейного и творческого процесса решения.

Проблема: Каким образом оценить ход рассуждений ученика, работающего в динамической геометрической среде (например, «GeoGebra»), или этапы создания им алгоритма? Преобладающие системы автоматизированного контроля знаний чаще всего проверяют лишь репродуктивный компонент, оставляя за скобками глубину понимания. Исследования показывают, что использование динамических сред, таких как GeoGebra, способствует более глубокому пониманию геометрических знаний, однако требует пересмотра системы оценивания [1, 2].

Методический вызов: Создание принципиально новых диагностических инструментов, способных фиксировать и анализировать не только итоговый продукт, но и познавательную траекторию учащегося: его умение выдвигать и верифицировать гипотезы, проводить цифровой эксперимент и интерпретировать его результаты.

Векторы решения проблем.

1. Редизайн учебных заданий. Переход от вопросов закрытого типа («найди ответ») к заданиям-кейсам и исследовательским проектам: «проведи анализ зависимости, варьируя параметры», «создай цифровую модель процесса и апробируй ее», «проведи аудит предложенного алгоритмического решения».

2. Создание интегрированных образовательных экосистем. Разработка платформ нового поколения, объединяющих в едином интерфейсе вычислительные модули, среды визуализации и программирования, а также инструменты для коллаборации.

3. Таксономическое планирование ИКТ. Четкое нормативное закрепление в рабочих программах, для решения каких именно учебно-познавательных задач применение цифровых средств является методически оправданным и необходимым.

4. Инвестиции в человеческий капитал. Формирование и поддержка профессиональных сетевых сообществ педагогов-новаторов, внедрение системы внутреннего менторства и супервизии в области цифровой дидактики.

5. Внедрение комплексной системы оценивания. Активное использование цифровых портфолио, защита мультимедийных проектов, экспертный анализ «цифрового следа» учащегося и логов его действий в специализированном программном обеспечении.

Заключение.

Цифровая трансформация математического образования – это сложный, многогранный и неизбежный процесс. Его результативность определяется не объемом закупленного оборудования, а успешностью преодоления глубинных методических противоречий. Необходимо переосмыслить саму философию обучения математике в условиях цифровой эпохи: перенести фокус с трансляции готовых знаний и отработки навыков на развитие не только ассоциативного, но и системного, алгоритмического и критического мышления, способности к математическому моделированию и анализу данных. Лишь при таком подходе цифровые технологии станут не суррогатом обучения, а его мощным акселератором, раскрывающим интеллектуальный потенциал каждого учащегося.

Литература

1. Абраменкова, Ю.В. Особенности применения интерактивной геометрической среды GeoGebra при изучении геометрии в основной школе / Ю.В. Абраменкова, О. В. Карлина // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2020. – № 51. – С. 61-69.

2. Консакова, М.Е. Применение Geogebra для обучения математике / М.Е. Консакова, Н. Балта // Вестник Dulaty University. – 2022. – № 2(6). – С. 14-19.

3. Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс] : утв. распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р // Официальный интернет-портал правовой информации. – URL: http://static.government.ru/media/files/41d4b63b1dd474c16d7a.pdf (дата обращения: 14.11.2025).

4. Моя школа: [сайт], – URL: https://www.gosuslugi.ru/myschool (дата обращения: 14.11.2025).

5. О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413 [Электронный ресурс] : утв. Приказом Минпросвещения

России от 12.08.2022 № 732 // Официальный интернет-портал правовой информации. – URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202209120008?ysclid=mhy0i8xdl1558193759 (дата обращения: 14.11.2025).
6. Стратегия развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы [Электронный ресурс] : утв. Указом Президента Российской Федерации от 09.05.2017 № 203 // Официальный интернет-портал правовой информации. – URL: http://kremlin.ru/acts/bank/41919 (дата обращения: 14.11.2025).

METHODOLOGICAL CHALLENGES OF DIGITALIZATION IN MATHEMATICAL EDUCATION: FROM TOOLS TO AN EDUCATIONAL PARADIGM

Korol Aleksandr

Abstract. The process of digital transformation in the field of mathematics education goes beyond simply equipping classrooms with computers and interactive panels. It involves a fundamental revision of the didactic foundations, content, and pedagogical approaches. Along this path, educators and methodologists face a complex of methodological challenges, and their successful resolution determines whether digitalization becomes an effective mechanism for developing mathematical competence or becomes an expensive illusion of modernization. This article analyzes the key problematic areas and outlines potential solutions.

Keywords: *digital transformation, mathematical education, methodological problems, methodological challenge, and pedagogical competence.*

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВЕЧЕРА КАК ФОРМА ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЫ СО ШКОЛЬНИКАМИ В СССР В 50-Х ГГ. XX ВЕКА

Кривко Яна Петровна
доктор педагогических наук, доцент
e-mail: yakrivko@yandex.ru
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, РФ
Дудик Александр Александрович
учитель математики
e-mail: *alexdudick@yandex.ru*
ГБОУ ЛНР «Луганская средняя школа № 11», г. Луганск, РФ,

Аннотация. В статье рассмотрены основные аспекты организации математических вечеров в школе в 50-х годах XX века в СССР. Отмечается, что математические вечера относились к формам реализации внеклассной работы. Приведены требования к организации математического вечера, примеры плана проведения, представленные в работах педагогов 50-х годов.
Ключевые слова: *математический вечер, внеклассная работа, викторина, средняя школа, математический кружок, математический турнир, Л.М. Лоповок.*

Обеспечение высокого качества обучения математике является важной задачей современной школы, поставленной на государственном уровне. Ее выполнение предполагает преподавание, прежде всего, в урочное время, а также внеурочную работу, проводимую со школьниками. В отечественной педагогической науке и практике накоплен значительный потенциал по данной проблематике, который требует современного осмысления. Интерес представляют 50-е годы XX века, когда вопросы внеурочной работы или, как тогда говорили, внеклассной работы, занимали одно из ведущих мест в педагогическом дискусе.

Изучение математики в Советском Союзе осуществлялось в основном во время учебных занятий на основе единых государственных программ, обязательных для каждой школы, а также во внеклассной работе, строящейся на основе добровольности и допускающая более разнообразные формы деятельности [8, с. 3].

К основным формам внеклассной работы по математике в советской средней школе относили математические кружки и массовые мероприятия: математические викторины, турниры, олимпиады и т.д. [там же]. Каждый из указанных элементов внеклассной работы требует отдельного внимания и исследования. Наиболее масштабным и запоминающимся вариантом внеклассной работы является математический вечер.

Проблема проведения математических вечеров активно обсуждалась в 50-х годах XX века на страницах журнала «Математика в школе» – ведущего методического журнала для учителей математики в СССР, в методической непериодической литературе. И хотя данная деятельность осуществлялась в основном за счет энтузиазма педагога, занимая его свободное время, благодаря самоотверженной работе учителей в период 50-х годов получили высококачественное школьное образование, в том числе математическое, миллионы юных советских граждан, ставших в 60-х инженерами, конструкторами, учеными и т.д., осуществившими прорыв в научно-техническом развитии страны, выведя ее в мировые лидеры.

Математические вечера и сейчас относятся к числу наиболее зрелищных школьных мероприятий, его организация требует тщательной подготовки, о чем часто писали педагоги 50-х годов XX века. Отметим, что одним из путей формирования интереса к математике традиционно выступает создание на уроке или во внеурочной работе соревновательных ситуаций, которые чаще всего включаются в программу математических вечеров. В его структуру также может входить тематическая беседа, чаще всего его основу составляют элементы соревновательного характера.

Линьков Г.И. в работе, посвященной организации внеклассной работы по математике в средней школе (1954 г.), выделял два вида математических вечеров: вечера занимательной математики и тематические вечера, посвященные великим математикам [4, с. 34]. Организация вечера чаще всего осуществлялась силами школьного математического кружка, иногда – специальными выделенными группами, когда каждый из участников заранее получает специальные задания, которые необходимо подготовить и представить в рамках проведения вечера. Звучали предложения привлекать комсомольскую и пионерскую организации к проведению вечеров.

При составлении программы вечера выдвигалось требование, сформулированное А.И. Можаевым в статье, посвященной опыту работы Ворошиловоградских школ № 25 и 12, о том, что «…программы математических вечеров должны быть тесно связаны с изучением самого предмета, но не дублировать классных занятий, а интересным дополнительным материалом способствовать расширению математического кругозора учащихся» [6, с. 61].

Интересен конструкт математического вечера, представленный в статье Льва Михайловича Лоповка в № 4 журнала «Математика в школе» за 1951 год [5]. Вечер продолжительностью 3 – 3,5 часа предлагалось начать вступительной беседой, докладом о великих математиках России или успехах советской математики. Стены зала украшаются «…высказываниями классиков марксизма-ленинизма о математике … портретами ученых, большим монтажом “Великие математики нашей Родины” (крупные фото и биографии) и т.п.» [там же, с. 47]. Особый интерес представляет содержание работы киоска математических развлечений, который должен стать основой вечера. В нем были приготовлены «…лабиринты (20 вариантов по 5 экз.), фигуры, которые требуется начертить одним росчерком, задания по составлению магических квадратов, кроссворды и чайнворды математического содержания, набор треугольников и других фигур, из которых надо составить один или два квадрата, математические ребусы разнообразного вида, …задачи логического содержания, односторонние поверхности (для разрезания) комбинаторные задачи на шахматной доске» [там же, с. 47]. Отметим нестандартный подход, предложенный Л.М. Лоповком, к прохождению рельефного лабиринта, изготовленного на особом щите, для прохождения которого «путешественнику» предварительно завязывались глаза. А также проведения математической лотереи, во время которой каждый ученик по предъявлению входного билета мог вытащить лотерейный билет (билеты размещались в разных ящиках для разных классов), в котором размещалась задача. За правильное решение в течение 10-15 минут полагалась премия – научно-популярная книга. Лев Михайлович писал, что за вечер выдавалось 40 – 50 премий книг [там же, с. 48].

Тематические беседы, включаемые в математический вечер, часто посвящали именно истории математики, с акцентом на достижения советских ученых. Как писал А.М. Френкель в 1950 году, в целом, «…знакомство с учащихся с советской математикой, в основном, выразится в знакомстве с замечательными математиками Советского Союза…Основная работа по изучению жизни замечательных математиков может проходить во внеклассное время» [10, с. 35]. Для этого автор предлагал шире использовать возможности, который дают математические вечера. Репьев В.В. в пособии для педагогических институтов «Общая методика преподавания математики» (1958 г.) также предлагал проводить вечера, «…основные цели которых – показать великую культурно-историческую ценность математики, ее место и значение в системе наук, ее применение в технике и практике социалистического строительства» [7, с. 217].

Во время математических вечеров зрителями можно было продемонстрировать выставку номеров математической стенгазеты, изготовленных учащимися наглядных пособий, моделей, графических работ с указанием автора каждой из них [3, с. 106].

Звучали предложения проводить математические пионерские сборы, на которых ребята должны были заранее выполнить задания и представить их во время сбора команде соперников. Например, в статье С.С. Белова «О математических пионерских сборах» [1] в качестве заданий использовались математические забавы Магницкого, другие занимательные арифметические фокусы, подбираемые участниками сборов самостоятельно и в тайне от соперников, «члены кружка юных физиков готовили световые эффекты, необходимые при появлении “великого мага и математика

Матенадарана”, который должен был проводить математическую викторину. Девочки для него шили особый костюм, а юные биологи набили чучело совы» [1, с. 36]. Подобный подход к проведению математических викторин, как и внеклассных мероприятий в целом, позволяет задействовать большое число участников с самыми разнообразными интересами. Что касается вышеупомянутых забав, то автором приводятся варианты заданий, например: «На сцену выходит пионер Б. Он разбивает присутствующих на группы по 8 человек каждая и каждой группе вручает проволочное кольцо. А затем, произведя устно в уме необходимые вычисления, безошибочно отгадывает, у какого по порядку человека, на какой руке, на каком пальце и на каком суставе надето кольцо» [1, с. 44].

Путем последовательного умножения и сложения номера участника, номера пальца, на котором кольцо, и номера сустава и вычитания фиксированного числа получается трехзначное число, первая цифра которого номер человека, вторая – номер пальца, а третья номер сустава. Т.е. предлагалась ситуация, требующая навыков быстрого устного счета. Подобные задачи были распространены в СССР и печатались в газетах, журналах, как для детей, так и для взрослых, в рубриках, посвященных математическим фокусам.

Отметим, что к методике проведения викторин, которые чаще всего предлагали проводить или во время занятий кружка или на математическом вечере, педагоги 50-х годов относились не менее внимательно, чем к проведению уроков. Как писал П.Ю. Германович в 1951 году, что педагогическая ценность викторин состоит в том, что «…помимо привития навыков работы в уме и возбуждения интереса к предмету, они способствуют развитию таких качеств, как наблюдательность, воля, воображение сосредоточение внимания, умение критически оценить условия или постановку вопроса и т.д.» [2, с. 24]. Особенностью викторин по математике для школьников является условие устного решения предлагаемых задач. Учащийся, который может ответить на предложенный вопрос, должен первым понять руку, если ответ не правильный – отвечает следующий и т.д. Набравший больше всего баллов объявляется победителем.

Помимо викторин в 50-х годах были распространены математические турниры. Основным отличием их от викторины было то, что задачи решались письменно, их выдавали всем учащимся параллели, а срок решения мог быть до двух недель [9, с. 41].

Мы видим, что анализ методики организации внеклассной работы по математике в 50-х годах XX века в форме математических вечеров, позволяет выявить их основные особенности. Прежде всего, это основательная подготовка к его проведению, тщательная проработка всех деталей.

Так же распределение обязанностей по подготовке и проведению вечера, его участников должно включать в себя широкий круг учащихся.

Целесообразно привлекать и тех учеников, которые еще не проявили себя в математике, однако демонстрируют свою заинтересованность.

Содержательная часть вечера определяется возрастными особенностями и уровнем математической подготовки участников и зрителей.

Таким образом, изучение наработок советских педагогов 50-х годов позволяет выявить ретроинновации для реализации в современной школе для повышения эффективности обучения математике.

Литература

1. Белов С. С. О математических пионерских сборах // Математика в школе. – 1953. – № 5. – С. 33–48.
2. Германович П. Ю. Внеклассная работа по математике в V–VII классах школы // Математика в школе. – 1951. – № 4. – С. 22–36.
3. Иванов М. И. О повышении интереса учащихся к изучению математики // Из опыта преподавания математики в V–VII классах : сб. статей. – М. : Учпедгиз, 1954. – С. 92–111.
4. Линьков Г. И. Внеклассная работа по математике в средней школе. – М. : Учпедгиз, 1954. – 64 с. – (Опыт передового учителя). – Библиогр.: с. 63 (15 назв.).
5. Лоповок Л. М. Математический кружок в школе // Математика в школе. – 1951. – № 4. – С. 46–49.
6. Можаев А. И. Внеклассная работа как средство расширения политехнического кругозора учащихся // Математика в школе. – 1954. – № 3. – С. 59–64.
7. Репьев В. В. Общая методика преподавания математики – М. : Учпедгиз, 1958. – 224 с.
8. Севастьянов П. Я. Внеклассная работа по математике в средней школе // Внеклассная работа по математике в средней школе : сб. материалов в помощь учителю. – Воронеж : Воронеж. обл. книгоизд-во, 1952. – С. 3–34.
9. Севастьянова К. А. Внеклассная работа по математике в пятом классе средней школы // За высокую успеваемость учащихся по математике : [сб. статей]. – Воронеж : Воронеж. обл. книгоизд-во, 1951. – С. 35–50.
10. Френкель А. М. Элементы историзма в преподавании математики // Математика в школе. – 1950. – № 6. – С. 34–36.

MATHEMATICAL EVENINGS AS A FORM OF EXTRACURRICULAR WORK WITH SCHOOLCHILDREN IN THE USSR IN THE 1950S

Krivko Yana P., Dudik Alexander A.

Abstract. The article discusses the main aspects of organizing mathematical evenings at schools in the 1950s in the USSR. It is noted that

mathematical evenings were a form of extracurricular activities. The article provides requirements for organizing a mathematical evening and examples of plans presented in the works of teachers from the 1950s.
Keywords: Mathematical evening, extracurricular activities, quiz, secondary school, mathematics club, mathematical tournament, L.M. Lopovok.

ЭВРИСТИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧИТЕЛЯ ПО РЕАЛИЗАЦИИ БАЗОВЫХ МЕТОДИК ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Малова Ирина Евгеньевна
доктор педагогических наук, профессор
e-mail: *mira44@yandex.ru*
Пешкова Марина Максимовна,
студент
e-mail: *wifinot1703@yandex.ru*
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, г. Брянск, Россия

Аннотация. В статье даны ответы на следующие вопросы:

1) какие методики относятся к базовым методикам обучения математике;

2) почему реализация базовых методик обучения математике является эвристической деятельностью учителя;

3) какие эвристические приёмы можно предложить учащимся по теме построения графиков квадратичной функции.

Ключевые слова: *эвристическая деятельность; базовые методики обучения математике; квадратичная функция.*

Успешность обучения математике во многом зависит от того, как учитель использует психолого-педагогические основы обучения учащихся на каждом уроке. Соответствующие основы отражены в методиках: методике формирования понятий; методике формирования умений; методике изучения теорем; методике обучения учащихся решению задач. Эти методики названы базовыми, что подчеркивает то, что они составляют основу методической деятельности учителя. Основные этапы базовых методик и многочисленные примеры их реализации представлены в пособии [1].

Приведём аргументы того, что реализация базовых методик в конкретной математической теме является эвристической деятельностью учителя.

Во-первых, в базовых методиках раскрыты закономерности обучения, однако способы их реализации не представлены в учебниках, поэтому учителю необходимо разрабатывать их самому.

Во-вторых, каждая закономерность обучения может быть реализована различными вариантами, значит, учителю необходимо осуществить выбор и обосновать его.

Перечислим некоторые проблемные вопросы по выбору вариантов реализации базовых методик.

Если на уроке вводится новое определение, новый алгоритм или изучается новое утверждение, то необходимо разработать этапы введения и усвоения определения, алгоритма, теоремы, то есть дать ответы на следующие вопросы: «Как мотивировать новое?», «Каким методом ввести новое (конкретно-индуктивным или абстрактно-дедуктивным)?»; «Как организовать выделение учащимися существенных признаков понятия (шагов алгоритма; этапов доказательства теоремы)?»; «На каких упражнениях отработать умение определять, подходит объект под понятие или нет (выполнять каждый шаг алгоритма отдельно от других; осуществлять переход от формулировки теоремы к её применению)?».

Если на уроке не изучается новое определение, алгоритм, утверждение, то необходимо разработать соответствующий этап закрепления понятия, умения, теоремы, то есть дать ответы на следующие вопросы: «Какими ситуациями, способами действий в этих ситуациях обогащаются знания учащихся?»; «Как обобщить и систематизировать изученное?».

Если на уроке рассматриваются задачи, для которых нет алгоритма решения, то есть задачи, которые не относятся к методике формирования умений, проблемными являются вопросы: «Как реализовать этапы работы над задачей (анализ условия, поиск способы решения, оформление решения, подведение итогов)?»; «Как определить тип рассматриваемых задач?»; «Как раскрыть способ решения таких задач?».

В-третьих, одной из современных тенденций образования является соблюдение требований личностно ориентированного обучения, значит, учителю необходимо разрабатывать такие способы организации деятельности учащихся, чтобы они занимали позицию субъектов обучения и собственного развития, осуществлялось обогащение опыта учащихся, организовывался учебный диалог.

В-четвёртых, кроме решения общих проблемных вопросов, в каждой теме важно определить её образовательный потенциал. В частности, к образовательному потенциалу темы могут быть отнесены приёмы эвристической деятельности.

По теме «Построение графиков квадратичной функции вида $y = ax^2$, $y = ax^2 + n$, $y = a(x - m)^2$, $y = a(x - m)^2 + n$» можно предложить три приёма эвристической деятельности.

Приём 1. «Изучая сложное, разбей его на части».

При изучении функции $y = ax^2 + bx + c$, выделяют в формуле функции полный квадрат, тем самым приходят к функции вида $y = a(x - m)^2 + n$. Затем выделяются случаи: 1) $m = 0, n = 0$, 2) $m = 0, n \neq 0$, 3) $m \neq 0, n = 0$, 4) $m \neq 0, n \neq 0$. Для каждого случая ставятся вопросы: а) что является графиком функции; б) как построить график; 3) какими свойствами обладает функция? Важен также и перенос опыта работы с функцией одного вида на функцию другого вида. Этому переходу способствует приём 2.

Приём 2. «Устанавливай связи и делай вывод».

По рассматриваемой теме можно выделить три ситуации сравнения:

а) сравнение функций $y = x^2$ и $y = ax^2$ (сравнение позволяет сделать вывод, что графиком второй функции является парабола; установить влияние модуля коэффициента a на график функции, влияние знака коэффициента a на расположение графика; табличный способ построения);

б) сравнение функций $y = ax^2$ и $y = ax^2 + n$ (сравнение позволяет сделать вывод, что графиком второй функции является парабола, установить влияние параметра n на расположение графика; раскрыть способы построения графика $y = ax^2 + n$ через параллельный перенос графика функции $y = ax^2$; через использование шаблона функции $y = ax^2$; через перенос системы координат);

в) сравнение функций $y = ax^2$ и $y = a(x - m)^2$ (результаты сравнения аналогичны ситуации б)).

Приём 3. «Проанализируй ситуацию и составь алгоритм своих действий в этой ситуации».

В рассматриваемой теме учащиеся составляют шаги алгоритма для каждого способа построения графика функции, а затем составляют общий алгоритм: 1) выбрать способ построения графика; 2) реализовать выбранный способ построения.

Раскроем этап введения алгоритмов построения графиков функции $y = ax^2 + n$, для чего представим систему заданий для учащихся и сопровождающий их диалог.

Задание 1. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2$.

– *Как построить график данной функции?* (Составить таблицу значений).

Задание 2. Заполните таблицу значений функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$, продолжив составленную в задании 1 таблицу.

– *Как изменились значения функции при добавлении к формуле функции* $y = \frac{1}{2}x^2$ *числа* 2? (значения функции увеличились на 2)

Задание 3. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ в той же системе координат, что и график функции $y = \frac{1}{2}x^2$

– *Как построить график функции* $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$? (по точкам).

– *Можно ли построить точку «нового» графика, выбрав произвольную точку на «старом» графике*? (Можно увеличить ординату выбранной точки на 2, оставив абсциссу неизменной).

– *Что тогда происходит с графиком функции* $y = \frac{1}{2}x^2$, *если ордината каждой его точки увеличится на* 2? (график поднимется вверх на 2 единицы).

– Говорят, что происходит параллельный перенос графика на 2 единицы вверх вдоль оси Oy (демонстрируется с помощью анимации перемещение графика функции $y = \frac{1}{2}x^2$ и совпадение результата с графиком функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$). *Какой вывод о виде графика функции $y = ax^2 + n$ можно сделать, если переносили параболу*? (графиком функции $y = ax^2 + n$ является парабола).

Задание 4. Расскажите, как будете строить график функции

$$y = 2x^2 - 3.$$

Ответ учащихся учитель сопровождает схемой:

$$\boxed{y = 2x^2 \rightarrow \quad \downarrow 3 \rightarrow \text{график},}$$

а затем организует обобщение каждого шага схемы в соответствующий шаг алгоритма:

1. Выбрать основную функцию.
2. Определить величину и направление переноса.
3. Построить график основной функции и совершить его параллельный перенос.

Учитель организует составление алгоритма построения графика с использованием шаблона:

– Мы с вами изготовили шаблоны графиков различных квадратичных функций. Если использовать шаблоны, то как бы вы сформулировали первый шаг алгоритма (Выбрать шаблон основной функции).

– Что достаточно будет определить, чтобы знать, где и как приложить шаблон? (Определить координаты вершины параболы)

– Когда построим вершину параболы, то какие характеристики параболы позволит ровно и в нужном направлении расположить шаблон? (ось параболы и направление ветвей)

– Сформулируйте тогда соответствующие шаги алгоритма – заготовку для расположения шаблона (Определить координаты вершины параболы, построить ось симметрии параболы и определить направление её ветвей).

– Что останется сделать? (Построить график функции по выбранному шаблону).

Учитель организует составление алгоритма построения графика с использованием параллельного переноса системы координат:

– Посмотрим на расположение шаблона графика функции $y = ax^2$. Фактически, построен график основной функции в новой системе координат. Чтобы эту систему координат построить, достаточно знать координаты её начала и направления осей. С чего же следует начать построение графика квадратичной функции с использованием новой системы координат? (Нужно определить координаты вершины параболы).

– Итак, начало системы координат у нас будет, что будем делать дальше? (Строить новую систему координат).

– *Назовите ее характеристики* (Начало в вершине параболы, оси координат имеют то же направление, что и исходная система координат).

– *Что останется сделать и как*? (В новой системе координат построить график функции $y = ax^2$ по точкам).

Аналогично рассматривается введение алгоритма построения графика функции $y = a(x - m)^2$, а затем строится обобщение о способах построения графика функции $y = a(x - m)^2 + n$.

Представим вид доски при построении графика функции $y = a(x - m)^2 + n$ по шаблону (рис.1), в новой системе координат (рис.2).

Для этапа усвоения алгоритма построения графика квадратичной функции предлагаем задание на отработку шагов алгоритма при определении: 1) основной функции; 2) координат вершины параболы: 3) уравнения её оси; 4) направления ветвей. Каждый шаг выполняется отдельно для всех примеров (выполнить первый шаг для всех примеров, осуществить проверку, выполнить второй шаг и т.д.). На рисунке 3 представлен вид раздаточного материала до начала выполнения задания (рис. 3*а*) и после его выполнения (рис. 3*б*).

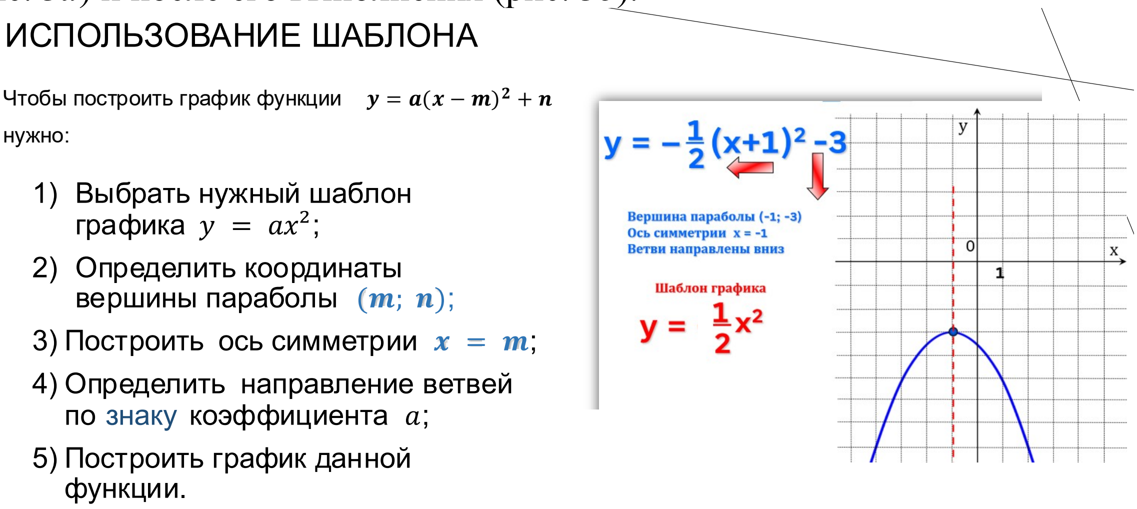


Рисунок 1. – Построение графика квадратичной функции с использованием шаблона

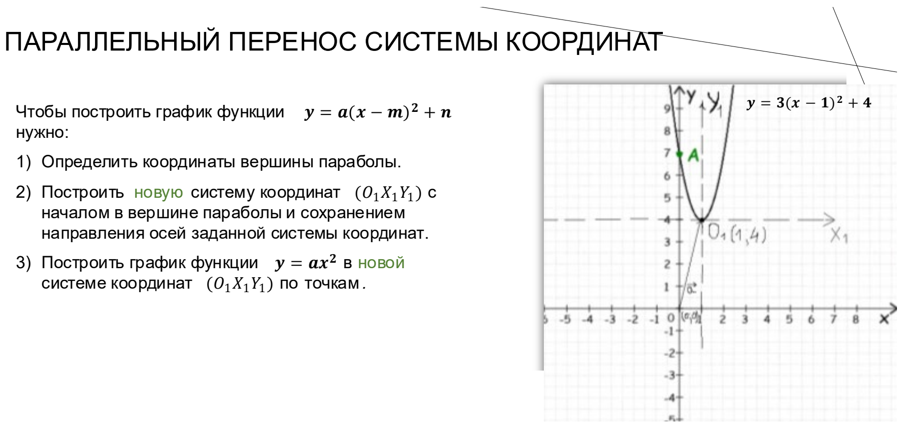


Рисунок 2. – Построение графика квадратичной функции с использованием параллельного переноса системы координат

	Основная функция	Вершина	Ось сим.	Направ. ветвей
$y = x^2 + 5$				
$y = (x-2)^2 + 5$				
$y = 2x^2 - 3$				
$y = -(x+3)^2 - 2$				
$y = 2(x-1)^2 + 1$				
$y = -4(x+2)^2 - 4$				
$y = -(x+3)^2$				
$y = 2(x-4)^2$				

а)

	Основная функция	Вершина	Ось сим.	Направ. ветвей
$y = x^2 + 5$	$y = x^2$	$(0; 5)$	$x = 0$	$\nearrow$
$y = (x-2)^2 + 5$	$y = x^2$	$(2; 5)$	$x = 2$	$\nearrow$
$y = 2x^2 - 3$	$y = 2x^2$	$(0; -3)$	$x = 0$	$\nearrow$
$y = -(x+3)^2 - 2$	$y = x^2$	$(-3; -2)$	$x = -3$	$\searrow$
$y = 2(x-1)^2 + 1$	$y = 2x^2$	$(1; 1)$	$x = 1$	$\nearrow$
$y = -4(x+2)^2 - 4$	$y = 4x^2$	$(-2; -4)$	$x = -2$	$\searrow$
$y = -(x+3)^2$	$y = x^2$	$(-3; 0)$	$x = -3$	$\searrow$
$y = 2(x-4)^2$	$y = 2x^2$	$(0; 4)$	$x = 4$	$\nearrow$

б)

Рисунок 3. – Отработка шагов алгоритма построения графика квадратичной функции до (а) и после (б) использования анимации

Литература

1. Теория и методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов вузов / И.Е. Малова [и др.]. – М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 209. – 445 с.

HEURISTIC ACTIVITIES OF A TEACHER IN THE IMPLEMENTATION OF BASIC METHODS FOR TEACHING MATHEMATICS

Peshkova Marina, Malova Irina

Abstract. This article answers the following questions:

1) What methods are considered basic mathematics teaching methods?

2) Why is the implementation of basic mathematics teaching methods a teacher's heuristic activity?

3) What heuristic techniques can be offered to students on the topic of graphing quadratic functions?

Key words: *heuristic activity; basic methods of teaching mathematics; quadratic function.*

ОБЪЕКТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННЫХ ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ТЕМЕ ОПЕРАЦИИ С ЯЧЕЙКАМИ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА ПУЛАТ

Назаров Ахтам Пулатович
доктор педагогических наук, профессор,
e-mail: ahtam_69@mail.ru
Абдулхаков Мирзорахим Абдурахманович
соискатель
Таджикский государственный педагогический университет имени Садриддина Айни, г. Душанбе, Республика Таджикистан

Аннотация. Обучение действиям с ячейками электронных таблиц является важной частью образовательного процесса в современном мире. Освоение этих навыков помогает обучающимся развивать аналитическое мышление, повышает их компьютерную грамотность и готовит их к решению практических задач в различных областях. Оценивание уровня знаний должно быть многоуровневым и включать как теоретическое тестирование, так и практическое выполнение заданий, что позволит объективно оценить уровень подготовленности обучающихся. Обучение действиям с ячейками электронных таблиц должно быть практико-ориентированным, чтобы обучающихся могли не только освоить теоретическую часть, но и научиться применять полученные знания в реальных рабочих ситуациях. Разработка компьютерной программы для объективного контроля знаний по информатике требует использования методик, которые обеспечат точную, прозрачную и справедливую оценку знаний учащихся. В настоящей статье разработано компьютерная программа с применением метода Пулат. Рассмотрено ключевые этапы и методики, которые могут быть применены при разработке такой программы. Разрабатывается методика создания компьютерной программы.

Ключевые слова: *ячейка, электронная таблица, операции с ячейками, методика, обучающийся, проверка знаний, метод Пулат, сформированные знания, компьютерная программа, разработка программы.*

Электронные таблицы являются важным инструментом в науке, образовании, современной экономике и бизнесе. Изучение и преподавание основ работы с электронными таблицами, такими как Microsoft Excel, Google Sheets, Airtable, Apache OpenOffice, Handsontable, Sheetgo, Smartsheet, Zoho Sheet, способствует развитию и совершенствованию навыков обработки, анализа и принятия решений. Однако для эффективного использования этого инструмента необходимо сформировать у учащихся, студентов и в целом обучающихся базовые знания и умения по работе с электронными таблицами, а также научить их использовать эти знания в практической деятельности. Методика обучения работе с электронными таблицами должна охватывать как теоретические, так и практические аспекты работы с программным обеспечением [1, с. 209]. Теоретические и практические занятия организуются и проводятся на основе учебной программы и календарного плана. Для понимания того, насколько эффективно проводилось обучение, на каком уровне находятся усвоенные и сформированные знания, также важна система оценки уровня знаний обучающихся путем организации и проведения проверочных или контрольных работ. В первой части статьи рассматривается методика обучения операциям добавления ячеек в таблицу и удаления ячеек из таблицы [1, с. 222]. Во второй части статьи рассматриваются методы оценки уровня сформированных знаний учащихся [2, с. 81]. Во второй части разрабатывается методика объективной проверки знаний учащихся по перечисленным операциям с использованием метода Пулат [2, с. 151] и разрабатывается программное обеспечение для компьютера [3, 4, 5].

Как известно и отмечено в предыдущем абзаце, список программного обеспечения для электронных таблиц или электронных процессоров велик. В настоящее время программа для работы с электронными таблицами Microsoft Excel занимает наибольшую долю рынка на платформах Windows и Macintosh, а также используется на мобильных телефонах. Электронные таблицы Microsoft Excel также наиболее широко используются в средних и высших профессиональных учебных заведениях. Она также работает в режиме онлайн с использованием всемирной паутины. Поэтому в данной работе мы в большей степени опираемся на это программное обеспечение и используем его русскоязычную версию. Прежде чем изучать операции добавления и удаления ячеек в электронных таблицах, учащиеся знакомы с понятием ячейки в электронной таблице, с технологией ввода данных и формул в ячейку. Они изучили и применили некоторые стандартные статистические и математические функции, встроенные в программы для работы с электронными таблицами [3, 4, 5].

Ячейка электронной таблицы – это основной элемент, в котором размещается информация или данные (числа, цифры, символы, текст, формулы). Знание различных операций, которые можно выполнять над ячейками электронной таблицы, является основой работы с этой программой. Ячейки электронной таблицы организованы пересечением строк и столбцов, образующих сетку. Каждая ячейка имеет своё имя. Имя каждой ячейки определяется координатной структурой, которая состоит из номера строки и буквы столбца, например, A1, B2, C3 и т.д. Пользователи электронных таблиц могут вводить в ячейки текстовую информацию, числа или формулы. Чтобы изменить информацию, введённую в ячейку, просто щёлкните по ней мышью или наведите курсор и нажмите функциональную клавишу F2, чтобы внести изменения: новый текст или другие данные. Для лучшего понимания информации в ячейке и её эстетического вида пользователи могут изменять шрифт, размер, цвет текста и формат информации. В соответствии с образовательной целью обучение обучающимся всем этим возможностям и действиям проводятся последовательно и систематически. Обучающимся объясняют, что работа с ячейками в электронных таблицах включает в себя несколько основных операций: выделение и копирование ячеек, добавление и удаление ячеек, групп ячеек, строк и столбцов, объединение ячеек и использование формул. При выполнении операции добавления ячейки, расположенные ниже или справа от нее, перемещаются на одну ячейку вниз или вправо соответственно [1, с. 224]. При выполнении операции удаления ячейки, расположенные ниже или справа от нее, перемещаются на одну ячейку вверх или влево соответственно. Ячейки, расположенные выше или слева, не меняют своего положения при выполнении одной из этих операций с ячейкой. Операции добавления и удаления также выполняются с несколькими ячейками, которые заранее известны. Обучающимся сообщают, что если в ячейки вводятся только числа или текстовая информация, то при выполнении этих операций значения тех ячеек, которые изменяют свое положение, не изменятся. Однако, если в ячейки вводятся формулы и используются ссылки на другие ячейки, то значения тех ячеек, которые меняют своё положение при операциях добавления и удаления, могут измениться. Для закрепления полученных знаний рассмотрим и решим несколько задач.

Задача 1. В ячейки с 1 по 5 столбца B электронной таблицы последовательно введены числа 12,3; 41,7; -6,4; 0,7 и -3,9, а в ячейку B6 введена формула =СУММ(B1:B5). Новая ячейка была добавлена над ячейкой B3 путём перемещения остальных ячеек вниз. В результате, какое значение будет в ячейке B7, если значение добавленной ячейки равно 6,1?

Решение: Обучающиеся должны прочитать условие задачи и понять, какое действие выполняет формула =СУММ(B1:B5). В частности, они должны знать функцию СУММ, которая входит в предметные компетенции по информационным технологиям (информатике). Пока нет необходимости знать значение, возвращаемое этой формулой, а точнее, значение в ячейке B6. Потому что при добавлении новой ячейки и перемещении ячеек ниже неё вниз изменяется сама формула и её значение. Как обучающиеся может решить эту задачу? Рекомендуются два способа: либо записать решение в тетрадь и решать, либо записать его в тетрадь и использовать программу для работы с электронными таблицами. В электронной таблице обучающийся вводит эти числа в ячейки, указанные в задании, на новой чистой странице таблицы (рис. 1). В ячейку B6 он вводит заданную формулу и видит ответ: 44,4.

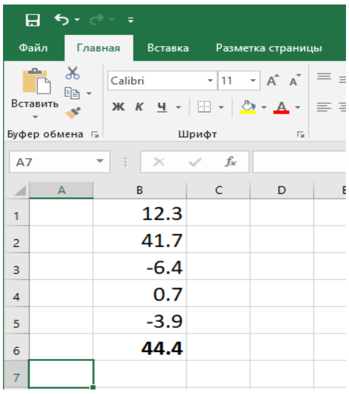


Рисунок 1. *Информация в таблице*

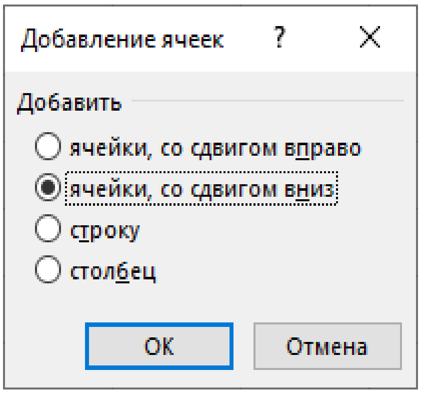


Рисунок 2. Добавление новой ячейки

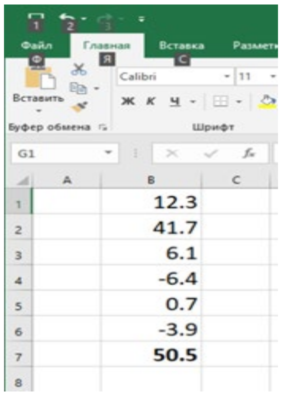


Рисунок 3. Решение задачи

Обучающиеся начинает выполнять задание, используя подготовленную таблицу. Он устанавливает курсор в ячейку B3 или наводит на неё указатель мыши. Щёлкает правой кнопкой мыши, выбирает в открывшемся контекстном меню пункт «Вставить...» (рис. 2) и нажимает кнопку «ОК». Добавляется новая ячейка, и ячейки сдвигаются вниз, начиная с B3. В эту новую ячейку вписывается число 6,1 согласно условию задачи. Ответ на задачу отображается в ячейке B7, где находится формула.

Аналогично первой задаче, в процессе обучения обучающимся снова предлагаются для решения следующие задачи, соответствующие образовательной цели:

Задача 2. В ячейки столбца C от 1 до 6 последовательно вводятся числа -2,5; 11,4; 5,1; -0,9; 7; и -9. В ячейку C7 вводится формула =СОХРАНИТЬ(B1:B6), а в ячейку D4 – число 2,7. Ячейка C4 удаляется, а ячейки справа перемещаются влево. Какое значение получится в ячейке C7?

*Задача 3. В ячейки с 1 по 6 столбца A последовательно вводятся числа 1,6; 1,9; -5,6; -3,3; 7,7; и -9. В ячейку A7 вводится формула =B2*СУММ(A1:A6), а в ячейку B2 – число -4,2. Ячейка C3 удаляется, а ячейки снизу перемещаются вверх. Какое значение получится в ячейке A6?*

Как мы уже отмечали, при решении задач 1–3 обучающиеся могут использовать программы для работы с электронными таблицами. Существуют задачи, с которыми программы для работы с электронными таблицами не могут помочь справиться на начальном этапе, но могут помочь в конце проверить правильность решения [2, с. 151].

*Задача 4. В ячейки 1–5 столбца B последовательно введены числа 3,7; -2,9; -2,6; 1,3 и -4, в ячейку B6 введена формула =C3*СРЗНАЧ(B1:B5), а в ячейку C3 – число 2,2. Новая ячейка была добавлена над ячейкой B2 путём перемещения остальных ячеек вниз. Если значение в ячейке B7 станет равным 0,22, чему равно значение новой ячейки?*

Для проведения проверочной работы календарным планом выделяется учебный час. Оценка уровня сформированных у обучающихся знаний по операциям с ячейками электронных таблиц должна проводиться объективно. Оценивается правильность применения знаний по использованию формул, функций и операций с ячейками. Обучающиеся понимают, насколько эффективно они используют формулы и операции с ячейками для повышения своего уровня знаний. Если проверка знаний организована и проведена с использованием метода Пулат, то это позволит индивидуализировать процесс проверочных работ. Происходит объективная проверка знаний обучающихся и развивается их самостоятельность. Следовательно, возникает необходимость в создании компьютерной программы по методу Пулат по данной теме. Затем переходим к разработке такой компьютерной программы и методики ее обучения и использования. В качестве варианта проверочной работы (контрольной работы) используем условия задач, представленных в предыдущих абзацах.

Разработаем методику разработки компьютерной программы и начнём с задачи 1. Чтобы персонализировать процесс выполнения данной проверочной работы и исключить необходимость поиска обучающимися разных способов переписать решения задачи и ответа на неё друг с друга, необходимо, чтобы компьютерная программа представляла значения входных параметров каждому обучающемуся в индивидуальном виде. Количество входных параметров для первой задачи также варьируется. В первой задаче указано название столбца таблицы, которое также представляется каждому учащемуся по-разному.

Как известно из особенностей метода Пулат, начало работы зависит от значений параметров даты и времени в компьютерной системе. Поэтому мы опционально объявляем переменную с именем sana с помощью оператора Var, которая принимает значения даты и времени в компьютерной системе в качестве значений:

Var sana := DateTime.Now;

Выводим её значение с помощью компонента управления метками Label в диалоговой форме, например:

Label1.Text := sana.ToString;

Используя этот метод, мы случайным образом выбираем одну из букв «ABCDEF» для имени столбца в первом условии задачи. Количество чисел для условия задачи выбираем случайным образом от 5 до 8:

Var miq := sana.Millisecond mod 4 + 5;

Генерируем сами числа:

```
for Var t:=0 to miq-1 do Begin Var sana1 := DateTime.Now;
Var ms := sin(sana1.Hour-sana1.Second)+cos(sana1.Day-sana1.Millisecond)-sin(cos(sana1.Ticks)-sana1.Hour);
ms:=Abs((ms*Random(201,86)).Round(2))*(-1)**t end;
```

Мы представляем условие задачи, например, с помощью компонента управления метками в диалоговой форме.

Компьютерная программа разработана на таджикском языке, и его полная диалоговая форма с одним вариантом приведен на рис. 4.

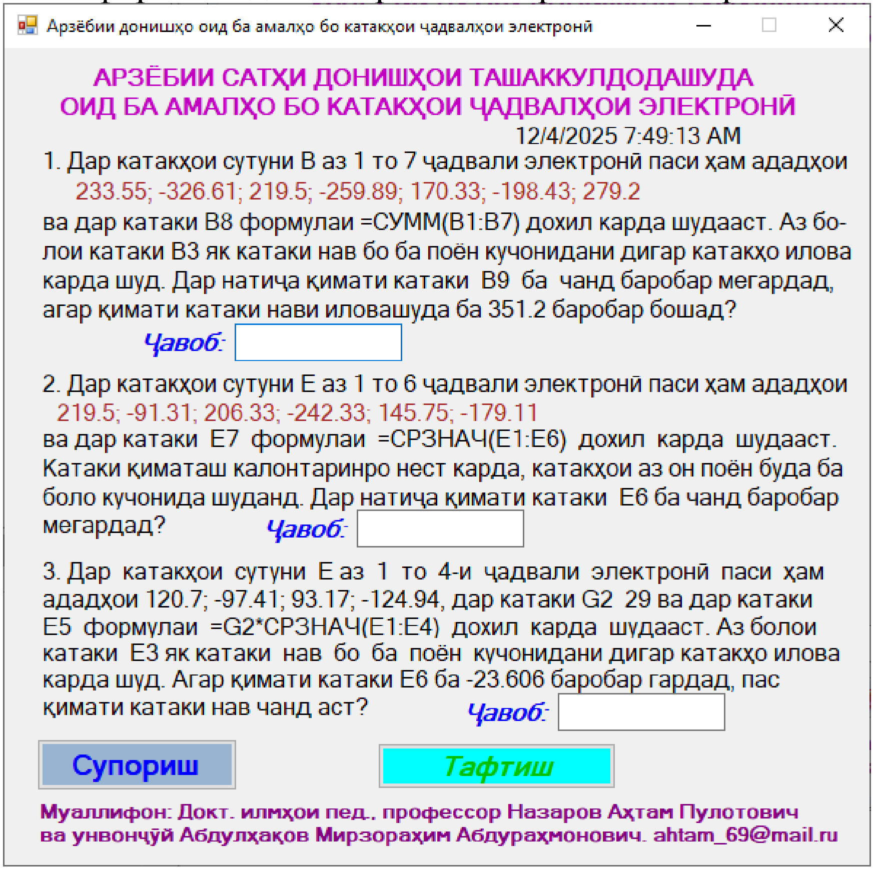


Рисунок 4. – Вариант контрольной работы

Заключение. В данной работе разработана методика разработки компьютерной программы для проверки знаний операций с ячейками электронных таблиц. Создана компьютерная программа, обладающая следующими нововведениями и особенностями:

1. Программа имеет удобную и интуитивно понятную рабочую среду, состоящую всего из одного файла программы (приложение).
2. Задачи контрольной работы быстро и легко генерируются автоматически по методу Пулат и наглядно отображаются на экране компьютера.
3. Каждый обучающийся оперативно видит результат своей работы.
4. Упрощено получение обратной связи по выполнению заданий.
5. Количество вариантов контрольных заданий в данной компьютерной программе безгранично.

Для обеспечения объективности проверки знаний реализованы механизмы, исключающие влияние человеческого фактора и мошенничество, в том числе защита от копирования и вставки при выполнении контрольных заданий, поскольку компьютерная программа не зависит от какой-либо базы данных; проверка уникальности вариантов заданий при формировании контрольных заданий; использование командных кнопок для проверки ответов и просмотра оценок за результаты работы.

Литература

1. Назаров, А.П. Методикаи таълими информатика. Китоби дарсӣ барои муассисаҳои таҳсилоти олӣ / А.П. Назаров. – Душанбе: ҶДММ «Меҳроҷ-граф». – 2019. – 462 с.

2. Назаров, А.П. Асосҳои методии барномасозӣ ва арзёбии салоҳияти хонандагон аз математика ва информатика дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ. Монография / А.П. Назаров. – Матбааи ҶДММ "Баҳманруд", 2020. – 226 с.

3. Назаров, А.П. Применение метода Пулат для объективной оценки знаний учащихся о решении экономических задач в процессе обучения электронным таблицам/ А.П. Назаров // Научно-практический журнал "Школьные технологии". – 2023. – №1. – С. 87-95.

4. Назаров, А.П. Активизация самостоятельности учащихся и облегчение труда учителя при проведении контрольных работ по теме "Электронные таблицы" с применением метода Пулат / А.П. Назаров // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – №3 (59). – С. 70-79.

5. Назаров, А.П. Асосҳои методии таълими баъзе аз функсияҳои математикию омории ҷадвалҳои электронӣ ва арзёбии объективонаи дониши хонандагон оид ба ин функсияҳо / А.П. Назаров // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон (маҷаллаи илмӣ). – 2020. – №3. – С. 211-217.

6. Назаров, А.П. Барномасозӣ ва дизайни барномавӣ дар забони PascalABC.Net. Китоби дарсӣ / А.П. Назаров. – Душанбе: ҶДММ «Меҳроҷ-граф», 2021. –756 с.

OBJECTIVE ASSESSMENT OF THE LEVEL OF STUDENTS' KNOWLEDGE ON THE TOPIC OF OPERATIONS WITH SPREADSHEET CELLS USING THE PULAT METHOD

Teaching spreadsheet manipulation is an important part of the educational process in the modern world. Mastering these skills helps students develop analytical thinking, increases their computer literacy, and prepares them to solve practical problems in various fields. Knowledge assessment should be multi-level and include both theoretical testing and practical assignments, allowing for an objective assessment of students' preparedness. Teaching spreadsheet manipulation should be practice-oriented, so that students can not only master the theoretical component but also learn to apply their acquired knowledge in real-world situations. Developing a computer program for objectively assessing computer science knowledge requires the use of methods that ensure accurate, transparent, and fair assessment of student knowledge. This article develops a

computer program using the Pulat method. The key stages and methods that can be applied in developing such a program are discussed. A methodology for creating the computer program is also being developed.

Key words: *cell, spreadsheet, cell operations, methodology, student, knowledge testing, Pulat method, acquired knowledge, computer program, program development.*

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ БИОМАРШРУТЫ КАК СПОСОБ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ У ШКОЛЬНИКОВ РАННЕГО ПОДРОСТКОВОГО ВОЗРАСТА

Носков Михаил Валерианович
доктор физико-математических наук, профессор
e-mail: mvnoskov@yandex.ru
Ефимкина Анна Ионовна
магистрант
e-mail: annaefimkina@yandex.ru
ФГАОУ ВО «СФУ», г. Красноярск, Россия

Аннотация. Эффективным способом развития математической грамотности у школьников 5-6 классов являются задания в формате математического биомаршрута, в котором изучение живой природы осуществляется по заданиям с математическим анализом данных.

Ключевые слова: *математическая грамотность, математический анализ, биология, математический биомаршрут, маршрутная станция, ранний подростковый возраст.*

Федеральный Государственный Образовательный Стандарт основного общего образования направлен на формирование у обучающихся практических умений, при этом условием реализации программ является обеспечение возможности формирования различного рода функциональной грамотности, то есть способности решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности…[5]. Математическая грамотность представляет собой способность использовать математические знания и навыки для понимания и анализа информации. Ключевыми аспектами являются: способность понимать и интерпретировать математические термины, применение знаний вероятности и статистики, умение применять знания для решения реальных задач. Математика, развивая логическое и критическое мышление, учит учащихся рассуждать, делать выводы, анализировать ситуацию, интерпретировать математические данные, представленные в различных формах (графики, диаграммы, таблицы).

Проблемой формирования функциональной математической грамотности занимались такие авторы, как Л. О. Рослова [7], И. Н. Власова [1], Г. С. Ковалева [2] и другие. В своих работах, авторы рассматривают различные подходы к формированию функциональной математической грамотности, выделяют средства ее формирования. Однако, на сегодняшний день данная проблема в контексте современной образовательной политики, остается актуальной и требует дальнейшей проработки.

В настоящее время, в 5-6 классах прослеживается новое поколение школьников, которое пришло на смену поколению Z. Новое поколение получило название «Альфа», и к нему относятся дети, родившиеся после 2010 года. Одной из особенностей нового поколения, которую выделяют исследователи [4], является проблема с концентрацией внимания у школьников, что связывают как с постоянным потоком информации, так и развитием критического мышления (когда необходимо более тщательно выбирать и анализировать информацию), а также клиповым мышлением. При этом дети поколения Альфа демонстрируют высочайшую скорость обработки информации, они быстро сканируют текстовый и графический контент, «поглощая» рекордно большое количество данных по сравнению с предыдущими поколениями. [4]

Развивая у обучающихся математическую грамотность, важно сформировать у них способность мыслить математически [10], применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах, а также при изучении других предметов. Необходимо, чтобы ученики не просто решали задачи, но и понимали, как эти задачи связаны с жизнью.

Эффективным способом развития математической грамотности у школьников раннего подросткового возраста является формирование способности применения ими математических знаний для анализа статистических, математических данных, направленных на поиск ответа по естественнонаучной проблеме, в том числе связанной с биологическими объектами. В школьном предмете «Биология» изучаются свойства живых систем, идёт исследование форм и уровней проявления жизни, а также осваивается применение этих знаний в различных сферах. Многие процессы, которые происходят как внутри организмов, так и при их взаимосвязи друг с другом и окружающей средой, тесно связаны с математикой. Математический анализ – это, своего рода, многогранный инструмент, который позволяет обучающимся понимать биологию. К тому же в биологии традиционно применяются методы математической статистики и обработки результатов эксперимента. [3]

Наиболее действенными, на наш взгляд, являются задания в формате математического биомаршрута. Изучение какого-либо уровня организации живой природы (клетки, ткани, организма, популяции, сообщества и т.д.) осуществляется по заданиям с математическим контекстом, касающимся определённых биологических структур, процессов, а также среды их обитания.

Так, математический биомаршрут «Растение» включает в себя комплекс заданий с анализом данных по различным аспектам в рамках данного раздела. Вот примеры некоторых маршрутных станций для обучающихся 5-6 классов.

Маршрутная станция «Лист: строение и функции».

Пример задания. Пользуясь таблицей «Число устьиц на 1 кв. мм листа», выполни следующее задание:

Растения	Число устьиц на 1 мм^2 листа	
	На верхней поверхности листа	На нижней поверхности листа
Кувшинка	625	3
Дуб	0	438
Слива	0	253
Яблоня	0	246
Пшеница	47	40
Овёс	42	47

1. Представь данную таблицу в виде столбчатой диаграммы, в которой цена деления равна 50 устьицам на 1 кв.см.

2. Выберите два суждения, которые можно сформулировать на основе анализа этой диаграммы. В ответ запишите цифры, под которыми указаны выбранные утверждения.

1) Устьица нужны для испарения воды и газообмена с окружающей средой.

2) У злаков число устьиц на обеих поверхностях листа примерно одинаково.

3) Кувшинка – водное растение, устьица находятся только на нижней стороне листа, и испарение происходит через его поверхность.

4) Слива и яблоня имеют устьица только на нижней стороне листа.

5) Количество и условия расположения устьиц не зависит от места произрастания растения

3. У каких растений число устьиц на обеих поверхностях примерно одинаково и чем это можно объяснить?

4. Почему у кувшинки устьица расположены на одной стороне?

5. Одна береза за один летний день испаряет около 200 л воды. Какое количество воды испарит березовая роща, в которой произрастает 450 деревьев? Объясни значение испарения в природе и в жизни растений?

6. Ответь, зачем нужны устьица в кожице листа? Какова их функция? [9]

Маршрутная станция «Репродуктивные органы растений. Опыление».

Пример задания. На поверхности некоторых плодов растений можно увидеть отметины, потёртости и даже «ажурный рисунок». Эти внешние дефекты не ухудшают плод, а порой, даже наоборот говорят о его высоких вкусовых качествах. Дело в том, что подобные отметины на плодах – это следствие работы насекомых-опылителей, которые питаясь пыльцой цветка, дотрагиваются своими лапками и ротовым аппаратом до завязи пестика и немного его царапают. Впоследствии завязь разрастается, превращаясь в плод с семенами, царапины зарастают и получаются видимые потёртости и «ажурный рисунок».

Изучите таблицу «Яблоки разных территорий РФ» и дайте ответы на вопросы:

Сорт яблок	Цвет плода	Территория произрастания	Средняя летняя дневная температура (2025 г.)	Количество летних дней с осадками (2025 г.)	Средняя площадь потёртостей и «ажурного рисунка» на плоде
Голден делишес	Жёлтый	Северный Кавказ	30°C	11	2,3 см^2
Кубанское багряное	Красный	Кубань	30,3°C	11	2,7 см^2
Белый налив	Беловатый	Подмосковье	21,3°C	37	1,1 см^2
Алёнушка	Соломенный красно-розовый	Юг Красноярского края	23,7°C	18	1,6 см^2
Зелёнка сочная	Зелёные	Приморский край	23,3°C	15	1,5 см^2

1. Каким образом можно оценить работу насекомых-опылителей, используя данные таблицы?
2. Какие факторы оказывают влияние на работу насекомых-опылителей? Докажите, проведя анализ данных.
3. Можно ли утверждать, что география произрастания яблони влияет на внешний вид плодов? Как взаимосвязаны между собой условия произрастания и внешний вид выращенных яблок? Докажите, используя фактические данные.
4. Как вы думаете, зависит ли цвет яблок от деятельности насекомых-опылителей? Ответ поясните.

Маршрутная станция «Классификация».

В биологии существует огромное множество объектов, которые необходимо классифицировать. Бывает, что изначально ребята не имеют никакого понятия, как делятся объекты. Ведь они очень разные. Поэтому существуют методы, которые позволяют не только рассортировать объекты на группы, но и выделять сами эти группы. Это носит название кластерный анализ.

Бывает, что итоговое количество групп классификации неизвестно. Так, предположим, что какие-то объекты делим по размеру. Очевидно, что чем больше два объекта похожи друг на друга, тем больше шансов, что они окажутся в одной группе. Чтобы понять степень похожести, надо просто найти разность между размерами – чем она меньше, тем более похожими являются объекты. Вычисляются все возможные разности между размерами объектов. Далее пара самых похожих объектов объединяется в группу (или кластер). Затем вновь вычисляются разности и объединяются самые похожие. И так происходит до тех пор, пока все объекты не объединятся в один большой кластер.

Данный алгоритм относится к методам иерархической кластеризации. Эти методы могут работать с большим количеством биологических признаков – объём, длина отростков, степень зрелости чего-либо и прочие признаки одновременно. На основе этих признаков вычисляется степень похожести объектов (расстояние). Объекты последовательно объединяются в группы с помощью так называемого «метода ближайшего соседа». По итогу получается график – дендрограмма (рис.1). По нему можно определить, на какие группы делятся объекты (например, жизненные формы и систематические группы растений, плоды, соцветия, листья, корневые системы и пр.) и что к какой группе принадлежит. Единственное, что нужно учитывать – объектов не должно быть очень много, иначе воспринимать дендрограмму будет сложно. [8]

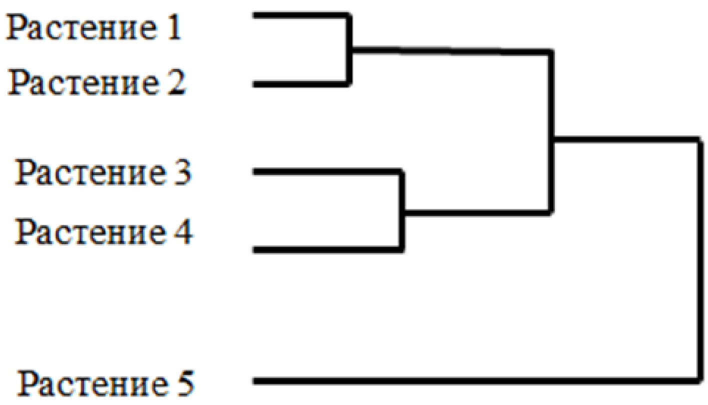


Рисунок 1. – Дендрограмма.

Многие ученые высказывали мысль о том, что область знаний становится наукой только тогда, когда выражает свои законы в виде математических соотношений. [6] Математика необычно широка в своих возможностях. И очевидно, что она играет важную роль в биологии. Именно благодаря математике, обнаруживаются закономерности в функционировании жизни и создаются все более точные модели, которые необходимы для понимания сложных биологических процессов.

При таком интегративном подходе к обучению учителю биологии необходимо проявить достаточно высокий уровень предметно-методической компетенции, чтобы провести глубокий анализ содержания двух предметов, выделить общие предметные грани, найти целесообразные подходы, совершенствовать методические приёмы и формы деятельности. Поэтому, на наш взгляд, идея составления математических биомаршрутов с целью формирования у обучающихся математической грамотности при изучении предмета «Биология» весьма современна, актуальна и раскрывает границы познания не только ученикам, но и учителям.

Литература

1. Власова, И.Н. Формирование общелогических действий при обучении математике как основы функциональной грамотности современного школьника / И.Н. Власова. – Текст: непосредственный // Гуманитарные исследования. Педагогика и психология. – №7. – 2021. – С. 9-16.
2. Ковалева, Г.С. Что необходимо знать каждому учителю о функциональной грамотности // Вестник образования. – 2019. – № 16. – С. 32-36.
3. Математика в биологии. – Текст: электронный // https://www.art-talant.org/publikacii/35299-matematika-v-biologii (дата обращения: 05.11.2025)
4. Позднякова, Е.В. Метапредметные задания как средство развития универсальных учебных действий поколения альфа в процессе математической подготовки в 5-9 классах / Е.В. Позднякова, Г.А. Малышенко // Наука и Школа. – № 6. – 2022. – С. 216-231
5. Приказ Минобрнауки РФ от 31.05.2021г. №287 «Об утверждении государственного образовательного стандарта основного общего образования». – Текст: электронный // ФГОС: [сайт]. – URL: https://fgos.ru/ (дата обращения: 04.11.2025)
6. Ризниченко, Г.Ю. Биология математическая. – Текст: электронный // https://library.biophys.msu.ru/MathMod/BM.HTML#b1 (дата обращения: 03.11.2025)
7. Рослова, Л.О. Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать // Педагогика. – 2018. – № 10.– С. 48-55
8. Савельев, В. Статистика и котики. – Москва: Издательство АСТ, 2025. – 192 с.
9. Тарасова, С.А. Формирование математической грамотности при изучении предмета «Биология». – Текст: электронный // https://soiro64.ru/wp-content/uploads/2024/04/7-tarasova-sa.pdf (дата обращения: 05.11.2025)
10. Формирование функциональной математической грамотности на уроках математики. – Текст: электронный // https://nsportal.ru/shkola/matematika/library/2023/12/17/formirovanie-funktsionalnoy-matematicheskoy-gramotnosti-na (дата обращения: 05.11.2025)

MATHEMATICAL BIO-ROUTES AS A WAY TO DEVELOP MATHEMATICAL LITERACY IN EARLY ADOLESCENTS

Noskov Mikhail Valerianovich, Efimkina Anna Ionovna

Abstract: An effective way to develop mathematical literacy among 5th–6th grade students is through tasks presented in the format of a "mathematical bio-route," where the study of living nature is carried out via assignments involving mathematical data analysis.

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПАТРИОТИЧЕСКОЙ ФАБУЛОЙ

Саввина Ольга Алексеевна,
доктор педагогических наук, профессор,
e-mail: oas5@mail.ru
Мельников Роман Анатольевич,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: roman_elets_08@mail.ru
Лукина Вероника Александровна,
магистрант,
email: nika35485@gmail.com
ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина», г. Елец, Россия

Аннотация. В современных учебниках математики практически отсутствуют задачи с патриотической фабулой. В статье предлагается алгоритм конструирования таких задач. В основу конструирования положен персоналистический подход, который подразумевает выявление личностного аспекта при рассмотрении вклада в науку, а также личностно-нравственных ценностей того или иного учёного.

Ключевые слова: *патриотическое воспитание в процессе обучения математике, межпредметные связи математики, истории и географии, подготовка учителя.*

Мы живём в период слома концепции «однополярного мироустройства», парадигмой которой является космополитизм, в настоящее время скатившийся в некоторых странах Европы к откровенному нацизму, а также в условиях нарастания деструктивных явлений, связанных с цифровизацией образования. Поэтому перед нашей страной возникли новые вызовы, решение и преодоление которых, на наш взгляд, кроется в усилении патриотического компонента в процессе обучения.

В Указе № 809 «Об утверждении основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей» патриотизму уделяется особое внимание [5].

Одним из самых эффективных механизмов реализации патриотического воспитания на уроках математики является решение с учениками специально сконструированных задач.

В настоящее время на эмпирическом уровне разработано довольно много задач с патриотической фабулой. Этому аспекту посвящены работы Г.Х. Воистиновой [1], К.С. Потаповой, А.А. Вовнянко, Е.Ф. Вовнянко [2], Е.И. Скафа [3], В.Н. Устьянцевой и др.

В.Н. Устьянцева, более того, предлагает классификацию таких задач на два типа: «I. Информационные задачи, которые знакомят учащихся с отдельными фактами исторического либо краеведческого характера. Пример. Вычислите высоту Водовзводной и Спасской башен Московского Кремля, если Водовзводная на 9,15 метров ниже Спасской, а Спасская на 16,95 метров выше Боровицкой. Высота Боровицкой башни 54,05 метров.

II. Межпредметные задачи, при решении которых происходит закрепление у учащихся «сквозных понятий» из различных учебных дисциплин (напр., диаграмма, долгота, масштаб и др.). Пример. Александр Сергеевич Пушкин родился в MDCCCIX году, а умер в VDCCXXXVII году. Запишите арабскими цифрами годы жизни А.С. Пушкина» [4, с. 395-399].

Однако анализ опубликованных задач показывает, что они разрозненны, никак не систематизированы. Их авторами выступают преимущественно учителя-практики, для которых теоретический аспект конструирования задач остаётся вне поля зрения. Поэтому в настоящее время назрела необходимость в разработке теоретических подходов к составлению задач.

В качестве одного из возможных механизмов отбора содержания задач патриотической направленности рассмотрим персоналистический подход. В этом случае логика отбора содержания и конструирования текста задач характеризуется следующей цепочкой. Выбираем открытие, сделанное отечественным учёным, изучаем его биографию, выявляем нравственные качества и соответствующие межпредметные знания, благоприятствующие раскрытию патриотического компонента (рис.1).

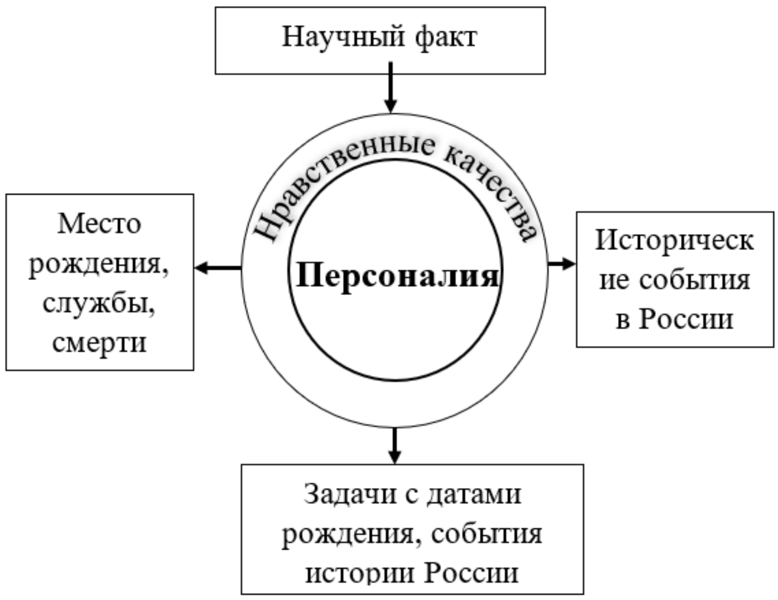


Рисунок 1. – Схема реализации персоналистического подхода

В силу специфики предложенного подхода разработка задач носит междисциплинарный характер и требует привлечения широких сведений из истории России и Всемирной истории, истории науки, математики, физики, географии и пр.

Применение персоналистического подхода предполагает выделение в жизни и научного наследия учёного трёх сюжетных линий: биография, личностные качества, научные открытия.

Например, в биографии изобретателя лазера Н.Г. Басова выявляем следующие факты, которые могут быть использованы в фабуле задач: участие в Великой Отечественной войне, служение отечественной науке.

Н.Г. Басов добровольцем ушёл на фронт. В 1942 году он был направлен в Киевское военно-медицинское училище, а в 1943 году – на 1 - й Украинский фронт (20 октября 1943 г. Воронежский фронт был переименован в 1-й Украинский фронт), переименование было обусловлено тем, что ставилась задача освобождения Украины. Н.Г. Басов начал служить в батальоне химической защиты, в качестве ассистента врача. На передовой Николай Геннадьевич Басов делал операции, спасал жизни солдат.

В результате анализа этих фактов была смоделирована сюжетная ситуация: «Участие Н.Г. Басова в освобождении Украины в составе 1-го Украинского фронта».

Следующий этап – это установление соответствия сюжетной ситуации с математическим содержанием, отбор математических средств и понятий. Поскольку всякое военное сражение связано с географической территорией, то в формулировке и решении задачи можно использовать карту, что позволяет установить связи сюжета с геометрией (метод координат, тригонометрия треугольника).

В результате получаем возможные сюжетные задачи.

Задача 1 (тема: «Теорема косинусов»)

Изобретатель Н.Г. Басов проявил отважность в годы Великой Отечественной войны. Он воевал в составе 1-го Украинского фронта. В конце 1943 г. 1-й Украинский фронт освободил Житомир и Коростень, а 2-й Украинский фронт в начале 1944 г. – Умань. Затем оба фронта нанесли удары по немецкой группировке в Каменец-Подольске. Под каким углом встретились удары фронтов, если считать, что главные удары наносились из городов Житомира и Умань. Ответ округлите до целых.

Расстояние между Уманью и Житомиром 203 км, между Уманью и Каменец-Подольском – 267 км, между Житомиром и Каменец-Подольском – 232 км.

Задача 2 (тема: «Степени и корни»)

Изобретатель Н.Г. Басов проявил отважность в годы Великой Отечественной войны, спасая жизни солдат. Вычислив выражение, найдете, сколько лет исполнилось Н.Г. Басову, когда он ушел защищать Родину.

$2^8 \cdot 10^8 : (2^{14} \cdot 5^7)$.

Предложенный персоналистический подход к конструированию задач позволяет решать обучающие и воспитательные цели согласованно.

Этот подход целесообразно применять на уроках и внеклассных мероприятиях, посвященных открытию какого-либо научного факта или юбилейному дню рождения ученого или юбилею события в истории России.

В процессе конструирования фабул подобных задач полезно использовать следующие воспитательные аспекты:

– иллюстрация особенностей России (географических, исторических, духовных);

– иллюстрация вклада, который внесла наука в победу в Великой Отечественной войне, в развитие экономики, техники и т.п.;

– иллюстрация нравственных качеств ученых и русских людей, рассказ об их подвиге.

Литература

1. Воистинова, Г.Х. Приемы патриотического воспитания на уроках математики / Г.Х. Воистинова, К.Б. Тороева // Современные проблемы лингвистики и методики преподавания русского языка в ВУЗе и школе. – 2022. – № 37. – С. 222-226.

2. Потапова, К.С. Математика и патриотические воспитание на уроках / К.С. Потапова, А.А. Вовнянко, Е.Ф. Вовнянко // Научный альманах. – 2020. – № 7-1(69). – С. 67-70.

3. Скафа, Е.И. Формирование патриотизма у обучающихся на уроках математики: диагностический этап / Е.И. Скафа, И.В. Шевелева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – № 1(65). – С. 75-84. – DOI 10.24412/2079-9152-2025-65-75-84.

4. Устьянцева, В.Н. Задачи с исторической фабулой как средство военно-патриотического воспитания на уроках математики / В.Н. Устьянцева // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2013. – № 15. – С. 395-399.

5. Указ Президента РФ от 09.11.2022 N 809 "Об утверждении основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей". // http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202211090019

METHODOLOGICAL ASPECTS OF CONSTRUCTING MATHEMATICAL PROBLEMS WITH A PATRIOTIC FABLE

Savvina Olga, Melnikov Roman, Lukina Veronika

Abstract. In modern mathematics textbooks, there are almost no problems with a patriotic plot. The article proposes an algorithm for constructing such problems. The algorithm is based on a personalistic approach, which involves identifying the personal aspect of a scientist's contribution to science and their personal and moral values.

Keywords: *patriotic education in the process of teaching mathematics, interdisciplinary connections between mathematics, history, and geography, and teacher training.*

К ВОПРОСУ РАЗРАБОТКИ АДАПТИРОВАННОЙ МОДУЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ КОМПЕТЕНЦИИ СТУДЕНТОВ БАКАЛАВРИАТА НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ «МАТЕМАТИКА»

Темникова Светлана Владимировна,
кандидат технических наук
e-mail: temnikovasvetlana@ramler.ru
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, РФ
Хоменко-Никишина Ольга Николаевна,
учитель математики и информатики
e-mail: nikishina_on90@mail.ru
ГБОУ «Свердловская СШ № 11», г. Свердловск, РФ

Аннотация. Статья посвящена проблеме формирования исследовательской компетенции студентов бакалавриата. Междисциплинарный подход, лежащий в основе предложенной адаптированной модульной системы, реализуется при обучении дисциплине «Алгебра» и базируется на интеграции с дисциплинами «Физика», «Экономическая теория», «Программирование» и «Информационные технологии».

Ключевые слова: *адаптированная модульная система, исследовательская компетенция, междисциплинарный подход, алгебра, исследовательские задачи.*

Основной задачей образовательного процесса на современном этапе в вузе является теоретическое обоснование и реализация компетентностного подхода. В рамках данной проблематики научные труды [3-6; 8] И. А. Зимней, Э. Ф. Зеера, Ю. Г. Татуры, А. В. Хуторского, В. И. Байденко и др. показывают, что качество обучения заключается не в информированности студента по определенной дисциплине, а в способности реализовать приобретенные знания при решении проблем, которые возникают при освоении высоких информационных технологий, исследовании новых отраслей науки [3-6; 8]. В связи с этим исследовательская компетенция студента является одной из основополагающих для формирования умений и навыков высококвалифицированного специалиста.

Анализ литературы по дисциплине «Алгебра» для студентов бакалавриата, приводит нас к тому, что задания, представленные в учебниках, как правило, предусматривают применение базовых теоретических знаний (определений, формул, теорем) на стандартных примерах. Такого рода задания приводят к отработке механического навыка, но при этом лишены связи с целевым применением полученных знаний в других дисциплинах или профессиональной деятельности. В основу адаптированной модульной системы (АМС) по формированию исследовательской компетенции студентов направления подготовки 01.03.01 Математика, предложенной в данной работе, положен междисциплинарный подход в обучении дисциплине «Алгебра», в частности интеграция раздела «Линейная алгебра» с дисциплинами учебного плана: «Физика», «Экономическая теория», «Программирование» и «Информационные технологии» [8].

Практические задания, акцентирующие внимание на междисциплинарную связь, формируют, на наш взгляд, все составляющие компоненты исследовательской компетенции. Приступая к решению подобных заданий, важно довести до сознания студентов вариативность применения элементов алгебры в таких дисциплинах как «Экономическая теория», «Программирование и Информационные технологии», «Физика». На рис. 1 представлена схема, демонстрирующая, основные области применения линейной алгебры, которые стали основой для разработки системы исследовательских задач.

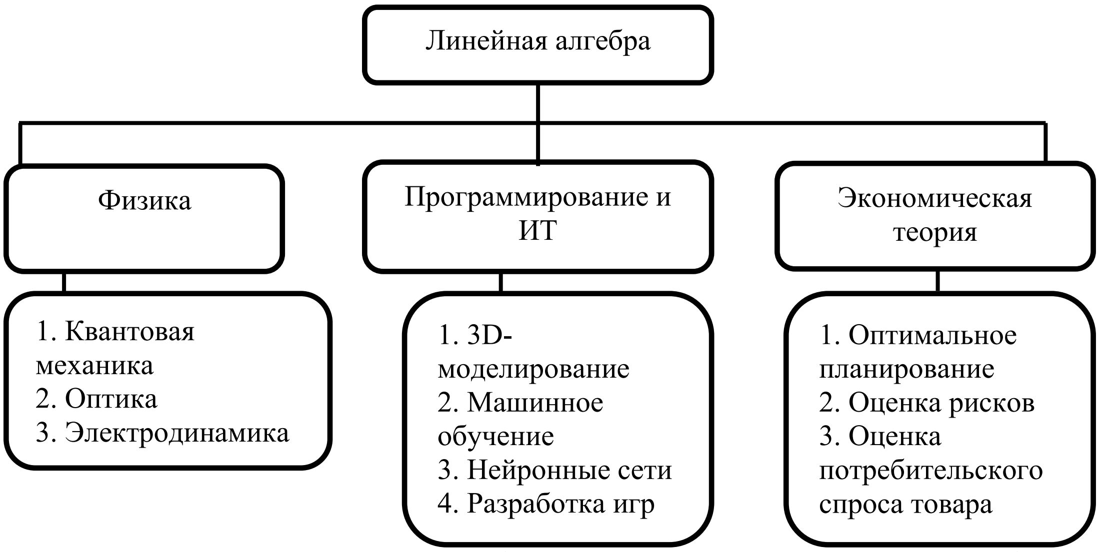


Рисунок 1 – Основные сферы применения линейной алгебры

Проиллюстрируем примеры некоторых исследовательских заданий, которые могут быть, использованы преподавателями в качестве заданий по линейной алгебре в факультативном курсе или для самостоятельного решения в качестве индивидуального задания в основном курсе дисциплины.

Блок «Линейная алгебра + Экономическая теория»

Задание 1. Товар, поступающий на склад № 1 ООО «ЛуганьСТК», описывается матрицей А:

$A = \begin{pmatrix} 16 & 20 & 100 \\ 30 & 19 & 50 \\ 26 & 34 & 82 \end{pmatrix}$, а на склад № 2 описывается матрицей B: $B = \begin{pmatrix} 110 & 32 & 49 \\ 28 & 25 & 75 \\ 37 & 16 & 86 \end{pmatrix}$. Необходимо найти суммарный завоз товаров на склады; годовой завоз на склады, если согласно договору, ежемесячно поставляют одинаковые партии товаров [2].

Тема: Матрицы. Операции над матрицами.

<u>*Задание 2.*</u> На предприятии «Стиль» производят две модели мужского костюма. На производство модели № 1 тратят 2 м костюмной ткани, а на производство модели № 2 – 3 м. Расходы рабочего времени на производство моделей равны 4 и 5 часов соответственно. Запас костюмной ткани на неделю равен 100 м, при этом рабочее время составляет 190 часов. Необходимо разработать план недельного изготовления моделей мужского костюма, при котором полностью будут использованы имеющиеся ресурсы (ткань и рабочее время) [2].

Тема: Матрицы. Определители матриц. Системы линейных алгебраических уравнений.

Блок «Линейная алгебра + Программирование + Информационные технологии»

<u>*Задание 3.*</u> Дана матрица пикселей цветного изображения А (рис. 2):

Рисунок 2 – Иллюстрация к заданию 3

К матрице А применили операцию транспонирования. Запишите новые номера строк и номера столбцов для пикселей 3 (желтый), 6 (бордо), 12 (зеленый).

<u>*Тема: Матрицы.*</u>

<u>*Задание 4.*</u> «Код Хэмминга». Задача об обнаружении ошибок.

Краткие теоретические сведения: В криптографии (раздел информатики) применяют двоичные коды, т.е. наборы из n чисел, состоящих из нулей и единиц. Множество таких наборов образует линейное пространство, которое мы будем обозначать V^n, а составляющие его наборы будем называть векторами.

Формулировка задачи: пусть по каналу связи передаются слова:

$$X_1 = (10011), X_2 = (11101), X_3 = (00011).$$

Векторы $X_1, X_2, X_3 \in V_k^n$, а $Y \in V^n$ – вектор, получившийся по прохождению этого слова по каналу: $Y = (00011)$.

В таком случае $Y - X$ называется вектором ошибок.

Если вектор $Y - X$ принимает только нулевые значения – ошибки нет, если хотя бы в одном разряде ошибка, то $Y - X \neq 0$

Ваша задача: определить, в каком из трех слов после передачи по каналу Y, возникла ошибка?

Тема: Матрицы. Операции над матрицами.

Задание 5. «SVD-разложение матрицы». Задача об анализе степени сжатия изображения [1].

Пример изображения с уровнем сжатия 0,25 рассмотрим ниже (рис.3):

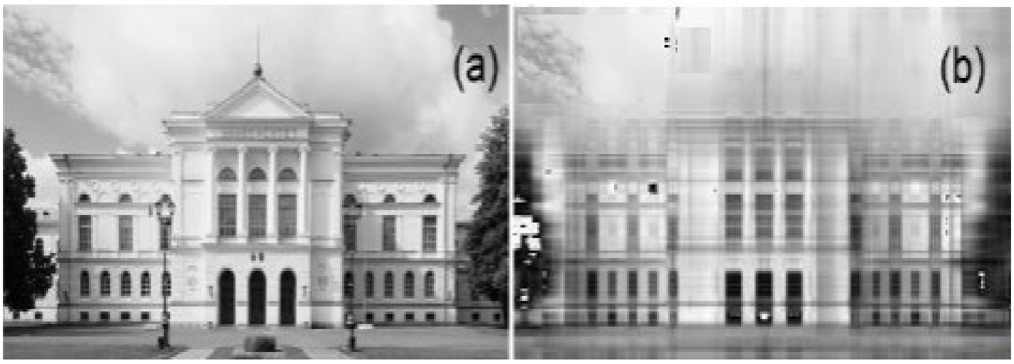


Рисунок 3 – a) исходное изображение, b) сжатие с уровнем r < 5

Формулировка задания:

Определить качество восстановления матрицы $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, вычислив коэффициент детерминации. Сделайте вывод: на сколько, качественно восстановлено изображение? Обоснуйте его.

Тема: Собственные значения матриц.

Блок «Линейная алгебра + Физика»

Задание 6 учит студента работать с информацией, выделять главное, анализировать, применять известные математические знания по теме «*Базис трехмерного пространства. Координаты базиса в трехмерном пространстве*» на примере задачи механики.

Формулировка задачи: на рис. 4 представлен трехстепенной гироскоп в кардановом подвесе. Карданов подвес имеет три физические оси поворота, последовательность поворота может быть любой. Определите: образуют ли базис векторы поворота карданова подвеса, если их значения после поворота равны: $d_1(-8,0,-4)$ $d_2(0,0,0)$ $d_3(-3,5,5)$.

Для решения данного задания студент должен вычислить определитель матрицы, столбцы которой представлены координатами данных векторов, и сделать вывод, образуют ли представленные векторы базис или нет?

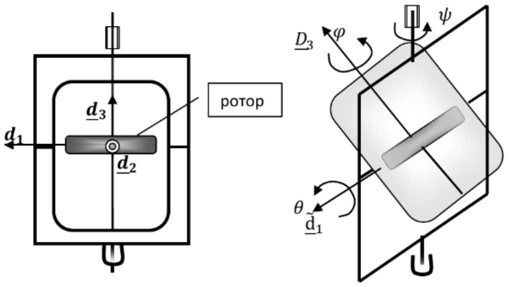


Рисунок 4 – Иллюстрация к задаче 6, слева – статичное состояние ротора, справа – в движении (поворот)

Таким образом, анализ этапов формирования исследовательской компетенции студентов привел к выводу, что в основе формирования исследовательской компетенции студентов необходимо использовать принцип системности и структурности. На базе данных принципов была разработана и описана АМС формирования исследовательской компетенции студентов бакалавриата направления подготовки 01.03.01 Математика. Наиболее значимым аспектом формирования исследовательской компетенции студентов следует считать предложенный комплекс исследовательских задач. Задания ориентированы на межпредметную связь с дисциплинами «Физика», «Экономическая теория», «Программирование и информационные технологии».

Литература

1. Афанасьева, А.А. Применение сингулярного разложения для сжатия изображений и решения плохо обусловленных систем линейных уравнений / А.А. Афанасьева, А.В. Старченко // Всероссийская молодежная научная конференция «Все грани математики и механики»: сборник статей; под редакцией А.В. Старченко. – Томск : Издательский Дом Томского Государственного университета, 2019. – 278 с. –ISBN 978-5-94621-823-8.

2. Ахмедханова, А. И. Применение матриц в экономике / А. И. Ахмедханова // Международный студенческий вестник. – 2015. – № 3-4. – С. 454-456.

3. Байденко, В.И. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования нового поколения как комплексная норма качества высшего образования: общая концепция и модель // Международная Научно-практическая конференция «Проблемы стандартизации в образовании и пути их решения» (Москва, 10-11 ноября 2024 г.) / редкол. В.И. Байденко, Н.А. Селезнева. – Москва : Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2005. – 43 с. – ISBN 978-5-7563-0395-7.

4. Зеер, Э. Ф**.** Компетентностный подход к образованию / Э. Ф. Зеер // Образование и наука. – 2005. – № 3 (33). – С. 27-40.

5. Зимняя, И. А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования / И. А. Зимняя // Высшее образования сегодня. Психология обучения. – 2003. – № 5. – С. 34-44.

6. Татур, Ю. Г. Компетентностный подход в описании результатов и проектировании стандартов высшего профессионального образования: материалы ко второму заседанию методологического семинара / Ю. Г. Татур // Образование и наука. – 2004. – 17 с.

7. Хоменко-Никишина, О. Н., Темникова С. В. К вопросу формирования исследовательской компетенции студентов направления подготовки 01.03.01 Математика на примере задач линейной алгебры // Актуальные вопросы математики и методики преподавания математики : сборник материалов Межрегиональной заочной научно-практической конференции (Луганск, 28 февраля 2024 г.) / под общ. ред. С.В. Темниковой, А. В. Скринниковой. – Луганск : Издательство ЛГПУ, 2024. – 140 – 43 с.

8. Хуторской, А. В. Компетентностный подход в обучении : научно-методическое пособие / А. В. Хуторской; под ред. А. В. Хуторского. – М. : Издательство «Эйдос»; Институт образования человека, 2013. – 73 с. – (Серия «Новые стандарты»). – ISBN 978-5-904329-43-3.

ON THE DEVELOPMENT OF AN ADAPTED MODULAR SYSTEM FOR FORMING RESEARCH COMPETENCE OF BACHELOR'S STUDENTS IN THE FIELD OF MATHEMATICS

Temnikova Svetlana, Homenko-Nikishina Olga

Abstract. The article is devoted to the problem of forming the research competence of undergraduate students. The interdisciplinary approach underlying the proposed adapted modular system is implemented in the teaching of the discipline "Algebra" and is based on integration with the disciplines "Physics", "Economic Theory", "Programming", and "Information Technology".

Key words: adapted modular system, research competence, interdisciplinary approach, algebra, research tasks.

КОНКУРСЫ «ИСТОРИЯ НАУЧНЫХ ИДЕЙ И ОТКРЫТИЙ В ЗАДАЧАХ» КАК СРЕДСТВО ПОПУЛЯРИЗАЦИИ МАТЕМАТИКИ

Утеева Роза Азербаевна
доктор педагогических наук, профессор,
e-mail: R.Uteeva@tltsu.ru
Тольяттинский государственный университет, г. Тольятти, Россия

Аннотация: В докладе раскрывается одно из средств популяризации математики среди школьников и студентов: конкурсы «История математических идей и открытий в задачах». Опыт проведения таких конкурсов, как на уроках математики, так и во внеурочное время, позволяет сделать вывод о повышении интереса школьников и студентов к изучению математики, о формировании у них исследовательских умений и навыков, умений работать с дополнительной литературой.

Ключевые слова: *популяризация математики, история математики, научные идеи и открытия.*

Проблема популяризации математики и математического образования в России всегда занимала одно из важных направлений в работе ученых-математиков, методистов и учителей математики. Актуальность рассматриваемой проблемы в Российской Федерации обозначена на государственном уровне в ряде нормативных документов, в частности, в Концепции развития математического образования также акцентируется внимание на задаче «популяризация математических знаний и математического образования» [8].

Сущность популяризации достаточно полно отражает высказывание математика и популяризатора науки, В.П. Лишевского «Популяризация – не только просвещение читателей и слушателей, но и передача им высоких нравственных начал, носителями которых всегда были, есть и будут истинная наука и истинные ученые. Поэтому деятельность популяризатора неизменно связана с высшими человеческими качествами, образующими классическую триаду правды, добра и красоты» [9].

Одной из форм популяризации математики является командный или индивидуальный конкурс «История научных идей и открытий».

Идея организации таких конкурсов принадлежат Международному Интеллект-клубу «Глюон» (науч. рук-ль программы, В.В. Альминдеров, г. Москва) [3]. Примеры интересных заданий из истории идей и открытий в физике представлены в работе [4].

Несмотря на то, что в теории и методике обучения математике накоплен значительный опыт по включению элементов истории математики, математических открытий, биографии и портретов ученых – математиков в учебные планы подготовки учителей, бакалавров и магистров, в школьные и вузовские учебники математики, проблема популяризации математики остается недостаточно решенной.

О важности и относительной «молодости» становления указанной проблемы и на международном уровне, – свидетельствует учрежденная Международным математическим комитетом в 2010 г. премия Лилавати за выдающийся вклад в популяризацию математики. Этой премией в году в четвертый раз был удостоен в 2022 российский математики Николай Николаевич Андреев: «for his contribution to the art of mathematical animation and of mathematical model-building, in a style which inspires the young and the old alike, and which mathematicians around the world can adapt to their varied uses – as well as for his indefatigable efforts to popularize genuine mathematics among the public via videos, lectures, and a prize-winning book» [9].

Большинство учителей математики испытывают потребность в обеспечении школьного курса математики соответствующими методическими разработками, программами элективных курсов, сборников задач, содержащих историю научных идей и открытий.

Отвечая на запросы практики, в учебные планы подготовки магистров профиля «Математическое образование (44.04.01 Педагогическое образование) очной и заочной форм обучения, нами включен курс «Проектирование содержания элективных курсов для предпрофильной и профильной подготовки по математике».

В рамках данного курса, с учетом темы магистерской диссертации, студенты разрабатывают программу и методическое обеспечение элективных курсов для старшеклассников, основу которых составляют математические идеи и открытия. Так, например, «основной акцент элективного курса делается на исторический аспект и научные идеи и открытия ученых-математиков, таких как Тарталья, Кардано, Виет, Феррари и др., внесших значительный вклад в развитие теории решения алгебраических уравнений» [3]. Элективный курс В.Ю. Хомяковой посвящен аксиомам и аксиоматическому методу в обучении геометрии, а также раскрытию роли Н.И. Лобачевского в создании неевклидовой геометрии [14].

Для того чтобы подготовить учащихся к конкурсам «История научных идей и открытий», учителю следует периодически включать в структуру уроков математики задачи, содержание которых основано на идее того или иного научного открытия. Приведем примеры таких заданий.

5-6 класс. Тема *«Простые и составные числа. Разложение на множители»*.

По программе базового уровня математики обучающиеся знакомятся с понятиями простого и составного числа, разложением чисел на простые множители. Содержание темы богато идеями и открытиями, доступными для понимания большинству пятиклассников.

Задание 1: «Великий русский математик П.Л. Чебышев (1821-1894) доказал, что между любым натуральным числом n (кроме 1) и удвоенным 2n числом всегда находится по меньшей мере одно простое число» [5, с. 189]. Проверьте это свойство для всех натуральных чисел от 2 до 100.

Задание 2. «При проверке простоты числа N достаточно ограничиться испытанием простых делителей, не превосходящих $\sqrt{N}$. Первым математиком, указавшим на это, был Фибоначчи (Леонардо Пизанский). Проверьте на простоту числа 91, 1987» [6, с. 14].

Задание 3. Первый критерий Эйлера. «Если нечетное число N >1 может быть представлено в виде разности квадратов двух натуральных чисел более чем одним способом, то N – составное; если же такой способ только один, то N – простое. Разложите указанным способом на множители числа 6557, 19019, 209209» [6, с. 14].

Изучение геометрии в общеобразовательной школе содержит в себе богатый теоретический и практический материал, который в достаточной мере позволяет учителю использовать задачи, основанные на истории математических идей и открытий. Примеры таких задач раскрываются в монографии И.М. Смирновой и В. А. Смирнова: «… задача об измерении длины отрезков привела к открытию Пифагором несоизмеримых отрезков и в дальнейшем к построению действительных чисел. Задачи об измерении длины окружности, площади круга, объёмов шара и пирамиды привели древнегреческих учёных к понятию предела и заложили основы интегрального исчисления. Задачи нахождения уравнения касательной к кривой и вычисления площади криволинейной трапеции привели Г. Лейбница и И. Ньютона к созданию дифференциального и интегрального исчислений... Задача о нахождении орбит космических тел оказалась связанной и была решена с помощью конических сечений. Задача Эйлера о Кёнигсбергских мостах положила начало новым направлениям геометрии – теории графов, топологии» [11, с.6].

Опыт проведения студентами ТГУ конкурсов «История научных идей и открытий» для младших школьников и старшеклассников представлен в докладах [4,7].

Ниже приведены некоторые из заданий конкурса, посвященного известным женщинам-математикам и их научным открытиям, который был проведен студентами бакалаврами кафедры со школьниками математической школы ТГУ (май 2025 г., ТГУ) и студенты Могилевского государственного университета им. А.А. Кулешова (апрель 2025 г.).

Задания: Назовите имя известной женщины-математика.

1. Когда и в честь кого был объявлен Всемирный день женщин-математиков? Она *первая женщина-математик*, удостоенная в 2014 году Филдсовской премии.

2. Эта женщина была *самой известной женщиной – математиком в первой половине XX века*. Она является создателем нового направления в математической науке, известного под названием абстрактной алгебры.

3. Эта американская женщина – *первая женщина-лауреат Абелевской премии 2019 года.*

4. Эта женщина-китаянка, решившая более чем столетнюю сложнейшую задачу современной математики – гипотезу Какея в трехмерном пространстве (март 2025 г.).

Условиями успешного проведения таких конкурсов являются:

– заранее объявленная тема, приуроченная к определенным событиям или математическим праздникам;

– соответствие содержания заданий изучаемой теме школьного курса математики и возрасту участников;

– систематичность проведения подобных конкурсов.

Итак, наш многолетний опыт работы с высокомотивированными школьниками, студентами (бакалаврами и магистрами, будущими учителями математики) свидетельствует о том, что при обучении математике имеются возможности для изучения обучающимися достижений математической науки, истории научных идей и открытий не только в ознакомительном плане, но и на достаточно глубоком уровне.

Литература

1. Альминдеров В.В., Утеева Р.А. О реализации совместных проектов Регионального центра Международного Интеллект-клуба «Глюон» – Тольятти в Международной программе «Дети. Интеллект. Творчество» / Концепции математического образования. Методики и технологии математического образования. Сб. тр. по материалам 2 Межд. науч. конф. «Математика. Образование. Культура», 1-3 ноября 2005 г., Россия, Тольятти / Под общ. Ред. Р.А. Утеевой. – В 3-х ч. – Ч.2. Тольятти, ТГУ, 2005. – С.58− 63.

2. Альминдеров В.В. Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон» / В.В. Альминдеров, В.Г. Крыштоп. – М: Научный консультант, 2024. – 228 с.

3. Близнюкова, О.В. Элективный курс «Решение алгебраических уравнений. Научные идеи и открытия» для старшеклассников / О.В. Близнюкова, Р.А. Утеева // Молодежь. Наука. Общество : сборник студенческих работ Всероссийской студенческой научно-практической междисциплинарной конференции, Тольятти, 20–24 декабря 2021 года / Отв. за выпуск С.Х. Петерайтис. – Тольятти: Тольяттинский государственный университет, 2023. – С. 342-344.

4. Буракинский И.В., Утеева Р.А. Математические конкурсы «Интеллектуальный марафон» для младших школьников // Молодая наука

– 2025 : Международная научно-практическая конференция студентов и аспирантов : материалы конференции / под ред. О.А. Лавшук, Н.В. Маковской. – Могилев: МГУ имени А.А. Кулешова, 2025. – 154 с.

5. Глейзер Г.И. История математики в школе: IV-VI кл. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1981. – 239 с.

6. Гальперин Г.А. Просто о простых числах // Квант. 1987. –№ 4. – С. 9-14; 38.

7. Клачкова Ю. С., Утеева Р.А. Конкурс «История математических идей и открытий» // Эвристика и дидактика математики: материалы X Международной научно-методической дистанционной конференции-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов, Донецк, 18–20 мая 2021 года. – Донецкий национальный университет, 2021. – С. 95-97.

8. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р [Эл. ресурс]. – URL: http://минобрнауки.рф/documents/3894 (дата обращения: 12.11.2025).

9.Лишевский В. П. Ученые – популяризаторы науки. – М.: Знание, 1987. – 144 с.

10. Сайт «Математические этюды» Математического института им. В.А. Стеклова РАН. [Эл. ресурс]. – URL: https://etudes.ru/about/leelavati-prize/

11. Смирнова, И. М. Инновационные подходы в обучении геометрии / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов ; Институт развития образовательных технологий; Международная академия наук педагогического образования. – Москва-Ярославль : Издательство "Канцлер", 2022. – 146 с. – ISBN 978-5-907590-37-3

12. Утеева, Р.А. История математических идей и открытий как средство обучения и умственного развития учащихся / Р.А. Утеева, Е.Ю. Куприенко // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе в свете идей Л.С. Выготского материалы III Международной научной конференции, 17-19 ноября 2016 г. // под ред. М.В. Егуповой, Л.И. Боженковой. – ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет» (МПГУ), Издатель Захаров С.И. «СерНа», 2016. – С. 115–119.

13. Утеева, Р. А. Средства формирования научного мировоззрения бакалавров математического образования / Р.А. Утеева, А.А. Цацко // Вестник магистратуры. – 2016. – № 7-1(58). – С. 70–72.

14. Хомякова В.Ю. Математический проект «Неевклидова геометрия Лобачевского» / В.Ю. Хомякова, Е.Ю. Куприенко //Эвристика и дидактика математики: материалы XIV Международной научно-методической дистанционной конференции-конкурса молодых учёных, аспирантов и студентов. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2025. – С. 51–54.

COMPETITIONS "HISTORY OF SCIENTIFIC IDEAS AND DISCOVERIES IN PROBLEMS" AS A MEANS OF POPULARIZING MATHEMATICS

Roza Azerbayevna Uteeva

Abstract: The report reveals one of the means of popularizing mathematics among schoolchildren and students: contests "The history of mathematical ideas and discoveries in problems." The experience of holding such competitions both in mathematics lessons and outside of school hours allows us to conclude that schoolchildren and students are more interested in studying mathematics, developing their research skills and abilities to work with additional literature.

Keywords: *popularization of mathematics, history of mathematics, scientific ideas and discoveries.*

СТРАТЕГИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Шашкина Мария Борисовна

кандидат педагогических наук, доцент

e-mail: shashkina@kspu.ru

Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, г. Красноярск, Россия

Аннотация. В статье рассматриваются возможные стратегии применения интерактивных и адаптивных цифровых ресурсов в основной школе, анализируются их потенциал и риски, а также приводятся примеры эффективного использования на основе отечественных и зарубежных исследований.

Ключевые слова: *цифровая трансформация, математическое образование, цифровые образовательные инструменты, интерактивные ресурсы, методика обучения математике, средняя школа.*

Современное школьное математическое образование сталкивается с вызовами, связанными с необходимостью формирования не только предметных, но и метапредметных образовательных результатов – критического мышления, способности к анализу данных, решению нестандартных задач и работе с цифровыми средами. Цифровая трансформация образования, ускоренная пандемией и развитием научно-технического прогресса информационного общества массовой глобальной коммуникации, предоставляет новые возможности для повышения качества обучения, но одновременно порождает ряд методических, технических и психологических трудностей [6, 8]. В связи с этим особое значение приобретает разработка и внедрение обоснованных стратегий использования цифровых инструментов, адекватных возрастным и когнитивным особенностям обучающихся средней школы.

Под цифровыми образовательными инструментами (ЦОИ) в контексте математического образования будем понимать программные и аппаратные средства, предназначенные для моделирования, визуализации математических объектов, тренировки навыков, проведения экспериментов и поддержки учебной деятельности по математике. Среди основных типов ЦОИ выделяют: *интерактивные тренажёры и платформы* (ЯКласс, Учи.ру, Khan Academy, GeoGebra); *средства динамической математики* (GeoGebra, Живая математика «1С:Математический конструктор»); *адаптивные обучающие системы* (DreamBox Learning, Coursera и др.); *цифровые симуляторы и визуализаторы* (Desmos, Wolfram Alpha); *цифровые учебники и рабочие тетради с интерактивными элементами*.

Эти инструменты позволяют реализовать принципы деятельностного подхода, так как обеспечивают активное вовлечение обучающихся в процесс познания через эксперимент, исследование и моделирование.

Эффективность цифровых инструментов определяется не самим их наличием, а тем, как они встроены в образовательный процесс. Согласно исследованиям отечественных авторов [1, 3], ключевыми принципами интеграции ЦОИ являются: соответствие дидактическим целям учебного занятия; учёт возрастных и индивидуальных особенностей обучающихся; связь с традиционными формами обучения (не замена, а дополнение!); формирование цифровой грамотности в контексте математической деятельности.

Зарубежные исследователи подчеркивают ключевые современные тренды: смещение акцента с «технологии ради технологии» на осмысленную педагогическую интеграцию, внимание к вопросам справедливости и равного доступа, а также рост интереса к игровым и вычислительным подходам в математическом образовании [9, 10]. Это требует от учителя специально выстроенной методической поддержки.

Обозначим основные возможные стратегии использования ЦОИ в процессе обучения математике в основной школе.

Визуализация и моделирование математических понятий. Одна из сильнейших сторон цифровых инструментов – это способность сделать абстрактные математические идеи наглядными. Одной из центральных проблем традиционного обучения математике является абстрактность многих понятий (дроби, функции, геометрические преобразования). Цифровые инструменты, такие как GeoGebra, Desmos, Mathigon и отечественные аналоги (например, «ЯКласс»), позволяют визуализировать математические идеи в динамике, что соответствует принципу наглядности и поддерживает развитие пространственного мышления.

В изучении свойств функций, конструкций с параметрами или геометрических объектов использование систем динамической математики позволяет обучающимся экспериментально выявлять закономерности, строить и проверять гипотезы, осуществлять доказательства. Исследования показывают, что визуальное моделирование способствует более глубокому пониманию и снижает когнитивную нагрузку при усвоении сложных тем [9].

Есть исследования, в которых показано, как вычислительные инструменты (от блок-кодинга до интерактивных симуляций) могут поддерживать развитие математического мышления, а не просто обеспечивать техническое выполнение заданий [10]. На основе наблюдений в реальных классах авторы показывают, что такие среды способствуют освоению сложных понятий, например, функциональной зависимости или вероятностного моделирования – через экспериментирование и визуализацию. Вместе с тем исследователи подчеркивают: потенциал этих инструментов раскрывается только тогда, когда учитель умеет выстраивать вокруг них продуктивную учебную деятельность, а не использует их как «цифровую замену» традиционных упражнений.

Адаптивное обучение и персонализация. Адаптивные платформы позволяют учитывать индивидуальный темп обучения, выявлять пробелы в знаниях и предлагать персонализированные задания. Такой подход особенно эффективен при подготовке к итоговой аттестации и при работе с неоднородными по уровню подготовки классами. Персонифицированный подход позволит также снизить уровень «математической тревожности», о которой говорят зарубежные исследователи [11].

Использование технологии смешанного обучения, сочетающей очное, электронное, дистанционное обучение и самообразование, позволяет получить доступ к лекциям и заданиям в любое удобное время. Интерактивные тесты и тренажеры помогают выявлять пробелы в знаниях и предлагать дополнительные задания для их устранения. Аналитические системы собирают данные о прогрессе обучающихся, что позволяет педагогам оперативно реагировать на трудности и вносить изменения в программу обучения.

Цифровые технологии способствуют созданию индивидуальных траекторий развития, учитывающих уровень подготовки, интересы и цели обучающихся. Таким образом, использование цифровых образовательных инструментов способствует повышению эффективности обучения, улучшению качества усвоения материала и развитию самостоятельности. Эти инструменты обеспечивают гибкость образовательного процесса, делая его доступным и удобным для всех участников образовательной среды.

Формирующее оценивание и обратная связь. Цифровые образовательные инструменты делают возможным регулярное отслеживание прогресса обучающихся, предоставление своевременной обратной связи и адаптацию содержания курса в зависимости от потребностей.

Цифровые инструменты обеспечивают мгновенную обратную связь, что способствует оперативной коррекции ошибок и формированию рефлексивных умений. Например, в системах типа ЯКласс обучающиеся сразу видят результаты своих действий, а учитель получает аналитику по классу и отдельным обучающимся, позволяющую корректировать дальнейшую педагогическую стратегию. Благодаря электронным дневникам и специализированным приложениям учителя могут оставлять комментарии и советы непосредственно после проверки заданий. Обучающиеся сразу видят, над какими аспектами им стоит поработать дополнительно.

Современные программы способны анализировать характер ошибок, совершаемых обучающимися, и давать рекомендации по их исправлению. Такая детализация улучшает понимание проблемных областей учебного материала индивидуально каждым учеником.

Электронные портфолио достижений позволяют фиксировать успехи и прогресс обучающихсв на протяжении всего периода обучения. Использование цифровой аналитики также позволяет отслеживать развитие универсальных учебных действий, таких как умение решать проблемы, критическое мышление и самоорганизацию.

Элементы геймификации и игропрактики. Геймифицированные приложения, чат-боты способствуют повышению мотивации и, в умеренной степени, успеваемости, особенно на начальном и среднем этапе обучения. Ключевым условием успеха оказывается не сама игра, а то, как она встроена в учебный процесс: наибольший эффект наблюдается тогда, когда игровая активность сопровождается педагогической рефлексией, обсуждением стратегий и связью с формальными математическими понятиями. Без такого сопровождения игры рискуют превратиться в развлекательную, но когнитивно поверхностную деятельность.

Развитие исследовательских действий. Цифровые среды открывают возможности для проектной и исследовательской деятельности [5]. Например, при изучении статистики обучающиеся могут собирать реальные данные, обрабатывать их в Excel и строить графики. Подобные задачи развивают функциональную грамотность и мотивацию к математике как к инструменту познания мира [2]. В средах программирования, таких как Scratch или Python, обучающиеся могут создавать собственные алгоритмы для решения математических задач, что развивает навыки системного и логического мышления. Кроме того, онлайн-проекты, предполагающие сбор и анализ реальных данных (например, статистика по погоде или движению транспорта), учат школьников ставить исследовательские вопросы, обрабатывать информацию и представлять результаты.

Интересны возможности использования цифровых инструментов и искусственного интеллекта для решения так называемых задач, «которые неизвестно, как решать» [7].

Несмотря на очевидные преимущества, внедрение ЦОИ сопряжено с рядом **рисков и ограничений**. Во-первых, технологический детерминизм, когда инструмент диктует содержание и формы обучения, а не служит цели обучения. Это может привести к тому, что педагогические цели подстраиваются под возможности программного обеспечения, а не наоборот – инструменты разрабатываются и выбираются исходя из дидактических задач. В результате процесс обучения может упрощаться до выполнения кликабельных заданий, а глубокое понимание математического материала уступает место поверхностному взаимодействию с интерфейсом. Во-вторых, чрезмерная зависимость от цифровых платформ может снижать развитие критического мышления и навыков самостоятельного решения задач, особенно если интерфейсы навязывают линейные или шаблонные подходы. Кроме того, цифровое неравенство – различия в доступе к устройствам, интернету и цифровой грамотности – может усугублять образовательные разрывы между обучающимися из разных социальных и географических групп.

Поэтому педагог должен обладать не только цифровой компетентностью, но и методической культурой, позволяющей грамотно отбирать и использовать ЦОИ в соответствии с дидактическими задачами, оценивая целесообразность цифрового сопровождения и разумного сочетания разных форматов обучения.

Отметим также, что подготовка учителей математики должна включать не только освоение конкретных программ, но и развитие «педагогического цифрового мышления» – способности проектировать цифровую образовательную среду, ориентированную на развитие математических компетенций [4]. Особенно важно это в условиях реализации новых ФГОС, где акцент делается на проектной и исследовательской деятельности, в которой цифровые инструменты играют ключевую роль.

Цифровая трансформация математического образования в основной школе открывает новые горизонты для повышения качества обучения, но требует ответственного и методически обоснованного подхода. Стратегии использования ЦОИ должны быть направлены не на «оцифровку» традиционных методов, а на создание новых образовательных возможностей: персонализации, визуализации, интерактивности и исследовательской активности обучающихся. Успешная реализация этих стратегий возможна при условии системной подготовки педагогов, методического сопровождения и разумного учета как возможностей, так и ограничений цифровых технологий.

Литература

1. Алексеева, Е.Е. Обзор цифровых образовательных ресурсов для использования на уроках математики / Е.Е. Алексеева, М.А. Мезинцева // Известия Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота: психолого-педагогические науки. – 2024. – № 3(69). – С. 170-173. – DOI 10.46845/2071-5331-2024-3-69-170-173.

2. Дербеденева, Н.Н. Формирование математической грамотности школьников с использованием цифровых образовательных платформ / Н.Н. Дербеденева, О.А. Аникина, И.А. Шляхтина // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – № 2(66). – С. 92-99. – DOI 10.24412/2079-9152-2025-66-92-99. – EDN XCQNQF.

3. Колобова, Л.В. Цифровые технологии в образовательном процессе / Л.В. Колобова // Экономические и гуманитарные исследования регионов. – 2023. – № 4. – С. 32-36.

4. Король, А.Д. Цифровая трансформация образования и вызовы XXI века / А.Д. Король, Ю.И. Воротницкий // Высшее образование в

России. – 2022. – Т. 31, № 6. – С. 48-61. – DOI 10.31992/0869-3617-2022-31-6-48-61.

5. Круподерова, Е.П. Проектирование предметной цифровой среды обучения математике / Е.П. Круподерова, Н.Е. Иванова, Ю.И. Матвеева // Проблемы современного педагогического образования. – 2025. – № 86-4. – С. 159-161.

6. Роберт, И.В. Развитие информатизации образования периода цифровой трансформации / И.В. Роберт // Педагогическое образование и наука. – 2025. – № 2. – С. 7-11. – DOI 10.56163/2072-2524-2025-2-7-11.

7. Семенов, А.Л. Цифровой мир. Математика. Образование / А.Л. Семенов // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. – 2024. – Т. 520, № S2. – С. 4-10. – DOI 10.31857/S2686954324700681.

8. Табинова, О.А. Цифровая трансформация образования: как учить современных школьников математике? / О.А. Табинова, М.Б. Шашкина // Математика и математическое образование в эпоху цифровизации : материалы XIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, Красноярск, 14–15 ноября 2024 года. – Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2024. – С. 446-450.

9. Cirneanu, A.-L., & Moldoveanu, C.-E. (2024). Use of Digital Technology in Integrated Mathematics Education. *Applied System Innovation*, *7*(4), 66. https://doi.org/10.3390/asi7040066.

10. Drijvers, P., & Sinclair, N. (2024) The role of digital technologies in mathematics education: purposes and perspectives. *ZDM Mathematics Education,* 56, 239–248. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01535-x.

11. Suárez-Pellicioni, M., Núñez-Peña, M.I., & Colomé, À. (2016) Math anxiety: A review of its cognitive consequences, psychophysiological correlates, and brain bases. Cogn Affect Behav Neurosci, 16, 3–22. https://doi.org/10.3758/s13415-015-0370-7.

STRATEGIES FOR USING DIGITAL EDUCATIONAL TOOLS FOR TEACHING MATHEMATICS IN SECONDARY SCHOOLS

Shashkina Maria

Abstract. The article discusses possible strategies for using interactive and adaptive digital resources in secondary schools, analyzes their potential and risks, and provides examples of effective use based on domestic and foreign research.

Keywords: digital transformation, mathematical education, digital educational tools, interactive resources, mathematics teaching methods, secondary school.